5 Avaliação da Eficiência Computacional

5.1 Introdução

É desejado incorporar o cálculo dos índices de adequação de ações de controle de tensão ao programa ESTABTEN. O programa ESTABTEN está sendo implementado com a estrutura atual da matriz Jacobiana e a mesma é considerada na avaliação da eficiência computacional da ferramenta computacional a ser criada. Considerando-se que o objetivo é a utilização desta ferramenta em tempo real, é fundamental a avaliação da eficiência computacional do seu cálculo.

A matriz [D'] é calculada por (4.5) e todo o esforço computacional consiste em resolver [A] [X] = [B]. No capítulo anterior verificou-se que os índices de adequação das ações de controle podem ser obtidos separadamente ou de forma simultânea.

5.2 Análise Separada de Cada Ação de Controle

A matriz [A] pode ser fatorada com [D] de dimensão (1x1), conforme mostrado no capítulo anterior. Entretanto, a fatoração de [A] com [D] de dimensão (1x1) não será considerada, uma vez que não mantém a estrutura de blocos (2x2) da matriz Jacobiana, e consequentemente da partição [A] que se deseja fatorar. Este problema pode ser resolvido associando-se uma variável "dummy" a cada uma das equações de controle consideradas na matriz Jacobiana. Observa-se que a única finalidade da inclusão desta variável "dummy" é manter a estrutura de blocos de ordem (2x2) da matriz Jacobiana. Com isso, [D] passa a ter dimensão (2x2). Para efeito de ilustração, a matriz mostrada em (4.132), assumiria a forma mostrada em (5.1).

Considerando-se $\Delta P = \Delta Q = \Delta Y_{SVC} = \Delta V_{SVC} = \Delta Y_E = \Delta V_E = \Delta Y'_t = \Delta V'_t = \Delta Y_b = \Delta V_b = 0$, o sistema (4.132) pode ser reduzido para dimensão (2x2) usando-se (4.5), conforme mostrado em (5.2).

$$
\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta Y_{SVC} \\ \Delta V_{SVC} \\ \Delta Y_E \\ \Delta V_E \\ \Delta Y'_t \\ \Delta V'_t \\ \Delta Y_b \\ \Delta V_b \\ \hline \Delta y_{t(i)} \\ \Delta V_{t(i)} \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{cccccccccc|cc}
\frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} & \frac{\partial P}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial P}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial P}{\partial Y_E} & \frac{\partial P}{\partial Eg} & \frac{\partial P}{\partial Y'_t} & \frac{\partial P}{\partial T'} & \frac{\partial P}{\partial Y_b} & \frac{\partial P}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial P}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial P}{\partial t_i} \\
\frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial Q}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial Q}{\partial Y_E} & \frac{\partial Q}{\partial Eg} & \frac{\partial Q}{\partial Y'_t} & \frac{\partial Q}{\partial T'} & \frac{\partial Q}{\partial Y_b} & \frac{\partial Q}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial Q}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial Q}{\partial t_i} \\
\frac{\partial Y_{SVC}}{\partial \theta} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial V} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial Y_E} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial Eg} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial Y'_t} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial T'} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial Y_b} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial Y_{SVC}}{\partial t_i} \\
\frac{\partial V_{SVC}}{\partial \theta} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial V} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial Y_E} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial Eg} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial Y'_t} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial T'} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial Y_b} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial V_{SVC}}{\partial t_i} \\
\frac{\partial Y_E}{\partial \theta} & \frac{\partial Y_E}{\partial V} & \frac{\partial Y_E}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial Y_E}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial Y_E}{\partial Y_E} & \frac{\partial Y_E}{\partial Eg} & \frac{\partial Y_E}{\partial Y'_t} & \frac{\partial Y_E}{\partial T'} & \frac{\partial Y_E}{\partial Y_b} & \frac{\partial Y_E}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial Y_E}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial Y_E}{\partial t_i} \\
\frac{\partial V_E}{\partial \theta} & \frac{\partial V_E}{\partial V} & \frac{\partial V_E}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial V_E}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial V_E}{\partial Y_E} & \frac{\partial V_E}{\partial Eg} & \frac{\partial V_E}{\partial Y'_t} & \frac{\partial V_E}{\partial T'} & \frac{\partial V_E}{\partial Y_b} & \frac{\partial V_E}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial V_E}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial V_E}{\partial t_i} \\
\frac{\partial Y'_t}{\partial \theta} & \frac{\partial Y'_t}{\partial V} & \frac{\partial Y'_t}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial Y'_t}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial Y'_t}{\partial Y_E} & \frac{\partial Y'_t}{\partial Eg} & \frac{\partial Y'_t}{\partial Y'_t} & \frac{\partial Y'_t}{\partial T'} & \frac{\partial Y'_t}{\partial Y_b} & \frac{\partial Y'_t}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial Y'_t}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial Y'_t}{\partial t_i} \\
\frac{\partial V'_t}{\partial \theta} & \frac{\partial V'_t}{\partial V} & \frac{\partial V'_t}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial V'_t}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial V'_t}{\partial Y_E} & \frac{\partial V'_t}{\partial Eg} & \frac{\partial V'_t}{\partial Y'_t} & \frac{\partial V'_t}{\partial T'} & \frac{\partial V'_t}{\partial Y_b} & \frac{\partial V'_t}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial V'_t}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial V'_t}{\partial t_i} \\
\frac{\partial Y_b}{\partial \theta} & \frac{\partial Y_b}{\partial V} & \frac{\partial Y_b}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial Y_b}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial Y_b}{\partial Y_E} & \frac{\partial Y_b}{\partial Eg} & \frac{\partial Y_b}{\partial Y'_t} & \frac{\partial Y_b}{\partial T'} & \frac{\partial Y_b}{\partial Y_b} & \frac{\partial Y_b}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial Y_b}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial Y_b}{\partial t_i} \\
\frac{\partial V_b}{\partial \theta} & \frac{\partial V_b}{\partial V} & \frac{\partial V_b}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial V_b}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial V_b}{\partial Y_E} & \frac{\partial V_b}{\partial Eg} & \frac{\partial V_b}{\partial Y'_t} & \frac{\partial V_b}{\partial T'} & \frac{\partial V_b}{\partial Y_b} & \frac{\partial V_b}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial V_b}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial V_b}{\partial t_i} \\
\hline
\frac{\partial y_{t(i)}}{\partial \theta} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial V} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial Y_E} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial Eg} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial Y'_t} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial T'} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial Y_b} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial y_{t(i)}}{\partial t_i} \\
\frac{\partial V_{t(i)}}{\partial \theta} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial V} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial Y_{SVC}} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial B_{SVC}} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial Y_E} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial Eg} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial Y'_t} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial T'} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial Y_b} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial B_{sh}} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial y_{t(i)}} & \frac{\partial V_{t(i)}}{\partial t_i}
\end{array}\right]
\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta Y_{SVC} \\ \Delta B_{SVC} \\ \Delta Y_E \\ \Delta Eg \\ \Delta Y'_t \\ \Delta T' \\ \Delta Y_b \\ \Delta B_{sh} \\ \hline \Delta y_{t(i)} \\ \Delta t_i \end{bmatrix}
\qquad (5.1)
$$

$$
\begin{bmatrix} \Delta y_{t(i)} \\ \\ \Delta V_{t(i)} \end{bmatrix} = [D'] \begin{bmatrix} \Delta y_{t(i)} \\ \\ \Delta t_i \end{bmatrix} \qquad (5.2)
$$

Considerando-se $\Delta y_{t\ (i)} = 0$, faz-se nova redução usando-se (5.3). A matriz [D''], de dimensão (1x1), resultante desta redução relaciona a tensão na barra controlada com o tap do LTC responsável pelo controle:

$$
[D''] = [D'] - [C'] [A']^{-1} [B'] \qquad (5.3)
$$

$$
\Delta V_{t(i)} = [D''] \Delta t_i \qquad (5.4)
$$

$$
\frac{\Delta V_{t(i)}}{-\Delta t_i} = -[D''] \qquad (5.6)
$$

O mesmo procedimento pode ser aplicado para obter-se, separadamente, os índices de adequação das outras ações de controle.

A fatoração com [D] de dimensão (2x2), que implica na retirada de duas linhas e duas colunas de [J], é vantajosa por manter idênticas as estruturas das quatro submatrizes da matriz Jacobiana. Embora teoricamente seja necessária uma nova redução para tornar explícita a relação entre a tensão e a ação de controle, o que não ocorre ao se fatorar [A] com [D] de dimensão (1x1), isso não envolve nenhum cálculo extra.

Seja [J] a matriz Jacobiana das equações linearizadas de fluxo de carga em sua forma atual, com ordem (2n + 2nc), onde n é o número de barras e nc o número de controles, a qual pode ser particionada em quatro submatrizes [A], [B], [C] e [D] como mostrado anteriormente. Como a matriz [D'] de dimensão (2x2) é calculada por (4.5), cada controle analisado requer uma nova partição de [J], o que deve ser feito nc vezes, e que significa grande esforço computacional.

Entretanto, cada matriz [A] é exatamente como [J], exceto que duas linhas e duas colunas foram retiradas. Isto não precisa ser feito explicitamente, sendo somente necessário substituir os dois elementos diagonais por elementos numéricos grandes. O resumo do problema em questão é:

- a matriz [J] de ordem (2n + 2nc) é conhecida,
- os fatores triangulares [L] e [U] são conhecidos,
- a matriz [J] deve ser (implicitamente) modificada pela exclusão de duas linhas e colunas, resultando na matriz [A],
- resolver o sistema linear modificado [A] [X] = [B]

O problema em questão envolve uma série de modificações pequenas em [J] e pode ser resolvido eficientemente por métodos de compensação baseados no Lema da Matriz Inversa Generalizada [Alsaç, 1983], uma vez que:

- o número de modificações em [J] é pequeno,
- as modificações não são permanentes e
- a resolução de [A] [X] = [B] não é repetitiva, pois [B] tem somente duas colunas.

Esse esquema é muito utilizado na simulação de contingências em métodos iterativos de fluxo de carga com sistemas linearizado auxiliar de matriz constante. Na Seção 5.2.1 é provado que os elementos da inversa de [D'] estão nos fatores triangulares de [J] e, para serem sacados de lá, são necessárias somente quatro substituições rápidas para a frente. Isso torna o cálculo extremamente rápido.

5.2.1 Cálculo da Matriz [D'] usando o Lema da Matriz Inversa Generalizada

Seja o sistema linear:

$$[J]\,[X]=[B] \tag{5.7}$$

O problema a ser resolvido é a solução de:

$$([J]+[\Delta J])[X]=[B] \tag{5.8}$$

que pode ser rescrito como:

$$\left([J]+[M][\delta j]\left[M^t\right]\right)[X]=[B] \tag{5.9}$$

Aplicando o Lema da Matriz Inversa, a solução é:

$$[X]=\left(\left[J^{-1}\right]-\left[J^{-1}\right][M]\,[C]\left[M^t\right]\left[J^{-1}\right]\right)[B] \tag{5.10}$$

onde:

$$[C]=\left(\left[\delta j^{-1}\right]+[Z]\right)^{-1} \tag{5.11}$$

sendo:

$$[Z]=\left[M^t\right]\left[J^{-1}\right][M] \tag{5.12}$$

$$\left[M^t\right]=\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

$$[\delta j]=\begin{bmatrix} 10^{15} & 0 \\ \\ 0 & 10^{15} \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

com (5.11), (5.12) e (5.14) de dimensão (2x2), e (5.13) de dimensão (2x2nb).

Como definido, a matriz [Z] é composta dos elementos de $[J^{-1}]$ associados com os elementos diagonais de [J] afetados pela modificação. Aqui é provado que a matriz [D'] procurada é a inversa de [Z].

Se

$$[J]=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad e \quad [J^{-1}]=\begin{bmatrix} X & Y \\ W & Z \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

o produto $[J][J^{-1}]=[I]$ fornece duas relações:

$$[C][Y]+[D][Z]=[I] \tag{5.16}$$

$$[A][Y]+[B][Z]=[0] \tag{5.17}$$

resultando, após desenvolvimento algébrico, em:

$$[Z^{-1}]=[D]-[C][A^{-1}][B] \tag{5.18}$$

e portanto prova que:

$$[Z^{-1}]=[D'] \tag{5.19}$$

Como definido,

$$[Z]=[M^t][J^{-1}][M]=[M^t][U^{-1}][L^{-1}][M]=[\overline{\omega}^t][\omega] \tag{5.20}$$

onde:

$$[L^{-1}][M]=[\omega] \text{ e } [M^t][U^{-1}]=[\overline{\omega}^t] \tag{5.21}$$

$[\omega]$ e $[\overline{\omega}^t]$ são calculados por quatro substituições rápidas para a frente e então:

$$[D']=\left([\overline{\omega}^t][\omega]\right)^{-1}\text{, de dimensão (2x2).} \tag{5.22}$$

5.3 Análise Simultânea das Ações de Controle

Em um sistema de grande porte, o número de modificações em [J] seriam grandes (retirada de todas as linhas e colunas relativas aos diversos controles) e permanentes, deixando de ser interessante o uso de métodos de compensação baseados no Lema da Matriz Inversa Generalizada. Neste caso seria feita apenas uma partição em [J], o que significa fazer a fatoração da matriz [A] somente uma vez:

$$[J_{aumentado}] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

onde:

- A tem dimensão (2n x 2n)
- B tem dimensão (2n x nc)
- C tem dimensão (nc x 2n)
- D tem dimensão (nc x nc)

Todo o trabalho computacional no cálculo de $[D']$ reside no cálculo de $[A]^{-1}$, ou seja, na resolução do sistema linear [A] [X] = [B], onde [X] tem as mesmas dimensões de [B]. A matriz [A] é exatamente igual à Jacobiana tradicional, uma matriz esparsa de grande porte, e formada por quatro submatrizes com estruturas idênticas. Técnicas de fatoração triangular de matrizes esparsas, como a fatoração LDU, têm sido usadas com excelente desempenho computacional a cada iteração do método de Newton para resolver o problema do fluxo de carga.

O problema pode ser resumido como:

- a matriz [J] de ordem (2n + nc) é conhecida
- particionar [J] nas matrizes [A], [B], [C] e [D]
- fatorar [A]
- resolver o sistema linear [A] [X] = [B]
- calcular [D’] = [D] – [C] [X]

5.4 Conclusões

Concluiu-se que os índices de adequação de ações de controle de tensão podem ser calculados eficientemente em sistemas de grande porte, possibilitando a sua utilização em tempo real, uma vez que o tempo necessário de processamento para analisar-se o comportamento das ações de controle de tensão em um determinado ponto de operação é aproximadamente igual ao tempo necessário para fazer uma iteração do problema do fluxo de carga pelo método de Newton.

O cálculo dos índices pode ser feito através de métodos de compensação baseados no Lema da Matriz Inversa Generalizada (análise separada de cada ação de controle) ou fatorando-se uma única vez a matriz [J] tradicional do fluxo de carga (análise simultânea das ações de controle).

A análise conjunta tem a vantagem de fornecer também índices que podem expressar a interação entre as diversas ações de controle do sistema e as tensões controladas.