IV. A concepção wittgensteineana de "regra matemática"

> Nós temos a intuição "não pode haver possibilidade e atualidade na matemática. Está tudo em um *único* nível. E, em um certo sentido, *atual*. (PG, parte II, seção VII, § 40, pg. 469)".
>
> A característica essencial do método matemático é seu emprego de equações. (TLP 6.2341)

1. *Regras gramaticais e desqualificação de testemunhos*

Deixemos de preâmbulos. Passemos agora, diretamente, à exploração dos contornos do que seria essa "solução", proposta por Wittgenstein, para o que seria o "conteúdo semântico" de proposições necessárias: sua nova noção de "regra de sentido". Para ilustrarmos nossa discussão da noção de "regra de sentido" (no idiossincrático sentido em que o filósofo entende essa expressão) retomemos a mesma situação lingüística simples que descrevemos no início de nosso segundo capítulo. João não encontra seus óculos. Ele então pergunta à Maria se essa sabe onde eles estão. Só que, dessa vez, ao invés de Maria responder algo *razoável*, como "os seus óculos estão dentro do armário", ela responde "os seus óculos estão dentro da caixinha de fósforos, em cima do fogão". Claramente, João não irá conseguir entender exatamente o quê Maria está dizendo. Sua afirmação não parece fazer sentido. Não é possível que os óculos possam estar dentro de uma caixa de fósforos. Um par de óculos é algo grande demais para poder caber dentro de uma caixinha tão pequena.

Vamos imaginar então que, de maneira a tentar compreender o que Maria está dizendo (e se assegurar de que Maria não está *realmente* querendo dizer que os óculos estejam dentro da caixa de fósforos), João pergunte: "Maria, uma *caixa de fósforos* não é *menor* do que um *par de óculos*?". Maria responde que sim. João então continua perguntando: "Mas, Maria, você então está querendo dizer que alguma coisa *maior*, como um par de óculos, *poderia caber* no interior de um recipiente *menor*, como a caixa de fósforos?". Suponhamos então que Maria respondesse: "Sim, é exatamente isso que eu estou dizendo. Os óculos realmente são maiores do que a caixinha, mas, no entanto, estão dentro dela."

Seria natural, então, nesse ponto, João simplesmente abandonar a discussão e afirmar: "Isso *não faz sentido*. Uma coisa A pode caber dentro de um recipiente B que seja *menor* do que A. É *impossível* que algo *maior* possa *caber dentro* de algo *menor*". Houve aqui um *rompimento na comunicação* entre João e Maria. João não consegue entender o que ela diz. Maria pode estar querendo brincar com ele ou mesmo, em um caso muito extremo, pode ter até enlouquecido, ou estar sob o efeito de alguma droga. Seja o que for que tenha acontecido, uma coisa é importante: João *não aceita como uma possibilidade* que algo maior, como um par de óculos, possa caber em algo menor, como a caixinha de fósforos. Dito de outra forma, João não aceita entender a frase de Maria em seu sentido *literal*. *Aquilo*, *aquela situação,* não *poderia* fazer sentido.

A afirmação de Maria, para utilizarmos uma expressão inglesa, "*backfired*". Seu gesto lingüístico *não se consumou* e, de fato, em um certo sentido, "*se virou contra a própria falante*". Ao invés de *descrever a realidade* (ou, na pior das hipóteses, uma situação *possível, mas não atual)*, seu proferimento acabou "*qualificando a falante*" (ou a desqualificando). No mínimo, Maria parece estar, ainda que momentaneamente, "louca".

Montamos essa pequena estória sobre a interação lingüística entre João e Maria, porque estamos convencidos de que ela ilustra o que seria o núcleo do novo tratamento semântico que Wittgenstein passa a propor *para todas as proposições necessárias, a matemática, é claro, aí incluída.* O ponto fundamental, para o filósofo, se dá no momento em que João se *recusa a aceitar a possibilidade* de uma *certa conjunção de afirmações*. Explicitamente, ele se recusa a aceitar que uma coisa A possa ser *maior* do que uma coisa B e, ao mesmo tempo, estar *dentro* dessa coisa B.

Repassemos a situação com um pouco mais de detalhes. O que ocasionou a ruptura de linguagem a qual nos referimos foi o fato de Maria ter aceitado que as afirmações:

(1) *Essa coisa A (no momento) é maior do que B*

e

(2) Essa coisa A (no momento) está dentro dessa coisa B

pudessem ser *verdadeiras de uma mesma situação*. Cada uma dessas afirmações, quando tomadas isoladamente, poderiam ser verdadeiras. Mas a conjunção das duas, *descrevendo uma mesma situação*, não. Daí a afirmação final de João:

(3) Coisas maiores não pode estar dentro de coisas menores

Há vários pontos a salientarmos aqui. Em primeiro lugar, as afirmações (1) e (2) são proposições *empíricas*, *temporalmente datas*. Estamos afirmando em (1) que *agora, no momento*, os óculos de João são maiores que uma caixinha de fósforos. Poderíamos perfeitamente imaginar que, mais tarde, eles fossem, digamos, violentamente comprimidos e deixassem de ser maiores do que uma caixinha de fósforos. Mais natural ainda, em relação à proposição (2), seria imaginarmos os óculos como não mais estando *dentro de nenhum lugar* (mas, digamos, como tendo ficado em cima da mesa).

Em contraste, a afirmação final de João, de numero (3), *não é temporalmente datada*. Não estamos dizendo que *agora* "tem acontecido" que coisas maiores não possam estar dentro de menores. Não. Como diria Wittgenstein, estamos afirmando *atemporalmente* que coisas maiores não cabem dentro de coisas menores. Muitos lógicos têm sublinhado esse uso atemporal de verbos em contextos necessários.[1] Para Wittgenstein, essa distinção é crucial. Em

[1] Cf., por exemplo, Quine, W.*Methods of Logic*. 1982. Pg. 96 e 195.

muitas passagens o filósofo insiste em distinguirmos claramente entre contextos temporais (como 1 e 2 acima) e contextos atemporais, (como em 3):

> “As 100 maçãs na caixa consistem em 50 e 50” - aqui o caráter atemporal de “consiste” é importante. Pois, não se quer dizer que *agora*, ou somente por um tempo, elas consistem de 50 e 50. (RFM, parte I, § 101, pg. 74)
>
> Quando dizemos: “Esta proposição se segue daquela”, aqui, novamente, “se segue” está sendo usado atemporalmente. (RFM, parte I, § 103, pg. 75)

Retornaremos a essa distinção entre interpretações temporais e atemporais de proposições mais adiante. Por hora, é importante deixarmos claro o seguinte: estamos propondo (3) como um exemplo do que Wittgenstein chama de uma “*regra de sentido*”, “*proposição atemporal*” ou, para recorrermos a uma terminologia menos idiossincrática, uma *proposição necessária*. E, como procuraremos argumentar a seguir, uma situação lingüística simples, como aquela envolvendo João e Maria, já nos permite abordar todos os elementos constituidores da noção de “regra”, mas ainda em um contexto despojado das complexidades que encontraremos em outras afirmações matemáticas.

Repassemos inicialmente algumas caracterizações gerais que Wittgenstein oferece para seu novo conceito e vejamos como essas caracterizações se encaixam em nosso exemplo sobre João e Maria. Em muitas passagens, o autor se refere a uma regra como algo que estabeleceria “conexões entre conceitos”. Em seus *Remarks on the Foundations of Mathematics,* por exemplo, Wittgenstein escreve:

> A prova [i.e., uma regra] muda a gramática de sua linguagem, muda seus conceitos. Ela estabelece novas conexões [entre os conceitos] (RFM parte III, § 31 pg.166)

De que "conceitos" Wittgenstein estaria falando no caso de nossa ilustração sobre o par de óculos? Quais seriam exatamente os tais "conceitos" lá envolvidos? Ora, nossa reconstituição é a seguinte. Estaríamos falando exatamente do par de conceitos que acabaram *desqualificando* a afirmação de Maria. Ou seja, estaríamos nos referindo à *conjunção de afirmações que, juntas, jamais poderiam ser verdade de uma mesma situação*. Assim, estaríamos falando de conceitos como os de:

(4) ser uma coisa maior do que B

e

(5) estar dentro de uma coisa B

Muito bem. Dissemos que a regra 3 estabeleceria uma conexão entre os conceitos 4 e 5. Mas que conexão seria essa, no entender de Wittgenstein? Exatamente como ela se daria? Nesse ponto, muitas vezes, o filósofo lança mão de caracterizações claramente metafóricas. Ele afirma, por exemplo, que:

> A proposição provada por meio de uma prova serve como uma regra – e, assim, como um paradigma. Pois nós nos *guiamos* pelas regras. (RFM parte III, § 28 pg.163)
>
> ...Uma proposição matemática (...) é apenas a expressão da aceitação de uma nova medida (da realidade), (RFM parte III, § 27 pg.162-3)
>
> Nós depositamos [uma regra] nos arquivos e dizemos: "Ela é tomada agora como um padrão de comparação pelo qual descrevemos futuros experimentos. (RFM, Palestra XI, pg. 104)".

Precisamente *como funcionaria* essa relação entre regras e experiências empíricas? Como exatamente essas regras poderiam "guiar nossa conduta", "servirem de medidas para a realidade”, “de padrões para experimentos futuros”? É nesse ponto que precisamos recorrer ao conceito de *desqualificação de proferimentos empíricos* que mencionamos acima. *Em nossa opinião, o núcleo da nova proposta semântica de Wittgenstein para a noção de “regras gramaticais” (proposições necessárias) envolve uma desqualificação, exatamente como aquela que João impingiu às afirmações de Maria.* Com base na regra (3), João *recusou* as afirmações (1) e (2) de Maria como sendo absurdas. A conjunção dessas duas últimas afirmações *não poderia fazer sentido*, i.e., *não poderia ser verdade de nenhuma situação.* Isso seria *impossível*.

Para Wittgenstein, o conceito de “regra de sentido” estaria intimamente ligado a um cenário lingüístico desse tipo, onde, com base em uma regra, desqualificamos uma afirmação de alguém como absurda. Assim, antes de analisarmos o papel de proposições como a regra (3), repassemos com mais atenção como o filósofo concebia as circunstâncias nas quais o uso desqualificador de uma regra de sentido estaria imerso: a situação de uma “ruptura comunicacional”.

Em várias passagens, principalmente de suas últimas obras, o filósofo descreve cenários onde, exatamente como no caso de João e Maria, uma discordância entre dois falantes, a partir de um certo ponto, deixaria de ser *isso* – um *conflito de opiniões* – e se transformaria em algo mais forte, uma *quebra total na comunicação.* Em uma passagem de *Sobre a Certeza,* por exemplo, Wittgenstein imagina um interlocutor que paulatinamente passa de uma discordância sobre a *existência de um planeta* para uma discordância sobre a *existência de sua própria mão*. Sobre essa situação, Wittgenstein escreve:

> Não é verdade que um engano se torne mais e mais improvável na medida em que passamos do [caso da existência do] planeta para a minha própria mão. Não: em um dado momento, ele parou de ser concebível. (OC § 54, pg. 9)

A partir de um certo ponto, as afirmações *falsas* de nosso interlocutor se transformariam simplesmente em afirmações *absurdas*, sem sentido. Elas não mais apenas “*aconteceriam de* *ter falhado" em sua correspondência com os fatos*, com a realidade. Muito mais do que isso: essa falha seria *necessária.* Elas *jamais poderiam ter sido ou virem a ser verdade*. Para Wittgenstein, nossa atribuição dessa impossibilidade estaria diretamente conectada com nossa incapacidade em atribuirmos *algum sentido* a essas afirmações: não conseguimos nos representar como seria um mundo em que aquelas afirmações fossem verdadeiras:

> Ou seja, se eu fizer certas afirmações falsas, torna-se incerto que eu as compreenda. (OC § 81, pg. 12)

Assim, se as dúvidas entre os participantes dos intercâmbios lingüísticos se tornassem muito generalizadas, o próprio significado das palavras se tornaria incerto. Toda a discordância, toda a dúvida envolveria, necessariamente, uma certa dose de concordância:

> Se você tentasse duvidar de tudo, não chegaria a duvidar de nada. O jogo da dúvida ele próprio pressupõe certeza. (OC, § 115, pg. 18)
>
> Duvidas aparecem *depois* de crenças. OC § 160, pg. 23
>
> Se você não estiver certo sobre nenhum fato, também não poderá estar certo do significado de suas palavras. (OC § 114, pg. 17)

Chegamos aqui a um *insight* fundamental para a filosofia de Wittgenstein. Para o pensador austríaco, faria *parte do funcionamento de nossa linguagem um certo nível mínimo de concordância entre os falantes*.

> Se a linguagem é para ser um meio de comunicação, deve haver concordância não somente sobre definições, mas também (por esquisito que isso possa soar) sobre julgamentos. (PI, § 242, pg. 88)

Uma vez caracterizada uma situação de ruptura de comunicação, podemos então facilmente explicar o conceito Wittgensteineano de "regra". Voltemos ao nosso exemplo. Um *dos participantes do jogo lingüístico* (João) *descarta afirmações de outro* (As afirmações 1 e 2 de Maria, em nosso exemplo). Mas, como no caso de nossa ilustração, muitas rupturas assim se dão “*com base em uma regra*”, (a sentença atemporal 3). Assim, o traço fundamental dessas proposições, para o filósofo, seria o de funcionarem como uma espécie de “*marco-limite para discordâncias*”. Mais precisamente, da mesma forma como em nossa ilustração, uma regra determinaria que *certas conjunções de afirmações empíricas fossem descartadas como não tendo sentido*. Exatamente aí estaria o núcleo essencial da nova concepção de proposição necessária proposta pelo filósofo: o funcionamento dessas proposições como *estalões para a limitação de discordâncias.* O filósofo escreve:

> Em uma demonstração nós entramos em concordância com alguém. Se isto não acontece, então nós nos apartamos antes de sequer começar a nos comunicarmos nesta linguagem. (RFM, parte I, § 66, pg. 62)

2. *O atomismo da concepção Wittgensteineana de proposição matemática*

Seria natural procurarmos agora ilustrar nosso novo conceito de “regra de sentido” com exemplos retirados da própria obra de Wittgenstein. De fato, daremos, mais adiante, muitas ilustrações específicas desse “uso desqualificatório” que Wittgenstein atribui às proposições matemáticas, apresentando diversos trechos das obras do filósofo, principalmente do período final de sua vida. Deixaremos, no entanto, a apresentação desses apoios textuais, bem como a continuação de nossa exploração dos contornos da noção de “regra de sentido”, para mais tarde. Faremos uma breve interrupção em nossa exposição, pois, já a essa altura, nos parece urgente tornar *explícito* um ponto essencial – *extremamente contra-intuitivo* – na proposta do filósofo. Dedicaremos a seção a esse indigesto componente da proposta Wittgensteineana.

Um dos traços mais importantes, nucleares mesmo, de nossa concepção ordinária de “proposição matemática” envolve o que poderíamos chamar de “um *holismo semântico*” envolvendo essas proposições. Nossa tendência é jamais encararmos proposições assim *isoladamente*, mas sempre como pertencentes a *sistemas.* Normalmente concebemos esses sistemas de proposições matemáticas de duas maneiras fundamentais: como um *cálculo* ou como uma *estrutura dedutiva*. Independentemente de qual seja o tipo de sistema que estejamos lidando – um cálculo ou um sistema dedutivo – o que nos importa aqui é frisar que o próprio *sentido* dessas afirmações seria usualmente concebido por nós como sendo *tributário a imersão dessas em seus respectivos sistemas.* Normalmente não encaramos o *conteúdo* de uma afirmação como *15 + 15 = 30”* (o que quer que tomemos isso como sendo) como *completamente independente* do conteúdo de outras afirmações (ex.: “*16 + 13 = 29”* e, até mesmo, “*3 × 7 = 21”).*

Parte da razão de nossa insistência em postular um sistema de proposições por trás de toda sentença matemática estaria conectada com a noção de *justificação*. Normalmente concebemos as *proposições matemáticas* em termos de uma dicotomia entre *teorema* e *demonstração*. De acordo com essa concepção, a maioria das proposições matemáticas seriam de fato “*teoremas”,* i.e., *proposições-conclusão* de *alguma demonstração* que lhes dariam uma *justificativa*. Ora, mesmo para uma matemático clássico (e certamente para um intuicionista), o sentido de um teorema não seria independente das justificações que lhe dariam apoio. Talvez, apenas os “axiomas” pudessem ser tomados como exceções a essa regra de dependência. E, mesmo assim, poderíamos argumentar que o sentido dessas afirmações matemáticas especiais seria exatamente esse: ser capaz de estar na base de todas as outras proposições que deles decorrem.

A dicotomia justificando/justificado se repete também para cálculos. Assim, normalmente costumamos distinguir entre o “resultado final” (digamos, a afirmação de que *12345 + 23456 = 35801*) e a (por vezes laboriosa) execução daquele cálculo, que lhe daria justificação. Ainda assim, da mesma forma que no caso da *estrutura dedutiva*, associamos a uma afirmação como *12345 + 23456 = 35801* um conjunto maior de proposições e operações que funcionaria como *justificação* (o seu “cálculo”), conjunto esse que funcionaria como parte integrante do *sentido* daquela afirmação. Ou seja, por trás de cada proposição matemática encontraríamos normalmente uma *estrutura proposicional maior*, sua “justificação” (cálculo ou prova), estrutura essa que seria normalmente concebida como estando imersa em um sistema ainda maior, uma *teoria matemática*.

Apesar do caráter altamente intuitivo da concepção *holista* das sentenças matemáticas e do quão natural nos possa soar a dicotomia *teorema/demonstração* (ou *resultado/cálculo*), *em nosso entender, a filosofia da matemática de Wittgenstein de uma certa maneira recusa ambas essas abordagens tradicionais.* Tomemos em primeiro lugar a distinção teorema/demonstração. Em suas discussões sobre filosofia da matemática, Wittgenstein emprega a todo o momento o termo "prova". Porém, nos parece um *sério engano interpretativo* (pelo qual, em nossa opinião, o próprio filósofo também é responsável) entender-se o emprego desse termo pelo autor como estando em oposição à idéia de uma "*proposição provada*", de um "*teorema*". Para o pensador austríaco falarmos em uma separação entre prova e proposição provada (a conclusão da demonstração):

> Uma prova - poderia dizer - é um *único* padrão, do qual de um lado temos certar sentenças escritas e do outro lado a sentença (que é chamada de "proposição provada") (RFM, parte I, § 28, pg. 48)[2]

Assim, como veremos em mais detalhes adiante, poderíamos dizer que *Wittgenstein não tem, estritamente, uma noção de prova como um objeto matemático (em oposição à proposição provada), mas tem sim uma noção de "proposição matemática" ou "regra de sentido", incluindo aí, tanto a proposição provada, quanto sua prova.* Assim, *diferentemente dos intuicionistas, no sistema de Wittgenstein, não temos sequer como falar em uma proposição matemática que não tenha sido provada* (i.e., o que normalmente entendemos por uma "conjectura matemática"). Como veremos, o conteúdo de uma proposição desse tipo – uma conjectura matemática – não seria *propriamente matemático*, no entender de Wittgenstein. Veremos mais adiante, com algum detalhe, qual seria, segundo o filósofo, esse conteúdo. Por hora, iremos apenas insistir*: em contraste com os intuicionistas (e, certamente, também com os matemáticos clássicos), uma "proposição não provada" não teria conteúdo matemático; seu sentido seria outro*. Apenas *o todo*, proposição *provada + prova poderia ter "conteúdo matemático para Wittgenstein*", i.e., ser uma *regra de sentido*.

[2] Cf também: "Não se pode dar uma relação interna salvo dando as duas coisas para as quais ela vale". (LFM palestra VIII, pg. 85)

Deixemos de lado a dicotomia prova/proposição provada e passemos agora diretamente à discussão do que chamamos de “holismo semântico” na concepção Wittgensteineana de proposição matemática: a idéia de que o sentido de uma proposição seria sempre dependente de sua *imersão no interior de um sistema maior de proposições*. O assunto é complexo e, no mínimo, controverso.

Como foi magistralmente descrito por Pasquale Frascolla, em seu livro *Wittgenstein’s Philosophy of Mathematics*, no curto período de 1929 a 1933 o filósofo aceita, ainda que de uma forma um tanto hesitante, o que o comentarista chamou de “verificacionismo”[3]. Ora, um dos elementos fundamentais desse “verificacionismo”, de acordo com Frascolla, envolveria exatamente o *holismo semântico* que vínhamos discutindo. O holismo que Frascolla corretamente atribui a Wittgenstein, se aplicaria *apenas a proposições matemáticas imersas em um cálculo* – proposições como *15 + 15 = 30* – e não a resultados matemáticos “isolados”, como, digamos, o teorema de Pitágoras.

A diferença entre os dois tipos de afirmações era explicada por Wittgenstein como dependente do fato de que, para decidirmos a verdade de afirmações como 15 + 15 = 30, temos um algoritmo geral. Já no caso de afirmações como a alegação de Pitágoras, não disporíamos de método algum. Ora, para o filósofo nesse período intermediário de seu pensamento, *para o caso de afirmações dentro de um cálculo*, sua signficatividade seria decorrência desses métodos gerais de decisão (independentemente de haverem sido executados, ou não). *O* comentarista italiano escreve:

> ...a existência de procedimentos gerais de cálculo levaram Wittgenstein a introduzir, nos anos de 1929-33, ainda que com uma certa apreensão, uma noção de proposição matemática. [4]

[3] Não pretendemos nos comprometer com o termo “verificacionismo” escolhido por Frascolla designar esse período intermediário do pensamento do autor. Estamos apenas interessados no que chamamos de “holismo semântico” que encontramos nos textos de Wittgenstein dessa época.

[4] Frascolla, P. *Wittgenstein’s Philosophy of Mathematics.* 1995. Pg. 111. Cf. também a seção “Mathematical Propositions” da segunda parte do livro de Frascolla.

> O significado de todos os termos aritméticos pertencentes ao sistema de expressões com a forma mostrada pela variável "ξ×η" é estabelecido com referência aquele procedimento geral. [5]

Assim, não deveríamos nos surpreender ao encontramos afirmações claramente holistas nas obras de Wittgenstein *nesse período intermediário* do pensamento do filósofo.[6] Mas, *como o próprio Frascolla deixa claro, esse holismo* (*"verificacionismo", para Frascolla*[7]) *teria sido abandonado por Wittgenstein*. [8] Assim, por exemplo, Frascolla escreve, sobre as concepções mais maduras do autor, após 1933:

> Podemos finalmente voltar à questão que era nosso ponto de partida, a do verificacionismo matemático. Não há dúvida que as considerações de Wittgenstein sobre a execução de regras (*rule-following*) destroem as próprias premissas daquela concepção

O ponto fundamental para essa derrocada do "verificacionismo"[9], segundo Frascolla, seria um *insight já presente no pensamento de Wittgenstein desde sua volta a filosofia, em 1929: a conexão entre procedimento geral e caso específico*. O próprio comentarista cita uma passagem dos *Philosophical Remarks* (escrito entre 1929-30):

> Em realidade, desde os textos de sua fase intermediária (...) Wittgenstein já percebia a perturbadora existência de "um fosso intransponível entre regra e aplicação, ou lei [geral] e caso especial. (PR, I §64)"[10]

[5] Frascolla, P. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics.* 1995.. Pg.56

[6] Por exemplo: « É esse método geral que determina o significado de "ξ×η" e assim estabelece o que é provado (demonstrando, por exemplo, uma identidade numérica como "25 × 25 = 625")» (PG, Parte II, seção VI,§ 36, pg. 345)

[7] Ver nota 3.

[8] Ver a seção "Crises of Verificationism" na terceira parte de Frascolla, P. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics.* 1995.. Ver especialmente pg. 114 em diante.

[9] Ver nota 3.

[10] Frascolla, P. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics.* 1995.. Pg. 114

Deixemos de lado o problema exegético de estabelecermos exatamente quando Wittgenstein efetivamente formulou sua concepção madura da filosofia da matemática.[11] O ponto importante para nós, agora é que para Frascolla a partir de (pelo menos) 1933, Wittgenstein teria abandonado *a concepção holista do significado de proposições como 15 + 15 = 30, substituindo-a por algo muito próximo da concepção de regras como “desqualificação de testemunhos” que apresentamos acima*.[12]

Chegamos assim ao núcleo do que nos parece ser o elemento *menos intuitivo, mais estranho, de toda a proposta de Wittgenstein para a filosofia da matemática*: seu “atomismo semântico”. Ao contrário da concepção holista ordinária, *Wittgenstein não concebe o sentido de afirmações matemáticas (mesmo aquelas pertencentes a um cálculo) como dependendo de sua imersão em um grande sistema de proposições, sistema esse do qual essas proposições “extrairiam” o significado que têm.*

M*esmo para o caso de somas como 15 + 15 = 30, valeria a concepção de regra de sentido como “desqualificação de testemunhos”.* Deixaremos os detalhes de como seria o tratamento das proposições aritméticas proposto por Wittgenstein para as próximas seções. Por agora, nos contentaremos em ressaltar que a caracterização de regras gramaticais como desqualificação de testemunhos estabelece *apenas uma relação entre uma regra e proposições empíricas, não uma relação entre aquela regra e outras proposições necessárias* (como queria a tese holista). Daí a insistência do filósofo na importância da possibilidade de aplicação dessas regras (proposições necessárias) em situações empíricas:

> Conceitos que ocorrem nas proposições necessárias devem também ocorrer e ter sentido nas não necessárias. (RFM, parte V § 41, pg.295)
>
> Quero dizer: é essencial para matemática que seus signos sejam também aplicados "à paisana". (RFM, parte V, § 2, pg. 257)

[11] Em nossa opinião a“fase verificacionista” que Frascolla lhe atribui foi apenas um (dos muitos) projetos filosóficos laterais frustrados do pensamento de Wittgenstein. Como procurarmos sublinhar nesse trabalho, a filosofia madura de Wittgenstein é *uma conclusão final de opções e argumentos presentes desde o período do Tractatus Logico-Philosophicus.*

A razão para isso é bastante imediata. O próprio *sentido* das proposições da matemática dependeria, no entender filósofo, *de sua conexão com proposições não matemáticas*.

> É o uso fora da matemática, e assim o sentido dos signos, que fazem do jogo de signos, matemática. (RFM, parte V, § 2, pg. 257)

Ou seja, o que dá sentido a uma afirmação matemática como $15 + 15 = 30$, para Wittgenstein, é exatamente seu emprego como padrão para desqualificação de afirmações empíricas, e não sua imersão em um sistema dedutivo ou em um cálculo.

3. *Exemplos retirados da geometria*

Os primeiros exemplos de aplicação da nova concepção de “regra de sentido como desqualificação de testemunhos” à proposições matemáticas envolvem ilustrações retiradas da *geometria elementar*. Apenas mais tarde, e com extrema dificuldade, Wittgenstein vai alargando sua abordagem de forma a ser capaz de lidar com exemplos vindos da aritmética e da álgebra. De fato, o filósofo se referia a esse novo tratamento de afirmações aritméticas e algébricas como a “interpretação geométrica” dessas proposições.[13] Mesmo mais tarde, na série de palestras que o filósofo proferiu em 1939, Wittgenstein retorna sempre a exemplos geométricos para ilustrar suas idéias, principalmente quando a questão envolvida é a conexão entre os conceitos de “sentido” e “possibilidade”.[14]

Entre as conversações de Wittgenstein registradas por Friederich Waismann no período de 1929 a 1931, logo depois do retorno de Wittgenstein à atividade filosófica, há um seção inteira em que Wittgenstein discute qual seria a correta interpretação de um procedimento geométrico simples: a obtenção de uma *bisseção de um ângulo qualquer dado*.[15]

---

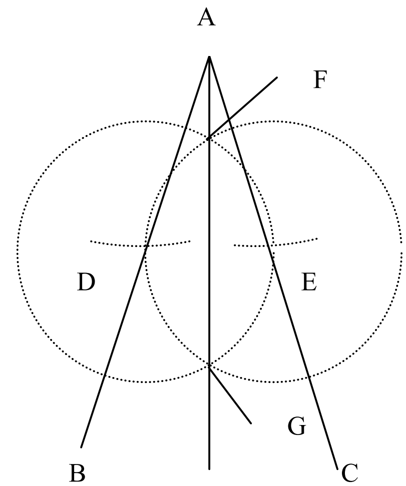
[12] Ver a seção *Mathematical proofs as Paradigms* na terceira parte de Frascolla, P. *Wittgenstein’s Philosophy of Mathematics.* 1995.. Pg 128-142

[13] Ver Frascolla, P. *Wittgenstein’s Philosophy of Mathematics.* 1995.. Pg 49.

[14] Cf. principalmente as palestra de IV ate X com o exemplo da construção de um heptágono.

[15] Waismann, F. *Wittgenstein and the Vienna Circle.*1979. Pg 204-6.

O procedimento é descrito como a proposição 9 do livro I dos famosos *Elementos* de Euclides.[16] De forma muito resumida, o processo de bisseção é o seguinte. Dado um ângulo qualquer BAC, marcamos inicialmente dois pontos eqüidistantes a A sobre as retas AB e AC. A seguir, traçamos dois círculos com centros, respectivamente em D, passando pelo ponto E, e em E, passando pelo ponto D. Esses círculos determinam as interseções F e G. Se traçarmos então a linha FG, essa será uma bisseção do ângulo BAC.



A discussão de Wittgenstein é bastante longa e detalhada (principalmente quando comparada à singeleza do resultado geométrico em discussão). O filósofo fala em dois conceitos diferentes de "bisseção". O primeiro seria:

(6) ser a figura-resultado da execução do procedimento de Euclides

e o segundo seria:

(7) ser (uma figura de uma) bisseção de um ângulo

Wittgenstein afirma:

> O que quer dizer "bissecionar-se um ângulo em duas partes [iguais]"? Deveríamos responder que isso depende do que é permitido como verificação. Se checar por medição conta como verificação, a bisseção tem um sentido diferente de quando a prova a partir dos axiomas da geometria é tomada como verificação. (WWK, pg. 204)

[16] Euclídes. *The thirteen Books of the* Elements. Proposição 9, Livro I, pg. 264

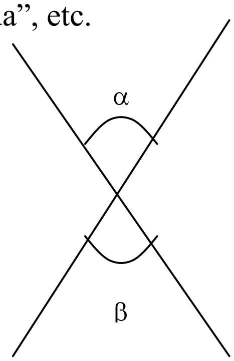
Um ponto fundamental, para nós, é o momento no qual o filósofo descreve o emprego daquele resultado matemático como um padrão para desqualificação de afirmações empíricas. O trecho, transcrito por Waismann, é:

> Se eu tomar a construção [da bisseção de um ângulo] como meu critério, eu de jeito nenhum posso checar os ângulos medindo-os. Seria muito mais o caso de: se a medição der uma diferença, direi: "O compasso estava ruim, aquilo não era uma linha reta, etc. Pois a construção é agora o *padrão* de acordo com o qual julgo a qualidade da medição”. (WWK, pg. 205)

Reconstruindo um pouco o argumento do filósofo, ele estaria afirmando que a proposição 9 de Euclides deveria ser interpretada como estabelecendo uma conexão *necessária* (*atemporal*, na terminologia do filósofo) entre os conceitos (6) e (7). Ou seja, teríamos a regra:

(8) Se algo é a figura-resultado da execução do procedimento de Euclides
então esse algo é uma bisseção de um ângulo

Por sua vez, o emprego da regra (8) seria exatamente o de descartar testemunhos de *ocorrências empíricas* (aparentes, é claro) que envolvessem a *quebra* dessa conexão. Assim, recusaríamos qualquer afirmação empírica (temporalmente datada) que procurasse afirmar de uma figura que esta é (presentemente) o resultado de *uma execução do procedimento de Euclides*, mas que esta não é (também no presente momento) *uma bisseção de um ângulo*. Como explica o filósofo, antes duvidaríamos do “estado do compasso”, da “adequação de nossa régua”, etc.



A mesma caracterização do conteúdo de afirmações matemáticas como “regras para desqualificações de (testemunhos de) afirmações empíricas” reaparece um pouco mais tarde, no volume *Philosophical Grammar*, de Wittgenstein, agora com respeito à proposição:

ângulos correspondentes são iguais

O que o filósofo oferece como “significado” daquela proposição geométrica envolve, mais uma vez, a desqualificação de mensurações:

> A proposição "ângulos correspondentes são iguais" significa que se eles não parecerem iguais quando forem medidos tomarei a mensuração como incorreta (PG parte II, seção V, § 17, pg. 320)

Um último exemplo, agora sobre a proposição geométrica:

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180 graus

Novamente, Wittgenstein está disposto a atrelar a significação daquela proposição à desqualificações de operações de medição empírica. O filósofo escreve:

> “a soma dos ângulos de um triângulo é 180 graus” significa que se eles não parecerem ser 180 quando forem medidos assumirei que houve um erro no processo de medida.» (PG parte II, seção V, § 17, pg. 320).[17]

Antes de abandonarmos a discussão dos exemplos geométricos, seria importante salientarmos um outro ponto que nos parece também muito importante na abordagem de Wittgenstein. Estamos nos referindo a um certo “*nivelamento*” característico presente nas suas propostas de interpretação das proposições matemáticas. Voltemos ao primeiro exemplo da proposição 9 de Euclides. Seria natural encararmos aquele resultado em termos da *dicotomia operação/resultado*. O que Euclides nos teria legado seria um *procedimento*, uma *operação* para, dado um *objeto inicial*, um ângulo BAC qualquer, produzirmos um ***outro objeto***, aquele ângulo bissecionado. Ou seja, seria natural dividirmos a proposição de Euclides em duas partes *assimétricas*. De um lado teríamos uma operação (sobre um objeto), de outro, o objeto final, resultante:

$$\mathbf{Op(obj.\ ini.) \rightarrow obj.\ final}$$

Se compararmos essa proposta de interpretação, tão natural, com a proposta de Wittgenstein, perceberemos que de cada lado do que Wittgenstein chama de “regra” há um *mesmo tipo de entidade* (gramatical), algo que, nessa época, o filósofo chamava de “conceito”.[18] Uma regra ligaria um conceito (no caso da bisseção, “ser a figura-resultado da execução do procedimento de Euclides”) com outro conceito (“ser (uma figura de uma) bisseção de um ângulo”).

A mesma situação se daria com os exemplos dos ângulos correspondentes e da soma dos ângulos internos. Deixando de lado a generalidade dessas afirmações, seria natural construirmos nossa afirmação, no caso dos ângulos correspondentes, da seguinte maneira. Estaríamos afirmando, de cada “*par de ângulos correspondentes dados”* (tomado como uma única entidade), que esse par tem uma “*propriedade*”, a *congruência* de um dos membros do par com o outro membro. Da mesma forma, no caso da soma dos ângulos internos, estaríamos afirmando que, para cada *tripla* de ângulos internos de um triângulo dado, valeria a *propriedade* de que a sua soma totalizaria 180°. Nos dois casos, estaríamos atribuindo uma *propriedade* a um certo tipo de *objeto (objetos, por vezes, “compostos”).*

Nada dessa dicotomia entre objeto e propriedade permanece na interpretação proposta por Wittgenstein. Novamente, aquelas regras estabeleceriam uma “conexão” entre duas entidades iguais, dois “conceitos”. A primeira regra conectaria, na interpretação de Wittgenstein:

[ser um par de ângulos correspondentes]

com

[ser um par de ângulos congruentes]

A segunda regra conectaria, de acordo com a interpretação do filósofo:

[17] Claramente, esse último exemplo envolve uma dificuldade extra: o problema das geometrias não euclidianas. Não discutiremos em detalhes esse problema aqui, pois ele transcenderia de muito o escopo da presente investigação e nos desviaria muito de seu curso.

[18] Em nossa opinião, seria melhor pensarmos que uma regra determine diretamente a desqualificação de *proposições inteiras*, i.e., uma alegação como “Isto é um...”.

[ser um triângulo]

com

[ter a soma interna de seus ângulos totalizando 180°]

Nos dois casos, ao invés de concebermos aquelas afirmações como uma relação entre duas entidades de tipos diferentes (uma operação e seu resultado, uma propriedade e um objeto), as encaramos de forma "nivelada", como uma conexão entre duas entidades de mesmo tipo.

4. *A interpretação de afirmações aritméticas simples e a formulação "atributiva" das regras.*

Deixemos por hora as ilustrações retiradas da geometria elementar. Como afirmamos acima, essas ilustrações eram introduzidas por Wittgenstein apenas como parte de um projeto muito mais ambicioso: estender aquela interpretação (que chamamos de "desqualificatória") para toda a aritmética (e a matemática). Esse projeto já aparece claramente anunciado nos *Philosophical Remarks*, volume redigido entre o ano de seu retorno à filosofia, 1929, e o início do ano seguinte, 1930:

> Poder-se-ia dizer que a aritmética é um tipo de geometria; i.e., o que em geometria são construções sobre papel, em aritmética temos cálculos (sobre papel). Poderia se dizer: é um tipo mais geral de geometria. (PR, seção X, §109, pg. 131)[19]

A execução desse projeto, no entanto, se mostrou uma façanha filosófica extremamente complexa e trabalhosa. De 1929 até 1944, Wittgenstein produz um imenso volume de textos e anotações dos quais, em torno da metade é dedicada à filosofia da matemática. A partir de

[19] Wittgenstein repete esse mesmo parágrafo nas *Philosophical Investigations* em PG, parte II, seção III, § 15, pg. 306

1937, no entanto, os contornos dessa “geometrização da aritmética” já estavam claramente delineados. Deixemos, pois, a geometria e nos concentremos na aritmética.

Vejamos uma proposição claramente verdadeira da aritmética elementar. Tomemos, digamos, a proposição *200 + 200 = 400*. Uma vez mais, vamos imaginar uma situação desqualificatória para empregarmos essa proposição. Imaginemos alguém que nos relate ter colocado, cuidadosamente, 200 maçãs, contadas uma a uma, dentro de uma cesta. A seguir, essa pessoa contou mais 200 maçãs e as colocou junto das primeiras 200. Feito isso, nos narra nosso interlocutor, “contei as maçãs contidas dentro do cesto, novamente uma a uma, com toda a atenção e, para minha surpresa, havia apenas *399* maçãs na cesta. Eu mesmo fiquei surpreso e, assim, recontei tudo duas vezes. Redobrei a atenção, mas não houve jeito. Duas vezes mais, obtive aquele mesmo resultado estranho.”

Uma coisa nos parece certa. Não aceitaríamos se essa pessoa, com base em sua contagem, resolvesse então afirmar: “Eu sei que *em geral* 200 coisas + 200 coisas = 400 coisas. Mas, *desta vez*, nesse meu caso, aconteceu algo diferente. *Desta vez 200 + 200 totalizaram 399*!” Certamente pensaríamos: absurdo! Uma das maçãs não deve ter sido contada. Talvez ela tenha se extraviado, rolado para fora da cesta. (O que explicaria o fato de que, mesmo na recontagem, o erro tenha reaparecido). O importante, para Wittgenstein, permaneceria o mesmo que nos casos geométricos. Não estaríamos dispostos a aceitar que, “daquela vez” *realmente aqueles dois grupos de 200 maçãs juntos pudessem totalizar 399 maçãs*. Uma afirmação assim seria simplesmente sem sentido, i.e., não descreveria uma situação realmente *possível*. O que quer que aquela pessoa tenha feito, não foi exatamente o que disse (e pensou) ter feito. Ou bem sua “*contagem” foi falha* (i.e, não foi, exatamente uma “contagem”), ou bem o que ele fez não foi realmente “*juntar 200 e 200 maçãs”* (o que ele fez foi alguma outra coisa que não deveria propriamente ser chamada de “juntar 200 e 200 maçãs”). Wittgenstein escreve:

> A prova [a conexão 200 + 200 = 400] é agora nosso modelo para se contar corretamente 200 maçãs e 200 maçãs juntas: ou seja, ela define um novo conceito: “a contagem de 200 e 200 objetos juntos”. Ou

> poderíamos dizer também: “um novo critério para nada ter sido perdido ou acrescentado” (RFM, parte III, §.24, pg. 161)

Em uma outra ilustração, agora sobre a adição *2 + 3 = 5,* Wittgenstein novamente enfatiza o caráter normativo daquela proposição matemática:

> “Se botamos 3 coisas perto de 2 coisas, isto pode produzir várias contagens de coisas. Mas vemos como uma *norma* o procedimento de que 3 coisas e 2 coisas perfazem 5 coisas**.** RFM, parte VI, § 9, pg. 311.

Mais uma vez, a mesma idéia: a proposição matemática *2 + 3 = 5* funciona como uma norma para o julgamento de proposições empíricas envolvendo relatos sobre a reunião de objetos.

Há aqui um ponto muito importante. Wittgenstein nem sempre é muito cuidadoso na formulação exata de como essa desqualificação iria se dar. “2 + 3 = 5” não seria usado diretamente para descartamos uma *possibilidade,* a possibilidade que, alguma vez, uma reunião de 2 e 3 coisas, de alguma forma, não produzisse 5 coisas com resultado. Na verdade, o que a própria regra faz é exatamente codificar essa *impossibilidade*. Estamos afirmando que “*2 + 3 = 5”* determina o descarte de qualquer *relato*, de qualquer *testemunho* de *uma terceira pessoa* que tentasse alguma vez afirmar ter reunido 2 e 3 objetos e não ter obtido 5 objetos.

Em que situação isso poderia se dar? Bastaria imaginarmos uma criança pequena, aprendendo a contar. Digamos que pedíssemos a essa criança que ela pusesse dois e três objetos em cima de uma mesa e a seguir os contasse. Claramente, essa ordem pode ser seguida de toda a sorte de resultados estranhos. Não deveríamos nos surpreender com uma resposta como “Quatro!” Nossa reação seria exatamente o que Wittgenstein tem em mente: descartaríamos aquela criança como uma pessoa que “sabe contar”. Ainda que ela já consiga fazer algo *análogo* ao que fazemos ao contar, o que ela faz não é *exatamente* “contar” (caso contrário ela deveria ter respondido, é claro, “Cinco!”)

O ponto que estamos tentando explicitar nos parece muito importante. Na seção anterior discutimos um pouco do caráter nivelador da concepção de "regra" de Wittgenstein. Agora falaremos um pouco mais sobre como devemos entender o que o filósofo chama de "os conceitos" conectados pelas regras. Em nosso entender, a formulação mais adequada de uma regra é uma formulação "*atributiva*", "*metalingüística*". Assim, por exemplo, para a regra *2 + 3 = 5* poderíamos pensar em algo como:

> O que quer que chamemos de ["resultado da reunião de 2 e 3 coisas"], teremos que chamar também de ["reunião de 5 coisas"], e vice versa.

Utilizando uma nomenclatura que não é exatamente de Wittgenstein, poderíamos dizer que o conteúdo daquela regra seria a prescrição de que a atribuição de um daqueles conceitos (a uma situação) serviria de *regra de correção* para a atribuição do outro.[20]

Esse uso "metalingüístico", "atributivo", é muito freqüente, especialmente nos textos mais maduros de Wittgenstein. A toda hora o filósofo recorre a construção "*não chamaríamos* tal coisa ... de...". Repassemos rapidamente alguns exemplos:

> "Assim, de acordo com você todo mundo poderia continuar a série como quisesse; e inferir de qualquer forma!" Neste caso não *chamaríamos* de "continuação da série" e também, presumivelmente nem de "inferência". (RFM, parte I, § 116, pg. 80)
>
> "Isso é o que fazemos quando executamos o processo que chamamos de "multiplicação". 144 é o que chamamos de "o resultado correto" LFM, palestra X, pg. 97
>
> Se você me diz que não é análogo, está dizendo algo sobre a palavra "análogo". Você diz o que você vai *chamar* de o passo análogo. (LFM, palestra VI, pg. 61)[21]

[20] Wittgenstein geralmente fala em termos de "critério" para a situação.
[21] Os grifos são nossos.

É essa "formulação metalingüística" que nos parece mais adequada aos propósitos do autor.[22] Não introduzimos a possibilidade de que um dado acontecimento rompa com as leis da matemática. Ao contrário, Enfatizamos que, se uma terceira pessoa vier testemunhar um acontecimento assim, a desqualificaremos sem nos interessarmos em averiguar a veracidade de seu testemunho.

5. *Como Wittgenstein resolveria o problema das "contas muito grandes"?*

Na seção anterior vimos alguns exemplos, retirados de textos do próprio Wittgenstein, a respeito do que o autor chama de "interpretação geométrica" de afirmações aritméticas. Há, no entanto, uma objeção muito natural que poderia ser feita em relação a muitas dessas ilustrações. Os exemplos de operações matemáticas que vimos – "*200 + 200 = 400*" e "*2 + 3 = 7*", exemplos escolhidos pelo próprio Wittgenstein – podem parecer de certa forma "manipulados". Poderíamos objetar que de maneira nenhuma eles seriam representativos das *operações aritméticas em geral*, nem mesmo das *operações de adição,* apenas. O que o filósofo nos ofereceria como exemplos de operações aritméticas seriam em realidade casos muito especiais de somas. Assim, os dois exemplos que discutimos são casos de adições que um adulto comum saberia o resultado "diretamente", sem necessidade de recorrer a cálculos. Tivesse Wittgenstein escolhido um exemplo como "*123456789 + 234567891 = 358024680*" e pareceria totalmente absurdo alguém dizer que usou aquela identidade *diretamente* como critério de correção de coisa alguma. Normalmente, só poderíamos saber se *123456789 + 234567891* é *realmente* igual a *358024680* (e assim, a usarmos para "corrigir contagens") *depois que tivéssemos calculado* aquela soma e verificado se ela era verdadeira.

De fato, mesmo no primeiro exemplo que tratamos – o caso de "*200 + 200 = 400*" – parece haver um cálculo envolvido (ainda que elementar), e não simplesmente *uma regra bruta*

[22] Em trecho, por exemplo, Wittgenstein escreve:« ...se você põe 3 maças e depois 2 mais em uma mesa (como estou fazendo agora), então o que você vê agora quase sempre acontece – e há agora 5 maças alí.» (RFM, parte VI § 9, pg. 311). A formulação parece sugerir a possibilidade de que, por vezes, 2 e 3 coisas *pudessem não totalizar 5 coisas*! Essa interpretação, é claro, seria exatamente oposta àquela que o autor pretende afirmar.

de descarte, como quer o filósofo. Normalmente pensaríamos algo como "2 + 2 = 4 (esse sim poderia ser um exemplo de "regra bruta"), logo, 200 x 200 é igual ao numeral 4 com mais dois zeros, i.e, 400". Ora, esse cálculo, ainda que simples, já envolveria, além de *operações* (como $100 \times 4 = 400$) certas *propriedades algébricas gerais*, como a *propriedade distributiva* (envolvida na operação $200 + 200 = 100 \times (2 + 2)$). Assim, ao contrário do que (parecemos) afirmar na seção 2, o "conteúdo" de um enunciado como $200 + 200 = 400$, longe de envolver apenas *conexões com afirmações empíricas* (como uma operação de reunião de maçãs), teria também conexões com outras proposições e estruturas matemáticas (operações, leis algébricas, etc.).

Vejamos então, como Wittgenstein lidaria com exemplos de operações mais complexas – como o de "*123456789 + 234567891"* – para as quais a maior parte de nós, adultos, precisaríamos recorrer a um *cálculo* para podermos saber o resultado (salvo, talvez, os "calculadores prodígio"). O exemplo que Wittgenstein discute, em suas "*Lectures on the Foundations of Mathematics",* é o caso da multiplicação 36×21. No caso dessa multiplicação, como no caso de nossa soma, normalmente não saberíamos dizer, de imediato, qual o resultado daquela operação sem recorrermos a um cálculo, ainda que fosse apenas "mental". O próprio Wittgenstein parece reconhecer isso quando escreve:

> "$36 \times 21 = 756$" O que você quer dizer por prova dessa proposição?
> Você quer dizer essa figura?
>
> $$\begin{array}{r} 21 \\ \times\, 36 \\ \hline 126 \\ 63 \\ \hline 756 \end{array}$$
>
> (RFM, palestra III, pg. 36)

Examinemos mais de perto o que chamamos de "cálculo" daquela operação (36×21). Poderíamos estar nos referindo ao que chamamos de "conta armada" de 36×21, como parece propor a citação de Wittgenstein. De fato, a para maior parte de nós, esse seria o "cálculo" a que recorreríamos para sabermos quanto *36* $\times$ *21* efetivamente é. Ora, para esses adultos (que precisam recorrer a “conta armada” de 36 $\times$ 21), ainda assim, continuaria valendo a regra Wittgensteineana de que:

(9) o que quer que chamemos de

[“o resultado da operação *36* $\times$ *21”*]

é regra de correção para o que chamemos de

[“resultado da totalização de 36 grupos de 21 objetos”]

e vice-versa.

Porém, provavelmente essa não seria *a única regra aceita* por essas pessoas. Com toda certeza, pessoas assim (adultas, etc.) *também aceitariam a regra:*

(10) o que quer que chamemos de

[o resultado da execução da “*conta armada*” *36* $\times$ *21*]

é regra de correção para o que chamemos de

[resultado da totalização de 36 grupos de 21 objetos]

e vice e versa.

Ora, assim, tudo o que nos restaria a fazer, para podermos explicar como Wittgenstein resolveria o “problema” das operações mais complexas, como *123456789 + 234567891* ou *36* $\times$ *21,* seria concedermos que, *nesses casos a regra de correção que seria empregada não seria a regra (9), mas sim a regra (10).* Ou seja, o que estaria *funcionando como ponto de apoio para a decisão* não seria a proposição (9), mas sim a (10). Logo, para o filósofo, seria essa “regra” que estaria sendo usada. Para essas pessoas, *seria o resultado obtido na “conta armada”* que funcionaria como regra de correção para, digamos, aplicações em totalizações de reuniões de grupos de objetos, e não, diretamente, “o resultado do enunciado *36* $\times$ *21”.*

6. *Atemporalidade das regras matemáticas*

Na seção anterior estivemos envolvidos em esclarecer algumas objeções iniciais às propostas de Wittgenstein referentes ao seu tratamento da noção de “cálculo”. Poderíamos continuar nossa tarefa, discutindo outros aspectos de sua proposta, outras ilustrações e exemplos de operações aritméticas e as dificuldades que elas envolveriam. Nosso objetivo agora, no entanto, é deixarmos isso de lado e nos distanciarmos da discussão direta de exemplos mais específicos. Ao invés disso, pretendemos abordar a estratégia argumentativa do autor de uma maneira mais ampla. Sabemos que estamos longe de ter tornado sequer “razoáveis” as propostas do autor. Mas, em nossa opinião, é urgente enfocarmos o que nos parece ser uma *fonte geral* para o nosso desconforto com as propostas de Wittgenstein, um certo *estilo comum* que todas essas objeções exibem. Assim, ao invés de sermos obrigados a discutir, uma a uma, essas dificuldades mais específicas, poderemos entender melhor o movimento geral da argumentação do filósofo e de seus “oponentes”.

Nosso plano é o seguinte. Usaremos essa seção e a seguinte (6 e 7) para discutirmos em mais detalhes dois conceitos que nos serão fundamentais, o conceito de *atemporalidade* e o conceito de *impessoalidade* (das regras matemáticas). Esses dois conceitos formam o que chamamos de “parte intuitiva”, razoavelmente “natural” das propostas do filósofo. A seguir, no entanto, em nossa seção 8 abordaremos a parte “anti-intuitiva”, “estranha” da proposta de Wittgenstein, especialmente em relação ao que vínhamos tratando, i.e., o conceito de “cálculo”, de “operação matemática.

Apenas à guisa de antecipação vejamos rapidamente qual seria esse “aspecto difícil” da filosofia da matemática do autor. De certa forma, já vínhamos enfocando esse aspecto desde nossa apresentação de exemplos retirados da própria geometria. No final daquela seção mencionamos o que chamamos de caráter “plano” da proposta interpretativa de “regra” sugerida por Wittgenstein. Uma regra do filósofo conectaria duas entidades de *mesmo tipo* – algo que ele chamava de “conceitos” – não entidades de tipos de diferentes (ex.; uma operação e um objeto, ou uma operação e uma propriedade). Mais tarde, na seção sobre as ilustrações aritméticas, sublinhamos o que chamamos de "tratamento atributivo", "metalingüístico" daquela noção. As regras estabeleceriam apenas conexões *metalingüísticas* entre proposições empíricas. Elas serviriam basicamente para excluir certas conjunções de afirmações sobre a realidade como sendo "impossíveis" (pelo menos quando tomadas em seus sentidos literais).

Deixemos a discussão desse "elemento anti-intuitivo" acreditamos identificar nas propostas de Wittgenstein para depois (na seção 8) e retomemos os aspectos daquela noção que nos parecem "fáceis", ou seja, parecem captar corretamente a maneira pela qual costumamos conceber as proposições matemáticas. Como dissemos, uma regra, para Wittgenstein envolve sempre uma "conexão" entre dois "conceitos". Mais tarde veremos em mais detalhes em que consiste essa "conexão" e exatamente o que o filósofo entende por "conceitos". Por hora, vamos nos concentrar em certas características dessa "conexão", características essas com as quais Wittgenstein é extremamente insistente. Estamos nos referindo a idéia de *atemporalidade* e de *impessoalidade* das regras gramaticais.

Vejamos, uma por uma, essas características das regras. Comecemos pela atemporalidade. Consideremos uma variação do exemplo que usamos em nossa seção 5:

(11) o que quer que chamemos de

[o resultado da operação 36×21]

é regra de correção para o que chamemos de

[ser um numeral para o número *756*]

e vice versa

Mesmo que tivéssemos *acabado* de executar aquela operação e tivéssemos obtido o resultado 756 (ou, caso tivéssemos errado, algum outro resultado), não diríamos: "*agora* 36×21 *passa a ser 756*". Podemos ter calculado aquela multiplicação apenas agora, mas, independentemente disso, nossa conclusão (errada ou não) teria que ser algo como: "36×21 *é 756*".

Ora, o verbo "ser" não é normalmente empregado em "*36 × 21 é 756*" da mesma forma que, por exemplo, na proposição empírica "João é velho". Para Wittgenstein, esse ponto é fundamental:

> Estamos acostumados a dizer "2 × 2 é 4", e o verbo "é" torna isso uma proposição, e aparentemente estabelece uma semelhança muito próxima com tudo o que chamamos de "proposição". E, no entanto, isso é apenas uma relação muito superficial. (RFM, parte III, § 4, pg. 117)

Na proposição empírica "João é velho", o verbo ser é usado temporalmente. O que queremos dizer é que *atualmente*, João é velho. Mas, claramente, há um tempo atrás, ele não era. Já no caso de 2 × 2 é 4 (e *36 × 21 é 756)* o uso do verbo "ser" é atemporal. 2 × 2 não "tem sido, atualmente", igual a 4. 2 × 2 *é* (atemporalmente) 4. Wittgenstein escreve:

> Eu terei que falar muito sobre a palavra "obter". Existe um "obter" temporal (por exemplo, "Eu obtive [isso] hoje, mas não ontem") e um "obter" atemporal. - Nas proposições matemáticas, o "obtive" não é temporal. É absurdo dizer "6 × 6 é 36 às 3 horas". (LFM, palestra IV, pg. 41)

Mesmo que disséssemos (temporalmente) 2 × 2 sempre foi, é e sempre será 4, isto não seria ainda uma regra matemática, não seria o mesmo que afirmar 2 × 2 é 4 (atemporalmente). Claramente, naquela proposição empírica ("2 × 2 sempre foi, é e sempre será 4") estaríamos falando apenas do que efetivamente *foi, é e virá a ser o caso*. Não estaríamos nos comprometendo, pois, com o que *poderia ter sido* ou *poderia vir a ser o caso*. Para usarmos uma expressão estranha ao sistema filosófico de Wittgenstein, poderíamos dizer que aquela afirmação não cobriria os "mundos possíveis", apenas o "mundo atual". Falando em termos mais Wittgensteineanos, diríamos que o *emprego* daquelas duas proposições seria completamente diverso. A primeira seria uma regra matemática, a segunda, uma proposição empírica. O filósofo escreve:

> $2 \times 2 = 4$ é uma proposição verdadeira da matemática – não "em ocasiões especiais", nem "sempre" (OC, § 10, pg.13)

Wittgenstein não hesita mesmo em tomar a atemporalidade como um *critério* para identificarmos proposições matemáticas (ou, mais propriamente, proposições em um *emprego* matemático, i.e., sendo usadas como regras):

> Questões de fato sempre envolvem tempo. fatos matemáticos ou proposições não. (AWL, pg. 184)
>
> Em matemática temos proposições que contém os mesmos símbolos que, por exemplo, "escreva a integral de...", etc.. com a diferença que quando temos uma proposição matemática o tempo não entra e na outra, sim. (LFM, palestra III, pg. 34)

7. *Impessoalidade das regras matemáticas*

Voltemos à nossa multiplicação $36 \times 21 = 756$. Vamos supor que nós tivéssemos, pela primeira vez, acabado de executar aquela operação. Melhor do que isso, vamos supor que, por alguma circunstância surpreendente qualquer, *ninguém jamais tivesse executado aquela operação antes*, ou seja, seríamos os primeiros seres humanos a executá-la, em toda a história da humanidade.[23] Ainda assim, mesmo nessas circunstâncias muito especiais seria absurdo, segundo Wittgenstein, tomarmos aquela proposição como se referindo a nossa pessoa. Seria absurdo concluirmos, por exemplo, que "*por causa de nós, $36 \times 21 = 756$*". Ainda que continuássemos, por um bom tempo, sendo os únicos a terem calculado aquela multiplicação,

---

[23] Essa é exatamente a situação que, como sabemos, Kripke propõe em seu famoso livro "*Wittgenstein on Rules and Private language.* Ver Kripke, S. *Wittgenstein on Rules and Private language.* 1972. pg. 8.

seria igualmente absurdo querermos atrelar o significado daquela afirmação a nós, dizemos, "*Graças a nós,* 36×21 é igual a *756"*.

Falando em termos menos fantasiosos, para Wittgenstein, uma regra é sempre *impessoal*. Se o nosso emprego de um cálculo vai ser *matemático* (como regra de desqualificação), não executamos aquele cálculo para sabermos qual seria o *nosso* resultado para ele (ou o resultado de ninguém em especial), mas para sabermos qual seria "o resultado *certo" (*para então podermos usá-lo no julgamento de situações empíricas). Wittgenstein escreve:

> "...em um cálculo, eu certamente queria saber, desde o início, que resultado obteria; era *naquilo* que eu estava interessado. Eu estou, afinal de contas, curioso sobre o resultado. Não, no entanto, sobre o que eu *direi*, mas sobre o que eu *deveria* dizer. (RFM, parte III, § 69, pg. 195)

É claro que, nem sempre executamos um cálculo para o empregarmos matematicamente. Por vezes, a *própria operação de cálculo* é tomada como uma operação *empiricamente dada*, i.e., uma operação *temporalmente datada* que diria respeito exclusivamente à *pessoa* que a executa. Esse é o caso, por exemplo, de uma professora que corrige os cálculos de seus alunos (executados na aula passada, digamos). Claramente, a execução da *professora* é tomada (por ela) atemporalmente. Mas, o cálculos dos alunos, não. Todo o sentido da empreitada depende exatamente de quem executou aqueles cálculos, quando eles foram executados, sob que condições (sem "consultas" ao vizinho), etc. O filósofo escreve:

> "Um cálculo é um experimento." - Um cálculo pode ser um experimento. O Professor faz com que o aluno calcule algo para ver se ele consegue calcular; isto é um experimento. (RFM, parte III, § 67, pg. 194).[24]

[24] Por isso formulamos a regra 12 como determinando um critério de correção para quando algo é "*um numeral para o número 756"*. Claramente um aluno que respondesse todos as perguntas de um teste assim com os resultados todos expressos em *notação binária* não teria "rodado" naquela verificação. De fato, esse aluno talvez tivesse demonstrado até ter um domínio matemático além do exigido.

Antes de deixarmos nossa breve discussão do caráter *impessoal* e *atemporal* que Wittgenstein atribui às regras matemáticas, vale a penas abordarmos rapidamente um ponto de discordância muito forte entre a interpretação que estamos defendendo e uma outra interpretação, muito difundida, normalmente conhecida pelo nome de “*interpretação comunitarista*” do conceito de “regra” de Wittgenstein.

Segundo a interpretação comunitarista, a filosofia de Wittgenstein se comprometeria com a idéia de que a correção de uma regra como $36 \times 21 = 756$ estaria, no fundo, baseada em uma espécie de “fato social”: o fato de que a maioria das pessoas efetivamente tendam a responder “*756”* quando perguntadas sobre o resultado da operação 36×21. Assim, se entendermos essa posição de uma forma muito radical, estaríamos negando o próprio *caráter atemporal* e *impessoal* de regras matemáticas como $36 \times 21 = 756$.[25]

Não vamos entrar aqui em uma disputa exegética mais detalhada. Apenas deixaremos registrado que, a proposta comunitarista, *quando entendida nessa versão mais radical*, nos parece claramente equivocada. Wittgenstein é bem enfático ao bloquear essa interpretação:

> “Esta regra, aplicada a estes números, produz estes" pode querer dizer: a expressão desta regra, quando aplicada a um ser humano, faz-lhe produzir estes números destes. Sentimos, corretamente, que isto *não* seria uma proposição matemática. (RFM, parte IV, § 8 pg. 228)
>
> “Mas a verdade matemática é independente de se os seres humanos a saibam ou não.” – Certamente, a proposição “seres humanos acreditam que duas vezes dois é quatro” e “duas vezes dois é quatro” não significam a mesma coisa. Esta última é uma proposição

[25] Crispin Wright, por exemplo, escreve em seu volume sobre a filosofia da matemática de Wittgenstein: «Nenhum de nós pode dar sentido a idéia de emprego correto da linguagem salvo por referência a autoridade de uma concordância assegurável da comunidade sobre o assunto.» Wright, C. *Wittgenstein on the Foundations of Mathematics.* 1980 Pg 220.

Até mesmo o cuidadoso professor Pasqualle Frascolla escreve: «Que o problema de seguir-se uma regra pode encontrar sua solução apenas na condição de que saímos da espiral de formulação de regras para interpretar regras e retornamos à prática comunitária de sua aplicação, é a conclusão final das reflexões de Wittgenstein. Frascolla, P. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics.* 1995. Pg 115

Em uma passagem particularmente ousada, Frascolla parece sugerir o fato sociológico de que a teoria dos conjuntos é majoritária em sua aprovação entre os matemáticos como critério para decidirmos a aceitação do número $\aleph_0$: «Mas se poderia argumentar que a prática da vasta maioria dos matemáticos (e não somente de matemáticos clássicos, com respeito à " $\aleph_0$") constitui, com efeito, em um estado de coisas

> matemática; a outra, se é que faz algum sentido, talvez signifique: seres humanos *chegaram* a esta proposição matemática. As duas proposições têm usos inteiramente diferentes. (PI, parte II, § X, pg. 226-7)

8. *O aspecto "anti-intuitivo" das propostas de Wittgenstein*

Atemporalidade e impessoalidade. Esses eram os dois traços componentes do conceito Wittgensteineano de "regra" que chamamos de razoavelmente "intuitivos" ou "simpáticos". Isto porque eles parecem captar corretamente o caráter *necessário* das afirmações matemáticas. Assim, por exemplo, 36×21 não *acontece* de ser *756* porque, em "*várias ocasiões"*, percebemos que *36* grupos de *21* objetos totalizavam *756* objetos. A verdade da afirmação "$36 \times 21 = 756$" não depende de nenhuma observação feita por nenhum sujeito em nenhum conjunto de ocasiões. 36×21 simplesmente *é 756* independentemente das observações de qualquer um (*impessoalidade*) em algum momento (*atemporalidade*).

Vejamos agora o lado "menos simpático" das propostas Wittgensteineanas para a matemática. O próprio filósofo se mostra ciente deste lado duro de sua abordagem. Em várias passagens ele comenta como sua filosofia pode acabar produzindo uma imagem negativa, destrutiva e mesmo desoladora. Nas *Investigações Filosóficas* o filósofo escreve:

> Onde está a importância de nossa investigação, já que parece apenas destruir tudo o que é interessante, ou seja, tudo que é grande e importante? (Todos os prédios, como que deixando para trás apenas pedaços de pedras e entulho). (PI, § 118, pg. 48)

Em uma passagem, da *Philosophical Grammar* ele concede que:

---

antropológico que inclina a balança definitivamente em favor da noção de (pelo menos) número cardinal transfinito.» Frascolla, P. *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics.* 1995. pg. 162.

> Não há como um matemático não ficar horrorizado com meus comentários matemáticos...(PG, Parte II, seção V, §25, pg. 381)

Finalmente, em uma passagem um tanto irônica, comentando o efeito que suas observações teriam sobre a matemática, Wittgenstein concorda que esse efeito não seria exatamente o de estimular o desenvolvimento daquela ciência:

> A clareza filosófica terá o mesmo efeito sobre o crescimento da matemática que a luz do sol sobre o crescimento dos brotos de batatas. (Em um celeiro escuro elas crescem muitos metros). (PG, Parte II, seção V, §25, pg. 381)

Deixemos de preâmbulos e passemos à discussão desse traço central da concepção de regra de Wittgenstein que produziria tantas *reações adversas*, tantas obstáculos à nossa aceitação e até ao nosso entendimento dessa matéria. Como já antecipamos no início da seção 6, em nossa opinião, todas essas dificuldades estão conectadas diretamente com o que chamamos acima de caráter “*plano*” e “*metalingüístico*” de sua abordagem. Vejamos o assunto em detalhes.

Nas seções anteriores afirmamos que uma regra Wittgensteineana, *quando tomada como um todo*, teria uma validade inteiramente independente de traços empíricos, ela seria uma afirmação completamente atemporal e impessoal. O ponto fundamental que queremos ressaltar, e que propomos como sendo a *raiz de nossas dificuldades* com as sugestões do autor, é que essa atemporalidade e impessoalidade só valeriam para a regra *tomada como um todo*. *No momento em que segmentamos esse todo e consideramos cada lado de uma regra Wittgensteineana, de forma isolada e independente de sua conexão com o outro lado, tudo se altera*. Deste ponto em diante “o médico vira monstro”: as propostas do filósofo se tornam cada vez mais estranhas e pouco naturais. Não é de se estranhar que *o próprio Wittgenstein* sentisse uma “dificuldade infinita”[26] em defender sua abordagem. Nada mais difícil do que tentarmos

[26] Ver, por exemplo PG, parte II, seção VI, § 33, pg. 409

nos acostumar com os inúmeros movimentos completamente anti-naturais que nos são exigidos se queremos explorar certas meandros das propostas Wittgensteineanas para a matemática.

Voltemos ao nosso exemplo padrão, $36 \times 21 = 756$. Imaginemos uma pessoa (digamos, “João”) que execute o algoritmo que chamamos de “conta armada” da operação 36×21 para saber, digamos, quanto seria o total de *36* lotes de *21* objetos cada. Como vimos na seção 5, a proposta de Wittgenstein para a “regra” que usamos em uma situação assim seria:

(10) o que quer que chamemos de

[o resultado da execução da “*conta armada*” 36×21]

é regra de correção para o que chamemos de

[resultado da totalização de 36 grupos de 21 objetos]

e vice e versa.

Consideremos uma abordagem mais natural e ordinária para a situação que descrevemos. Em nossa ilustração, João precisa saber o resultado da operação 36×21. Ele executa então o algoritmo da multiplicação para os argumentos *36* e *21* e (se tudo correr bem) obtém a *resposta*, *756*. De posse dessa resposta ele saberá exatamente quantos objetos *realmente existem* em seus *36* lotes de *21* objetos cada.

Dois pontos merecem ser ressaltados nas (aparentes) trivialidades que acabamos de afirmar. Em primeiro lugar, tomemos o lado “matemático”, “operatório” de nossa situação. Se perguntamos o que entenderíamos exatamente por “execução da conta armada de 36×21”, nossa resposta seria algo como “a execução daquele algoritmo específico que chamamos de ‘operação de multiplicação’”. Ou seja, provavelmente nos pareceria um truísmo a idéia de que, (a despeito dos possíveis enganos cometidos por João ao montar aquela operação), *o significado daquele algoritmo esteja completamente “fixo”, “determinado” pelas suas regras de execução.* Nada mais “*mecânico*”, “*rígido*”, “*completamente determinado*” do que um algoritmo assim. Qualquer desvio seria devido apenas a um erro da parte de João. Mais uma vez, para enfatizarmos: o que entendemos por “multiplicação de *36 × 21*” não nos deixaria *nenhuma margem a interpretações*, estaria *completamente fixo e determinado*.

O segundo ponto sobre o que chamamos acima de “a abordagem ordinária” de uma situação matemática diria respeito, não a *operação matemática* de multiplicação propriamente dita, mas à sua aplicação àquela situação. Nesse caso, estaríamos mais interessados, não na operação aritmética, mas em *seu resultado*, “*756*”. Uma vez obtido aquele resultado, o número *756*, novamente não pareceria haver mais nenhuma “ambigüidade” envolvida. Nossa conclusão seria simples e direta: os *36* lotes de *21* objetos totalizariam *exatamente 756 objetos*. De fato, gostaríamos de dizer, essa é uma das maravilhas da matemática. Com ela podemos *saber, não só como o mundo é “aproximadamente”, mas com “exatidão absoluta”*. Através de nosso cálculo logramos determinar “*com precisão”* quantos objetos havia naquele conglomerado disforme de coisas (imaginemos estas fora de suas caixas, formando uma grande pilha).

Nesse ponto, começam as desconfortáveis contra-propostas do pensador austríaco. Tomemos o lado “operatório” da regra acima (10) sugerida pelo filósofo. Poderíamos perguntar: o que seria exatamente, para Wittgenstein, “executar *conta armada*” *36 × 21*” ? (em separado de sua conexão com a outra metade daquela “regra”, é claro). A surpreendente resposta do filósofo para nossa pergunta não é difícil determinar. Sua réplica seria algo como:

> Executar o algoritmo de multiplicação (“a conta armada”) de *36 × 21* é *proceder como as pessoas normalmente procedem quando multiplicam 36 × 21*

Por estranha que possa parecer a proposta de Wittgenstein, não pode haver dúvidas de que a réplica do filósofo efetivamente *se daria nos termos que sugerimos*. A evidência textual é imensa. Vejamos duas passagens onde essa opção argumentativa do autor aparece de forma particularmente clara e definida. Em uma discussão a respeito de duas operações absolutamente triviais da aritmética – a operação de “*elevar um número ao quadrado*”, e a operação “*somar 3 a um número*” – Wittgenstein escreve:

> Usamos a expressão: "os passos são determinados pela fórmula...". Como é usada? - Podemos nos referir ao fato de que as pessoas levadas, por sua formação (treinamento) a usar a fórmula $y = x^2$ de forma que eles acham o mesmo resultado para *y* quando eles substituem o mesmo número para *x*. Ou podemos dizer: "Estas pessoas estão de tal maneira treinadas que elas todas executam o mesmo passo no mesmo ponto quando recebem a ordem 'some 3' ". Podemos exprimir isto dizendo: para estas pessoas a ordem "somar 3" determina completamente cada passo de um número para o próximo. (Em contraste com outras pessoas que não sabem o que fazer quando recebem esta ordem, ou que reagem a ela com total certeza, mas cada qual de maneira diferente). (RFM, parte I, § 1, pg. 35)

Em uma outra passagem, o filósofo se compromete claramente com uma formulação ainda mais geral da mesma tese. Tomemos qualquer fórmula que envolva uma seqüência de operações algorítmicas a serem executadas sobre um número dado (digamos um polinômio qualquer, $3x^2 + 7x - 5$). O filósofo afirma sobre uma fórmula assim:

> "A maneira em que a fórmula é entendida determina que passos deverão ser tomados." Qual o critério para a maneira que a fórmula é entendida? Presumivelmente a maneira que nós sempre a usamos, a maneira como somos ensinados a usá-la. (RFM, parte I, § 2, pg. 36)

Voltemos ao que descrevemos acima como sendo o "aspecto operacional, matemático" da situação envolvendo João. É preciso deixarmos claro o quão oposta é a proposta de Wittgenstein em relação a um entendimento mais ordinário daquela situação. O que o filósofo recusa é exatamente o caráter "fixo", "determinado" que normalmente atribuímos ao algoritmo de multiplicação: a idéia de que poderíamos falar de um "significado" da operação de multiplicação que determinaria, para todos os argumentos possíveis, os resultados daquelas operações de forma inteiramente independente da execução daquela operações por agentes em situações empíricas, temporalmente localizadas. O filósofo se refere a essa concepção de "operação" como uma "idéia mítica de uma regra":

> Sentimo-nos inclinados a dizer, "Mas certamente a regra aponta para a infinidade - voa à sua frente - determina muito antes de você chegar lá, o que você deve fazer". "Determina" - no sentido de que leva você a fazer tal e tal. Mas isto é uma idéia mítica de uma regra - voando através de toda a série aritmética. (LFM, palestra XIII, pg. 124)

Metáforas à parte, *é importante explicitarmos exatamente o alcance da proposta de Wittgenstein.* Retomemos a regra proposta pelo filósofo em relação à situação-problema envolvendo João.

(10) o que quer que chamemos de

[o resultado da execução da "*conta armada*" 36×21]

é regra de correção para o que chamemos de

[resultado da totalização de 36 grupos de 21 objetos]

e vice e versa.

Como vimos acima, a despeito da *proposta comunitarista* de interpretação de sua filosofia, o pensador insiste muito que uma regra como (10) deveria ser entendida como afirmando uma conexão absolutamente *atemporal* e *impessoal* entre aqueles dois "conceitos", i.e., uma conexão completamente independente de qualquer execução de um agente determinado em uma situação empiricamente (temporalmente) dada.

Essa insistência se altera completamente quando tomamos cada lado daquela regra isoladamente. Assim, consideremos o que seria, segundo o filósofo "obter-se o resultado da operação 36×21 (a primeira metade de nossa regra). Ao contrário do que expusemos acima, quando discorremos sobre uma "visão mais ordinária" da "operação matemática de multiplicação", Wittgenstein *rejeita a idéia de falarmos em uma atemporalidade e impessoalidade também das duas metades de nossa regra tomadas isoladamente*. Para o filósofo, *não faria sentido falarmos na execução correta da operação 36 × 21, salvo se tomarmos, digamos, seu resultado em conexão com uma outra operação, como acima, a operação totalização de nossos lotes.*

Poderíamos nos livrar da referência à "aplicação em sua totalização de lotes de objetos" e formularmos uma regra matemática diretamente em relação à obtenção de um certo *tipo de resultado*. Neste caso estaríamos nos referindo a uma regra como a que demos no início da seção 6:

(11) o que quer que chamemos de

[o resultado da operação *36 × 21*]

é regra de correção para o que chamemos de

[ser um numeral para o número *756*]

e vice versa

Poderíamos até ir mais além e falarmos *na própria execução do algoritmo "conta armada de 36 × 21" no contexto de uma regra,* por exemplo:

Algo é a execução da operação "conta armada de 36 × 21" se esse algo se parecer com a figura ao lado (1). →

$$
\begin{array}{r}
2\,1 \\
\times\,3\,6 \\
\hline
1\,2\,6 \\
6\,3 \\
\hline
7\,5\,6
\end{array}
$$

(Fig. 1)

Mas, nesse caso, estaríamos nos referindo a uma regra como:

(12) o que quer que chamemos de

[execução da operação "conta armada de *36 × 21"*]

é regra de correção para o que chamemos de

[instância da prova na figura (1)]

e vice versa

Mesmo no caso dessa última regra, ainda assim não nos veríamos livres do que chamamos de "formulação metalingüística" na segunda metade dessa última regra. Ainda teríamos o "conceito" Wittgensteineano "o que chamemos de instância da prova da figura (1)". Não entraremos aqui na discussão sobre os critérios mínimos que Wittgenstein propõe para podermos falar em "identidade de provas" (em oposição à semelhança de figuras).[27] O ponto fundamental para nós é que, *em todos esses casos, permanece a formulação metalingüística "o que quer que chamemos de..." em ambos os lados de nossas regras.*

Dito de outra forma, o que queremos enfatizar é: constantemente o filósofo nos propõe duas opções *sempre auto excludentes entre si:*

1) Afirmamos algo *atemporal* e *impessoalmente* (i.e., em termos necessários), *mas nesse caso temos que nos contentar em estabelecer apenas regras, conexões entre "conceitos" tomados metalingüisticamente.* Jamais conseguimos nos livrar de afirmar regras que apenas determinem casos limites para afirmações propriamente ditas. Em outras palavras, somos barrados em afirmar algo *diretamente sobre a realidade*,

2) Falamos algo *diretamente sobre realidade*, sem intermediações. Por exemplo, afirmamos algo sobre uma execução efetiva de nossas operações, de uma aplicação efetiva de nossos "conceitos". Mas, nesse caso, de acordo com Wittgenstein, não teremos como preservar o caráter *necessário*, de nossas afirmações, sua atemporalidade e impessoalidade.

Um último ponto que gostaríamos de sublinhar. Não hesitamos, nessa seção (e continuaremos a fazê-lo no futuro), em contrapor a posição de Wittgenstein a alguém que insistisse no caráter "fixo", "determinado" de uma operação algorítmica, independentemente de sua execução por um agente qualquer em uma situação empírica qualquer. Dada a nossa maneira de falar, seria natural entendermos então a posição *contrária* (que seria a de Wittgenstein) como afirmando *um caráter "não-fixo", "indeterminado"* daquelas operações. Na verdade, é essa a estratégia de argumentação normalmente adotada *pelos autores* *intuicionistas*. Nos textos desses autores, é normal encontrarmos passagens que parecem afirmar algo como o “caráter não-fixo” desses resultados ainda não executados. Como comentam Hilary Putnam e Paul Benacerraf, em sua conhecida ontologia sobre filosofia da matemática:

> Os intuicionistas às vezes escrevem como se a noção de “magnitude arbitrária finita” não fosse completamente fixa antecipadamente. [28]

É importante contrastarmos essa posição, que afirmaria o caráter indeterminado desses resultados, com a posição de Wittgenstein. Voltemos ao exemplo de Kripke que já mencionamos acima. Vamos supor, como sugere Kripke[29], que *68 + 57* fosse uma operação algorítmica jamais antes executada. Sobre uma operação assim, não seria uma boa maneira de exprimirmos a posição de Wittgenstein afirmarmos que “o resultado daquela conta ainda não estaria ‘fixo’”. O que o filósofo insistiria seria a platitude de que, aquele resultado ainda não teria sido calculado por ninguém.

A essa altura, poderíamos imaginar que nosso interlocutor protestasse. Segundo ele, seria preciso distinguir entre a *execuções empíricas* (por *agentes determinados*, em *ocasiões determinadas)*, e o *real objetivo* de sua pergunta. Ele não estaria perguntando *se alguém* já havia calculado *68 + 57*. *Por nossa própria hipótese* isso não teria ainda acontecido. O que nosso interlocutor efetivamente desejaria saber é se estaríamos negando o caráter fixo de uma certa operação algorítmica, *tomada como um processo atemporal e impessoal*, e a capacidade dessa operação em fixar seu resultado. Ou seja, nosso interlocutor estaria nos desafiando a escolher entre afirmar o caráter “fixo” daquele processo atemporal ou tentarmos (como Dummett) insistir em seu caráter “indeterminado”.

---

[27] Por exemplo: «Dever ser possível decidir-se com certeza se temos realmente a mesma prova duas vezes ou não. A prova deve ser uma configuração cuja reprodução possa ser certa. Ou, novamente: devemos estar convencidos de que podemos reproduzir exatamente o que é essencial para a prova. (RFM, parte II, seção III, § 1, pg. 143)

[28] Putnam, H & Benacerraf, P. *Philosophy of Mathematics*. 1983. Pg. 8. Lembremos também, a esse respeito, a passagem de Dummett já citada no final de nosso terceiro capítulo sobre as casas decimais ainda não calculadas de um número como Pi: «...os objetos passando a existir como resposta à nossa investigação (“*springing into being in response of our probing”*). Nós não *criamos* os objetos, mas temos que aceitá-los como os encontramos (...) eles não estavam antecipadamente lá de forma que nossas afirmações sobre eles fossem verdadeiras ou falsas, antes que tivéssemos executado as investigações que os trouxe à existência.» Dummett, M*Truth and other enigmas.* 1978. pg. 447

[29] Kripke, S. *Wittgenstein on Rules and Private language.*1972. Pg. 8.

É neste ponto que a estratégia de argumentação de Wittgenstein diverge da dos seus colegas intuicionistas. Longe de *aceitar* o desafio de seu interlocutor e *escolher entre uma das duas opções* (“fixo” e “não-fixo”), o filósofo questionaria o *próprio sentido de se falar em um processo que não fosse executado por agente nenhum em tempo nenhum*. Na abordagem de Wittgenstein, estaríamos querendo, mais uma vez, *transferir o caráter atemporal e impessoal das regras matemáticas para cada uma de suas metades, tomadas isoladamente.* É a própria *razoabilidade dessa empreitada* que o filósofo questionaria, ao invés de responder a pergunta de nosso interlocutor.

9. *Primeira ilustração da dialética argumentativa de Wittgenstein: a operação de “contagem”*

No início de nossa seção 6, falamos de uma “fonte comum” de nossas dificuldades com as propostas de Wittgenstein. Podemos agora retomar aquela discussão, apontando exatamente nosso culpado: os constantes apelos a formulações metalingüísticas no tratamento de proposições matemáticas. Constantemente o “interlocutor” dos textos do autor, exasperado, com a intromissão de menções a respeito de nossas “inclinações lingüísticas”, reclama que alguma expressão, alguma vez, deveria poder deixar de lado os falantes e qualificar *diretamente* a realidade.

Nosso primeiro exemplo envolverá um tema fregeano: a conexão entre um número e seu emprego em atribuições numéricas ordinárias, i.e., a operação de *contagem*. Vejamos uma passagem dos *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Como sempre, encontramos o interlocutor de Wittgenstein protestando contra a intromissão de formulações metalingüísticas que, em seu entender, destruiriam o caráter “fixo” da operação:

> “Isto quer dizer que é igualmente correto de qualquer maneira que a pessoa conte?” (...) ... esse contar é apenas um uso, então; não há

> também alguma verdade correspondendo a seqüência [de números]? (RFM, parte I, § 4, pg. 37)

A resposta que Wittgenstein oferece ao seu interlocutor certamente não o apaziguará. Novamente somos convidados a aceitar mais uma formulação metalingüística:

> Presumivelmente não *chamaríamos* isto de "contar", se qualquer um dissesse os números, um depois do outro, *de qualquer maneira*. (RFM, parte I, § 4, pg. 37)

Um pouco mais adiante, encontramos novo protesto de seu "interlocutor":

> "Se eu tenho *cinco,* então eu tenho *três* e *dois*.". (RFM, parte I, § 64, pg. 61)

Wittgenstein responde com uma pergunta:

> Mas como eu sei que tenho um cinco? (RFM, parte I, § 64, pg. 61)

A resposta que o filósofo oferece, parece novamente reabrir a possibilidade de interpretações:

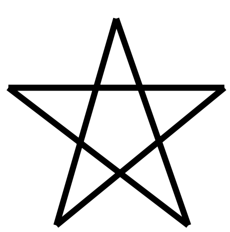
> Bem, se ele se parece com isto: |||||. (RFM, parte I, § 64, pg. 61)

Como já antecipamos no início da apresentação dessa nossa primeira ilustração exegética, Wittgenstein se utiliza aqui de uma versão de uma conhecida tese fregeana (ainda que, talvez, em um emprego estranho às intenções do filósofo alemão). A tese a que estamos nos referindo é a idéia de que atribuições numéricas envolveriam "predicações sobre conceitos" Como sabemos, segundo o pensador alemão, para que um número pudesse ser verdadeiro (ou falso) de uma situação empírica, seria sempre necessária a intermediação de *algum conceito*.[30]

[30] Ver, por exemplo, Frege, G. *Foundations of Arithemetic*. 1978, § 22, e 23.

Assim, "diretamente" (sem a mediação de um conceito, atribuições numéricas *não seriam verdadeiras ou falsas de nenhuma situação empírica*. Ora, aquela tese, aplicada à nossa situação, determinaria exatamente a conclusão de Wittgenstein: nem mesmo à "I I I I I" se aplicaria "diretamente" o número 5, salvo sob a intermediação do conceito de "barras".

A proposta de Wittgenstein, no entanto, envolve uma importante alteração em relação à tese de Frege. Poderíamos comparar a abordagem do pensador austríaco a um "achatamento" ou "nivelamento" da proposta de seu colega alemão. Para Frege, como sabemos, um conceito de segunda ordem *lograria em fim fixar* (atemporal e impessoalmente) uma atribuição numérica, mediante a ajuda de um "conceito mais abaixo", de primeira ordem. A proposta de Frege envolveria uma "estrutura desnivelada", uma conexão entre um conceito de segunda ordem e a mediação de um conceito de primeira ordem. Nada dessa hierarquia resta na proposta de Wittgenstein.



Assim, tomemos o exemplo da figura ao lado. Segundo Frege, poderíamos "fixar" uma atribuição numérica do número 5 àquela figura, com a ajuda do conceito de "pontas da estrela", obtendo: "a estrela ao lado tem *cinco pontas"*. Para Wittgenstein, no entanto, a atribuição numérica e o conceito geométrico "pentáculo"[31] se encontrariam em um *único e mesmo nível* "metalingüístico". Sobre uma atribuição assim ("um pentáculo tem cinco pontas"), Wittgenstein escreve:

> Eu posso (...) conceber a figura (c) como uma prova matemática. Vamos dar nomes as formas dos padrões (a) e (b): que (a) seja chamado de uma "mão", H, e (b), um "pentáculo", P. Eu provei que H tem tantos traços como P tem ângulos. (RFM, parte I, § 30, pg. 48-9)

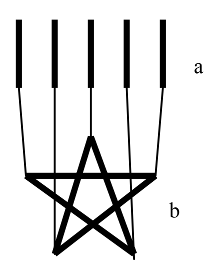


Fig C

O ponto que queremos ressaltar vem no trecho logo em seguida a citação acima. Como sempre, a interpretação que o filósofo propõe para sua “prova matemática” segue o “formato nivelado” característico da noção de regra:

> A proposição provada por (c) agora serve como uma nova prescrição para asserir-se igualdade numérica: se um conjunto de objetos foi arranjado na forma de uma mão e outro como os ângulos de um pentáculo, dizemos que os dois conjuntos são iguais em número. (RFM, parte I, § 30, pg. 48-9)

Novamente, longe da atribuição numérica se encontrar em um “nível mais elevado” (i.e., um conceito de “segunda ordem”, no entender de Frege) e o conceito geométrico de “pentáculo” em um “nível mais baixo” (um conceito de “primeira ordem”), ambos estaria em um mesmo nível, e seu emprego envolveria, com sempre, a mediação, não de um “conceito”, mas de mais uma formulação “metalingüística”.

10.*Segunda ilustração da dialética argumentativa de Wittgenstein: o algoritmo da multiplicação*

Passemos para a nossa segunda ilustração exegética do que poderíamos chamar (em uma imagem um tanto extravagante, é verdade) de “nivelamento metaligüístico” insistentemente proposto por Wittgenstein. Retomemos, uma vez mais, nosso “exemplo de plantão”, a operação aritmética *36 × 21.* Como vimos acima, tomada isoladamente (não em conexão com nenhuma “regra” Wittgensteineana), a noção de “execução da operação algorítmica *36 × 21”* envolveria sempre a intromissão de um elemento comunitarista, uma referência à “maneira como as pessoas costumam se portar quando executam aquela operação”.

[31] I.e., uma estrela de cinco pontas.

A respeito desse último ponto, seria natural, no entanto, uma objeção. Poderíamos retrucar que, com toda a certeza, *podemos sim* falar *na* execução da operação *36 × 21*, sem termos que nos referir ao procedimento de pessoa alguma em nenhuma situação empiricamente determinada. Assim, poderíamos falar na “*estrutura* daquela operação”, tal qual ela “é *fixada* pelas *regras definidoras* daquele procedimento algorítmico”. Ao fazermos isso, não estaríamos procurando ancorar “*aristotelicamente*” o conteúdo daquela operação à realidade empírica (operações executadas em pedaços de papel com a ajuda de lápis, etc.), mas sim ancorá-la “platonicamente” a uma realidade não empírica, puramente *abstrata*.

No caso de nosso exemplo de plantão, poderíamos dizer (com muita naturalidade) que “*36 × 21*” não deveria jamais ser entendido “*em bloco”* como Wittgenstein parece propor. “*36 × 21*” é apenas um *nome* para uma operação *complexa*, constituída (e *definida*) por operações mais *elementares* em uma combinação *fixa*. Seria em relação a *essa análise* de “*36 × 21*” (em seus termos componentes) que, certamente, poderíamos falar “*na operação 36 × 21*” de maneira completamente independente de referências ao comportamento de *agentes calculadores* (como queria Wittgenstein).

Assim, por exemplo, poderíamos objetar que “por trás” da execução, digamos, do que chamamos de “conta armada daquela operação” levada a cabo por qualquer um desses agentes, haveria uma “*estrutura matemática subjacente”*, estrutura essa que poderia ser representada pela fórmula:

(13) $$(6 \times 21) + (30 \times 21)$$

e, com uma riqueza ainda maior de detalhes, pela fórmula:

(14) $$\left[(6 \times 1) + (6 \times 20)\right] + \left[(30 \times 1) + (30 \times 20)\right]$$

Como é bem conhecido, poderíamos avançar ainda mais nosso processo de análise da “*estrutura interna*” daquela operação, indo muito além dessa última fórmula. Várias propostas de "cálculos fundamentais" foram oferecidas na literatura que captariam o "real conteúdo" por trás de nossas operações aritméticas ordinárias, oferecendo assim uma "análise final, completa" dessas operações. Duas dessas propostas são discutidas mais de perto por Wittgenstein: a proposta logicista (Wittgenstein se refere a ela simplesmente como a "proposta de Russell")[32] e (principalmente) a proposta com base em uma estrutura indutiva, oferecida Skolem. [33] Cada uma dessas propostas oferece uma espécie de "lente de aumento" que forneceria as reais operações elementares componentes de nossas operações ordinárias. Assim, mesmo uma operação aparentemente trivial como o primeiro termo de nossa fórmula – 6×1 – revelaria, sob a proposta recursiva, a importante estrutura:

$$
\begin{aligned}
&(ssssss0 \times s0) = \\
&((ssssss0 \times \ 0) + \ ssssss0) = \\
&(0 + ssssss0) = \\
&s(0 + sssss0) = \\
&ss(0 + ssss0) = \\
&sss(0 + sss0) = \\
&ssss(0 + ss0) = \\
&sssss(0 + s0) = \\
&ssssss(0 + 0) = \\
&ssssss0
\end{aligned}
$$

Em divergência direta com Wittgenstein, poderíamos argumentar assim que, longe do signficado de 36×21 ser dado em referência ao "comportamento das pessoas e agentes calculadores", este signficado estaria firmimente *fixado* "atemporal e impessoalmente" através da *forma (abstrata)* que nos descreveria exatamente *como aquela operação mais complexa estaria composta de operações mais simples, até às operações elementares (como s(x))*. Teríamos "reduzido" assim a noção de "*execução da multiplicação 36 × 21*" ao *cálculo recursivo correspondente*. Essa redução, por sua vez, fixaria *completamente* o sentido daquela

[32] Ver, por exemplo, a seção III dos *Remarks on the Foundations of Mathematics*.

[33] De certa forma, essa proposta já aparece em Leibniz e, mais tarde, em Poincaré. Especialmente a proposta recursiva de Skolem é detalhadamente discutida, por exemplo, na seção VI da segunda parte de *Philosophical Grammar*.

operação aritmética ordinária de forma *totalmente independente* dos elementos comunitaristas propostos por Wittgenstein. Teríamos logrado nos livrar, de uma vez por todas, das famigeradas “formulações metalingüísticas” do filósofo (“o que quer que eu chame de...”).

Vejamos agora o que poderia ser uma resposta de Wittgenstein às formulações de seu interlocutor e à sua proposta de um “calculo fundamental”.[34] Novamente as sugestões do filósofo se dariam todas no sentido de “acabar com os desníveis” entre os vários cálculos. O filósofo não reconheceria nenhum *sentido matemático* em que pudéssemos “*hierarquizar”* as diferentes regras matemáticas entre “mais e menos *fundamentais*” (nem mesmo regras aritméticas expressas na chamada “notação em barras”, “I I I I I”). Assim, o filósofo escreve:

> A diferença entre o meu ponto de vista e aquele dos escritores contemporâneos sobre fundamentos da aritmética é que eu não sou obrigado a desprezar cálculos como o sistema decimal. Para mim, um cálculo é tão bom como qualquer outro. (PG, parte II, seção IV, § 19, pg. 334)

Todas as proposições aritméticas estariam *em um mesmo nível* independentemente de estarem formuladas “recursivamente” ou em nosso sistema decimal familiar. Isso não impediria, é claro, que, em algumas situações, alguns *cálculos* fossem mais úteis do que outros. Mas, segundo o filósofo, tais diferenças não determinariam nenhum cálculo como merecedor do título de “*determinador geral do sentido das proposições aritméticas*”.

Vejamos a argumentação do filósofo em mais detalhes. Retomemos o início da argumentação de nosso interlocutor. Segundo ele, o “real conteúdo matemático” do que ordinariamente chamamos de “conta armada” da operação aritmética 36×21 seria dado pelas fórmulas (13) e (14). Esses estágios intermediários, por sua vez, poderiam ser ulteriormente analisados até atingirmos, digamos, o *calculo recursivo* correspondente à operação aritmética

---

[34] Não pretendemos aqui repassar todos os aspectos filosóficos relevantes envolvidos na proposta fundacionalista do ponto de vista da filosofia de Wittgenstein, é claro. Uma discussão pormenorizada, principalmente do projeto de fundamentação em termos de *estruturas indutivas* (como foi proposto por Skolem, Goodstein e, mais recentemente, por Martin Löf) seria de *extrema importância para o entendimento mais pormenorizado das propostas de Wittgenstein*, mas transcenderia de muito nossos objetivos mais imediatos: a ilustração tão somente de certos movimentos dialéticos entre Wittgenstein e seus “interlocutores”.

ordinária *36 × 21*. Vamos nos deter, no primeiro estágio dessa análise da operação *36 × 21* representado pela fórmula (13):

(13) $$(6 \times 21) + (30 \times 21)$$

Em que sentido poderíamos dizer que, *sequer esse primeiro estágio* de nossa análise captaria o “*real conteúdo matemático*” de nossa operação ordinária “conta armada de *36 × 21”*? Assim, falando de forma mais específica, consideremos a segunda metade daquela fórmula, a operação *30 × 21*. Até que ponto poderíamos dizer que, ao executarmos a “conta armada de *36 × 21*” *realmente executamos aquela sub-operação?*Não seria mais próximo do procedimento que *realmente fazemos,* quando “armamos a conta” *36 × 21,* dizermos que, ao atingimos a segunda casa decimal do multiplicador, simplesmente *“deslocamos” o resultado de 3 × 21 “uma casa à esquerda”?*

$$\begin{array}{r} \mathbf{2\,1} \\ \times\,\mathbf{3}\,6 \\ \hline \ldots\ldots \\ \mathbf{6\,3} \leftarrow \\ \hline \ldots\ldots \end{array}$$

Claro, a fórmula (13) apela somente a operações aritméticas “conhecidas” (como somas e multiplicações). Se fossemos aceitar o argumento de nosso parágrafo anterior, teríamos de incluir em nossa “explicitação” do conteúdo operatório “conta armada de *36 × 21* operações “estranhas”, como a operação “deslocamento do resultado uma casa à esquerda”. Para uma multiplicação relativamente simples, como *36 × 21*, isto poderia não parecer muito significativo. Mas, em que sentido poderíamos dizer que, quando executamos a “conta armada” de *2.345 × 1.234,*

$$\begin{array}{r} 2.345 \\ \times\;\; 1.234 \\ \hline \end{array}$$

estaríamos realmente executando as operações:

> [(4 × 5) + (4 × 40) + (4 × 300) + (4 × 2.000)] + [(30 × 5) + (30 × 40) + (30 × 300) + (30 × 2.000)] + [(200 × 5) + (200 × 40) + (200 × 300) + (200 × 2.000)] + [(1.000 × 5) + (1.000 × 40) + (1.000 × 300) + (1.000 × 2.000)]

que dissemos estar envolvidas em um cálculo assim?

Vamos supor que executássemos, mesmo a operação mais *simples*, *36 × 21,* mas agora usássemos, não as expansões que chamamos de "intermediárias", mas o próprio "*cálculo recursivo* de *36 × 21"*. Imaginemos novamente a utilização daquela multiplicação em uma típica utilização daquele cálculo, digamos, a determinação do total de objetos em 36 lotes (caixas) contendo 21 objetos cada. Um ponto importante: mesmo Wittgenstein aceitaria ambas as formulações:

(15) o que quer que chamemos de

["o resultado do *cálculo recursivo* de *36 × 21"*]

é regra de correção para o que chamemos de

["resultado da totalização de 36 lotes de 21 objetos"]

e vice-versa.

e

(16) o que quer que chamemos de

[o resultado da "*conta armada*" *36 × 21*]

é regra de correção para o que chamemos de

[resultado da totalização de 36 lotes de 21 objetos]

e vice-versa.

como *regras matemáticas perfeitamente adequadas*.

No entanto, em uma situação assim, até que ponto faria sentido ainda insistirmos que o calculo recursivo seria "*o calculo determinador do real sentido da operação matemática 36 × 21*"? Mesmo que nos dispuséssemos a construir, pacientemente, o cálculo recursivo" de *36 × 21*, provavelmente, longe daquele cálculo *determinar o real significado da operação ordinária*, *o oposto se daria*. Com toda a certeza, lançaríamos mão de *vários* pequenos cálculos matemáticos ordinários (talvez até mesmo da própria "conta armada *36 × 21"*) para nos certificarmos, com razoável grau de confiança, de que o que quer que tivéssemos feito como "cálculo recursivo de *36 × 21" realmente* merecesse ser chamado assim.

O importante para o filósofo é que, ao invés de ser razoável chamarmos o cálculo recursivo "determinador do que seria a operação decimal ordinária", o inverso se daria. Poderíamos até mesmo dizer o contrário. Em uma situação assim, poderíamos até sugerir que usamos o cálculo decimal ordinário como determinador do que entendemos exatamente por "cálculo recursivo de *36 × 21*". Wittgenstein escreve:

> Um procedimento curto me estabelece o que *devemos* obter com um longo (ao invés do contrário) (RFM parte III, § 18, pg. 156-7)

Em uma outra passagem a respeito da proposta logicista de "cálculo fundamental" (Wittgenstein se refere a ela como o "calculo de Russell"), o filósofo escreve:

> Agora eu pergunto: poderíamos encontrar a verdade da proposição 7034174 + 6594321 = 13628495 por meio de uma prova levada a cabo na primeira notação [Russeliana]? (RFM, parte III, § 3, pg. 145)

Em uma terceira passagem, o filósofo dirige suas críticas em direção a outro candidato ao título de "cálculo fundamental", a conhecida "notação em barras" de Hilbert:

> Mas em qual sentido é "I I I I I I I I I I I I I I I" o paradigma de um número? Considere como ele pode ser usado como tal. (RFM parte III, § 7, pg. 149)

O próprio filósofo se encarrega de considerar um exemplo específico de um uso do cálculo de barras:

I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I   I I I I I I I I I I I I I I I

> Essa figura é uma prova de que 27 + 16 = 43, porque alguém obteria “27” se contasse as barras da esquerda, “16” se contasse as barras da direita e “43” se contasse toda a fileira? (RFM parte III, § 11, pg. 151)

Vejamos exatamente que conseqüências o filósofo extrai de seus argumentos. Um ponto inicial é importante de ser sublinhado. *Wittgenstein não está afirmando que, digamos, o cálculo recursivo não pudesse ser chamado de um “cálculo aritmético”.* O ponto central que o filósofo quer recusar que, de alguma forma, os “cálculos expandidos” pudessem funcionar como determinadores do sentido de nossas determinações sobre se figuras seriam (ou não) execuções da operação 36×21. Assim, o que o filósofo pretende objetar é a idéia de conferirmos um caráter especial à um desses cálculos em detrimento dos outros. Wittgenstein escreve:

> O perigo aqui parece ser o de tomarmos o procedimento curto como uma pálida sombra do procedimento longo. (RFM parte III, § 19, pg. 157)

11. *Considerações finais e vislumbres adiante: a conexão Quine/Wittgenstein*

Nas seções anteriores estivemos discutindo as propostas interpretativas de Wittgenstein apenas para afirmações aritméticas simples, envolvendo tão somente “termos singulares”, tais como “$36 \times 21 = 756$”. Seria natural agora alargarmos nossas investigações, abordando as interpretações propostas pelo filósofo para outros tipos de afirmações matemáticas. Assim, poderíamos explorar suas interpretações para afirmações matemáticas envolvendo *generalidade* (ex.: uma lei algébrica como “$x + y = y + x$”)[35], suas propostas para afirmações envolvendo *processos infinitos* (ex.:, “$1 : 7 = 0{,}142857...$”)[36] e, como já mencionamos antes, seria especialmente importante abordarmos suas propostas interpretativas para as *provas*

[35] Sobre isso, ver PG, § 33 e 38 da seção XIV

[36] Sobre isso, ver PG, § 30, 31, 35, , da seção VI e, 41, 42 43 seção VII, AWL, pg. 182-191 e 210- 214 e LFM, palestra XII e XIII.

indutivas e recursões em geral.[37] No entanto, deixaremos de lado a exploração destes outros aspectos mais *específicos da filosofia da matemática*. Nosso intuito com a presente investigação não é o de oferecermos um inventário completo e detalhado dos vários componentes daquela proposta para a matemática (a despeito do grande interesse que isso nos pareceria ter). Nosso objetivo está voltado mais propriamente às *bases filosóficas gerais*, i.e., *semânticas*, *que estão por trás dessas sugestões mais específicas*.

Assim, dedicaremos as duas últimas seções desse capítulo para discutirmos as conexões entre a noção de "regra" que introduzimos e os temas semânticos mais gerais que vínhamos discutindo. Dedicaremos essa seção para, de certa forma, voltarmos ao nosso ponto de partida nesse capítulo: a idéia de "ruptura de comunicação" que ilustramos através da historieta envolvendo João e Maria. Nosso intuito é mostrarmos a ligação de certos elementos fundamentais da noção de regra, notadamente os aspectos "anti-intuitivos" que vínhamos discutindo, com aquela situação particular de quebra de sentido. Dedicaremos a última seção a uma discussão ainda mais geral sobre as mudanças que a adoção o ponto de vista "atributivo" acarretaram à filosofia de Wittgenstein.

Antes de entrarmos diretamente nesses movimentos finais de nossa investigação, no entanto, precisamos fazer uma advertência e uma explicação ao leitor. Aproveitaremos essas considerações derradeiras para nos permitirmos *alargar ainda mais nosso ponto de vista* e encararmos as propostas de Wittgenstein *em relação a abordagens filosóficas mais recentes*, especificamente, *certas propostas de Willard Van Orman Quine*. Essa introdução tão tardia da filosofia de Quine terá, é claro, um caráter bem mais rapsódico do que aquele que vínhamos empregando até agora (nos permitiremos inclusive pressupor uma certa familiaridade do leitor com a obra do filósofo americano como forma de acelerar a exposição). Nossa única desculpa para assim procedermos será a de que, longe de tomarmos essas considerações finais como apenas o fechamento de nossas investigações, as encaramos também como "vislumbres" de futuros desdobramentos para nossa pesquisa.

[37] Sobre isso, ver PG, toda a seção XIV e *LFM, Palestra XXXI*

Os dois elementos anti-intuitivos na noção de “regra”

Comecemos pelos *aspectos “anti-intuitivos*” da noção de “regra” que já vínhamos discutindo. O primeiro traço “anti-intuitivo” que julgamos poder esclarecer já foi bem explorado por nós: a intromissão de “formulações metalingüísticas” nas regras de Wittgenstein. Ao invés de interpretarmos as proposições matemáticas como afirmações *sobre operações* e *estruturas abstratas*, o filósofo insiste na idéia de “regras determinadoras de limites para o comportamento *lingüístico* de falantes”. Assim, por exemplo, especificamente em relação ao conceito de “cálculo”, de “algoritmo”, vimos como o filósofo recusa a idéia de um significado *atemporal* e im*p*essoal “*fixo*” para operações como “multiplicação de 36 × 21”. No lugar da idéia de uma operação “*puramente matemática*” (com a qual até mesmo os intuicionistas aceitam), Wittgenstein constantemente introduz elementos *comunitaristas*, ou seja, *referências a comportamentos de falantes* em *situações empiricamente dadas*.

O segundo aspecto “anti-intuitivo” da noção de regra que pretendemos discutir está intimamente conectado ao primeiro. Assim, como vimos na seção anterior, Wittgenstein tende sempre a tomar cada lado de uma regra como sendo “um todo indivisível”. Em suas regras, encontramos sempre “conceitos tomados em um só bloco”, como “a operação conta armada de *36 × 21*”. Novamente o filósofo nos recusa o direito de discernirmos uma *estrutura interna* nas operações. Assim, independentemente de uma proposta *fundacionalista* mais definida (de um “calculo primordial” qualquer), o que os “interlocutores” de Wittgenstein realmente parecem pretender é tão somente ter seu direito em falar em pelo menos *uma análise* (i.i, não *a* analise) de uma operação como a “conta armada de *36 × 21*”, o direito de poder ali discernir sub-operações componentes.

São esses dois aspectos anti-intuitivos da noção de regra – a intromissão do elemento *comunitarista* na noção de “*algoritmo*” e a recusa a qualquer abordagem *composicional* das operações matemáticas – que julgamos poder iluminar com nossa introdução de certos elementos da filosofia de Quine. Mas, antes disso, voltemos à idéia de “ruptura de comunicação” (como na historieta entre Maria e João), ponto inicial de nosso capítulo.

Ruptura de comunicação

Retomemos nosso exemplo de intercâmbio lingüístico envolvendo Maria, João e o paradeiro dos óculos desse último. Lá, distinguimos dois casos fundamentais: o caso de afirmações *falsas* (mas com sentido), e o caso de afirmações *absurdas*. No primeiro caso (das afirmações falsas), ainda estaríamos dispostos a conceder que, digamos, "ainda que os óculos de João efetivamente não estivessem dentro do armário, eles poderiam ter estado lá". Já no caso de afirmações como "os óculos estão dentro da caixinha de fósforos", estaríamos inclinados a descartar a situação ("aparentemente") proposta por Maria como sendo "impossível". Vejamos agora uma terceira situação. Maria responde a João: "Seus óculos estão no prego". João estranha um pouco, mas pergunta: "Você quer dizer na *loja de penhores*?". Maria responde "Sim, a loja de penhores". Claramente aqui, ao invés de João ter insistido na interpretação de "prego" como designando "um pequeno objeto pontudo usado para fixação de tábuas", e tomado a afirmação de Maria como absurda, outro desfecho se deu. João *reinterpretou* a resposta de Maria. Assim, "estar no prego", passou a ser interpretado como "ser levado a uma loja de penhores". A situação de *ruptura comunicacional* foi evitada.

É nesse ponto da discussão que certas concepções de Quine parecem vir ao encontro às idéias de Wittgenstein. Assim, lançando mão da terminologia proposta pelo filósofo americano, diríamos que, ao invés de João ter tomado a afirmação de Maria *homofonicamente* como sendo exatamente o que ele próprio João entenderia pela sentença "*os óculos estão no prego*" (uma frase ambígua ou absurda), João a interpretou *heterofonicamente*. Ou seja, ele "substituiu" a afirmação de Maria por outra. Para João, tudo acabou se passando como se Maria tivesse realmente dito, diretamente, "*os óculos foram levados à loja de penhores*". No interesse de salvar o *sentido* do enunciado de Maria (e a comunicação entre os dois), João *"se permitiu reestruturar completamente"* sua resposta.

Quine fala assim em intepretações "homofônicas" de enunciados (i.e., "literais") e interpretações "heterofônicas", ("reaglutinadas")

> Nossa regra doméstica usual de tradução é, com efeito, a homofônica, que simplesmente remete cada fileira de fonemas a ela própria, mas, ainda assim, estamos sempre preparados a temperar a homofonia com o que Neil Wilson chamou de “princípio da caridade”. De vez em quando interpretaremos heterofonicamente uma palavra de um vizinho se virmos nisso a maneira de tornar sua mensagem menos absurda. [38]

Segundo Quine, por vezes, no interesse de restaurarmos a comunicação com nossos colegas de linguagem, estamos dispostos a aplicar um “princípio de caridade interpretativa” e mexermos na própria estrutura composicional dos enunciados nossos interlocutores:

> Devemos acaso equacionar as palavras portuguesas de nosso vizinho com as mesmas seqüências de fonemas em nossas próprias bocas? Certamente não; pois, às vezes, não as equacionamos assim. Às vezes achamos do interesse da comunicação reconhecer que o uso por nosso vizinho de alguma palavra, tal como “fresco” ou “quadrado” ou “esperançosamente”, difere do nosso, e assim traduzimos essa palavra por uma seqüência diferente de fonemas em nosso idioleto. [39]

> A máxima de tradução [interpretação] por trás de tudo isso é que asserções estranhamente falsas frente [à realidade] possivelmente são devidas a diferenças lingüísticas não aparentes. (...) O senso comum por trás da máxima é que a tolice de nosso interlocutor, além de um certo ponto, é menos provável do que má tradução – ou, no caso doméstico, divergência lingüística. [40]

[38] Quine, W. *Ontological Relativity*. Em Quine, W. Ontological Relativity and Other essays. 1969. Pg. 46
[39] Quine, W. *Ontological Relativity*. Em Quine, W. Ontological Relativity and Other essays. 1969.. Pg. 46
[40] Quine, W. *Word & Object.*1960. Pg. 59

"Ruptura comunicacional" e "tradução radical"

Um ponto nos parece fundamental nesta espécie de "ética comunicacional" indicada por Quine nas citações acima. A medida que os enunciados de nossos interlocutores vão se tornando mais e mais absurdos, ficamos dispostos a executar transformações *progressivamente mais drásticas* na *estrutura composicional* de seus enunciados. Em um caso *limite,* um interlocutor que produza enunciados por demais "estranhos", seus enunciados como que "perderiam toda a sua estrutura interna". Tudo o que restaria para explorarmos, em nossos esforços por restaurarmos a comunicação com esse interlocutor, seria somente o que Quine chama de "*significado estimulativo*" de suas sentenças, a conexão entre o proferimento a as situações em que esse é empregado.[41]

Em sua obra, Quine geralmente ilustra essa situação-limite de "esgarçamento da conexões comunicativas" entre dois falantes apelando à famosa situação de "tradução radical". Nessa situação ilustrativa de Quine, como sabemos, um intérprete ("um lingüista") tenta se alçar de um "*nível zero de comunicação"* representado por um falante ("um índio") de *um idioma inteiramente desconhecido*. Mas, aqui, um ponto importante. Essa exótica ilustração antropológica não é, *como o próprio Quine tem insistido*, de maneira nenhuma essencial. Não estamos falando propriamente de "tradução", mas sim, de "interpretação". O emprego primordial que o filósofo vê para suas propostas incluem o "caso paroquial", como Quine gosta de se referir à nossa própria língua.

No trecho imediatamente anterior às duas citações acima de *Ontological Relativity and Other Essays*, Quine enfatiza que o "ponto filosófico" que ele pretende extrair de sua pequena estória ilustrativa do índio e o lingüista se dá, não (unicamente) em nosso contato com línguas estrangeiras, mas com afirmações mais e mais estranhas (absurdas) de nossos próprios conterrâneos. O filósofo escreve:

[41] Por esse conceito, o filósofo americano algo não muito distante da velha conexão sentido/possibilidade proposta por Wittgenstein, especialmente em sua versão mais relaxada, não exaustiva, *pós-Tractatus*. Assim, o significado estimulativo para um falante *F* de uma sentença *s* (tomada como um todo), seria identificado com a maneira com *F* classifica as situações possíveis em situações em *F* assente para a afirmação de *s*, situações em que ele dissente da afirmações de *s*, e situações neutras, que não determinam nem seu assentimento, nem seu dissentimento em relação à *s*.. Ver Quine, W. *Word and* Object,. 1960.Cap II, seção § 8. Não contrastaremos aqui em mais detalhes as concepções semânticas de Quine e Wittgenstein. Nos interessa salientarmos aqui apenas os pontos de convergência entre as duas filosofias.

> Em uma reflexão mais profunda, a tradução radical começa em casa. Devemos equacionar as palavras portuguesas de nosso vizinho com as mesmas seqüências de fonemas de nossas próprias bocas? [42]

Dois pontos fundamentais aproximam a *situação do lingüista* da situação descrita por Wittgenstein de “*ruptura comunicacional*” (em uma mesma língua). Em um caso de “estranhamento lingüístico extremo”, da mesma forma que no caso da tradução radical, somos obrigados a nos defrontar com alguém que possa ter:

1) *Opiniões teóricas (sobre o mundo) que sejam arbitrariamente diferentes das nossas*

mas também, e principalmente:

2) *Uma nova proposta de estruturação gramatical de suas frases*

Ou seja, tanto na situação de “*ruptura comunicacional*”, como na situação de “*tradução radical*”, estaríamos *completamente barrados em pressupor qualquer semelhança entre o que nós tomamos como sendo verdade e o que nosso interlocutor toma como sendo verdade.* Mas, além disso, (e, talvez, mais importante ainda) também *não poderíamos pressupor qualquer semelhança entre a gramática por trás dos enunciados de nosso interlocutor e as nossas próprias estruturações lingüísticas.*

Muitos leitores de Quine já identificaram como sendo um dos traços mais característicos do pensamento filósofo americano, uma insistência em um “embaralhamento entre linguagem e teoria”[43]. Ora, é exatamente *em uma situação assim* que nos encontramos, tanto no caso da chamada *tradução radical*, quanto no caso da “ruptura comunicacional extrema”. Tudo o que restaria ao nosso dispor para nos guiarmos na tarefa de entender (ou

[42] Quine, W. *Ontological Relativity*. Em Quine, W. Ontological Relativity and Other essays. 1969. Pg. 46
[43] Ver, por exemplo, Chomsky, N. *Quine's Empirical Assumptions*. Em Davidson, Donald & Hitikka, Jaakko. *Words and Objections*. 1975. Pg. 53.

recusar) o sentido dos proferimentos de nosso interlocutor seriam as conexões entre suas afirmações (ou negações) *tomadas como um todo* e as *situações de proferimento*. Lançando mão da terminologia proposta por Quine, tudo o que teríamos ao nosso dispor seria apenas o "*significado estimulativo*" de suas sentenças tomadas "*holofrasticamente*",[44] i.e., "como um todo". Jamais poderíamos confiar em nossa compreensão baseada em qualquer decomposição das sentenças de nosso interlocutor (em seus elementos constituintes, palavras, etc.)

A lógica por trás de uma situação de rompimento comunicacional extremo

Como enfatizamos em nosso segmento anterior, em uma situação de rompimento comunicacional extremo só nos restaria dois tipos de "ações" frente aos pronunciamentos de nosso interlocutor:

1) Podemos formular hipóteses interpretativas sobre o significado estimulativo de sentenças *isoladas* suas (tomadas holofrasticamente, é claro), como, no exemplo clássico de Quine: "'Gavagai' significa (tomado em seu significado estimulativo) 'Alí um coelho!'"

2) Podemos estabelecer conexões entre hipóteses interpretativas de tipo (1). Essas conexões estabeleceriam a *identidade* ou *contraditorioriedade* entre os significados estimulativos de *pares de sentenças,* o que Quine chama de "*sinonímia estimulativa*" e "*antonímia estimulativa*"[45]. Mas, aqui, um ponto importante: novamente, essas relações envolvem apenas o significado estimulativo da sentença como um todo, i.e., *holofrasticamente*.

Quine, a noção Wittgensteineana de "regra" e seus dois aspectos anti-intuitivos

[44] Ver por exemplo Quine, W. *Pursuit of Truth.* 1992. Pg. 7.
[45] Quine, W *Word & Object.* 1960, segundo capítulo, seção § 11.

Podemos tentar agora, finalmente, cumprir nossas promessas de elucidação da noção de regra conforme havíamos comprometido fazer no início de nossa seção. Acreditamos que nossa tarefa foi grandemente facilitada com a introdução do instrumental teórico de Quine. Assim, podemos dizer: uma regra de Wittgenstein seria exatamente uma conexão do tipo (2). Imaginemos que o sentido estimulativo de uma determinada sentença s_1 de um falante F seja algo como "Aqui, uma reunião de 2 e 3 objetos". Vamos supor também que tenhamos formulado a hipótese interpretativa de que a sentença s_2 de F tenha o significado estimulativo de "uma reunião de 5 objetos". Ora, nossas hipóteses interpretativas estariam conectadas. Uma situação qualquer em que F assentisse para s_1, mas não para s_2, por exemplo, poria em cheque, de uma só vez, *ambas as hipóteses interpretativas* (de s_1 e de s_2)

Vejamos nossa atenção agora para os dois aspectos anti-intuitivos da noção de regra que mencionamos acima. Tomemos em primeiro lugar a recusa do filósofo em aceitar qualquer análise de um dos dois "conceitos" de uma regra em suas partes constituintes. Assim, por exemplo, segundo o filósofo, longe de podermos quebrar o "conceito" de "execução da conta armada 36×21" em sub-operações mais elementares, seríamos obrigados a tomar apenas o processo inteiro como uma única unidade indivisível.

> «Não se pode dar uma relação interna salvo dando as duas coisas para as quais ela vale.» (LFM palestra VIII, pg. 85)
>
> «Em um cálculo o processo e o resultado são equivalentes entre si.» (PG parte II, sec VII § 39, pg. 457)
>
> «Matemática - gostaria de dizer - lhe ensina não somente a resposta a uma questão, mas todo um jogo de linguagem com perguntas e respostas.» (RFM, parte VII, § 18, pg. 381)
>
> «Uma prova - poderia dizer - é um único padrão, do qual de um lado temos certar sentenças escritas e do outro lado a sentença (que é chamada de "proposição provada")» (RFM, parte I, § 28, pg. 48)

Ora, em nosso entender, isso corresponderia exatamente ao que Quine tem em mente com sua expressão "tomar uma sentenças *holofrasticamente*, i.e., sem segmentá-las em parte constituintes:

> Pense nas [sentenças] primitivas, porta de entrada do aprendizado da linguagem. Elas estão associadas inteiras [i.e, holofrasticamente] às estimulações apropriadas, por condicionamento. Palavras componentes estão ali somente como sílabas componentes, livres de teoria.[46]

Vejamos agora o segundo aspecto anti-intuitivo que mencionamos acima: as constantes intromissões de elementos comunitaristas em nossa compreensão do sentido de cada lado de uma regra tomado isoladamente. Assim, como vimos na seção 8, Wittgenstein insiste em fazer referências “à maneira como as pessoas costumam agir” na explicação do sentido de conceitos como o de “execução de uma operação algorítmica”.

> Usamos a expressão: "os passos são determinados pela fórmula...". Como é usada? - Podemos nos referir ao fato de que as pessoas levadas, por sua formação (treinamento) a usar a fórmula (.....) de forma que eles acham o mesmo resultado para y quando eles substituem o mesmo número para x. (RFM, parte I, § 1, pg. 35).

Ora, novamente, como enfatizamos acima, uma regra de Wittgenstein determinaria conexões somente entre os *sentidos estimulativos* de sentenças. Como vimos, o conceito de significado estimulativo foi criado exatamente com o intuito de barrarmos a pressuposição de que a “interpretação *homofônica*” seria sempre a única possível. Ou seja, a pressuposição de que, apenas porque uma dada sentença tem um sentido para nós, *intérpretes* (em nossa “gramática pessoal”), ela tivesse esse mesmo sentido para o *interlocutor a nossa frete*. O sentido das sentenças de nosso companheiro poderiam ser completamente diferentes dos nossos. Num caso limite, só nos restaria o significado estimulativo dessas sentenças. Mas esse

[46] Quine, W,. *Pursuit of Truth*. 1992 Pg. 7

significado estimulativo permaneceria sempre associado a um falante (ou a um grupo de falantes), é claro.

> Significado estimulativo é significado estimulativo de uma sentença para um falante em uma data.[47]

Lógica "vereditiva" e analiticidade

Uma última observação, antes de deixarmos definitivamente a filosofia de Quine. Nesses últimos segmentos, estivemos explorando as conexões entre o conceito de "sinonímia (e antonímia) estimulativa" em Quine e o conceito de "proposição necessária" – "as regras gramaticais" – em Wittgenstein. Um ponto muito importante que não queremos deixar de mencionar, é a fato de que, *mesmo na filosofia de Quine, a idéia de sinonímia estimulativa parece também dar lugar a alguma noção de "analiticidade" (ou de "sentença necessária").*

Como sabemos, Quine se notabilizou em todo mundo por recusar qualquer distinção mais marcada entre proposições analíticas e sintéticas (salvo uma distinção relativa, em termos de "graus de analiticidade"). No entanto, segundo o próprio Quine, com base nas noções de sinonímia e de antonímia estimulativa, poderíamos circunscrever uma espécie de *lógica mínima que permaneceria inegociável*, *mesmo em uma situação de tradução radical* (ou de "rompimento comunicacional extremo", é claro). Assim, já em *Word and Object* Quine escreve:

> Agora, existe também um domínio decididamente diferente que se presta diretamente à tradução radical: aquele das *funções de verdade* tais como negação, conjunção lógica e disjunção.[48]

[47] Quine, W.. *Word & Object.* 1960. Pg. 33
[48] Quine, W.. *Word & Object.* 1960. Pg.57

Mais tarde, Quine corrige o alcance desse núcleo central lógico de forma a envolver apenas o que ele chamou de "lógica vereditiva", uma lógica trivalente ainda mais fundamental do que nossa lógica proposicional bivalente:

> Um contraste emerge assim entre funções de verdade e algo mais primitivo, as funções vereditivas. Lógica vereditiva é [uma lógica] trivalente, sendo os três vereditos o "assentimento", o "dissentimento" e a "abstenção".[49]

O importante, para nós, no entanto, permanece: *a situação de tradução radical, mesmo para Quine, pareceria determinar uma espécie de núcleo analítico (ou necessário) inegociável.*

> ...nós assim reabrimos a questão da analiticidade das verdades lógicas, pois , o que diríamos sobre o disputa sobre verdades lógicas, por exemplo, da parte dos intuicionistas? Estabeleceremos, talvez, que algumas verdades são analíticas, outras, não. Em particular, sugiro que nós realmente aprendemos que uma disjunção é implicada por seus componentes com o próprio aprendizado do significado da palavra "ou"; e nada disso está estranho, pois é uma lei lógica que os intuicionistas não contestam. Sugiro que a lei do terceiro excluído, que ele efetivamente contestam, não está determinada também pelo próprio aprendizado de "ou" e "não"; ela fica antes na parte "cega" da disjunção.[50]

Ora, o que Quine chama de "parte cega" da lógica, disputada pelos intuicionistas, seria exatamente a parte da lógica clássica que estaria "para além" da sua lógica verídico-funcional. Mas exatamente, porque as leis que compõe a outra parte – a parte "não-cega" – seriam indistinguíveis *do próprio significado dos conectivos envolvidos*, não pareceria ser *sequer possível* que elas fossem disputadas por um falante: antes o próprio sentido de seu proferimento

---

[49] Quine, W.V.O. *Roots of Reference*. Pg. 77
[50] Quine, W.V.O. *Roots of Reference.* 1974.. Pg. 80

seria reinterpretado ou descartado. Assim, Quine escreve sobre a lei da lógica vereditiva 5(p ϖ 5p):

> Esta abordagem não coaduna com a doutrina de “mentalidade pré-lógica”. Para tomarmos um caso extremo, suponha que certos nativos sejam tidos como aceitando certas sentenças traduzíveis na forma “p e não p”. Agora, esta alegação é absurda sob nossos critérios semânticos.[51]
>
> Uma tradução irresponsável pode fazer o nativo soar tão esquisito quanto se queira. Uma tradução melhor impõe nossa lógica sobre eles, e desqualificaria a questão da pré-logicalidade, se houvesse uma questão para ser desqualificada. [nota] Malinowski (...) poupa seus nativos da imputação de pré-logicalidade variando suas traduções de termos, de ocorrência para ocorrência, de forma a evitar contradição.[52]

12.*Atribuição e impossibilidade*

Deixemos a filosofia de Quine e retornemos a Wittgenstein. Tentemos encarar nosso longo percurso investigativo desde um ponto de vista muito amplo e geral. No final de nosso segundo capítulo e início do terceiro, insistimos muito que a grande dificuldade da semântica proposta por Wittgenstein no *Tractatus* era a de lidar com o conteúdo semântico das *proposições necessárias*. A dificuldade era imediata. Basta visualizarmos a equação de Bradley, uma vez mais, para entendermos essa dificuldade. Dado o “alinhamento” proposto pelo *Tractatus* entre as noções de “*concebilidade*”, “*sentido*” e “*possibilidade*”. Qualquer quebra de possibilidade se “transmitira” imediatamente para o lado esquerdo da cadeia de identidades, o lado “semântico”. Ou seja, algo *impossível* seria imediatamente algo *destituído de sentido* (i.e.,incapaz de ser expresso por uma proposição) e, pior do que isso, *seria algo também impensável*. Essa conexão entre pensamento e possibilidade era direta, no *Tractatus:*

[51] Quine, W.. *Word & Object.* 1960. Pg. 58
[52] Quine, W.. *Word & Object.* 1960. Pg. 58

3.02(2) O que é pensável é possível também.

3.03 O ***pensamento*** nunca pode ser a respeito de algo ilógico, já que, se ele assim o fosse, nós deveríamos pensar algo ilógico.

A dificuldade é óbvia. Uma proposição que descrevesse uma situação impossível teria que ter um conteúdo semântico tal que esse pudesse ser, ao mesmo tempo, desqualificado exatamente em termos de sua própria significatividade. Em um movimento parecido com o famoso problema do “não ser” de Parmênides, nos encontraríamos na embaraçosa situação de ter que negar a signficatividade de um significado, afirmarmos a ausência de conteúdo de um conteúdo semântico.

Muito se tem discutido a respeito de quais seriam exatamente as *mutações básicas* por trás da virtual *transfiguração* sofrida pelo pensamento de Wittgenstein após seu retorno à filosofia em 1929, uma mudança que alterou completamente as próprias feições de sua filosofia. Como antecipamos no início de nosso terceiro capítulo, se tivéssemos que mencionar *uma* mutação fundamental, entre a primeira e a segunda fase de seu pensamento, talvez fosse razoável escolhermos a nova solução que o filósofo propõe para como lidarmos com o conteúdo das proposições necessárias (sem abrirmos mão da conexão sentido/possibilidade): seu novo conceito de “regra de sentido”.

À parte a importância intrínseca que o conceito de regra tem na filosofia da matemática do autor, essa solução envolve, como ingrediente fundamental, algo absolutamente central, em nossa opinião, para toda a filosofia madura de Wittgenstein: a idéia de uma semântica que chamamos de “atributiva” (ou “triangular”)[53]. Nessa última seção de nossa investigação gostaríamos apenas de comentar rapidamente algo que insinuamos várias vezes ao longo de nosso trabalho. *Podemos ver boa parte pensamento maduro de Wittgenstein como um imenso*

[53] Ver a nota 3 do terceiro capítulo.

projeto filosófico de estender o que chamamos de “semântica atributiva” – que representara a solução para o problema das proposições necessárias – para a totalidade da linguagem.

Repassemos rapidamente a solução que Wittgenstein apresenta para o problema da proposições necessárias, o seu conceito de “regra de sentido”. Como vimos, o conteúdo semântico de uma regra assim estaria associado à idéia de uma *ruptura de comunicação*. Em uma ruptura assim, um *intérprete* desqualificaria o testemunho de um *falante* como apenas “parecendo ter sentido”, mas sendo, de fato, absurdo. A novidade fundamental em relação à segunda fase é exatamente o caráter atributivo, triangular, da situação. Ao invés de tomarmos, como no *Tractatus*, a *relação semântica* como sendo apenas um binômio *sentido de uma sentença* (seu “pensamento”) e *realidade* (os fatos e os estados de coisas possíveis), a concebemos agora como *sempre envolvendo três elementos*: um *falante*, um *intérprete* e a *realidade*.

É exatamente o aparecimento desse terceiro elemento, o falante, que permite a Wittgenstein agora se livrar dos impasses ligados a idéia de proposições necessárias (da primeira fase de sua filosofia) e propor o novo conceito de “regra de sentido. Especificamente falando, agora, com um cenário envolvendo *um intercâmbio lingüístico*, a desqualificação atingiria somente o pronunciamento *do falante*, *não a interpretação feita pelo ouvinte (*sua desqualificação como “absurdo”). Dito de outra forma, a desqualificação do gesto comunicacional (do falante) não se daria “no mesmo espaço” que sua identificação como tal (pelo ouvinte).

No caso específico de rupturas comunicacionais envolvendo *regras de sentido*, teríamos duas dimensões claramente demarcadas: as razões para defendermos que um certo proferimento “*pareceria ter sentido*” (i.e., o *sentido estimulativo* de cada lado da regra), e sua *conjunção* que estabeleceria seu *caráter absurdo*. Como insistimos muitas vezes, cada componente da afirmação teria sentido (estimulativo) do falante, quando tomado separadamente. Juntos, eles determinariam a desqualificação do proferimento como um todo.

Deixemos de lado a noção de regra de sentido em Wittgenstein e voltemos nossa atenção para a própria semântica atributiva que lhe dá sustentação. Em um artigo chamado "*Language and Communication"*, Michael Dummett propõe a questão de qual seria a *função mais importante da linguagem*, se essa seria fundamentalmente um "instrumento de comunicação", ou se sua função principal seria a de funcionar como um "veículo para o nosso pensamento".[54] A transformação no pensamento de Wittgenstein que estamos tentando enfocar envolveria exatamente a completa substituição da idéia da linguagem como *veículo de nosso pensamento* pela idéia da linguagem como *instrumento de comunicação*, de *intercâmbio entre falantes*.

Não há como exagerarmos o caráter radical da proposta de Wittgenstein. Ao invés de tomarmos (como talvez a totalidade da tradição filosófica até aquele momento) o *pensamento* como sendo *o conteúdo semântico por excelência* e o *intercâmbio comunicacional,* como algo secundário, um mero veículo (talvez até mesmo uma contingência dispensável, caso pudéssemos fazer algo como "transmitir diretamente nossos pensamentos"), algo completamente diferente se dá. O projeto filosófico completo de Wittgenstein envolvia nada mais nada menos do que *inverter completamente a relação de prioridade entre intercâmbio lingüístico e pensamento*.

A própria idéia de "*compreensão de uma afirmação*" por um sujeito, longe de ser tomada como o ponto inicial (e final) que *daria sentido* à troca lingüística, passaria a ser entendida apenas *em termos desse intercâmbio.* Assim, por exemplo, o filósofo critica constantemente a idéia do pensamento, do entendimento "como um estado mental que seria a *fonte* do uso correto"[55]:

> Uma noção muito difundida que nós podemos apenas imperfeitamente *exibir* nossa compreensão; que nós podemos apenas

[54] Dummett, M. *Language and Communication.* Em *Seas of Language.* 1993.
[55] PI, § 146, pg. 58

> apontar para ela de longe, ou nos aproximarmos, mas nunca pôr lhe em nossas mãos, e que a coisa derradeira não pode nunca ser dita.[56]

Ao invés de tomarmos a compreensão interna como algo privado, que apenas o próprio sujeito, em primeira pessoa, teria condições de internamente testemunhar, Wittgenstein propõe, nada mais nada menos, do que *retirarmos da primeira pessoa a regalia dela ser o árbitro final de sua própria compreensão*:

> Tenho eu que *saber* se compreendo uma palavra? Não acontece algumas vezes que eu imagine compreender uma palavra (como imagino compreender um tipo de cálculo) e depois me dê conta de que não a compreendia? ("Eu pensei que soubesse o que movimento "relativo" e "absoluto" quisessem dizer, mas agora vejo que eu não sei." [57]
>
> ...suponha que B diga que ele sabe como prosseguir – mas quando ele quer prosseguir ele hesita e não consegue; deveríamos dizer que ele estava errado quando disse que podia ir em frente, ou, antes, dizer que ele era capaz de ir em frente naquele momento, mas não agora? [58]

Não pretendemos aqui, é claro, repassar esses argumentos[59] de Wittgenstein sobre o papel que a noção interna de "compreensão" desempenharia na semântica. Nosso objetivo é mais modesto. Gostaríamos aqui de apenas deixar registrado algo que nos parece muito iluminador: a idéia de vermos vários dos temas wittgensteineanos da maturidade como a extensão da concepção atributiva do sentido (como envolvendo, em sua essência, um intercâmbio) a toda a linguagem.

---

[56] PG, parte I, seção I, § 6. pg. 44
[57] PI, parte I, § 138, pg. 53
[58] PI, parte I, § 181, pg. 73
[59] Podemos ver os parágrafos das Investigações Filosóficas entre 136 e 201 (após a seção sobre o estatuto da filosofia) como envolvendo, entre outros elementos exatamente uma "critica atributivista" ao conceito de "compreensão de uma proposição".

Como dissemos, esse projeto de Wittgenstein é muito amplo e se estende muito além do que apenas recusar a idéia de compreensão interna, de "pensamento", como a noção fundamental da semântica. Certamente o ponto mais polêmico e radical do projeto filosófico geral de Wittgenstein de estender a semântica atributiva a toda a linguagem se dá exatamente quando esse projeto engloba *aqueles que deveriam ser os conteúdos privados por excelência: as sensações e emoções internas.* Novamente o filósofo recusa qualquer acesso especial, qualquer prerrogativa da primeira pessoa em relação, até mesmo, em relação às suas próprias sensações internas:

> Em que sentido seriam *privadas* as minhas sensações? – Bem, apenas eu sei se estou realmente com dor; outra pessoa apenas pode conjeturar. – Em um sentido, isso é errado, em outro, um absurdo. Se estivermos usando a palavra "saber" como ela é normalmente usada (e de que outra forma poderíamos usá-la), então outras pessoas muito freqüentemente sabem quando eu estou com dor. Sim, mas assim mesmo não com a certeza que eu sei, eu próprio! – Não pode de maneira nenhuma ser dito de mim (salvo como uma piada) que eu *sei* que estou com dor.(...)
>
> A verdade é: faz sentido se dizer sobre outras pessoas que eles duvidam de minha dor; mas não eu dizer isso de mim mesmo. [60]
>
> A proposição "sensações são privadas" é comparável a "Joga-se paciência sozinho". [61]

Nossa sugestão final, assim, é a seguinte. Podemos entender a famosa "*tese da impossibilidade da linguagem privada*" como uma conseqüência da generalização da semântica atributiva (em termos da conexão sentido/possibilidade) para toda a linguagem. Como tantas vezes insistimos, segundo aquela proposta semântica, não faria sentido falarmos em quaisquer *conteúdos* que fossem *necessariamente inexprimíveis*. Ora, a chamada "tese da impossibilidade da linguagem privada" envolveria apenas a formulação daquele preceito geral em termos de

---

[60] PI, parte I, § 246, pg. 89
[61] PI, parte I, § 248, pg. 90

conteúdos *especificamente mentais*. Não faria sentido falarmos em conteúdos *privados (mentais)* necessariamente inacessíveis a outros falantes. Não faria sentido falarmos em um conteúdo semântico salvo em termos de seu papel em *algum intercâmbio lingüístico possível.* Daí o famoso slogan wittgensteineano, *o significado está no uso*.