



Larissa Batista Garcez

**Modelo semi-estrutural aplicado à economia
brasileira**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Macroeconomia e Finanças, do Departamento de Economia da PUC-Rio

Orientador: Prof. Carlos Viana de Carvalho

Rio de Janeiro
Maio de 2022



Larissa Batista Garcez

Modelo semi-estrutural aplicado à economia brasileira

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Macroeconomia e Finanças da PUC-Rio . Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Carlos Viana de Carvalho

Orientador

Departamento de Economia – PUC-Rio

Prof. Eduardo Zilberman

Departamento de Economia – PUC-Rio

Prof. Marcelo Kfoury Moinhos

Departamento de Economia – FGV EESP

Rio de Janeiro, 13 de Maio de 2022

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Larissa Batista Garcez

Graduada em Economia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) em 2018.

Ficha Catalográfica

Batista Garcez, Larissa

Modelo semi-estrutural aplicado à economia brasileira / Larissa Batista Garcez; orientador: Carlos Viana de Carvalho. – 2022.

54 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Economia, 2022.

Inclui bibliografia

1. Macroeconomia – Teses. 2. Método MCMC. 3. Termos de troca. 4. Ciclo econômico. 5. Produtividade. I. Viana de Carvalho, Carlos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Economia. III. Título.

CDD: 004

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Carlos Viana de Carvalho, pelo apoio e conhecimento essencial para a realização deste trabalho.

Aos meus amigos que se tornaram minha família carioca, obrigada por estarem sempre ao meu lado e pela compreensão diante de tantas ausências nesse período.

À minha mãe e meu pai pelo estímulo de sempre, e aos meus tios pela convivência nesses dias de estudo.

Ao meu namorado pelo apoio e paciência após horas de estudo e cansaço.

Aos meus colegas da PUC-Rio pela companhia e pelos estudos nesses anos de curso.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora e a todos os professores do Departamento de Economia da PUC-Rio pelos ensinamentos ao longo do curso.

Ao Banco BOCOM BBM por ter me incentivado na busca por qualificação e contribuído com auxílio financeiro para a realização deste mestrado.

Resumo

Batista Garcez, Larissa; Viana de Carvalho, Carlos. **Modelo semi-estrutural aplicado à economia brasileira**. Rio de Janeiro, 2022. 54p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A evidência empírica demonstra que termos de troca e produtividade flutuam juntos para economias grandes exportadoras de commodities. O modelo semi estrutural estimado nesta dissertação visa representar uma pequena economia aberta, na qual as flutuações dos termos de troca impactam de forma direta a produtividade da economia. A partir de métodos Bayesianos, o modelo testa se existe correlação positiva entre períodos de expansão dos termos de troca e períodos de expansão da produtividade, com o objetivo de analisar a influência dos termos de troca na dinâmica da economia brasileira de 2000 a 2019. Os resultados obtidos corroboram a correlação positiva prevista nos dados.

Palavras-chave

Método MCMC; Termos de troca; Ciclo econômico; Produtividade.

Abstract

Batista Garcez, Larissa; Viana de Carvalho, Carlos (Advisor). **Semi-structural model for the brazilian economy**. Rio de Janeiro, 2022. 54p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The empirical evidence shows that terms of trade and productivity move in the same direction for commodity exporting economies. The semi structural model estimated in this paper of an small open economy introduces a direct impact of fluctuations in terms of trade on the productivity. Using Bayesian methods of estimation, we analyze whether there is a positive correlation between periods of terms of trade booms and periods of productivity growth in Brazilian economy fluctuations from 2000 to 2019. The results show that a positive shock in the terms of trade leads to an increase in productivity, proving the positive correlation predicted in the data.

Keywords

MCMC method; Terms of trade; Economic cycle; Productivity.

Sumário

1	Introdução	8
2	Modelo	12
3	Dados e Calibração do Modelo	15
4	Estimação do Modelo e Interpretações	18
4.1	Diagnósticos de Convergência	18
4.2	Estimação dos Parâmetros	19
4.3	Dinâmica do Modelo	21
5	Conclusão	28
6	Referências bibliográficas	29
7	Apêndice	31
7.1	Derivação do modelo	31
7.2	Equações log linearizadas	39
7.3	Gráficos Priors e Posteriors	40
7.4	Gráficos Funções Impulso Resposta aos Choques IRF's	42
7.5	Gráficos de Convergência	48
7.6	Gráficos Variáveis e Choques Suavizados	53

1

Introdução

A literatura em ciclos reais atribui aos choques tecnológicos o papel responsável por flutuações na economia. Alguns autores como Javier García-Cicco, Roberto Pancrazi e Martín Uribe (2006) utilizam o modelo RBC diante de choques transitórios e permanentes na produtividade total dos fatores para tentar explicar as flutuações e a dinâmica de economias emergentes.

A flutuação e evidente expansão da produtividade em economias emergentes durante o *boom das commodities* foi alvo de estudo de vários autores que analisaram quais variáveis econômicas poderiam ter provocado esse ciclo expansionista. Llosa (2016) conclui existir uma forte correlação, inclusive para o Brasil¹, entre termos de troca e produtividade e destaca a simultaneidade entre períodos de crescimento da produtividade e melhoria dos termos de troca e entre períodos de decréscimo da produtividade e deterioração dos termos de troca. O autor observa que, na maioria desses períodos a variação dos termos de troca e da produtividade coincide em magnitude e persistência. Com o objetivo de incorporar as observações acerca da correlação entre as duas variáveis, Llosa (2016) introduz um modelo no qual os termos de troca aparecem no resíduo de Solow da equação de produtividade *total factor productivity* (*TFP*).

Esta dissertação possui o objetivo de analisar a dinâmica das flutuações econômicas brasileiras através de choques nos termos de troca, com foco na causalidade e no impacto desses choques na produtividade. Desenvolvo um modelo semi-estrutural de uma pequena economia aberta com câmbio flutuante e regime de metas para a inflação e adiciono a *TFP*, forma reduzida explorada por Llosa (2016), de modo a estabelecer uma conexão entre produtividade e termos de troca. A estimação é feita com dados de variáveis macroeconômicas do primeiro trimestre de 2000 ao quarto trimestre de 2019 e os resultados encontrados corroboram a correlação especulada entre as variáveis.

A evidência empírica acerca da dinâmica econômica dos mercados emergentes mostra que períodos de expansão dos termos de troca geralmente tendem a ser acompanhados por períodos de aumento da produtividade, sugerindo que os termos de troca são um importante fator para o crescimento econômico (Easterly et. al (1993)). Com o objetivo de ilustrar esse argumento para o caso brasileiro, a Figura 1.1 retrata a alta correlação entre a evolução da série de PIB real brasileiro² e a série do índice CRB (*Commodity Research Bureau Index*: índice que mede as variações dos preços das commodities no mercado internacional)³.

¹O autor observa uma correlação negativa pois define termos de troca como a relação entre preço dos importados e preço dos exportados, inverso do definido no modelo apresentado.

²Dados extraídos do IBGE.

³Série disponível na plataforma Reuters.

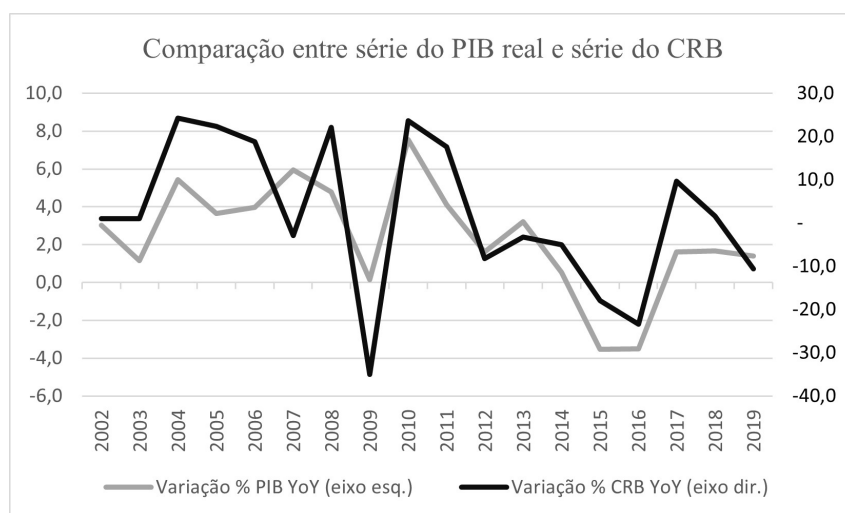


Figura 1.1: PIB x CRB

O índice CRB é um bom indicador da dinâmica dos termos de troca para o Brasil, medindo de certa forma o incentivo para a especialização da economia em commodities. Segundo o relatório de inflação divulgado pelo BACEN ⁴, os dados apontam para influência decisiva dos preços internacionais de commodities sobre os termos de troca, expressa na Figura 1.2, demonstrando uma dinâmica semelhante entre as séries.

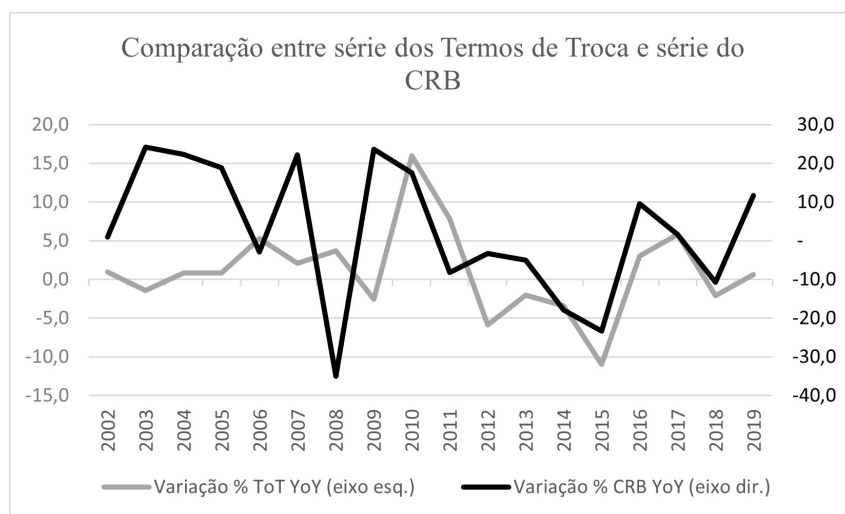


Figura 1.2: Termos de Troca x CRB

O modelo semi-estrutural desenvolvido nesse estudo buscou testar a hipótese de que a expansão da produtividade foi explicada em parte pela expansão nos termos de troca através de uma estimação Bayesiana com o uso de métodos de simulação Markov Chain Monte Carlo. No modelo desenvolvido, os consumidores poupam uma parte da sua renda em títulos e consomem a outra parte, maximizando sua utilidade intertemporal. A economia é composta por um *continuum* de firmas monopolisticamente competitivas que minimizam seu custo e otimizam seus preços, dada a sua função de produção. As firmas

⁴Ver relatório publicado em Março de 2009 disponível no site do Banco Central.

fixam seus preços à la Calvo e o banco central fixa a taxa de juros de acordo com a regra de Taylor. A política monetária é regida por metas para a inflação e o câmbio é flutuante. O impacto externo se traduz através dos insumos importados utilizados na função de produção das firmas e através da produtividade via termos de troca.

Neste modelo, introduzo o parâmetro α com o intuito de medir o impacto dos termos de troca na equação da produtividade. Esse parâmetro possui distribuição normal centrada no zero a partir do objetivo de obter um resultado que comprove se há correlação entre as variáveis para o caso brasileiro. Como resultado encontro um valor para α positivo, corroborando a correlação positiva prevista nos dados.

A performance do modelo é avaliada através das funções impulso resposta geradas pela estimação Bayesiana e da análise dos diagnósticos de convergência. No geral, os resultados dos choques estimados são consistentes com a evidência empírica para o Brasil e com a literatura de modelos DSGEs para países emergentes⁵.

Lunardi (2016) estima um modelo DSGE para uma pequena economia aberta de forma a analisar a dinâmica da economia brasileira no período de metas de inflação e testar o *empirical fit* do modelo aos dados através de métodos Bayesianos. Para isso são utilizados 4 modelos, o modelo definido como *benchmark model* e 3 modelos derivados dele, o primeiro sem indexação de preços, o segundo sem formação de hábitos e o terceiro sem o peso da taxa de câmbio na função de política monetária do banco central. O autor também observa a dinâmica da economia através de choques tecnológicos e choques de política monetária, seus impactos nos termos de troca e no produto brasileiro e conclui que os choques provocam maior impacto na economia do *benchmark model* porém, o *fit* empírico dos dados do Brasil nesse período é maior no modelo sem indexação de preços.

Seguindo a análise de um modelo DSGE para uma pequena economia aberta, Adolfson et al. (2005) aplicam o modelo para países da zona do Euro usando técnicas Bayesianas. Os autores introduzem fricções reais e nominais como rigidez de preços e salários, custos de ajustes de capital, observados empiricamente no processo de estimação do modelo. Os autores seguem Christiano, Eichenbaum and Evans (2005), que também introduzem essas fricções no modelo teórico estimado para uma economia fechada. Eles concluem que choques de oferta ou tecnologia são tão importantes para as flutuações do produto quanto os choques de demanda ou não tecnológicos.

Castro et al. (2011) desenvolvem um modelo SAMBA *Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach* utilizado como parte da política macroeconômica do BACEN para análise e projeção sobre a dinâmica da economia brasileira. A estimação Bayesiana do modelo combina especificações como meta de superávit primário estabelecida pela autoridade fiscal, preços administrados ou regulados como parte dos preços dos consumidores, impacto da importação no cenário de condições de financiamento externo, insumos importados utilizados na função de produção de bens diferenciados.

⁵O modelo encontra resultados semelhantes aos encontrados por Llosa (2016) acerca dos países emergentes, e semelhantes aos encontrados por Lunardi (2016) para o Brasil.

Este estudo está organizado da seguinte forma: a seção 2 deste trabalho mostra as equações do modelo, na seção 3 são apresentados os dados do modelo, a calibração dos parâmetros fixos e a definição das priors, a seção 4 contém a estimação do modelo, seus resultados e interpretações, a seção 5 conclui e no apêndice é demonstrada a log-linearização do modelo e todos os resultados da estimação no Dynare.

2

Modelo

A economia simulada pelo modelo é composta por um consumidor representativo que consome C_t e oferta trabalho L_t , além de tomar a decisão, a cada período de tempo, entre alocar sua restrição orçamentária em consumo e/ou poupar em um título B_t . O consumidor maximiza sua função de utilidade intertemporal e está sujeito à restrição orçamentária conforme abaixo:

$$\max_{\{C_t, L_t\}} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Gamma_t \left[\frac{(C_t - h\bar{C}_{t-1})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] \right\}$$

$$\text{s.a. } P_t C_t + E_t [Q_{t,t+1} B_{t+1}] = B_t + W_t L_t + \int \Pi_t(i) di,$$

onde

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{\frac{(\theta_t-1)}{\theta_t}} di \right)^{\frac{\theta_t}{(\theta_t-1)}} \text{ e } P_t = \left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\theta_t} di \right)^{\frac{1}{(1-\theta_t)}}$$

Note que o consumidor possui uma formação de hábito externa, ou seja, é influenciado pelo consumo agregado em $t-1$, representado pelo termo \bar{C}_{t-1} .

Através das condições de primeira ordem (CPO's), são obtidas as equações abaixo.

$$\begin{aligned} (C_t) \quad & \beta^t \Gamma_t (C_t - h\bar{C}_{t-1})^{-\sigma} = \lambda_t P_t \\ (L_t) \quad & \beta^t \Gamma_t L_t^\varphi = \lambda_t W_t \\ (B_{t+1}) \quad & \lambda_t E_t [Q_{t,t+1}] = E_{t+1} [\lambda_{t+1}] \end{aligned}$$

No modelo, o continuum de firmas monopolisticamente competitivas visa minimizar custos sujeito à sua função de produção. As equações abaixo descrevem o problema de minimização da firma i

$$\begin{aligned} \min_{\{L_t, Z_t\}} \quad & W_t L_t(i) + S_t P_t^* Z_t(i) \\ \text{s.a.} \quad & A_t L_t(i)^{1-\delta} Z_t(i)^\delta = Y_t(i) \end{aligned}$$

Na equação acima, Z_t são os insumos importados, P_t^* o preço desses insumos, S_t a taxa de câmbio e A_t é a medida de produtividade. Os insumos importados são os meios de conexão entre o mercado externo e o doméstico. O preço desses insumos P_t^* é determinado no mercado internacional e satisfaz a equação abaixo, na qual $\pi_t^* = \ln(P_t^*/P_{t-1}^*) - \bar{\pi}_t^*$ e $\bar{\pi}_t^*$ é a inflação do estado estacionário.

$$\pi_t^* = \rho_\pi \pi_{t-1}^* + \sigma_\pi \varepsilon_t^*$$

A taxa de câmbio S_t , satisfaz a equação:

$$i_t = i_t^* + E_t [s_{t+1}] - s_t + \phi_t - \mathbb{X}(s_t + p_t^* - p_t)$$

A taxa de juros externa i_t^* é definida pelo processo AR(1) $i_t^* = \rho_i \cdot i_{t-1}^* + \sigma_i \cdot \varepsilon_t^*$ e i_t é a taxa de juros doméstica definida posteriormente. O

prêmio de risco ϕ_t é definido pelo processo AR (1) $\phi_t = \theta_d d_t + \sigma_\phi \varepsilon_t^\phi$, e depende do EMBI+ d_t , índice que estima o desempenho dos títulos de mercados emergentes, se traduzindo em um bom indicador de risco. Na equação acima, o termo $-\mathbb{X}(s_t + p_t^* - p_t)$ desempenha o papel das condições necessárias para a unicidade do equilíbrio do modelo. O parâmetro \mathbb{X} deve ser pequeno suficiente para garantir o equilíbrio único do modelo sem afetar sua dinâmica.

O problema de otimização das firmas implica as condições de primeira ordem (CPO's):

$$\begin{aligned} (L_t) \quad W_t &= \lambda_t(1 - \delta)A_t L_t(i)^{-\delta} Z_t(i)^\delta \\ (Z_t) \quad S_t P_t^* &= \lambda_t \delta A_t L_t(i)^{1-\delta} Z_t(i)^{\delta-1} \end{aligned}$$

Além de escolher L_t e Z_t que minimizem seu custo, quando a firma é sorteada a reotimizar seus preços na Loteria de Calvo, ela maximizará seu valor presente ponderado pela probabilidade desse preço permanecer em vigor e a sequência de demanda que ela enfrentará.

$$\begin{aligned} \max_{\{P_t\}} \quad & \sum_{k=0}^{\infty} (1 - \lambda)^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left[P_t^\circ \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma Y_{t+k|t}(i) - C(Y_t(i)) \right] \right\} \\ \text{s.a.} \quad & Y_{t+k|t}(i) = \left(\frac{P_t^\circ}{P_{t+k}} \right)^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma \theta_{t+k}} C_{t+k}, \end{aligned}$$

O parâmetro θ representa a elasticidade substituição entre variedades e $\hat{\mathcal{M}} = \theta_t/(\theta_t - 1)$ é o markup cobrado pelas firmas, definido pelo processo AR(1) de acordo com a equação $\hat{\mathcal{M}}_t = \rho_M \hat{\mathcal{M}}_{t-1} + \sigma_M \varepsilon_t^M$. O preço P_t° que a firma escolhe caso for sorteada será reajustado seguindo a regra:

$$P_t = P_t^\circ \left(\frac{P_{t-1+k}}{P_{t-2+k}} \right)^\gamma = P_t^\circ \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma.$$

A variável $G_t = \frac{\Gamma_{t+1}}{\Gamma_t}$, em desvios logarítmicos de seu steady state segue um processo autorregressivo com 1 lag temporal AR(1).

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^g$$

O papel do Banco Central desempenhado nessa economia é o de determinar a taxa de juros, que nesse caso específico segue de acordo com a regra de Taylor. Para isso depende de variáveis como a meta de inflação π^* , a inflação $\pi_{t-1,t+2}$ acumulada entre os trimestres $t-1, t+2$, consumo c_t , taxa de câmbio s_t e um choque monetário que segue um processo AR(1) $v_t = \rho_v v_{t-1} + \sigma_v \varepsilon_t^v$.

$$i_t = \rho_i i_{t-1} + (1 - \rho_i) [\phi_\pi (E_t [\pi_{t-1,t+2}] - \pi^*) + \phi_c c_t + \phi_{\Delta c} (c_t - c_{t-4}) + \phi_s (s_t - s_{t-2})] + v_t$$

A primeira via de impacto do mercado externo no mercado doméstico, a via de preços, é representada através da equação da firma, consumidora de insumos intermediários importados. A princípio, essa via poderia estar relacionada com os termos de troca através da razão de preços dos bens exportados e importados, no entanto, dada a simplicidade do modelo e sua natureza semi-estrutural, os termos de troca são definidos por um processo exógeno AR(1), $tt_t = \rho_{tt} tt_{t-1} + \sigma_{tt} \varepsilon_t^{tt}$. A segunda via de impacto externo se traduz na influência dos termos de troca na produtividade dessa economia. A

produtividade no tempo é definida por um processo autorregressivo AR(1) e em parte pelos termos de troca.

$$a_t = \alpha t t_t + \rho_a a_{t-1} + \sigma_a \varepsilon_t^a$$

Resolvendo o modelo de acordo com as condições de market clearing e equilíbrio, log-linearizando as variáveis em torno do seu steady state, obtenho o modelo final e suas variáveis endógenas, exógenas e parâmetros utilizados na estimação Bayesiana. A derivação completa do modelo e todas as suas equações se encontram no Apêndice.

3

Dados e Calibração do Modelo

Foram utilizados dados trimestrais de 2000:1 a 2019:4 para a economia brasileira, extraídos do IBGE, ipeadata, Banco Central e FUNCEX. Para a economia doméstica foram utilizados dados referentes às variáveis consumo, inflação, taxa de juros, taxa de câmbio, índice EMBI+ e termos de troca. Para a economia externa foram utilizados dados de inflação dos Estados Unidos disponibilizados pelo Bureau of Labor Statistics. Os dados de taxas de juros para a economia externa foram obtidos a partir das *treasuries* de 2 anos, disponíveis no website do Federal Reserve Bank de St. Louis (FRED).

Para a série de consumo foi extraído o componente cíclico da série do PIB através do filtro Hodrick-Prescott, com $\lambda = 1600$. Para os termos de troca também foi extraído o componente cíclico do filtro Hodrick-Prescott, com $\lambda = 1600$, aplicado na série do índice que capta a evolução dos preços dos produtos exportados relativamente à evolução dos preços dos produtos importados pelo país. A taxa de juros nominal utilizada foi a média trimestral da taxa Selic e a média trimestral do IPCA foi utilizada para inflação.

O prêmio de risco dessa economia é composto por um choque exógeno e está relacionado, em certo nível, com o valor do EMBI+. O EMBI+, emerging markets bond index, é um índice que estima o desempenho dos títulos de mercados emergentes, se traduzindo em um bom indicador do risco de investir nesses países.

A série de taxa de câmbio do Banco Central utilizada foi a taxa média de venda para a cotação USD/BRL, dólar comercial.

A média da série dos dados utilizados foi centrada em torno de zero, e essa série com média zero foi utilizada para as variáveis observadas das equações do modelo, log-linearizadas em torno do estado estacionário.

Na parametrização e calibração do modelo 3 parâmetros assumiram valores fixos. O \mathbb{X} foi parametrizado com o valor de 0,001, pequeno suficiente para garantir a unicidade de equilíbrio estacionário sem afetar a dinâmica da economia. O β , fator de desconto, foi definido com o valor de 0,99 e o termo de formação de hábito h foi calibrado com o valor de 0,50.

Tabela 3.1: Parâmetros Fixos

Parâmetro	Valor
β	0.990
h	0.500
\mathbb{X}	0.001

O modelo estimado possui 29 parâmetros variáveis, para os quais foram atribuídos valores iniciais e especificadas distribuições priors, distribuições iniciais centradas em uma média um desvio padrão. Para o ρ_M , coeficiente

autorregressivo do markup, foi atribuído o valor de 0,8 e uma distribuição beta com média 0,5 e desvio padrão de 0,25. Para o coeficiente α , que mede a influência dos termos de troca na produtividade, foi atribuído o valor de 0,8 e uma distribuição normal com média 0,5 e desvio padrão 0,5. A probabilidade de não reotimização de fixação de preços à la Calvo dada é representada por $1-\lambda$, e para o parâmetro λ foi atribuído o valor de 0,3 com distribuição em torno da média de 0,21 e desvio padrão de 0,05. Os parâmetros e suas distribuições podem ser resumidos de acordo com a tabela 3.2 abaixo.

Tabela 3.2: Detalhes das Priors (parâmetros)

	Distribuição	Média	Moda	Desvio padrão	Limites*		90% intervalo	
					Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
δ	Beta	0.5000	0.5000	0.1500	0.0040	0.9960	0.2526	0.7474
γ	Beta	0.5000	0.5000	0.2000	0.0001	0.9999	0.1718	0.8282
σ	Gamma	0.6600	0.6006	0.1980	0.0391	2.7786	0.3714	1.0158
φ	Gamma	0.4300	0.4034	0.1070	0.0488	1.4912	0.2704	0.6198
ρ_v	Beta	0.5000	0.5000	0.2500	0.0000	1.0000	0.0973	0.9027
ρ_g	Beta	0.5000	0.5000	0.2500	0.0000	1.0000	0.0973	0.9027
ρ_M	Beta	0.5000	0.5000	0.2500	0.0000	1.0000	0.0973	0.9027
ρ_π	Beta	0.5000	0.5000	0.2500	0.0000	1.0000	0.0973	0.9027
ρ_a	Beta	0.5000	0.5000	0.1000	0.0471	0.9529	0.3351	0.6649
ρ_{tt}	Beta	0.5000	0.5000	0.1000	0.0471	0.9529	0.3351	0.6649
α	Normal	0.5000	0.5000	0.5000	-2.6807	3.6807	-0.3224	1.3224
ρ_i^*	Beta	0.5000	0.5000	0.2500	0.0000	1.0000	0.0973	0.9027
ρ_i	Beta	0.7500	0.7569	0.0500	0.3872	0.9611	0.6640	0.8283
ρ_d	Beta	0.5000	0.5000	0.2500	0.0000	1.0000	0.0973	0.9027
θ_d	Beta	0.5000	0.5000	0.2500	0.0000	1.0000	0.0973	0.9027
ϕ_π	Gamma	2.0000	1.9950	0.1000	1.4281	2.7033	1.8384	2.1673
ϕ_c	Gamma	0.1100	0.1034	0.0270	0.0130	0.3764	0.0697	0.1578
$\phi_{\Delta c}$	Gamma	0.2500	0.2100	0.1000	0.0031	1.4759	0.1111	0.4339
ϕ_s	Gamma	0.2500	0.2100	0.1000	0.0031	1.4759	0.1111	0.4339
λ	Beta	0.2100	0.2008	0.0500	0.0206	0.5935	0.1331	0.2971
σ_g	Inv. Gamma	0.0500	0.0231	0.5000	0.0059	2730.0076	0.0164	0.1244
σ_M	Inv. Gamma	0.0500	0.0231	0.5000	0.0059	2730.0076	0.0164	0.1244
σ_π	Inv. Gamma	0.0300	0.0138	0.5000	0.0035	1672.6661	0.0098	0.0747
σ_a	Inv. Gamma	0.1500	0.0711	0.5000	0.0183	6361.5308	0.0503	0.3698
σ_{tt}	Inv. Gamma	0.1500	0.0711	0.5000	0.0183	6361.5308	0.0503	0.3698
σ_i^*	Inv. Gamma	0.0100	0.0046	0.5000	0.0012	563.4476	0.0033	0.0249
σ_ϕ	Inv. Gamma	0.1000	0.0467	0.5000	0.0120	4956.8534	0.0330	0.2480

*Limites exibidos após aplicar a truncagem da prior em 10^{-6} , comando do dynare que indica a probabilidade de valores extremos da densidade anterior que é ignorada ao calcular os limites dos parâmetros. Padrão: 1e-32.

(Continua na próxima página)

Tabela 3.2: (continuação)

	Distribuição	Média	Moda	Desvio padrão	Limites*		90% intervalo	
					Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
σ_d	Inv. Gamma	0.0200	0.0092	0.5000	0.0024	1122.4577	0.0065	0.0498
σ_v	Inv. Gamma	0.0800	0.0372	0.5000	0.0095	4152.5024	0.0263	0.1987
<p><i>Nota:</i> Limites exibidos após aplicar a truncagem da prior em 10^{-6}, comando do dynare que indica a probabilidade de valores extremos da densidade anterior que é ignorada ao calcular os limites dos parâmetros. Padrão: 1e-32.</p>								

Estimação do Modelo e Interpretações

Para a estimação no Dynare foram feitas simulações de Monte Carlo a partir de Cadeias de Markov (MCMC methods) com a aplicação do algoritmo Metropolis-Hastings. Conforme descrito por Sahlin (2011), o método MCMC é utilizado para simular amostras de uma distribuição posterior que possui a distribuição posterior “verdadeira” desejada como sua distribuição estacionária.

São atribuídos valores iniciais e distribuições priors para cada parâmetro e, a partir desses valores iniciais são realizadas várias iterações. A partir dessas iterações, o algoritmo Metropolis-Hastings atua na formação das cadeias de Markov que são obtidas através de um grande número de amostras da distribuição. Pela propriedade de Monte Carlo obtemos então nossa distribuição posterior desejada observando as frequências relativas das amostras geradas a partir desta cadeia.

Com o objetivo final de obter convergência na estimação, o procedimento foi realizado em fases adaptativas, ou seja, foram executadas 7 estimações, e em cada uma extraio a matriz Variância Covariância resultante para ser utilizada como ponto de partida na estimação da fase subsequente, a matriz será a *jumping distribution* da próxima etapa. O método tem o objetivo de gerar uma matriz Variância Covariância bem calibrada na última etapa, que reflita bem a variância e a covariância dos parâmetros.

Em todas as fases da estimação metade da amostra foi descartada de modo a eliminar condições iniciais, o *burn in period*, pois é improvável obter a distribuição “verdadeira” dos parâmetros no começo da cadeia de Markov estimada. Nas primeiras 6 fases foram estimadas 2 cadeias paralelas contendo 20.000, 50.000, 100.000, 100.000, 200.000, 200.000 simulações respectivamente e para a última fase foram estimadas 4 cadeias paralelas contendo 200.000 simulações.

Cadeias curtas são improváveis de resultarem em boas representações da verdadeira distribuição da posterior obtida para cada parâmetro, no entanto, não é garantido que, por mais que a cadeia seja longa, a amostra da cadeia será representativa da verdadeira distribuição do parâmetro. Por isso os testes de convergência são essenciais para descobrir se a amostra é uma boa representação da distribuição da posterior.

4.1

Diagnósticos de Convergência

O diagnóstico de convergência de Brooks and Gelman (1998) analisa a diferença entre variâncias extraídas após a estimação (figuras do Apêndice 7.5). A linha azul indica a variância, distância entre o parâmetro estimado e sua média, entre cadeias de Markov diferentes (*between chains variance*), enquanto a vermelha indica a variância do parâmetro dentro de uma mesma cadeia de Markov (*within chains variance*). As figuras da primeira coluna indicam o diagnóstico considerando 80% do intervalo, enquanto a segunda e

terceira coluna indicam o m_2 e m_3 , segundo e terceiro momentos. A convergência é observada quanto mais próximas e mais estáveis estão as linhas vermelhas e azuis sob uma tendência horizontal à medida que o número de simulações aumenta (eixo x). A proximidade entre as linhas pode indicar a convergência do *Potential Scale Reduction Factor* para a unidade, significando proximidade da média do parâmetro dentro de uma cadeia de Markov da média do parâmetro na estimação considerando todas as cadeias, ou seja, a partir do modelo estimado e do número de simulações a estimação atingiu uma boa aproximação da distribuição “ideal” (*target distribution*).

O teste de convergência multivariado abaixo é análogo ao univariado com a diferença que, ao invés das estatísticas serem baseadas nos parâmetros individualmente, são baseadas na função de verossimilhança da posterior. De acordo com a figura 4.1, podemos ver a convergência tanto no intervalo quanto no m_2 e m_3 , através da proximidade entre as linhas azuis e vermelhas e sua estabilização na horizontal à medida que o número de simulações aumenta.

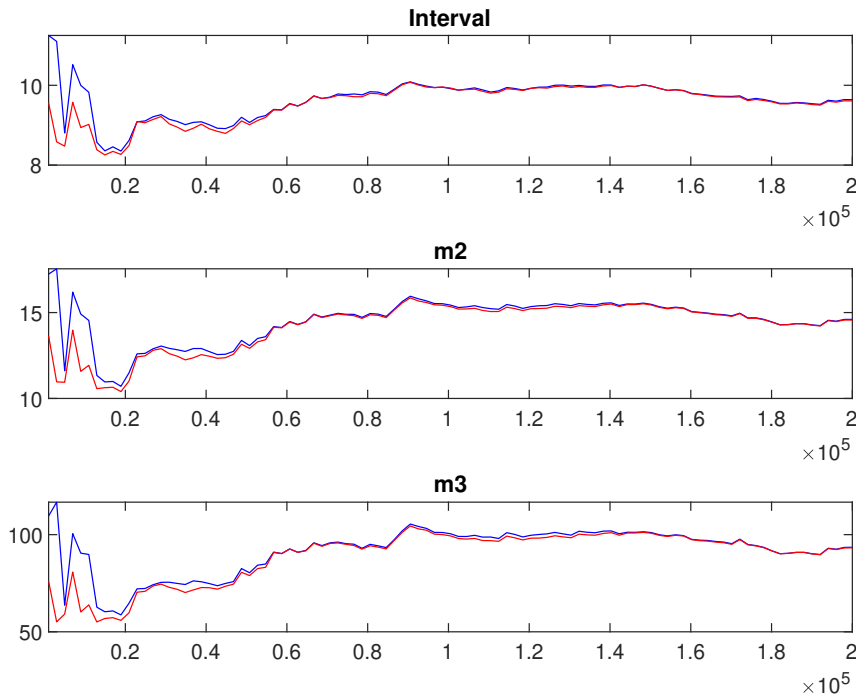


Figura 4.1: MCMC diagnóstico multivariado

4.2

Estimação dos Parâmetros

Os gráficos de priors e posteriors (Apêndice 7.3) mostram as densidades das distribuições de cada parâmetro. A linha cinza do gráfico representa a distribuição atribuída à prior, a linha preta representa a distribuição atribuída à posterior e a linha verde indica a moda da posterior. A similaridade entre as densidades da distribuição tanto da prior e da posterior pode ser consequência da falta de identificação do parâmetro. De acordo Matheson (2010), pode-se afirmar que na estimação Bayesiana é comum ter alguns parâmetros nos quais a estimação da posterior é sensível à escolha das priors, esse é o caso para os parâmetros φ , ϕ_π , ϕ_c , σ_M .

A tabela abaixo apresenta as distribuições posteriores com suas respectivas média, desvio padrão e intervalos de confiança representados por *HPD sup*, valor máximo e *HPD inf*, valor mínimo.

O valor estimado para a variável ϕ_π , apresenta uma média em linha com a média da prior em torno de 2,046, indicando influência significativa da expectativa de inflação acumulada com relação à meta para a inflação, na regra de juros brasileira. O valor da média da variável σ é 1,932, quase 3 vezes maior que ao atribuído à sua prior, sugerindo uma forte influência do consumo em $t - 1$ no salário real em t .

Para a variável α foi atribuída uma distribuição normal centrada no zero, podendo assumir valores negativos ou positivos após a estimação. De acordo com a Tabela 4.1, o valor obtido para a posterior é positivo de 0,307, refletindo o impacto positivo dos termos de troca na produtividade e corroborando a causalidade sugerida pelos dados que é apresentada nas funções impulso resposta apresentadas na seção seguinte.

Tabela 4.1: Resultados do Metropolis-Hastings (parâmetros)

	Dist.	Prior		Posterior			
		Média	Desv. pad.	Média	Desv. pad.	HPD inf	HPD sup
δ	beta	0.500	0.1500	0.153	0.0359	0.0930	0.2107
γ	beta	0.500	0.2000	0.635	0.1050	0.4631	0.8084
σ	gamm	0.660	0.1980	1.932	0.2574	1.5037	2.3485
φ	gamm	0.430	0.1070	0.412	0.1042	0.2394	0.5759
ρ_v	beta	0.500	0.2500	0.935	0.0346	0.8867	0.9933
ρ_g	beta	0.500	0.2500	0.787	0.0216	0.7513	0.8223
ρ_M	beta	0.500	0.2500	0.491	0.2329	0.0991	0.8630
ρ_π	beta	0.500	0.2500	0.741	0.0564	0.6534	0.8330
ρ_a	beta	0.500	0.1000	0.521	0.0702	0.4065	0.6357
ρ_{tt}	beta	0.500	0.1000	0.732	0.0473	0.6542	0.8087
α	norm	0.500	0.5000	0.307	0.0867	0.1649	0.4417
ρ_i^*	beta	0.500	0.2500	0.900	0.0118	0.8810	0.9189
ρ_i	beta	0.750	0.0500	0.614	0.0332	0.5593	0.6679
ρ_d	beta	0.500	0.2500	0.908	0.0149	0.8847	0.9340
θ_d	beta	0.500	0.2500	0.827	0.1153	0.6591	0.9984
ϕ_π	gamm	2.000	0.1000	2.046	0.0972	1.8865	2.2057
ϕ_c	gamm	0.110	0.0270	0.116	0.0275	0.0700	0.1584
$\phi_{\Delta c}$	gamm	0.250	0.1000	0.486	0.1443	0.2457	0.7191
ϕ_s	gamm	0.250	0.1000	0.148	0.0311	0.0973	0.1991
λ	beta	0.210	0.0500	0.241	0.0319	0.1903	0.2940
σ_g	invga	0.050	0.5000	0.018	0.0020	0.0148	0.0213
σ_M	invga	0.050	0.5000	0.030	0.0130	0.0123	0.0475
σ_π	invga	0.030	0.5000	0.008	0.0006	0.0070	0.0091
σ_a	invga	0.150	0.5000	0.056	0.0125	0.0367	0.0751
σ_{tt}	invga	0.150	0.5000	0.042	0.0036	0.0365	0.0481
σ_i^*	invga	0.010	0.5000	0.004	0.0003	0.0033	0.0043

(Continua na próxima página)

Tabela 4.1: (continuação)

		Prior		Posterior			
	Dist.	Média	Desv. pad.	Média	Desv. pad.	HPD inf	HPD sup
σ_ϕ	invg	0.100	0.5000	0.095	0.0093	0.0795	0.1096
σ_d	invg	0.020	0.5000	0.014	0.0011	0.0122	0.0159
σ_v	invg	0.080	0.5000	0.027	0.0032	0.0215	0.0319

4.3

Dinâmica do Modelo

A dinâmica do modelo pode ser interpretada a partir das funções impulso resposta do diante dos choques simulados. As figuras 4.3 a 4.8 mostram a resposta das variáveis aos choques (*one standard deviation shocks*) computados na estimação ao longo de 40 períodos (eixo x).

4.3.1

Termos de Troca

A figura 4.3 apresenta os impactos de um choque positivo nos termos de troca ε^{tt} . A via de transmissão desse choque positivo é persistente e positiva na produtividade da economia a (a), conforme correlação prevista entre as variáveis. As IRFs retratam que o choque positivo nos termos de troca provoca aumento nos termos de troca tt (tt), queda na inflação π (pi), da taxa de juros nominal i (i) e do custo marginal cmg^r (mc). O câmbio real s_r (s_real) e nominal s (s) sofrem uma depreciação e os insumos importados sofrem queda z (z), contrariando o observado na maioria dos modelos DSGE e nos dados.

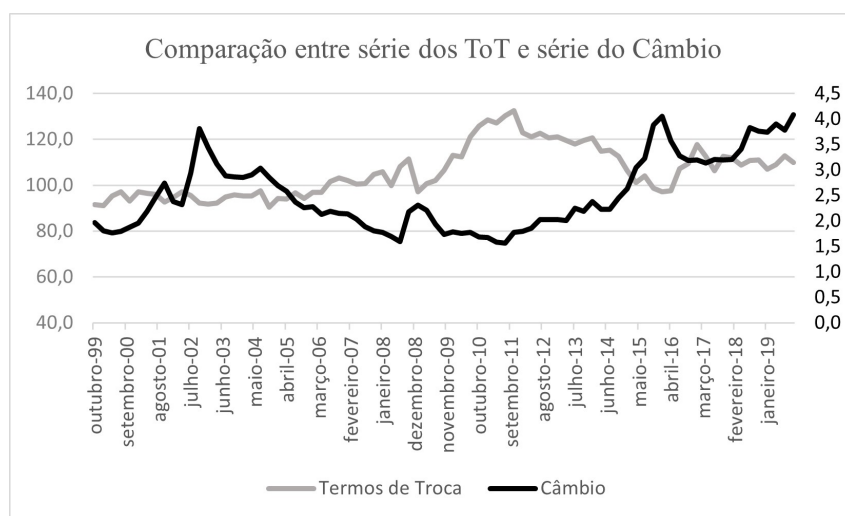


Figura 4.2: Termos de Troca x Taxa de Câmbio

A figura 4.2 acima aponta e alguns modelos DSGE afirmam, que a expansão dos termos de troca de uma economia provoca apreciação da moeda

doméstica. Essa expansão dos termos de troca, ou seja, o aumento na relação entre os preços das vendas e das compras externas, gera uma situação favorável para o saldo comercial do país e a injeção de recursos externos se traduz em apreciação cambial. A apreciação cambial pode provocar um aumento nas importações, resultando em recuo do saldo externo. Da mesma forma, uma contração nos termos de troca, provoca uma queda na demanda por bens importados, queda nos seus preços e depreciação cambial.

O resultado obtido no modelo se contrapõe ao resultado esperado. Porém uma interpretação alternativa aponta para uma relação positiva entre termos de troca e câmbio, conforme a obtida no modelo, causada pela via de política monetária. De acordo com essa via, uma expansão na produtividade causada pelo aumento nos termos de troca, causa uma queda de juros diante da queda da inflação, provocando uma contração na demanda externa por títulos e consequente depreciação cambial.

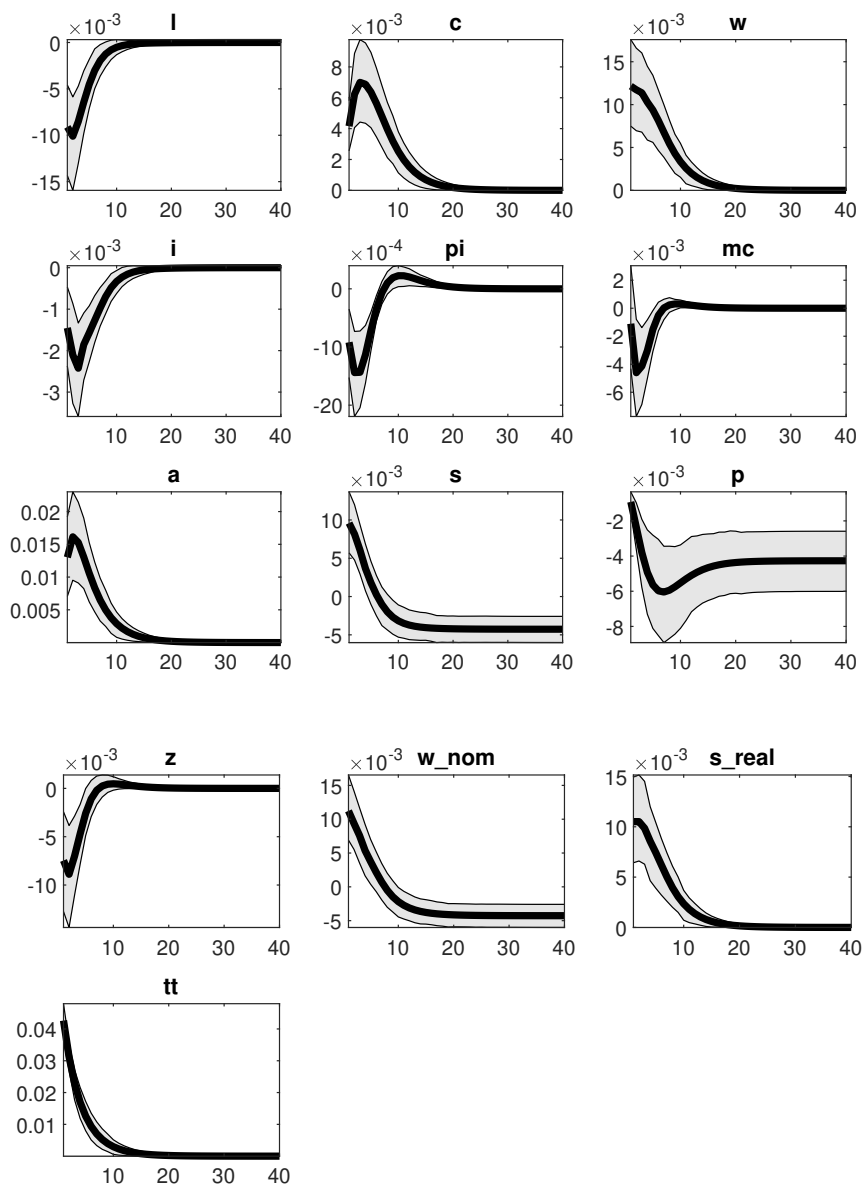


Figura 4.3: IRF: Choque nos Termos de Troca ε_t^{tt} .

4.3.2

Outros choques

Um choque positivo no markup das firmas \mathcal{M} (μ) provoca uma inflação de curta duração π o que acaba causando a apreciação cambial real s_r (s_real)¹. Smets and Wouters (2007) observam que a correlação negativa entre produto e inflação é em maior parte provocada por choques no markup das firmas e no markup de salários².

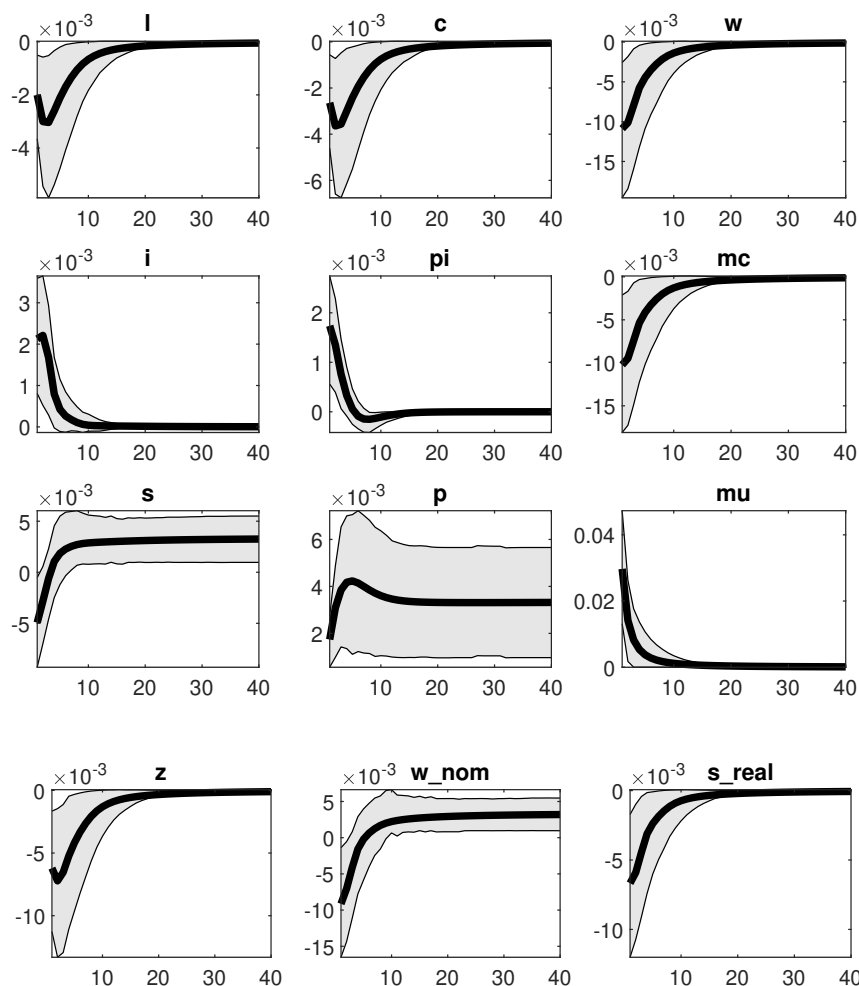


Figura 4.4: IRF: Choque no Markup ε_t^M .

O choque positivo no EMBI+ d (d), indica uma maior percepção de risco dessa economia, provocando diretamente um aumento no prêmio de risco dos títulos do país ϕ (ϕ), conforme figura 4.5 abaixo.

Um aumento da percepção de risco do país gera uma fuga de capitais estrangeiros, provocando consequentemente uma depreciação nos câmbios nominal s (s) e real s_r (s_real). A depreciação cambial faz com que os bens importados se tornem mais caros, causando a queda nas importações z (z)³.

¹Adolfson e al. (2005) chegam à mesma conclusão.

²Adolfson e al. (2005) definem no modelo dois tipos de markup, o de preços, cobrado pelas firmas e o de salários, análogo a conceito de oferta de trabalho. Os autores também afirmam que os choques no markup das firmas provocam inflação de curto prazo enquanto choque no markup dos salários provocam impactos na inflação no longo prazo.

³Impactos observados no paper Adolfson e al. (2005).

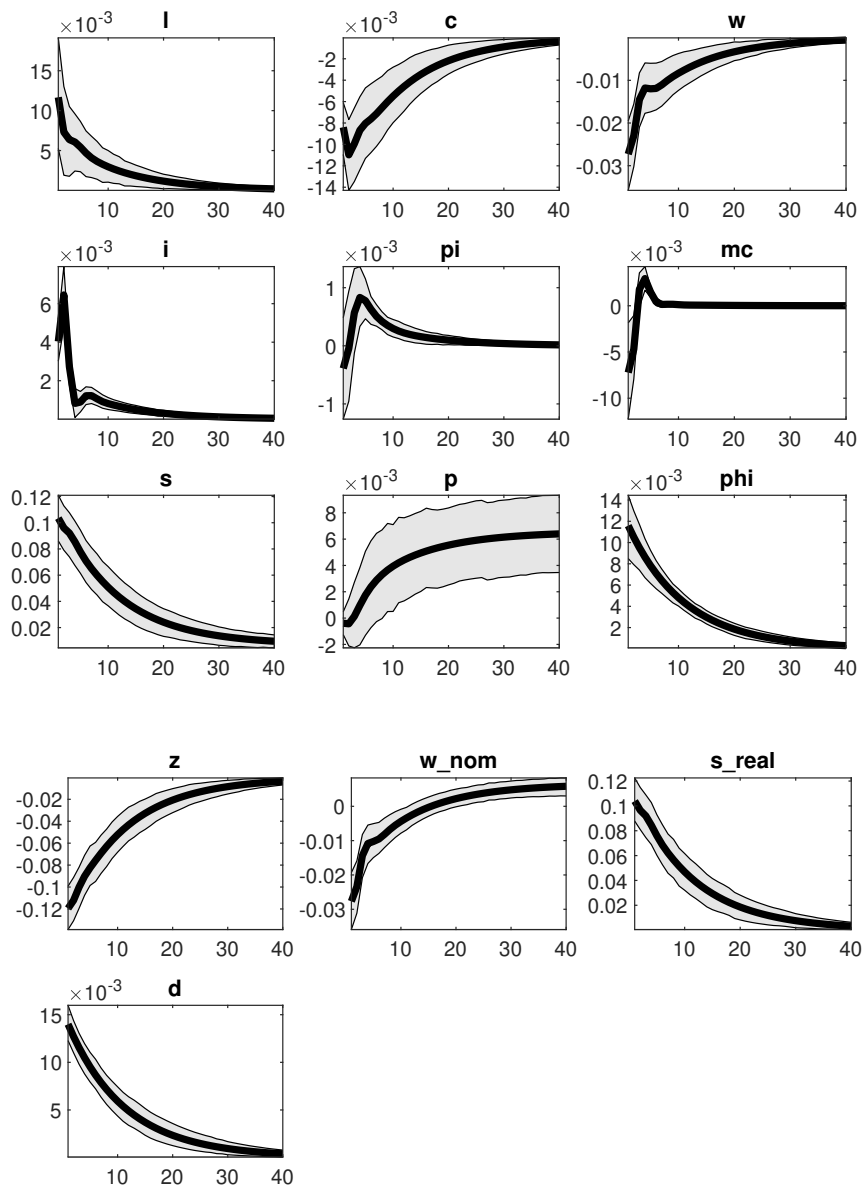


Figura 4.5: IRF: Choque no EMBI+ ε_t^d .

Os resultados do choques prêmio de risco ϕ (phi) positivo são similares aos observados no choque positivo do EMBI+. O aumento da percepção de risco do país gera fuga de capitais externos e então depreciação cambial s_r (s_real), em um primeiro momento. Em seguida, a depreciação cambial torna os insumos importados z (z) mais caros, provocando queda na sua demanda.

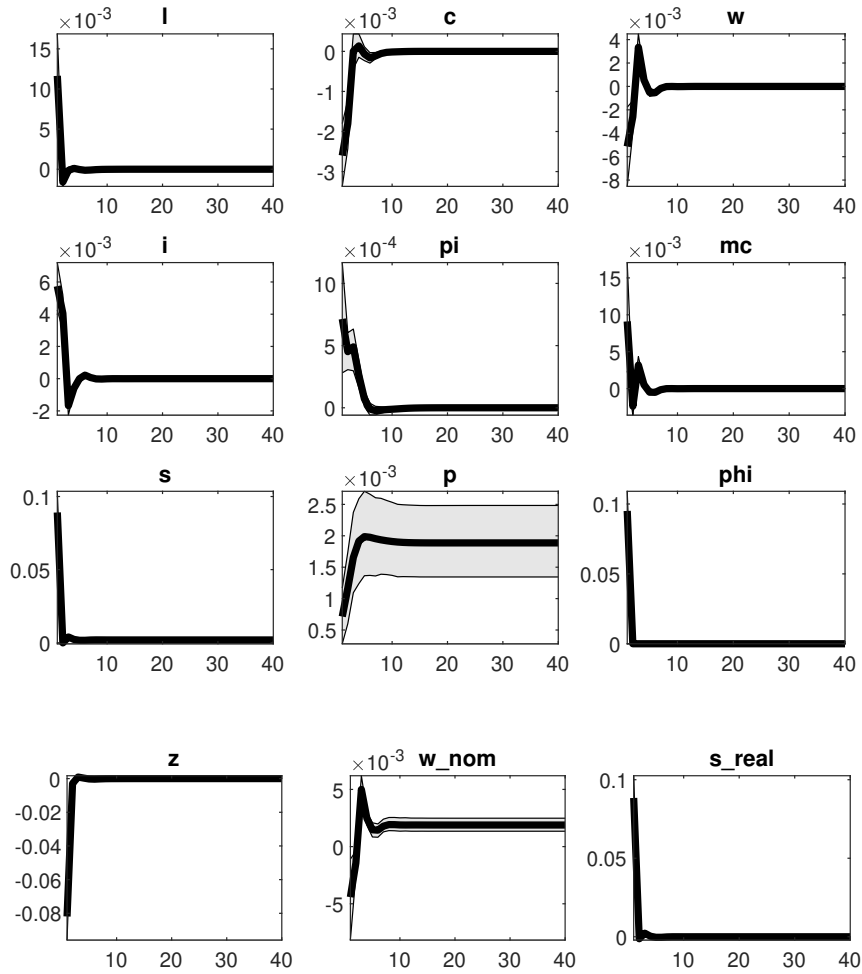


Figura 4.6: IRF: Choque no Prêmio de Risco ε_t^ϕ .

Um choque monetário positivo, conforme observado na figura 4.7, gera uma maior taxa de juros nominal i (i), provocando uma contração monetária. Essa contração tem impacto negativo sobre a inflação π (π). Juros domésticos maiores atraem investimentos em títulos do país, principalmente capital estrangeiro, provocando uma apreciação cambial (s_real) s_r , de acordo com a paridade descoberta de juros.

O choque monetário também provoca uma redução no consumo c (c), na demanda por trabalho l (l), e nos salários w (w). A queda no consumo evidencia uma redução na demanda agregada e, conseqüentemente na demanda por insumo importado z (z). Essa demanda por insumo importado também aumenta via apreciação cambial, no entanto o efeito negativo da redução da demanda agregada predomina.

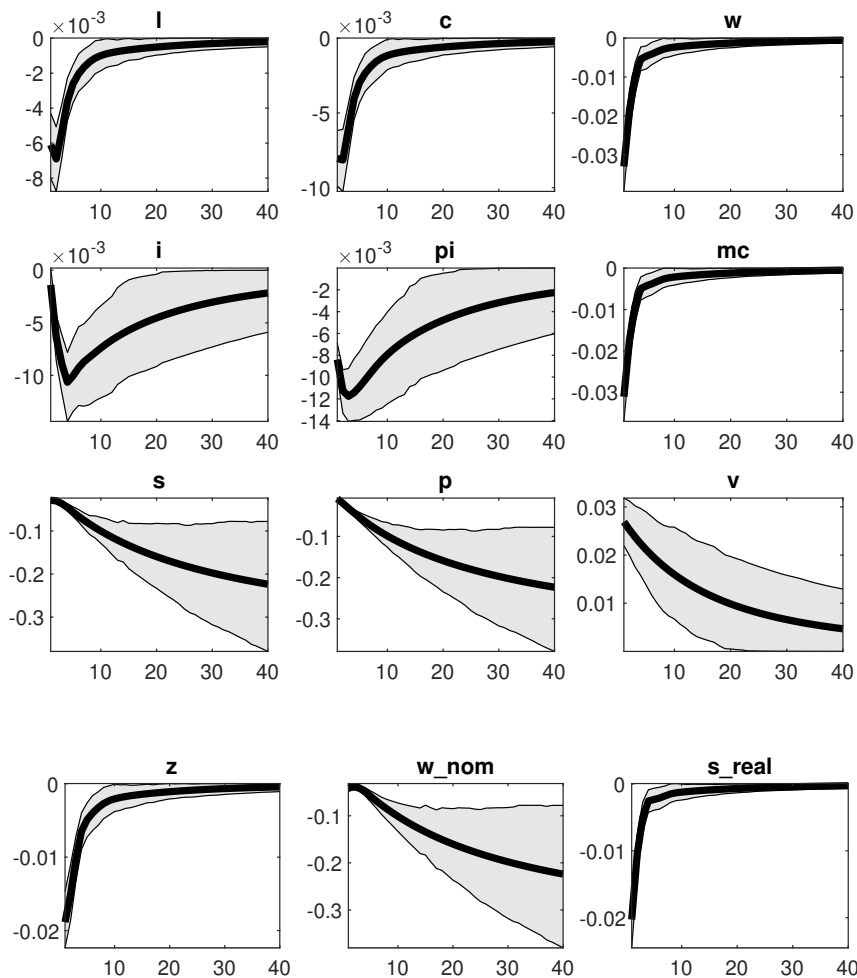


Figura 4.7: IRF: Choque Monetário ε_v .

O choque de produtividade positivo no modelo, ε^a , representado na figura 4.8, provoca aumento na produtividade a (a), queda no custo marginal $cm.g^r$ (mc), na taxa de juros nominal i (i) e na inflação π (π). O choque gera também um efeito prolongado de depreciação cambial s (s) e queda nos preços domésticos p (p).

Como observado na análise do choque positivo nos termos de troca, o efeito de depreciação cambial obtido pelo modelo é contrário ao esperado e pode ser causado pelo canal de juros via reação da política monetária, resultado comum abordado em modelos de pequena economia aberta.

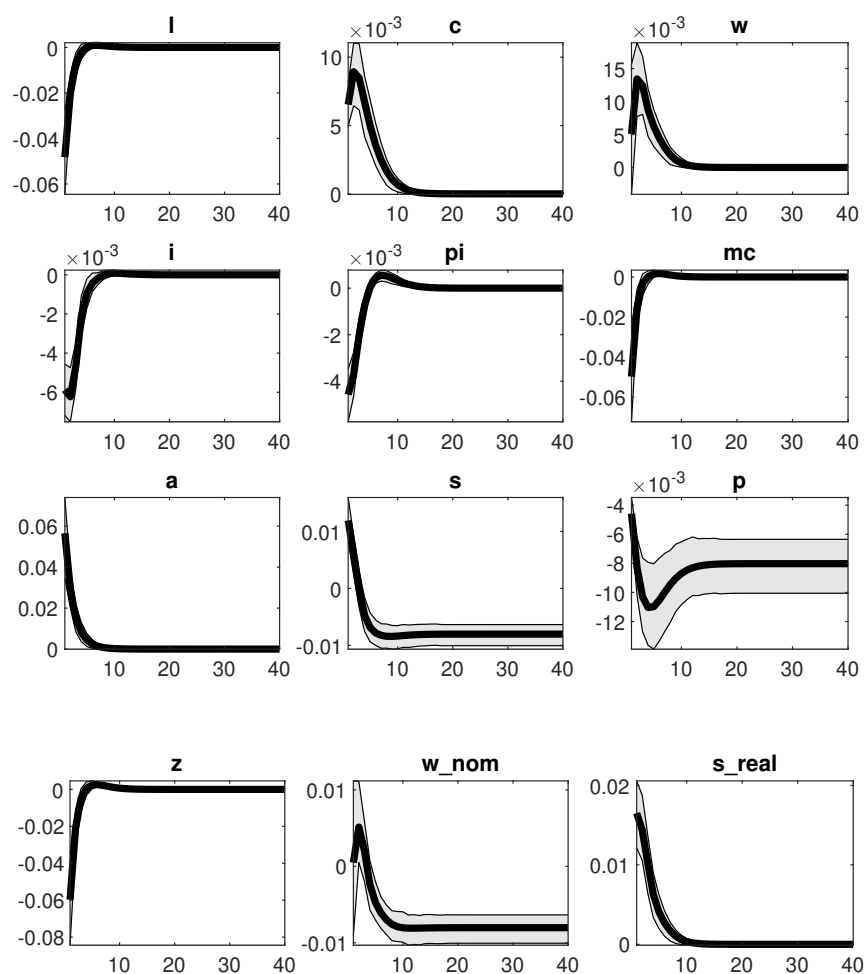


Figura 4.8: IRF: Choque na Produtividade ε_t^a .

5

Conclusão

Essa dissertação analisa o impacto de choques monetários, choques de prêmio de risco, choques no markup das firmas e na produtividade na economia. Porém o objetivo principal do modelo desenvolvido é estudar, através do choque nos termos de troca, se o aumento da produtividade e suas oscilações sofreram o impacto direto dos termos de troca em um período de aumento da influência das commodities no mercado internacional.

As funções impulso resposta do modelo foram analisadas a partir de uma estimação Bayesiana com simulações de Monte Carlo para a economia brasileira, utilizando uma amostra de 2000 a 2019. Para analisar se existe causalidade entre as variáveis, a variável termos de troca foi inserida na equação da produtividade do modelo podendo indicar um impacto nulo, positivo ou negativo. Conforme previsto nos dados da economia brasileira o resultado obtido revelou que os termos de troca impactam positivamente a produtividade, podendo explicar a dinâmica de suas flutuações.

Para um estudo futuro, seria interessante desenvolver um modelo que possa captar e explicitar os canais de impacto dos termos de troca na produtividade. Conforme Llosa (2016) desenvolveu no seu paper, introduzir a variável termos de troca como relação entre os preços importados e exportados e analisar a diferença em magnitude e persistência de choques tecnológicos externos e choques tecnológicos internos possibilitaria explicar a dinâmica das flutuações em economias emergentes como a brasileira.

Referências bibliográficas

ADOLFSON, M. . et al. **Bayesian Estimation of an Open Economy DSGE Model with Incomplete Pass-Through**. 2005.

AN, S.; SCHORFHEIDE, F. Bayesian analysis of dsge models. **Econometric Reviews**, v. 26, p. 113–172, 3 2007. ISSN 07474938.

BRINCA, P. et al. **On Identification Issues in Business Cycle Accounting Models**. 2018.

CASTRO, M. R. de et al. **SAMBA: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach**. 2011. 1-138 p.

DE, F.; LINARDI, M. **Assessing the Fit of a Small Open-Economy DSGE Model for the Brazilian Economy**. 2016.

DEPEC, B. C. do B. Efeitos dos Termos de Troca sobre a Taxa de Câmbio Real no Brasil. 2009.

DEPEC, B. C. do B. Relatório de Inflação – Março 2009. 2009.

GARCÍA-CICCO, J.; PANCRAZI, R.; URIBE, M. Real business cycles in emerging countries? **American Economic Review**, v. 100, p. 2510–2531, 12 2010. ISSN 00028282.

GREENWOOD, J. Non-traded goods, the trade balance, and the balance of payments. **Canadian Journal of Economics**, v. 17, p. 806–823, 1984.

JONES, C.; KULISH, M. **A Practical Introduction to DSGE Modeling with Dynare**. 2016.

KANCZUK, F. **Juros Reais e Ciclos Reais Brasileiros**. 2002. 249-267 p.

LLOSA, L.-G. **Productivity Spillovers, Markups and Production Networks in an International Business Cycle Model**. 2016.

MELO, A. C. D. **Brazil's Commodity Price Index**. 2012.

MENDONZA, E. Real business cycles in a small open economy. **The American Economic Review**, v. 81, p. 797–818, 9 1991.

PEREIRA, R. M. **Estimating a Stylized Fiscal Policy DSGE Model for Brazil**. 2019.

PFEIFER, J. **A Guide to Specifying Observation Equations for the Estimation of DSGE Models**. 2021.

PRITCHETT, L. et al. **Good Policy or Good Luck? Country Growth Performance and Temporary Shocks**. 1993.

RATTO, M. **Algorithms for identification analysis under the DYNARE environment: final version of software.** 2011.

SAHLIN, K. **Estimating convergence of Markov chain Monte Carlo simulations.** 2011.

SMETS, F.; WOUTERS, R. **Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach.** 2007.

7

Apêndice

7.1

Derivação do modelo

7.1.1

Problema do Consumidor

$$\max_{\{C_t, L_t\}} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Gamma_t \left[\frac{(C_t - h\bar{C}_{t-1})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] \right\}$$

s.a. $P_t C_t + E_t [Q_{t,t+1} B_{t+1}] = B_t + W_t L_t + \int \Pi_t(i) di$

Escrevendo seu Lagrangeano:

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \beta^t \Gamma_t \left[\frac{(C_t - h\bar{C}_{t-1})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right] \right. \\ \left. - E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \lambda_t \left[P_t C_t + E_t [Q_{t,t+1} B_{t+1}] - B_t - W_t L_t - \int \Pi_t(i) di \right] \right\} \right\}$$

Assumindo ainda válida a hipótese de transversalidade. Tirando as CPO's:

$$(C_t) \quad \beta^t \Gamma_t (C_t - h\bar{C}_{t-1})^{-\sigma} = \lambda_t P_t \quad (7-1)$$

$$(L_t) \quad \beta^t \Gamma_t L_t^\varphi = \lambda_t W_t \quad (7-2)$$

$$(B_{t+1}) \quad \lambda_t E_t [Q_{t,t+1}] = E_{t+1} [\lambda_{t+1}] \quad (7-3)$$

Igualando as equações (7-1) e (7-2):

$$\frac{\lambda_t}{\beta^t \Gamma_t} = \frac{(C_t - h\bar{C}_{t-1})^{-\sigma}}{P_t} = \frac{L_t^\varphi}{W_t}$$

Logo, temos a equação do salário real:

$$\Rightarrow \frac{W_t}{P_t} = L_t^\varphi (C_t - h\bar{C}_{t-1})^\sigma \quad (7-4)$$

De (7-1) temos ainda que:

$$\lambda_t = \frac{\beta^t \Gamma_t}{P_t} (C_t - h\bar{C}_{t-1})^{-\sigma} \quad (7-5)$$

Iterando um período a frente:

$$E_t [\lambda_{t+1}] = \beta^{t+1} E_t \left[\frac{\Gamma_{t+1} (C_{t+1} - h\bar{C}_t)^{-\sigma}}{P_{t+1}} \right]. \quad (7-6)$$

De (7-3) e (7-6), temos:

$$E_t [Q_{t,t+1}] = \frac{E_{t+1} [\lambda_{t+1}]}{\lambda_t} = \frac{\beta^{t+1} P_t E_t \left[\Gamma_{t+1} (C_{t+1} - h\bar{C}_t)^{-\sigma} \right]}{\beta^t \Gamma_t P_{t+1} (C_t - h\bar{C}_{t-1})^{-\sigma}}$$

$$E_t [Q_{t,t+1}] = \beta E_t \left[\frac{\Gamma_{t+1}}{\Gamma_t} \left(\frac{C_{t+1} - h\bar{C}_t}{C_t - h\bar{C}_{t-1}} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \equiv Q_t \quad (7-7)$$

7.1.1.1

Log-Linearização

– Equação do Salário Real, (7-4):

$$\begin{aligned} \frac{W}{P} + \frac{W}{P} \left(\frac{W_t - W}{W} \right) - \frac{W}{P} \left(\frac{P_t - P}{P} \right) &= \\ &= L^\varphi (1-h)^\sigma C^\sigma + L^\varphi (1-h)^\sigma C^\sigma \varphi \left(\frac{L_t - L}{L} \right) \\ &+ L^\varphi (1-h)^\sigma C^\sigma \frac{\sigma}{1-h} \left(\frac{C_t - C}{C} \right) - L^\varphi (1-h)^\sigma C^\sigma \frac{h\sigma}{1-h} \left(\frac{C_{t-1} - C}{C} \right) \\ \hat{w}_t - \hat{p}_t &= \varphi \hat{L}_t + \frac{\sigma}{1-h} (\hat{C}_t - h\hat{C}_{t-1}) \end{aligned} \quad (7-8)$$

– Equação de Euler, (7-7):

$$\begin{aligned} \ln Q_t &= \ln \beta + \frac{G_t - G}{G} - \frac{\sigma}{(1-h)C} (C_{t+1} - C) + \frac{\sigma(1+h)}{(1-h)C} (C_t - C) \\ &+ \frac{\sigma h}{(1-h)C} (C_{t-1} - C) + \frac{P_t - P}{P} - \frac{P_{t+1} - P}{P} \end{aligned}$$

Lembre-se que $\frac{\Gamma_{t+1}}{\Gamma_t} = G_t$. Usando $\ln Q_t = -i_t$ e $\ln \beta = -\rho$, temos:

$$-i_t = -\rho + \hat{g}_t - \frac{\sigma}{1-h} E_t \hat{C}_{t+1} + \frac{\sigma(1+h)}{1-h} \hat{C}_t + \frac{\sigma h}{1-h} \hat{C}_{t-1} + \hat{p}_t - \hat{p}_{t+1}$$

Logo,

$$\hat{C}_t = \frac{1}{1+h} E_t \hat{C}_{t+1} - \frac{h}{1-h} \hat{C}_{t-1} - \frac{(1-h)}{\sigma(1+h)} (i_t - E_t \hat{\pi}_{t+1} + \hat{g}_t - \rho) \quad (7-9)$$

7.1.2

Problema da Firma

Note que, na presença de Loterias de Calvo, a firma se depara com dois problemas, que serão derivados separadamente: problema de minimização de custos usual e o problema de qual preço escolher quando for sorteada na loteria.

7.1.2.1

Minimização de Custos

Do enunciado, sabemos que o problema de minimização de custos da firma i pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \min_{\{L_t, Z_t\}} & W_t L_t(i) + S_t P_t^* Z_t(i) \\ \text{s.a.} & A_t L_t(i)^{1-\delta} Z_t(i)^\delta = Y_t(i) \end{aligned}$$

Escrevendo seu lagrangiano:

$$\mathcal{L} = W_t L_t(i) + S_t P_t^* Z_t(i) + \lambda_t [Y_t(i) - A_t L_t(i)^{1-\delta} Z_t(i)^\delta]$$

Tirando as CPO's:

$$(L_t) \quad W_t = \lambda_t (1 - \delta) A_t L_t(i)^{-\delta} Z_t(i)^\delta$$

$$(Z_t) \quad S_t P_t^* = \lambda_t \delta A_t L_t(i)^{1-\delta} Z_t(i)^{\delta-1}$$

Igualando ambas CPO's, concluímos que, no ótimo, a demanda por insumos da firma seguirá a seguinte relação:

$$Z_t(i) = \frac{\delta}{1 - \delta} \frac{W_t}{S_t P_t^*} L_t(i) \quad (7-10)$$

Substituindo (7-10) na função de produção da firma, achamos a demanda por trabalho da firma i como função apenas dos preços dos insumos e do nível de produção.

$$\begin{aligned} Y_t(i) &= A_t L_t(i)^{1-\delta} \left(\frac{\delta}{1 - \delta} \frac{W_t}{S_t P_t^*} L_t(i) \right)^\delta \\ \rightarrow L_t(i) &= \frac{Y_t(i)}{A_t} \left(\frac{1 - \delta}{\delta} \right)^\delta \left(\frac{S_t P_t^*}{W_t} \right)^\delta \end{aligned} \quad (7-11)$$

Substituindo em (7-10), achamos a demanda pelo insumo externo da firma somente como função dos preços dos insumos e o nível de produto:

$$Z_t(i) = \frac{Y_t(i)}{A_t} \left(\frac{\delta}{1 - \delta} \right)^{1-\delta} \left(\frac{W_t}{S_t P_t^*} \right)^{1-\delta} \quad (7-12)$$

Substituindo (7-11) e (7-12) na função custo da firma:

$$\begin{aligned} C(L_t(i), Z_t(i)) &= W_t L_t(i) + S_t P_t^* Z_t(i) = \\ &= W_t \frac{Y_t(i)}{A_t} \left(\frac{1-\delta}{\delta} \right)^\delta \left(\frac{S_t P_t^*}{W_t} \right)^\delta + S_t P_t^* \frac{Y_t(i)}{A_t} \left(\frac{\delta}{1-\delta} \right)^{1-\delta} \left(\frac{W_t}{S_t P_t^*} \right)^{1-\delta}, \end{aligned}$$

onde chegamos na expressão do custo da firma somente como função do nível de produção:

$$C(Y_t(i)) = \frac{Y_t(i)}{A_t} \frac{(1 - \delta)^{\delta-1} (S_t P_t^*)^\delta}{\delta^\delta W_t^{\delta-1}} \quad (7-13)$$

E então o custo marginal da firma i pode ser obtido derivando (7-13) em relação a $Y_t(i)$:

$$CMG(Y_t(i)) = \frac{1}{A_t} \frac{(1 - \delta)^{\delta-1} (S_t P_t^*)^\delta}{\delta^\delta W_t^{\delta-1}}. \quad (7-14)$$

Assim, fica claro que o custo marginal será igual para qualquer uma do continuum de firmas na economia, uma vez que o $CMG(Y_t(i))$ é somente função

de variáveis exógenas da firma (tecnologia, preços internacionais, câmbio e salário).

O Custo Marginal Real da firma é:

$$CMGR(Y_t(i)) = \frac{1}{A_t} \frac{(1-\delta)^{\delta-1}}{\delta^\delta} \left(\frac{W_t}{P_t}\right)^{1-\delta} \left(\frac{S_t P_t^*}{P_t}\right)^\delta. \quad (7-15)$$

Agregando Trabalho:

Do enunciado, sabemos que a demanda agregada de trabalho pelo continuum de firma será dada por:

$$L_t = \int L_t(i) di = \int \frac{Y_t(i)}{A_t} \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)^\delta \left(\frac{S_t P_t^*}{W_t}\right)^\delta di \quad (7-16)$$

Da condição usual de *market clearing* sabemos que $Y_t(i) = C_t(i)$, $\forall i \in \mathbb{I}$. Sabemos também que pelo resultado do agregador de Dixit-Stiglitz, temos que:

$$C_t(i) = C_t \left[\frac{P_t(i)}{P_t} \right]^{-\theta_t} \quad (7-17)$$

Substituindo na condição de *market clearing*:

$$Y_t(i) = C_t \left[\frac{P_t(i)}{P_t} \right]^{-\theta_t} \quad (7-18)$$

Substituindo (7-18) em (7-16):

$$L_t = \frac{C_t}{A_t} \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)^\delta \left(\frac{S_t P_t^*}{W_t}\right)^\delta \int \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\theta_t} di. \quad (7-19)$$

Log-Linearização:

– Custo Marginal, (7-15):

$$\hat{cmgr}_t^r = (1-\delta)\hat{w}_t + \delta(\hat{s}_t + \hat{p}_t^* - \hat{p}_t) - \hat{a}_t \quad (7-20)$$

– Demanda Agregada por Trabalho, (7-19):

$$\hat{l}_t = \delta(\hat{s}_t + \hat{p}_t^* - \hat{w}_t - \hat{p}_t) + \hat{c}_t - \hat{a}_t \quad (7-21)$$

7.1.3

Determinação do Preço Ótimo

Além de escolher L_t e Z_t que minimizem seu custo, quando a firma é sorteada a reotimizar seus preços na Loteria de Calvo, ela maximizará seu valor presente ponderado pela probabilidade desse preço permanecer em vigor e a sequência de demanda que ela enfrentará.

$$\max_{\{P_t\}} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left[P_t^\gamma \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma Y_{t+k|t}(i) - C(Y_{t+k|t}(i)) \right] \right\}$$

$$\text{s.a. } Y_{t+k|t}(i) = \left(\frac{P_t^o}{P_{t+k}}\right)^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma \theta_{t+k}} C_{t+k},$$

onde o preço P_t^o que a firma escolhe caso for sorteada será reajustado seguindo a regra:

$$P_t = P_t^o \left(\frac{P_{t-1+k}}{P_{t-2+k}}\right)^\gamma = P_t^o \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma.$$

De forma análoga:

$$Y_{t+k|t}(i) = \left(\frac{P_i^o}{P_{t+k}} \left(\frac{p_{i+k-1}}{P_{t-1}} \right)^\gamma \right)^{-\theta_{t+k}} = \left(\frac{P_t^o}{P_{t+k}} \right)^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma\theta_{t+k}} C_{t+k}$$

Substituindo a restrição e Q_t , (7-7), na equação:

$$\max_{\{P_t\}} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \beta^k \left[\frac{\Gamma_{t+k}}{\Gamma_t} \left(\frac{C_{t+k} - h\bar{C}_t}{C_t - h\bar{C}_{t+k-1}} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}} \right] \left[P_t^o \left(\frac{P_t^o}{P_{t+k}} \right)^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma(\theta_{t+k}-1)} C_{t+k} - C(Y_{t+k}(i)) \right] \right\}$$

Substituindo a equação (7-18), conseguimos expressar a função custo da firma também como função do P_t^o que ela irá escolher.

$$\max_{\{P_t\}} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \beta^k \left[\frac{\Gamma_{t+k}}{\Gamma_t} \left(\frac{C_{t+k} - h\bar{C}_t}{C_t - h\bar{C}_{t+k-1}} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}} \right] \left[\left(\frac{P_t^o}{P_{t+k}} \right)^{1-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma(\theta_{t+k}-1)} C_{t+k} - C \left(\left[\frac{P_t^o}{P_{t+k}} \right]^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma\theta_{t+k}} C_{t+k} \right) \right] \right\}$$

Tirando a CPO e igualando a zero:

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \beta^k \left[\frac{\Gamma_{t+k}}{\Gamma_t} \left(\frac{C_{t+k} - h\bar{C}_t}{C_t - h\bar{C}_{t+k-1}} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}} \right] \left[(1 - \theta_{t+k}) \left(\frac{P_t^o}{P_{t+k}} \right)^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma(\theta_{t+k}-1)} C_{t+k} + CMg_{t+k|t} \theta_{t+k} \frac{(P_t^o)^{-\theta_{t+k}-1}}{(P_{t+k})^{-\theta_{t+k}}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma\theta_{t+k}} C_{t+k} \right] \right\} = 0$$

Note que podemos simplificar a relação acima da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_t \left[(1 - \theta_{t+k}) Y_{t+k|t}(i) \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma + CMg_{t+k|t} \theta_{t+k} Y_{t+k|t}(i) (P_t^o)^{-1} \right] \right\} &= 0 \\ \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_t Y_{t+k|t}(i) \left[(1 - \theta_{t+k}) \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma + CMg_{t+k|t} \theta_{t+k} \frac{1}{P_t^o} \right] \right\} &= 0 \\ \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_t Y_{t+k|t}(i) \left[P_t^o \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma + \frac{\theta_{t+k}}{(1-\theta_{t+k})} CMg_{t+k|t} \right] \right\} &= 0 \\ \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_t Y_{t+k|t}(i) P_t^o \Pi_{t-1,t+k-1}^\gamma \right\} &= \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \frac{\theta_{t+k}}{(\theta_{t+k}-1)} Q_t Y_{t+k|t} CMg_{t+k|t} \right\} \end{aligned}$$

Note que passando a $\frac{\theta_{t+k}}{(\theta_{t+k}-1)}$ pro outro lado, ele muda de sinal. Substituindo $Y_{t+k|t}$ na equação, chegamos a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_t \left(\frac{P_t^o}{P_{t+k}} \right)^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma(\theta_{t+k}-1)} C_{t+k} P_t^o \right\} &= \\ \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \frac{\theta_{t+k}}{(\theta_{t+k}-1)} Q_t \left(\frac{P_t^o}{P_{t+k}} \right)^{-\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma\theta_{t+k}} C_{t+k} CMg_{t+k|t} \right\} \end{aligned}$$

Deixando tudo em uma linha e já agrupando os termos em comum.

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_t (P_t^o)^{1-\theta_{t+k}} (P_{t+k})^{\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma(\theta_{t+k}-1)} C_{t+k} \right\} &= \\ \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \frac{\theta_{t+k}}{(\theta_{t+k}-1)} Q_t (P_t^o)^{-\theta_{t+k}} (P_{t+k})^{\theta_{t+k}} \Pi_{t-1,t+k-1}^{-\gamma\theta_{t+k}} C_{t+k} CMg_{t+k|t} \right\} \end{aligned} \quad (7-22)$$

7.1.3.1

Log-Linearização

Vamos primeiro definir as características do estado estacionário de interesse. Considerando o estado estacionário de inflação zero, temos as seguintes igualdade.

$$\begin{aligned}
 - \Pi_t &= \frac{P_t^o}{P_{t-1}} = \frac{P_t^o}{P_t} = \frac{P_t^o}{P_{t+k}} = 1 \\
 - Y_{t+k|t} &= Y_{t|t} \\
 - Q_t &\equiv Q_{t,t+k} = \beta^k \\
 - CMg_{t+k|t}^r &= CMg_{t|t}^r = \frac{CMg_{t+k|t}}{P_{t+k}} = \frac{\theta}{1-\theta} \\
 - C_{t+k} &= C_t = C \\
 - \mathcal{M}_t &= \frac{\theta_t}{1-\theta_t} \rightarrow \frac{\theta}{1-\theta} = \mathcal{M}
 \end{aligned}$$

Do fato que $\Pi_{t-1,t+k-1} = \frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}}$, dividindo os dois lados da igualdade por P_{t-1} e denominando $\mathcal{M} = \frac{\theta_{t+k}}{(\theta_{t+k}-1)}$, podemos reescrever a equação (26) como

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{P_{t-1}} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ Q_t (P_t^o)^{1-\theta_{t+k}} (P_{t+k})^{\theta_{t+k}} (P_{t+k-1})^{-\gamma(\theta_{t+k}-1)} (P_{t-1})^{\gamma(\theta_{t+k}-1)} C_{t+k} \right\} = \\
 \frac{1}{P_{t-1}} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \mathcal{M}_{t+k} Q_t (P_t^o)^{-\theta_{t+k}} (P_{t+k})^{\theta_{t+k}} (P_{t+k-1})^{-\gamma\theta_{t+k}} (P_{t-1})^{\gamma\theta_{t+k}} C_{t+k} CMg_{t+k|t}^r \right\}
 \end{aligned}$$

Agora, aplicando expansão de Taylor no LFH de (27): $(P_t^o, P_{t-1}, P_{t+k}, P_{t+k-1})$ e C_{t+k}

$$\begin{aligned}
 E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k C + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (1-\theta_{t+k}) C \frac{(P_t^o - P)}{P} \\
 - E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (\gamma\theta_{t+k} - \gamma - 1) C \frac{(P_{t-1} - P)}{P} + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (1+\theta_{t+k}) C \frac{(P_{t+k} - P)}{P} + \\
 E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (\gamma - \gamma\theta_{t+k}) C \frac{(P_{t+k-1} - P)}{P} + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k C \frac{(C_{t+k} - C)}{C}
 \end{aligned}$$

Onde no ultimo termo, multipliquei e dividi por C . Como $\frac{(X_t - X)}{X} \approx \ln X_t - \ln X \equiv \hat{x}$ onde \hat{x} representa desvio do \ln da variavel X de seu estado estacionário, então, podemos reescrever como:

$$\begin{aligned}
 E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k C + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (1-\theta_{t+k}) C \hat{p}_t^o \\
 - E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (\gamma\theta_{t+k} - \gamma) C \hat{p}_{t-1} + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (1+\theta_{t+k}) C \hat{p}_{t+k} + \\
 E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k (\gamma - \gamma\theta_{t+k}) C \hat{p}_{t+k-1} + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k C \hat{c}_{t+k}
 \end{aligned}$$

Então, temos que o LHS de (7-23) é aproximadamente:

$$LHS \approx CE_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k \{ 1 - (\theta_{t+k} - 1) \hat{p}_t^o + \gamma (\theta_{t+k} - 1) \hat{p}_{t-1} + (1 + \theta_{t+k}) \hat{p}_{t+k} - \gamma (\theta_{t+k} - 1) \hat{p}_{t+k-1} + \hat{c}_{t+k} \}$$

Agora olhando para o RHS de (27). Primeiro, multiplicar e dividir por P_{t+k} para achar o custo marginal real.

$$\frac{P_{t+k}}{P_{t-1}} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k E_t \left\{ \mathcal{M}_{t+k} Q_t (P_t^o)^{-\theta_{t+k}} (P_{t+k})^{\theta_{t+k}} (P_{t+k-1})^{-\gamma\theta_{t+k}} (P_{t-1})^{\gamma\theta_{t+k}} C_{t+k} CMg_{t+k|t}^r \right\}$$

Agora, expansão de Taylor em: $(P_t^o, P_{t-1}, P_{t+k}, P_{t+k-1}, C_{t+k}, CMg_{t+k}^r, \mathcal{M}_{t+k})$:

$$\begin{aligned}
 E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k C (CMg^r) - E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k \theta_{t+k} C (CMg^r) \frac{(P_t^o - P)}{P} \\
 + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k \theta_{t+k} C (CMg^r) \frac{(P_{t+k} - P)}{P} - E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k \gamma \theta_{t+k} C (CMg^r) \frac{(P_{t+k-1} - P)}{P} \\
 + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k \gamma \theta_{t+k} C (CMg^r) \frac{(P_{t-1} - P)}{P} + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k C (CMg^r) \frac{(C_{t+k} - C)}{C} \\
 + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k C (CMg^r) \frac{(CMg_{t+k}^r - CMg^r)}{CMg^r} + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \mathcal{M} \beta^k C (CMg^r) \frac{(\mathcal{M}_{t+k} - \mathcal{M})}{\mathcal{M}}
 \end{aligned}$$

Note, porem, que $CMg^r = \mathcal{M}^{-1}$. Simplificando a equação acima, temos que:

$$RHS \approx CE_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k \left\{ 1 - \theta_{t+k} \hat{p}_t^o + \theta_{t+k} \hat{p}_{t+k} - \gamma \theta_{t+k} \hat{p}_{t+k-1} + \theta_{t+k} \hat{p}_{t-1} + \hat{c}_{t+k} + \hat{c} m g_{t+k} + \hat{\mathcal{M}}_{t+k} \right\}$$

(7-25)

Agora, igualando os dois lados da equação e já cortando os C ,

$$LHS = RHS$$

$$E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k \{1 - (\theta_{t+k} - 1) \hat{p}_t^o + \gamma (\theta_{t+k} - 1) \hat{p}_{t-1} + (1 + \theta_{t+k}) \hat{p}_{t+k} - \gamma (\theta_{t+k} - 1) \hat{p}_{t+k-1} + \hat{c}_{t+k}\} = E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k \{1 - \theta_{t+k} \hat{p}_t^c + \theta_{t+k} \hat{p}_{t+k} - \gamma \theta_{t+k} \hat{p}_{t+k-1} + \theta_{t+k} \hat{p}_{t-1} + \hat{c}_{t+k} + c\hat{m}g_{t+k} + \hat{M}_{t+k}\}$$

Rearranjando os termos:

$$\begin{aligned} \hat{p}_t^o E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k &= E_t \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k \left[\theta_{t+k} \hat{p}_{t-1} + c\hat{m}g_{t+k} + \hat{M}_{t+k} + \gamma \hat{p}_{t-1} - \gamma \theta_{t+k} \hat{p}_{t-1} - \hat{p}_{t-1} - \gamma \hat{p}_{t+k-1} \right] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k E_t \left[\hat{M}_{t+k} \right] - \gamma \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k E_t \left[\pi_{t-1, t+k-1} \right] \\ &\quad + \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k E_t \left[c\hat{m}g_{t+k} - \hat{p}_{t-1} \right] + \theta(1-\gamma) \hat{p}_{t-1} \sum_{k=0}^{\infty} (1-\lambda)^k \beta^k \end{aligned}$$

Assim, usando a soma infinita de uma p.g., podemos escrever a equação recursivamente. Além disso, usamos o fato de que $\hat{p}_t = p_t - p$ para escrever os preços somente em sua versão ln, e não em desvios do estado estacionário. Assim, é possível mostrar que:

$$p_t^o - p_{t-1} = [1 - \gamma(1-\lambda)\beta] \pi_t - [1 - (1-\lambda)\beta] \left(c\hat{m}g_{t+k} + \hat{M}_{t+k} \right) + (1-\lambda)\beta \frac{1}{\lambda} E_t [p_{t+1}^o - p_t] \quad (7-26)$$

7.1.4

Inflação Agregada

Seguindo a notação da loteria de Calvo, onde, em cada período, $(1-\lambda)$ firmas não reotimizam seus preços, temos que o preço agregado $P_t = \left[\int_0^1 P_t^{1-\theta_t} di \right]^{\frac{1}{1-\theta_t}}$

$1-\theta_t$ pode ser expresso quebrando as integrais:

$$P_t = \left\{ \int_{S(t)} P_{i,t-1}^{1-\theta_t} di + (\lambda) (P_t^o)^{1-\theta_t} \right\}^{\frac{1}{1-\theta_t}} = (1-\lambda) P_{i,t-1}^{1-\theta_t} \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\frac{\gamma\gamma}{1-\theta_t-1}} + \lambda (P_t^o)^{\frac{1}{1-\theta_t}}$$

Rearranjando a equação acima, temos:

$$\left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^{1-\theta_t} = \lambda \left(\frac{P_t^o}{P_{t-1}} \right)^{1-\theta_t} + (1-\lambda) \left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\gamma(1-\theta_t)} \quad (7-27)$$

7.1.4.1

Log-Linearização

Observando primeiro o RHS de (7-27). Desenvolvendo expansão de Taylor em P_t e P_{t-1} , temos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{P}{P} \right)^{1-\theta_t} + (1-\theta_t) \frac{P^{-\theta_t}}{P^{1-\theta_t}} (P_t - P) - (1-\theta_t) \frac{P^{1-\theta_t}}{P^{2-\theta_t}} (P_{t-1} - P) \\ 1 + (1-\theta_t) \frac{1}{P} (P_t - P) - (1-\theta_t) \frac{1}{P} (P_{t-1} - P) = 1 + (1-\theta_t) p_t - (1-\theta_t) p_{t-1} \end{aligned}$$

Fazendo a expansão para o LHS em P_t^o, P_{t-1} e P_{t-2}

$$\begin{aligned} \lambda \left(\frac{P}{P} \right)^{1-\theta_t} + (1-\theta_t) \lambda \frac{P^{-\theta_t}}{P^{1-\theta_t}} (P_t^o - P) - (1-\theta_t) \lambda \frac{P^{1-\theta_t}}{P^{2-\theta_t}} (P_{t-1} - P) \\ + (1-\lambda) \left(\frac{P}{P} \right)^{\gamma(1-\theta_t)} + (1-\lambda) (\gamma(1-\theta_t)) \frac{P^{\gamma(1-\theta_t)-1}}{P^{\gamma(1-\theta_t)}} (P_{t-1} - P) - (1-\lambda) (\gamma(1-\theta_t)) \frac{P^{N(1-\theta_t)}}{P^{\gamma(1-\theta_t)-1}} (P_{t-2} - P) \end{aligned}$$

Expressando tudo em termo de desvios do estado estacionario:

$$\lambda + (1 - \theta_t) \lambda p_t^o - (1 - \theta_t) \lambda p_{t-1} + (1 - \lambda) + (1 - \lambda) [\gamma (1 - \theta_t)] p_{t-1} - (1 - \lambda) [\gamma (1 - \theta_t)] p_{t-2}$$

Simplificando, chegamos que:

$$\pi_t = \lambda (p_t^o - p_{t-1}) + (1 - \lambda) \gamma \pi_{t-1} \quad (7-28)$$

Iterando (32) um período a frente, temos que:

$$\frac{1}{\lambda} [E_t [\pi_{t+1}] - (1 - \lambda) \gamma \pi_t] = E_t [p_{t+1}^o - p_t] \quad (7-29)$$

Substituindo em (7-26):

$$p_t^o - p_{t-1} = [1 - \gamma(1 - \lambda)\beta] \pi_t - [1 - (1 - \lambda)\beta] (c\hat{m}g_{t+k} + \hat{\mathcal{M}}_{t+k}) + (1 - \lambda)\beta \frac{1}{\lambda} [E_t [\pi_{t+1}] - (1 - \lambda)\gamma \pi_t]$$

Substituindo novamente em (7-28), chegamos à expressão NKPC:

$$\pi_t = \frac{\beta}{1 + \beta\gamma} E_t [\pi_{t+1}] + \frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)\beta]}{(1 + \beta\gamma)(1 - \lambda)} (c\hat{m}g_{t+k} - \hat{\mathcal{M}}_{t+k}) + \frac{\gamma}{1 + \beta\gamma} \pi_{t-1} \quad (7-30)$$

7.2

Equações log linearizadas

Das condições de equilíbrio definidas anteriormente e das equações de movimento dadas no enunciados, podemos descrever a economia com as seguintes equações.

$$(NKPC) \quad \pi_t = \frac{\beta}{1 + \beta\gamma} E_t [\pi_{t+1}] + \frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)\beta]}{(1 + \beta\gamma)(1 - \lambda)} (c\hat{m}g_{t+k} + \hat{\mathcal{M}}_{t+k}) + \frac{\gamma}{1 + \beta\gamma} \pi_{t-1}$$

$$(\text{Inflação}) \quad \pi_t = p_t - p_{t-1}$$

$$(\text{Consumo (DIS)}) \quad \hat{c}_t = \frac{1}{1 + h} E_t \hat{c}_{t+1} - \frac{h}{1 - h} \hat{c}_{t-1} - \frac{(1 - h)}{\sigma(1 + h)} (i_t - E_t \hat{\pi}_{t+1} + \hat{g}_t - \rho)$$

$$(CMG^r) \quad c\hat{m}g_t^r = (1 - \delta)\hat{w}_t + \delta(\hat{s}_t + \hat{p}_t^* - \hat{p}_t) - a_t$$

$$(\text{Salário Real}) \quad \hat{w}_t = \frac{1}{1 - h} \hat{c}_t - \frac{\sigma h}{1 - h} \hat{c}_{t-1} + \varphi \hat{l}_t$$

$$(L) \quad \hat{l}_t = \delta(\hat{s}_t + \hat{p}_t^* - \hat{p}_t) - \delta\hat{w}_t - a_t + \hat{c}_t$$

$$(Z) \quad z_t = \hat{w}_t - (\hat{s}_t + \hat{p}_t^* - \hat{p}_t) + \hat{l}_t$$

$$(\text{Câmbio}) \quad s_r = s_t + p_t^* - p_t$$

$$(G) \quad g_t = \rho_g g_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^g$$

$$(\hat{\mathcal{M}}) \quad \hat{\mathcal{M}}_t = \rho_M \hat{\mathcal{M}}_{t-1} + \sigma_M \varepsilon_t^M$$

$$(\text{Inflação externa, AR(1)}) \quad \pi_t^* = \rho_\pi \pi_{t-1}^* + \sigma_\pi \varepsilon_t^{\pi^*}$$

$$(\text{Inflação externa}) \quad \pi_t^* = p_t^* - p_{t-1}^*$$

$$(\text{Produtividade}) \quad a_t = \alpha_{tt} t_t + \rho_a a_{t-1} + \sigma_a \varepsilon_t^a$$

$$(\text{Termos de Troca}) \quad tt_t = \rho_{tt} tt_{t-1} + \sigma_{tt} \varepsilon_t^{tt}$$

$$(\text{Juros}) \quad i_t = i_t^* + E_t [s_{t+1}] - s_t + \phi_t - \mathbb{X}(s_t + p_t^* - p_t)$$

$$(\text{Juros externos}) \quad i_t^* = \rho_i^* \cdot i_{t-1}^* + \sigma_i^* \cdot \varepsilon_t^{i^*}$$

$$(\text{Prêmio de Risco}) \quad \phi_t = \theta_d d_t + \sigma_\phi \varepsilon_t^\phi$$

$$(\text{EMBI}) \quad d_t = \rho_d d_{t-1} + \sigma_d \varepsilon_t^d$$

$$(\text{Taylor}) i_t = \rho_i i_{t-1} + (1 - \rho_i) [\phi_\pi (E_t [\pi_{t-1,t+2}] - \pi^*) + \phi_c c_t + \phi_{\Delta c} (c_t - c_{t-4}) + \phi_s (s_t - s_{t-2})] + v_t$$

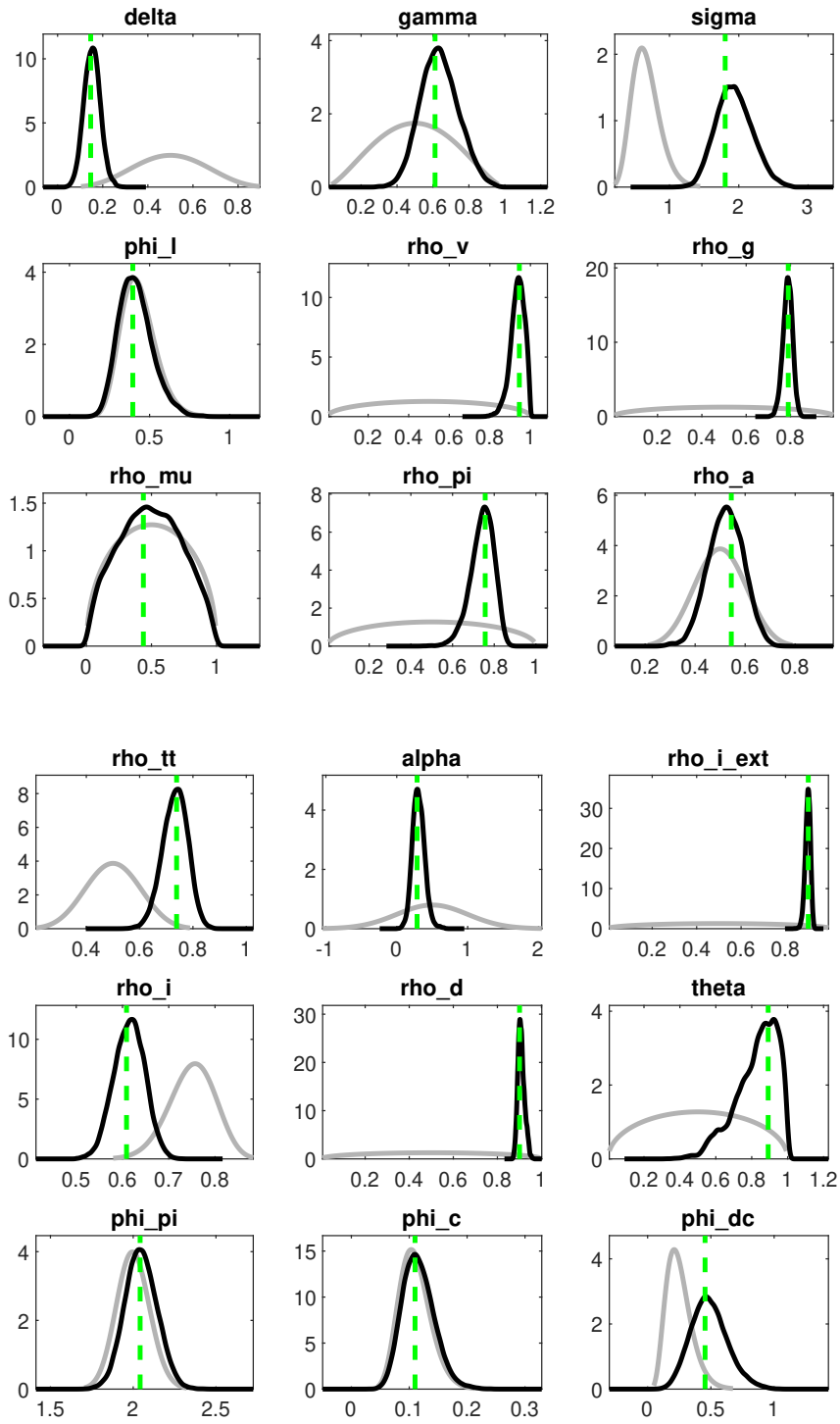
$$(\text{Choque Monetário}) \quad v_t = \rho_v v_{t-1} + \sigma_v \varepsilon_t^v$$

$$(\text{Salário Nominal}) \quad \hat{w}_n = \hat{w}_t + p_t$$

$$(\text{Variação Cambial}) \quad s_{var} = s_t - s_{t-1}$$

7.3

Gráficos Priors e Posteriors



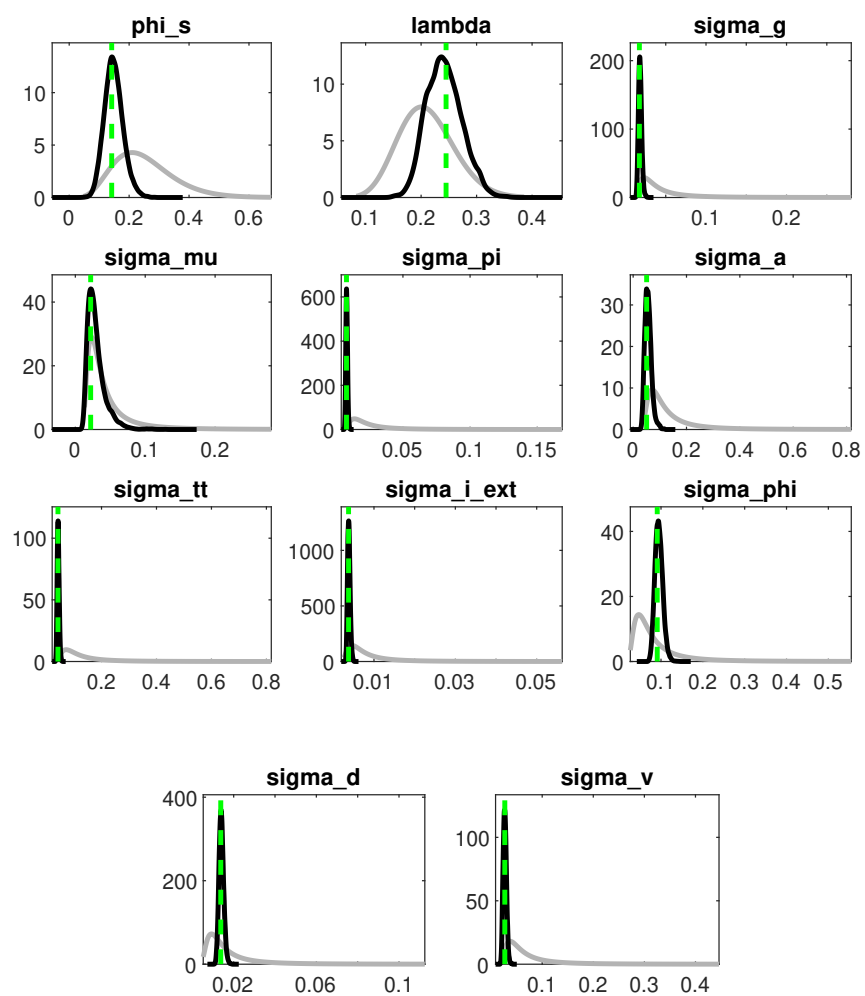


Figura 7.1: Priors e posteriors.

7.4

Gráficos Funções Impulso Resposta aos Choques IRF's

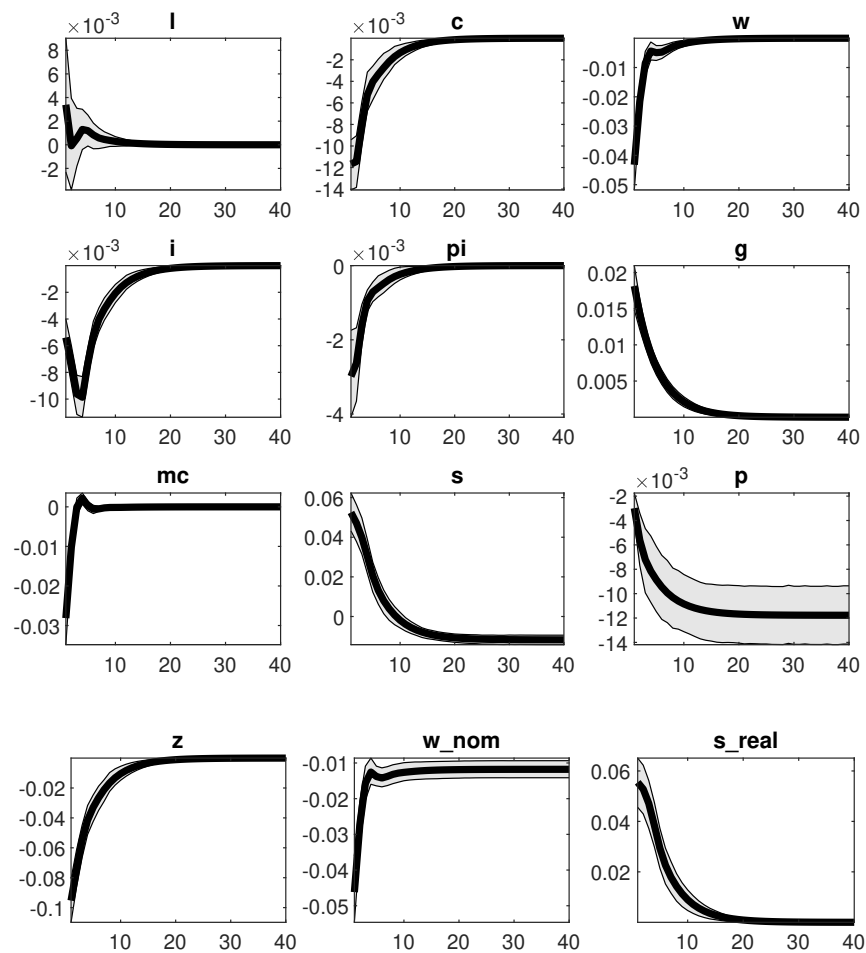
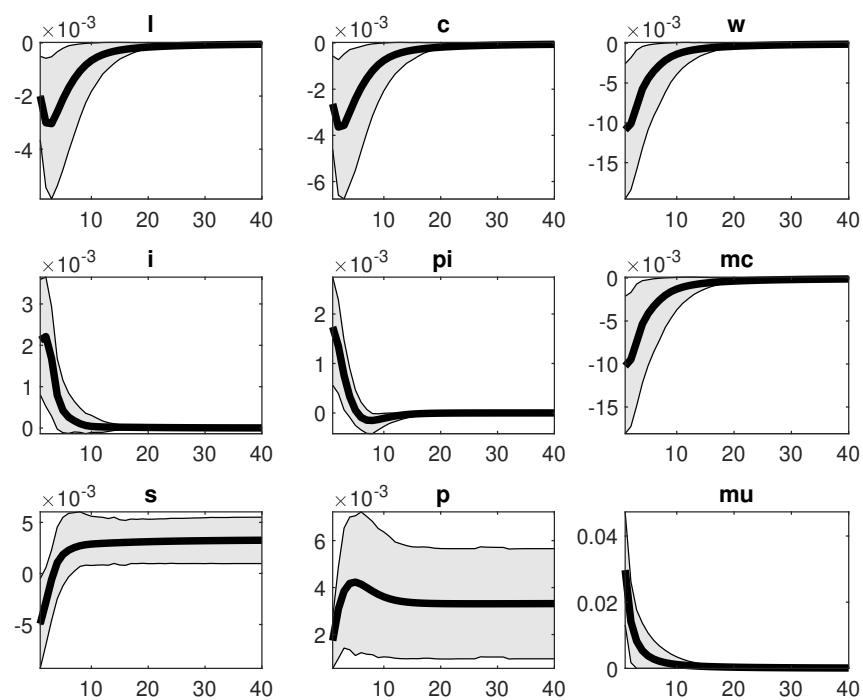


Figura 7.2: IRF: Choque no ε_t^g .



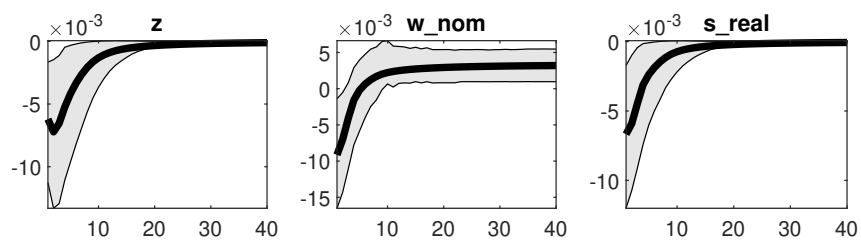


Figura 7.3: IRF: Choque no Markup ε_t^M .

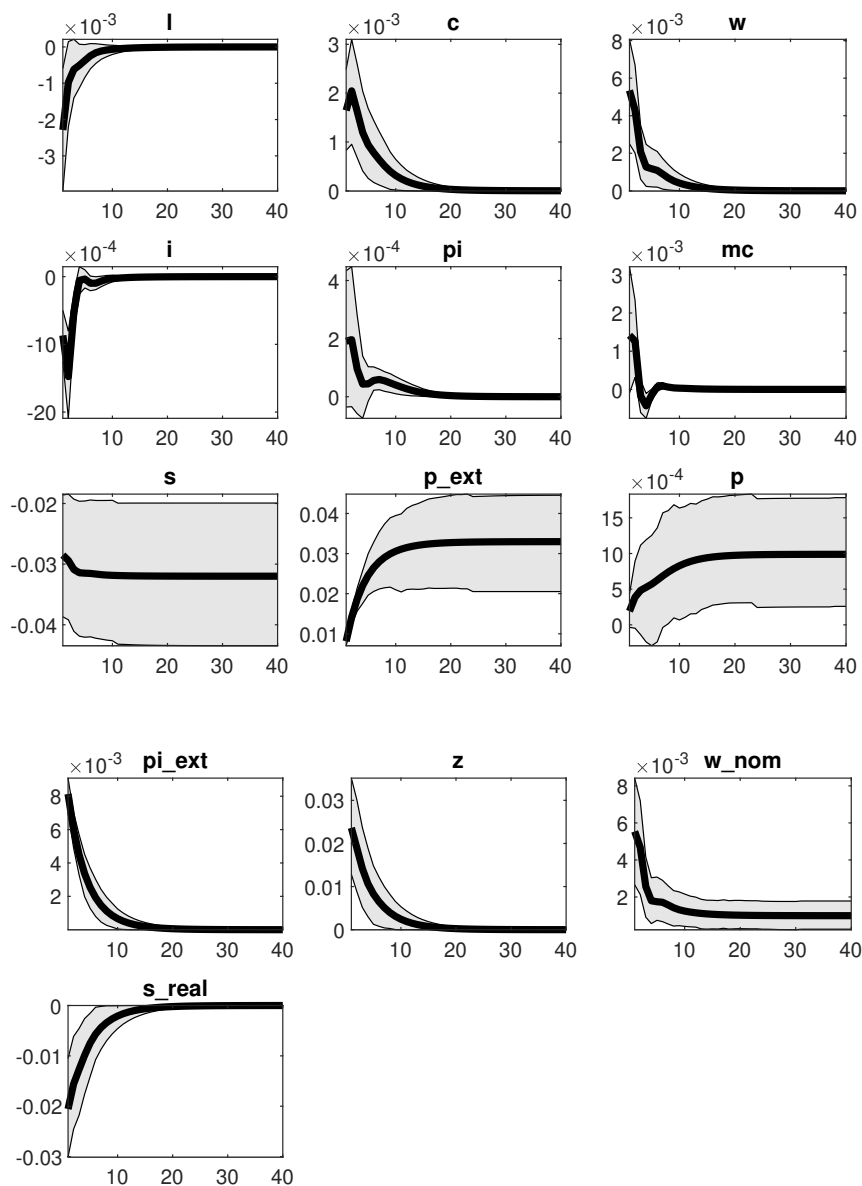


Figura 7.4: IRF: Choque na Inflação externa $\varepsilon_t^{\pi^*}$.

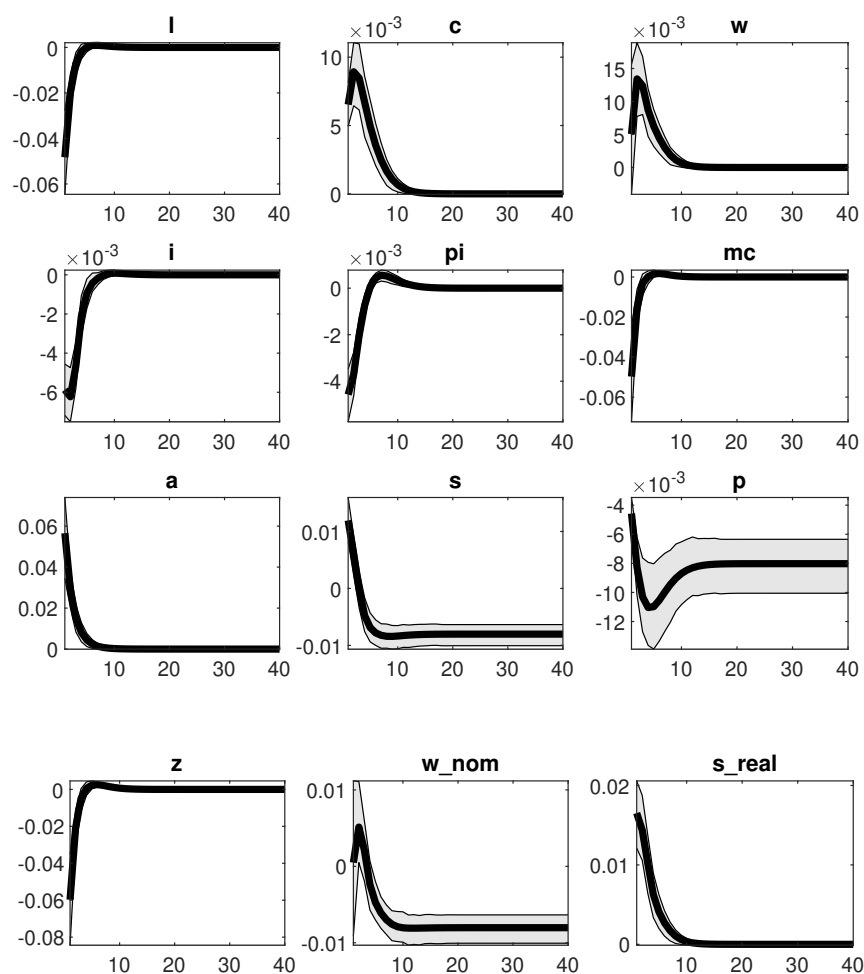
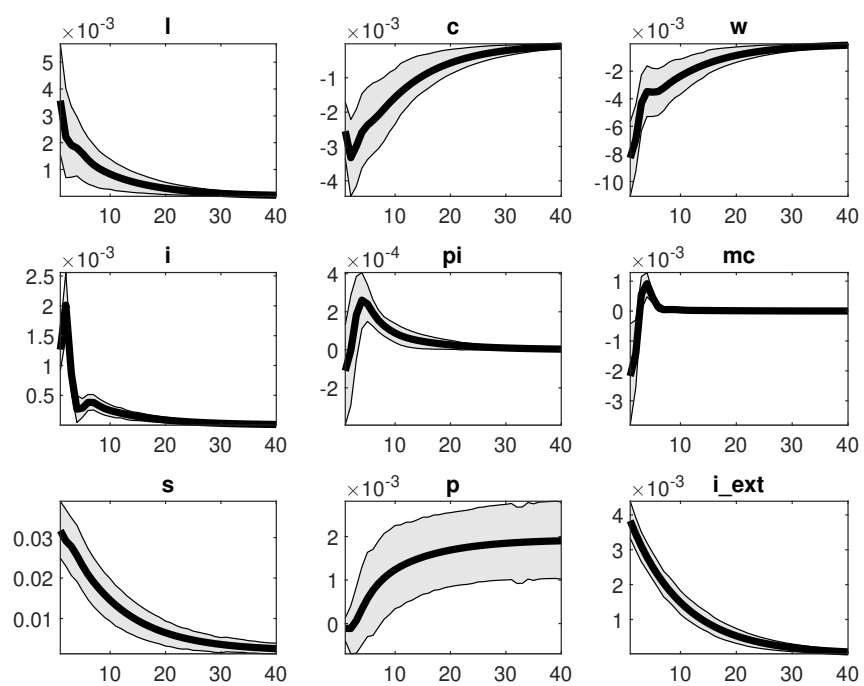


Figura 7.5: IRF: Choque na Produtividade ε_t^a .



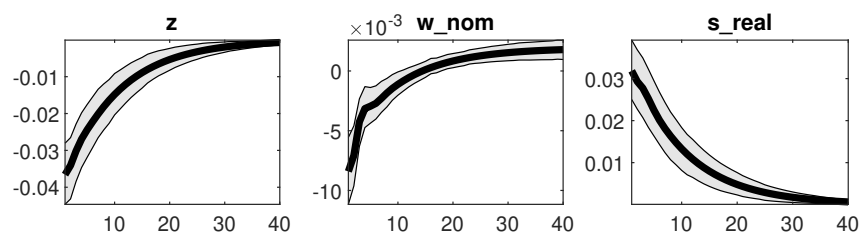


Figura 7.6: IRF: Choque na Taxa de Juros externa ε_t^{i*} .

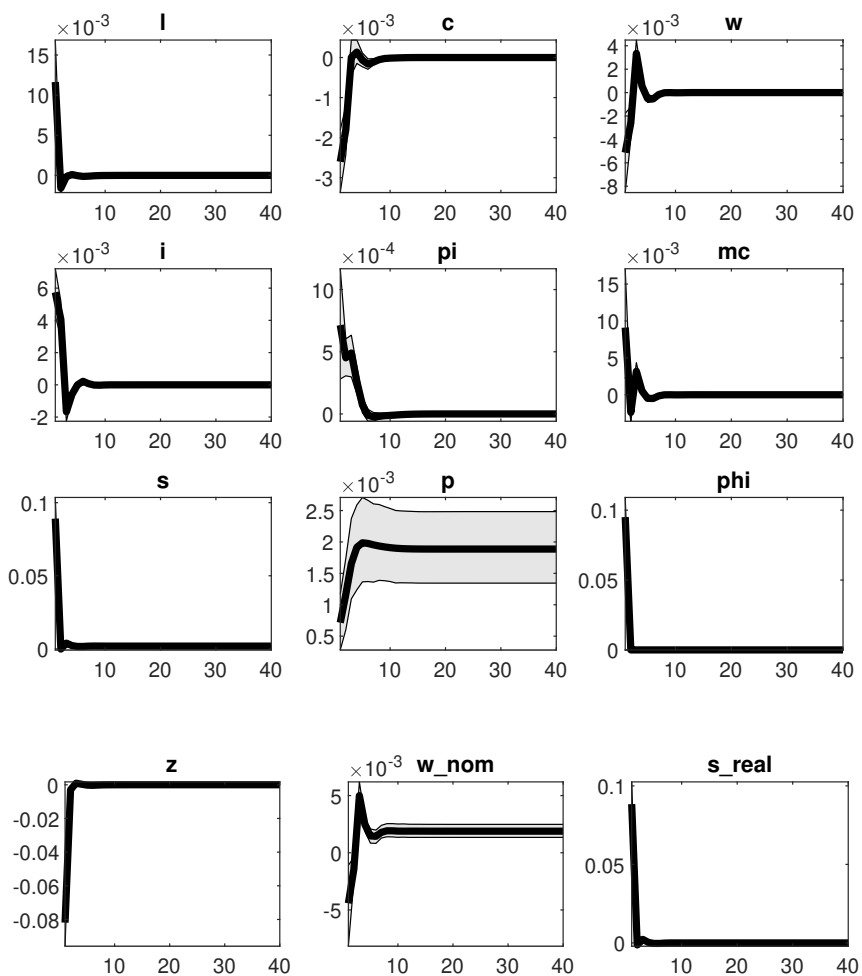


Figura 7.7: IRF: Choque no Prêmio de Risco ε_t^ϕ .

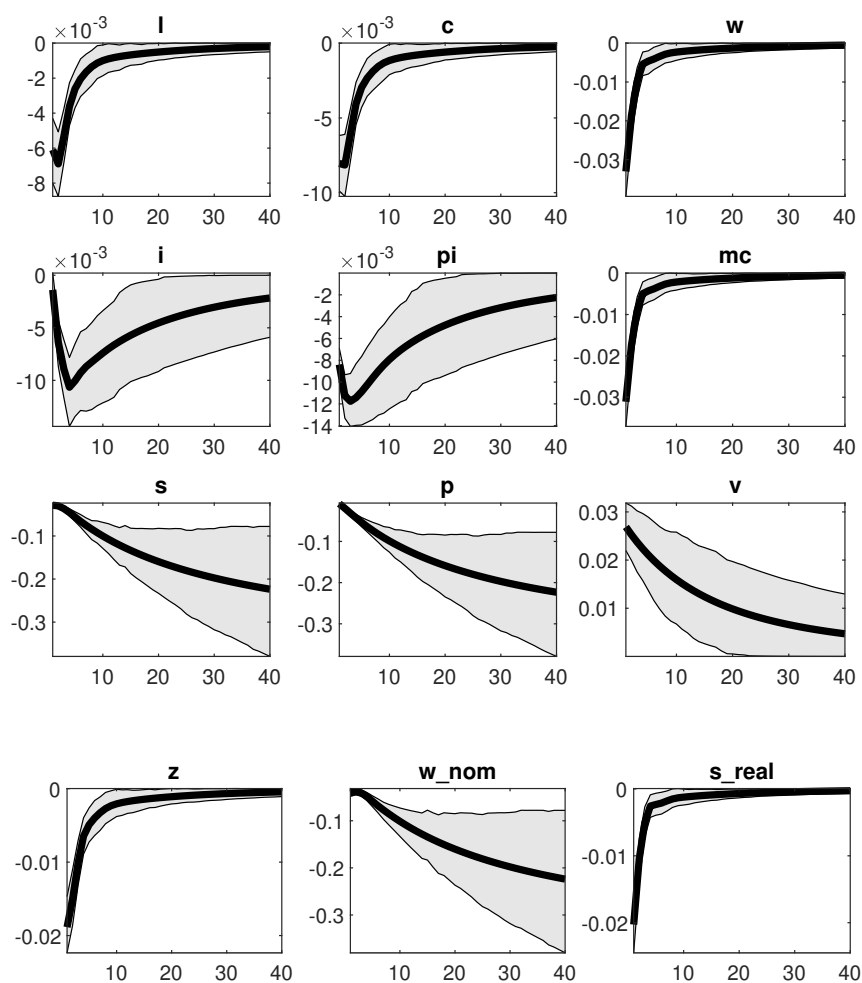
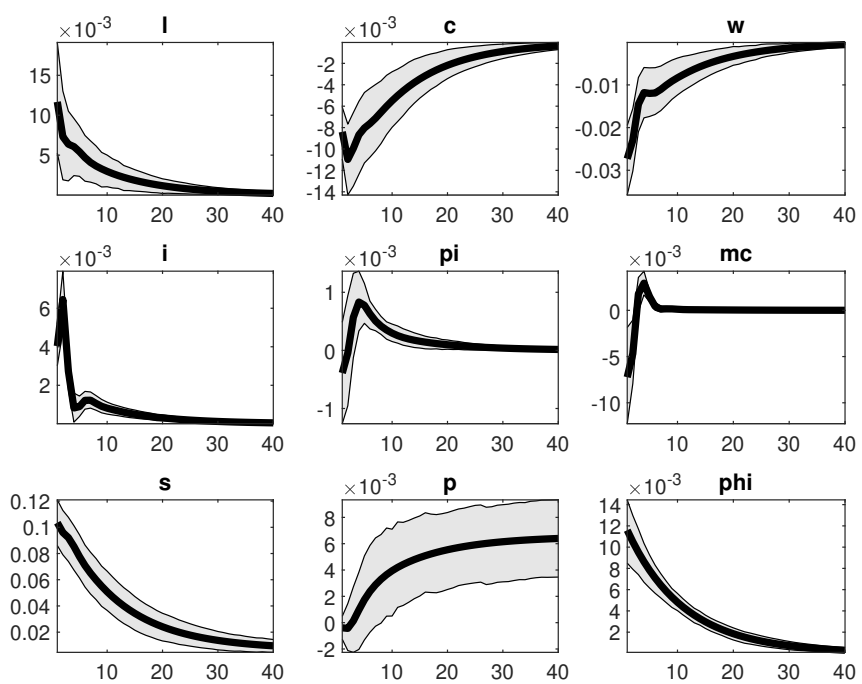


Figura 7.8: IRF: Choque Monetário ε_t^v .



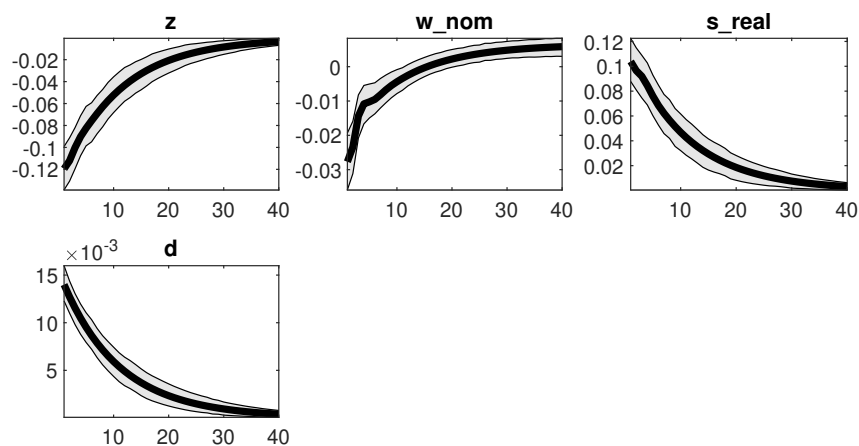


Figura 7.9: IRF: Choque no EMBI+ ε_t^d .

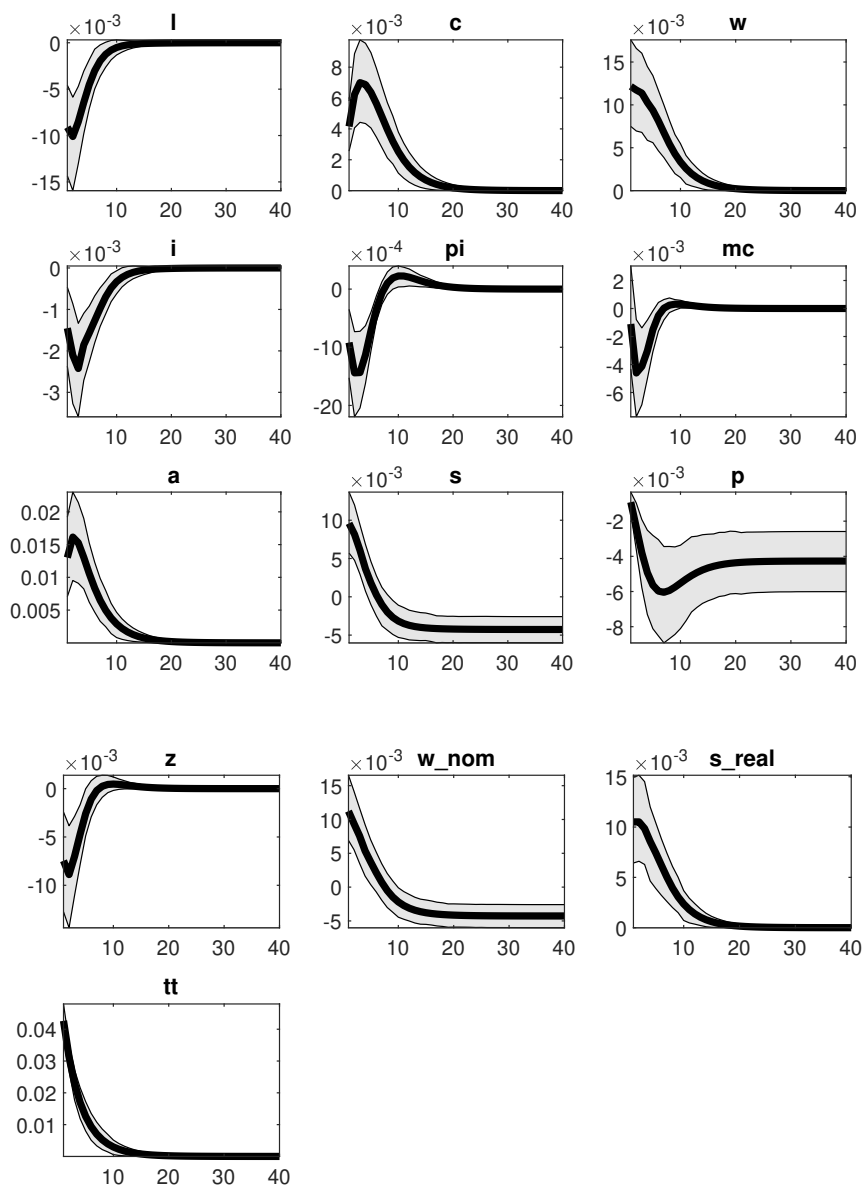
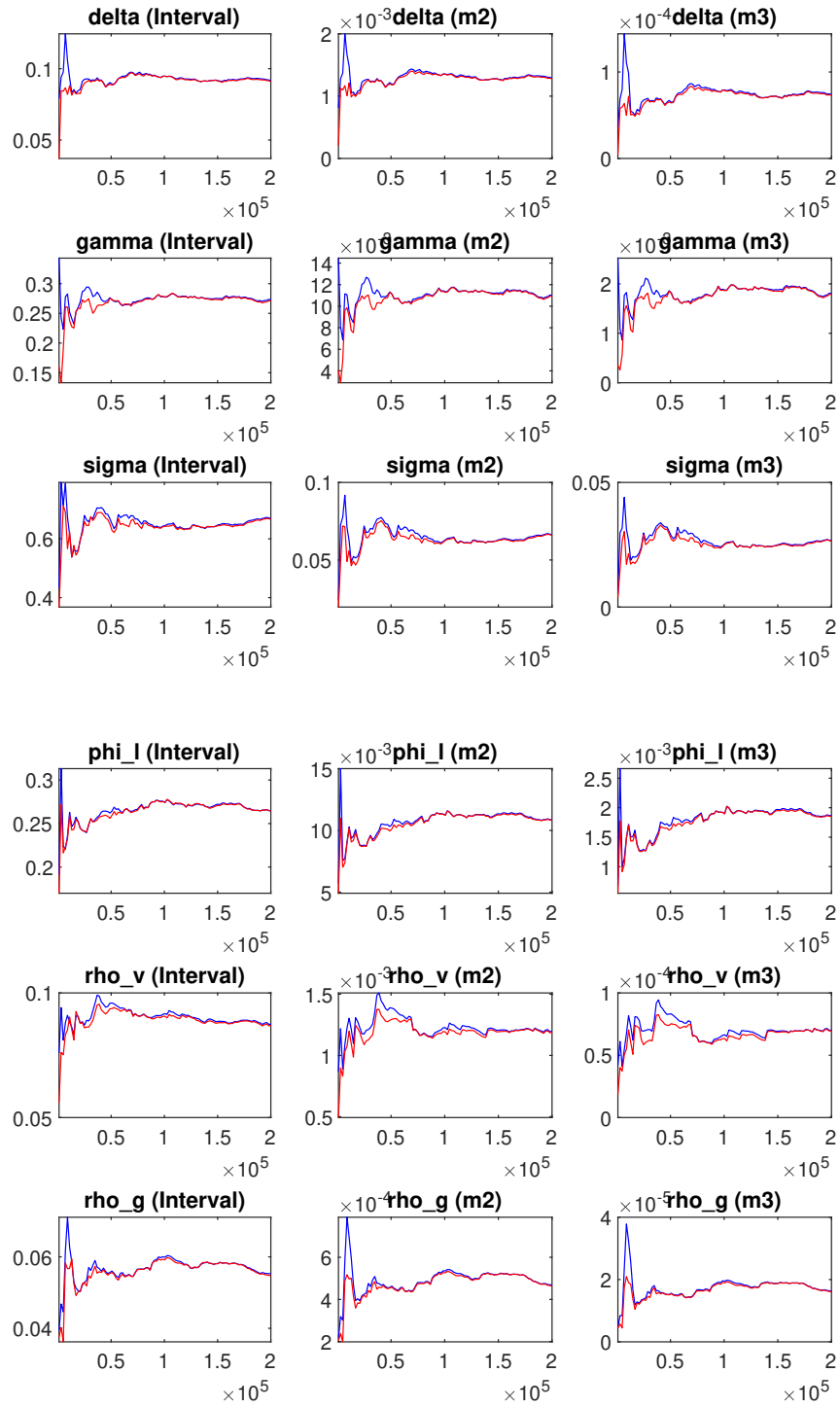
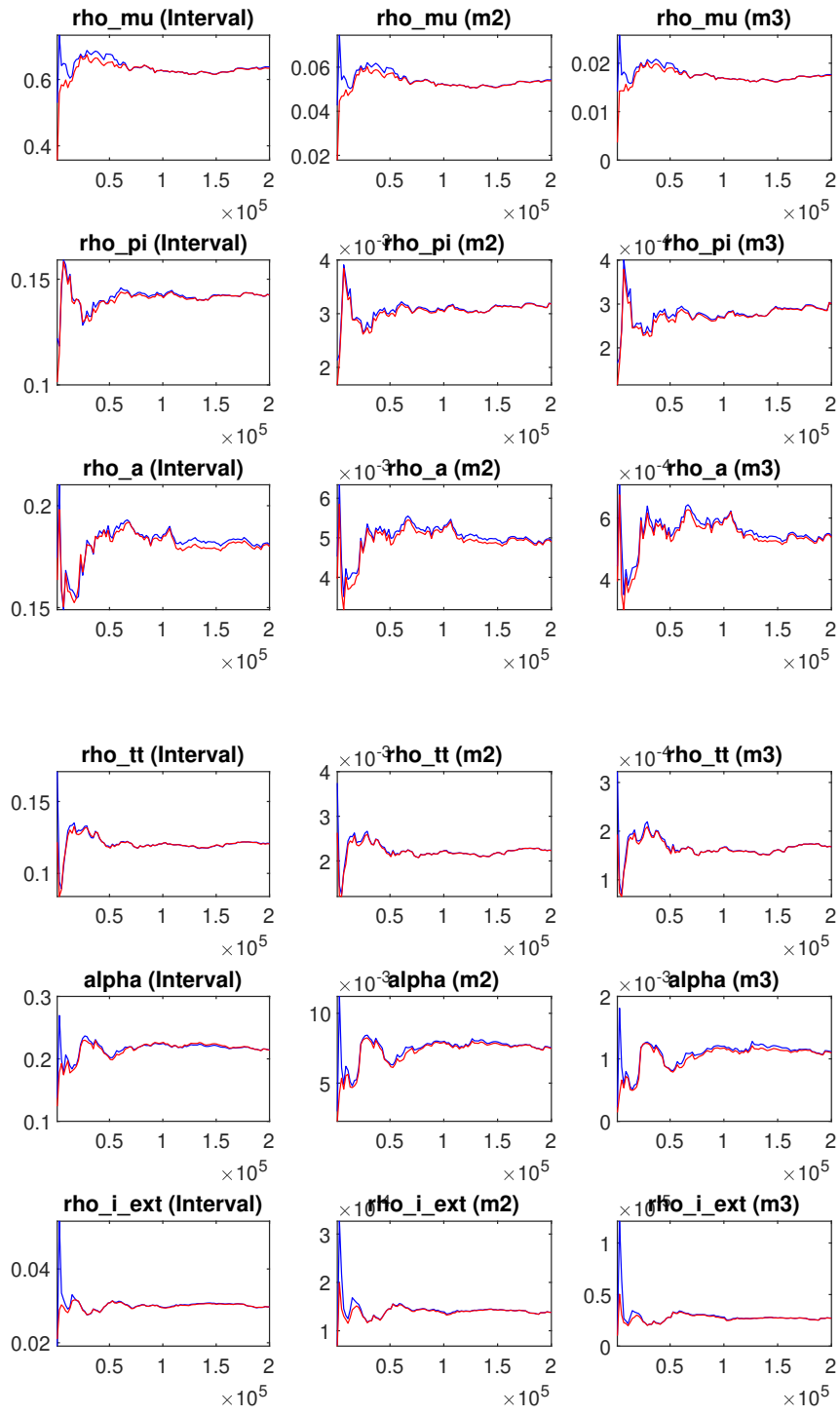


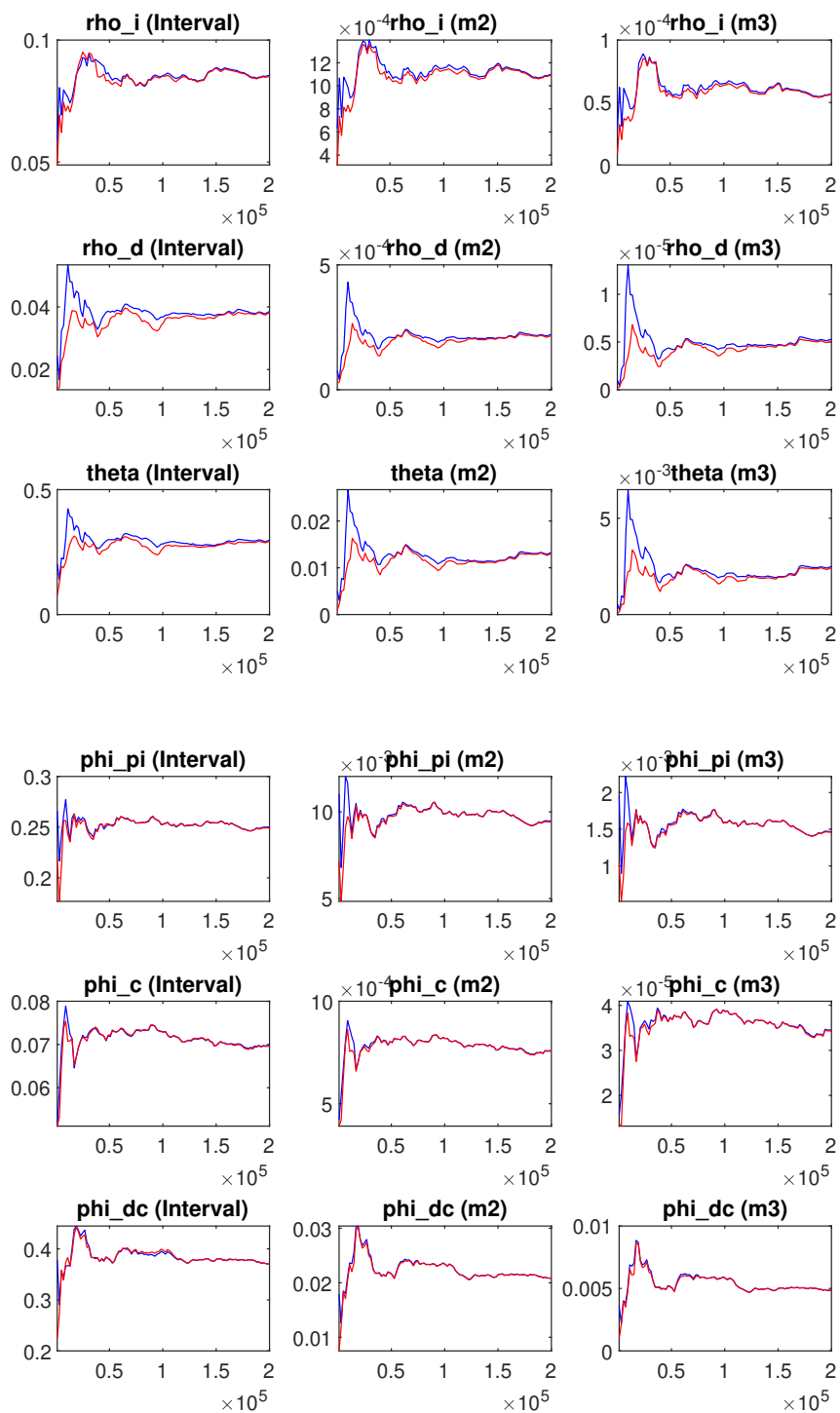
Figura 7.10: IRF: Choque nos Termos de Troca ε_t^{tt} .

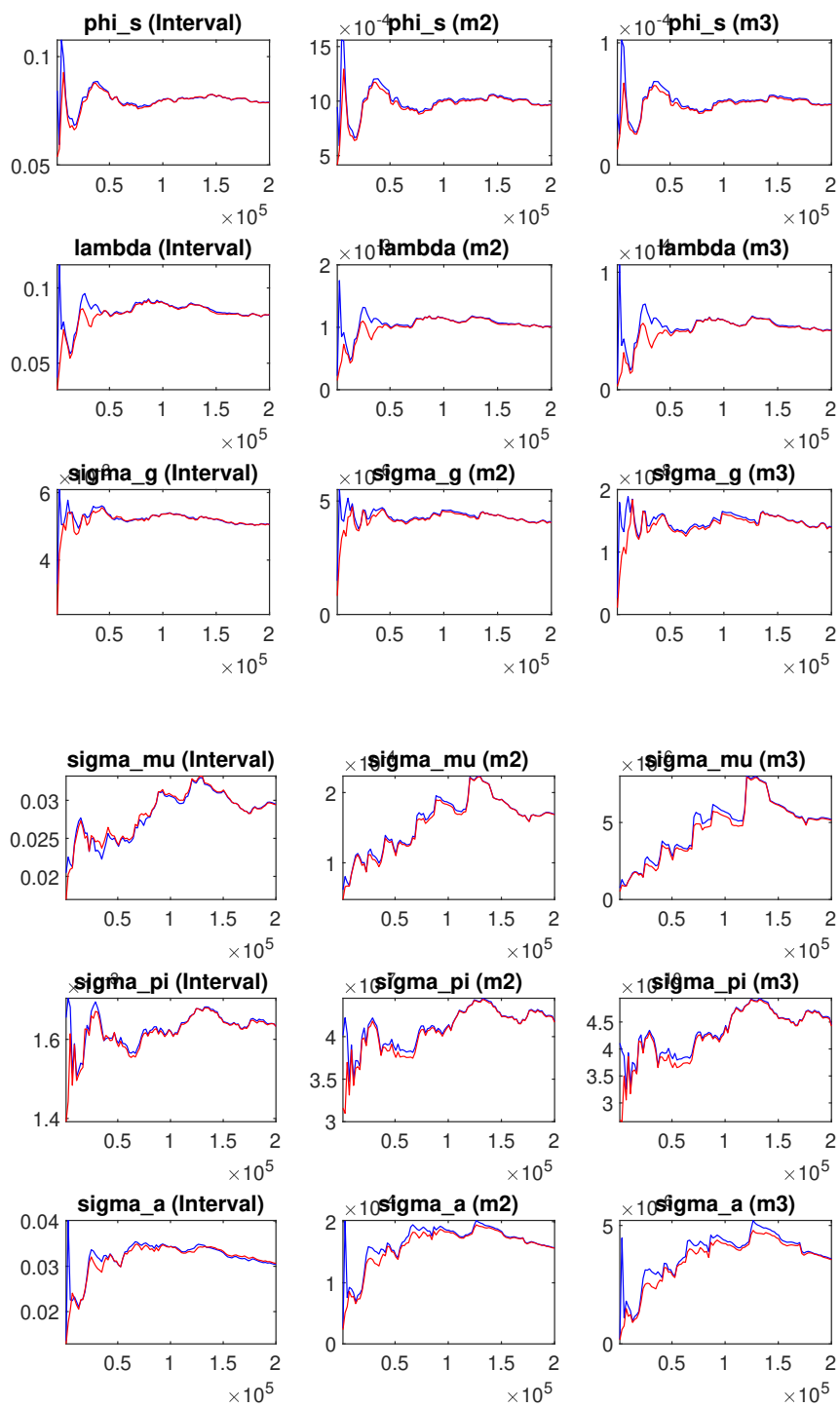
7.5

Gráficos de Convergência









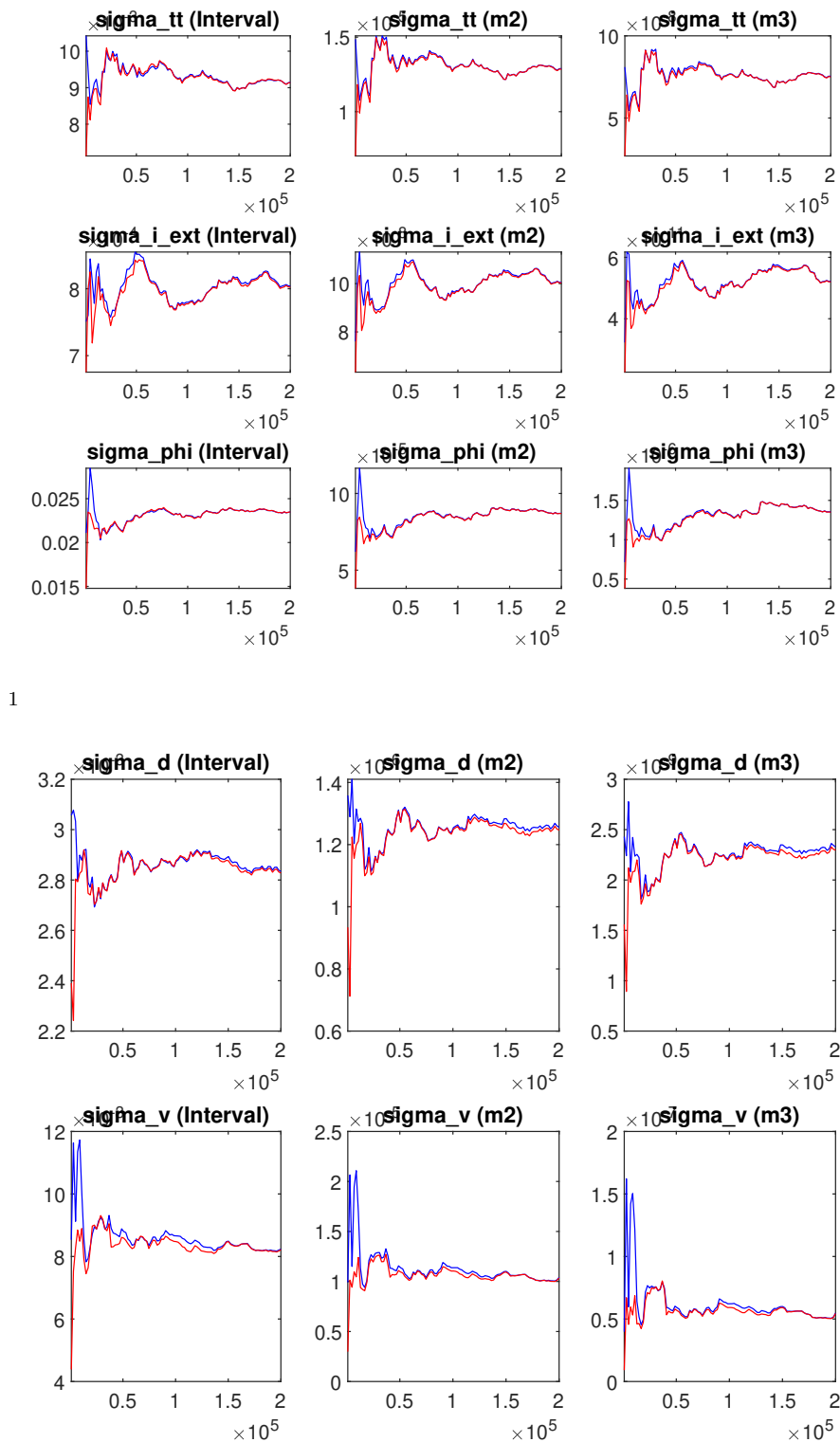


Figura 7.11: MCMC Diagnóstico de convergência univariado.

¹A variável θ representada nos gráficos acima é a variável θ_d representada nas equações do modelo.

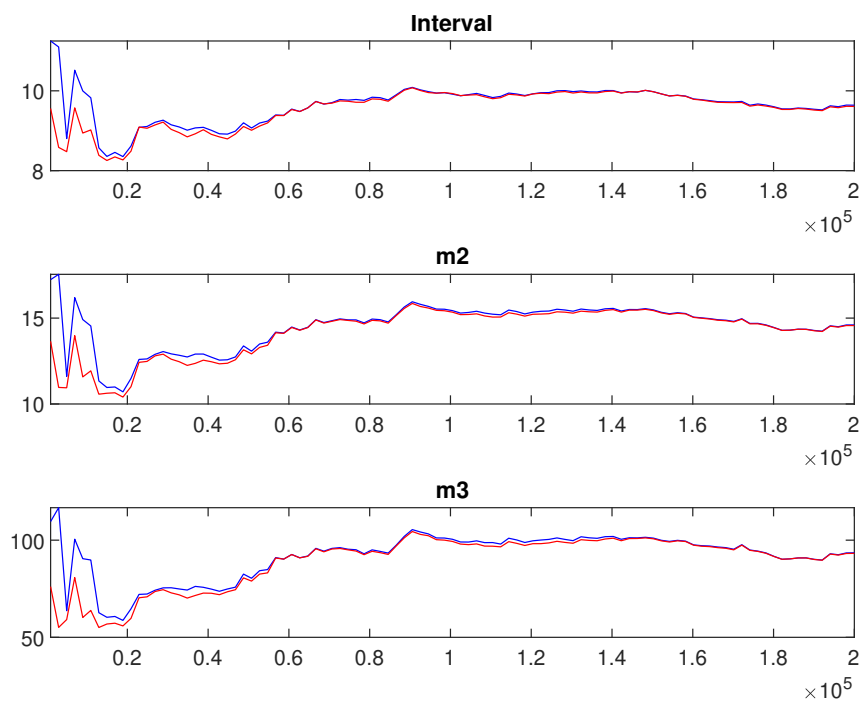


Figura 7.12: MCMC Diagnóstico de convergência multivariado.

7.6

Gráficos Variáveis e Choques Suavizados

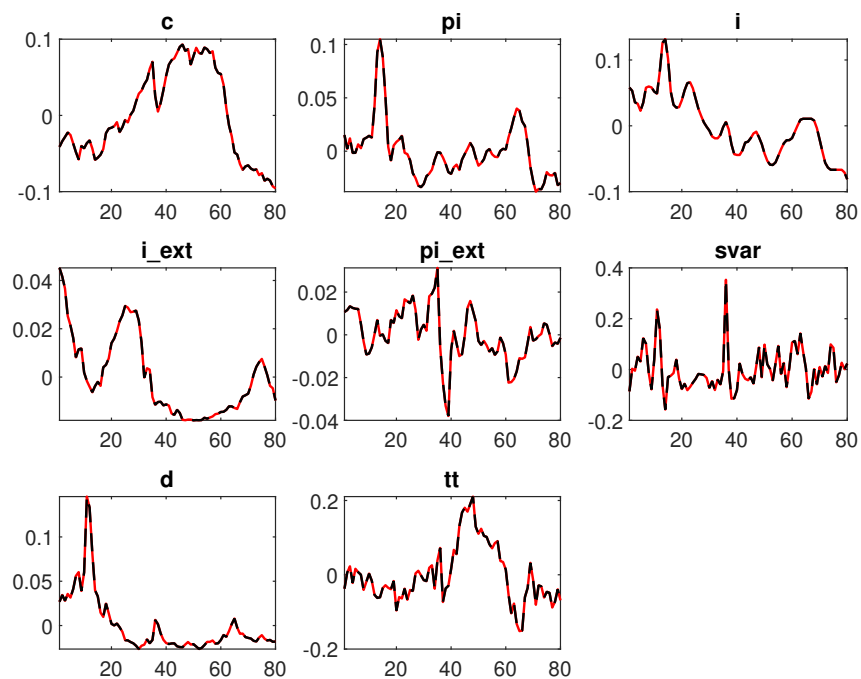


Figura 7.13: Variáveis suavizadas.

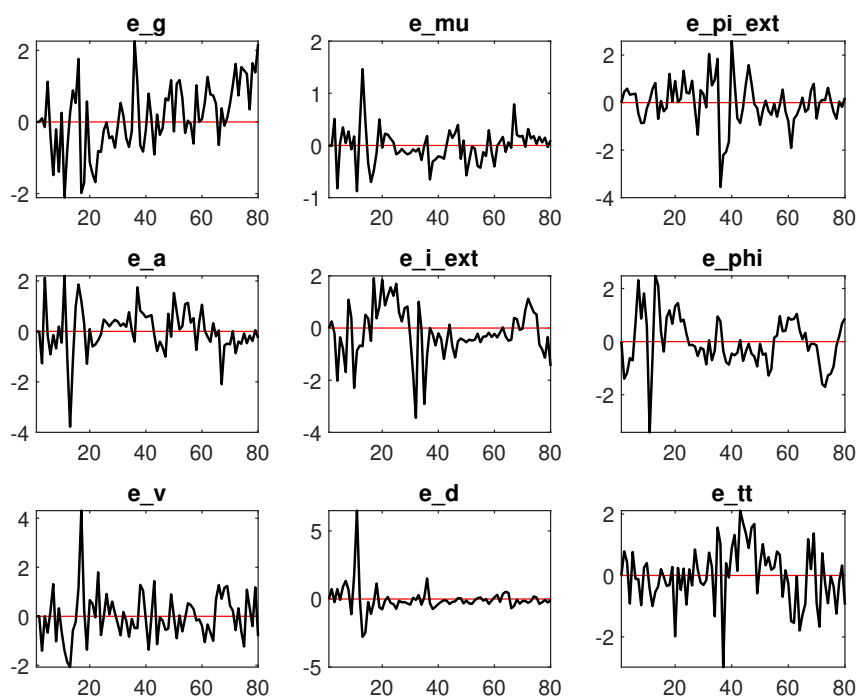


Figura 7.14: Choques suavizados.