

1

Introdução

Curvas são reconhecidamente objetos matemáticos muito importantes em processamento de imagens, computação gráfica e modelagem geométrica. Para ilustrar algumas aplicações podemos citar no plano o seu uso em representações de formas em imagens 2D ([11]), em conjuntos de nível de um mapa ([17]), entre outras. No espaço podemos citar alguns exemplos onde elas são usadas para representar o conjunto de intersecções entre superfícies ([1]), para analisar redes de fibra ([10]), para descrever trajetórias a ser utilizada na extensão de uma face para criação de um sólido ([23]), etc. Em várias situações a curva pode ser representada por uma lista de pontos no plano ou no espaço (ver figura 1.1) provenientes de uma discretização de uma curva contínua.

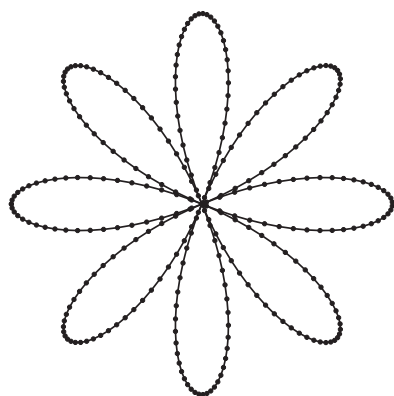


Figura 1.1: Amostragem de uma curva planar com 300 pontos.

Muitas aplicações em processamento geométrico e visão computacional recaem sobre propriedades geométricas de curvas. Em particular, a curvatura tem grande importância, tanto na análise teórica quanto em aplicações práticas, pois é uma das principais grandezas relacionadas a uma curva tanto no plano quanto no espaço. Uma outra grandeza importante, porém menos explorada, é a torção, sendo esta somente relevante para curvas no espaço.

A estimativa da curvatura é um problema estudado por muitos durante muito tempo ([27, 10, 8, 14]), pois está presente em várias aplicações como por exemplo, evolução de curvas ([22]), reconstrução de objetos arqueológicos ([25])

entre outros. Por isso apresentaremos um levantamento de alguns estimadores de curvatura para curvas planas presentes na literatura. Dividimos estes métodos em três grupos: métodos para curvas digitais ([12, 27]), métodos que utilizam três pontos ([5, 9, 10, 14]) e métodos de otimização que utilizam uma janela de n pontos ($n \geq 3$) ([8, 21, 26]). Esta separação foi feita no sentido de organizar os métodos, uma vez que o primeiro grupo representa métodos que estimam a curvatura de curvas extraídas de imagens, que são geralmente fronteiras de objetos digitalizados. No segundo grupo estão presentes métodos que estimam a curvatura usando somente 3 pontos. Estes métodos não filtram tão bem a presença do ruído, uma vez que estudam o comportamento da curva numa vizinhança bem pequena. No último grupo estão presentes métodos que adotam um processo de otimização fazendo um ajustamento às curvas. Os métodos apresentados neste grupo tendem a filtrar de maneira mais eficiente o ruído.

Nesta dissertação propomos 5 métodos para estimativa de curvatura de curvas planas que adotam um processo de otimização. Obtemos também uma estimativa para os vetores tangente e normal. Para cada um dos métodos desenvolvemos uma análise teórica, provando a convergência de nossas estimativas sobre razoáveis condições na amostra da curva e na amplitude do ruído. Verifica-se também que tais métodos funcionaram quando a amostragem da curva é não uniforme, o que para outros métodos não se verificou. Fornecemos um pseudocódigo, onde pode-se verificar a facilidade de implementação dos métodos. Vale ressaltar que alguns dos métodos propostos foram utilizados na extração e compressão de isocurvas em [2].

Mostramos que estes métodos podem ser facilmente generalizados para curvas no espaço. Tais generalizações serão apresentadas, pois desenvolvemos três métodos para obtenção da curvatura e em um deles estimamos também a torção. Através destes métodos, estimadores para o vetor tangente, o vetor normal e o vetor binormal são facilmente computados. Estas estimativas conduzem também a uma análise teórica. Fornecemos, da mesma forma que para curvas no plano, um pseudocódigo para cada um dos métodos.

As principais contribuições dessa dissertação são:

- O desenvolvimento de métodos, invariantes por movimento rígido, para estimar propriedades geométricas de curva;
- Análise teórica e da convergência dos métodos, sendo que esta última para curvas no plano;
- Estudo experimental dos métodos, incluindo comparações com métodos de mesma característica, ou seja, métodos de otimização.

Essa dissertação foi organizada da seguinte maneira: no capítulo 2 introduziremos todos os fundamentos teóricos para o entendimento dessa dissertação, apresentando os conceitos básicos de geometria diferencial e o conceito de curvas discretas. Em seguida no capítulo 3 descreveremos alguns estimadores de curvatura presentes na literatura. No capítulo 4 apresentaremos o desenvolvimento teórico dos métodos que estamos propondo, incluindo suas análises. No capítulo 5, serão apresentados os detalhes de implementação dos novos métodos propostos. No capítulo 6 estão os resultados obtidos e faremos também uma comparação com outros métodos da literatura. Finalmente no capítulo 7 estão presentes as conclusões e os trabalhos futuros.