

Humberto José Longo

Técnicas para Programação Inteira e
Aplicações em Problemas de
Roteamento de Veículos

TESE DE DOUTORADO

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
Programa de Pós-Graduação em Informática

Rio de Janeiro
Agosto de 2004



Humberto José Longo

**Técnicas para Programação Inteira e
Aplicações em Problemas de
Roteamento de Veículos**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Informática

Orientador: Prof. Marcus Poggi de Aragão

Co-Orientador: Prof. Eduardo Uchoa

Rio de Janeiro
Agosto de 2004



Humberto José Longo

**Técnicas para Programação Inteira e
Aplicações em Problemas de
Roteamento de Veículos**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática do Departamento de Informática, do Centro Técnico Científico da PUC-Rio, como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Marcus Poggi de Aragão

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Eduardo Uchoa

Co-Orientador

Departamento de Engenharia de Produção — UFF

Prof. Ruy Luiz Milidiú

Departamento de Informática – PUC-Rio

Prof. Edward Hermann Haeusler

Departamento de Informática – PUC-Rio

Prof. Geraldo Robson Mateus

Departamento de Ciência da Computação – UFMG

Prof. Roberto Dieguez Galvão

Programa de Engenharia de Produção – COPPE – UFRJ

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 30 de Agosto de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Humberto José Longo

Graduou-se em Ciência da Computação na UFG - Universidade Federal de Goiás e cursou o mestrado em Computação, como bolsista do programa CAPES PICDT, na Unicamp - Universidade Estadual de Campinas. Durante o doutorado, também como bolsista do programa CAPES PICDT, explorou avanços recentes na área de Programação Linear Inteira e suas aplicações a problemas de roteamento de veículos. Atualmente é professor do Instituto de Informática da Universidade Federal de Goiás.

Ficha Catalográfica

Longo, Humberto José

Técnicas para Programação Inteira e Aplicações em Problemas de Roteamento de Veículos/ Humberto José Longo; orientador: Marcus Poggi de Aragão; co-orientador: Eduardo Uchoa. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2004.

[13], 124f.: il.; 29,7cm.

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Teses. 2. Programação Inteira. 3. Roteamento de Veículos. 4. Geração de Colunas I. Poggi de Aragão, Marcus. II. Uchoa, Eduardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 510

Ao João Alberto, que nasceu no início deste projeto e sempre me lembrou que o mesmo deveria ser finalizado o mais rápido possível.

Agradecimentos

Agradecer, nominalmente, a todos que de alguma forma colaboraram no desenvolvimento deste trabalho é tarefa praticamente impossível. A todos os envolvidos, meus sinceros agradecimentos. Entretanto, algumas referências especiais devem ser feitas:

- Aos professores Marcus Poggi de Aragão e Eduardo Uchoa pela incansável orientação e assistência fornecida durante as atividades deste doutorado, bem como pelos estímulos nos momentos de incertezas.
- Aos professores Edward Hermann Haeusler, Geraldo Robson Mateus, Nair Maria Maia de Abreu, Oscar Porto, Roberto Dieguez Galvão e Ruy Luiz Milidiú pela prestativa participação na banca examinadora e valiosos comentários e sugestões.
- À empresa *GAPSO Serviços de Informática Ltda.*, na pessoa de seu diretor Frederico Guth, que gentilmente franqueou-me o acesso às instalações físicas da empresa, permitindo a utilização de seus computadores e ainda forneceu-me inúmeros outros subsídios que foram imprescindíveis para o bom desenvolvimento deste trabalho.
- Aos colegas Alexandre Pigatti, Antônio Jr., Fernanda Menezes, Fernanda Hamacher, Lorenza Leão, Marcel Stanley, Marcelo Reis, Pedro Couto, Ricardo Fukasawa e aos demais que certamente esqueço de mencionar, pela boa convivência durante a realização deste trabalho.
- Aos colegas do Instituto de Informática da Universidade Federal de Goiás, que superaram enormes dificuldades e pressões e não só mantiveram as atividades do instituto como também as expandiram, sem prejuízos ao programa de qualificação de seus docentes.
- À CAPES e à Universidade Federal de Goiás pelo apoio financeiro e à PUC-Rio pelas condições de ensino durante os quatro anos de doutorado.
- A todos os meus amigos e familiares que sempre me apoiaram, ajudaram e incentivaram.
- À Cristiane, que esteve sempre ao meu lado nos momentos que eu precisava e sempre me apoiou e incentivou a superar todas as dificuldades.

Resumo

Longo, Humberto José; Poggi de Aragão, Marcus; Uchoa, Eduardo.
Técnicas para Programação Inteira e Aplicações em Problemas de Roteamento de Veículos. Rio de Janeiro, 2004. 123p.
Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A natureza intrinsecamente combinatorial de muitos problemas advindos da área de logística de transportes, em especial aqueles que dizem respeito ao uso racional de frotas de veículos, sugere que boa parte dos mesmos pode ser formulada e resolvida como um problema de programação linear inteira. Contudo, a maioria dos algoritmos até o momento disponíveis não consegue encontrar, em tempos computacionais aceitáveis, a solução ótima para instâncias de porte razoável. O objeto de estudo desta tese é a exploração de técnicas mais recentes da área de programação linear inteira e suas aplicações a problemas de roteamento de veículos. A primeira parte da tese descreve, além das técnicas básicas de decomposição de problemas de programação linear e linear inteira e de geração de colunas, uma proposta de reformulação de problemas de programação linear inteira alternativa àquela que gera o tradicional problema mestre de *Dantzig-Wolfe*, geralmente utilizados em abordagens por geração de colunas. A resolução de problemas de programação linear inteira neste contexto é tratada em seguida, com a descrição do algoritmo *branch-and-bound* e das variações *branch-and-cut*, *branch-and-price* e *branch-and-cut-and-price*. Na segunda parte da tese, inicialmente, é apresentada a técnica denominada de *Geração Projetada de Colunas* e sua aplicação ao problema de Roteamento de Veículos com Restrição de Capacidade. Em seguida é abordada a resolução do problema de Roteamento de Veículos sobre Arcos, através de sua transformação ao primeiro problema citado e uso de um algoritmo *branch-and-cut-and-price*. Finalmente, é proposto um novo problema na área de redistribuição de veículos de aluguel, para o qual é proposta uma formulação segundo uma abordagem por geração de colunas. São apresentados, ainda, procedimentos para a geração de colunas e resultados computacionais obtidos com um algoritmo *branch-and-price* para essa formulação.

Palavras-chave

Programação inteira, Roteamento de veículos, Geração de colunas

Abstract

Longo, Humberto José; Poggi de Aragão, Marcus; Uchoa, Eduardo.
Integer programming techniques and applications to vehicle routing problems. Rio de Janeiro, 2004. 123p. PhD. Thesis
— Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Optimization techniques have an important role in Transportation Logistics. The combinatorial nature of the problems related to this area suggests integer programming as a natural approach to their resolution. Nevertheless there are many cases where even instances of reasonable size still beyond the resolution capability of the current known algorithms. The success of the known algorithms have therefore been limited. This can be justified by the fact the most of them leave important recent advances in the combinatorial optimization field unexplored. Some of these new techniques and their applications are the main subject of this thesis. In the first part, the basic decomposition techniques for linear and integer programming problems as well as the related column generation approach is addressed. This is followed by the presentation of a reformulation technique for linear and integer programming which is alternative to the well known *Dantzig-Wolfe* master program. The new possibilities coming from this approach are explored and the resulting consequences to the standard *branch-and-bound* algorithm and its variations *branch-and-cut*, *branch-and-price* and *branch-and-cut-and-price* are presented. The second part of this text addresses the application of the methodologies described in part one to routing problems where capacity constraints are considered. First, a technique named Projected Column Generation is described in the context of the *Capacitated Vehicle Routing Problem*. Then, it is presented a new transformation from the *Capacitated Arc Routing Problem* to the *Capacitated Vehicle Routing Problem* as well as a tailored *branch-and-cut-and-price* to solve this problem. Finally, a new problem in vehicle redistribution is described together with a column generation approach for its resolution. Computational results for all applications are presented.

Keywords

Integer programming, Vehicle routing, Column generation

Sumário

1	Introdução	13
1.1	Organização da Tese	15
I	Metodologias	18
2	Programação Linear Inteira	19
3	Reformulação de <i>IPs</i>	23
3.1	Decomposição de <i>Dantzig-Wolfe</i> para <i>LPs</i>	24
3.1.1	Geração de colunas	26
3.2	Reformulação tradicional de <i>IPs</i>	28
3.3	Reformulação alternativa	30
3.3.1	Relações entre o <i>Dantzig-Wolfe Master</i> e o <i>Mestre Explícito</i>	32
3.3.2	Geração múltipla de colunas	33
3.4	Aplicação da Reformulação alternativa de <i>IPs</i>	34
4	Resolução de <i>IPs</i>	40
4.1	<i>Branch-and-Bound</i>	41
4.2	<i>Branch-and-Cut</i>	43
4.3	<i>Branch-and-Price</i>	45
4.4	<i>Branch-and-Cut-and-Price</i>	46
II	Aplicações em Roteamento de Veículos	47
5	Problema de Roteamento de Veículos com Restrição de Capacidade	48
5.1	Formulação do <i>CVRP</i>	49
5.2	Geração de Colunas Projetada	53
5.2.1	Experiência Computacional	55
6	Problema de Roteamento de Veículos sobre Arcos	56
6.1	Modelagem do <i>CARP</i>	57
6.2	Transformação de Pearn, Assad e Golden	58
6.3	Nova Transformação	60
6.4	Formulação do <i>CARP</i>	63
6.5	Relaxação de Belenguer e Benavent	65
6.6	Algoritmo <i>branch-and-cut-and-price</i>	68
6.6.1	Geração de Cortes	68
6.6.2	Geração de Colunas	69
6.6.3	<i>Branch-and-Bound</i>	70
6.7	Resultados Computacionais	71
7	Problema de Redistribuição de <i>EcoCarros</i>	76

7.1	Introdução	76
7.2	Descrição do Problema	78
7.3	Modelagem	80
7.4	Análise da Complexidade	82
7.5	Formulação do <i>ECP</i> como um <i>IP</i>	85
7.6	Subproblema de Geração de Colunas	87
7.7	Geração de Colunas por Programação Dinâmica	88
7.8	<i>Branch-and-Price</i>	92
7.9	Instâncias	94
7.9.1	Geração de Instâncias	96
7.9.2	Sequências Fixas na Geração de Instâncias	97
7.9.3	Estimativa para o valor da solução ótima	98
7.10	Resultados Computacionais	98

III Contribuições e Conclusões **108**

8	Contribuições e Conclusões	109
---	----------------------------	-----

Referências Bibliográficas **111**

Lista de Figuras

6.1	<i>CARP</i> – Transformação de Pearn, Assad e Golden.	59
6.2	<i>CARP</i> – Custo do menor caminho entre dois vértices laterais.	59
6.3	<i>CARP</i> – Grafo original.	62
6.4	<i>CARP</i> – Grafo com os vértices s_{ij} .	62
6.5	<i>CARP</i> – Grafo completo associado a instância do <i>CVRP</i>	62
6.6	<i>CARP</i> – Caminho mínimo associado a uma aresta.	67
6.7	<i>CARP</i> – Ciclo de tamanho dois.	70
7.1	<i>ECP</i> – Exemplo de uma rota.	91
7.2	<i>ECP</i> – Malha viária das classes E-1 e E-2 de instâncias.	99
7.3	<i>ECP</i> – Malha viária das classes E-3 e E-4 de instâncias.	99
7.4	<i>ECP</i> – Malha viária das classes E-5 e E-6 de instâncias.	99

Lista de Tabelas

3.1	<i>MdKP</i> – Limites superiores para as classes <i>mknap1</i> e <i>mknap2</i> .	38
6.1	<i>CARP</i> – Custos das arestas para o exemplo da figura 6.5.	62
6.2	<i>CARP</i> – Comparação dos limites inferiores para as instâncias <i>egl</i> .	73
6.3	<i>CARP</i> – Comparação dos limites inferiores para as instâncias <i>bccm</i> .	74
6.4	<i>CARP</i> – Soluções ótimas para instâncias das classes <i>kshs</i> , <i>gdb</i> , <i>bccm</i> e <i>egl</i> .	75
7.1	<i>ECP</i> - Características das instâncias.	98
7.2	<i>ECP</i> - Características das rotas.	100
7.3	<i>ECP</i> - Resultados médios para as classes E-1 a E-12 de instâncias.	103
7.4	<i>ECP</i> - Resultados para instâncias da classe E-1 a E-6 com o <i>Cplex</i> .	103
7.5	<i>ECP</i> - Resultados para as instâncias das classes E-1 a E-6.	104
7.6	<i>ECP</i> - Resultados para as instâncias das classes E-7 a E-12.	106

The shortest routes between any two points in the system are given and a demand for one or several products is specified for a number of stations within the distribution system. It is desired to find a way to assign stations to trucks in such a manner that station demands are satisfied and total mileage covered by the fleet is a minimum. A procedure based on a linear programming formulation is given for obtaining a near optimal solution. The calculations may be readily performed by hand or by an automatic digital computing machine.

G. B. Dantzig and J. H. Ramser,
The Truck Dispatching Problem, 1959 [35].