



**João Marcos Silva da Costa**

**Método Lattice Boltzmann: Uma abordagem  
para dissolução em um meio poroso 3D.**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Matemática.

Orientador : Prof. Sinésio Pesco  
Coorientador: Prof. Abelardo Borges Barreto Junior

Rio de Janeiro  
Abril de 2023



**João Marcos Silva da Costa**

**Método Lattice Boltzmann: Uma abordagem  
para dissolução em um meio poroso 3D.**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Sinésio Pesco**

Orientador

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. Abelardo Borges Barreto Junior**

Coorientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Prof. Alex Laier Bordignon**

Departamento de Matemática – UFF

**Prof. Andréa Lins e Lins Souza**

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. Malú Grave**

Departamento de Engenharia Civil – UFF

**Prof. Ricardo José Alonso Plata**

Departamento de Matemática – Texas A & M

**Prof. Viviana Lorena Vargas Grajales**

Departamento de Matemática – UFF

Rio de Janeiro, 14 de Abril de 2023

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **João Marcos Silva da Costa**

Formou-se em licenciatura Matemática pela Universidade Federal Fluminense em 2016 e concluiu o Mestrado em Matemática pela PUC-RIO em 2018.

#### Ficha Catalográfica

Silva da Costa, João Marcos

Método Lattice Boltzmann: Uma abordagem para dissolução em um meio poroso 3D. / João Marcos Silva da Costa; orientador: Sinésio Pesco; co-orientador: Abelardo Borges Barreto Junior. – 2023.

v., 77 f: il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui bibliografia

1. Matemática – Teses. 2. Modelagem Matemática, Computação Gráfica – Teses. 3. Simulação de fluxo. 4. Método de Lattice Boltzmann. 5. dissolução química. I. Pesco, Sinésio. II. Borges Barreto Junior, Abelardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

## Agradecimentos

Antes de tudo agradeço aos meus pais, Albertino e Gislane, por todo o apoio durante estes quatro anos.

Sou grato, também, ao professor Sinesio Pesco, pela orientação, paciência nos momentos de dúvida, pelas palavras de conforto e conversas e conselhos sobre as minhas expectativas de futuro.

Sou grato também ao Professor Abelardo Barreto por aceitar a co-orientação nesse trabalho.

Agradeço a todo o apoio que meus colegas de Pós-graduação, que me ajudaram durante todo esse período.

Tem muito a agradecer também a Tamires, que durante esse período ajudou bastante, me ouvindo e aconselhando quando precisava.

Meus sinceros agradecimentos à todos os funcionários e professores do Departamento de Matemática da PUC-RIO pela boa convivência.

Este trabalho teve o apoio do CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e Petrobras como parte do projeto TCBR 485.

"O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001"

## Resumo

Silva da Costa, João Marcos; Pesco, Sinésio; Borges Barreto Junior, Abelardo. **Método Lattice Boltzmann: Uma abordagem para dissolução em um meio poroso 3D.** Rio de Janeiro, 2023. 77p. Tese de Doutorado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Neste trabalho aplicamos o método Lattice Boltzmann (LBM) para simular os processos de reações químicas que ocorrem na interação entre o fluido e a fase sólida, modificando o meio poroso. Para isso apresentaremos como o método LBM aborda a simulação do escoamento de fluido em um meio poroso irregular para os casos de um ou mais fluidos incluindo o processo de dissolução química. A partir dos processos anteriores, propomos uma modificação onde a dissolução possa ocorrer como uma característica do fluido que interage com a fase sólida. Ao abordar a dissolução como característica da interação do fluido com a fase sólida, é possível ter uma maior compreensão de como o fluido pode modificar a geometria do meio poroso e impactar nas mudanças de fluxo. A proposta de modificação foi avaliada em alguns casos em que o fluxo no meio poroso é bem definido: o canal aberto, canal com cilindros e em um meio poroso de geometria complexa. A proposta foi estendida para a simulação em um meio poroso 3D, onde analisamos como a dissolução foi impactada pela presença de forças externas como a gravidade.

## Palavras-chave

Simulação de fluxo    Método de Lattice Boltzmann    dissolução química

## Abstract

Silva da Costa, João Marcos; Pesco, Sinésio (Advisor); Borges Barreto Junior, Abelardo (Co-Advisor). **Lattice Boltzmann Method: An approach to dissolution in 3D porous media**. Rio de Janeiro, 2023. 77p. PhD Thesis – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this work, we apply the Lattice Boltzmann (LBM) method to simulate the chemical reaction processes that occur in the interaction between the fluid and the solid phase, modifying the porous medium. For this, we will present how the LBM method approaches fluid flow simulation in an irregular porous medium for cases of one or more fluids, including the chemical dissolution process. Based on the previous processes, we propose a modification where dissolution can occur as a characteristic of the fluid that interacts with the solid phase. By approaching dissolution as a characteristic of the interaction of the fluid with the solid phase, it is possible to better understand how the fluid can modify the geometry of the porous medium and impact the flow changes. The modification proposal was evaluated in some cases where the flow in the porous medium is well defined: the open channel, a channel with cylinders, and a porous medium with complex geometry. The proposal was extended to the simulation in a 3D porous medium, where we analyzed how the dissolution was impacted by external forces such as gravity.

## Keywords

Simulation   Lattice Boltzmann method   chemical dissolution

# Sumário

1	Introdução	<b>12</b>
1.1	Descrição do problema	13
1.2	Organização da Tese	14
2	Método Lattice Boltzmann	<b>16</b>
2.1	Background do LBM	16
2.2	Método numérico	18
2.2.1	Condições de bordo	21
2.3	Simulação de fluxo	23
3	Simulação de múltiplos fluidos	<b>28</b>
3.1	Modelo de forças LBM.	28
3.2	Múltiplos fluidos	29
3.3	Constantes do modelo de forças	30
3.3.1	Força de interação entre fluido e rocha	30
3.3.2	Força de interação entre fluidos	33
3.4	Dissolução química	36
4	Proposta de modificação do método de Lattice Boltzmann	<b>39</b>
4.1	Processos de injeção ou retirada de fluidos do meio poroso	39
4.2	LBM - Ponto sumidouro e fonte.	41
4.3	Força do gradiente de pressão	44
4.4	Proposta de Dissolução no modelo bifásico	50
4.5	Condições de simulação	52
4.6	Resultados - Simulação 2D	53
4.6.1	Caso 1 - Canal aberto	53
4.6.2	Caso 2 - Canal obstáculos	54
4.6.3	Caso 3 - Conjunto de canais	56
4.6.4	Caso 4 - Berea sandstone	57
4.6.5	Variação do volume poroso no processo de dissolução.	58
5	Dissolução no modelo 3D	<b>61</b>
5.1	Lattice Boltzmann 3D	61
5.2	Simulação 3D - Força Gravitacional	63
5.3	Resultados e discussões	63
5.3.1	Simulação 3D	64
5.3.2	Simulação 3D com Força Gravitacional	66
5.3.3	Simulação 3D com Dissolução.	68
5.3.4	Simulação 3D com Força Gravitacional e dissolução.	70
6	Conclusão e Trabalhos Futuros	<b>72</b>
6.1	Conclusão	72
6.2	Trabalhos Futuros	72
	Referências bibliográficas	<b>74</b>

## Lista de figuras

2.1	Estrutura de Lattices — Caso 2D	20
2.1(a)	D2Q5.	20
2.1(b)	D2Q9.	20
2.2	Passo de colisão no <i>voxel</i> em vermelho.	20
2.3	Passo de propagação das funções $f_i$ no <i>voxel</i> em vermelho.	21
2.4	Condição <i>Non-slip</i> .	22
2.4(a)	$f_i$ antes do contato com o bordo.	22
2.4(b)	$f_i$ após o contato com o bordo.	22
2.5	Condição <i>Free-slip</i> .	22
2.5(a)	$f_i$ antes do contato com o bordo.	22
2.5(b)	$f_i$ após o contato com o bordo.	22
2.6	Condição Periódica.	23
2.6(a)	$f_i$ antes do contato com o bordo.	23
2.6(b)	$f_i$ após o contato com o bordo.	23
2.7	Simulação em canal	24
2.7(a)	Simulação de um canal regular.	24
2.7(b)	Perfil de velocidade no canal.	24
2.8	Simulação em meio poroso	24
2.9	Meio poroso de geometria complexa.	25
2.10	Campo de velocidades do meio poroso de geometria complexa.	26
2.11	Comportamento da velocidade com sinuosidade.	26
3.1	Efeito da molhabilidade (retirado de [31]).	31
3.2	Simulação de dois fluidos escoando em um tubo com 500 passos de tempo do método LBM.	32
3.2(a)	$W = -0.5$ .	32
3.2(b)	$W = 0.5$ .	32
3.3	Simulação de dois fluidos escoando em um tubo com 1000 passos de tempo do método LBM.	32
3.3(a)	$W = -0.5$ .	32
3.3(b)	$W = 0.5$ .	32
3.4	Simulação de dois fluidos em um tubo com dois obstáculos cilíndricos.	33
3.4(a)	$W = 0.5$ .	33
3.4(b)	$W = -0.5$ .	33
3.5	Simulação com múltiplos fluidos em canal sem obstáculos com 500 passos de tempo.	34
3.5(a)	$G = 0.5$ .	34
3.5(b)	$G = -0.5$ .	34
3.6	Simulação com múltiplos fluidos em canal com obstáculo 100 passos de tempo.	34
3.6(a)	$G = 0.5$ .	34
3.6(b)	$G = -0.5$ .	34
3.7	Simulação multi fluidos em canal com obstáculo 400 passos de tempo.	35
3.7(a)	$G = 0.5$ .	35
3.7(b)	$G = -0.5$ .	35

3.8	Simulação em canal turbidítico nos tempos iniciais.	35
	3.8(a) 200 passos de tempo.	35
	3.8(b) 600 passos de tempo.	35
3.9	Simulação em canal turbidítico nos tempos finais.	36
	3.9(a) 1500 passos de tempo.	36
	3.9(b) 2000 passos de tempo.	36
4.1	Linhas de Fluxo (retirado de [36]).	40
4.2	Propagação do fluido injetado (retirado de [36]).	40
4.3	Simulação com Poço Produtor	42
	4.3(a) Campo de velocidade.	42
	4.3(b) Módulo da velocidade.	42
4.4	Simulação com ponto fonte	43
	4.4(a) Campo de velocidade.	43
	4.4(b) Módulo da velocidade.	43
4.5	Simulação - com ponto fonte e sumidouro.	44
	4.5(a) Fluxo radial inicial.	44
	4.5(b) Produtor atraindo o fluxo.	44
4.6	Configurações de pontos fonte e sumidouros.	45
	4.6(a) <i>2-spot</i> .	45
	4.6(b) <i>Direct Line Drive</i> .	45
	4.6(c) <i>5-spot</i> .	45
4.7	Simulação caso <i>2-spot</i> com gradiente de pressão.	46
	4.7(a) Fluxo radial inicial.	46
	4.7(b) Produtor atraindo o fluxo.	46
4.8	Simulação caso <i>Direct Line Drive</i> com gradiente de pressão.	46
	4.8(a) Fluxo radial inicial.	46
	4.8(b) Produtor atraindo o fluxo.	46
4.9	Simulação caso <i>5-spot</i> com gradiente de pressão.	47
	4.9(a) Fluxo radial inicial.	47
	4.9(b) Produtor atraindo o fluxo.	47
4.10	Simulação <i>2-spot</i> em um conjunto de canais - Início	48
	4.10(a) Abertura do ponto fonte.	48
	4.10(b) Influência do sumidouro.	48
4.11	Simulação <i>2-spot</i> em canais turbidíticos - Final	48
	4.11(a) Fluxo direcionado para o Produtor.	48
	4.11(b) Fluido alcançando o Produtor.	48
4.12	Simulação <i>5-spot</i> em canais - Início	49
	4.12(a) Abertura do poço Injetor.	49
	4.12(b) Atração poços $P_4$ e $P_1$ .	49
4.13	Simulação <i>5-spot</i> em canais - Final	49
	4.13(a) Propagação nas direções de $P_2$ e $P_3$ .	49
	4.13(b) Atração em todos os sumidouros.	49
4.14	Processo de dissolução.	51
4.15	Condição Bounce-Back.	52
4.16	Meios porosos complexos.	53
	4.16(a) Conjunto de canais.	53
	4.16(b) <i>Berea sandstone</i> .	53
4.17	Modelo de dissolução Bifásico canal aberto - início da simulação.	54

4.17(a) Início do processo de injeção.	54
4.17(b) Início da dissolução da fase rocha.	54
4.18 Modelo de dissolução Bifásico canal aberto - Final da simulação.	54
4.18(a) Fluido ácido chegando ao fim do tubo.	54
4.18(b) Fluido ácido prevalente no tubo.	54
4.19 Início da Simulação em canal com obstaculo.	55
4.19(a) Início da injeção.	55
4.19(b) Início da Reação do fluido com a rocha.	55
4.20 Final do processo de dissolução no canal com obstáculos.	55
4.20(a) Aumento da reação fluido-sólido.	55
4.20(b) Canal completamente ocupado pelo fluido reagente.	55
4.21 Início da injeção no conjunto de canais.	56
4.21(a) Início da simulação nos canais turbidíticos.	56
4.21(b) Injeção após 2100 ciclos do LBM.	56
4.22 Dissolução gerando um novo caminho.	57
4.22(a) Dissolução gera um novo caminho	57
4.22(b) Fluxo aumenta no novo caminho.	57
4.23 Impacto das irregularidades no fluxo e no processo de dissolução.	57
4.23(a) Início da injeção no <i>Berea sandstone</i>	57
4.23(b) Impacto das irregularidades na simulação.	57
4.24 Processo de dissolução no <i>Berea sandstone</i> .	58
4.24(a) Dissolução nas direções preferenciais.	58
4.24(b) Fluido reagente ocupando o meio poroso.	58
4.25 Variação do volume sólido Casos 1 e 2.	59
4.25(a) Caso 1 - Canal aberto.	59
4.25(b) Caso 2 - Canais com obstáculos.	59
4.26 Variação do volume sólido nos casos 3 e 4.	59
4.26(a) Caso 3 - Conjunto de canais.	59
4.26(b) Caso 4 - <i>Berea sandstone</i> .	59
5.1 Direções no ambiente 3D (retirado de [19])	61
5.2 Estrutura de <i>lattice D2Q19</i> (retirado de [19]).	62
5.3 Canal aberto 3D - início da simulação.	64
5.3(a) Inicio da injeção.	64
5.3(b) Fluido chega ao centro do canal.	64
5.4 Canal aberto 3D - final da simulação.	65
5.4(a) Fluido próximo ao final do canal.	65
5.4(b) Fluido chega ao fim do canal.	65
5.5 Canal com cilindros - Inicio.	65
5.5(a) Fluido próximo ao final do canal.	65
5.5(b) Fluido chega ao fim do canal.	65
5.6 Canal com cilindros - Fim.	66
5.6(a) Fluido ultrapassa o cilindro.	66
5.6(b) Fluido chega ao fim do canal.	66
5.7 Efeito da gravidade no canal aberto.	66
5.7(a) Início da injeção.	66
5.7(b) Deformação da interface entre os fluidos.	66
5.8 Efeito da gravidade no Canal com cilindros.	67
5.8(a) Injeção do fluido.	67

5.8(b)	Mudança da interface causada pela gravidade e pelo sólido.	67
5.8(c)	Chegada ao final do canal.	67
5.8(d)	Concentração no final do canal.	67
5.9	Dissolução no canal aberto sem forças externas.	68
5.9(a)	Injeção do fluido.	68
5.9(b)	Chegada do fluido ao fim do canal.	68
5.9(c)	Primeiros Voxel dissolvidos.	68
5.9(d)	Avanço da dissolução.	68
5.10	Dissolução no canal com cilindros sem forças externas.	69
5.10(a)	Injeção do fluido.	69
5.10(b)	Fluido envolve os cilindros.	69
5.10(c)	Primeiros Voxel dissolvidos.	69
5.10(d)	Avanço da dissolução.	69
5.11	Dissolução no canal aberto com Força Gravitacional.	70
5.11(a)	Injeção do fluido.	70
5.11(b)	Chegada do fluido ao fim do canal.	70
5.11(c)	Primeiros Voxel dissolvidos.	70
5.11(d)	Avanço da dissolução.	70
5.12	Dissolução no canal com cilindro e Força Gravitacional.	71
5.12(a)	Injeção do fluido.	71
5.12(b)	Fluido chega aos cilindros.	71
5.12(c)	Primeiros Voxel's dissolvidos.	71
5.12(d)	Avanço da dissolução.	71

# 1

## Introdução

A simulação de fluidos visa representar realisticamente o comportamento dos fluidos em diferentes meios, tais como tubulações ou meios porosos. Na indústria do petróleo, as simulações são utilizadas para estimar, com certo grau de confiança, se um reservatório será produtivo ou não.

Os reservatórios de petróleo podem ter centenas de quilômetros, e por estarem localizados a grandes profundidades, sua geometria e propriedades petrofísicas são estimadas indiretamente, através de dados sísmicos ou pelo uso de um “testemunho” da rocha. O testemunho é uma amostra da rocha do reservatório, extraída para estimar a composição da estrutura de poros, permitindo recuperar informações de porosidade e permeabilidade. Nesta etapa são obtidas algumas informações sobre a forma, a extensão e o tipo de rochas encontradas. Com base nestas informações, são construídas as primeiras estimativas e passamos a uma fase de reconhecimento da estrutura porosa. Essas amostras encontram-se em escala de centímetro, sendo utilizadas para estimar toda a estrutura de poros do reservatório.

Em cada uma destas etapas utiliza-se a simulação para fazer estimativas. Essas simulações podem ocorrer em três escalas: macroscópica, mesoscópica e microscópica [1]. Na escala microscópica, o fluido será compreendido pela dinâmica de uma molécula; na mesoscópica o fluido é representado por um conjunto de moléculas em constante interação entre si e na escala macroscópica o fluido é representado de forma contínua, independente das interações moleculares. Em cada uma das escalas existem equações que descrevem a dinâmica do fluido:

- Escala microscópica: Segunda lei de Newton.
- Escala mesoscópica: Equação de Liouville.
- Escala macroscópica: Equação de Navier-Stokes.

O Lattice Boltzmann (LBM) é um método cinético em escala mesoscópica, em que é possível recuperar propriedades macroscópicas como densidades e velocidades. O método torna-se atrativo, pois são utilizadas apenas operações aritméticas. Como não é necessário resolver um sistema de equações, a implementação de condição de bordo é local e sem influência dos pontos vizinhos. Como base para a simulação, o método utiliza a equação de transporte

de Boltzmann [2], com complexidade menor em comparação às equações em escala macroscópicas.

O LBM é uma alternativa com complexidade menor quando comparado aos métodos que utilizam as equações de Navier-Stokes [3]. Além disso, este método permite fazer simulações mais complexas, em que podem ser considerados múltiplos fluidos [4], meio poroso com irregularidades no bordo [5] e problemas de interações químicas [6].

## 1.1

### Descrição do problema

Nosso trabalho visa utilizar o método de Lattice Boltzmann para entender o comportamento do fluxo em um meio poroso, considerando as irregularidades do meio, interações físicas entre fluidos, do fluido com rocha e a interação química que dissolvem as rochas.

Para as simulações é necessário ter uma compreensão das etapas de produção de um reservatório. A produção é feita em três fases distintas (*Enhanced oil recovery (EOR)* [8]), em que teremos influência de processos químicos e físicos [8]:

- **Fase Primária** — Representa o início do processo e ocorre com a abertura do poço produtor. O poço produtor causa uma variação de pressão no reservatório, que induz o fluxo para o ponto de extração. Esta fase utiliza somente a energia natural presente no reservatório para extrair petróleo [9], e o percentual de recuperação fica entre 5% a 10% do potencial do reservatório [10].
- **Fase Secundária** — A pressão no reservatório é reduzida e a vazão de produção decresce. Para controlar a vazão e a pressão do reservatório, um poço injetor é introduzido para que o fluido injetado conduza o fluido do reservatório para o ponto de produção [11]. Na fase secundária, os fluidos principais utilizados são gases ou água. Com este processo de injeção, a taxa de recuperação permite recuperar de 30% a 50% [8], representando um aumento de 5% a 15% na produção.
- **Fase Terciária** — Nesta fase o poço injetor ganha outra função, na qual o fluido injetado é utilizado para estimular os poros e aumentar a produtividade. Esta fase aspira melhorar a permeabilidade no reservatório ou modificar a viscosidade dos fluidos, permitindo um melhor arraste [12]. Podem ser utilizados fatores térmicos, químicos, surfactantes, polímeros, entre outros [13]. O aumento na recuperação fica entorno de 5% a 15% [14].

Nas últimas fases, a injeção de um novo fluido pode provocar modificações na geometria que alteram o fluxo, causadas por interações físicas ou químicas. Visando entender a complexidade dessas modificações, utilizaremos o método LBM para simular o processo químico de dissolução. Para isso, o LBM utiliza um acoplamento para uma equação de propagação da concentração química, permitindo, assim, simular esse processo [6].

Nosso objetivo é simular o fluxo com o processo químico de dissolução, buscando entender como as modificações do meio poroso podem influenciar no movimento do fluido no reservatório. Esta simulação pode ajudar a compreender os processos de produção quando a rocha possui alto grau de interação com o fluido, modificando drasticamente a geometria. Um dos principais exemplos da influência deste processo está nos reservatórios carbonáticos, os quais são altamente reativos a água (presente na fase secundária de produção). Com o alto grau de reatividade é preciso estimar como as modificações de geometria podem impactar uma possível produção.

Neste trabalho abordaremos o processo de dissolução, para avaliar como o método LBM pode ajudar a modelar esse processo. Com a simulação da dissolução, analisaremos como o meio poroso reage ao fluido, a fim de prever melhor como o processo de produção ocorre nesses meios.

## 1.2

### Organização da Tese

Esta tese está organizada da seguinte forma:

No Capítulo 2 apresentaremos o método LBM para a simulação de fluxo, assim como sua evolução ao longo do tempo em simulações com um único fluido, a abordagem para o tratamento das irregularidades do meio poroso e as principais condições de bordo utilizadas.

O Capítulo 3 será focado na simulação de múltiplos fluidos utilizando o método LBM. Este capítulo tem como foco apresentar as modificações necessárias para a inclusão de novos fluidos, forças e possíveis interações a serem representadas na simulação. Apresentaremos algumas constantes utilizadas e seus impactos nas simulações. No fim do capítulo apresentaremos o processo de dissolução, que pode ser realizado utilizando o método LBM.

No Capítulo 4 propomos algumas modificações no método, a fim de simplificar o processo de simulação. Neste capítulo, o objetivo é propor modificações para o método, visando abordar o processo de produção. Nesta proposta, modificaremos o processo de dissolução do LBM, buscando simplificar o processo de simulação. Para essas modificações, foi necessário incluir os poços injetores e produtores.

O Capítulo 5 foca-se em estender o modelo apresentado no Capítulo 4 e abordar os desafios das simulações 3D, como a inclusão de forças gravitacionais e suas influências. Para analisar o comportamento do fluxo, apresentaremos algumas simulações com diferentes tipos de irregularidades.

No Capítulo 6 apresentaremos nossas conclusões e nossas expectativas de trabalhos futuros.

## 2

# Método Lattice Boltzmann

### 2.1

#### Background do LBM

O Método de Lattice Boltzmann foi proposto pela primeira vez em 1988, no trabalho de MacNamara et al. [15] para estudar as propriedades hidrodinâmicas de fluidos, através da equação de Boltzmann, sendo assim uma alternativa ao método Lattice-Gas Automata (LGA [16]). O modelo surge para reduzir ruídos estatísticos provenientes da formulação do LGA (uma classe de Cellular Automatas com características especiais) e, desta forma, podemos entender o Modelo de Lattice Boltzmann como uma evolução de um modelo ainda mais antigo chamado Cellular Automata (CA [17]).

*Cellular Automata* é um modelo discreto utilizado para entender os processos de auto-organização ocorrendo em escalas microscópicas [17]. Este modelo tem aplicações em diversas áreas, como Mecânica Estatística, Biologia e Física, entre outras.

O modelo *Cellular Automata* foi proposto por Stanislaw Ulam e Von Neumann, no fim da década de 1950, com a intenção de simular o movimento de um líquido [18]. Para calcular o movimento do líquido foi utilizado uma unidade discreta chamada *lattice*. Neste modelo o espaço é discretizado em *voxels*, que podem estar em duas fases: ativa ou inativa. Os *lattices* representam as conexões entre *voxels* vizinhos e identificam o padrão local de ativação dos *voxels*. Para a simulação, são necessárias uma configuração inicial e uma regra de ativação de novos *voxels*, assim, em cada período, *voxel* reconhece o que ocorre com seus vizinhos e as regras definem se o padrão será mantido na fase ativa ou inativa. Percebe-se que a simulação ocorre de forma binária para cada *voxel* indicando em cada tempo quais ficam na fase ativa ou inativa. A partir destas simulações, que seguem padrões combinatórios, foram feitos estudos sobre a formação de cristais, as relações fractais e o comportamento do modelo visto como um sistema dinâmico particular.

Com a evolução do modelo de *Cellular Automata* surgiram alguns autômatos com propriedades de representar fluxos microscópicos, chamados *Lattice Gas Automatas* (LGA). Percebeu-se que os autômatos desta nova classe eram

derivados das equações macroscópicas, fazendo com que, desta maneira, a dinâmica dos fluidos pudesse ser simulada de forma similar ao modelo geral, descrito pelas equações de Navier-Stokes.

No *Lattice Gas Automata* a simulação ocorre de maneira semelhante ao Celular Automata, e cada *voxel* (ativado ou inativado) representa a existência de uma partícula de fluido na posição definida. Nesta classe de autômatos teremos a simulação de forma binária, ou seja, cada *voxel* do *grid* recebe um valor de 0 ou 1 para definir seu estado, porém, as regras de ativação de *voxels* são modificadas para um modelo em que os *voxels* passam por dois processos naturais em escalas microscópicas: propagação e colisão. Esses dois processos tornam-se bem definidos pela equação de transporte de Boltzmann, discretizada pelos *lattices* [19]. No LGA, o fluido é representado por um conjunto de partículas que se movimenta e interage com o meio, por meio da equação 2.1

$$f_i(x + c_i, t + \delta t) = f_i(x, t) + C_i(f_i(x, t)) \quad (2.1)$$

Sendo  $i$  uma das direções dos lattices,  $x$  a posição,  $f_i$  é a distribuição de partículas na direção  $i$ ,  $c_i$  é o vetor que define o deslocamento na fase de propagação e  $C_i(f_i(x, t))$  uma função que descreve como ocorre o processo de colisão de partículas. Desta forma, o método divide-se em dois passos:

- Colisão  $\bar{f}_i(x, t) = f_i(x, t) + C_i(f_i(x, t))$
- Propagação  $f_i(x + c_i, t + \delta t) = \bar{f}_i$ .

Em cada passo é calculada a colisão de partículas vinda de outros voxels e assim são definidas as formas como essas partículas serão movimentadas após a colisão, no passo de propagação. No passo de colisão são consideradas todas as possíveis novas direções com probabilidades iguais, tornando a nova posição aleatória.

Essa classe de autômatos satisfaz as principais leis da física envolvidas na simulação de fluidos, conservando massa, momento e energia. A diferença entre o LGA e o CA é que, no CA, as partículas têm um comportamento definido por um conjunto de regras, e no LGA temos uma equação que define a nova posição de cada partícula. No modelo LGA a abordagem permite recuperar informações em escala macroscópica, como a densidade  $\rho$  e a velocidade  $U$ :

$$\rho(x, t) = \sum_i f_i(x, t) \quad e \quad U(x, t) = \frac{\sum_i c_i f_i(x, t)}{\rho(x, t)}$$

Com este tipo de tratamento na simulação do fluxo, utilizando propagação e colisão, o método é considerado o predecessor do lattice Boltzmann. O Lattice Boltzmann (LBM) surge para corrigir alguns problemas de simulação quando são consideradas apenas duas fases no *voxel*, tornando esta variável no *voxel* uma variável contínua, reduzindo, assim, ruídos estatísticos e a complexidade da descrição das colisões [1].

O método de *Lattice Boltzmann* [20] utiliza a mesma estrutura do LGA, no entanto, cada ponto do *grid* assume um valor entre 0 e 1. Como visto nos métodos predecessores, a simulação ocorre com operações algébricas, tornando cada ponto independente.

O modelo de simulação que utiliza o LBM foi proposto pela primeira vez por Guy R. McNamara e Gian Luigi Zanetti [15], como uma alternativa ao LGA, para o estudo de propriedades hidrodinâmicas. Neste primeiro estudo foi considerado um único fluido incompressível e um escoamento com baixa turbulência. Com o avanço dos trabalhos, o LBM foi modificado, permitindo representar fluidos imiscíveis em diferentes fases [1]. Com a possibilidade de estudar o comportamento do fluxo multifásico, surgiram outros campos de estudo do método, voltados para as propriedades de compressibilidade do fluido quando considerados fatores como temperatura, forças internas, externas e de arraste [21, 22].

Para o tratamento dos bordos irregulares foram realizados estudos que permitiram que o método produzisse a simulação de forma mais realista e, atualmente, há vários estudos para entender o fluxo em um meio poroso, que se modifica ao longo do tempo, por efeitos de dissolução química [23, 6, 5, 24]. A dissolução química possui aplicações à simulação na indústria de petróleo para recuperar óleo em poços através do fraturamento ácido [25]. Este processo busca, através da injeção de ácido, polímeros ou outros materiais, ampliar os poros do meio, produzindo um fluxo favorável à recuperação do óleo que não foi extraído na fase inicial de produção.

## 2.2

### Método numérico

No LBM, a base da simulação está na equação do transporte de Boltzmann, que será discretizada conforme a escolha da estrutura de Lattice:

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} + \nabla f(x, t) = Q(f). \quad (2.2)$$

Nesta equação temos  $f(x, t)$  como uma função de distribuição de partículas e  $Q(f)$  é o fator que modifica a distribuição de  $f$ , representando as colisões ocorridas no voxel. Uma função de distribuição é a fórmula de Maxwell's

$f(x, t) = \sqrt{xe^{-x}}$ . Para definir o fator de colisão  $Q(f)$  pode-se utilizar o operador Bhatnagar–Gross–Krook (BGK [26]). Neste operador, a colisão é descrita através da perturbação de uma distribuição de equilíbrio  $f_{eq}(x, t)$  atenuada ao longo do tempo por um fator de relaxação  $\tau$ :

$$Q(f) = \frac{1}{\tau} (f(x, t) - f_{eq}(x, t)). \quad (2.3)$$

Veremos, mais adiante, que o fator de relaxação estará relacionado a propriedades físicas do fluido simulado. A equação de Boltzmann descreve a distribuição esperada de partículas em um espaço de fase, sendo uma ferramenta importante no campo de mecânica estatística para compreender comportamentos difusivos de temperatura e transporte de massa, possibilitando uma melhor representação do comportamento de um fluido. Com base nesta equação, o comportamento do fluido será caracterizado discretamente da seguinte forma, utilizando o operador BGK:

$$f_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = \frac{1}{\tau} (f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)). \quad (2.4)$$

Na equação 2.4 o termo  $c_i$  representa a discretização utilizada em Lattice,  $\tau$  o fator de relaxamento e  $f_i^{eq}$  representa uma situação de equilíbrio das partículas em cada Lattice do *voxel*. Com esta formulação recuperam-se propriedades de escalas macroscópicas como densidade  $\rho$ , momento e velocidade macroscópica  $U$ :

$$\rho = \sum_i f_i \quad e \quad \rho U = \sum_i c_i f_i. \quad (2.5)$$

A função de distribuição de equilíbrio  $f_i^{eq}$  é a forma discreta da distribuição de Maxwellian [27] e utiliza as propriedades macroscópicas de cada *voxel*, ponderadas por  $w_i$ , nas direções dos Lattices:

$$f_i^{eq} = \rho w_i \left( 1 + 3(c_i \cdot U) + \frac{9}{2}(c_i \cdot U)^2 - \frac{3}{2}U^2 \right) \quad (2.6)$$

Os pesos  $w_i$  são utilizados pelo fato de as direções dos Lattices não possuírem a mesma norma, e este fator influencia na distribuição das partículas após as colisões. De maneira intuitiva, o fluxo de um fluido será descrito por um conjunto de partículas presente em cada *voxel* que percorrem um *grid* e propagam-se em todas as direções. Em todo o instante, as partículas sofrem colisões e modificam suas velocidades e direções. Como fluidos possuem diferentes viscosidades cinemáticas  $\nu$ , uma informação que modifica todo o comportamento do deslocamento do fluido, essa propriedade é incorporada ao fator de relaxação  $\tau$  a partir da seguinte relação:  $\nu = \frac{2\tau - \Delta t}{6}$ .

Observe a Equação 2.4: os dois passos são independentes e desta forma é possível paralelizar. Em contraponto, como principal desvantagem, é necessário

armazenar a informação de todo o *grid* a todo instante. Este método representa uma escala mesoscópica, utilizando informações de escala microscópica, para simular o comportamento de um conjunto de partículas que se movimentam no meio. Esta abordagem independente em cada *voxel* permite melhor descrever as interações que ocorrem com bordos irregulares.

Antes de descrever o tratamento dos bordos definiremos uma nomenclatura para identificar que tipo de lattice está sendo utilizado no método. Chamaremos LBM  $D_nQ_m$  o método com dimensão espacial  $n$  e com o número de *lattices*  $m$ . Na Figura 2.1 temos a representação da estrutura de *lattice*.

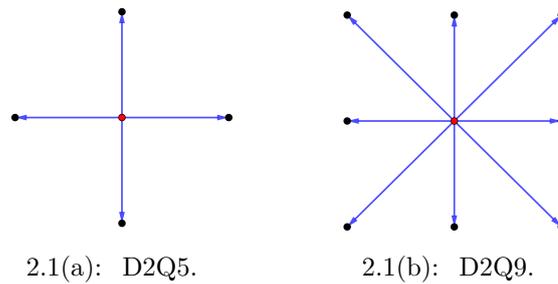


Figura 2.1: Estrutura de Lattices — Caso 2D

Com o esquema bem definido, exemplificaremos na Figura 2.2 como ocorre a colisão em cada *voxel*, sendo que o processo de colisão ocorrerá no *voxel* marcado em vermelho.

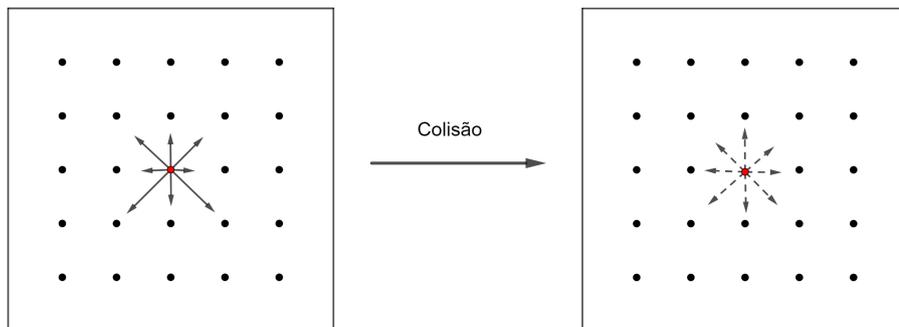


Figura 2.2: Passo de colisão no *voxel* em vermelho.

Perceba que as funções  $f_i$  possuem uma configuração que se modifica quando o processo de colisão ocorre. Neste passo é definida a intensidade da dispersão das partículas, na direção de cada *lattice*, após o choque.

A Figura 2.3 ilustra como ocorre o passo de propagação do método. Após a colisão nos *voxels* as funções  $f_i$  são modificadas na direção de cada um dos *lattices* e, então, no passo de propagação, os valores destas funções são transferidos para os *voxels* vizinhos, mantendo a direção do *lattice*.

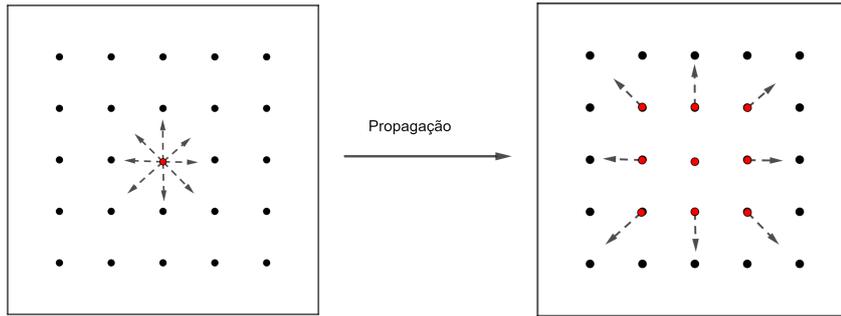


Figura 2.3: Passo de propagação das funções  $f_i$  no *voxel* em vermelho.

Esses são os passos centrais do método e ocorrem simultaneamente em todos os *voxels* e independente dos *voxels* vizinhos. Todo o tratamento feito nesta seção representa a interação de partículas, dentro dos *voxels* que contém fluido. Porém, ainda é preciso definir como o fluido interage quando entra em contato com o bordo.

### 2.2.1

#### Condições de bordo

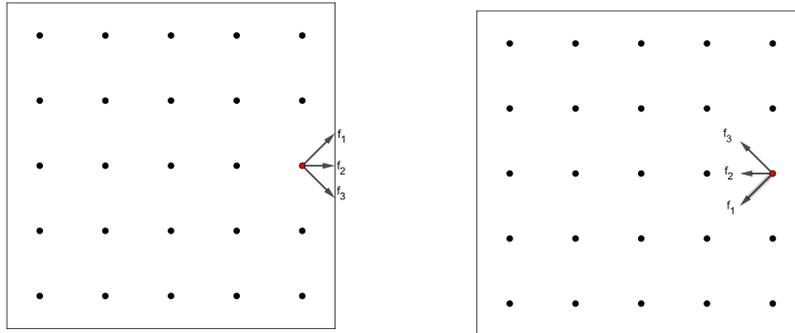
O tratamento das condições de bordo é feito de maneira local, considerando modificações da função  $f_i$  para representar o modelo de fluxo desejado. As principais condições de bordo utilizadas no método são *Bounce-Back* e periódica [19].

Essas condições pretendem representar diferentes comportamentos físicos, que decorrem da forma como o fluido interage com a fase sólida e com os limites da imagem utilizada. As condições apresentadas atuam em dois tipos diferentes de bordos: o *Bounce-Back* é utilizado quando o fluido toca a fase sólida e a condição periódica atua nos limites da imagem.

Nas condições *Bounce-Back*, o objetivo é descrever o comportamento do fluido quando existem fases sólidas nos *voxels* vizinhos. Essa é uma condição local, implementada após a propagação e antes da colisão. Na seção anterior observamos que nos passos de propagação, todos os vizinhos eram marcados como fluido. Agora entenderemos qual comportamento ocorre quando há o contato com a fase sólida.

Após a propagação teremos *voxel* sólidos com funções  $f_i$ 's que devem retornar à fase fluido. Ao observarmos que este comportamento ocorre durante a simulação, aplicamos os métodos *Bounce-Back*. Esta categoria de condições é utilizada para fazer o efeito de repulsão do fluido, para que a fase sólida não contenha volume do fluido. Esse grupo de condições se divide em dois tipos: *Non-slip* e *Free-slip*.

A condição *Non-slip*, produz o efeito de reflexão no próprio *voxel*, ou seja, as distribuições direcionadas para a fase sólida são mantidas no *voxel* de origem, redirecionadas para a direção oposta (figura 2.4).



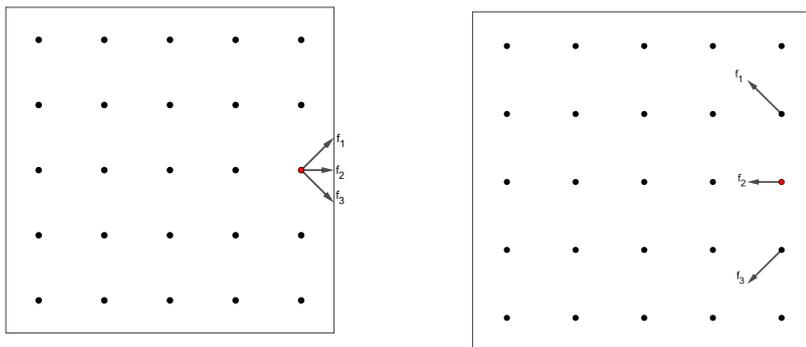
2.4(a):  $f_i$  antes do contato com o bordo.

2.4(b):  $f_i$  após o contato com o bordo.

Figura 2.4: Condição *Non-slip*.

A condição *Non-slip* produz o efeito de impedir que o fluido “escorregue” sobre superfície sólida. Nesta condição, o fluido adere à superfície, representando um efeito de atrito

Com uma formulação semelhante temos a *Free-slip*, condição de bordo de escorregamento sobre a superfície. Para obter o efeito de escorregamento sobre a superfície, as distribuições  $f_i$ 's são propagadas na fase sólida e, neste ponto, são refletidas e propagadas em suas direções para o *voxel* de fluido (Figura 2.5).



2.5(a):  $f_i$  antes do contato com o bordo.

2.5(b):  $f_i$  após o contato com o bordo.

Figura 2.5: Condição *Free-slip*.

Nesta condição, a fase sólida recebe uma parte do fluido, reflete as direções e após isso, o passo de propagação é aplicado. Com a propagação feita para o fluido retornar aos *voxels* de fluido, o que ocorre é que as distribuições

que não são ortogonais à fase sólida retornam para a fase fluida nos vizinhos do *voxel* de origem.

A última condição que apresentaremos é a condição periódica. Nesta condição, os bordos da imagem são considerados pontos de saída e entrada de fluido, desta forma, a condição periódica impõe um gradiente de densidade  $\rho$  nulo. Este gradiente de densidade pode ser interpretado como: o volume de fluido que sai por uma direção é igual ao volume que entra no sistema.

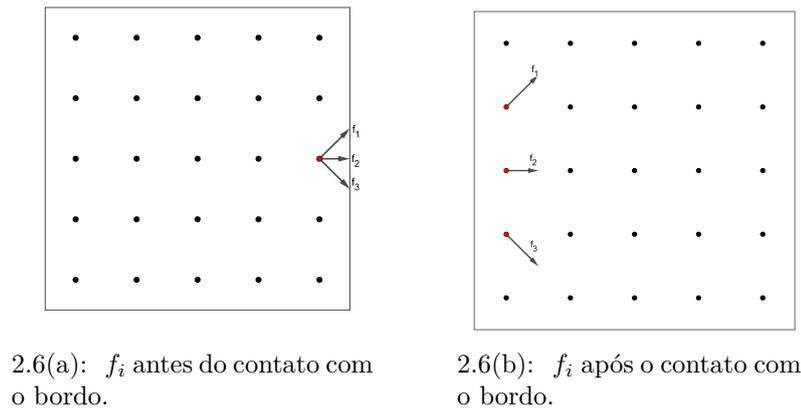


Figura 2.6: Condição Periódica.

Observe na Figura 2.6 que as distribuições à direita passam pelo processo de propagação e retornam no bordo à esquerda. Com a condição periódica podemos impor condições de velocidade de entrada do fluido no sistema. Para a condição de velocidade, manteremos a condição periódica, e para os pontos de entrada imporemos um pequeno aumento de velocidade. Esse aumento da velocidade no ponto de entrada fará com que o fluido percorra o meio com uma velocidade maior.

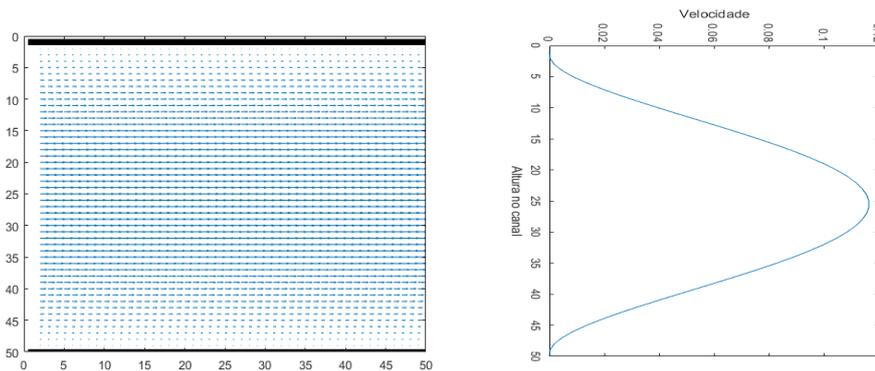
## 2.3

### Simulação de fluxo

Nesta seção mostraremos simulações via LBM, e em todos os exemplos adotaremos as condições de bordo *Free-slip* quando em contato com a fase sólida e periódica, quando o bordo está aberto. Para evidenciar a capacidade do método de representar o fluxo em meios porosos com características diferentes, apresentaremos três exemplos: primeiro, um fluxo de um fluido em um tubo com bordo sem irregularidades; o segundo representa uma estrutura porosa gerada de forma aleatória por uma distribuição [28] e o terceiro, uma simulação em um meio poroso mais complexo.

Na simulação de fluxo em um tubo, o comportamento é descrito pela lei de Poiseuille [29], na qual o fluido tem velocidade maior ao centro e sofre redução ao se aproximar da fase sólida. Na Figura 2.7(a), temos o

campo de velocidades obtido na simulação utilizando o LBM; em preto estão representadas as rochas em que a condição *Free-Slip* é aplicada e nas extremidades abertas teremos a condição periódica. Observe que nesta simulação temos uma boa representação do que ocorre no fluxo em um tubo, em que as maiores velocidades obtidas no centro vão reduzindo conforme a distância para o bordo diminui. Na Figura 2.7(b) representamos graficamente o módulo da velocidade em uma coluna da imagem, sendo que a velocidade atinge seu ponto máximo no centro do canal.



2.7(a): Simulação de um canal regular.

2.7(b): Perfil de velocidade no canal.

Figura 2.7: Simulação em canal

No próximo exemplo utilizaremos um bordo contendo irregularidades que representam um meio poroso. Nesta simulação, a configuração da fase sólida é gerada aleatoriamente, produzindo o meio irregular no qual o comportamento do fluxo torna-se complexo. Para esta simulação foi utilizado como base o projeto de Iam Haslan, disponível em código aberto em sua página da *web* [28].

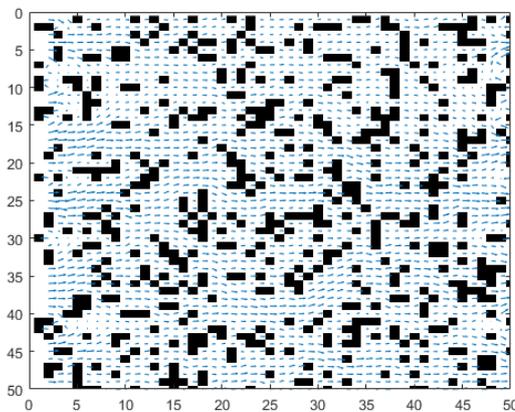


Figura 2.8: Simulação em meio poroso

Em um meio irregular, é complexo descrever o fluxo devido às interações com a fase sólida, o que faz com que curvas e caminhos preferenciais sejam produzidos. A Figura 2.8 representa um meio poroso e pode-se notar que a configuração da fase sólida modifica a distribuição do fluxo, produzindo regiões com velocidades maiores. O que se espera nesses casos é que o fluido aumente a velocidade nas direções em que o caminho tem menor resistência à sua passagem. Outro ponto a ser observado está nos estreitamentos nos quais percebe-se o aumento da velocidade causado pela pressão.

O último exemplo trataremos do comportamento de fluxo em um meio poroso com características geométricas mais complexas como pode ser observado na Figura 2.9.

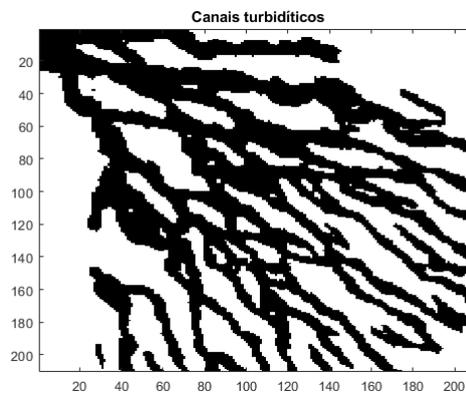


Figura 2.9: Meio poroso de geometria complexa.

Neste caso a complexidade do problema encontra-se nas múltiplas interligações entre os canais. Na Figura 2.10 apresentamos o campo de velocidade do fluxo nessa estrutura geológica. Aqui consideramos que não existe ponto de saída para o fluxo, ou seja, quando um canal chega ao final da imagem, consideramos que a passagem é bloqueada por um voxel sólido, no qual o fluxo é refletido.

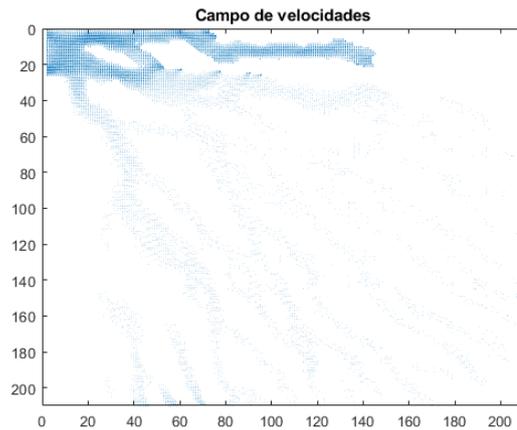


Figura 2.10: Campo de velocidades do meio poroso de geometria complexa.

Verificamos que nesta estrutura o comportamento difere dos anteriores, uma vez que nos outros casos, consideramos uma condição periódica. Para este caso não é possível aplicar a condição periódica, pois as extremidades dos canais encontrariam com a fase sólida no ponto oposto. Neste exemplo utilizamos somente uma pequena variação de velocidade na origem dos canais, para o fluido poder iniciar a movimentação [30].

Sem um ponto de saída, o fluido nas extremidades do canal não gera movimento, permanecendo parado. Veremos movimento do fluido somente nas proximidades da origem da estrutura.

A Figura 2.11 mostra como o LBM reproduz o comportamento do fluxo nas diferentes sinuosidades do conjunto de canais. Um dos principais fatores a ser observado é o aumento de velocidade quando há um estreitamento da região. Este é o resultado físico esperado, que representa o aumento de pressão e que induz o aumento da velocidade.

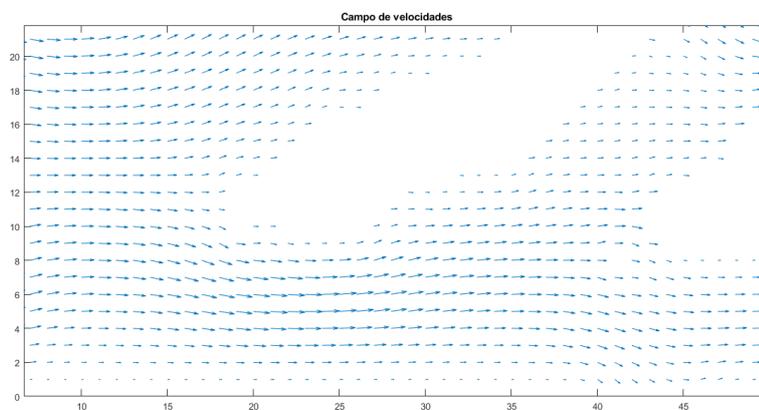


Figura 2.11: Comportamento da velocidade com sinuosidade.

Em cada segmento de canal temos o comportamento de fluxo de Poiseuille e ocorre um aumento de velocidade nos locais em que o canal sofre um estreitamento.

Neste capítulo apresentamos alguns exemplos de aplicações do método de Lattice Boltzmann na representação do fluxo em meios porosos. No próximo capítulo abordaremos o problema de fluxo bifásico, em que o meio poroso interage com fluidos de diferentes tipos e propriedades. Veremos como o método é estendido para reproduzir o comportamento bifásico, utilizando meio porosos com irregularidades para evidenciar como o método pode ser utilizado em diversos cenários.

## 3 Simulação de múltiplos fluidos

No modelo de múltiplos fluidos, podemos representar fluidos com diferentes características que percorrem o meio poroso. Com a presença de diferentes fluidos no meio, existem forças decorrentes das interações entre os fluidos, assim como da interação de cada fluido com a fase sólida. Para a simulação de mais de um fluido no meio poroso, as forças produzidas pela interação do fluido não podem ser desconsideradas. Neste capítulo, apresentaremos a abordagem para simulação utilizando o método LBM. Para tratar os múltiplos fluidos, iniciaremos apresentando a modificação para a inclusão de forças no modelo.

### 3.1 Modelo de forças LBM.

No LBM, as forças externas e internas atuam no fluido para modificar sua velocidade ao longo do fluxo. Para incluir as forças no método, utilizaremos uma modificação no cálculo da velocidade em cada *voxel*, para produzir o efeito de modificação da velocidade [4]. Consideramos a variação da velocidade dada pela equação:

$$\Delta U = \frac{\tau F}{\rho},$$

em que  $F$  denota a força que atua sobre o fluido. Com o valor de  $\Delta U$  induzido pelas forças presentes no sistema, consideraremos que a velocidade  $U$  do fluido somada ao  $\Delta U$  define a velocidade  $U^{eq}$ , dada por:

$$U^{eq} = U + \Delta U.$$

A velocidade  $U^{eq}$  será utilizada para definir as distribuições de equilíbrio, ou seja, teremos agora  $f^{eq}(U^{eq}, \rho)$ . A modificação apresentada permite representar as forças que atuam sobre o fluido, modificando a velocidade. Na simulação são consideradas as forças internas que representam as interações entre fluidos diferentes (tensão entre os fluidos), além da interação do fluido com a fase sólida. Ao considerar as forças que podem atuar sobre o fluido, é possível simular fluxos mais complexos. Na próxima seção abordaremos o LBM

para múltiplos fluidos e mostraremos como as forças internas e externas são aplicadas no modelo, assim como sua influência sobre o fluxo.

### 3.2

#### Múltiplos fluidos

No modelo monofásico observamos que a distribuição de partículas em cada voxel define o comportamento e as propriedades macroscópicas do fluido. Para simular a presença de múltiplos fluidos no meio poroso, o método utiliza uma equação para modelar cada um dos fluidos, na qual em cada uma das equações temos modelados os efeitos de interação fluido-fluido e fluido-rocha. A interação entre os fluidos é definida somente no local de contato entre cada um deles, não sendo necessário o cálculo da força em todo o domínio do sistema. A equação para a utilização de múltiplos fluidos foi descrita em [4], assim, teremos a forma discreta definida pela seguinte equação:

$$f_{\sigma,i}(x + c_i\Delta t, t + \Delta t) - f_{\sigma,i}(x, t) = \frac{1}{\tau_\sigma} \left( f_{\sigma,i}(x, t) - f_{\sigma,i}^{eq}(x, t) \right), \quad (3.1)$$

em que  $f_{\sigma,i}$  é a distribuição do fluido  $\sigma$  na direção  $i$ ,  $\tau_\sigma$  é o fator de relaxação temporal do fluido  $\sigma$  e  $f_{\sigma,i}^{eq}$  representa a distribuição de equilíbrio na direção  $i$  do fluido  $\sigma$ . Nesta abordagem, a velocidade e densidade em cada um dos fluidos [24] é definida por:

$$\rho_\sigma = \sum_i f_{\sigma,i} \quad e \quad \rho_\sigma U_\sigma = \sum_i c_i f_{\sigma,i}. \quad (3.2)$$

Como visto anteriormente, as distribuições utilizam, isoladamente, uma velocidade de equilíbrio para cada um dos fluidos e, para as regiões com mistura, a velocidade  $U'$ , conforme as equações abaixo:

$$U_\sigma^{eq} = U' + \frac{\tau_\sigma F_\sigma}{\rho_\sigma} \quad e \quad U' = \frac{\sum_\sigma \frac{\rho_\sigma U_\sigma}{\tau_\sigma}}{\sum_\sigma \frac{\rho_\sigma}{\tau_\sigma}}, \quad (3.3)$$

em que  $F_\sigma$  é o total de forças agindo sobre o fluido  $\sigma$  no voxel em questão e o  $U'$  representa uma média de velocidade dos fluidos. O total de forças agindo sobre o voxel é a soma das forças de interação fluido-sólido ( $F_\sigma^w$ ), fluido-fluido ( $F_\sigma^f$ ) e eventuais forças externas ( $F_\sigma^e$ ). As forças de interação entre fluidos e do fluido com a rocha, são definidas pela equação:

$$F_\sigma^w(x) = -W\rho_\sigma(x) \sum_i w_i s(x + c_i\delta t) c_i \quad (3.4)$$

$$F_{\sigma,\bar{\sigma}}^f(x) = -G\psi_\sigma(x) \sum_i w_i \psi_{\bar{\sigma}}(x + c_i\delta t) c_i \quad (3.5)$$

Na equação 3.4 (interação do fluido  $\sigma$  com a fase sólida  $w$ ),  $s(x)$  é uma função indicadora que retorna 1 quando  $x$  é uma parte sólida, 0 caso contrário e  $W$  o coeficiente de interação entre o fluido e a parte sólida. Na equação 3.5 (interação do fluido  $\sigma$  com o fluido  $\bar{\sigma}$ ),  $\psi_\sigma(x)$  é a função que retorna a densidade do fluido  $\sigma$  no *voxel*  $x$  e a constante  $G$  é utilizada para definir a interação existente entre cada um dos componentes presentes no meio poroso. A função  $\psi_\sigma(x)$  pode ser definida dependendo do modelo LBM utilizado. Neste trabalho estamos utilizando o modelo Shan–Chen [4]. Na formulação para múltiplos fluidos, podemos obter a pressão dos mesmos no *voxel* pela seguinte equação:

$$p(x) = c_s^2 \rho + c_s^2 G \psi_\sigma \psi_{\bar{\sigma}}$$

em que  $\rho$  é a soma das densidades dos fluidos. Caso não seja considerada nenhuma interação do tipo fluido-fluido, teremos  $G = 0$  e a pressão fica definida para os casos nos quais não há influência de nenhum tipo de força. Para medir a pressão de cada um dos fluidos sobre o *voxel*, temos a definição de pressão para cada fluido  $\sigma$  presente no *voxel*:  $p_\sigma(x) = c_s^2 \rho_\sigma$ .

### 3.3

#### Constantes do modelo de forças

A interação entre os fluidos no modelo de Lattice Boltzmann é definida por constantes, que modelam os diferentes processos físicos. Em cada simulação, observaremos os principais pontos que a constante do modelo impacta, para entender como esses parâmetros podem ser ajustados, a fim de obter diferentes comportamentos físicos.

#### 3.3.1

##### Força de interação entre fluido e rocha

Na seção anterior apresentamos o modelo LBM para múltiplos fluidos, e observamos que existem constantes que, ao serem ajustadas, podem produzir diferentes cenários na simulação. Nesta seção, abordaremos o impacto da constante  $W$ , que modela a interação do fluido com a fase sólida do meio poroso, respondendo às principais perguntas sobre a constante:

- O que a interação do fluido com a rocha representa no modelo físico do problema?
- O que a constante  $W$  representa neste modelo?
- Como a constante  $W$  impacta na simulação?

Quando o fluido entra em contato com a rocha temos um efeito de aderência à fase sólida, com impacto direto na velocidade do fluido nesta região.

Esse impacto é modelado pela constante  $W$ , que representa a propriedade de molhabilidade (forma como o fluido se comporta em contato com a fase sólida) [31]. Quando o meio poroso tem mais de um fluido escoando simultaneamente, existem diferenças de molhabilidade. Através desta força teremos a representação de qual fluido preferencialmente molha a superfície sólida, dificultando que outro fluido tenha facilidade em percorrer as regiões que estão em contato com a fase sólida. A molhabilidade é avaliada pelo ângulo de contato do fluido com a superfície. Esses efeitos podem ser vistos na forma como uma gota de fluido se dispersa ao entrar em contato com a parte sólida (Figura 3.1).

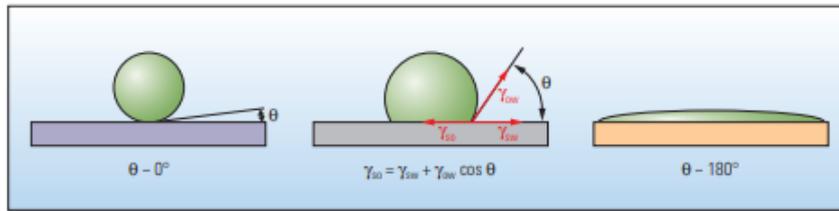


Figura 3.1: Efeito da molhabilidade (retirado de [31]).

Observe que cada ângulo de contato define se a superfície é molhável ao fluido. Quando o ângulo de contato é maior do que  $90^\circ$ , considera-se que o fluido molha a superfície; quando isso não ocorre, não molha. Esta é a característica que veremos durante as simulações. Analisaremos o impacto da constante  $W$  na simulação, utilizando o fluxo tubular como exemplo. Os parâmetros utilizados foram  $\tau_1 = 1.0$  para o fluxo injetado e  $\tau_2 = 0.9$  para o fluido presente inicialmente no meio. Para que a simulação não sofra influência das forças de interação entre os fluidos, utilizamos  $G = 0$  e  $W = \{-0.5, 0.5\}$ .

Para as simulações seguintes utilizaremos uma escala de cores que representa o percentual de ocupação de cada fluido no voxel. A escala é definida no intervalo  $[-1, 1]$ , em que 1 representa que o fluido injetado ocupa todo o volume do voxel e  $-1$  o fluido presente no reservatório. A escala varia entre branco e roxo, na qual branco é o fluido do reservatório e roxo, o fluido injetado. Essa escala é definida por:

$$\Psi(x) = \frac{\rho_\sigma - \rho_{\bar{\sigma}}}{\rho_\sigma + \rho_{\bar{\sigma}}}$$

em que  $\rho_{\bar{\sigma}}$  e  $\rho_\sigma$  são as densidades de cada um dos dois fluidos presentes na simulação.

A Figura 3.2 ilustra o início do processo de injeção no caso tubular, em que a escala de cores representa a saturação do fluido injetado  $f_{inj}$ ; em roxo, os *voxels* totalmente preenchidos e em branco onde não há saturação do fluido injetado.

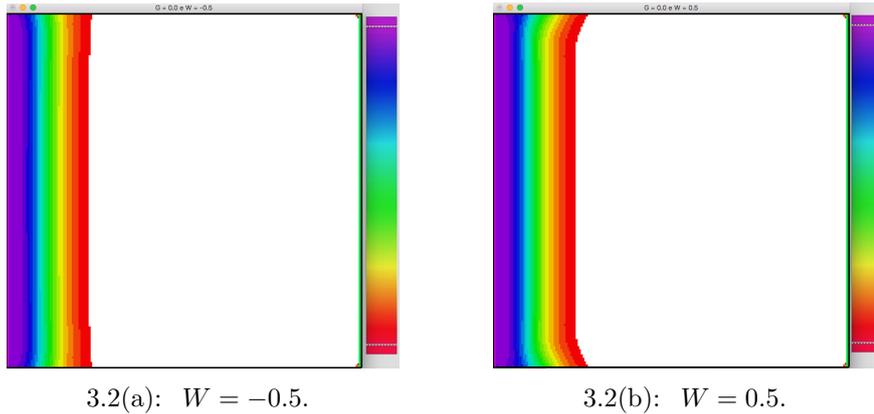


Figura 3.2: Simulação de dois fluidos escoando em um tubo com 500 passos de tempo do método LBM.

Observe que o fluido injetado  $f_{inj}$  possui diferentes comportamentos logo no início da simulação. Quando  $W = -0.5$  (Figura 3.2(a)), o fluido em contato com a superfície sólida adere à superfície e sua velocidade de propagação é menor do que a dos pontos sem contato. Para o caso em que  $W = 0.5$  (Figura 3.2(b)) temos a situação oposta, o fluido ganha velocidade e preenche com mais facilidade a região próxima à superfície sólida.

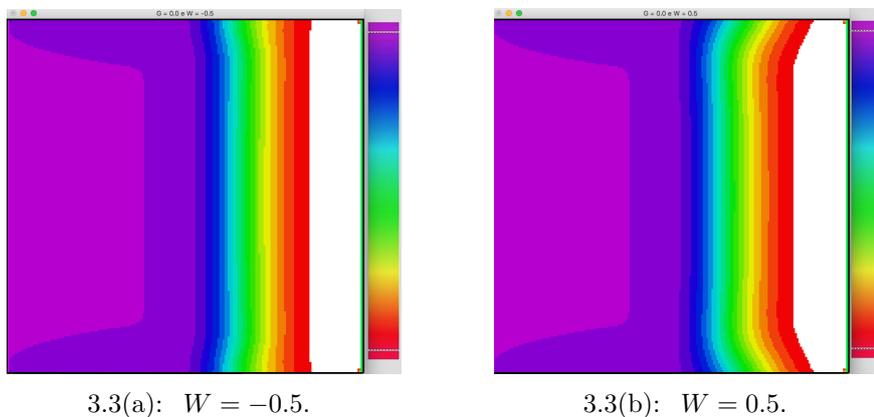


Figura 3.3: Simulação de dois fluidos escoando em um tubo com 1000 passos de tempo do método LBM.

Na Figura 3.3 vemos como esses comportamentos são acentuados com o avanço da simulação. Neste ponto da simulação torna-se mais evidente a influência da constante  $W$ , observamos à esquerda (Figura 3.3(a)) como maior dificuldade na propagação próxima à fase sólida e o comportamento oposto quando  $W = 0.5$  (Figura 3.3(b)).

Na próxima simulação, teremos o fluxo tubular com obstáculos para o fluido e observaremos o contato do fluido injetado com esses novos objetos.

Na Figura 3.4, observa-se que na imagem 3.4(b) o fluido adere aos cilindros, o que pode ser notado pela variação de cores. Na figura 3.4(a) à

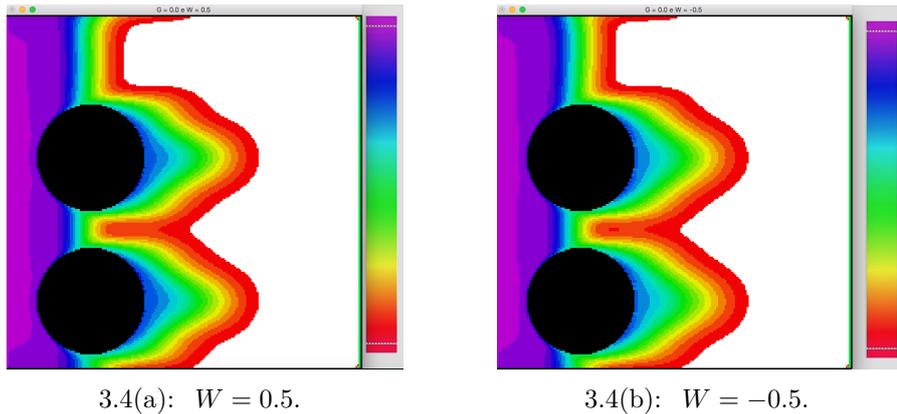


Figura 3.4: Simulação de dois fluidos em um tubo com dois obstáculos cilíndricos.

esquerda temos um comportamento oposto e o fluido preenche a região, no entanto, o fluido injetado não concentra seu volume no contato com os cilindros.

A simulação destes dois casos ilustrou a influência da constante  $W$  na forma como os fluidos avançam e preenchem os voxels.

### 3.3.2

#### Força de interação entre fluidos

A interação entre os fluidos é representada pela força de atração ou repulsão que pode surgir entre dois fluidos. Essas forças agem somente na região de contato entre os fluidos, definindo a extensão da região de transição. A região de transição é formada pelos voxels que contêm dois fluidos simultaneamente. A força pode acelerar ou reduzir a velocidade que um fluido tem e expulsar o outro fluido do local. Observe que a formulação da força entre os fluidos (equação 3.5) é semelhante à força entre o fluido e a rocha (Equações 3.4), ou seja, a constante  $G$  tem papel fundamental para as diferentes interações que ocorrem entre os fluidos.

Para avaliar o impacto da variação da constante  $G$  na simulação, utilizaremos os mesmos casos mostrados anteriormente, e empregaremos os mesmos parâmetros para  $\tau$  apresentado previamente e com as constantes  $W = 0$  e  $G = \{-0.5, 0.5\}$ . Nessa simulação o meio poroso está preenchido com um fluido identificado em branco e teremos a injeção de um segundo fluido. Este fluxo está aberto à direita da figura, permitindo a saída de fluido do meio.

Na Figura 3.5 podemos observar como a interação entre os dois fluidos modifica a forma em que o fluido injetado percorre o meio. Observe que para o valor de  $G = 0.5$ , o fluido penetra no meio com maior dificuldade, ou seja, o fluido presente no meio produz a força que retém o fluido injetado. Na Figura 3.5(b), a constante  $G = -0.5$  produz o efeito contrário e o fluido injetado tem

maior força para empurrar o fluido do meio e preencher o meio poroso. Nota-se que a região de transição dos fluidos possui diferentes extensões. Para  $G = 0.5$ , a área de transição é menor que no caso oposto em que  $G = -0.5$ .

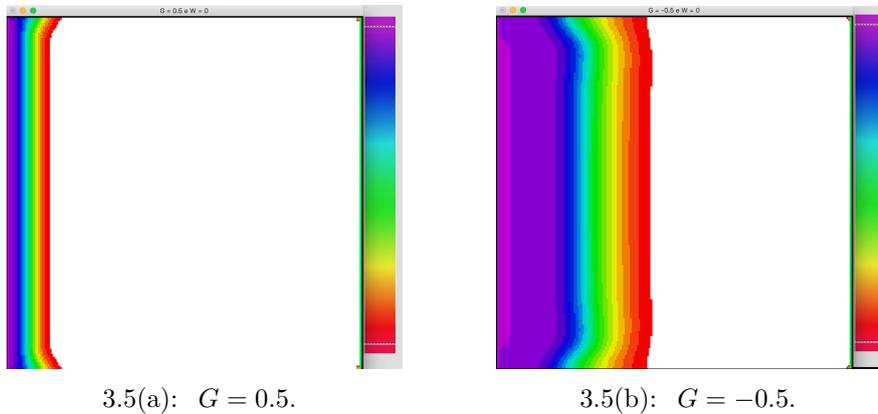


Figura 3.5: Simulação com múltiplos fluidos em canal sem obstáculos com 500 passos de tempo.

Na Figura 3.6, observamos o início do processo de injeção e observaremos que a presença de um obstáculo para o fluxo causa efeitos em decorrência do efeito da interação fluido-sólido. Inicialmente, observa-se a dificuldade de propagação do fluido injetado e a diferença na extensão da área de transição. Com o avanço da simulação observamos melhor o efeito das forças (Figura 3.7).

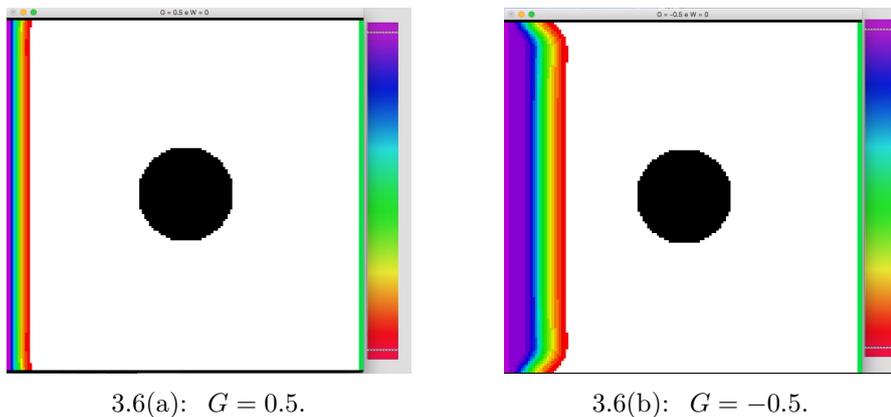


Figura 3.6: Simulação com múltiplos fluidos em canal com obstáculo 100 passos de tempo.

O avanço da simulação acentua o efeito das forças, conforme ilustra a Figura 3.7(a). O fluido tem dificuldade de preencher os espaços e a presença do círculo impede que o fluido do meio avance, gerando uma resistência. Com a resistência causada pelo círculo e a interação entre os fluidos, observamos uma curvatura na região de transição entre os fluidos.

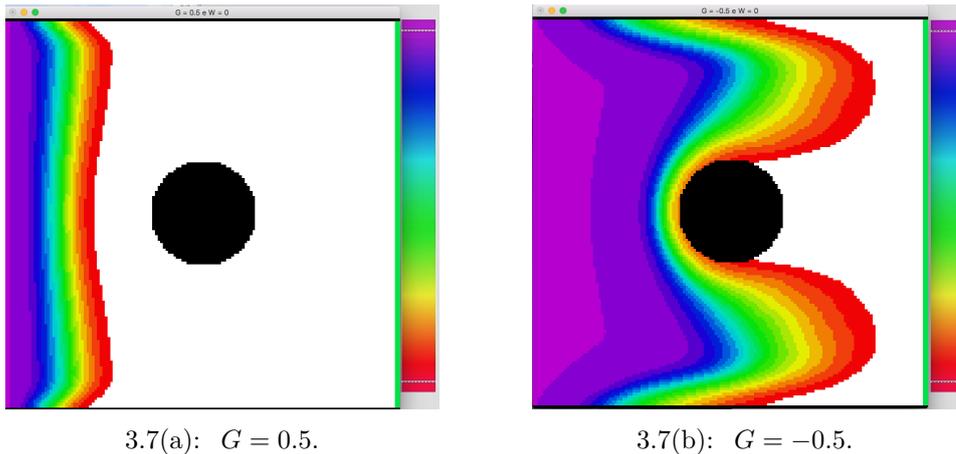


Figura 3.7: Simulação multi fluidos em canal com obstáculo 400 passos de tempo.

Quando  $G = -0.5$  (Figura 3.7(b)), o fluido avança com facilidade pelo meio poroso e a resistência gerada pelo círculo é superada. Observe que a região após o círculo retém parte do fluido do meio, pois a velocidade de avanço do fluido é maior acima e abaixo do cilindro, na direção de saída do canal tubular. Agora apresentaremos uma simulação em um conjunto de canais. Para essa simulação, foram utilizados os seguintes parâmetros  $\tau_1 = 1.0$ ,  $\tau_2 = 0.9$ ,  $G = 0.5$  e  $W = 0.5$ , e os resultados podem ser vistos na Figura 3.8.

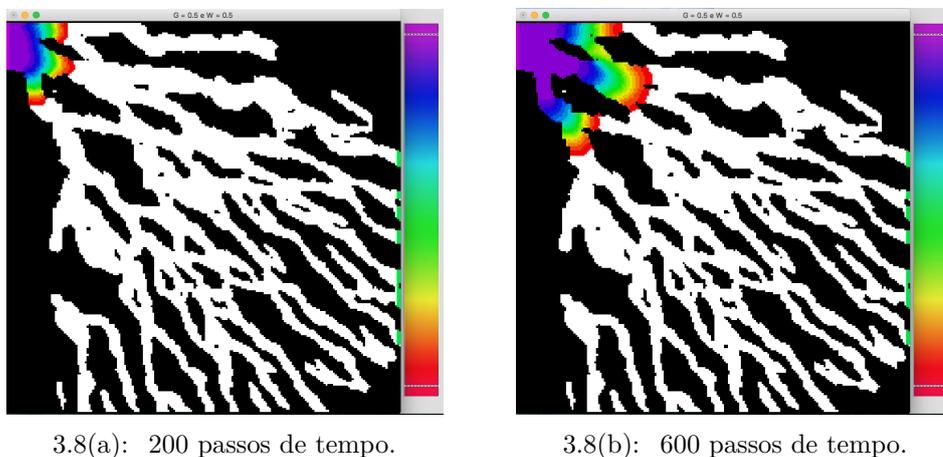
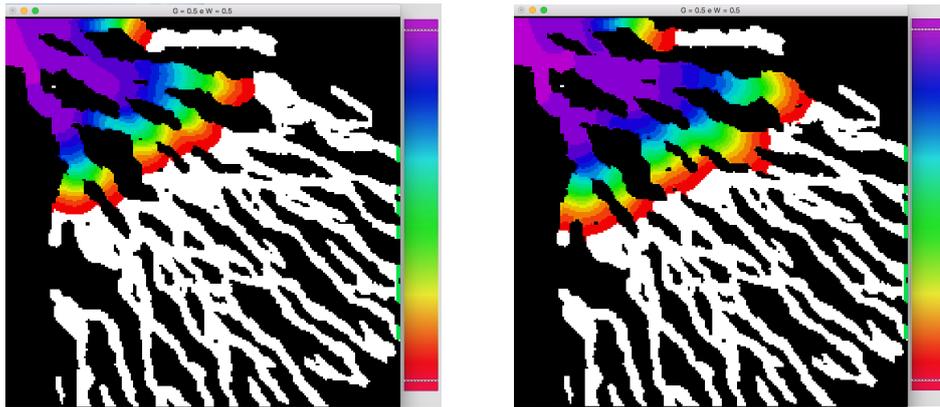


Figura 3.8: Simulação em canal turbidítico nos tempos iniciais.

Nesta simulação, as únicas ramificações dos canais abertos encontram-se à direita. O segundo fluido invade o meio poroso pela esquerda, na origem do conjunto de canais. Nas Figuras 3.8(a) e 3.8(b) temos o estágio inicial da simulação, porém, pode-se perceber que onde o canal é fechado, o fluido presente produz resistência, dificultando que o segundo fluido invada o meio.

Com mais interações de tempo, a resistência do fluido no meio fica mais evidente (Figura 3.9(a)) e o fluido nos canais fechados tem muita dificuldade



3.9(a): 1500 passos de tempo.

3.9(b): 2000 passos de tempo.

Figura 3.9: Simulação em canal turbidítico nos tempos finais.

para propagar-se, fazendo com que os fluidos fiquem praticamente parados. Com 2000 passos de tempo (Figura 3.9(b)), o fluido tem um comportamento e um caminho preferencial dado pelos canais abertos. Esta simulação mostra que, com o método de Lattice Boltzmann, podemos produzir simulações em escalas macroscópicas.

As forças de interação modificam a região de transição entre os fluidos, ou seja, quando os fluidos têm uma força de repulsão, a transição ocorre de forma mais rápida, pois uma das componentes vai expulsar de forma mais rápida o segundo fluido. Para os fluidos com força de repulsão menor, veremos que a região de transição é maior, pois os fluidos invadem os voxels sem força suficiente para se repelirem e expulsarem a outra componente.

As simulações apresentadas permitem ter uma maior compreensão do impacto das constantes de força na forma como os fluidos percorrem e interagem com o meio. É possível fazer ajustes para reproduzir o comportamento de diferentes fluidos utilizando essas constantes. Na próxima seção, utilizaremos o LBM para entender o processo de dissolução do meio poroso. Com a dissolução, temos o objetivo de apresentar os efeitos corrosivos que um fluido pode promover no meio, alterando a dinâmica do fluido.

### 3.4

#### Dissolução química

O processo de dissolução química ocorre ao injetar um fluido com propriedades ácidas que amplia o volume de poros do reservatório e geram melhores condições para o fluxo. Uma forma de tratar a dissolução química via LBM é com o modelo de múltiplos fluidos, incluindo uma nova equação para representar a concentração de ácido que se propaga, restrita a um dos fluidos. A concentração de ácido se propaga via equação de difusão, calculada

somente no fluido com característica ácida [24]. O problema de transporte da concentração de ácido é modelado pela equação:

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial t} + (v \cdot \nabla)C(x, t) = D\Delta C(x, t). \quad (3.6)$$

Nesta equação,  $v$  é a velocidade,  $C(x, t)$  é a concentração de ácido na posição  $x$  no tempo  $t$  e  $D$  é o coeficiente de difusão. Percebe-se que a equação 3.6 assemelha-se à equação de Lattice Boltzmann. Por ser a equação que modela a difusão da concentração, e pela semelhança com a equação de Boltzmann, pode-se utilizar o método LBM para obter uma solução. Desta forma, a concentração pode ser tratada pela seguinte equação:

$$g_i(x + c_i\Delta t, t + \Delta t) - g_i(x, t) = \frac{1}{\tau_c} (g_i(x, t) - g_i^{eq}(x, t)), \quad (3.7)$$

Com a inclusão da dissolução química, o modelo LBM passa a tratar o problema ao resolver simultaneamente três equações, porém, a parte de concentração utiliza o modelo D2Q5 para reduzir o número de cálculos por voxel sem perder a acurácia [32]. Com este modelo, definiremos a forma de obter a distribuição de equilíbrio e a concentração de ácido por voxels através das seguintes relações:

$$g_i^{eq}(x, t) = C(J_i + \frac{1}{2}c_i \cdot U^{eq}) \quad e \quad C = \sum_i g_i.$$

Na distribuição de equilíbrio utilizamos a velocidade  $U^{eq}$  do fluido onde a concentração ácida ocorre. Essa velocidade é obtida na equação referente a este fluxo, e o termo  $J_i$  representa a *rest fraction* distribuída nos lattices (equação 3.8).

$$J_i = \begin{cases} J_0, & i = 0 \\ \frac{(1-J_0)}{4}, & i = 1, 2, 3, 4. \end{cases} \quad (3.8)$$

Os valores de  $J_i$  funcionam como os pesos das direções de lattices relacionadas ao fluxo e representam o processo difusivo da concentração. O valor de  $J_0$  é escolhido entre 0 e 1, e podemos definir o coeficiente de difusão  $D$ , da concentração de ácido, utilizando o valor de  $J_0$  e  $\tau_C$  do fluido, como observamos na equação:

$$D = \frac{1}{2}(1 - j_0)(\tau_C - 0.5) \frac{(\delta x)^2}{\delta t} \quad (3.9)$$

Uma vez definida como a concentração de ácido se propaga pelo meio, é necessário descrever agora como ocorre o processo de corrosão das rochas na

interação com o fluido ácido. A interação ácido-rocha que produz a dissolução é modelada [5] pela seguinte equação:

$$D \frac{\nabla C}{\nabla n} = -k_r(C - C_{eq}). \quad (3.10)$$

Na equação acima,  $n$  é o vetor normal a superfície sólida e  $K_r$  representa a taxa de reação. Utilizaremos  $C_{eq}$  constante e com valor próximo a zero e, desta forma, veremos que a rocha será dissolvida quando ocorrer alguma diferença entre  $C$  e  $C_{eq}$ . O volume do *voxel* de rocha varia em função destas informações:

$$\frac{\nabla V_s}{\nabla t} = -V_m S k_r (C - C_{eq}) \quad (3.11)$$

Na equação 3.11 temos  $V_s$  como o volume do voxel de rocha,  $V_m$  o volume molar de ácido em contato com o voxel e  $S$  um fator para representar o desgaste em área da superfície [33]. Para identificar se o *voxel* de rocha será modificado para um *voxel* de fluido, utiliza-se a forma discreta para a equação 3.11 conhecido como *Volume of Pixel method* (VOP).

$$V_s(x, t + \delta t) = V_s(x, t) - V_m S k_r (C - C_{eq}) \quad (3.12)$$

A partir da equação 3.12, veremos que um *voxel* identificado como rocha será atualizado para um *voxel* de fluido quando  $V_s = 0$  e o voxel atualizado iniciará com velocidade zero, e terá a concentração de ácido definida como a média dos voxels vizinhos. No próximo capítulo faremos uma proposta de modificação para o processo de dissolução química e apresentaremos os resultados das simulações bifásicas com dissolução.

## 4

### Proposta de modificação do método de Lattice Boltzmann

Neste capítulo proporemos modificações no algoritmo LBM para tratar de problemas relacionados ao escoamento de fluidos em meios porosos, em diferentes cenários, tais como: escoamento bifásico, dissolução, dentre outros. Abordaremos inicialmente o problema 2D, visando propor modificações para a abordagem do processo de dissolução. Para abordar a dissolução no processo de produção propomos a inclusão da injeção de fluidos em um meio poroso saturado, com a presença de um segundo fluido, diferente do utilizado na injeção.

#### 4.1

##### Processos de injeção ou retirada de fluidos do meio poroso

Primeiro, apresentaremos o comportamento físico quando ocorre injeção ou retirada de fluidos do meio poroso, a fim de analisar se as modificações propostas representam o comportamento dos fluidos. O ponto de retirada ou sumidouro tem a função principal de ser o ponto de saída do fluido no meio poroso. Na simulação de um sumidouro, as seguintes propriedades podem ser utilizadas: *water rate*, *oil rate*, *gas rate* e o controle da variação de pressão [34]. Apresentaremos o comportamento físico causado pela propriedade de controle da variação de pressão com a presença do sumidouro.

O meio poroso tem como condição inicial uma pressão que mantém o fluido em condição de equilíbrio, sem movimento. A abertura de um poço produtor causa uma perturbação da pressão de equilíbrio do reservatório, produzindo uma variação de pressão que se propaga radialmente a partir do poço. Com o avanço radial, ocorre o aumento da velocidade em direção ao poço — o que é reduzido com o aumento da distância [35]. Com o aumento da velocidade, o produtor torna-se um ponto de atração para os fluidos, induzindo o fluxo em sua direção.

Ao induzir um aumento da pressão no seu entorno, o ponto fonte faz com que o líquido injetado empurre o fluido presente no reservatório [36]. Esse aumento de pressão produz um aumento da velocidade, reduzida com o aumento da distância. Desta forma, temos o campo de velocidade na direção oposta ao ponto fonte.

Na Figura 4.1, observamos a representação em linhas de fluxo quando temos a presença de um ponto fonte e um sumidouro. Observe que o ponto fonte empurra o fluxo para fora e o sumidouro atrai o fluxo em sua direção. Este efeito é causado pela variação de pressão: o sumidouro vai reduzindo a pressão, enquanto o ponto fonte aumenta.

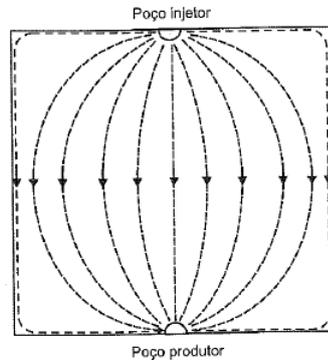


Figura 4.1: Linhas de Fluxo (retirado de [36]).

A Figura 4.2 mostra o comportamento na saturação do fluido injetado (representado pela cor cinza) em seis diferentes tempos. O ponto branco representa o sumidouro, e a seta, o ponto fonte. Veja que o fluido inicia sua propagação, e ao reconhecer o sumidouro é atraído em sua direção.

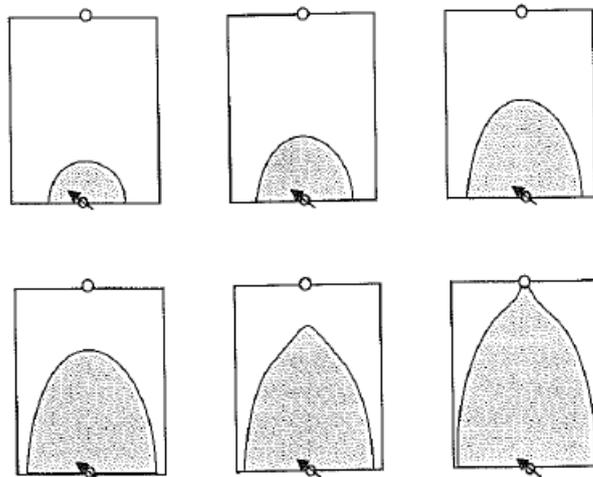


Figura 4.2: Propagação do fluido injetado (retirado de [36]).

Apresentamos nesta seção os comportamentos físicos que a presença dos pontos fonte e sumidouro produzem em um meio poroso. Na próxima seção, apresentaremos uma modificação do método lattice Boltzmann com a adição desses pontos.

## 4.2

### LBM - Ponto sumidouro e fonte.

Nesta seção, mostraremos o modelo que inclui os pontos fonte e sumidouro no processo de simulação. Analisaremos o comportamento produzido e discutiremos a necessidade de incluir uma condição interna. Esses pontos são identificados como um *voxel* com tratamento especial, em que o fluido pode ser injetado ou retirado do meio poroso.

Em escala de reservatório, os pontos sumidouros e fontes podem ser equiparados aos poços produtores e injetores. O ponto sumidouro retira o fluido e desequilibra a pressão do meio poroso. Com o desequilíbrio, o fluido se movimenta e ganha velocidade na direção de saída.

Para o LBM propomos a seguinte abordagem: o sumidouro terá sua densidade  $\rho$  modificada antes do passo de propagação, representando assim a saída do fluido. A retirada de fluido pode ser feita de forma total ou parcial (mantendo uma parte do fluido no sumidouro). Para representar esses casos, teremos  $\rho = \rho_{res}$  e  $f_i = 0$ , para  $i \neq 0$  e  $f_0 = \rho_{res}$ , em que  $\rho_{res}$  é a densidade do fluido que permanece no sumidouro. Nesta abordagem, podemos controlar a variação de pressão e de vazão no produtor. No Algoritmo 1, apresentamos a implementação do sumidouro no método:

---

#### Algoritmo 1: Lattice Boltzmann com ponto sumidouro.

---

```

1 enquanto  $t \leq T_{lim}$  faça
2   Passo de Propagação;
3   Calcule Densidade;
4   Calcule Velocidade;
5    $\rho = \rho_{res}$  no sumidouro;
6    $f_0 = \rho_{res}$  e  $f_i = 0$ , para  $i \neq 0$ ;
7   Passo de Colisão;
8 fim
```

---

Observe que podemos acompanhar a quantidade de fluido retirado do reservatório antes de reiniciar o *voxel* sumidouro. Poderemos obter a vazão e a pressão através desse ponto sumidouro. O desequilíbrio que o sumidouro produz no meio poroso não é permanente, e após algum tempo, o meio entra em equilíbrio. Com o novo ponto de equilíbrio, o fluido deixa de se movimentar em direção ao sumidouro e não sai do meio poroso. Para o fluido continuar se movimentando utilizamos o ponto fonte, pelo qual entra um novo fluido, que mantém a movimentação do fluido do meio.

A implementação do *voxel* do ponto fonte é semelhante ao sumidouro,

sendo dividida em duas etapas: antes e após a propagação. Antes do passo de propagação, saturamos o ponto fonte com o novo fluido e executamos o passo de propagação. Com a propagação, o fluido injetado será disperso para os vizinhos e o *voxel* fonte fica novamente vazio e, assim, fazemos o ciclo de saturação do voxel para o fluido entrar no reservatório. A saturação do ponto fonte ocorre definindo o valor de  $\rho_\sigma$  e a velocidade  $U_{inj}$  em que o fluido entra no meio poroso. Com estas informações utilizamos a distribuição de equilíbrio  $f_{eq}$  para definir os valores das  $f_i$ 's. Este processo pode ser visto no Algoritmo 2.

---

**Algoritmo 2:** Lattice Boltzmann com ponto fonte.

---

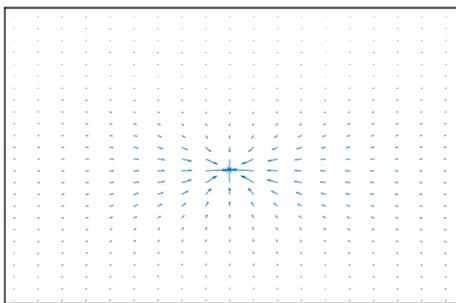
```

1 enquanto  $t \leq T_{lim}$  faça
2   Passo de Propagação;
3    $f_i = f_{eq}(\rho_{inj}, U)$  e  $U = U_{inj}$  no ponto fonte;
4   Calcule Densidade;
5   Calcule Velocidade;
6   Passo de Colisão;
7 fim

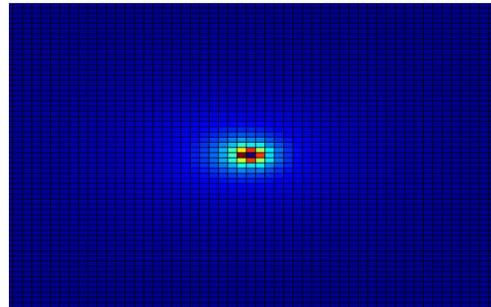
```

---

Como vimos na seção anterior, o ponto fonte deve ter comportamento de fluxo radial e produzir um campo de velocidade na direção oposta ao poço nos *voxels* vizinhos. O sumidouro terá comportamento semelhante, porém as velocidades nos *voxels* vizinhos serão direcionadas para o sumidouro. Apresentaremos a seguir os resultados de simulações com a presença das modificações propostas e analisaremos se os resultados correspondem ao comportamento físico apresentado anteriormente.



4.3(a): Campo de velocidade.



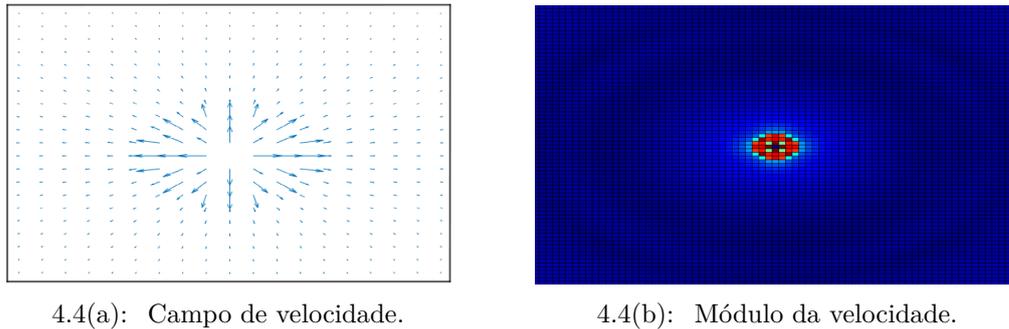
4.3(b): Módulo da velocidade.

Figura 4.3: Simulação com Poço Produtor

Na Figura 4.3 temos uma simulação monofásica, em que todos os *voxels* com fluido iniciam com velocidade nula ( $U = 0$ ), densidade  $\rho = 1$  e as distribuições  $f_i$ 's iniciam em equilíbrio, ou seja:  $f_i(\rho, U) = f_i^{eq}(\rho, U)$ . Na

Figura 4.3(a) temos um *zoom* no poço produtor e vemos que os vetores de velocidade estão direcionados para o produtor. Observando o módulo da velocidade (Figura 4.3(b)), vemos as maiores velocidades (em vermelho) e, com a distância, essa velocidade vai diminuindo até chegar a zero (representado pela cor azul).

Esta simulação mostrou que o comportamento radial do sumidouro pode ser obtido via LBM, no entanto, observamos que sua ação encontra-se restrita à região mais próxima. A simulação a seguir ilustrará o comportamento da velocidade em um meio poroso com um ponto fonte.



4.4(a): Campo de velocidade.

4.4(b): Módulo da velocidade.

Figura 4.4: Simulação com ponto fonte

Na simulação da Figura 4.4 temos a fonte agindo no meio. A inicialização dos parâmetros foram as mesmas da simulação do sumidouro, em que todos os *voxels* do meio iniciam em equilíbrio e com velocidade nula.

Para o ponto fonte utilizamos densidade  $\rho_{inj} = 1$ . A velocidade de injeção foi nula, pois o modelo 2D não considera velocidades no eixo  $Z$ . Verificamos que a força de interação manteve as fases separadas e permitiu ao fluido injetado propagar e empurrar o fluido do meio poroso de forma radial, na direção oposta (Figura 4.4(a)). A intensidade da velocidade é maior nas proximidades do ponto fonte (Figura 4.4(b)).

Os resultados do ponto fonte mostram que foi possível obter o comportamento radial quando o campo de velocidade saiu da fonte em direção ao meio, reproduzindo a física do problema de injeção. Para analisar melhor a ação do sumidouro utilizaremos uma simulação em conjunto com os pontos fonte. Os parâmetros utilizados na inicialização são os mesmos das simulações anteriores. Como foi mostrado anteriormente, esperamos um efeito de atração do fluido injetado na direção do sumidouro, proporcionado pela variação de pressão.

Na Figura 4.5, apresentamos a simulação com injeção, em que as cores representam a saturação do fluido injetado nos *voxels*; os pontos fonte e sumidouros são identificados respectivamente pelo ponto  $Inj$  e  $P$ . Observamos que as forças de atração e repulsão, causadas respectivamente pelo sumidouro

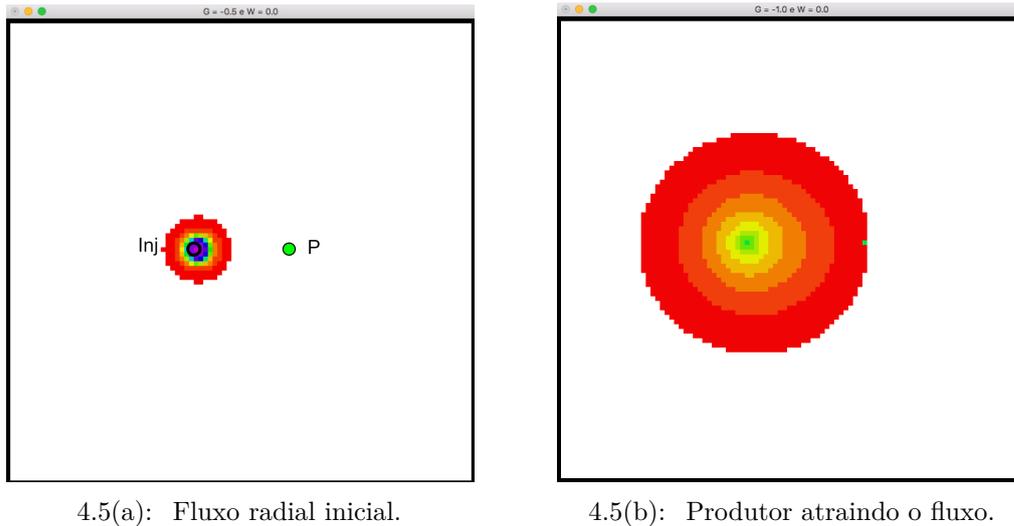


Figura 4.5: Simulação - com ponto fonte e sumidouro.

e pela fonte, estão restritas às proximidades do poço, e em pouco tempo de simulação têm seu efeito dissipado. Para que esse efeito represente a física do problema é necessário adicionar a variação de pressão no reservatório como uma força que age entre os fluidos de forma radial e que decresce com o aumento da distância do fluido aos poços. Na próxima seção proporemos uma forma de utilizar a força produzida pela pressão no modelo LBM.

### 4.3

#### Força do gradiente de pressão

Vimos que a presença dos ponto fonte e sumidouro não foi suficiente para evidenciar o efeito causado pela variação de pressão. Na apresentação do método LBM, pudemos observar como obter a pressão do *voxel* utilizando a densidade, e para capturar esta característica do fluxo, propomos a utilização de um gradiente de pressão utilizando a densidade.

O que percebemos na inclusão desses pontos foi que o efeito da pressão ficou limitado a uma região pequena. Para que esse efeito possa ocorrer sem a limitação da região do poço, incluiremos a variação de pressão como uma força que aumenta a velocidade na direção do decréscimo da pressão:

$$F_{\nabla p}^{\sigma} = - \sum w_i c_i (\rho_{\sigma}(x) - \rho_{\sigma}(x + c_i)) \quad (4.1)$$

Na Equação 4.1,  $c_i$  é o vetor de direção dos vizinhos do *voxel*; utilizamos a densidade de cada fluido presente  $\rho_{\sigma}(x)$  e consideramos que em cada uma das direções existem pesos  $w_i$ 's diferentes, definidos pela estrutura de Lattice. Desta forma, empregaremos essa força para modificar a direção da velocidade de equilíbrio  $U_{\sigma}^{eq}$ , utilizando a soma das três forças no modelo: força entre

fluidos ( $F_f$ ), força fluido-rocha ( $F_w$ ) e a força do gradiente de pressão ( $F_{\nabla p}$ ). Na Equação 4.2 podemos ver como a força do gradiente é utilizada para gerar uma modificação na direção da velocidade do fluido.

$$U_{\sigma}^{eq} = U' + \frac{\tau_{\sigma}}{\rho_{\sigma}} (F_w^{\sigma} + F_f^{\sigma} + F_{\nabla p}^{\sigma}) \quad (4.2)$$

Com a adição da força  $F_{\nabla p}^{\sigma}$ , utilizaremos algumas configurações clássicas de simulação para efeito de comparação de resultados, sendo elas: o *2-spot*, *5-spot* e *Direct Line Drive* [37]. Cada uma dessas configurações têm comportamentos de fluxo bem definidos, possibilitando a análise dos resultados. O *2-spot* é o modelo mais simples entre as três, apresentado anteriormente como o modelo de injeção com produção. O *Direct Line Drive* é uma ampliação do *2-spot*, no qual teremos poços injetores e produtores alinhados separados por uma distância escolhida. A configuração mais complexa é o *5-spot*: nela teremos um injetor e quatro produtores, e veremos com mais clareza como cada poço atrai o fluido injetado.

Na Figura 4.6, temos as configurações de pontos apresentadas anteriormente: os pontos brancos com setas são os pontos fonte, e os pontos pretos, os sumidouros. Com estas simulações faremos a avaliação do método Lattice Boltzmann com gradiente de pressão.

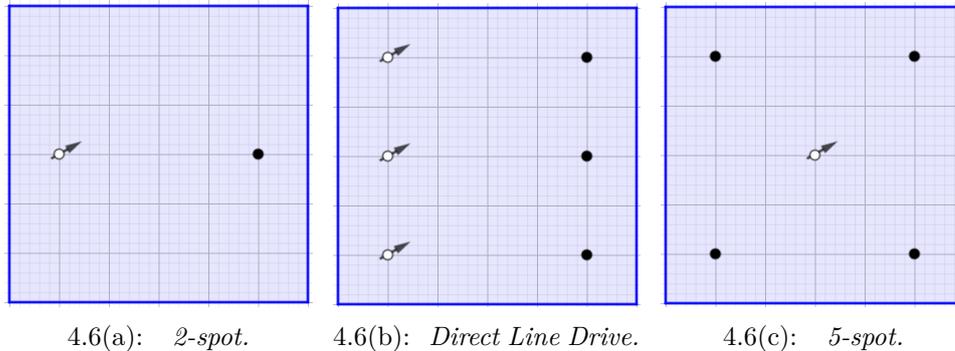


Figura 4.6: Configurações de pontos fonte e sumidouros.

Iniciaremos pelo caso com comportamento mais simples (*2-spot*). Na Figura 4.7, temos a saturação do fluido injetado em dois tempos diferentes de simulação. Nos períodos iniciais o comportamento é radial, uma vez que a variação de pressão causada pelo poço produtor não atinge a região em que o fluido injetado está presente (Figura 4.7(a)). Com o avanço do fluido injetado e a evolução do tempo, vemos que o sumidouro atrai o fluido injetado, como podemos observar na Figura 4.7(b). Observe que o fluido injetado tem dificuldade de avançar para além do Produtor devido à atração.

Com essa simulação, podemos analisar como o efeito da variação de pressão pode modificar a maneira como os fluidos percorrem o reservatório. Neste

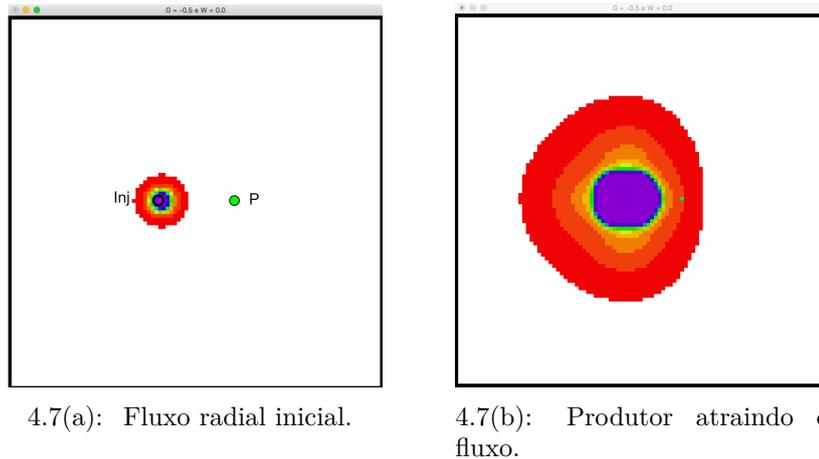


Figura 4.7: Simulação caso *2-spot* com gradiente de pressão.

primeiro exemplo, o modelo proposto se mostrou adequado para representar a física do problema. Verificaremos nos próximos exemplos que essa proposta tem uma boa flexibilidade para representar problemas desta natureza. A próxima simulação é a do *Direct Line Drive*, semelhante ao primeiro caso.

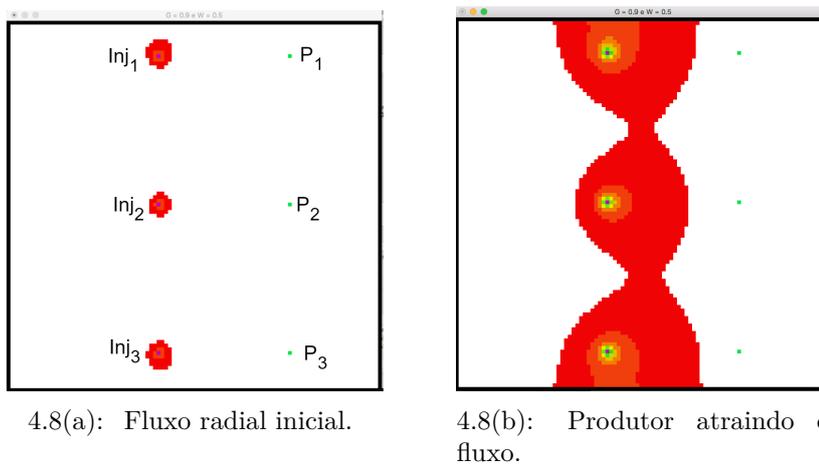


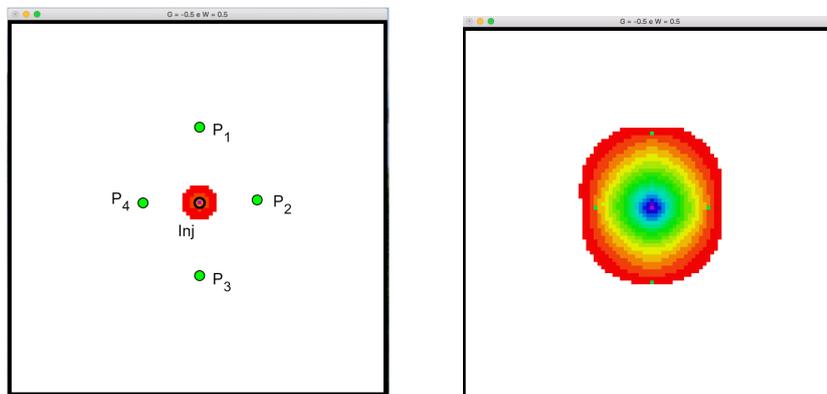
Figura 4.8: Simulação caso *Direct Line Drive* com gradiente de pressão.

Na Figura 4.8, temos os pontos de entrada e saída de fluido alinhados e podemos notar que o fluido segue a direção do injetor para o produtor. Durante o avanço do fluido percebe-se que cada injetor produz um avanço na direção do produtor alinhado a ele, porém, com um avanço maior do tempo, teremos uma mudança do padrão de propagação, gerando um avanço semelhante ao que ocorre no canal aberto. Isso acontece, pois todos os poços atraem o fluido, portanto, mesmo os injetores mais distantes sofrem essa influência. Na Figura 4.8(b), o comportamento de fluxo Poiseuille está iniciando, pois a propagação do fluido está sendo direcionada aos poços produtores.

O comportamento de canal ocorre porque a resultante da força gerada

por cada um dos poços produtores gera uma resultante que, em cada *voxel*, está direcionada para o poço  $P_2$ . Os poços produtores  $P_1$  e  $P_3$  produzem uma força de atração de mesma intensidade sobre o poço  $Inj_2$ , no entanto, em direções simétricas, gerando uma resultante na direção do poço  $P_2$ . Com essa resultante veremos que o fluxo com maior velocidade ocorre ao centro, partindo de  $Inj_2$ . Os poços  $Inj_1$  e  $Inj_3$  também têm resultante na direção do poço  $P_2$ , modificando as velocidades dos *voxels*, fazendo com que vejamos, assim, com o avanço do tempo, um efeito de canal. O comportamento das forças não ocorre no início da simulação, pois o poço produtor demora a gerar uma área de influência significativa. Ao atingir essa área, o comportamento é modificado, tornando-se semelhante ao fluxo Poiseuille.

Na próxima simulação utilizaremos o caso *5-spot*.



4.9(a): Fluxo radial inicial.

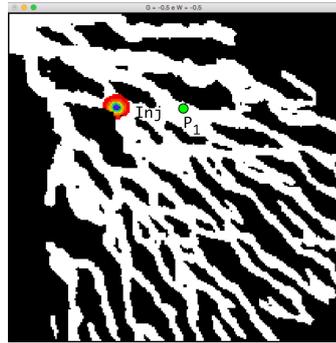
4.9(b): Produtor atraindo o fluxo.

Figura 4.9: Simulação caso *5-spot* com gradiente de pressão.

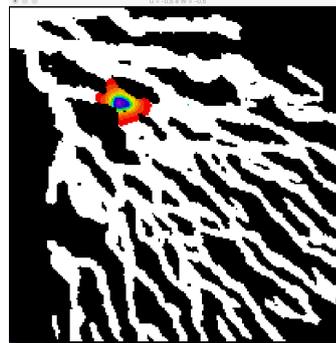
Na Figura 4.9, ao observar o resultado obtido, podemos perceber o comportamento radial no início (Figura 4.9(a)); com a evolução do tempo os sumidouros são percebidos pelo fluxo e iniciam o processo de atração, modificando o fluxo radial e aumentando a velocidade. Vemos na Figura 4.9(b) os resultados da simulação com as cores, representando a saturação de fluido injetado presente em cada *voxel*. Observe que o fluido passou a se propagar preferencialmente nas direções dos sumidouros.

Para observar como o fluido se comporta na presença de cada um dos poços utilizados, aplicamos as três configurações em meios que não continham irregularidades. Além disso, para que as simulações se aproximem de exemplos mais realistas, utilizaremos uma estrutura de conjuntos de canais. Nesses canais, faremos simulações *2-spot* e *5-spot* para representar os processos de recuperação de fluido. O objetivo é verificar se os comportamentos apresentados são reproduzidos quando o meio contém irregularidades e se o comportamento dos fluidos é influenciado pela interação entre os fluidos, pela interação com a

rocha e pela variação de pressão. Nessas simulações iniciaremos todos os *voxels* em condição de equilíbrio:  $\rho = 1$ ,  $U = 0$ .



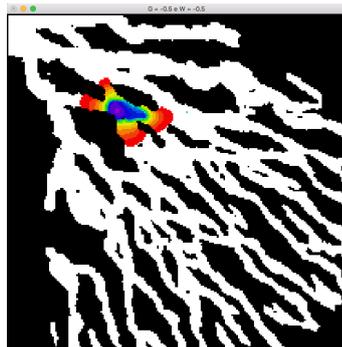
4.10(a): Abertura do ponto fonte.



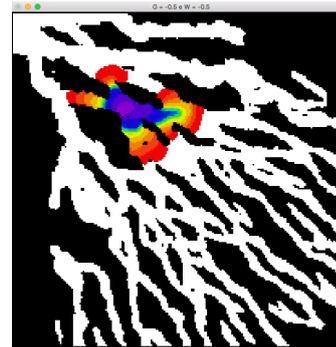
4.10(b): Influência do sumidouro.

Figura 4.10: Simulação *2-spot* em um conjunto de canais - Início

Na Figura 4.10, apresentamos o resultado da simulação de injeção e retirada (*2-spot*), nos tempos iniciais da simulação. Observe que o comportamento radial no ponto de injeção é modificado ao entrar em contato com a fase sólida e com a interação entre os fluidos (Figura 4.10(a)). Com a evolução do tempo (Figura 4.10(b)), os bordos modificam o fluxo, e o fluido injetado começa a percorrer o complexo de canais até que o sumidouro é percebido e o processo de atração iniciado. Esse comportamento pode ser notado principalmente na região em azul. Na Figura 4.11, o comportamento de atração se intensifica e podemos notar que o fluido injetado passou a ter uma direção preferencial (Figura 4.11(b)).



4.11(a): Fluxo direcionado para o Produtor.

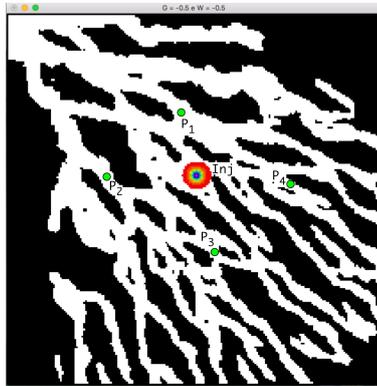


4.11(b): Fluido alcançando o Produtor.

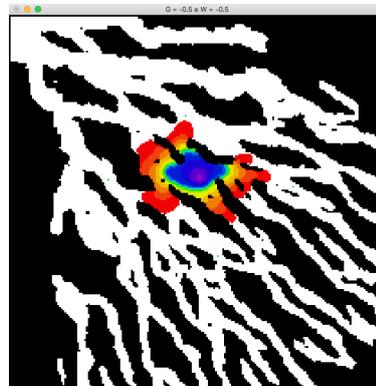
Figura 4.11: Simulação *2-spot* em canais turbidíticos - Final

Como pudemos observar, para esse primeiro caso obtivemos resultados semelhantes aos anteriores, e as irregularidades produziram algumas modificações de padrões, causadas pelas forças de interação entre os fluidos e com a rocha.

Agora avançaremos as simulações para haver uma variação do caso *5-spot* — o que permite observar a capacidade do LBM de reproduzir um caso com maior complexidade. Na Figura 4.12 apresentamos os resultados da simulação com quatro poços produtores ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$ ) e na região central, o poço injetor ( $Inj$ ).



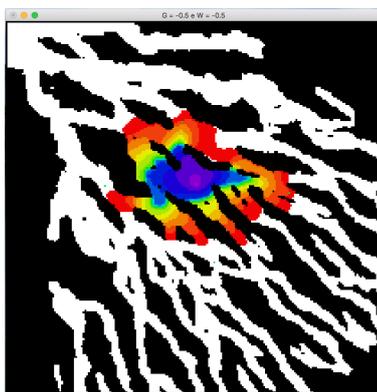
4.12(a): Abertura do poço Injetor.



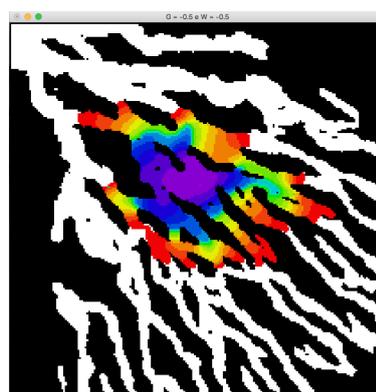
4.12(b): Atração poços  $P_4$  e  $P_1$ .

Figura 4.12: Simulação *5-spot* em canais - Início

No início da simulação o comportamento segue o padrão radial, pois a redução de pressão causada pelo sumidouro não chegou à região com o fluido injetado (ver Figura 4.12(a)). Ao adiantar o tempo de simulação, verificamos que o fluido injetado avançou e que o processo de atração começou a induzir o fluxo. Na Figura 4.12(b) temos a atração do ponto  $P_1$  e  $P_4$  agindo devido à distância e às configurações do conjunto de canais, proporcionando um avanço mais rápido em suas direções.



4.13(a): Propagação nas direções de  $P_2$  e  $P_3$ .



4.13(b): Atração em todos os sumidouros.

Figura 4.13: Simulação *5-spot* em canais - Final

Vimos no início da simulação como o fluido se propaga; agora observamos outros dois tempos no fim da simulação (Figura 4.13). Com o avanço do tempo,

observamos na Figura 4.13(a), que os pontos  $P_2$  e  $P_3$  são percebidos pelo fluido injetado e a propagação em suas direções é iniciada. Ao fim da simulação vemos que todos os poços atraem o fluido injetado, o que se percebe na presença das cores roxas e azul, em que a saturação do fluido do reservatório é maior (Figura 4.13(b)).

O caso *5-spot* em um conjunto de canais representa o processo de injeção e de produção em reservatório, em que o objetivo dos poços injetores é empurrar o fluido a ser extraído na direção do poço produtor. No reservatório, a injeção de novos fluidos pode causar uma reação do fluido com a fase sólida, que provocará efeitos de dissolução, modificando assim o meio poroso durante o processo de extração — o que será discutido na próxima seção.

#### 4.4

#### Proposta de Dissolução no modelo bifásico

No modelo de dissolução apresentado no capítulo anterior, observamos o processo de dissolução do meio poroso sendo realizado ao se acoplar uma equação de advecção-difusão para a concentração ácida presente no fluido. Neste trabalho propomos uma abordagem para a dissolução em que a característica está presente no fluido, não sendo necessário adicionar uma nova equação. Com essa abordagem, produziremos uma simulação de fluxo em que o meio poroso sofrerá modificações em sua geometria durante toda a simulação.

Para modelar o fluxo com estrutura  $D2Q9$  no modelo de dissolução proposto são utilizadas duas equações em [24], e uma para a parte química, utilizando a estrutura  $D2Q5$ . Ao adotar esta forma, o modelo pode gerar um alto custo computacional quando a discretização do meio poroso aumentar. Esse impacto pode ser ainda maior caso a simulação seja estendida para o modelo poroso 3D.

Devido ao aumento do custo computacional em razão da dimensão do problema, propomos considerar a propriedade ácida como uma característica do fluido. Com essa consideração, retiraremos a equação química utilizada anteriormente, reduzindo assim esse custo.

Para adicionar a propriedade ácida na fase fluido, consideramos que a concentração ácida é constante e proporcional ao volume de fluido contido em cada *voxel*, permitindo assim a retirada da equação da parte ácida. Desta forma, quanto maior o volume do fluido, com característica ácida, em contato com a fase sólida, maior a velocidade de dissolução. A modificação da fase sólida será feita por meio do método *VOP* [33], em que substituímos a concentração química pelo volume de fluido em contato com a fase sólida. Na equação 4.3 temos a modificação do método, em que  $V_s$  é o volume da fase sólida,  $S$  um

fator de área de contato que consideramos constante,  $\Delta_\sigma(x, t)$  é a taxa de dissolução e  $\rho_\sigma(x, t)$ , o volume de fluido.

$$\frac{\nabla V_s}{\nabla t} = V_s(x, t)\Delta_\sigma(x, t)S\rho_\sigma(x, t) \quad (4.3)$$

Ao utilizarmos uma discretização de primeira ordem para a equação anterior, pudemos obter como a variação do volume sólido ocorre em cada passo de tempo do modelo LBM.

$$V_s(x, t + \delta t) = V_s(x, t) - V_s(x, t)\Delta_\sigma S\rho_\sigma(x, t). \quad (4.4)$$

Em nossa proposta, a dissolução acontece antes de aplicar a condição de bordo, sendo que após o passo de propagação teremos as funções  $f_i$ 's distribuídas por todos os *voxels*, inclusive na fase sólida. Agora, obtemos através das  $f_i$ 's, o volume de sólido em contato com a fase sólida e aplicamos o método *VOP* para ocorrer a dissolução. O método *VOP* é aplicado somente nos *voxels* em que as distribuições entram em contato e produzem o desgaste da fase sólida. Essa abordagem modifica o processo apresentado em [24], não sendo mais necessário fazer uma busca pelos *voxels* vizinhos das fases sólidas que contêm a propriedade ácida. Na Figura 4.14 exemplificaremos o processo proposto de dissolução:

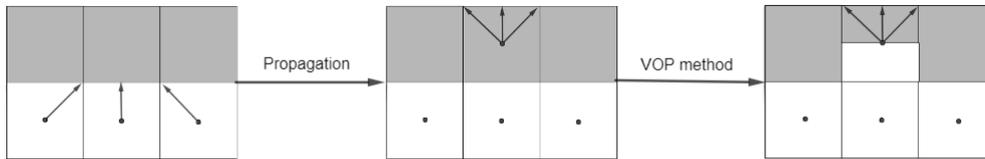


Figura 4.14: Processo de dissolução.

O desgaste pelo método *VOP* ocorre na fase sólida enquanto houver volume a ser dissolvido. Ao completar a dissolução, a fase sólida é transformada em uma fase fluido. Quando o *voxel* é convertido em fase fluido, o volume de fluido em contato não é refletido e iniciaremos o *voxel* na fase fluido com o volume presente no momento da dissolução completa e as distribuições  $f_i$ 's iniciadas em condição de equilíbrio. Ou seja:  $f_{i,\sigma} = f_{i,\sigma}^{eq}(\rho_\sigma, U = 0)$ .

Após a dissolução, se  $V_s \neq 0$ , o *voxel* é mantido como fase sólida e a condição de bordo *Bounce-Back* é aplicada, fazendo com que as distribuições retornem para a fase fluido na direção oposta a que chegaram na fase sólida. Com esta abordagem, retiramos a busca entre vizinhos para a dissolução poder acontecer, reduzindo assim, a complexidade gerada pela busca. Na Figura 4.15 podemos ver como a simulação ocorre quando o voxel não foi totalmente dissolvido.

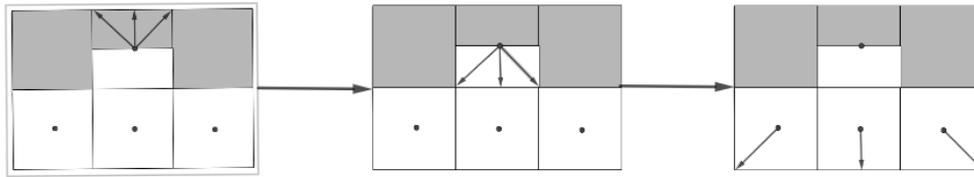


Figura 4.15: Condição Bounce-Back.

O algoritmo 3 segue as etapas: propagação,  $VOP$ , condição de bordo e colisão. Neste algoritmo armazenamos os índices dos *voxels* de fase sólida para que o cálculo da função  $VOP$  não necessite a cada passo percorrer todo o *grid* e encontrar aqueles identificados como sólido. Quando um sólido é completamente dissolvido, ele é retirado desta lista.

---

**Algoritmo 3:** Função de dissolução.
 

---

**Dados:** Lista de Voxel sólido

**Resultado:** atualiza o Volume da fase sólida

```

1 enquanto tiver voxel na lista faça
2    $V_s(i, j, k) = V_s(i, j, k) - V_s(i, j, k)\alpha\rho_\sigma(i, j, k);$ 
3   se Volume==0 então
4      $\rho_{\sigma,new} = \rho_\sigma;$ 
5     Retira da lista;
6   fim
7 fim
```

---

O processo de dissolução modifica a geometria do meio poroso. Seu impacto é verificado quando analisamos a porosidade absoluta [36] definida por  $\epsilon = \frac{V_s}{V_t}$ . Ao utilizarmos a porosidade absoluta teremos uma medida de impacto do processo.

## 4.5

### Condições de simulação

Apresentaremos a simulação de três casos: um canal aberto com bordo regular, um canal com um conjunto de obstáculos e uma representação de um meio poroso com irregularidades no bordo. Os voxels que representam a fase sólida têm volume inicial  $V_s = 1$ , e a fase fluido inicia com densidade  $\rho_\sigma = 1$  e  $f_i = f_{i,\sigma}^{eq}$ , de um fluido que não reage com a fase sólida.

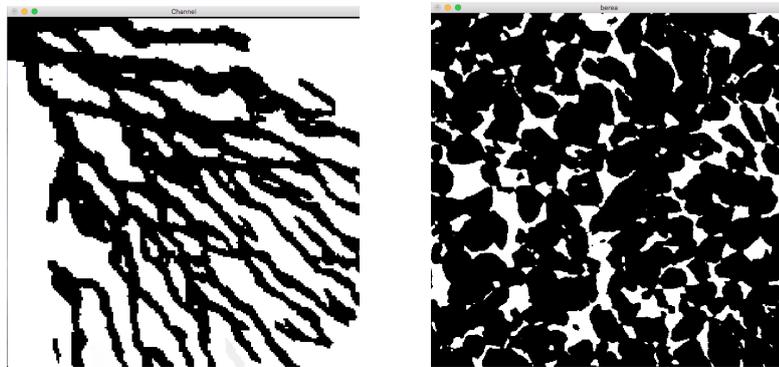
O fluido reagente é injetado no meio e inicia o processo de dissolução ao entrar em contato com a fase sólida. Consideramos as constantes de molhabilidade  $W = -0.5$  e a constante de interação entre os fluidos  $G = -0.5$ . O fator de relaxação temporal de cada fluido é  $\tau_\sigma = 1$  para o fluido que reage

e  $\tau_\sigma = 0.9$  para o fluido presente no meio, área de contato do fluido com a fase sólida  $S = 1$  e taxa de reação  $\Delta_\sigma = 0.1$ .

## 4.6

### Resultados - Simulação 2D

Para as simulações 2D foram considerados quatro casos. Para podermos observar cada um dos aspectos do fluxo, cada um dos casos possuía uma estrutura de fase sólida diferente. O primeiro caso é o fluxo no canal aberto, em que a fase sólida tem uma estrutura regular. Para o segundo foram inseridos círculos como obstáculos para o fluxo. Em ambos os casos a fase sólida é regular. Para os dois últimos casos utilizaremos estruturas com geometria complexa: conjunto de canais e *Berea Sandstone* (Figura 4.16).



4.16(a): Conjunto de canais.

4.16(b): *Berea sandstone*.

Figura 4.16: Meios porosos complexos.

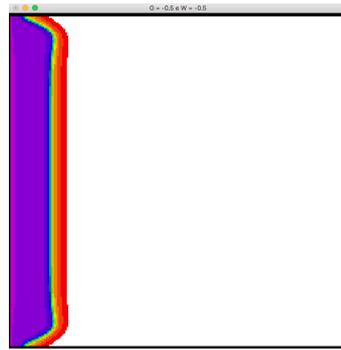
#### 4.6.1

##### Caso 1 - Canal aberto

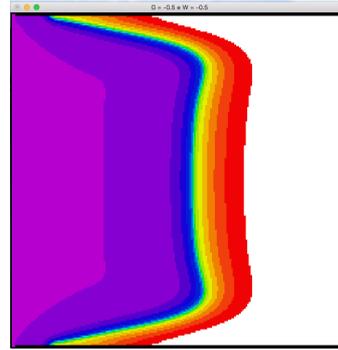
No fluxo em canal aberto o fluido injetado entra no meio pela esquerda, com seu ponto de saída na direita. Na Figura 4.17 observamos o início do processo de injeção e o momento em que a dissolução ocorre nos primeiros *voxels*. A variação de cores representa a saturação do fluido injetado, enquanto a fase sólida está representada na cor preta.

No início da simulação (Figura 4.17(a)) o fluido é injetado e inicia a interação com a rocha. Gradualmente, o volume vai sofrendo o desgaste e quando o volume chega a zero o *voxel* é convertido para fluido. Na Figura 4.17(b) vemos que os primeiros *voxels* de rocha foram completamente dissolvidos e convertidos em fase fluido. Observe que a dissolução é simétrica devido à forma como o fluido percorre o tubo.

Na Figura 4.18, o fluido que interage com a rocha chega ao final do tubo e podemos notar um número maior de *voxels* convertidos para fluido. Na Figura



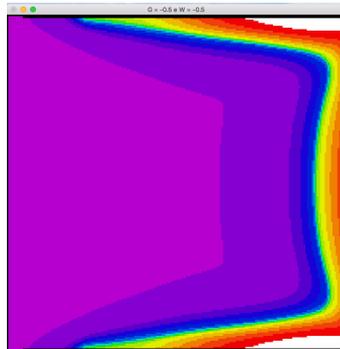
4.17(a): Início do processo de injeção.



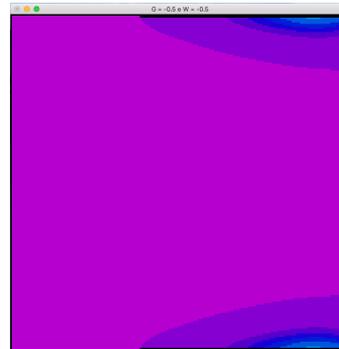
4.17(b): Início da dissolução da fase rocha.

Figura 4.17: Modelo de dissolução Bifásico canal aberto - início da simulação.

4.18(a) podemos observar o avanço da dissolução, que se intensifica quando a densidade  $\rho$  do fluido ácido é maior no *voxel*.



4.18(a): Fluido ácido chegando ao fim do tubo.



4.18(b): Fluido ácido prevalente no tubo.

Figura 4.18: Modelo de dissolução Bifásico canal aberto - Final da simulação.

Com o avanço da simulação, o fluido tem predominância no meio poroso. Observe a faixa preta na parte superior e inferior do canal: com maior saturação do fluido reagente, o bordo superior e inferior, em preto, se dissolve completamente, como pode ser visto na Figura 4.18. O principal a ser notado aqui é que a proposta de dissolução não altera a simetria imposta pela física do problema. Observe como em cada uma das figuras os bordos superior e inferior encontram-se sempre alinhados enquanto ocorre a dissolução.

## 4.6.2

### Caso 2 - Canal obstáculos

Na próxima simulação utilizaremos um canal com círculos. Observe que a presença dos círculos modifica o fluxo, fazendo o fluido percorrer as regiões entre eles. Na Figura 4.19, podemos verificar o início da injeção de um fluido com propriedades ácidas que interagem com o meio.

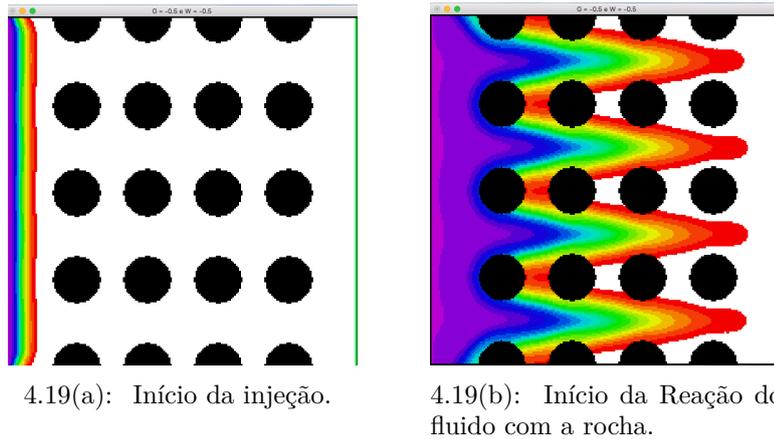


Figura 4.19: Início da Simulação em canal com obstaculo.

No meio poroso apresentado, os obstáculos estão alinhados, produzindo caminhos preferenciais, ou seja, o fluido ganha velocidade nas regiões livres. Na Figura 4.19(a) vemos o início da injeção, momento em que o fluido reagente ainda não teve contato com a fase sólida. Na Figura 4.19(b) o fluido avançou sobre o meio e inicia a interação. Nessa figura ainda não é possível observar o impacto da dissolução, no entanto, temos o comportamento esperado do fluido. Com o avanço da simulação, esperamos que a dissolução ocorra em função da região de contato com o fluido.

O avanço do fluido sobre o meio poroso aumenta a região de contato do fluido ácido com a fase sólida, o que permite que o processo de dissolução se torne mais evidente, como pode ser visto na Figura 4.20.

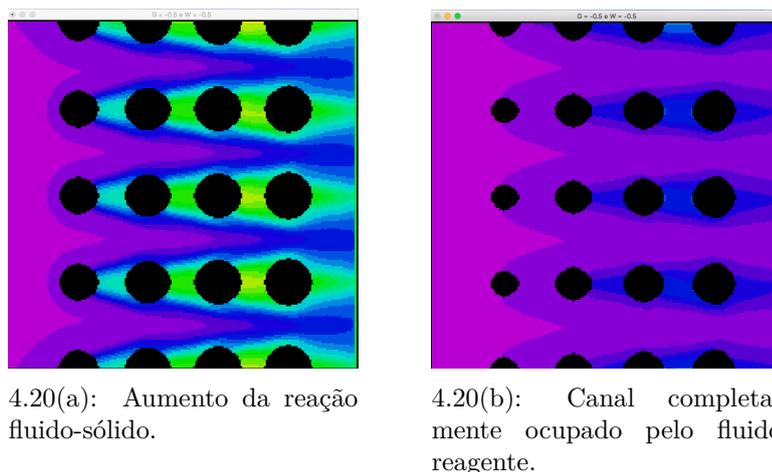


Figura 4.20: Final do processo de dissolução no canal com obstáculos.

Observamos na Figura 4.20(a) que os círculos são dissolvidos ganhando o formato de “gota”, nos círculos que entram em contato com o fluido reagente primeiro. Quando o fluido reagente tem predomínio no meio poroso, a dissolução ocorre em todas as fileiras de círculos. As fileiras são dissolvidas e

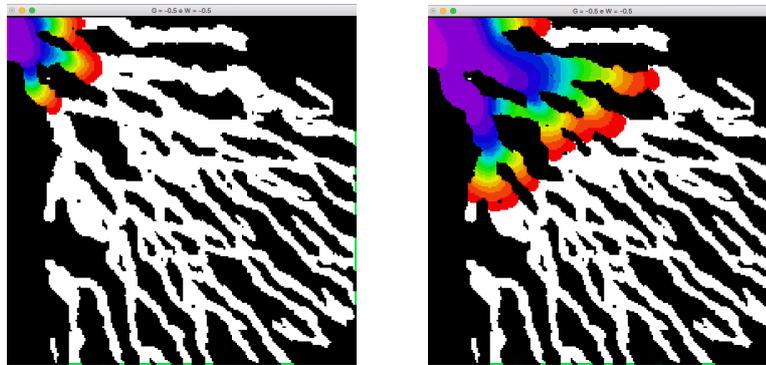
observamos a gradual modificação da geometria influenciada pela área e tempo de contato entre o fluido reagente e a fase sólida (Figura 4.20(b)).

Nos próximos exemplos, trataremos casos com maior irregularidade, como uma estrutura de canais encontrada em reservatórios turbidíticos [38] e um corte de uma imagem de microtomografia de uma estrutura rochosa encontrada nos Estados Unidos, chamada de *Berea sandstone* [39].

### 4.6.3

#### Caso 3 - Conjunto de canais

Na Figura 4.21 observamos o comportamento do fluido injetado percorrendo a estrutura do conjunto de canais. Podemos observar que existem caminhos sem saída para o fluxo, tornando o comportamento mais complexo.



4.21(a): Início da simulação nos canais turbidíticos.

4.21(b): Injeção após 2100 ciclos do LBM.

Figura 4.21: Início da injeção no conjunto de canais.

Quando o fluido injetado se direciona para estas regiões, o fluido perde velocidade e passa a ter dificuldade na propagação. Essa dificuldade ocorre, uma vez que, sem ter ponto de saída, o fluido do meio não pode ser empurrado e gera resistência, impedindo o avanço do fluido injetado. Quando as regiões não permitem o avanço do fluido, podemos ver um redirecionamento para as regiões em que o fluido injetado consegue empurrar o fluido do meio para fora da imagem.

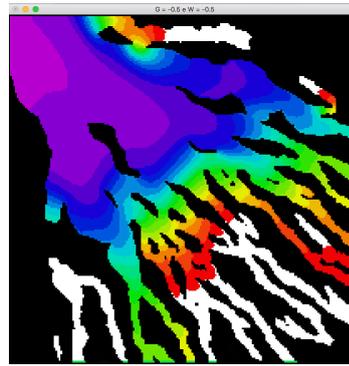
Nesta estrutura, o fluido percorre o meio adaptando-se às curvas induzidas pela fase sólida, causando concentrações diferentes dos fluidos dentro de cada ramo do conjunto de canais. Observe que o fluido se concentra em algumas regiões dos canais, produzindo uma dissolução sem a simetria vista nos exemplos anteriores.

Com diferentes concentrações em diferentes regiões, a dissolução pode provocar a abertura de caminhos entre duas regiões que antes não estavam

conectadas, modificando o fluxo. Na Figura 4.22 observamos o momento em que a dissolução conecta duas regiões.



4.22(a): Dissolução gera um novo caminho



4.22(b): Fluxo aumenta no novo caminho.

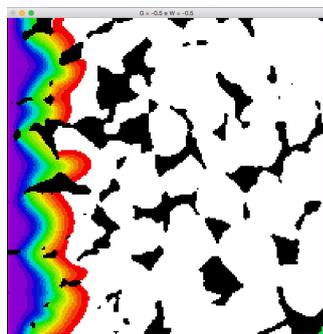
Figura 4.22: Dissolução gerando um novo caminho.

Nesta simulação podemos ver dois efeitos da dissolução: o alargamento dos ramos de canais e a abertura de uma nova conexão entre duas regiões. Estes dois efeitos da dissolução modificam como o fluido percorre o meio, permitindo, em alguns casos, melhorar o arraste do fluido do meio.

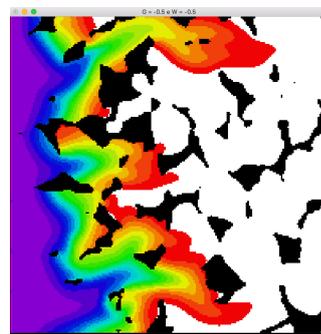
#### 4.6.4

##### Caso 4 - Berea sandstone

A estrutura do *Berea sandstone* representa uma estrutura real e complexa do meio poroso, na qual os caminhos preferenciais são alterados por cada estrutura sólida no caminho, como pode ser visto na Figura 4.23. O fluxo no meio poroso segue a direção de maior variação de pressão, que são aquelas em que o fluido do meio não encontra resistência até o ponto de saída.



4.23(a): Início da injeção no *Berea sandstone*



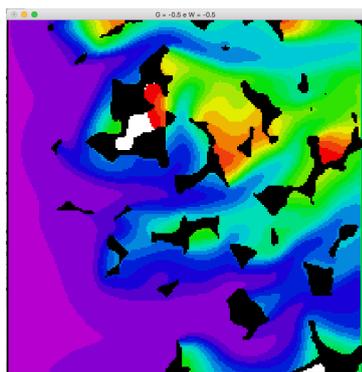
4.23(b): Impacto das irregularidades na simulação.

Figura 4.23: Impacto das irregularidades no fluxo e no processo de dissolução.

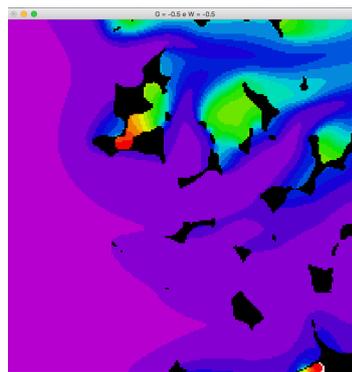
No *Berea sandstone* o meio poroso é irregular, influenciando no fluxo e causando uma dissolução sem simetrias. Podemos observar que a dissolução

pode ser afetada por diferentes fatores, como: a taxa de dissolução e a área de contato com o fluido reagente. Quanto maior a área de contato do fluido reagente com a fase sólida, maior será a velocidade de dissolução. A taxa de dissolução do fluido também é um fator que, junto à área de contato, acelera a dissolução e a modificação da geometria do meio poroso.

Com o avanço da simulação, o fluido reagente preenche o meio poroso e os locais em que a fase sólida tem volume menor são totalmente dissolvidos (Figura 4.24).



4.24(a): Dissolução nas direções preferenciais.



4.24(b): Fluido reagente ocupando o meio poroso.

Figura 4.24: Processo de dissolução no *Berea sandstone*.

No intervalo entre as Figuras 4.24(a) e 4.24(b) existe uma região em branco em que o fluido do meio poroso está preso, pois a geometria não permite que o fluido injetado possa empurrá-lo em direção à saída do meio. Nesta região, o fluido só inicia o movimento após o processo de dissolução abrir a fase sólida, permitindo ao fluido injetado entrar na região e assim movimentá-lo.

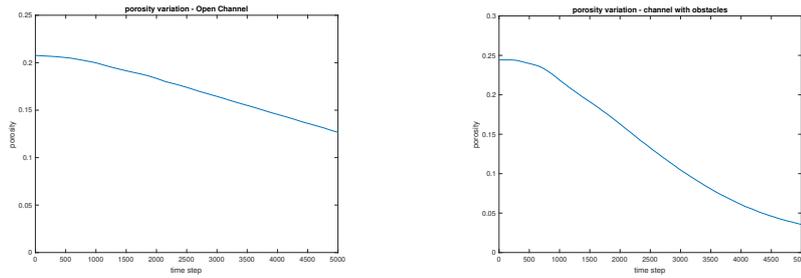
#### 4.6.5

##### **Variação do volume poroso no processo de dissolução.**

Observamos nas simulações apresentadas como a fase sólida foi modificada ao longo de toda a simulação. Agora acompanharemos a variação do volume sólido durante as simulações.

Na Figura 4.26 temos o acompanhamento da variação do volume sólido em cada ciclo de propagação e colisão do método LBM. Começaremos analisando os casos 1 e 2, em que a geometria do meio poroso é regular.

No caso 1, podemos observar que nos tempos iniciais a dissolução ainda não ocorreu, pois é necessário tempo e área de contato para a dissolução ocorrer. Após os tempos iniciais, a dissolução tem início e o volume sólido



4.25(a): Caso 1 - Canal aberto.

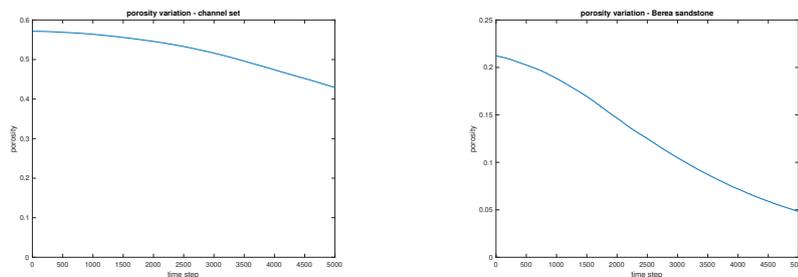
4.25(b): Caso 2 - Canais com obstáculos.

Figura 4.25: Variação do volume sólido Casos 1 e 2.

começa a ser reduzido. Nota-se que a variação da fase sólida é linear, causada pela regularidade do meio poroso (Figura 4.25(a)).

Na Figura 4.25(b), podemos observar como a fase sólida é dissolvida no caso 2, em que temos círculos inseridos no canal aberto. Nos tempos iniciais não há variação na fase sólida: esse é o intervalo necessário para o fluido reagente entrar em contato com a fase sólida e iniciar o processo de dissolução. Quando o contato se intensifica, podemos notar um comportamento diferente do canal aberto. Vemos um comportamento não linear provocado pelo aumento da complexidade do meio poroso e da área de contato.

Veremos na Figura 4.26(a), a variação do volume sólido para os casos 3 e 4, em que a geometria do meio poroso tem um grau de complexidade maior.



4.26(a): Caso 3 - Conjunto de canais.

4.26(b): Caso 4 - *Berea sandstone*.

Figura 4.26: Variação do volume sólido nos casos 3 e 4.

No caso 3, a estrutura é complexa, mas temos um comportamento regular (em cada ramo), que produz uma dissolução suave e simétrica em cada parte dos canais. Esse decaimento suave ocorre por dois motivos: pela injeção ser feita em uma área menor e pelo contato com a fase sólida. A injeção neste caso é feita na origem da estrutura, o que faz com que a quantidade de fluido injetada seja menor quando comparada aos outros casos. Com um menor volume de fluido no meio, a dissolução demora mais tempo para ocorrer. Conforme o fluido entra no

meio dos canais, veremos um alargamento gradual destes, sendo representados pelo decréscimo suave.

No último caso, o *Berea sandstone*, o fluido entra no meio poroso com facilidade, entrando em contato com a fase sólida. O que observamos durante a simulação foi que a fase sólida, neste caso, é bem dispersa e com pequenas concentrações. Nas regiões em que a fase sólida está concentrada temos uma grande área de contato, o que permite que a dissolução seja mais intensa. Essa intensidade pode ser observada no rápido decréscimo na curva da variação de volume (Figura 4.26(b)).

De forma geral, nos exemplos discutidos, observamos que o modelo de dissolução proposto mostrou ter flexibilidade suficiente para representar a física esperada do problema, reduzindo a complexidade da implementação com a retirada da equação de concentração. Para o objetivo de estudar o fluxo, visamos reproduzir o efeito de dissolução, a fim de compreender a mudança do meio poroso e o impacto no fluxo.

## 5 Dissolução no modelo 3D

Neste capítulo temos como objetivo estender nossa proposta para o ambiente 3D, analisando como as dissoluções e fatores como forças externas e gravitacionais podem impactar o fluxo.

A organização deste capítulo seguirá o seguinte roteiro: primeiro, apresentaremos as equações para o método de *Lattice Boltzmann* no caso 3D. Em seguida, abordaremos a inclusão da força gravitacional e seus impactos. E, por fim, veremos os resultados das simulações com a dissolução e as forças gravitacionais.

### 5.1 Lattice Boltzmann 3D

Para abordar problemas 3D, o método de Lattice Boltzmann mantém a estrutura de equação apresentada para o modelo 2D, ou seja, estamos resolvendo a seguinte equação 5.1:

$$f_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = \frac{1}{\tau} (f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)). \quad (5.1)$$

O que diferencia a equação 2D da equação 3D é a estrutura de *lattice* utilizada para resolver a equação. A Figura 2.1 apresentou as duas estruturas utilizadas quando abordamos o problema 2D. Na Figura 5.1, apresentamos as direções que podem ser utilizadas na estrutura de *lattice*.

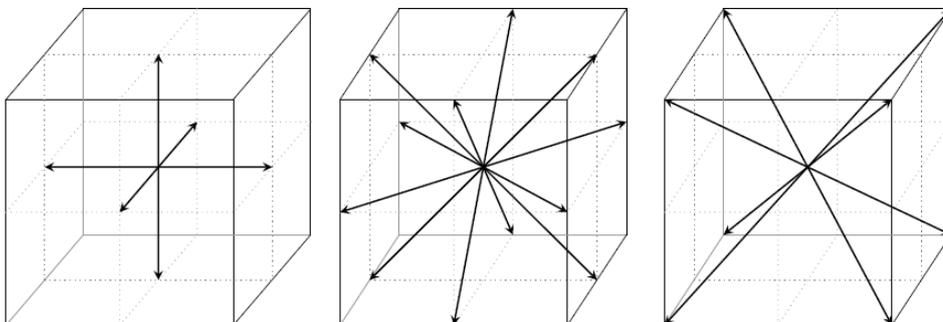


Figura 5.1: Direções no ambiente 3D (retirado de [19])

Observe que no problema 2D existiam nove direções, e agora no 3D, pode-se utilizar 27 direções na estrutura de *lattice*. Para abordar modelos 3D podem

ser utilizadas duas estruturas:  $D3Q19$  ou  $D3Q27$ . Neste trabalho optamos por utilizar o modelo  $D3Q19$ , pois este tem complexidade computacional menor, além de ser mais eficiente comparado à estrutura de *lattice*  $D3Q27$  [40].

Na Figura 5.2 temos a estrutura que iremos utilizar para abordar problemas 3D.

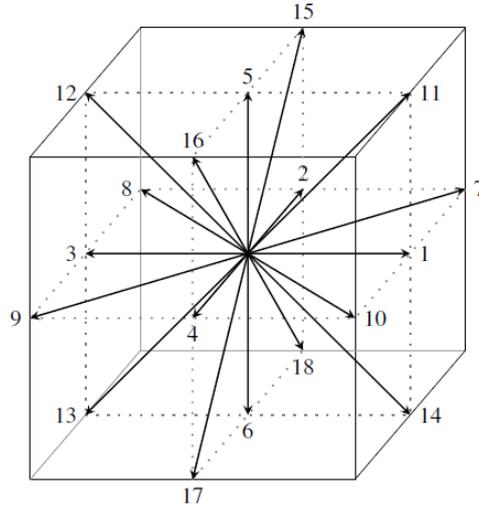


Figura 5.2: Estrutura de *lattice*  $D2Q19$  (retirado de [19]).

Nos outros trabalhos que abordam a dissolução, além da estrutura  $D3Q19$  para modelar o movimento do fluido, é utilizada também uma estrutura  $D3Q7$  para modelar o movimento da concentração química para a dissolução.

Como vimos, em nossa abordagem, não é preciso uma equação química, sendo assim, não é necessária outra estrutura de *lattice*. Desta forma, nossa proposta representa uma diminuição no custo computacional em relação às outras abordagens. Teremos também todos os *voxels* sólidos armazenados inicialmente em uma lista que será modificada a cada passo de tempo, retirando aqueles que forem totalmente dissolvidos.

As distribuições de equilíbrio  $f_i^{eq}(U_\sigma^{eq}, \rho_\sigma)$  dependem da densidade  $\rho_\sigma$  e  $U_\sigma$ , definidas pela equação 5.2:

$$\rho_\sigma = \sum_{i=0}^{19} f_{\sigma,i} \quad e \quad U_\sigma^{eq} = U' + \frac{\tau_\sigma F_\sigma}{\rho_\sigma} \quad (5.2)$$

Em que  $F_\sigma$  é a soma de todas as forças que atuam sobre o meio, e  $U'$  é calculado como uma média ponderada entre as velocidades dos fluidos (Equação 5.3).

$$U' = \frac{\sum_{\sigma} \frac{\rho_\sigma U_\sigma}{\tau_\sigma}}{\sum_{\sigma} \frac{\rho_\sigma}{\tau_\sigma}}, \quad (5.3)$$

Em nossas simulações estamos considerando o modelo bifásico. Desta forma, as seguintes forças estão atuando sobre os fluidos: fluido-fluido, fluido-sólido e forças externas. As forças fluido-fluido e fluido-sólido estão definidas como:

$$F_{\sigma}^w(x) = -W\rho_{\sigma}(x) \sum_{i=0}^{19} w_i s(x + c_i \delta t) c_i$$

$$F_{\sigma,\bar{\sigma}}^f(x) = -G\psi_{\sigma}(x) \sum_{i=0}^{19} w_i \psi_{\bar{\sigma}}(x + c_i \delta t) c_i$$

Ao adicionar uma terceira dimensão ao problema, o fluido passa a sofrer influência da força gravitacional. Veremos a seguir como abordaremos a inclusão da força gravitacional no LBM 3D.

## 5.2

### Simulação 3D - Força Gravitacional

No Capítulo 3 apresentamos a abordagem do modelo de força com foco no tratamento das forças de interação entre fluidos e do fluido com a fase sólida. Nesta seção apresentaremos um modelo em que o fluido injetado sofre a influência de forças gravitacionais.

No LBM, a força gravitacional em cada ponto é definida em função da energia potencial gravitacional [41], que depende da constante gravitacional  $g$ , da massa do fluido e da altura  $h$ , ou seja:

$$F_g = mgh.$$

Aqui utilizaremos a densidade  $\rho_{\sigma}$  como a massa do fluido e  $h = 1$ . Com estas considerações, a força gravitacional será  $F_g^{\sigma} = \rho_{\sigma} \cdot g$  em que  $g = 0.001e_z$  representa a força gravitacional [42]. Assim consideraremos a força total de cada fluido definida por

$$F_{\sigma} = \frac{\tau_{\sigma}}{\rho_{\sigma}} (F_w^{\sigma} + F_f^{\sigma} + F_g^{\sigma}).$$

Agora que todas as forças que atuam sobre os fluidos estão definidas, apresentaremos os resultados das simulações para o caso 3D.

## 5.3

### Resultados e discussões

Nesta seção discutiremos os resultados de nossa proposta nas simulações 3D. Como no capítulo anterior, iniciaremos com o modelo de fluxo no canal aberto com e sem obstáculos, pois devido à sua regularidade, o comportamento da propagação de dois fluidos é conhecido. Aqui teremos o fluido injetado

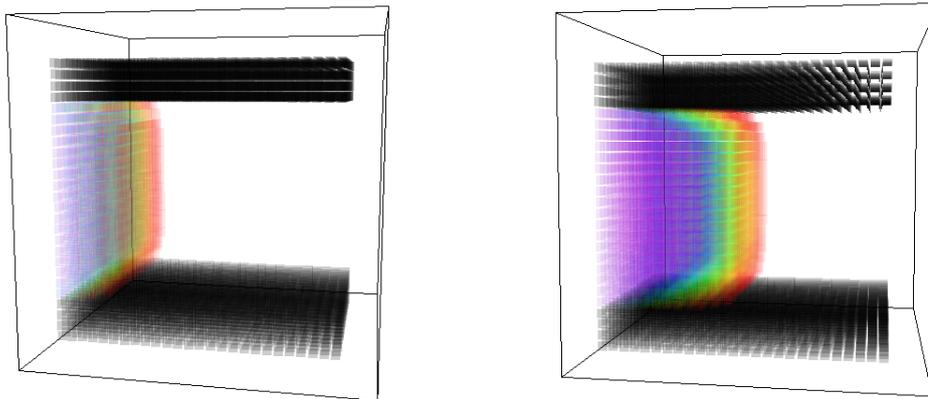
representado em roxo e o fluido do meio poroso em branco; A variação de cor representará a saturação do fluido injetado em cada *voxel* e, em preto, teremos a fase sólida.

Os resultados serão apresentados na seguinte sequência: primeiro, simulação 3D; depois adicionaremos a força gravitacional, e por último a dissolução. As seguintes constantes foram utilizadas em todas as simulações:

$$W = -0.5, \quad G = 0.5, \quad \tau_1 = 1 \quad e \quad \tau_2 = 0.9.$$

### 5.3.1 Simulação 3D

Vimos o fluxo tubular no modelo 2D, em que a propagação bifásica exibe um comportamento semelhante a uma parábola. Esse comportamento é causado por influência da fase sólida, que reduz a velocidade próximo ao bordo e induz um aumento no centro do canal. No modelo 3D veremos um comportamento semelhante ao caso 2D, porém, nas três direções, como podemos observar na Figura 5.3.



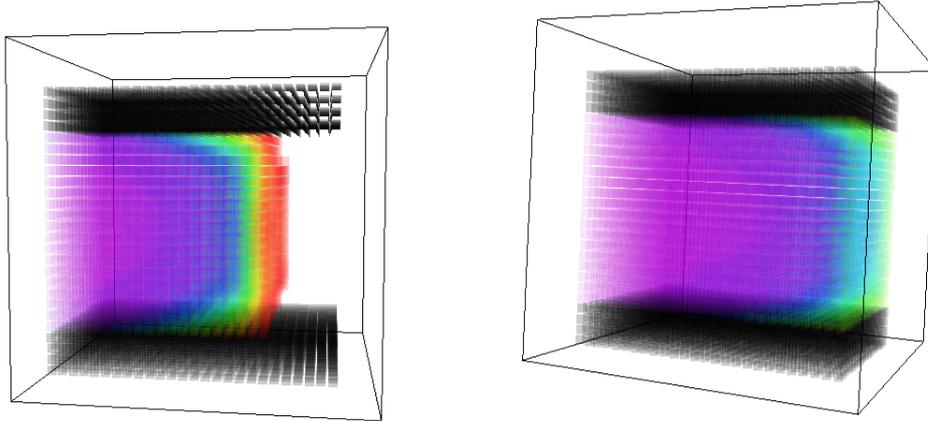
5.3(a): Início da injeção.

5.3(b): Fluido chega ao centro do canal.

Figura 5.3: Canal aberto 3D - início da simulação.

Nesta simulação deixamos a fase sólida transparente na direção do observador da cena, para visualizar o fluxo. Com o avanço da simulação, observamos que o comportamento da interface entre os fluidos se acentua e podemos notar como a velocidade do fluido é maior no centro do canal. Esse comportamento pode ser observado na Figura 5.4, em que podemos observar que a parte central do fluido chega ao ponto de saída primeiro.

Essa simulação mostra como o método reproduz o comportamento no caso de um fluxo tubular 3D.

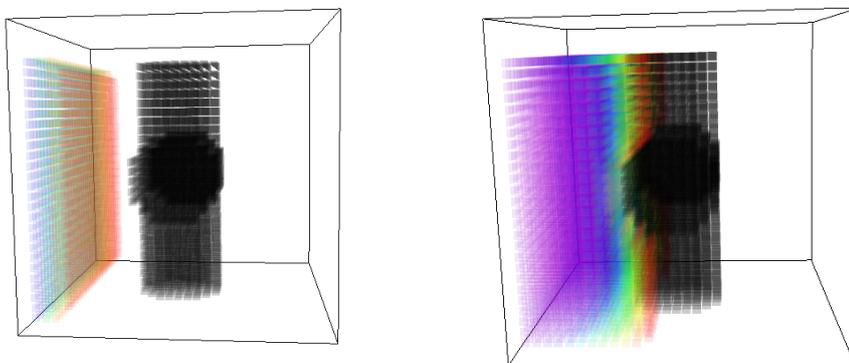


5.4(a): Fluido próximo ao final do canal.

5.4(b): Fluido chega ao fim do canal.

Figura 5.4: Canal aberto 3D - final da simulação.

Observaremos os resultados da simulação quando dois cilindros são posicionados no centro do canal (Figura 5.5). Note que, no início da simulação, o fluido tem o comportamento similar ao anterior. Conforme o fluido percorre o canal, os cilindros passam a influenciar o fluxo, e inicia-se uma deformação da interface entre os dois fluidos, reduzindo a velocidade na direção da fase sólida e aumentando nas regiões com fase líquida.



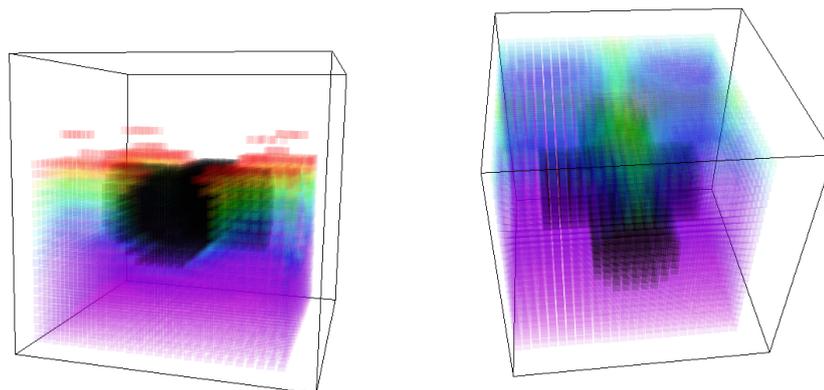
5.5(a): Fluido próximo ao final do canal.

5.5(b): Fluido chega ao fim do canal.

Figura 5.5: Canal com cilindros - Início.

Com o avanço da simulação, a interface entre os fluidos é deformada pela fase sólida no entorno dos cilindros. Após passar pelos cilindros, o fluxo tem maior saturação nos pontos em que o avanço não foi impactado pela fase sólida (ver Figura 5.6).

Neste exemplo, podemos perceber que os modelos 3D reproduziram os comportamentos físicos esperados para o fluxo. Observamos que o comporta-



5.6(a): Fluido ultrapassa o cilindro.

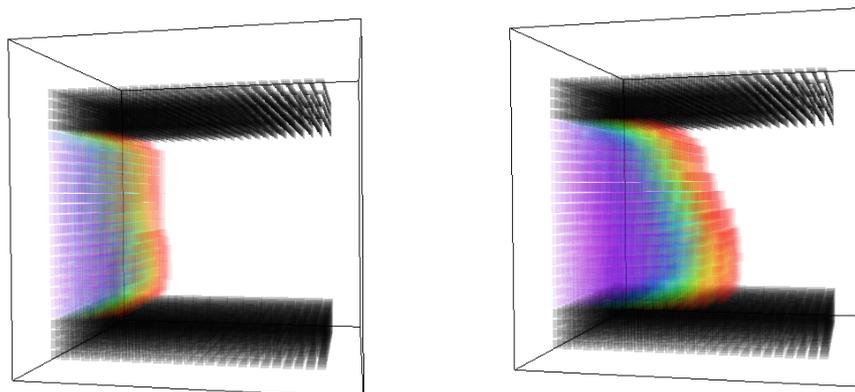
5.6(b): Fluido chega ao fim do canal.

Figura 5.6: Canal com cilindros - Fim.

mento visto no modelo 2D é refletido em todas as direções, mostrando que a extensão para o 3D manteve as propriedades observadas.

### 5.3.2 Simulação 3D com Força Gravitacional

Apresentaremos a simulação dos dois casos expostos na seção anterior: o fluxo tubular e o fluxo com obstáculos. Nestes casos, veremos que o fluido injetado tem sua propagação modificada em função da força gravitacional, e se propaga mais rápido na parte inferior do meio.



5.7(a): Início da injeção.

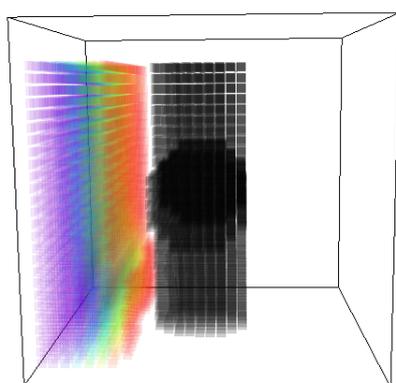
5.7(b): Deformação da interface entre os fluidos.

Figura 5.7: Efeito da gravidade no canal aberto.

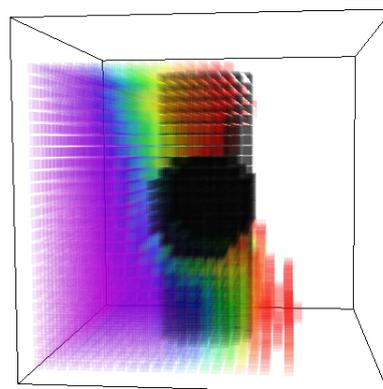
A gravidade nos modelos 3D gera um aumento de velocidade na direção vertical, fazendo com que o fluido mais denso se ajuste no fundo. Na Figura 5.7, é possível perceber o início da injeção em que a gravidade não é percebida

pelo fluido, uma vez que sua velocidade de injeção é maior. Com o avanço da simulação, o volume do fluido injetado aumenta e o efeito gravitacional ganha intensidade, sendo possível notar a deformação que ocorre na interface entre os fluidos. Nessa simulação, o fluido injetado é denso e se mantém ao fundo do tubo, ganhando assim mais velocidade.

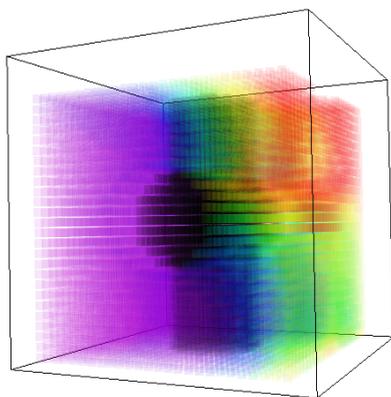
Um comportamento similar ocorre quando observamos o canal com cilindros. O fluido injetado segue para o fundo e a interface entre os fluidos se deforma em contato com o bordo, aumentando mais a velocidade na região inferior (Figura 5.8).



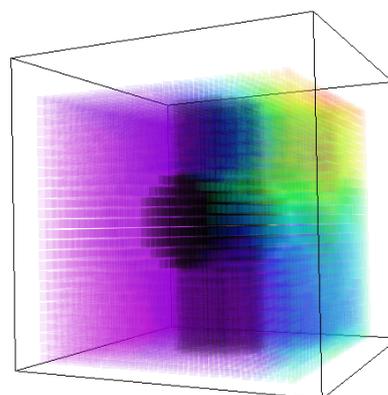
5.8(a): Injeção do fluido.



5.8(b): Mudança da interface causada pela gravidade e pelo sólido.



5.8(c): Chegada ao final do canal.



5.8(d): Concentração no final do canal.

Figura 5.8: Efeito da gravidade no Canal com cilindros.

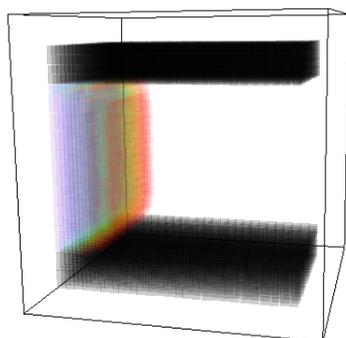
Com o aumento da velocidade na região inferior do canal, o fluido injetado ganha mais força para empurrar o fluido para fora do canal nessa região. Este efeito pode ser observado pela escala de cores na região inferior, na qual os *voxels* em roxo representam a maior saturação do fluido injetado.

Nos casos simulados percebemos como o efeito gravitacional pode modificar a forma como um fluido percorre o meio poroso. Quando olhamos apenas para o fluxo bifásico, veremos uma nova distribuição do fluido no meio poroso, causado pela força de interação entre os fluidos, a gravidade e a fase sólida.

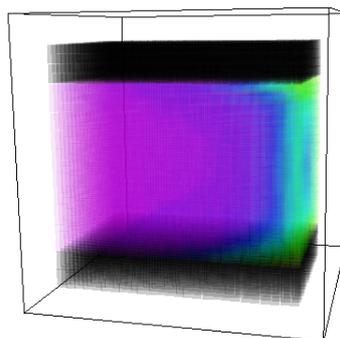
### 5.3.3 Simulação 3D com Dissolução.

Nesta seção apresentaremos os resultados da simulação do fluxo tubular e do fluxo com cilindros. Veremos o efeito da dissolução e seu impacto na modificação da estrutura sólida.

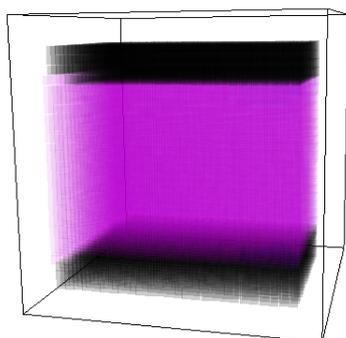
No caso do canal aberto vimos na seção anterior que o fluxo percorre o meio com maior velocidade no centro, sem a presença de forças internas, e esse comportamento se mantém ao longo da simulação. Ao considerar que o fluido injetado reage com o meio poroso, veremos uma dissolução simétrica em toda a parte sólida. Esse efeito pode ser observado na Figura 5.9.



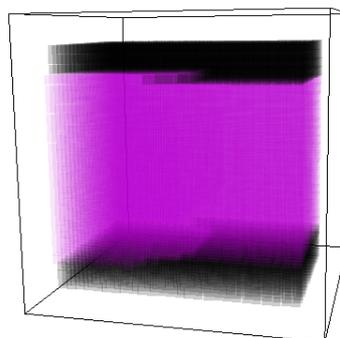
5.9(a): Injeção do fluido.



5.9(b): Chegada do fluido ao fim do canal.



5.9(c): Primeiros Voxel dissolvidos.



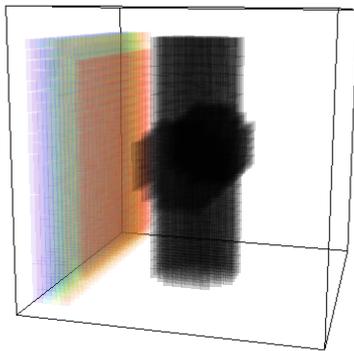
5.9(d): Avanço da dissolução.

Figura 5.9: Dissolução no canal aberto sem forças externas.

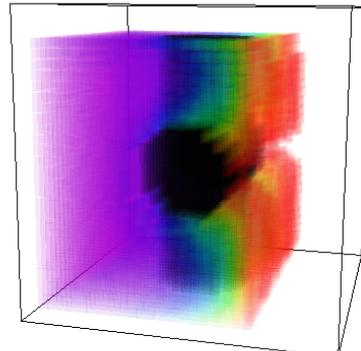
A dissolução é visível quando o *voxel* é completamente dissolvido, no entanto, ao existir o contato entre a fase sólida e o fluido reativo, a variação

de volume é ativada e, aos poucos, o processo de dissolução transforma a fase sólida em uma fase fluido. A dissolução é simétrica ao longo de toda a simulação, devido à ausência de forças externas que modificam a velocidade de cada um dos fluidos.

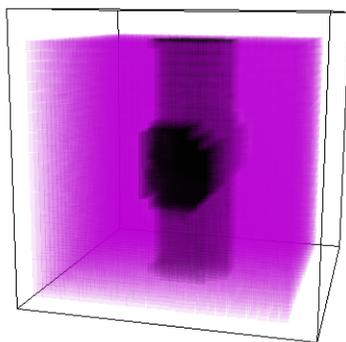
No primeiro caso, o fluxo não tem nenhum impeditivo durante toda a simulação, simplificando o fluxo. Para observar os efeitos da dissolução em fluxos mais complexos, utilizaremos dois cilindros dentro do canal. Observamos anteriormente o comportamento do fluido quando os cilindros estão no canal, e agora podemos analisar como estes são dissolvidos ao longo da simulação. Neste caso, os cilindros devem ser dissolvidos simetricamente, pois o contato se mantém. No entanto, veremos que a região em que os cilindros se sobrepõem é mais resistente à dissolução, devido à área de contato com o fluido.



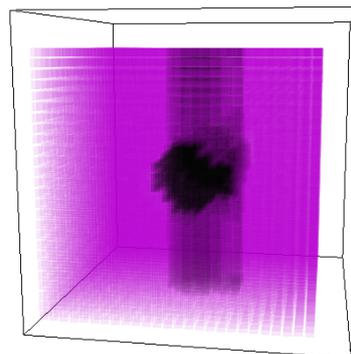
5.10(a): Injeção do fluido.



5.10(b): Fluido envolve os cilindros.



5.10(c): Primeiros Voxel dissolvidos.



5.10(d): Avanço da dissolução.

Figura 5.10: Dissolução no canal com cilindros sem forças externas.

Podemos perceber que a simetria do problema é respeitada, ocorrendo a dissolução com mesma intensidade em todas as regiões em que não temos sobreposição (Figura 5.10).

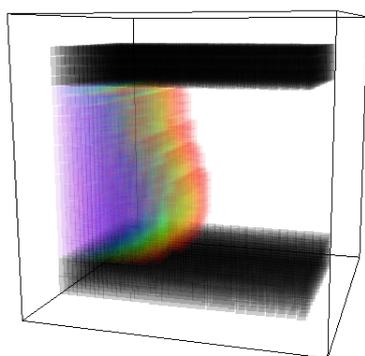
Em cada um dos casos apresentados observamos como o processo de

dissolução modificou a geometria do meio poroso. Agora incluiremos força gravitacional ao processo de dissolução e poderemos observar como a geometria do meio poroso é impactada pela presença dos dois efeitos.

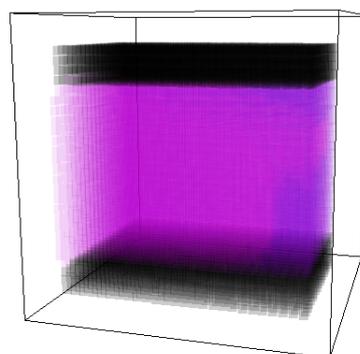
### 5.3.4

#### Simulação 3D com Força Gravitacional e dissolução.

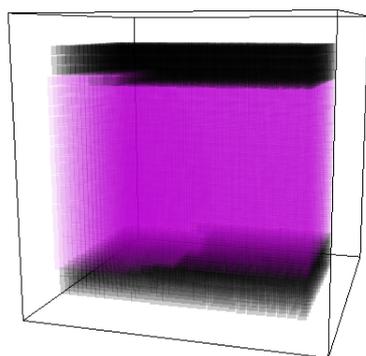
O efeito gravitacional causa uma concentração de fluido maior na região inferior do meio poroso, fazendo com que a dissolução perca a sua simetria e a fase sólida seja dissolvida de forma diferente em cada região. No canal aberto, ao longo da simulação, a parte inferior é dissolvida de forma mais rápida do que na região superior, como pode ser visto na Figura 5.11.



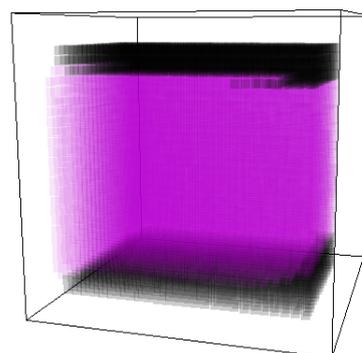
5.11(a): Injeção do fluido.



5.11(b): Chegada do fluido ao fim do canal.



5.11(c): Primeiros Voxel dissolvidos.

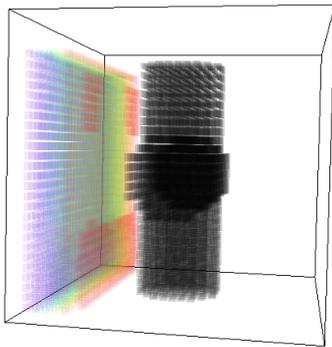


5.11(d): Avanço da dissolução.

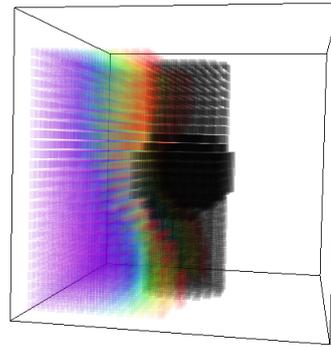
Figura 5.11: Dissolução no canal aberto com Força Gravitacional.

Nesta simulação é possível observar a diferença entre a fase sólida inferior e superior, ilustrando como a presença da força gravitacional produz impactos na simulação.

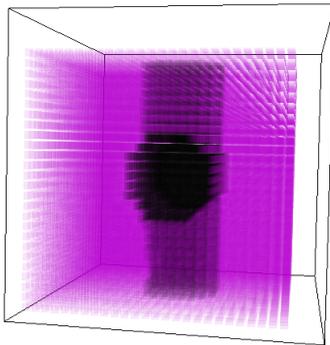
Na simulação do canal com cilindros observa-se uma situação semelhante, em que a dissolução se inicia de forma mais intensa na região inferior, o que resultará em sua completa dissolução na parte superior. Sendo assim, a dissolução dos cilindros ocorre primeiro na parte inferior, subindo com o avanço do tempo (Ver Figura 5.12).



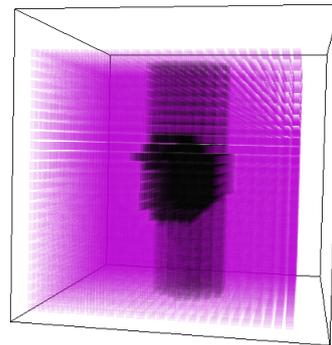
5.12(a): Injeção do fluido.



5.12(b): Fluido chega aos cilindros.



5.12(c): Primeiros Voxel's dissolvidos.



5.12(d): Avanço da dissolução.

Figura 5.12: Dissolução no canal com cilindro e Força Gravitacional.

Os exemplos 3D apresentaram comportamentos similares ao caso 2D. As modificações propostas mantiveram o comportamento físico esperado para os problemas avaliados. Isso mostra como o método pode ser utilizado para o estudo de fluxo no meio poroso e como a proposta flexibilizou o modelo. Ao permitir uma abordagem diferente do processo de dissolução, pode-se utilizar diferentes fatores para acelerar ou retardar o processo. Desta forma, é possível adaptar a característica ácida do fluido para obter repostas melhores sobre o meio poroso.

## 6

## Conclusão e Trabalhos Futuros

### 6.1

#### Conclusão

Neste trabalho apresentamos uma nova abordagem para o processo de dissolução utilizando o método LBM. A abordagem apresentada para o modelo 2D proporcionou resultados satisfatórios, o que permitiu entender melhor como a dissolução química pode afetar o fluxo no meio poroso. Verificamos que o processo de dissolução impacta o meio poroso por diferentes formas: pela área de contato e pela estrutura do meio. Verificamos que quanto maior o contato do fluido reagente, mais rápido a fase sólida se dissolve. A estrutura do meio pode dificultar a passagem do fluido, reduzindo a área de contato e, assim, desacelerando a dissolução.

Após os resultados vistos para o caso 2D, estendemos nossa abordagem para o caso 3D. Com a extensão para a dimensão 3D, a proposta reduziu o custo computacional, simplificando o processo de dissolução. Verificamos que os fatores que impactavam o modelo 2D também o faziam no 3D. Além disso, o fator de força gravitacional se mostrou importante no processo de dissolução. Vimos que, com ele, a dissolução passou a ter novas configurações. Cada um desses fatores produz uma simulação mais complexa, permitindo entender como o fluxo se comporta em ambientes mais complexos.

O modelo de LBM apresentou bons resultados durante as simulações, no entanto, com relativa dificuldade para o ajuste dos parâmetros de cada cenário. O ajuste desses parâmetros é influenciado pelo meio poroso e pelo tipo de fluido e suas interações. Mesmo com essa dificuldade, o modelo conseguiu reproduzir todos os comportamentos físicos esperados nos diferentes meios simulados.

### 6.2

#### Trabalhos Futuros

Com os resultados apresentados, temos como perspectiva de trabalhos futuros:

- Fazer a paralelização do código elaborado para simular ambientes com maior discretização, mais eficiência e menor consumo de tempo.

- Incluir um fator de aceleração de dissolução que permita representar um meio poroso heterogêneo, com diferentes fatores de dissolução para cada tipo de rocha.
- No modelo 3D, estudar como elaborar as condições para simulação com poços produtores e injetores.
- Produzir um processo de cementação causado pelo depósito dos fragmentos de rocha liberados no fluido, com os fragmentos sendo carregados e depositados em outros pontos do meio poroso. Esse processo poderá levar à obstrução do fluxo, modificando a forma como o fluido percorre o meio poroso.

## Referências bibliográficas

- [1] GUO, Z.; SHU, C.. **Lattice Boltzmann method and its applications in engineering**, volumen 3. World Scientific, 2013.
- [2] KREMER, G. M.. **Introdução a Equação de Boltzmann**, Uma. Edusp, 2005.
- [3] PERUMAL, D. A.; DASS, A. K.. **A review on the development of lattice boltzmann computation of macro fluid flows and heat transfer**. Alexandria Engineering Journal, 54(4):955–971, 2015.
- [4] SHAN, X.; CHEN, H.. **Lattice boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components**. Physical review E, 47(3):1815, 1993.
- [5] JU, L.; ZHANG, C. ; GUO, Z.. **Local reactive boundary scheme for irregular geometries in lattice boltzmann method**. International Journal of Heat and Mass Transfer, 150:119314, 2020.
- [6] KANG, Q.; ZHANG, D.; CHEN, S. ; HE, X.. **Lattice boltzmann simulation of chemical dissolution in porous media**. Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics, 65:036318, 04 2002.
- [8] TZIMAS, E.; GEORGAKAKI, A.; CORTES, C. G. ; PETEVES, S.. **Enhanced oil recovery using carbon dioxide in the european energy system**. Report EUR, 21895(6), 2005.
- [9] THOMAS, J. E.. **Fundamentos de engenharia de petróleo**. Interciência, 2001.
- [10] **Enciclopédia o&g - enauta**. [www.enauta.com.br/wp-content/uploads/sites/134/2019/07/01\\_ENA\\_OIL\\_GAS\\_fm.pdf](http://www.enauta.com.br/wp-content/uploads/sites/134/2019/07/01_ENA_OIL_GAS_fm.pdf). acessado em 18/10/2021.
- [11] SILVA FILHO, D. I. D.. **Processo da reinjeção da água produzida na recuperação secundária dos poços de petróleo de Catu/BA, para reduzir os riscos ambientais**, 2013.

- [12] TALEBIAN, S. H.; MASOUDI, R.; TAN, I. M. ; ZITHA, P. L. J.. **Foam assisted co<sub>2</sub>-eor: A review of concept, challenges, and future prospects.** Journal of Petroleum Science and Engineering, 120:202–215, 2014.
- [13] BEALESSIO, B. A.; ALONSO, N. A. B.; MENDES, N. J.; SANDE, A. V. ; HASC AKIR, B.. **A review of enhanced oil recovery (eor) methods applied in kazakhstan.** Petroleum, 2020.
- [14] Fink, J., editor. **Chapter 16 - Enhanced oil recovery.** Gulf Professional Publishing, Boston, second edition edition, 2015.
- [15] MCNAMARA, G. R.; ZANETTI, G.. **Use of the boltzmann equation to simulate lattice-gas automata.** Physical review letters, 61(20):2332, 1988.
- [16] D'HUMIERES, D.; LALLEMAND, P.. **Lattice gas automata for fluid mechanics.** Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 140(1-2):326–335, 1986.
- [17] WOLFRAM, S.. **Statistical mechanics of cellular automata.** Reviews of modern physics, 55(3):601, 1983.
- [18] SCHIFF, J. L.. **Cellular automata: a discrete view of the world.** John Wiley & Sons, 2011.
- [19] HEUBES, D.; BARTEL, A. ; EHRHARDT, M.. **An introduction to the lattice boltzmann method for coupled problems.** Progress in Computational Physics Volume 3: Novel Trends in Lattice-Boltzmann Methods, 3:3, 2013.
- [20] LAVALLEE, P.; BOON, J. P. ; NOULLEZ, A.. **Lattice boltzmann equation for laminar boundary flow.** Complex Systems, 3:317–330, 1989.
- [21] GUO, Z.; ZHENG, C. ; SHI, B.. **Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice boltzmann method.** Physical review E, 65(4):046308, 2002.
- [22] GUO, Z.; ZHAO, T.. **Lattice boltzmann model for incompressible flows through porous media.** Physical review E, 66(3):036304, 2002.
- [23] KANG, Q.; LICHTNER, P. ; JANECKY, D.. **Lattice boltzmann method for reacting flows in porous media.** Advances in Applied Mathematics and Mechanics, 2:545–563, 10 2010.

- [24] ZHOU, X.; XU, Z.; XIA, Y.; LI, B. ; QIN, J.. **Pore-scale investigation on reactive flow in porous media with immiscible phase using lattice boltzmann method.** Journal of Petroleum Science and Engineering, 191:107224, 2020.
- [25] LYONS, J.; NASRABADI, H.; NASR-EL-DIN, H. A. ; OTHERS. **A novel pore-scale thermal-fracture-acidizing model with heterogeneous rock properties.** SPE Journal, 21(01):280–292, 2016.
- [26] BHATNAGAR, P. L.; GROSS, E. P. ; KROOK, M.. **A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems.** Phys. Rev., 94:511–525, May 1954.
- [27] HORWITZ, L.; SHASHOUA, S. ; SCHIEVE, W.. **A manifestly covariant relativistic boltzmann equation for the evolution of a system of events.** Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 161(2):300–338, 1989.
- [28] HASLAM, I.. **Lattice boltzmann theory.** <https://iainhaslam.com/monplace/lbm-theory>, 2013. Last accessed 28/03/2022.
- [29] NISHIOKA, M.; A, S. I. ; ICHIKAWA, Y.. **An experimental investigation of the stability of plane poiseuille flow.** Journal of Fluid Mechanics, 72(4):731–751, 1975.
- [30] IZQUIERDO, S.; MARTÍNEZ-LERA, P. ; FUEYO, N.. **Analysis of open boundary effects in unsteady lattice boltzmann simulations.** Computers & Mathematics with Applications, 58(5):914–921, 2009.
- [31] ABDALLAH, W.; BUCKLEY, J. S.; CARNEGIE, A.; EDWARDS, J.; HEROLD, B.; FORDHAM, E.; GRAUE, A.; HABASHY, T.; SELEZNEV, N.; SIGNER, C. ; OTHERS. **Fundamentals of wettability.** Technology, 38(1125-1144):268, 1986.
- [32] KANG, Q.; LICHTNER, P. C. ; ZHANG, D.. **An improved lattice boltzmann model for multicomponent reactive transport in porous media at the pore scale.** Water Resources Research, 43(12), 2007.
- [33] KANG, Q.; LICHTNER, P. C. ; ZHANG, D.. **Lattice boltzmann pore-scale model for multicomponent reactive transport in porous media.** Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 111(B5), 2006.
- [34] LIU, H.; CHEN, Z.; SHEN, L.; GUO, X. ; JI, D.. **Well modelling methods in thermal reservoir simulation.** Oil & Gas Science and Technology–Revue d'IFP Energies nouvelles, 75:63, 2020.

- [35] WELTNER, K.; INGELMAN-SUNDBERG, M.; ESPERIDIÃO, A. S. ; MIRANDA, P.. **A dinâmica dos fluidos complementada e a sustentação da asa**. Revista Brasileira de Ensino de Física, 23:429–443, 2001.
- [36] ROSA, A. J.; DE SOUZA CARVALHO, R. ; XAVIER, J. A. D.. **Engenharia de reservatórios de petróleo**. Interciência, 2006.
- [37] **Oilfield glossary**. glossary.oilfield.slb.com. acessado em 22 de setembro de 2021.
- [38] GRAJALES, V.. **Image based simulation methods for depositional systems modeling**. PhD thesis, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2017.
- [39] THOMSON, P.-R.; AITUAR-ZHAKUPOVA, A. ; HIER-MAJUMDER, S.. **Image segmentation and analysis of pore network geometry in two natural sandstones**. Frontiers in Earth Science, 6:58, 2018.
- [40] KRÜGER, T.; KUSUMATMAJA, H.; KUZMIN, A.; SHARDT, O.; SILVA, G. ; VIGGEN, E. M.. **The lattice boltzmann method**. Springer International Publishing, 10(978-3):4–15, 2017.
- [41] KNIGHT, R. D.. **Física-V1: Uma Abordagem Estratégica-Mecânica Newtoniana, Gravitação, Oscilações e Ondas**, volumen 1. Bookman, 2000.
- [42] BUICK, J.; GREATED, C.. **Gravity in a lattice boltzmann model**. Physical Review E, 61(5):5307, 2000.