

# Série dos Seminários de Acompanhamento à Pesquisa

Modelagem da relação de dependência entre as variáveis de velocidade do vento e a geração de energia eólica: Uma aplicação da teoria de cópulas

Autora:

Tuany Esthefany Barcellos de C. Silva



# Série dos Seminários de Acompanhamento à Pesquisa

Número 35 | 04 2022

## Modelagem da relação de dependência entre as variáveis de velocidade do vento e a geração de energia eólica: Uma aplicação da teoria de cópulas

**Autora:**

**Tuany Esthefany Barcellos de C. Silva**

**Orientador: Fernando Luiz Cyrino Oliveira**

**CRÉDITOS:**

**SISTEMA MAXWELL / LAMBDA**  
<https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/>

**Organizadores:** Fernanda Baião / Soraida Aguiar

**Layout da Capa:** Aline Magalhães dos Santos



01

## INTRODUÇÃO

Contextualização do mercado de energia e da metodologia à ser implementada

02

## OBJETIVO

Descrição do problema

03

## REVISÃO DA LITERATURA

Breve citação de alguns estudos.

04

## MERCADO DE ENERGIA EÓLICA

Contextualização do atual mercado de energia.

05

## TEORIA DE CÓPULAS

Apresentação da metodologia a ser implementada

06

## RESULTADOS

Exposição dos resultados preliminares obtidos

07

## CONCLUSÃO

# 1. INTRODUÇÃO

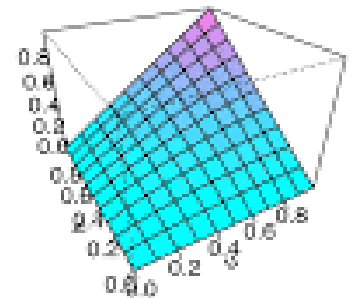


## Energia renovável

- ✓ Demanda crescente de energia;
- ✓ Preservação do meio ambiente;
- ✓ Busca por alternativas limpas de energia;
- ✓ A fonte de energia sustentável abordada nesta pesquisa será a eólica.

## Metodologia Implementada

- ✓ Relação de dependência entre a velocidade do vento e a geração de energia eólica;
- ✓ Utilizar a teoria de cópula para lidar com a estrutura de dependência, além da correlação entre as variáveis.



## 2. OBJETIVO

### Objetivo inicial

Encontrar a cópula correspondente a estrutura de dependência das variáveis de velocidade do vento e geração de energia eólica, para a base de dados horária do estado da Bahia ano de 2017.



### Objetivo final

O presente trabalho objetiva implementar a teoria de cópulas, para que através desta modelagem seja possível identificar de forma longitudinal a estrutura de dependência entre as variáveis geração de energia eólica e velocidade do vento. Buscando assim, verificar se a família da cópula que representa a estrutura de dependência é a mesma para todos os meses abordados na pesquisa, o que possibilitará uma simulação eficiente de inúmeros cenários, e o cálculo das probabilidades de ocorrência dos mesmos.



*Asian Journal of Engineering and Technology (ISSN: 2321 – 2462)  
Volume 07 – Issue 01, February 2019*

### Using Copulas for Modeling Dependence in Wind Power

Ayşe Metin Karakaş  
Department of Statistic, Faculty of Art and Sciences,  
Bitlis Eren University, Bitlis, Turkey.  
Email: aysekarakas5767 [AT] gmail.com

O artigo aborda uma revisão da literatura sobre o uso de cópulas para modelar dados de energia.

### Modeling Wind Energy Using Copula

Zuhair Bahraoui<sup>1\*</sup>, Fatima Bahraoui<sup>2</sup>, M. Amin Bahraoui<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Mathematics, ESTSB, University Chouaib Doukkali, El Jadida, Morocco

<sup>2</sup>Laboratory of Heat Transfer and Energetic, Faculty of Sciences and Techniques, Tangier, Morocco

<sup>3</sup>Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Tangier, Morocco

Email: \*bahraouizuhair@gmail.com, fbahraoui@gmail.com, mbahraoui@gmail.com

Utiliza a teoria de cópulas para estimar a energia da densidade do vento, simulando os componentes da densidade do ar.

### Non-Gaussian dynamical modeling of wind power

#### generation

Victor Eduardo Leite de Almeida Duca

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Matemática

2020

Utiliza a mesma base dados do presente trabalho. Porém a análise é feita somente para o mês de junho. Este estudo aponta a distribuição Weibull como eficiente para modelagem das marginais das variáveis em questão.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



#### **SORAIDA AGUILAR VARGAS**

**Previsão da distribuição da densidade de  
probabilidade da Geração de Energia Eólica  
usando técnicas não paramétricas**

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2015

Auxilia significativamente no estudo sobre a geração de energia eólica.

## 4. MERCADO DE ENERGIA ÉÓLICA

### Energia eólica

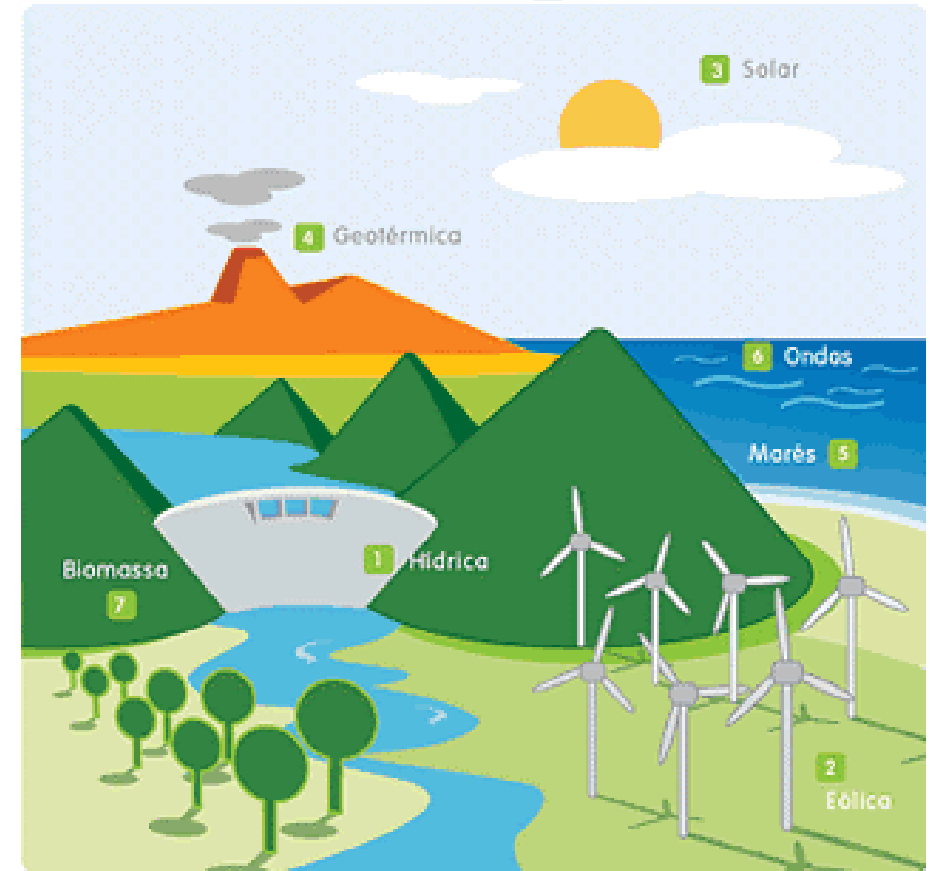
A energia eólica é aquela obtida a partir da força do vento, a mesma é produzida pela junção da energia cinética com o aquecimento eletromagnético do sol.

### Energia renovável

A energia eólica categoriza-se dentro do grupo de fontes de energias renováveis.

### Matriz elétrica brasileira

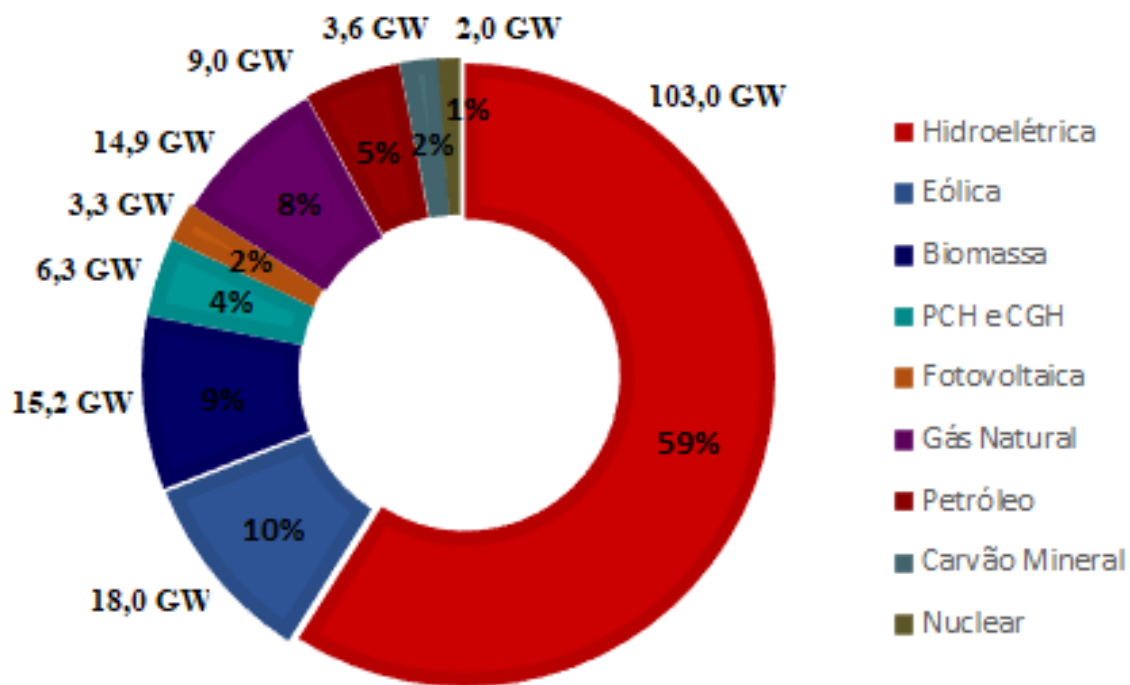
Na matriz elétrica brasileira é predominante o abastecimento pelas hidrelétricas, a energia eólica encontra-se em segundo lugar.





## 4. MERCADO DE ENERGIA EÓLICA - Brasil

Figura 1- Matriz energética brasileira



Pode-se observar que a produção de energia eólica atualmente representa 10,3% da produção de energia do país, estando abaixo apenas das hidroelétricas, responsáveis por mais de 50% da produção.

O Brasil é considerado um país altamente promissor na geração de energia eólica. Na figura 2 é possível observar a evolução da Capacidade Instalada em MW no período de 2005 a 2024, nota-se um crescimento constante ao longo do tempo. É necessário ressaltar que os dados futuros apresentados na figura referem-se a contratos viabilizados em leilões já realizados e no mercado livre.

Figura 2- Evolução da Capacidade Instalada em MW



## 4. MERCADO DE ENERGIA EÓLICA - Mundo

- ✓ O mundo alcançou um novo recorde em número de novas instalações de energia eólica;
- ✓ sendo adicionado aproximadamente 93 gigawatts de novas turbinas eólicas em 2020.

- ✓ Mesmo com a pandemia o mundo alcançou um forte desenvolvimento eólico;
- ✓ Na China foram construídos cerca de 52 gigawatts em um ano;
- ✓ O mercado dos Estados Unidos também se desenvolveu, crescendo cerca de 17 gigawatts em 2020.

Tabela 1 - Capacidade instalada dos países

Países	2020	2019	2018
China	290,000	237,029	209,529
Estados Unidos	122,328	105,433	91,363
Alemanha	62,784	61,357	59,313
Índia	38,625	37,529	35,129
Espanha	27,446	25,808	23,494
Reino Unido	24,167	23,515	20,743
França	17,949	16,646	15,313
Brasil	18,010	15,452	14,707
Canadá	13,588	13,413	12,816
Itália	10,850	10,512	9,958
Turquia	9,305	8,056	7,369
Outros países	110,000	96,0355	84,814
Total	744,000	650,785	589,547

Fonte: Adaptado de WWEA, 2021.

## Cópuas

- ✓ A teoria de cópuas permite a utilização das distribuições de probabilidade diferentes da normal para a modelagem individual de variáveis aleatórias;
- ✓ Com a aplicação desta teoria é possível observar a estrutura de dependência entre variáveis de interesse;
- ✓ Uma cópula equivale a uma função de distribuição multivariada com marginais uniformes em  $[0, 1]$ ;
- ✓ A teoria em questão tem sido amplamente utilizada para casos bivariados.

## Propriedades – Caso bivariado

- ✓ Sendo a função cópula denotada por  $C(u, v)$ ;
- ✓ Temos que  $C(u, v)$  trata-se de uma função de distribuição bivariada de duas variáveis aleatórias  $u$  e  $v$ .
- ✓ Então uma cópula bidimensional para quaisquer  $0 \leq u_1 \leq u_2 \leq 1$  e  $0 \leq v_1 \leq v_2 \leq 1$ , possui as seguintes características.

$$1) C(u, 0) = \int_0^u \int_0^1 c(u, v) dv du = 0 = \int_0^v \int_0^1 c(u, v) du dv = C(0, v)$$

$$2) C(u, 1) = u = \int_0^u \int_0^1 c(u, v) dv du, C(1, v) = v = \int_0^v \int_0^1 c(u, v) du dv$$

$$3) C(u_2, v_2) - C(u_1, v_2) - C(u_2, v_1) + C(u_1, v_1) \geq 0$$

# 5. TEORIA DE CÓPULAS

## Teorema de Sklar

A teoria de cópulas é fundamentada pelo teorema de Sklar, de acordo com o mesmo, pode-se tratar uma distribuição multivariada pela sua estrutura de dependência, a cópula, e suas marginais.

## Caso bivariado

Sejam  $X$  e  $Y$  v.a's que possuem função distribuição conjunta  $F$  e distribuições marginais  $F_X$  e  $F_Y$ , respectivamente. Então existe uma cópula  $C$  tal que:

$$F(X, Y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad (1)$$

Para todo  $x, y$  em  $\mathbb{R}$ . Então se  $X$  e  $Y$  são contínuas,  $C$  é única. Logo, se  $C$  é uma cópula e  $F_X$  e  $F_Y$  são funções de distribuição, então  $F$  trata-se da distribuição conjunta com marginais  $F_X$  e  $F_Y$ .

Do Teorema proposto por Sklar, dada uma cópula que satisfaça a equação 1, a mesma pode ser obtida por inversão.

$$C(u, v) = F(F_X^{-1}(u), F_Y^{-1}(v)) \quad (2)$$

Sendo,  $F_X^{-1}(u), F_Y^{-1}(v)$ , funções pseudo inversas de  $F_X(x), F_Y(y)$ .

## 5. TEORIA DE CÓPULAS – EXEMPLO TEORICO



PUC  
RIO

- ✓ Considera-se um vetor aleatório bi-dimensional  $(X, Y)$  com função de distribuição conjunta dada por:

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda y} - e^{-\lambda x} + e^{-\lambda(x+y)} & , \text{ se } x > 0, y > 0 \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

- ✓ Com isto, pode-se encontrar as marginais da seguinte maneira:

$$F_X(x) = \lim_{y \rightarrow \infty} F_{X,Y}(x, y) = \lim_{y \rightarrow \infty} (1 - e^{-\lambda y} - e^{-\lambda x} + e^{-\lambda(x+y)}) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$F_Y(y) = \lim_{x \rightarrow \infty} F_{X,Y}(x, y) = \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - e^{-\lambda y} - e^{-\lambda x} + e^{-\lambda(x+y)}) = 1 - e^{-\lambda y}$$

- ✓ Então, nota-se que as distribuições marginais de  $X$  e  $Y$  são:

$$X \sim \text{Exp}(\lambda) \text{ e } Y \sim \text{Exp}(\lambda)$$

- ✓ Encontrando  $x = h(u)$  ( $x$  em função de  $u$ ) e  $y = g(v)$  ( $y$  em função de  $v$ ), tem-se que:

$$\begin{aligned} u &= 1 - e^{-\lambda x} \\ u - 1 &= -e^{-\lambda x} \\ 1 - u &= e^{-\lambda x} \\ \log(1 - u) &= -\lambda x \\ x &= \frac{-\log(1 - u)}{\lambda} \end{aligned}$$

Analogamente:  $y = \frac{-\log(1-v)}{\lambda}$

- ✓ Desta forma, pode-se encontrar a cópula associada ao vetor aleatório  $(X, Y)$ :

$$\begin{aligned} C(u, v) &= F\left(\frac{-\log(1-u)}{\lambda}, \frac{-\log(1-v)}{\lambda}\right) \\ &= 1 - e^{-\frac{\lambda \log(1-u)}{\lambda}} - e^{-\frac{\lambda \log(1-v)}{\lambda}} + e^{\lambda \left(\frac{\log(1-u) + \log(1-v)}{\lambda}\right)} \\ &= 1 - (1-u) - (1-v) + (1-u)(1-v) \\ &= 1 - 1 + v - 1 + u + 1 - v - u + uv = uv \end{aligned}$$

Com base no Teorema de Sklar, como  $C(u, v) = uv$ , pode-se dizer que  $X$  e  $Y$  são independentes.

# 5. TEORIA DE COPULAS

## Medidas de dependência e concordância

- ✓ As medidas de dependência e concordância são utilizadas para quantificar a relação existente entre variáveis. Os conceitos de dependência são necessários para estudar as distribuições multivariadas de um modo geral.
- ✓ Como medidas de dependência temos:
  - Coeficiente de Correlação Linear
  - Coeficiente de Dependência na Cauda
- ✓ Como medidas de concordância
  - Tau de Kendall

## Famílias de cópulas

- ✓ Em relação às formas de dependências empíricas em aplicações de modo geral, utiliza-se, comumente, cópulas das famílias elípticas e arquimedianas.
- ✓ Cópulas Elípticas
  - *As distribuições elípticas mais usadas são as distribuições multivariadas Normal ou Gaussiana e t-Student que têm o coeficiente de correlação linear como medida de dependência.*
- ✓ Cópulas arquimedianas
  - Cópulas dessa classe são usadas extensamente em econometria, finanças e estatística por possuírem expressões analíticas extremamente simples para a maioria de seus momentos e parâmetros de dependência

## Estimação de cópulas

- ✓ A função cópula pode ser estimada a partir dos métodos tradicionais de inferência paramétrica ou não-paramétrica.
  - *Método dos momentos;*
  - *Método da máxima verossimilhança;*
  - *Inferência bayesiana*

## 6. RESULTADOS

### Dados

1

Os dados utilizados para análise referem-se a velocidade do vento e a geração de energia eólica no estado da Bahia no ano de 2017.

2

Esses dados apresentam observações a cada 10 minutos, totalizando mais de 50.000 medições. Para primeira análise abordando o ano completo de 2017, considerou-se a média horaria, reduzindo a base a um total de 8.760 observações.

3

Valores atípicos resultantes de erros de medição ou armazenamento, foram classificados como velocidades do vento irrealistas e energia eólica negativa.

4

buscando não perder informações, optou-se por adotar uma estratégia para variável de velocidade do vento acima de 30 m/s, limitando-as a esse valor, porém para valores negativos de potência, a decisão foi a exclusão dos mesmos, por serem resultados incompatíveis com a variável.

5

Para valores faltantes utilizou-se como método de ajuste a média.



## ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Figura 3 – Série geração de energia eólica

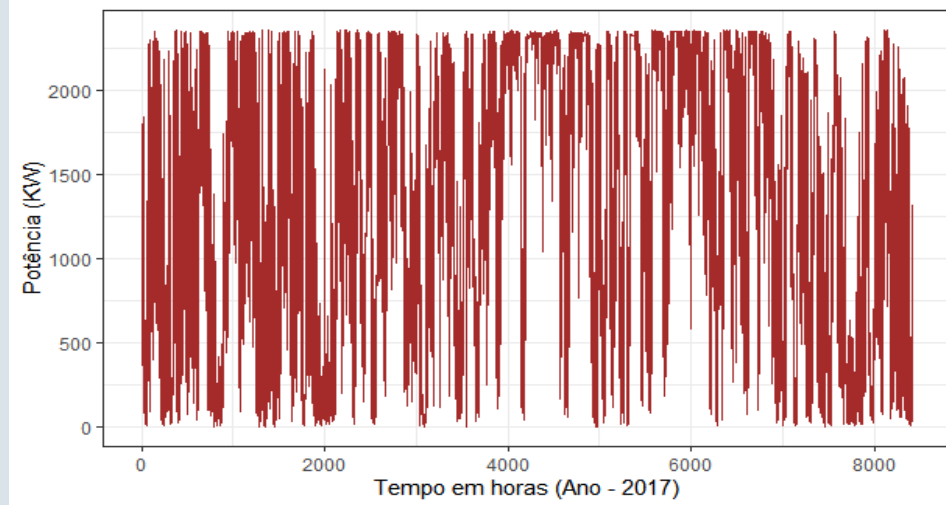
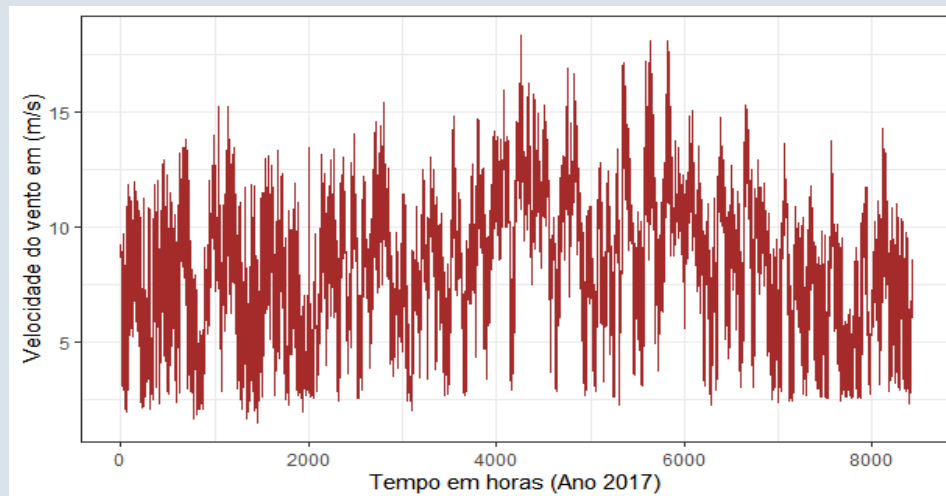


Figura 4- Série velocidade do vento



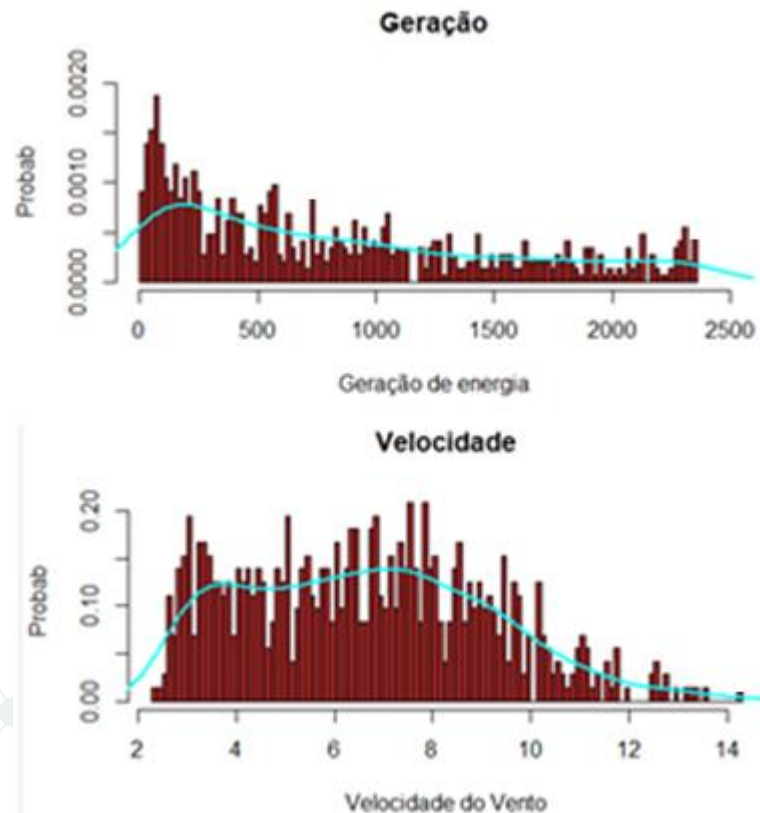


## 6. RESULTADOS

### Densidade dos dados observados

Na figura 5 pode-se observar a densidade dos dados, nota-se que graficamente existem evidências que apontam a distribuição Weibull como um bom ajuste.

Figura 5 – Densidade dos dados observados



### Verificando se a distribuição se ajusta aos dados

- ✓ Buscando entender qual melhor distribuição se ajusta aos dados, estimou-se os parâmetros de algumas distribuições.
- ✓ Para está análise utilizou-se  $\alpha=0,01$
- ✓ A fim de selecionar a distribuição que melhor se ajusta aos dados, implementou-se o teste de *kolmogorov Smirnov*.

- ✓ As hipóteses a serem testadas são:

$H_0$ : Possivelmente os dados são extraídos da distribuição testada

$H_1$ : Possivelmente os dados ão são extraídos da distribuição testada

Logo, ao nível de significância de 1%, não rejeita-se a hipótese nula para distribuição Weibull, para ambas as variáveis.

## 6. RESULTADOS

### Encontrando a cópula

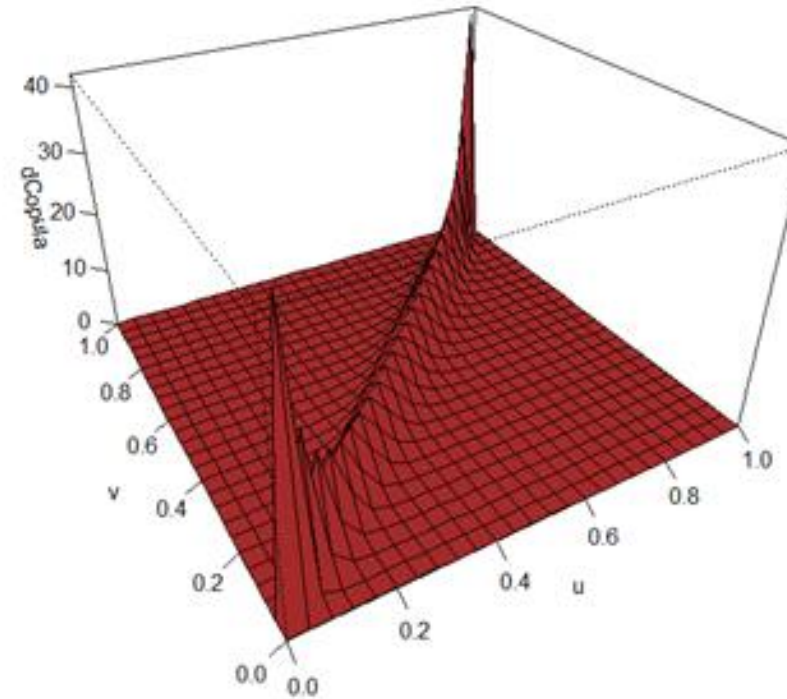
Realizou-se a estimação dos parâmetros da cópula através do método de máxima verossimilhança, sendo selecionada aquela que apresentou o melhor ajuste aos dados, a ser avaliado pela análise gráfica e por outros métodos de avaliação do ajustamento de cópulas aos dados de uma amostra, como BIC e AIC.

Os resultados do BIC e do AIC, apresentaram valores significativamente baixos para a cópula bivariada *Tawn type 2* quando comparada com as demais

A mesma, trata-se de uma cópula de classe flexível dos modelos de dependência, consistindo em blocos de construção bivariados. A cópula Tawn é uma extensão da cópula Gumbel que possui três parâmetros. Para simplificar, implementou-se duas versões da cópula Tawn com dois parâmetros.

### Densidade da cópula

Figura 6 – Densidade da cópula

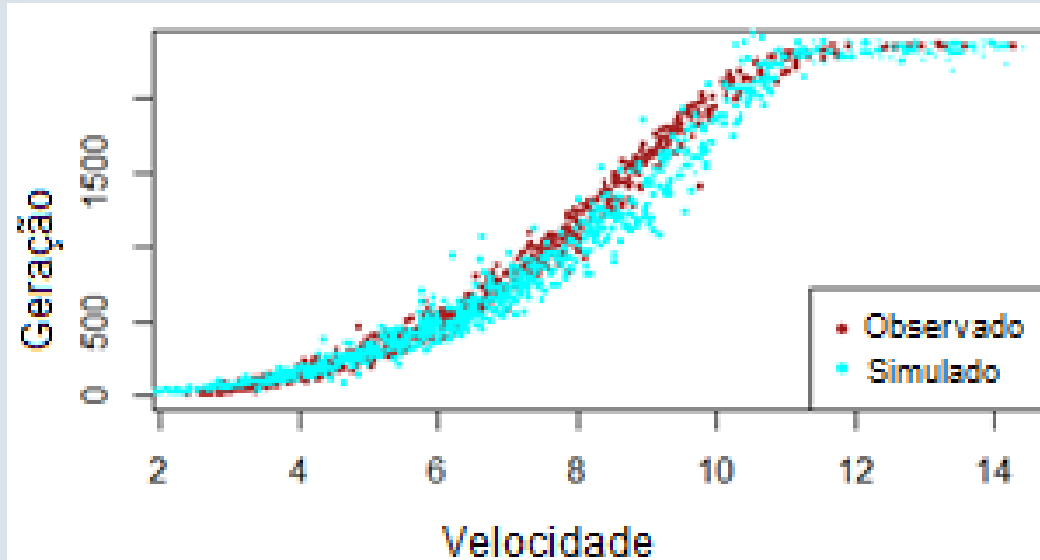


No caso dos dados analisados a cópula é *Tawn tipo 2*, ou seja, com densidade inclinada para esquerda. A cópula encontrada apresenta o primeiro parâmetro de 12,41, e o segundo de 0,99, com um tau de 0,91.

### Simulação via cópulas

utilizando a cópula que melhor se ajustou os dados, foram simuladas 8.760 observações.

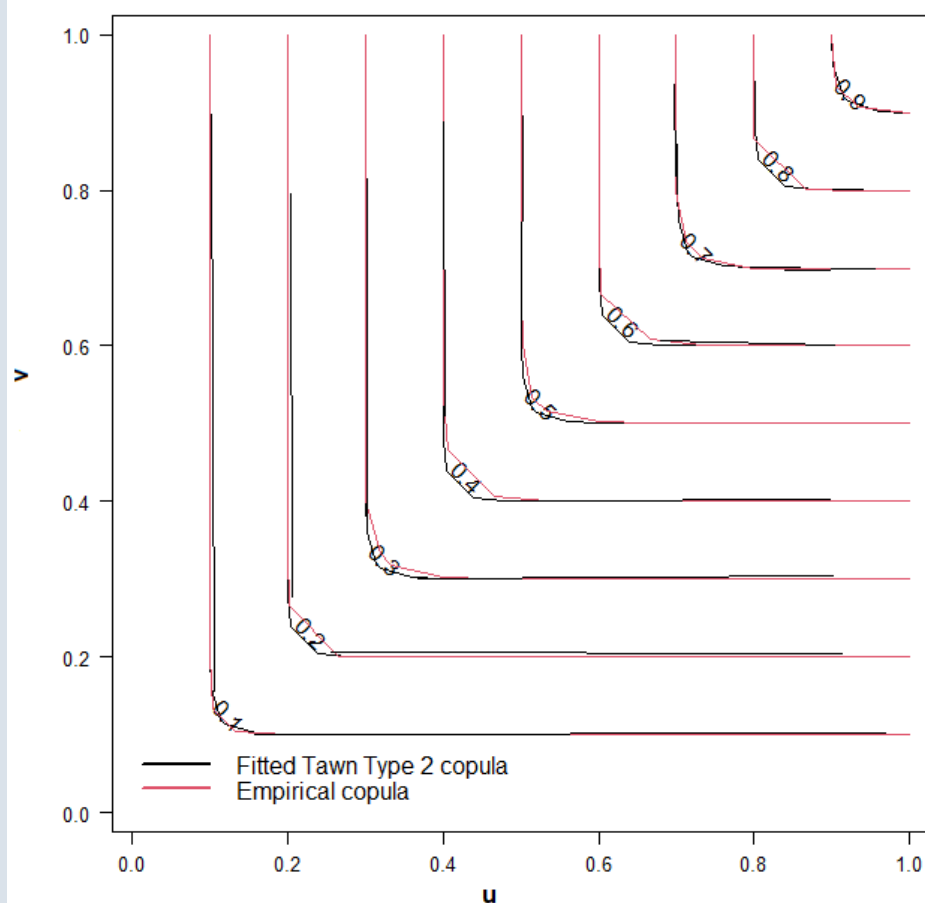
Figura 7 – Simulação via cópula



A figura 7 apresenta o gráfico de dispersão final dos dados, sob a suposição de distribuições marginais Weibull e a cópula *Tawn type 2* para a estrutura de dependência, como pode-se observar, esta cópula apresenta os resultados simulados próximos às observações reais, porém nota-se que no extremo superior direito os dados simulados não acompanham totalmente os dados reais. Então propõe-se continuar o estudo analisando mês a mês.

## Ajuste

Figura 8 – Curvas de nível



Em seguida, foi realizada uma análise gráfica (Figura 8), onde pode ser observada a qualidade do ajuste. Os contornos da Cópula Tawn Type 2 são comparados com os contornos da Cópula empírica que foi calculada com os dados deste estudo. Na Figura 8 observa-se que os contornos da cópula encontrada se ajustam às curvas da cópula empírica, apresentando assim um bom ajuste.

- Após a realização do teste *kolmogorov Smirnov*, o resultado mostrou evidências de que os dados analisados são provenientes de uma distribuição *Weibull*, corroborando com a literatura.
- A cópula indicada para os dados analisados foi a Cópula Tawn type 2 (Cópula R-Vine), essas cópulas são de uma classe flexível de modelos de dependência.
- Nota-se que a Cópula bivariada Tawn type 2 apresenta uma boa simulação, ajustando os dados simulados de forma muito semelhante aos dados observados, também foi possível observar graficamente a qualidade do ajuste através das curvas de nível do Cópula Tawn Tipo 2 comparando com a cópula empírica.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



AGUILAR, S. Previsão da distribuição da densidade de probabilidade da geração de energia eólica usando técnicas não paramétricas. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro., 2015.

BAHRAOUI, Z.; JADIDA, E. et al. Modeling wind energy using copula. OpenAccess Library Journal, Scientific Research Publishing, v. 5, n. 11, p. 1, 2018. BECKER, R. Generation of time-coupled wind power infeed scenarios using pair-copula construction. IEEE Transactions on Sustainable Energy, v. 9, n. 3, p. 1298–1306, 2018. .

CAPÉRAÀ, P.; FOUGÈRES, A.-L.; GENEST, C. A nonparametric estimation procedure for bivariate extreme value copulas. Biometrika, Oxford University Press, v. 84, n. 3, p. 567–577, 1997.

CARLIN, P.; LAXSON, A.; MULJADI, E. The history and state of the art of variable-speed wind turbine technology. National Renewable Energy Laboratory. [S.l.], 2001. CARNEIRO, J. A. Energia eólica. 2013.

COUNCIL, G. W. E. Gwec | global wind report 2021. 2021. D'AMICO, G.; PETRONI, F.; SOBOLEWSKI, R. Optimal control of a dispatchable energy source for wind energy management. Stochastics and Quality Control, v. 34, n. 1, p. 19–34, 2019.

DEMARTA, S.; MCNEIL, A. J. The t copula and related copulas. International statistical review, Wiley Online Library, v. 73, n. 1, p. 111–129, 2005.

DÍAZ, G.; GÓMEZ-ALEIXANDRE, J.; COTO, J. Statistical characterization of aggregated wind power from small clusters of generators. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Elsevier, v. 62, p. 273–283, 2014.

DJOKIC, S. et al. On the importance of correlating wind speed and wind direction for evaluating uncertainty in wind turbine power output. In: . [s.n.], 2019. p.36–45.

DONG, W. et al. Regional wind power probabilistic forecasting based on an improved kernel density estimation, regular vine copulas, and ensemble learning. Energy, v. 238, 2022.

DUCA, V. E. L. de A. Non-gaussian dynamical modeling of wind power generation. 2020.

D'ÂMICO, G. et al. Managing wind power generation via indexed semi-markov model and copula. Energies, v. 13, n. 6, 2020.

# Modelagem da relação de dependência entre as variáveis de velocidade do vento e a geração de energia eólica: Uma aplicação da teoria de cópulas

---

IND 3010 – Projeto de Dissertação  
Tuany Esthefany Barcellos  
07/04/2021

Orientador: Reinaldo Castro  
Coorientador: Fernando Cyrino