

- 1 T. Ozdemir, J. L. Volakis, M.W. Nurnberger, "Analysis oh Thin Multioctave Cavity-Backed Slot Spiral Antennas," IEEE Press, 1998.
- 2 V.H.Rumsey, "Frequency Independent Antennas," 1957 IRE National Convention Record, pt. 1, pp. 114-118.
- 3 J.D.Dyson, "The Equiangular Spiral Antenna," IRE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-7, pp. 181-187, April 1959.
- 4 J.D.Dyson, "The Unidirectional Equiangular Spiral Antenna,," IRE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-7, pp. 329-334, October 1959.
- 5 R.H. DuHamel and D.E. Isbell, "Broadband Logarithmically Periodic Antenna Structures," 1957 IRE National Convention Record, pt. 1, pp. 119-128.
- 6 D.E.Isbell, "Log Periodic Dipole Arrays," IRE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-8, pp. 260-267, May 1960.
- 7 R. S. Elliot, "A View of Frequency Independent Antennas," The Microwave Journal, pp. 61-68, December 1962.
- 8 Eric D. Caswell, "Desing and analysis of star spiral with aplplication to wideband arrays with variant element size", Tese de Doutorado, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute, 2001
- 9 E. Gschwendtner, W. Wiesbeck, "Low-Cost Spiral Antenna with Dual-Mode Radiation Pattern for Integrated Radio Services," Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik,
- 10 J. L. Volakis, M.W. Nurnberger, and D.S. Filipovic, "A Broadband Cavity-Backed Slot Spiral Antenna," IEEE Antennas Propag. Mag., vol. 43, no. 6, pp. 15-26, dec 2001.
- 11 C. A. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics," John Wiley and Sons, New York, 1989.
- 12 Glisson, Allen Willburn, "On the Development of Numerical Techniques for Treating Arbitrarily-Shaped Surfaces," Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia, Universidade do Mississippi, junho 1978
- 13 Chen-to, Tai, "Dyadic Green function in electromagnetic theory" IEEE Press 1994

Apêndice A

Determinação da expressão da diádica de Green da cavidade

A.1

Cavidade com paredes condutoras

Seja uma cavidade cilíndrica, com profundidade L , descrita em um sistema de coordenadas cilíndricas, com o eixo dos z coincidente com o eixo da cavidade, e os planos $z = 0$ e $z = -L$ correspondendo às faces planas da cavidade. A diádica de Green pode ser obtida pelo método da superposição de espalhamentos [10], ou seja pela soma da diádica de Green do espaço livre com termos correspondentes à solução da equação de onda homogênea, da forma:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{G}} = & \sum_n \frac{\vec{h}_n^>(\vec{r}) \cdot \vec{h}_n^<(\vec{r}')}{2Y_n} u(z - z') + \sum_n \frac{\vec{h}_n^<(\vec{r}) \cdot \vec{h}_n^>(\vec{r}')}{2Y_n} u(z' - z) + \frac{\delta(\vec{r} - \vec{r}')}{j\omega\mu} \vec{a}_z \vec{a}_z \\ & + \sum_n \frac{\vec{h}_n^>(\vec{r}) \vec{\alpha}_n(\vec{r}')}{2Y_n} + \sum_n \frac{\vec{h}_n^<(\vec{r}) \vec{\gamma}_n(\vec{r}')}{2Y_n} \end{aligned} \quad (A1)$$

Os vetores $\vec{\alpha}_n(\vec{r}')$ e $\vec{\gamma}_n(\vec{r}')$ são obtidos pela aplicação das condições de contorno em $z = 0$ e $z = -L$ (componente longitudinal do campo magnético nula)

Resulta:

$$\text{Em } z=0, \quad \int \vec{h}_n^< \cdot \vec{M} + \int \vec{\alpha}_n \cdot \vec{M} + \int \vec{\gamma}_n \cdot \vec{M} = 0 \quad (A2)$$

$$\text{Em } z=-L, \quad e^{-2\Gamma_n L} \int \vec{h}_n^> \cdot \vec{M} + \int \vec{\alpha}_n \cdot \vec{M} + e^{-2\Gamma_n L} \int \vec{\gamma}_n \cdot \vec{M} = 0 \quad (A3)$$

Resolvendo-se o sistema de equações (A2) e (A3), tem-se:

$$\int \vec{\gamma}_n \cdot \vec{M} = \frac{e^{-\Gamma_n L} \int \vec{h}_n^> \cdot \vec{M} - e^{\Gamma_n L} \int \vec{h}_n^< \cdot \vec{M}}{e^{\Gamma_n L} - e^{-\Gamma_n L}} \quad (\text{A4})$$

$$\int \vec{\alpha}_n \cdot \vec{M} = \frac{e^{-\Gamma_n L} \int \vec{h}_n^< \cdot \vec{M} - e^{\Gamma_n L} \int \vec{h}_n^> \cdot \vec{M}}{e^{\Gamma_n L} - e^{-\Gamma_n L}} \quad (\text{A5})$$

ou,

$$\vec{\gamma}_n(\vec{r}') = \frac{e^{-\Gamma_n L} \vec{h}_n^> - e^{\Gamma_n L} \vec{h}_n^<}{e^{\Gamma_n L} - e^{-\Gamma_n L}} \quad (\text{A6})$$

$$\vec{\alpha}_n(\vec{r}') = \frac{e^{-\Gamma_n L} \vec{h}_n^< - e^{\Gamma_n L} \vec{h}_n^>}{e^{\Gamma_n L} - e^{-\Gamma_n L}} \quad (\text{A7})$$

e

$$\begin{aligned} \vec{\vec{G}}(\vec{r}, \vec{r}') = & \sum_n \left[\frac{\vec{h}_n^>(\vec{r}) \vec{h}_n^<(\vec{r}')}{2Y_n} u(z - z') + \frac{\vec{h}_n^<(\vec{r}) \vec{h}_n^>(\vec{r}')}{2Y_n} u(z' - z) \right] \\ & + \sum_n \frac{e^{-\Gamma_n L} \vec{h}_n^>(\vec{r}) \vec{h}_n^<(\vec{r}') - e^{-\Gamma_n L} \vec{h}_n^<(\vec{r}) \vec{h}_n^>(\vec{r}')}{2Y_n (e^{\Gamma_n L} - e^{-\Gamma_n L})} \\ & + \sum_n \frac{e^{-\Gamma_n L} \vec{h}_n^<(\vec{r}) \vec{h}_n^<(\vec{r}') - e^{-\Gamma_n L} \vec{h}_n^<(\vec{r}) \vec{h}_n^>(\vec{r}')}{2Y_n (e^{\Gamma_n L} - e^{-\Gamma_n L})} - \frac{\delta(\vec{r} - \vec{r}')}{j\omega\mu} \vec{a}_z \vec{a}_z \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

A.2

Cavidade terminada por estrutura com matriz de espalhamento S11

Seja uma cavidade cilíndrica, terminada em $z=0$ por um plano condutor perfeito, em $z=-L$ por uma estrutura de microondas com matriz de espalhamento S11. Aplicando-se, mais uma vez, superposição de espalhamentos, a matriz de espalhamento terá a forma dada por (A1).

O campo magnético resultante da excitação por uma corrente magnética, será então:

$$\begin{aligned} \vec{H} = \sum \frac{1}{2Y_n} \{ \vec{h}_n^> e^{-j\beta z} \int \vec{h}_n^< e^{j\beta z} \cdot \vec{M} \cdot u(z-z') + \vec{h}_n^< e^{j\beta z} \int \vec{h}_n^< e^{-j\beta z} \cdot \vec{M} \cdot u(z-z') + \\ \vec{h}_n^> e^{-j\beta z} \alpha_n + \vec{h}_n^< e^{j\beta z} \gamma_n \} - \frac{1}{j\omega\mu} \int \vec{M}_z \delta(\vec{r} - \vec{r}') \vec{a}_z \end{aligned} \quad (A9)$$

(A9) pode ser colocada na forma vetorial:

$$\begin{aligned} \vec{H} = [\vec{h}^>]^T \left\{ \left[\frac{e^{-j\beta z}}{2Y_n} \int \vec{h}_n^< e^{j\beta z} \cdot \vec{M} \right] u(z-z') + \left[\frac{e^{-j\beta z}}{2Y_n} \alpha_n \right] \right\} + \\ [\vec{h}^<]^T \left\{ \left[\frac{e^{j\beta z}}{2Y_n} \int \vec{h}_n^> e^{-j\beta z} \cdot \vec{M} \right] u(z-z') + \left[\frac{e^{j\beta z}}{2Y_n} \gamma_n \right] \right\} - \frac{1}{j\omega\mu} \int \vec{M}_z \delta(\vec{r} - \vec{r}') \vec{a}_z \end{aligned} \quad (A10)$$

Onde o índice superior T significa vetor transposto (os elementos de cada um dos vetores de (A10) estão indicados entre [])

Aplicando-se as condições de cortorma em $z=0$ (componente longitudinal do campo magnético nula), tem-se:

$$\left[\int \vec{h}_n^< e^{j\beta z} \cdot \vec{M} \right] + [\alpha_n] = -[\gamma_n] \quad (A11)$$

em $z = -L$ deve-se ter:

$$\begin{bmatrix} H_z^> \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_z^< \end{bmatrix} \quad (\text{A12})$$

onde os elementos dos vetores $\begin{bmatrix} H_z^> \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} H_z^< \end{bmatrix}$ são as amplitudes da componentes longitudinais do campo magnético no modo n , propagando-se nas direções positiva e negativa do eixo z , respectivamente.

De (A10) e (A12) resulta,

$$\begin{bmatrix} \frac{e^{j\beta_n L}}{2Y_n} \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{e^{-j\beta_n L} \int \vec{h}_n^> e^{-j\beta_z} \cdot \vec{M}}{2Y_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{e^{-j\beta_n L} \gamma_n}{2Y_n} \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{A13})$$

Resolvendo-se o sistema dado por (A11) e (A13), tem-se, finalmente:

$$\begin{bmatrix} \gamma \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ST \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H^> \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ST \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^< \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \gamma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H^< \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

sendo $\begin{bmatrix} I \end{bmatrix}$ a matriz de identidade, $\begin{bmatrix} ST \end{bmatrix}$ uma matriz quadrada, com elementos dados por :

$$ST_{ij} = \frac{Y_i}{Y_j} e^{-(\Gamma_i + \Gamma_j)L} s1_{ij}$$

e cada elemento dos vetores $\begin{bmatrix} H^> \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} H^< \end{bmatrix}$ são os vetores $\vec{h}_n^>(\vec{r}')$ e $\vec{h}_n^<(\vec{r}')$, respectivamente

Apêndice B

Cálculo de um tipo de integral com singularidade no integrando

Seja a integral da forma

$$I = \int_S F(x', y') G ds' \quad (B1)$$

onde $G = \frac{e^{-jkR}}{R}$, $R = \sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2}$

A região de integração é um quadrilátero, limitado pelas retas :

$$y' = 0$$

$$y' = y_2$$

$$x' = a_1 y'$$

$$x' = a_2 y' + b_2$$

como pode ser observado na Fig. B1.

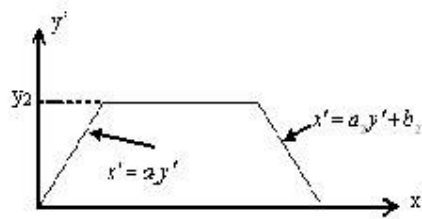


Figura B1 - Região de integração da integral dada em B.1

Integrais como esta aparecem em (3.16). (3.17) e (3.18). Quando $x \rightarrow x'$ e $y \rightarrow y'$, $R \rightarrow 0$ e o integrando torna-se singular. Afim de possibilitar o cálculo numérico, (B.1) será colocada na forma:

$$I = \left\{ \int \left[F(x', y') \frac{e^{-jkR}}{R} - \frac{F(x, y)}{R} \right] ds' + F(x, y) \int \frac{1}{R} ds' \right\} \quad (B2)$$

O integrando da primeira integral em (B2) deixa de ter singularidades, podendo ser efetuado numericamente.

A integral $\int \frac{1}{R} ds'$, com integrando singular pode ser determinada como mostrado abaixo.

$$\int \frac{1}{R} ds' = \int_{0_1}^{y_2} \int_{a_1 y'}^{a_2 y' + b_2} \frac{dx' dy'}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}}$$

como
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

tem-se:

$$\int \frac{1}{R} ds' = I_1 - I_2 \quad (B3)$$

sendo,

$$I_1 = \int_{0_1}^{y_2} \ln(a_2 y' + b_2 - x + \sqrt{(a_2 y' + b_2 - x)^2 + (y' - y)^2}) dy' \quad (B4)$$

e

$$I_2 = \int_{0_1}^{y_2} \ln(a_1 y' - x + \sqrt{(a_1 y' - x)^2 + (y' - y)^2}) dy' \quad (B5)$$

A determinação de I_1 será analisada abaixo. Para I_2 o procedimento é similar.

Quando $y' = y$, o integrando de I_1 assume o valor:

$$\text{Integrando de } I_1 = \ln(a_2 y + b_2 - x + |a_2 y + b_2 - x|) \quad (\text{B6})$$

caso $a_2 y + b_2 - x > 0$, I_1 é computada numericamente. Caso contrário, tendo em vista que:

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow y'} \left[a_2 y' + b_2 - x + \sqrt{(a_2 y' + b_2 - x)^2 + (y' - y)^2} \right] \\ = a_2 y' + b_2 - x + |a_2 y' + b_2 - x| + \frac{1}{2} \frac{(y' - y)^2}{|a_2 y' + b_2 - x|} \end{aligned} \quad (\text{B7})$$

I_1 é colocada na forma:

$$\begin{aligned} I_1 = \int \left\{ \ln(a_2 y' + b_2 - x + \sqrt{(a_2 y' + b_2 - x)^2 + (y' - y)^2}) - \ln\left(\frac{(y' - y)^2}{2|x - a_2 y' + b_2|}\right) \right\} dy' \\ + 2 \int_{y_2}^{y_{12}} \ln|y' - y| dy' - \int_{y_1}^{y_2} (2|x - b_2 - a_2 y'|) dy' \end{aligned} \quad (\text{B8})$$

A primeira das integrais acima é computada numericamente, a as duas outras são determinadas analiticamente, resultando, finalmente:

Caso $a_2 \neq 0$:

- Se $x < a_2 y + b_2$:

$$I_1 = \int_{y_1}^{y_2} \ln(a_2 y' + b_2 - x + \sqrt{(a_2 y' + b_2 - x)^2 + (y' - y)^2}) dy' \quad (\text{B9a})$$

- Se $x > a_2 y + b_2$

$$\begin{aligned}
 I_1 = & \int_{y_1}^{y_2} \left[\ln(a_2 y' + b_2 - x + \sqrt{(a_2 y' + b_2 - x)^2 + (y' - y)^2}) - \ln\left(\frac{(y' - y)^2}{2|a_2 y' + b_2 - x|}\right) \right] dy' \\
 & + 2[(y_2 - y) \ln|y_2 - y| + (y - y_1) \ln|y - y_1| - (y_2 - y_1)] \\
 & - \frac{(a_2 y_2 + b_2 - x) \ln|2(a_2 y_2 + b_2 - x)|}{a_2} - \frac{(x - a_2 y_1 - b_2) \ln|2(x - a_2 y_1 - b_2)|}{a_2} \\
 & + (y_2 - y_1)
 \end{aligned}
 \tag{B9b}$$

Se $x = a_2 y + b_2$

Para $y > y_2$:

$$I_1 = \ln(\sqrt{a_2^2 + 1} - a_2)(y_2 - y_1) + (y_2 - y) \ln|y_2 - y| + (y - y_1) \ln|y - y_1| - (y_2 - y_1)
 \tag{B9c}$$

Para $y_1 < y < y_2$

$$I_1 = \ln(\sqrt{a_2^2 + 1} + a_2)(y_2 - y_1) + (y_2 - y) \ln|y_2 - y| + (y - y_1) \ln|y - y_1| - (y_2 - y_1)
 \tag{B9d}$$

Para $y < y_1$

$$\begin{aligned}
 I_1 = & \ln(\sqrt{a_2^2 + 1} - a_2)(y - y_1) + \ln(\sqrt{a_2^2 + 1} + a_2)(y_2 - y) \\
 & + (y_2 - y) \ln|y_2 - y| + (y - y_1) \ln|y - y_1| - (y_2 - y_1)
 \end{aligned}
 \tag{B9e}$$

Caso $a_2 = 0$:

- Se $x < b_2$:

$$I_1 = \int_{y_1}^{y_2} \ln(b_2 - x + \sqrt{(b_2 - x)^2 + (y' - y)^2}) dy' \quad (\text{B9f})$$

- Se $x > b_2$

$$I_1 = \int_{y_1}^{y_2} \left[\ln(b_2 - x + \sqrt{(b_2 - x)^2 + (y' - y)^2}) - \ln\left(\frac{(y' - y)^2}{2|b_2 - x|}\right) \right] dy' \\ + 2[(y_2 - y) \ln(|y_2 - y|) + (y - y_1) \ln|y - y_1| - (y_2 - y_1)] - \ln|2(x - b_2)|(y_2 - y_1) \quad (\text{B9g})$$

Se $x = b_2$

$$I_1 = (y_2 - y) \ln|y_2 - y| + (y - y_1) \ln|y - y_1| - (y_2 - y_1) \quad (\text{B9h})$$

Apêndice C

Dedução da expressão de $A_{ij\ ext.}^{(2)}$.

Seja a equação (3.16), repetida abaixo:

$$A_{ij\ ext.}^{(2)} = \int_{s_i} \vec{M}_i \cdot \left\{ \nabla \int_{s_j} \nabla' \cdot \vec{M}_j G ds'_j \right\} ds_i \quad (C1)$$

designado-se, $\int_{s_j} \nabla' \cdot \vec{M}_j G ds'_j$ por $GM(\vec{M}_j)$, tem-se,

$$A_{ij\ ext.}^{(2)} = \int_{s_i} \vec{M}_i \cdot \nabla GM(\vec{M}_j) ds_i \quad (C2)$$

Considerando-se a região de integração dada pela Fig. C1, resulta:

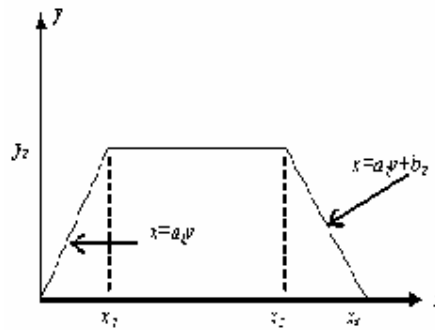


Figura C1 - Geometria da região de integração, S_i

$$\begin{aligned}
A_{ij\ ext.}^{(2)} = & \int_0^{y_2} \int_{x=a_1y}^{x=a_2y+b_2} M_{ix} \frac{\partial GM(\vec{M}_j)}{\partial x} dx_i dy_i + \int_0^{x_2} \int_{y=0}^{y=\frac{x}{a_1}} M_{iy} \frac{\partial GM(\vec{M}_j)}{\partial y} dy_i dx_i \\
& + \int_{x_2}^{x_3} \int_0^{y_2} M_{iy} \frac{\partial GM(\vec{M}_j)}{\partial y} dy_i dx_i + \int_{x_3}^{x_4} \int_{y=\frac{x-b_2}{a_2}}^{y_2} M_{iy} \frac{\partial GM(\vec{M}_j)}{\partial y} dy_i dx_i
\end{aligned} \quad (C3)$$

onde M_{ix} e M_{iy} são as componentes x e y de $\vec{M}_i$, respectivamente.

Integrando por partes as integrais internas, obtém-se:

$$\begin{aligned}
A_{ij\ ext.}^{(2)} = & \int_0^{y_2} \left[M_{ix} GM(\vec{M}_j) \right]_{x=a_1y}^{x=a_2y+b_2} dy_i - \int_0^{y_2} \int_{x=a_1y}^{x=a_2y+b_2} GM(\vec{M}_j) \frac{\partial M_{ix}}{\partial x} dx_i dy_i \\
& + \int_0^{x_2} \left[M_{iy} GM(\vec{M}_j) \right]_{y=0}^{y=\frac{x}{a_1}} dx_i - \int_0^{x_2} \int_{y=0}^{y=\frac{x}{a_1}} GM(\vec{M}_j) \frac{\partial M_{iy}}{\partial y} dy_i dx_i \\
& + \int_{x_2}^{x_3} \left[M_{iy} GM(\vec{M}_j) \right]_0^{y_2} dx_i - \int_{x_2}^{x_3} \int_{y=0}^{y=y_2} GM(\vec{M}_j) \frac{\partial M_{iy}}{\partial y} dy_i dx_i \\
& + \int_{x_3}^{x_4} \left[M_{iy} GM(\vec{M}_j) \right]_{y=0}^{y=\frac{x-b_2}{a_2}} dx_i - \int_{x_3}^{x_4} \int_{y=0}^{y=\frac{x-b_2}{a_2}} GM(\vec{M}_j) \frac{\partial M_{iy}}{\partial y} dy_i dx_i
\end{aligned} \quad (C4)$$

onde $\left[F \right]_{y=a}^{y=b}$ significa valor da função F , para $y=b$ menos o valor de F para $y=a$.

Admitindo-se que o valor de $GM(\vec{M}_j)$, ao longo da integração em S_i possa ser aproximado por seu valor no ponto médio da região de integração, tem-se, finalmente:

$$\begin{aligned}
 A_{ij\ ext.}^{(2)} = & -GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=x_i\ \text{médio} \\ y=y_i\ \text{médio}}} \int_0^{y_2} \int_{x=a_1 y}^{x=a_2+b_2} \left(\frac{\partial M_{ix}}{\partial x} + \frac{\partial M_{iy}}{\partial y} \right) dx_i dy_i \\
 & + GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=x_2/2 \\ y=y_2/2}} \int_0^{y_2} M_{ix} dy_i \Big|_{x=a_1 y} - GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=(x_3+x_4)/2 \\ y=y_2/2}} \int_0^{y_2} M_{ix} dy_i \Big|_{x=a_2 y+b_2} \\
 & + GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=(x_3+x_4)/2 \\ y=y_2/2}} \int_{x_3}^{x_4} M_{iy} dx_i \Big|_{y=(x-b_2)/a_2} - GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=(x_3+x_4)/2 \\ y=y_2}} \int_{x_3}^{x_4} M_{iy} dx_i \Big|_{y=y_2} \\
 & + GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=x_4/2 \\ y=y_2}} \int_{x_3}^{x_4} M_{iy} dx_i \Big|_{y=y_2} - GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=x_4/2 \\ y=0}} \int_{x_3}^{x_4} M_{iy} dx_i \Big|_{y=0} \\
 & + GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=x_2/2 \\ y=y_2}} \int_0^{x_2} M_{iy} dx_i \Big|_{y=y_2} - GM(\vec{M}_j) \Big|_{\substack{x=x_2/2 \\ y=y_2/2}} \int_0^{x_2} M_{iy} dx_i \Big|_{y=(x-b_2)/a_2}
 \end{aligned} \tag{C5}$$

onde $F \Big|_{\substack{x=a \\ y=b}}$ significa valor da função F para $x=a$ e $y=b$