

1

Introdução

Neste trabalho, estamos interessados nos problemas da teoria de comunicações conhecidos como *compressão de dados* e *modulação*. Um modelo típico de um sistema de comunicações é mostrado na Fig. 1.1, onde são ilustradas as etapas de processamento em que estes dois problemas estão situados.

O problema da compressão de dados consiste em projetar um codificador e um decodificador de fonte que permitam representar os símbolos produzidos pela fonte utilizando o menor número de bits possível ou, equivalentemente, a menor *taxa* possível, em bits por símbolo. Em muitas situações, é impossível ou desnecessário representar os símbolos da fonte de uma forma que eles possam sempre ser reconstruídos de maneira exata. Nesses casos, diz-se que o esquema de compressão introduz *distorção*, a qual está relacionada às diferenças entre o símbolo original e o símbolo aproximado reconstruído. O valor desta *distorção* é obtido sempre de acordo com uma *medida de distorção* ou *critério de fidelidade*, o qual é previamente especificado pelo usuário. Há, naturalmente, um compromisso entre essas grandezas, isto é, para um menor valor de taxa é preciso que se admita uma maior *distorção*, enquanto para um menor valor de *distorção* é preciso que a taxa seja aumentada. Um problema genérico de compressão de fontes com perdas consiste portanto em projetar o codificador e o decodificador de forma que os símbolos da fonte possam ser representados com a menor *distorção* possível para uma dada taxa, ou, equivalentemente, com a menor taxa possível para uma *distorção* especificada.

O problema da modulação, ou, mais precisamente, da teoria da transmissão digital, consiste em projetar o transmissor e o receptor de forma que uma mensagem selecionada na entrada no transmissor possa ser recuperada na saída do receptor da maneira mais precisa possível. Esta precisão, ou confiabilidade, é obtida de acordo com algum *critério de confiabilidade*, o qual usualmente está relacionado à probabilidade de se realizar uma decisão por uma mensagem incorreta, isto é, à *probabilidade de*

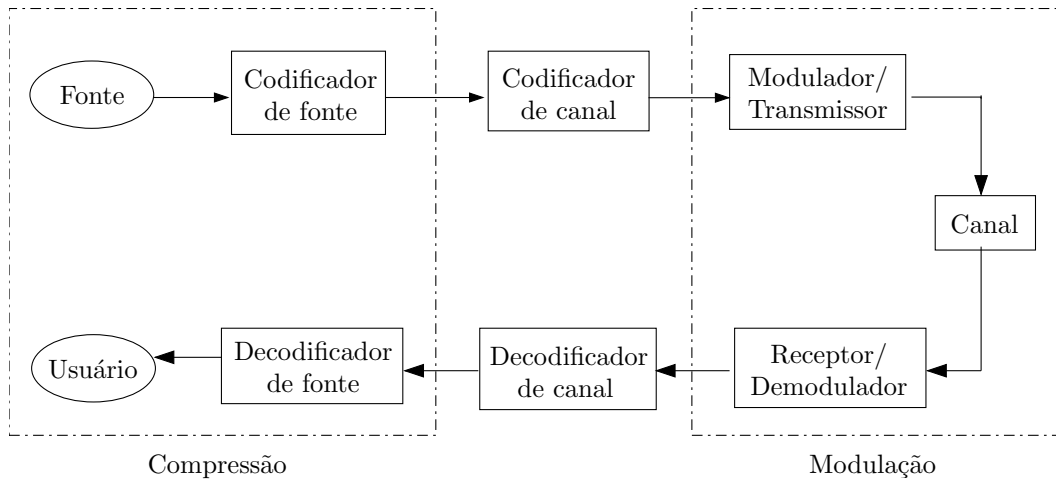


Figura 1.1: Modelo de um sistema de comunicações.

erro. O transmissor e o receptor estão separados por um canal ruidoso que impõe restrições aos tipos de sinais que podem ser transmitidos através dele. Assim, dadas as restrições do canal, o problema da transmissão digital consiste em projetar o transmissor e o receptor de forma que a confiabilidade do sistema seja maximizada garantindo-se que os sinais transmitidos satisfaçam às restrições do canal. Usualmente estas restrições estão relacionadas à banda ocupada pelos sinais transmitidos e ao valor da potência empregada em tais sinais. Novamente, há aqui um compromisso entre essas grandezas: um maior valor de potência (supondo que a potência de ruído permaneça inalterada) ou um maior valor de banda permitem que a confiabilidade do sistema seja aumentada.

Diversas técnicas existem para a solução desses dois problemas. Quando os símbolos produzidos pela fonte são números reais, os esquemas de compressão são geralmente chamados de *quantizadores*, enquanto os esquemas que permitem a transmissão de informação através de um canal de forma de onda são geralmente chamados de *moduladores*. Apesar de aparentemente diferentes, há um sentido em que estas técnicas estão intimamente relacionadas: é possível representar tanto os símbolos de reconstrução no decodificador de fonte quanto os sinais transmitidos no modulador através das palavras de um *código*, idéia que será melhor desenvolvida ao longo deste trabalho. No decodificador de fonte, as palavras de um código correspondem às seqüências de símbolos de reconstrução produzidas, enquanto, no modulador, as palavras do código correspondem aos vetores associados¹ aos sinais de transmissão. É claro que não necessariamente um código que tem um bom desempenho para o problema da compressão terá também um

¹*cf.* Capítulo 5.

bom desempenho para o problema da modulação.

Para quaisquer técnicas de compressão ou modulação, é necessário resolver problemas teóricos importantes que lidam com o processamento (*codificação*, no caso de um quantizador, e *demodulação ou detecção*, no caso de um sistema de transmissão), com o cálculo do desempenho em termos dos compromissos envolvidos (taxa *versus* distorção, no caso da compressão, e confiabilidade *versus* restrições do canal, no caso da transmissão), e com o projeto do código objetivando otimizar esses compromissos. Idealmente, desejamos encontrar códigos que atinjam um bom desempenho e que possam ser implementados de forma eficiente; naturalmente, é preciso também saber projetá-los.

Códigos de permutação

Neste trabalho, é abordada uma classe de códigos chamada de *códigos de permutação*. Neste tipo de código, as palavras consistem em todas as permutações distintas de uma palavra de referência de comprimento n , a qual pode conter repetições de símbolos. Em um *código de permutação escalar*, as palavras são formadas por símbolos escalares, e em um *código de permutação vetorial*, os símbolos correspondem a vetores de L dimensões. Os códigos de permutação são um tipo de código extremamente interessante pois podem ser aplicados com sucesso tanto ao problema da compressão quanto ao da modulação.

A teoria de códigos de permutação escalar é tradicional e data de 1965 com os trabalhos de Slepian [34], para modulação, e Dunn [12], para compressão de fontes. Denotamos por SPC um código de permutação escalar aplicado à compressão de fontes, e por SPM um código de permutação escalar utilizado para modulação.

No contexto da compressão de fontes, Berger *et al.* mostram em [2] que a operação de codificação ótima de SPC pode ser dada por uma simples ordenação de escalares. No mesmo artigo, os autores desenvolvem um método iterativo de projeto capaz de encontrar SPC's com bom desempenho. Posteriormente, Berger mostra em [3] que o código de permutação escalar têm desempenho assintótico ($n \rightarrow \infty$) idêntico ao do quantizador escalar com restrição de entropia (ECSQ).

No contexto de modulação, a decodificação ótima de códigos de permutação escalar também pode ser realizada através de um simples algoritmo de ordenação, um fato já reconhecido no trabalho de Slepian [34]. O projeto de códigos de permutação pode ser dividido em duas etapas: um

projeto de alfabeto e um projeto de vetor de composição. O alfabeto contém os símbolos que constituem as palavras, enquanto o vetor de composição indica as repetições de cada símbolo em uma palavra. Em [5], Biglieri e Elia encontram a expressão para o alfabeto ótimo de um SPM. Em [20], Ingemarsson resolve o problema do vetor de composição ótimo para um alfabeto dado. Em conjunto, as duas técnicas permitem encontrar os códigos de permutação escalar *ótimos* para o problema de modulação. O desempenho de alguns SPM's é também apresentado em [20].

Recentemente, uma extensão dos códigos de permutação escalar para símbolos L -dimensionais foi introduzida para compressão de fontes [14, 7]. Observou-se que os assim chamados códigos de permutação vetorial (neste contexto, VPC's) podem atingir desempenhos superiores ao do SPC e do ECSQ na compressão de uma fonte uniforme. Os VPC's apresentados foram obtidos através de um método de projeto de alfabeto desenvolvido a partir do algoritmo LBG, também conhecido como algoritmo de Lloyd generalizado [25]. Um procedimento sistemático para o projeto de vetor de composição não era conhecido até o momento.

O presente trabalho apresenta novas contribuições à teoria de códigos de permutação vetorial aplicados à compressão de fontes. Adicionalmente, são introduzidos e desenvolvidos os códigos de permutação vetorial no contexto de modulação. Com relação à compressão de fontes, as contribuições que apresentamos neste trabalho são listadas a seguir:

- Demonstramos um teorema que relaciona o desempenho assintótico de um VPC ao desempenho de um quantizador vetorial com restrição de entropia (ECVQ);
- Propomos um algoritmo eficiente para o projeto completo de VPC capaz de encontrar códigos com bom desempenho;
- Exibimos resultados experimentais para as fontes uniforme e gaussiana que comprovam que VPC's de fato podem atingir desempenhos semelhantes ao do ECVQ e em particular superiores aos do SPC e ECSQ;
- Desenvolvemos expressões para o alfabeto ótimo de VPC e para a codificação ótima de VPC que ainda não tinham sido plenamente explicitadas em trabalhos anteriores.

No contexto de modulação, as contribuições deste trabalho são:

- A introdução uma nova modulação baseada em códigos de permutação vetorial (VPM);

- Um método de detecção ótima de VPM aplicável ao canal com ruído aditivo gaussiano branco e a alguns tipos de canais com imperfeições;
- Uma expressão para o vetor de composição ótimo de VPM;
- Resultados teóricos relativos ao desempenho de VPM's que mostram que estes de fato podem atingir desempenhos superiores ao SPM.

Organização do trabalho

Esta dissertação está organizada em duas partes. A primeira parte trata do problema da compressão de fontes com perdas. O Capítulo 2 revisa as teorias taxa-distorção e de quantização, enquanto o Capítulo 3 apresenta uma revisão da teoria de códigos de permutação escalar. A teoria dos códigos de permutação vetorial é desenvolvida no Capítulo 4, onde nossos resultados correspondentes são apresentados.

Na segunda parte, o problema da transmissão digital de sinais é considerado. O Capítulo 5 revisa alguns tópicos da teoria de transmissão digital, em uma formalização adequada ao desenvolvimento dos códigos de permutação para modulação. Este tópico é então abordado no Capítulo 6, onde a modulação VPM é introduzida e os nossos resultados relativos a esse tema são apresentados. A teoria para a modulação SPM é apresentada neste capítulo como um caso particular da teoria introduzida para VPM.

Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões deste trabalho e algumas sugestões de pesquisa para trabalhos futuros.