

## 6. Conclusões

No presente trabalho é analisada a estabilidade de colunas, e tem como principal objetivo de pesquisa apresentar uma solução analítica para o problema de colunas semi-enterradas. Essa solução é obtida usando-se as ferramentas de cálculo variacional e a teoria de equações diferenciais ordinárias, juntamente com programas de álgebra simbólica.

A análise do problema linear iniciou-se com a dedução de um funcional de energia, formulado a partir do Princípio da Energia Potencial Estacionária, do qual se obtiveram as equações diferenciais para os trechos enterrados e desenterrados da coluna. Após definidas as condições de contorno e continuidade, recaí-se em um problema de autovalor, do qual busca-se obter sua solução não-trivial a partir das raízes da equação do determinante característico, que são as cargas críticas do problema. Entretanto, esta equação é bastante extensa e complexa, com a presença de diversos termos não-lineares envolvendo funções exponenciais e trigonométricas e que apresenta grande sensibilidade numérica. Sua solução é encontrada através de uma cuidadosa análise numérica, observando-se graficamente os pontos onde a curva troca de sinal para, a seguir, usando o método de regula-falsi, obter os zeros da equação com a precisão desejada. Os modos críticos são determinados a menos de uma constante multiplicativa arbitrária, a partir dos valores obtidos para as cargas críticas. As determinações das constantes fornecem a solução analítica do problema, ou os modos críticos.

Cabe ressaltar que a solução analítica deste problema se tornou possível em virtude dos programas de álgebra simbólica hoje disponíveis que permitem a manipulação algébrica de expressões complexas. Basta lembrar que o determinante característico de ordem 8 gera  $8!$  termos, isto é, 8.064 parcelas não-lineares.

Nos resultados obtidos na análise linear, enfatizou-se a análise das cargas críticas e modos críticos para a coluna sob as mais diversas condições, incluindo variações em suas condições de apoio, comprimento do trecho enterrado, bem como a rigidez da fundação.

Verificou-se a influência da rigidez e altura da fundação elástica linear no comportamento da coluna, comprovando-se que estes fatores estão diretamente relacionados à rigidez da estrutura como um todo. Mostrou-se que, quanto maiores forem os valores destes parâmetros, maiores serão as cargas críticas da coluna, bem como menores serão as variações das deformações ao longo da coluna, as quais tendem a atingir os seus valores máximos no trecho desenterrado, em posições próximas ao topo da coluna.

Foi verificado, também, que a coluna totalmente enterrada e a coluna totalmente desenterrada, possuem exatamente a mesma deformada, independente de qualquer fator.

A influência das condições de apoio também foi verificada, observando que as mesmas têm grande influência no valor da carga crítica e nos modos críticos.

Quanto à análise não-linear, também partiu-se da dedução de um funcional de energia. Entretanto, após deduzidas as suas equações diferenciais, verificou-se que as mesmas são complexas de tal forma que não possuem solução analítica, sendo necessária a utilização de métodos aproximados para que se obtenha a solução deste tipo de problema. Para isso, foi adotado o método de Ritz, o qual, com base nos resultados obtidos, provou ser bastante eficiente. Nesse método usou-se como funções de interpolação as autofunções obtidas do problema de autovalor que atendem todas as condições de contorno e continuidade. Isso possibilitou se obter, com apenas um modo, uma aproximação de qualidade para o caminho pós-crítico na vizinhança do ponto de bifurcação.

Nesta etapa do trabalho, estudou-se o comportamento pós-crítico da coluna, sendo o seu trecho inicial comparado com resultados obtidos através do método dos elementos finitos.

Observou-se que, em geral, a coluna apresenta uma bifurcação simétrica estável. Entretanto, verificou-se que não há uma relação direta entre a rigidez e a altura da fundação na rigidez pós-flambagem da coluna. Isso ocorre devido à variação da energia associada a cada modo crítico.

## 6.1. Sugestões

Sobre os trabalhos a serem realizados futuramente envolvendo o assunto abordado nesta Dissertação, podem ser feitas as seguintes sugestões:

- análise do comportamento do caminho pós-crítico para maiores deflexões, através da utilização do programa de elementos finitos e implementação de modelos de fundações não-lineares neste mesmo programa, permitindo uma validação da formulação aqui utilizada;
- análise do comportamento não-linear da coluna, quando submetida a diversas imperfeições;
- execução de trabalhos experimentais, objetivando-se a descoberta de novos modelos que melhor caracterizem o comportamento do solo. Pode-se, por exemplo, buscar um modelo que leve em conta o atrito causado pelo contato na interface solo-coluna;
- estudo do contato unilateral de colunas sob fundação não-linear.