

Projeto de Graduação



11 de Julho de 2022

Controle Servo-bilateral Discreto para Teleoperação com Atraso de Comunicação

Diogo de Freitas Infante Vieira



www.ele.puc-rio.br



Controle Servo-bilateral Discreto para Teleoperação com Atraso de Comunicação

**Estudantes: Diogo de Freitas Infante
Vieira**

Orientador: Marco Antonio Meggiolaro

Co-advisor: Helon Vicente Hultmann Ayala

Trabalho apresentado com requisito parcial à conclusão do curso de Engenharia de Controle e Automação na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço aos meus familiares. Meu pai, Flávio, por ser um exemplo de foco e disciplina. Minha mãe, Maria Luiza, por me ensinar a enxergar o mundo com leveza. Minha irmã, Flávia, pelo companheirismo e apoio incondicional. Meu avô, Luiz Carlos, pelos toques de sabedoria e parceria. E, em especial, minha avó, Maria do Carmo, pelo seu jeito carinhoso, por incentivar a minha criatividade, e por ter sido a melhor e mais presente avó que um neto poderia ter.

Aos meus amigos de longa data, que considero família, e que também optaram por seguir o caminho da engenharia, Felipe Badaró, Lucas Molter, Pedro Ferraz e Pedro Mamfrim. À Andrea Junqueira, Pedro Violante e Rodrigo Rosa, que seguiram outras carreiras. Agradeço pela parceria nos momentos mais difíceis e também nas horas de descontração. Uma jornada só vale a pena ao lado de boas companhias, e tenho certeza que vocês fizeram toda a diferença neste processo.

Às amigadas que fiz durante os anos de PUC-Rio. Na equipe Reptiles Baja PUC-Rio, em especial, Caipira, Caroline, Ju e Matheus Hoffmann. No Apple Developer Academy, em especial, Fernando Lobo, Gustavo Oliveira, Lucas Araújo, Lucas Frazão, Mateus Levi, Mariana Paiva, Mohamed Lucas, Vitor Krau, Victor Duarte e Yuri Strack. No curso de Controle e Automação, João, Julio, Ting e Wendel. Nas demais disciplinas, Carolina Cardoso, Fabio Pinheiro Cardoso, Lucas Marques e Renato Amorim.

Aos professores que me inspiraram, desafiaram e motivaram meu crescimento ao longo do caminho, Adrian Giassone, Ana Pavani, Guilherme Rosa, Helon Ayala, Karla Figueiredo, Marco Meggiolaro, Marley Vellasco, Norma Salgado, Renato Barbosa e Ricardo Venieirs.

Controle Servobilateral Discreto para Teleoperação com Atraso de Comunicação

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo descrever o desenvolvimento e a aplicação de algoritmos de controle servo-bilateral em sistemas de manipuladores robóticos tele-operados. Nesse contexto, são modeladas duas estações, uma mestra, controlada por um operador humano, e uma escrava, que recebe as informações dos sensores do manipulador mestre para reproduzir sua trajetória. Por outro lado, os efeitos das forças externas atuantes sobre o robô escravo, são refletidos no mestre e contemplados nas leis de controle, completando a bilateralidade. Para tanto, foram aplicadas técnicas de controle como o regulador quadrático linear e o Filtro de Kalman. Com isso, as rotinas desenvolvidas consideraram fatores como a presença de perturbações externas, efeitos de quantização, além de ruídos e atrasos na comunicação. Por fim, foram realizadas simulações no software MATLAB® para validação dos algoritmos produzidos.

Palavras-chave: Manipuladores Robóticos, Controle Servo-bilateral, Teleoperação, Atrasos Invariantes no Tempo

Discrete-Time Control of Bilateral Teleoperation Systems with Communication Delays

Abstract

This work presents algorithms developed for controlling teleoperated bilateral robotics manipulator systems. In order to achieve this purpose, two stations are modeled: a master station, which is controlled by a human operator, and a slave station, which receives data from the master's sensors and attempts to reproduce its trajectory. To attain bilaterality, the external forces that act on the slave station are reflected in the master. The control routines contemplate optimal techniques such as Linear Quadratic Regulator and Kalman's Filter. The algorithms consider external disturbances, quantization effects, noises, and communication delays. Finally, simulations are implemented on MATLAB® to validate the routines.

Keywords: Robotic Manipulators, Bilateral Control, Teleoperation, Non-Varying Delay

Sumário

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
Nomenclatura	vii
1 Introdução	1
a Origens da Teleoperação	1
b Primeiro Manipulador Mestre-Escravo	1
c Evoluções no Campo de Pesquisa	2
d Estado da Arte	3
e Objetivo e Metodologia	4
2 Fundamentos Teóricos	6
a Modelagem de Manipuladores Seriais e <i>quasi-seriais</i>	6
1 Princípios Construtivos	6
2 Cinemática Direta e Inversa	7
3 Formulação de Euler-Lagrange	8
b Representação de Espaço de Estados em Tempo Discreto	9
1 Princípios Conceituais	9
2 Formulação de Espaço de Estados em Tempo Contínuo	9
3 Formulação de Espaço de Estados em Tempo Discreto	10
4 Controlabilidade e Observabilidade	12
c Controle Ótimo Linear	12
1 Controlador LQR	12
2 Filtro de Kalman	13
d Controle Servo-bilateral	14
1 Princípios Conceituais	14
2 Modelagem das Estações	15
3 Controle Servo-bilateral	16
a Metodologia	16
b Simulações	21
c Implementação Computacional	21
4 Análise dos Resultados	23
a Controle de Posição com Velocidade Uniforme	23
b Controle de uma Trajetória Circular Definida	28
c Controle de uma Trajetória Retilínea Definida com Feedback de Força	32
5 Conclusão	37
6 Bibliografia	38
7 Anexos	40

Lista de Figuras

1.1	Protótipo do Barco Tele-operado por Nikola Tesla. Fonte: Tesla 1898	1
1.2	Experimentos de Raymond Goertz com Teleoperação. Fonte: American Nuclear Society Robotic and Remote Systems Division	2
1.3	Diagrama da Teleoperação Bilateral. Fonte: Veiga de Lima M, 2018	2
1.4	Diagramas das Técnicas de Controle Citadas. Fonte: Sheridan, 1978	3
1.5	Central de controle terrestre do ROTEX. Fonte: Hirzinger, Landzettel & J.Heindl, 1993	3
1.6	Exemplos de Aplicações de Manipuladores Mestre-Escravos	4
1.7	Manipuladores seriais e <i>quasi-seriais</i> . Fonte: KLIMCHIK et al, 2016	5
2.1	Comparação entre Manipuladores de Dois Graus de Liberdade	6
2.2	Representação Simbólica das Juntas. Fonte: Spong, Hutchinson e Vidyasagar, 2005	6
2.3	Diagramas de Bloco SLITC. Fonte: HINICH, 2005	10
2.4	Equivalente ZOH	11
2.5	Arquitetura de um Sistema com Realimentação de Estado Completo. Fonte: Ogata, 1997	12
3.1	Manipulador <i>quasi-serial</i> de 2-DOF	16
3.2	Diagrama de Controle com Mestre e Escravo LQR	19
3.3	Diagrama de Controle com Mestre LQR e Escravo Filtro de Kalman	20
3.4	Diagrama de Classes	22
3.5	Interface Gráfica do Sistema	22
4.1	Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme	24
4.2	Diferença dos Estados do Mestre para o Escravo nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme	25
4.3	Diferença das Estimativas dos Estados do Mestre para o Escravo nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme	26
4.4	Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme	27
4.5	Trajetórias Percorridas nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme	28
4.6	Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Circular	29
4.7	Diferença dos Estados do Mestre para o Escravo nas Simulações de Controle de Trajetória Circular	30
4.8	Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Circular	31
4.9	Trajetórias Circulares Percorridas	32
4.10	Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea sem a Ação de Forças Externas	33
4.11	Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com a Ação de Forças Externas	34
4.12	Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea sem a Ação de Forças Externas	35
4.13	Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com a Ação de Forças Externas	35
4.14	Comparação das Trajetórias Percorridas nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com e sem a Ação de Forças Externas	36

Lista de Tabelas

1	Parâmetros do Manipulador	17
2	Técnicas de Controle, Condições de Contorno e Parâmetros das Simulações	21
3	Objetivo do Controle de Posição com Velocidade Uniforme	23
4	Polos dos Controladores e Observadores das Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme	24
5	Estados Finais das Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme	27
6	Módulo dos Máximos Torques no Controle de Posição com Velocidade Uniforme	27
7	Polos dos Controladores e Observadores das Simulações de Controle de Trajetória Circular	29
8	RMSDs entre Mestre e Escravos nas Simulações de Controle de Trajetória Circular	30
9	Módulo dos Máximos Torques no Controle de Trajetória Circular	31
10	RMSDs nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com Ação de Forças Externas	34
11	RMSDs entre Mestres e Escravos LQR para cada um dos Casos Apresentados	37

Nomenclatura

<i>CMI</i>	Cirurgia Minimamente Invasiva
<i>EDF</i>	Equação de Diferenças Finitas
<i>EDO</i>	Equação Diferencial Ordinária
<i>ESA</i>	European Space Agency
<i>LQE</i>	Estimador Quadrático Linear
<i>LQR</i>	Linear Quadratic Regulator
<i>MIT</i>	Massachusetts Institute of Technology
<i>MVC</i>	Model View Controller
<i>SLITC</i>	Sistema Linear Invariante no Tempo Contínuo
<i>SLITD</i>	Sistema Linear Invariante no Tempo Discreto
<i>UML</i>	Unified Modeling Language
<i>ZOH</i>	Zero Order Hold

1 Introdução

As técnicas de controle por meio da teleoperação redefiniram paradigmas da robótica, expandiram fronteiras e permitiram um novo leque de aplicações. Nesse contexto, robôs tornaram-se capazes de acessar locais inóspitos para vida humana, receber e enviar comandos de fora do planeta e até mesmo atuar em tarefas de precisão microscópica. Em paralelo, novos desafios emergiram, como lidar com transmissões em longas distâncias, atrasos de comunicação e perdas de dados.

a Origens da Teleoperação

O primeiro registro de um sistema que utilizou teleoperação como forma de controle remoto foi um protótipo de barco em dimensões reduzidas desenvolvido pelo cientista Nikola Tesla no ano de 1898 (Tesla, 1898). Esse modelo era capaz de posicionar o leme em três configurações diferentes de acordo com o sinal enviado pelo controlador instalado em uma caixa de madeira. Dessa forma, o ângulo de atitude impresso para o veículo poderia ser definido como -45 , 0 ou 45 graus sem a presença de qualquer cabo conectando o controlador ao atuador. A ilustração presente na Figura 1.1 contextualiza a invenção de Tesla.

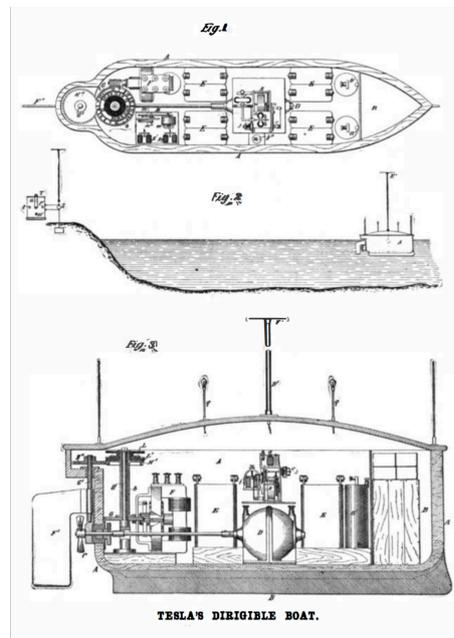


Figura 1.1: Protótipo do Barco Tele-operado por Nikola Tesla. Fonte: Tesla 1898

Como de praxe na época, o experimento foi apresentado em uma feira de exibição no Madison Square Garden na cidade de Nova York. Tal atração era tão fascinante e inovadora, que os visitantes inevitavelmente a associavam a algo mágico. Mas na realidade, se tratava de um dos primeiros passos na transmissão de sinais por meio de ondas eletromagnéticas (HAUGO, 2018).

b Primeiro Manipulador Mestre-Escravo

Ao longo da década de 40, experimentos com materiais radioativos tornaram-se cada vez mais recorrentes. Como consequência, os acidentes em laboratórios cresceram de maneira alarmante. Na maioria das vezes, tais eventos eram causados por erros no manuseio de substâncias perigosas, e suas consequências eram ocasionalmente fatais (HAUGO, 2018).

Para tornar este processo mais seguro, Raymond Goertz desenvolveu o primeiro manipulador mestre-escravo. Esse mecanismo é constituído por duas estações com geometrias análogas. A estação mestra é manuseada pelo operador e tem sua posição mapeada de acordo com a movimentação por ele realizada. Enquanto a escrava, recebe essas informações para replicar a trajetória descrita pela mestra. Sendo assim, a estação mestra pode ser considerada como a interface entre o ser humano e o ambiente no qual a escrava está inserida. A figura 1.2 mostra Goertz conduzindo experimentos com o sistema tele-operado

em seu laboratório.



Figura 1.2: Experimentos de Raymond Goertz com Teleoperação. Fonte: American Nuclear Society Robotic and Remote Systems Division

No caso do controle bilateral, a estação escrava transmite à mestra um feedback de força. Com isso, a experiência do usuário torna-se mais imersiva, uma vez que obstáculos que impedem uma determinada trajetória, podem ser percebidos na estação mestra. O diagrama da Figura 1.3 apresenta os dois sentidos de transmissão de informação entre ambas as estações.

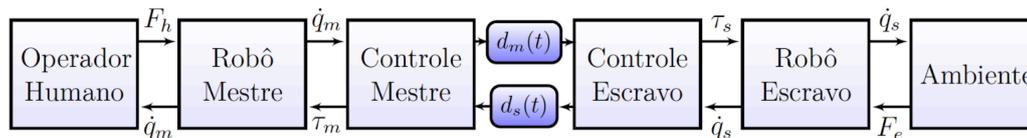


Figura 1.3: Diagrama da Teleoperação Bilateral. Fonte: Veiga de Lima M, 2018

Destaca-se ainda, que as primeiras implementações de Goertz consistiram em dispositivos inteiramente mecânicos inspirados na geometria de pantógrafos. Conforme a evolução dos projetos, foram abordadas soluções mais complexas utilizando sistemas eletrônicos. Com o avanço das pesquisas, ele publicou dois artigos no ano de 1954, o primeiro se referindo ao mecanismo mestre-escravo puramente mecânico, e o segundo, tratando das melhorias associadas à inserção da eletrônica no sistema (Niemeyer, Preusche, & Hirzinger, 2008).

c Evoluções no Campo de Pesquisa

Já nos anos 60, além da engenharia nuclear, o setor aeroespacial passou a se tornar protagonista no desenvolvimento de estudos relacionados à tele-robótica (G. SHREVE, 2003). Com a injeção de capital estatal e pressões públicas associadas à corrida espacial, a criação de sistemas de controle remoto tinha a missão de superar novos desafios, como a distância de transmissão e a garantia de confiabilidade dos sistemas (RUOFF, 1994).

Dessa forma, os manipuladores não estavam mais ao alcance do campo de visão dos operadores. Com isso, as televisões, que começavam a se popularizar na época, tornaram-se elementos fundamentais para aplicações de longas distâncias (HAUGO, 2018). Entre os precursores desse novo conceito, estava o professor do Massachusetts Institute of Technology (MIT) Thomas B Sheridan, responsável por múltiplas contribuições para a área através de pesquisas e projetos.

Destaca-se o desenvolvimento da técnica denominada *move and wait*, ou seja, mover e esperar. Tratava-se de uma abordagem simples, de controle em malha aberta, na qual o operador performava pequenos movimentos e esperava a resposta do escravo, seguida do retorno da imagem, para o envio de um novo comando (Ferrell & Sheridan, 1967). Esse método era extremamente limitado e a capacidade de previsão do operador era crucial para o sucesso do controle.

Com o desenvolvimento da microeletrônica e a evolução da capacidade computacional, os controladores tornaram-se cada vez mais capazes de abrigar inteligência. Dessa forma, foi criado o conceito de controle supervisorio. Diferentemente de seu predecessor, o controle direto, essa nova técnica adiciona camadas de processamento em ambos os sentidos da comunicação entre operador e robô, como ilustrado na imagem em seqüência (Sheridan 1987).

Além disso, o progresso na computação gráfica de tempo-real permitiu a criação de displays preditivos. Sendo assim, as imagens apresentadas para o operador consistiam em simulações do comportamento esperado dos robôs naquele instante de tempo. Esta solução para o problema do atraso na comunicação representa uma evolução com relação ao *move and wait*, pois, não cabia mais ao operador realizar pre-dições mentais da posição do robô, e sim ao sistema de controle (Sheridan 1987). As figuras 1.4(a) e 1.4(b), em seqüência, esquematizam as técnicas de controle citadas.

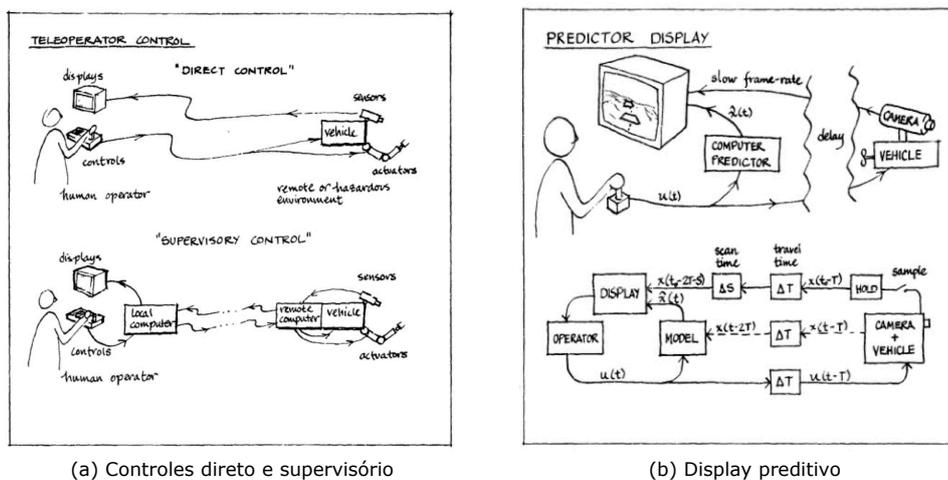


Figura 1.4: Diagramas das Técnicas de Controle Citadas. Fonte: Sheridan, 1978

A associação de ambas as técnicas, que já contemplavam contribuições de outros cientistas, permitiu que o robô ROTEX, figura 1.5, a bordo do ônibus espacial Columbia (no voo STS-55), fosse controlado do planeta terra. Para tanto, foi efetuada a teleoperação online cujo *delay* era de aproximadamente 7 segundos. Nesse caso, a interface de controle no ambiente terrestre não recebia feedback de força, mas era capaz de controlar os 6 graus de liberdade do robô (Hirzinger, Landzettel & J.Heindl, 1993).



Figura 1.5: Central de controle terrestre do ROTEX. Fonte: Hirzinger, Landzettel & J.Heindl, 1993

d Estado da Arte

Já nos anos 2000, evoluções tecnológicas em diversos campos contribuíram de forma interdisciplinar para os avanços da telerobótica. Pode-se citar como exemplos a criação de atuadores flexíveis, crescimento

na capacidade de transmissão de dados e o desenvolvimento de novos algoritmos de controle. Com isso, setores como telecirurgia e exploração espacial foram extremamente beneficiados.

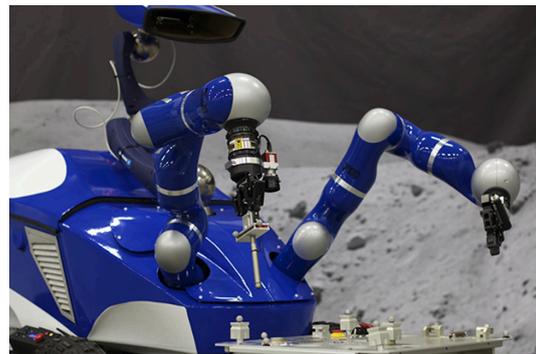
No caso da telecirurgia, médicos realizam operações minimamente invasivas (CMIs) utilizando controle háptico em um mecanismo mestre-escravo. Esse método permite uma precisão superior, comparado ao ser humano sem o uso do dispositivo, além da possibilidade da realização da cirurgia em um local diferente do qual está instalada a estação mestre (MOHAN, A. et al, 2021). Nesse contexto, a latência está diretamente relacionada às possíveis ocorrências de erro na operação. ANVARI, M. et al, 2005 avaliaram a possibilidade de realizar procedimentos com latências de até 500 ms. Como resultado consideraram que as operações eram factíveis, porém, arriscadas quando o valor superava 300 ms. Naturalmente, as telecomunicações evoluíram de maneira significativa desde o estudo citado. Com o desenvolvimento do 5G, a expectativa é de que esses procedimentos à distância tornem-se cada vez mais seguros a longas distâncias (MINOPOULOS, G. et al, 2019).

Com relação aos robôs utilizados no espaço, também é notável a evolução desde o ROTEX, que não possuía feedback de força, e foi enviado no ano de 1993. LII, N. Y. et al, 2010 realizaram testes em um mecanismo bilateral controlado por uma luva munida de 22 sensores. Como resultado, detectaram que o sucesso na captura de objetos sem realimentação de força era de aproximadamente 80%, enquanto na presença desse feedback a taxa se aproximava de 100%.

Em 2015, a agência espacial europeia (ESA) completou com sucesso uma tarefa de controle bilateral com precisão de 150 micrômetros, na qual o astronauta Andreas Mogensen's operou da estação espacial internacional um robô localizado na terra. Para que ele pudesse sentir o objeto através da luva utilizada para controle, os sinais percorreram mais de 144000 Km de distância (ESA, 2015). Em sequência, as Figuras 1.6(a) e 1.6(b) apresentam as aplicações mencionadas.



(a) Da Vinci - Robô utilizado em tele-cirurgias. Fonte: Intuitive, Da Vinci Robots



(b) Centaur - Robô controlado através da estação espacial em 2015. Fonte ESA, 2015

Figura 1.6: Exemplos de Aplicações de Manipuladores Mestre-Escravos

e Objetivo e Metodologia

O propósito principal deste trabalho é apresentar o desenvolvimento de rotinas de controle discreto para um sistema servo-bilateral tele-operado sujeito a atrasos invariantes no tempo. Para tanto, foram realizadas simulações contemplando, ações de perturbações externas, saturação dos atuadores, efeitos de quantização nos sensores e ruídos na comunicação. Nesse contexto, tinha-se como objetivo operar o manipulador escravo conforme a trajetória do robô mestre, minimizando os erros provenientes dos fatores citados. Em paralelo, também foi considerado o feedback de forças externas atuando sobre o manipulador escravo.

Como objeto de análise, optou-se por modelar manipuladores de dois graus de liberdade na configuração de paralelogramo, idênticos para ambas as estações. Estes robôs são considerados *quasi-seriais*, pois contêm elos adicionais que permitem alterações convenientes nas propriedades dinâmicas do sistema. Por exemplo, aproximar a posição dos motores com relação à da base, melhorando a distribuição de massa do robô. A seguir, a Figura 1.7 estabelece a comparação visual entre os manipuladores seriais e *quasi-seriais* (KLIMCHIK et al, 2016).

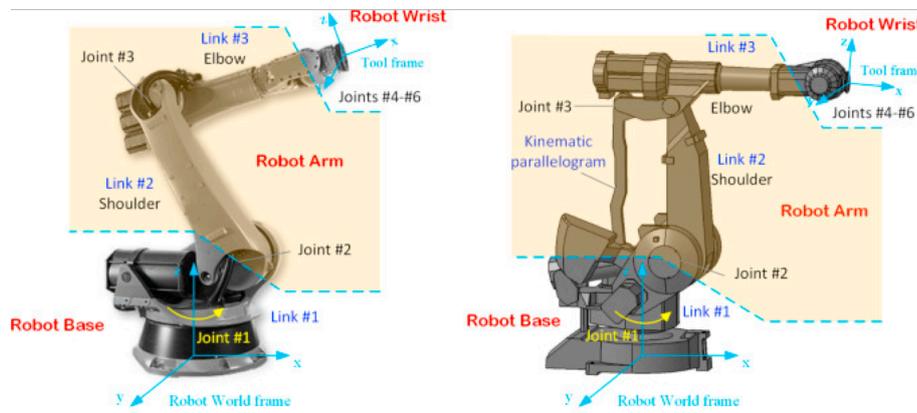


Figura 1.7: Manipuladores seriais e *quasi-seriais*. Fonte: KLIMCHIK et al, 2016

Nesse caso, a opção pelo arranjo *quasi-serial* foi motivada por uma particularidade dinâmica, na qual, os efeitos centrífugos e de coriolis são nulos. Dessa forma, o sistema tem comportamento linear, o que permite a aplicação do estimador quadrático linear (LQE) como técnica de controle, também denominada como Filtro de Kalman.

As simulações e rotinas de apoio do projeto foram desenvolvidas no software MATLAB® seguindo o paradigma de programação orientada a objetos. Essa abordagem propõe que as estruturas de dados sejam modeladas de acordo com o conceito de objetos, ou seja, entidades que possuem atributos e métodos. Ao seguir esse padrão, o código torna-se modular, genérico e limpo, de forma que adaptações como a substituição do modelo do manipulador ou da técnica de controle não afetem o restante do programa.

Em suma, o trabalho está organizado em três segmentos. No primeiro, que compreende todo o capítulo 1, encontra-se a aclimação ao tema, além das definições do problema e métodos de solução. No segundo, constam as fundamentações teóricas, capítulo 2, seguidas pela apresentação da metodologia e simulações empreendidas, capítulo 3. Por fim, no terceiro segmento, é realizada a análise de resultados, capítulo 4, seguida das discussões finais, conclusões, propostas para trabalhos futuros e referências bibliográficas

2 Fundamentos Teóricos

Esse capítulo apresenta os fundamentos matemáticos utilizados como base para formulação dos modelos e algoritmos de controle associados ao sistema servo-bilateral tele-operado sujeito a atrasos invariantes no tempo. Posto isso, propõe-se a divisão conceitual dos tópicos nas subseções Modelagem de Manipuladores Seriais e *quasi-seriais*, Representação de Espaço de Estados em Tempo Discreto, Controle Ótimo Linear e Controle Servo-bilateral.

a Modelagem de Manipuladores Seriais e *quasi-seriais*

Os manipuladores robóticos podem ser representados de acordo com modelos matemáticos que descrevem o comportamento cinemático e dinâmico do sistema. Isso é fundamental para que seja possível projetar e controlar o mecanismo conforme os requisitos necessários. Para tanto, é preciso definir os parâmetros existentes na construção física do robô.

1 Princípios Construtivos

Como mencionado, manipuladores seriais são constituídos por uma sequência de elos conectados por juntas, formando assim, uma cadeia cinemática. Com isso, um robô serial composto por n juntas, possui $n + 1$ elos. Já no caso dos *quasi-seriais*, uma junta pode estar associada a mais de um elo, produzindo estruturas no formato de paralelogramo. Para ambos os arranjos, é convencionado que o elo 0 é estático, pois representa a base do sistema (KLIMCHIK et al, 2016). As Figura 2.1(a) e Figuras 2.1(b) são diagramas que representam respectivamente um manipulador serial e outro *quasi-serial* de dois graus de liberdade.

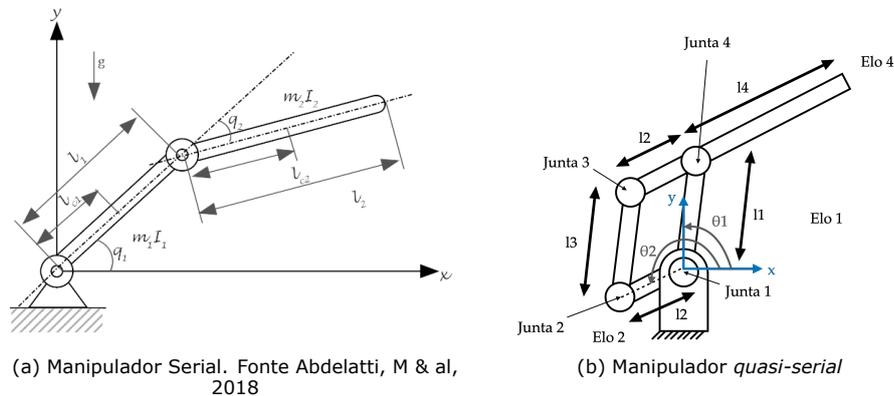


Figura 2.1: Comparação entre Manipuladores de Dois Graus de Liberdade

Entre os principais modelos de juntas, destacam-se as cilíndricas, que possuem um grau de liberdade de rotação, e as prismáticas, que permitem a translação ao longo de um eixo. A Figura 2.2 ilustra as representações simbólicas de ambas (Spong, Hutchinson e Vidyasagar, 2005).

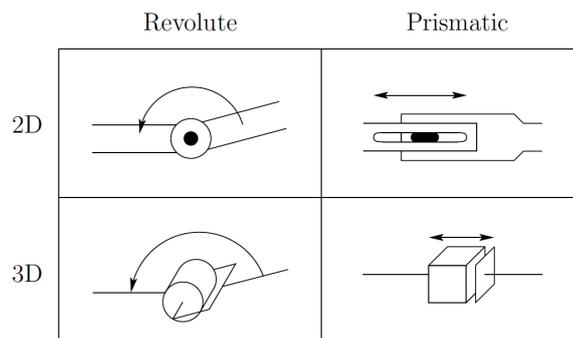


Figura 2.2: Representação Simbólica das Juntas. Fonte: Spong, Hutchinson e Vidyasagar, 2005

A notação q_i é utilizada para definir uma junta q associada ao índice i , tal que:

$$q_i = \begin{cases} \theta_i & \text{se a junta for cilíndrica} \\ d_i & \text{se a junta for prismática} \end{cases} \quad (1)$$

Com relação aos elos, na maior parte das aplicações, é possível aproximá-los a corpos rígidos. Nesse contexto, são indeformáveis e estão munidos de geometria espacial, centro de massa e inércia rotativa. Existem aplicações mais recentes no campo da medicina, por exemplo, que utilizam manipuladores com elos flexíveis (Sahu, Patra, Subudhi, 2017). Porém, isso não é abordado neste trabalho.

2 Cinemática Direta e Inversa

A cinemática é o campo da física responsável pela análise do movimento dos corpos desconsiderando os torques e forças envolvidos no problema. Sendo assim, a cinemática direta de um manipulador descreve a posição de sua extremidade em função das posições das juntas. Por outro lado, a cinemática inversa expressa a posição das juntas de acordo com o arranjo da extremidade do robô (Spong, Hutchinson e Vidyasagar, 2005).

Ao considerar que os elos do manipulador são rígidos e que não existem folgas na transmissão, pode-se expressar as posições dos elos como funções dos graus de liberdade. Com isso, a matriz jacobiana \mathbf{J} correlaciona as velocidades do manipulador conforme a variação da posição das juntas, sendo definida da seguinte forma:

Seja $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ uma função vetorial, tal que, as derivadas parciais de primeira ordem existam no espaço \mathbf{R}^n . Então, a matriz jacobiana de f tem dimensões $m \times n$, sendo denotada por, \mathbf{J} , de modo que, $\mathbf{J}_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$

Logo, considerando $\mathbf{p} = [x_e \ y_e \ z_e \ \alpha]^T$ o vetor que denota a posição e orientação da extremidade de um robô genérico, e também, $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T$ o vetor associado às posições das n juntas, obtém-se a seguinte relação para cinemática direta:

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \quad (2)$$

Expandindo a matriz jacobiana:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_e}{\partial q_1} & \frac{\partial x_e}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial x_e}{\partial q_n} \\ \frac{\partial y_e}{\partial q_1} & \frac{\partial y_e}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial y_e}{\partial q_n} \\ \frac{\partial z_e}{\partial q_1} & \frac{\partial z_e}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial z_e}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \alpha_e}{\partial q_1} & \frac{\partial \alpha_e}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \alpha_e}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ao inverter \mathbf{J} , é possível obter o conjunto de soluções da cinemática inversa do manipulador. Cada uma delas condiz com um arranjo diferente para que o robô alcance uma mesma posição.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}\dot{\mathbf{p}} \quad (4)$$

Nos casos em que \mathbf{J} não é inversível, utiliza-se no cálculo a pseudo-inversa à direita da matriz jacobiana, que é definida pela expressão a seguir:

$$\mathbf{J}^+ = \mathbf{J}^T(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \quad (5)$$

Além da extremidade do robô, é possível analisar a cinemática de cada um dos elos. Sendo assim, considerando \mathbf{p}_i o vetor que denota a posição do elo de índice i , e \mathbf{q} o vetor associado às posições das juntas, obtém-se a seguinte relação:

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{J}_i^L \dot{\mathbf{q}} \quad (6)$$

Destaca-se que a notação \mathbf{J}_i^L indica que a matriz associa as velocidades das juntas com as velocidades lineares do manipulador. Analogamente, a matriz \mathbf{J}_i^A estabelece a relação entre $\dot{\mathbf{q}}$ e o vetor de velocidades angulares do robô representado por $\dot{\psi}_i$.

$$\dot{\psi}_i = \mathbf{J}_A^i \dot{\mathbf{q}} \quad (7)$$

3 Formulação de Euler-Lagrange

No campo da robótica, a dinâmica estabelece a correlação entre os torques e as forças aplicados nas juntas do manipulador, com as forças lineares e os momentos angulares resultantes nos elos. Nesse contexto, a abordagem utilizada para modelar o comportamento dinâmico do sistema é a formulação de Euler-Lagrange, tratando as posições como coordenadas generalizadas. Dessa forma, é possível determinar de forma unívoca a configuração do sistema (Spong, Hutchinson e Vidyasagar, 2005).

Define-se então o Lagrangiano como uma função das posições e velocidades das juntas, na qual, T e U representam respectivamente a energia cinética e a potencial.

$$L(q_i, \dot{q}_i) = T - U \quad (8)$$

Desse modo, o termo Q_i representa a força generalizada aplicada na junta q_i , tal que:

$$Q_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (9)$$

Em seguida, a energia cinética pode ser obtida a partir das matrizes jacobianas calculadas anteriormente:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{q}^T \mathbf{J}_L^{(i)T} \mathbf{J}_L^{(i)} \mathbf{q} + I_i \mathbf{q}^T \mathbf{J}_A^{(i)T} \mathbf{J}_A^{(i)} \mathbf{q} \quad (10)$$

Onde,

- m_i é a massa do elo i
- I_i é o momento de inércia do elo i

Além disso, é possível agrupar os seguintes termos para definir a matriz de inércia \mathbf{H} do manipulador:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{J}_L^{(i)T} \mathbf{J}_L^{(i)} + I_i \mathbf{J}_A^{(i)T} \mathbf{J}_A^{(i)} \quad (11)$$

Dessa forma, obtém-se que:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (12)$$

Já a energia potencial do sistema pode ser calculada por meio de:

$$U = - \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g}^T \mathbf{r}_{0,ci} \quad (13)$$

Finalmente, é possível substituir as expressões encontradas para a energia cinética e potencial na equação 8. Em seguida, aplica-se as derivações indicadas na equação 9. Obtendo-se então, a equação 14, que descreve a dinâmica do manipulador (Siciliano & Oussama Khatib, 2017).

$$Q_i = \sum_{j=1}^n H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i \quad (14)$$

Onde,

- G_i equivale ao termo gravitacional

$$G_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^n m_j \mathbf{g}^T \mathbf{J}_{L(i)}^{(j)} \quad (15)$$

- Cada h_{ijk} refere-se a um termo dos Coeficientes de Christoffel:

$$h_{ijk} = \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \quad (16)$$

b Representação de Espaço de Estados em Tempo Discreto

A representação de espaço de estados é amplamente utilizada para análise de séries temporais, tendo aplicações na modelagem de sistemas financeiros, meteorológicos, mecânicos entre outros. Esse método é baseado em equações diferenciais ordinárias (EDOs), no tempo contínuo, ou equações de diferenças finitas (EDFs), no tempo discreto, e foi desenvolvido para abordar sistemas complexos com múltiplas entradas e saídas. Além disso, permite a implementação de diversas técnicas de controles, como por exemplo, *Linear Quadratic Regulator* (LQR), adaptativo e filtro de Kalman (NISE, 2003).

1 Princípios Conceituais

Para formular o modelo a partir desta representação, é necessário introduzir as seguintes definições.

Estado: Corresponde ao menor conjunto de variáveis de estado que determina completamente o comportamento do sistema.

Variáveis de Estado: Sendo o estado inicial definido em $t = t_0$, e conhecendo as entradas para $t \geq t_0$, as variáveis de estado determinam o comportamento do sistema para $t \geq t_0$.

Vetor de Estado: Se n variáveis de estado são necessárias para descrever um sistema, então, as variáveis de estado são as entradas do vetor de estados $\mathbf{x}(t)$ cuja dimensão é $n \times 1$.

Espaço de Estados: Espaço de dimensão n gerado pelas variáveis de estado. Qualquer estado pode ser representado por um ponto no espaço de estados.

Equação da Dinâmica: É um conjunto composto por duas equações vetoriais. A primeira delas é a Equação de Estado e a segunda a Equação de Saída.

Equação de Estado: É um conjunto composto por n EDOs, no caso do tempo contínuo, ou EDFs, considerando o tempo discreto. São equações causais, de primeira ordem e que estabelecem a relação entre a evolução das variáveis de estado aos seus valores presentes e às entradas do sistema. Para tanto, devem estar associadas à n condições iniciais.

Equação de Saída: É o conjunto de equações que relacionam os valores presentes das variáveis de estado e das entradas com às respectivas saídas.

A partir das EDOs de ordem n , que compõem o modelo dinâmico do sistema em tempo contínuo, é possível desenvolver uma notação composta por n EDOs de primeira ordem. No tempo discreto, modelos de EDFs de ordem n , podem ser representados de forma análoga (HINICH, 2005).

2 Formulação de Espaço de Estados em Tempo Contínuo

Tendo em vista as definições estabelecidas, a equação dinâmica que modela um sistema genérico em tempo contínuo na abordagem de espaço de estados é apresentada a seguir:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathcal{F}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{w}) \\ \mathbf{y}(t) = \mathcal{H}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{v} \end{cases} \quad (17)$$

Onde,

- $\mathbf{x}(t)$: Vetor de estados $n \times 1$
- $\mathbf{y}(t)$: Vetor de saídas $q \times 1$
- $\dot{\mathbf{x}}(t)$: Derivada temporal do vetor de estados $n \times 1$

- w : Perturbações que atuam sobre às entradas $n \times 1$
- v : Perturbações que atuam sobre às saídas $n \times 1$
- \mathcal{F} : Função vetorial que associa o vetor de estado, entradas e perturbações às derivadas dos estados.
- \mathcal{H} : Função vetorial que associa o vetor de estado às saídas.

Considerando apenas sistemas lineares invariantes no tempo contínuo (SLITCs) é possível utilizar uma notação com produto de matrizes constantes:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{H}\mathbf{x}(t) + \mathbf{J}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (18)$$

Onde,

- \mathbf{F} : Matriz de estado $n \times n$
- \mathbf{G} : Matriz de entradas $n \times p$
- \mathbf{H} : Matriz de saídas $q \times n$
- \mathbf{J} : Matriz de conexão direta entre saída e entrada $q \times p$

A Figura 2.3 ilustra a representação do sistema através do diagrama de blocos:

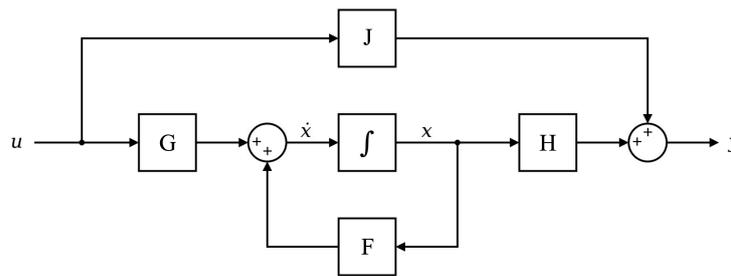


Figura 2.3: Diagramas de Bloco SLITC. Fonte: HINICH, 2005

3 Formulação de Espaço de Estados em Tempo Discreto

De forma semelhante ao caso contínuo, a equação dinâmica que modela um sistema genérico, em tempo discreto, na abordagem de espaço de estados, pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \phi(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{w}) \\ \mathbf{y}(k) = \mathcal{H}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v} \end{cases} \quad (19)$$

Para converter um sistema linear invariante no tempo contínuo em seu equivalente no tempo discreto, pode-se utilizar o método *Zero Order Hold* (ZOH). Essa técnica consiste em manter o valor da amostra constante até o período de controle seguinte. Sendo assim, a causalidade não é violada (Ogata, 1995).

$$\mathbf{x}_{zoh}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}[n] \cdot \text{rect}\left(\frac{t - \frac{T}{2} - nT}{T}\right) \quad (20)$$

Onde,

- T corresponde ao período de controle
- n é o índice da amostra
- u_t representa a função retangular

A Figura 2.4 apresenta uma curva em tempo contínuo e seu respectivo equivalente ZOH.

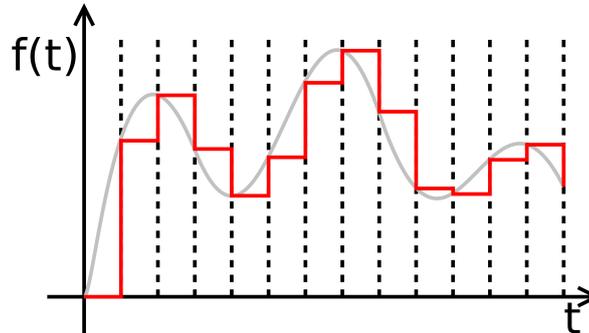


Figura 2.4: Equivalente ZOH

Aplicando esse método é possível obter as seguintes relações:

$$= e^{\mathbf{F}T} \quad (21)$$

$$= \int_0^T e^{\mathbf{F}s} ds \cdot \mathbf{G} \quad (22)$$

Onde,

- : Matriz de estado $n \times n$ em tempo discreto
- : Matriz de entradas $n \times p$ em tempo discreto

Logo, obtém-se a seguinte expressão para equação dinâmica de sistemas lineares invariantes no tempo discreto (Ogata, 1995):

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + \mathbf{J}\mathbf{u}(k) \end{cases} \quad (23)$$

- \mathbf{Q}_2 : Matriz positiva semi-definida de pesos associada aos esforços de atuação
- Além disso, a minimização de J tem como restrição a própria equação de estado.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k) \quad (28)$$

Finalmente, a matriz de ganhos \mathbf{K} que minimiza J é expressa por:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{S} + \mathbf{Q}_2)^{-1} \mathbf{S}^T \quad (29)$$

Onde,

- \mathbf{S} é a solução da equação algébrica de Riccati

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{S}^T [\mathbf{S} - \mathbf{S} (\mathbf{S} + \mathbf{Q}_2)^{-1} \mathbf{S}^T] \quad (30)$$

Nota-se que a solução da equação de Riccati não é trivial. Como o termo \mathbf{S} não é isolável algebricamente, é necessário utilizar um método de solução iterativo. Sendo assim, é conveniente adotar uma técnica computacional como a função *dlqr* do MATLAB®. Então, dados como argumentos as matrizes de estado, de entradas e de pesos, obtém-se a matriz de ganhos \mathbf{K} como saída.

Cabe destacar que a solução do LQR é ótima de acordo com a configuração de matrizes de peso selecionadas. Com isso, é necessário um processo de calibragem manual das entradas. No caso de \mathbf{Q}_1 , os maiores pesos devem ser atribuídos para os estados que se deseja maior performance. Já com relação à \mathbf{Q}_2 , deve-se aplicar os maiores pesos para os esforços mais custosos de atuação (Ogata, 1997).

2 Filtro de Kalman

Os sistemas reais estão suscetíveis à fenômenos estocásticos, como a ação de perturbações externas e o ruído nas medidas dos sensores. Com isso, não é possível calcular de forma determinística os valores dos estados e das saídas. Então, para obter melhores resultados no controle, torna-se necessária a utilização de ferramentas estatísticas (SIMON, 2006).

Para tanto, o Filtro Kalman consiste em um algoritmo que utiliza um estimador quadrático linear para prever o comportamento dos estados de um sistema, considerando perturbações e imprecisões de medidas. Então, propõe-se o seguinte modelo de espaço de estados:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}(k) + \mathbf{w} \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + \mathbf{v} \end{cases} \quad (31)$$

Onde,

- \mathbf{w} é um vetor aleatório cujas entradas são as perturbações
- \mathbf{v} é um vetor aleatório cujas entradas são os ruídos no sensores

Pelo fato de serem vetores aleatórios, \mathbf{w} e \mathbf{v} são desconhecidos. Portanto, para introduzir esses efeitos no modelo, é necessário conhecer o desvio padrão e a média de tais variáveis. Assumindo as médias iguais a zero, é possível construir as seguintes matrizes de covariância:

$$\mathbf{W} = cov(\mathbf{w}) = E[(\mathbf{w} - 0) \cdot (\mathbf{w} - 0)^T] \quad (32)$$

$$\mathbf{V} = cov(\mathbf{v}) = E[(\mathbf{v} - 0) \cdot (\mathbf{v} - 0)^T] \quad (33)$$

Posto isso, o algoritmo opera da seguinte forma:

1. Medição dos sensores, obtendo-se as saídas ruidosas e com efeitos de quantização
2. Cálculo do ganho ótimo de Kalman \mathbf{L}_c :

$$\mathbf{L}_c := \mathbf{P}(k) \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}(k) \mathbf{H}^T + \mathbf{V})^{-1} \quad (34)$$

3. Correção da estimativa dos estados:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) := \mathbf{x}(k) + \mathbf{L}_c(\mathbf{Y}(k) - \mathbf{H}\mathbf{x}(k)) \quad (35)$$

Onde,

- \mathbf{x} : Estimativa do estado realizada na iteração anterior
- $\hat{\mathbf{x}}$: Estimativa do estado corrigida conforme as medições

4. Correção da matriz de covariância do estado

$$\hat{\mathbf{P}}(k) := (\mathbf{I} - \mathbf{L}_c\mathbf{H})\mathbf{P}(k) \quad (36)$$

Onde,

- \mathbf{P} : Predição da covariância do estado realizada na iteração anterior
- $\hat{\mathbf{P}}$: Predição da covariância do estado corrigida

5. Cálculo das atuações a partir da estimativa corrigida:

$$\mathbf{u}(k) := \mathbf{u}_{\text{ref}} - \mathbf{K}(\hat{\mathbf{x}}(k) - \mathbf{x}_d(k)) \quad (37)$$

Onde,

- $\mathbf{x}_d(k)$: Estado desejado naquele instante de tempo

6. Estimativa do estado seguinte:

$$\mathbf{x}(k+1) := \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{u}(k) \quad (38)$$

7. Predição da matriz de covariância iteração seguinte:

$$\mathbf{P}(k+1) := \hat{\mathbf{P}}(k)^T + \mathbf{w}\hat{\mathbf{W}}\mathbf{w}^T \quad (39)$$

Logo, o Filtro de Kalman é um algoritmo recursivo, pois o cálculo do estado atual depende da estimativa realizada na iteração anterior (SIMON, 2006).

d Controle Servo-bilateral

Como já abordado, o controle servo-bilateral ocorre por meio da transmissão bidirecional de informações entre uma estação mestre e uma escrava. Para a compreensão mais detalhada dessa técnica, é necessário estabelecer as seguintes definições (ŠABANOVIĆ e OHNISHI, 2011).

1 Princípios Conceituais

Toque: Termo genérico adotado para as respostas sensoriais a estímulos advindos do contato com a pele.

Toque Dinâmico: Habilidade de perceber propriedades dinâmicas de um objeto ao move-lo no espaço.

Toque Háptico: Refere-se ao ato de explorar superfícies utilizando o toque como sentido.

Percepção de Força: Habilidade de perceber forças externas agindo sobre o corpo-humano. Depende da sensibilidade do músculo que resiste à força mecânica

Teleoperação: Operação de um sistema de maneira remota.

Controle Bilateral: Funcionalidade de sistemas nos quais um dispositivo escravo replica o movimento de um mestre de maneira remota. Simultaneamente, o dispositivo mestre exerce forças no operador conforme as interações do escravo com o ambiente.

Posto isso, destaca-se que os agentes envolvidos nesse método são (i) operador, (ii) estação mestre, (iii) estação escrava e (iv) objeto a ser manipulado. Nesse contexto, como ilustrado na 1.3, a estação mestre

envia informações de posição e velocidades das juntas para que a escrava possa reproduzir a trajetória. Por outro lado, o manipulador escravo envia um feedback de força para o mestre, criando assim, uma interação do operador com o ambiente (ŠABANOVIĆ e OHNISHI, 2011).

2 Modelagem das Estações

Compactando a equação 14, que descreve a dinâmica de um manipulador genérico, para sua notação na forma canônica, obtém-se que:

$$\mathbf{f}_{\text{ext}} + \boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (40)$$

Onde,

- \mathbf{M} é a matriz de inércias $\in \mathbb{R}^{n \times n}$, real, simétrica e positivo definida
- \mathbf{c} é o termo $\in \mathbb{R}^{n \times n}$ referente aos efeitos centrífugos e de coriolis
- \mathbf{g} é o termo referente aos efeitos gravitacionais $\in \mathbb{R}^n$
- \mathbf{f}_{ext} é o vetor de forças externas generalizadas aplicadas no manipulador $\in \mathbb{R}^n$
- $\boldsymbol{\tau}$ é o vetor de torques aplicados nas juntas do manipulador $\in \mathbb{R}^n$

Aplicando as condições de contorno do sistema mestre-escravo:

$$\begin{cases} \tau_m - \mathbf{f}_h = \mathbf{M}(q_m) \ddot{q}_m + \mathbf{c}(q_m, \dot{q}_m) \dot{q}_m + \mathbf{g}(q_m) \\ \tau_s - \mathbf{f}_s = \mathbf{M}(q_s) \ddot{q}_s + \mathbf{c}(q_s, \dot{q}_s) \dot{q}_s + \mathbf{g}(q_s) \end{cases} \quad (41)$$

Onde,

- o índice m refere-se ao manipulador mestre
- o índice s refere-se ao manipulador escravo
- \mathbf{f}_h é a força aplicada pelo operador humano no mestre
- \mathbf{f}_s é a força de reação percebida pelo escravo no contato com o ambiente

De posse das equações da dinâmica, é possível desenvolver uma rotina para o controle bilateral do sistema.

3 Controle Servo-bilateral

Apresentada a fundamentação teórica, este capítulo consiste na aplicação dos métodos de modelagem e controle para o projeto de um mecanismo servo-bilateral contemplando atrasos invariantes no tempo. Como objeto de análise, optou-se pelo desenvolvimento de um sistema com dois manipuladores idênticos, *quasi-seriais*, de dois graus de liberdade, cuja geometria está ilustrada na figura 3.1. Posto isso, as implementações e simulações foram realizadas no software MATLAB®.

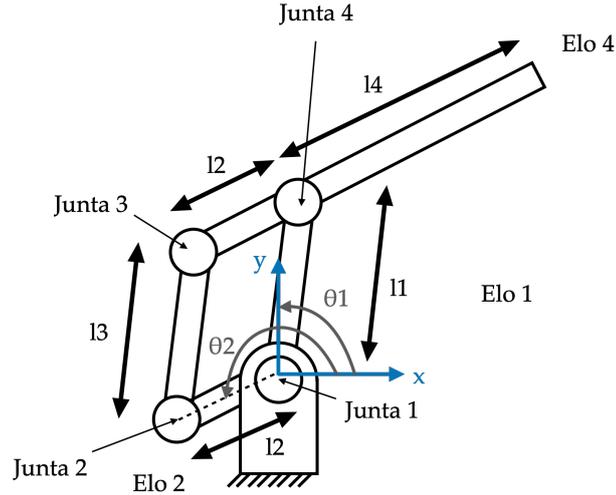


Figura 3.1: Manipulador *quasi-serial* de 2-DOF

a Metodologia

Primeiramente, foi aplicada a formulação de Euler-Lagrange, equação 14, de acordo com o manipulador em questão. Dessa forma, obteve-se a seguinte expressão para as forças generalizadas:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}\ddot{\theta}_1 + H_{12}\ddot{\theta}_2 + h_{111} + h_{112} + h_{121} + h_{122} + g_1 + g_3 \\ H_{21}\ddot{\theta}_1 + H_{22}\ddot{\theta}_2 + h_{211} + h_{212} + h_{221} + h_{222} + g_2 + g_4 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Neste projeto, foram desconsiderados os efeitos da gravidade, de maneira que $g_1 = g_2 = g_3 = g_4 = 0$. Por outro lado, a matriz de inércia \mathbf{H} e os coeficientes de Christoffel foram obtidos por meio das equações 11 e 16 respectivamente:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} m_4 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + I_1 + I_3 & \cos(\theta_1 - \theta_2)(l_2 l_{c3} m_2 - l_1 l_{c4} m_4) \\ \cos(\theta_1 - \theta_2)(l_2 l_{c3} m_2 - l_1 l_{c4} m_4) & m_3 l_2^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_4 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$h_{111} = h_{222} = 0 \quad (44)$$

$$h_{112} = h_{212} = -h_{121} = -h_{221} = \frac{1}{2} \sin(\theta_1 - \theta_2)(l_2 l_{c3} m_3 - l_1 l_{c4} m_4) \quad (45)$$

$$h_{122} = -h_{211} = \sin(\theta_1 - \theta_2)(l_2 l_{c3} m_3 - l_1 l_{c4} m_4) \quad (46)$$

Posto isso, foi possível estabelecer uma relação tal que todos os termos não lineares tornam-se nulos:

$$m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4} = 0 \quad (47)$$

Finalmente, solucionando a equação 42 com relação às acelerações angulares das juntas:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\tau_1}{m_4 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + I_1 + I_3} \\ \frac{\tau_2}{m_3 l_2^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_4} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Sendo assim, foi elaborada a representação em espaços de estados linear em tempo contínuo, de forma que o vetor de estados e sua derivada são representados por:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}; \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Com isso, obteve-se as matrizes que compõem a equação do estado, seguindo a equação dinâmica de espaço de estados no tempo contínuo 18:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{(m_4 l_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + I_1 + I_3)} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(m_3 l_2^2 + m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_4)} \end{bmatrix}; \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Além disso, foram modeladas as matrizes presentes na equação de saída, também conforme a equação 18, de forma que apenas as posições das juntas possam ser observadas:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

Então, essas matrizes foram utilizadas como entradas para função *cd2m* nativa do MATLAB®. Como este método não opera de maneira simbólica, foi necessário aplicar variáveis numéricas para os parâmetros do manipulador. Portanto, foram atribuídos os seguintes valores, que atendem às condições de linearidade do sistema:

	Comprimento [m]	Massa [Kg]
Elo 1	3	1
Elo 2	1	1
Elo 3	3	3
Elo 4	3	1

Tabela 1: Parâmetros do Manipulador

Além disso, considerou-se os elos como barras homogêneas, tais que os momentos de inércia e posições do centro de massa foram obtidos através de:

$$I_i = \frac{m_i l_i^2}{12} \quad (52)$$

$$l_{ci} = \frac{l_i}{2} \quad (53)$$

Discretizando o sistema, obteve-se e as seguintes matrizes para equação de estado 19:

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0,0100 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,0100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0,0005 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,0016 \end{bmatrix}; \mathbf{\Gamma}_w = \begin{bmatrix} 0,0005 & 0 \\ 0,0476 & 0 \\ 0 & 0,0016 \\ 0 & 0,1579 \end{bmatrix}; \quad (54)$$

De forma que os estados no tempo discreto são:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_1(k) \\ \dot{\theta}_1(k) \\ \theta_2(k) \\ \dot{\theta}_2(k) \end{bmatrix} \quad (55)$$

Em sequência, foram calculadas as matrizes de controlabilidade e observabilidade, utilizando os métodos *ctrb* e *obsv*. Aplicando a função *rank* para obtenção do posto, validou-se a controlabilidade e observabilidade do sistema, tendo em vista que ambas têm posto igual à quatro.

Para controlar o mestre, foi desenvolvido um controlador LQR associado a um estimador preditivo. Pelo fato desta estação ter acesso aos estados desejados, esse método foi o suficiente para controle de trajetória e velocidade. Com relação ao escravo, foram projetados dois controladores, o primeiro deles, semelhante ao do mestre, utilizado para simulações sem atrasos de comunicação, ruídos ou perturbações. Já o segundo, foi o Filtro de Kalman Linear, aplicado nos cenários mais complexos, nos quais são contemplados os efeitos citados.

Em cada conjunto de simulações foram projetados pesos para \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 . Essas matrizes de performance e penalização são entradas na função *dlqr* do MATLAB®, que soluciona a equação de *Riccati*. Assim, obteve-se como retorno a matriz de ganhos \mathbf{K} para cada uma das situações. Quanto aos estimadores preditivos, projetou-se os polos do observador para que fossem 3 vezes mais rápidos do que os do controlador.

Os diagramas a seguir representam o *loop* das rotinas de controle conforme a metodologia apresentada:

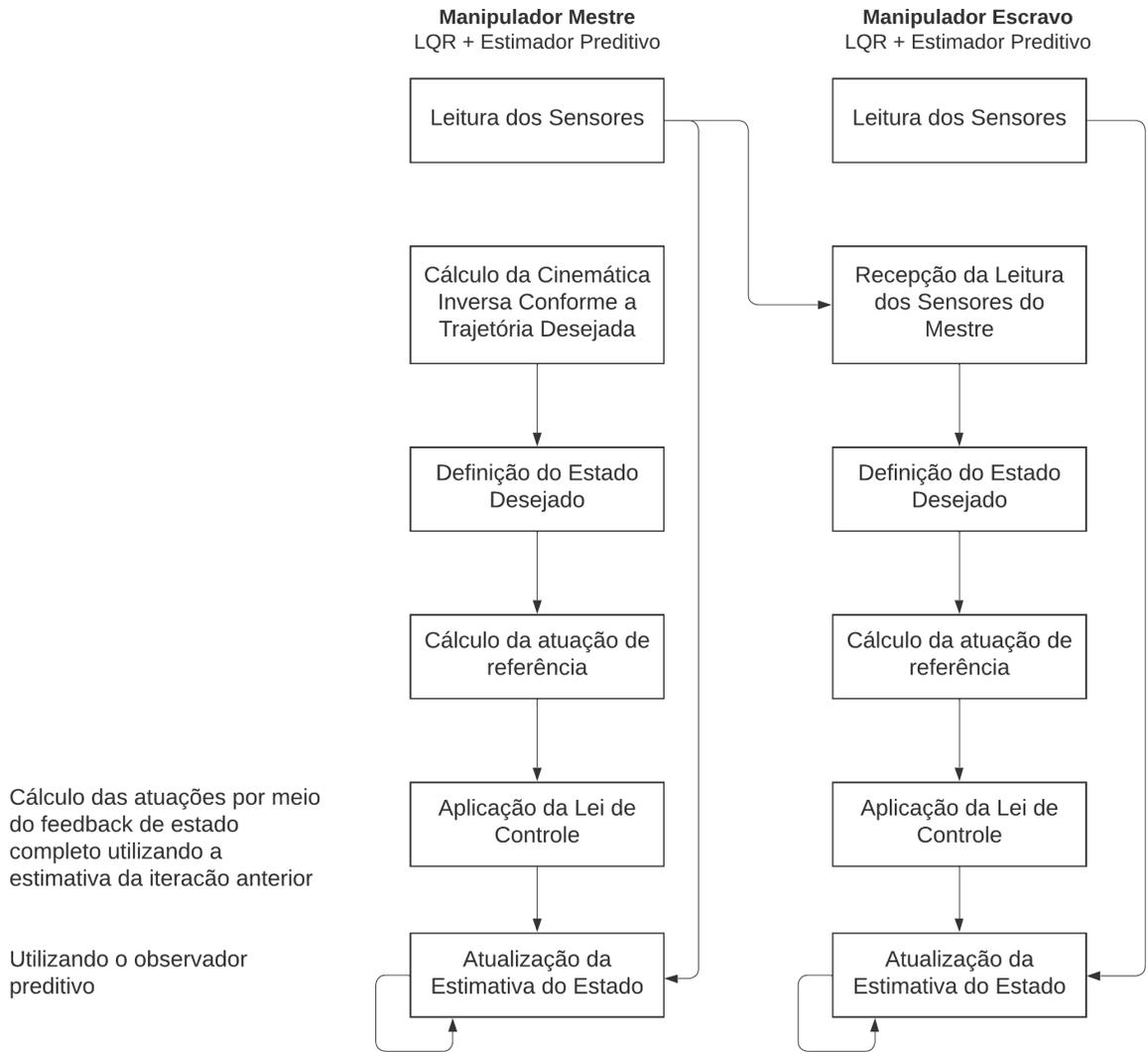


Figura 3.2: Diagrama de Controle com Mestre e Escravo LQR

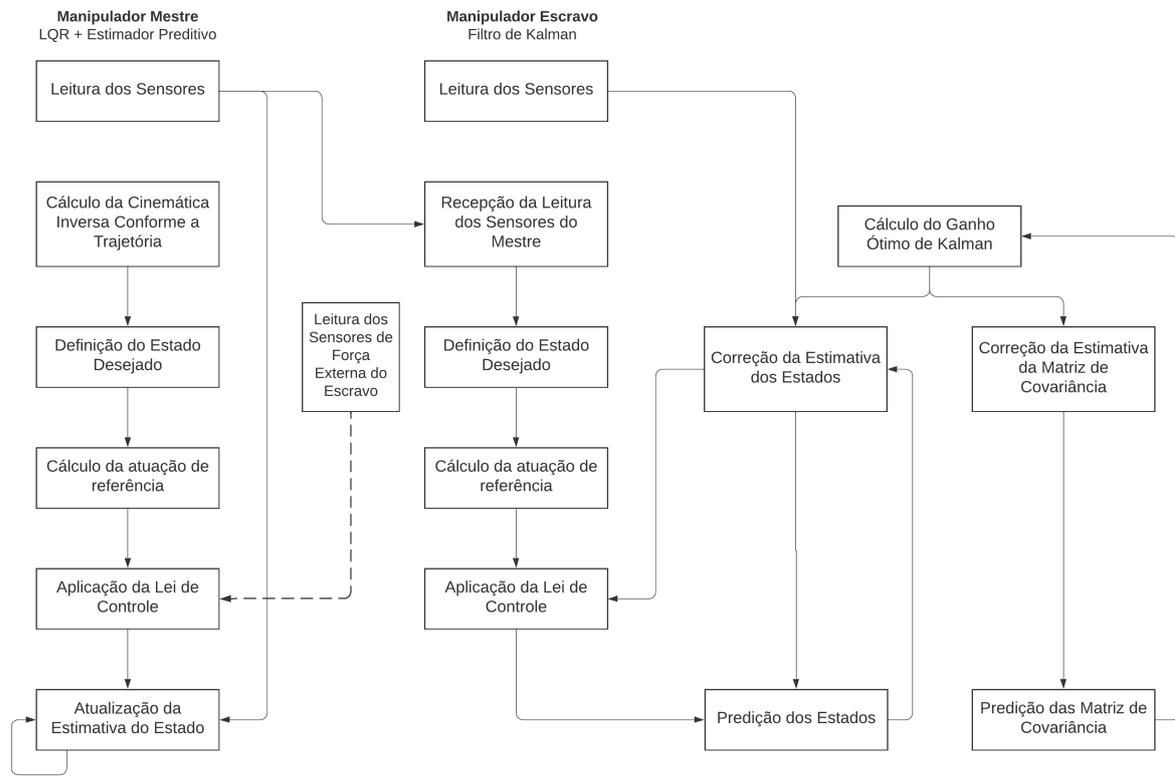


Figura 3.3: Diagrama de Controle com Mestre LQR e Escravo Filtro de Kalman

Nesse projeto, considerou-se que os atrasos são invariantes no tempo e múltiplos do período de controle. Para compensar, de maneira ótima, o *ping* na comunicação, o filtro de Kalman foi aplicado em uma versão expandida do sistema. Para tanto, adotou-se o vetor de estados a seguir, modelando um atraso de dois períodos de controle:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_1(k) \\ \dot{\theta}_1(k) \\ \theta_2(k) \\ \dot{\theta}_2(k) \\ \theta_1(k-1) \\ \theta_2(k-1) \\ \theta_1(k-2) \\ \theta_2(k-2) \end{bmatrix} \quad (56)$$

Nesse contexto, as matrizes Φ , Γ e Γ_w também foram atualizadas conforme o novo modelo. Além disso, enfatiza-se que a nova matriz \mathbf{H} é responsável pelo direcionamento das informações recebidas com atraso:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (57)$$

Para simular o feedback de força, foi aplicada a dualidade entre a cinemática e estática dos manipuladores:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{f} \quad (58)$$

Com isso, foi possível obter o vetor de torques $\boldsymbol{\tau}$ aplicados nas juntas, em virtude da ação das forças \mathbf{f} , nas direções x, y, z da extremidade do robô. Dessa forma, seguindo a equação 41, foi possível simular a atuação de forças externas no escravo e enviar os torques percebidos para o mestre.

b Simulações

Apresentada a metodologia do projeto, foram elaborados três conjuntos de simulações para validar e testar as rotinas desenvolvidas. No primeiro, a tarefa proposta foi locomover os manipuladores de uma posição inicial para uma desejada, com velocidades constantes. No segundo, o objetivo foi descrever uma trajetória circular. Finalmente, no terceiro conjunto, tinha-se como diretriz percorrer um segmento de reta vertical contemplando a ação de uma força externa no manipulador escravo.

Nos casos 2 e 3, as trajetórias foram implementadas no próprio MATLAB® considerando as posições cartesianas e as derivadas das curvas desejadas. De posse da cinemática inversa do manipulador, equação 4, tornou-se possível calcular os estados desejados para cada instante de tempo.

Posto isso, foram estabelecidos cinco cenários de simulações com graus de complexidade crescente, conforme detalhado na tabela 2.

Simulação	A	B	C	D	E
Controlador Mestre	LQR	LQR	LQR	LQR	LQR
Controlador Escravo	LQR	Kalman	Kalman	Kalman	Kalman
Atraso de Comunicação	0	0	2T	2T	2T
Desvio Padrão do Ruído de Transmissão	0	0	0	1.0	1.0
Desvio Padrão das Perturbações no Escravo	0	0	0	0	1.0
Pulsos por volta dos <i>encoders</i>	-	-	-	-	1024

Tabela 2: Técnicas de Controle, Condições de Contorno e Parâmetros das Simulações

Cabe ressaltar que a técnica de controle aplicada no manipulador mestre é idêntica em todos os ensaios. Ao manter essa variável fixa, e sem qualquer influência de fenômenos estocásticos, pôde-se levantar conclusões isoladas sobre os controladores projetados para os escravos e as implicações de diferentes agentes externos.

Sendo assim, as simulações A, B e C consistiram em ensaios de controle que não consideraram fenômenos estocásticos. Com isso, foi possível validar os controladores, detectando se o comportamento do sistema era compatível com o esperado. Já nos casos D e E, o objetivo foi testar a eficiência dos algoritmos em situações de maior grau de complexidade. Por fim, todas as simulações foram realizadas com período de controle igual a 10 ms.

c Implementação Computacional

Com objetivo de desenvolver uma rotina escalável e modular, foi adotado como padrão de projeto, a programação orientada a objetos, seguindo a arquitetura *Model View Controller* (MVC). Então, para modelar as relações entre as estruturas de dados, foi construído um diagrama de classes, que consta na figura 3.2, seguindo a *Unified Modeling Language* (UML).

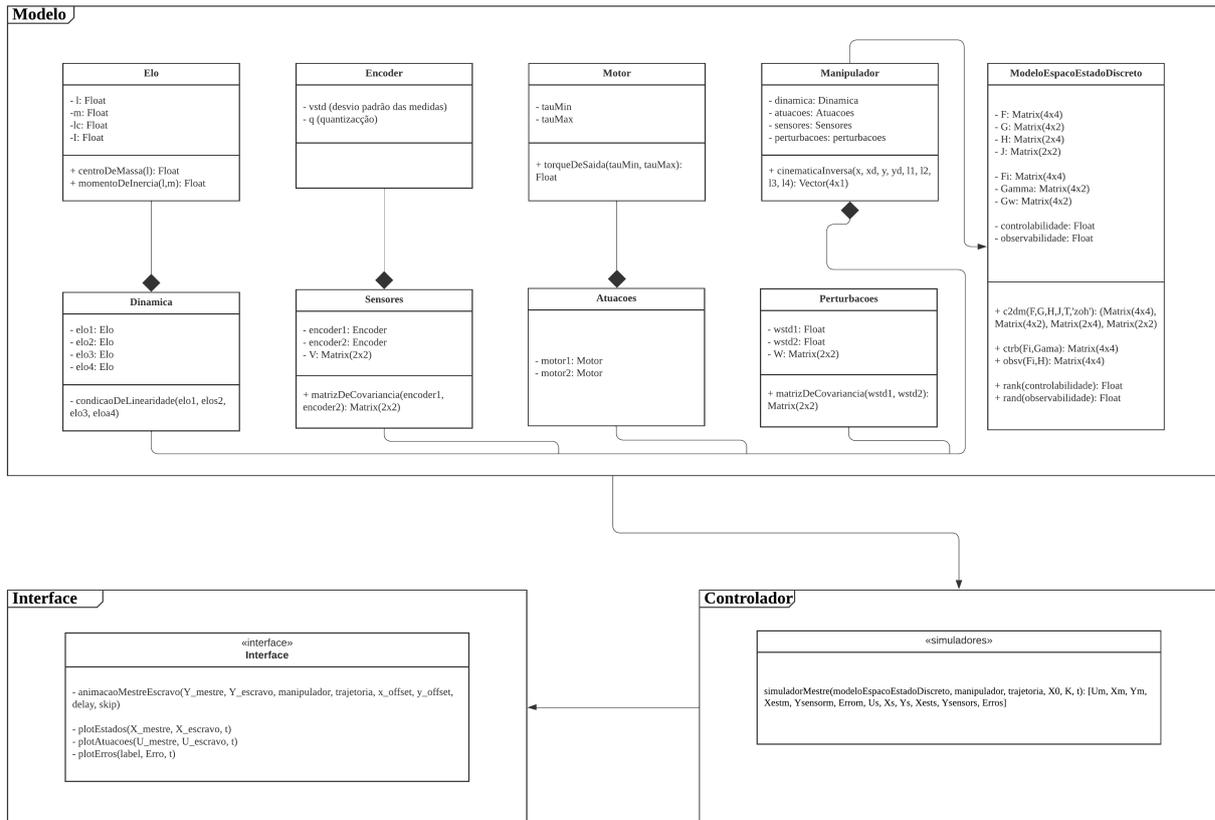


Figura 3.4: Diagrama de Classes

Além dos gráficos gerados através do comando *plot* do MATLAB®, foi desenvolvida uma interface gráfica, figura 3.3, para visualizar em vídeo, a evolução do sistema mestre-escravo ao longo do tempo.

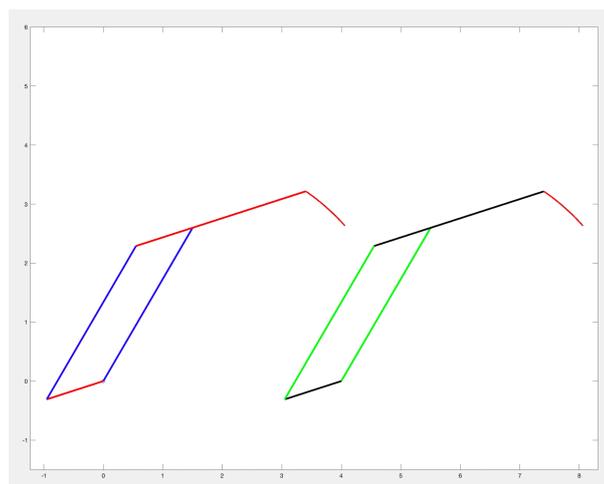


Figura 3.5: Interface Gráfica do Sistema

Dessa forma, pode-se visualizar o manipulador mestre, à esquerda, e o escravo, à direita. Ademais, o rastro da trajetória é apresentado para que seja possível comparar, visualmente, o caminho percorrido pela extremidade de ambos os robôs.

4 Análise dos Resultados

O presente capítulo apresenta uma discussão acerca dos resultados obtidos de acordo com os estudos de caso estruturados no capítulo anterior. Para tanto, foram analisados gráficos referentes às evoluções ao longo do tempo dos estados, erros, estimadores e torques nas juntas dos manipuladores. Também foram contempladas as análises das trajetórias percorridas, além do cálculo dos *root-mean-square deviations* (RMSDs) para analisar, de forma quantitativa, às séries temporais dos estados dos escravos com relação ao mestre. A seguir a equação utilizada para o cálculo do RMSD.

$$RMSD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n}} \quad (59)$$

Onde,

- i é a variável de iteração
- n é o número de dados
- x_i é o estado do mestre
- \hat{x}_i é o estado do escravo

a Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Nesse cenário, não foi definida uma trajetória específica para o manipulador mestre. Desse modo, o objetivo do sistema era se locomover da posição inicial para a desejada, com velocidades constantes, até o término da janela de simulação. A tabela 3 indica os estados iniciais e desejados, onde os ângulos são medidos em graus e as velocidades em graus por segundo.

	Estado Inicial	Estado Desejado
Ângulo da Junta 1	45	60
Ângulo da Junta 2	5	5
Velocidade da Junta 1	15	18
Velocidade da Junta 2	1	1

Tabela 3: Objetivo do Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Para atender ao requisito de manutenção da velocidade de operação constante, optou-se por atribuir pesos elevados aos estados referentes às velocidades angulares na matriz de performance Q_1 . Dessa forma, os estados associados às posições receberam peso igual 1, tanto para o mestre, quanto para o escravo. Contudo, no que diz respeito aos estados de velocidade, optou-se por utilizar pesos de 10^{14} para o mestre e 10^5 para o escravo. Isso porque, o controlador do mestre tem acesso à informação da velocidade desejada, diferentemente do escravo, no qual este valor é estimado.

Tendo em vista que a simulação deve ocorrer em velocidades constantes, espera-se que os torques nas juntas se aproximem de zero. Com isso, optou-se por aplicar penalizações elevadas, de 10^{10} , para as matrizes Q_2 de ambos os manipuladores.

$$Q_{1m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{14} \end{bmatrix}; Q_{1s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^5 \end{bmatrix}; Q_{2m} = Q_{2s} = \begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{bmatrix} \quad (60)$$

Onde, o índice m refere-se ao mestre, enquanto o s , ao escravo, em inglês *slave*.

Nas simulações que contemplaram a compensação de atraso, foi necessário expandir a matriz Q_1 do escravo. Para coerência dimensional, foi implementada uma matriz diagonal 8×8 , na qual as entradas já existentes foram mantidas, e as novas foram preenchidas com a constante 1. Com isso, as matrizes de peso são análogas às anteriores, o que é fundamental para a consistência da comparação entre os diferentes métodos de controle aplicados em diferentes circunstâncias.

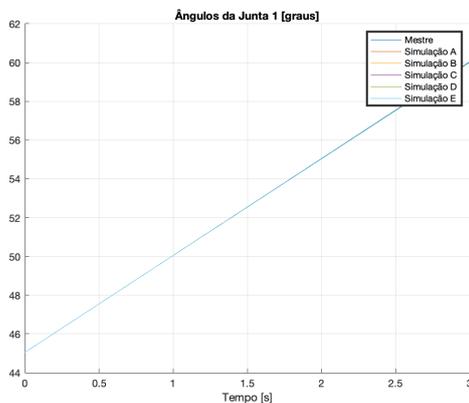
Aplicando as equações de *Riccati*, através do método *dlqr*, obteve-se os polos dos controladores. De posse disso, foram projetados os estimadores preditivos conforme a descrição do capítulo anterior. Assim, os resultados constam na tabela 4:

Polos do Controlador do Mestre	1.0000	1.0000	0.8603	0.6100
Polos do Controlador dos Escravos	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Polos do Observador do Mestre	-0.1699	-0.1699	-0.2699	-0.2699
Polos do Observador do Escravo	0.9999	0.9999	0.8999	0.8999

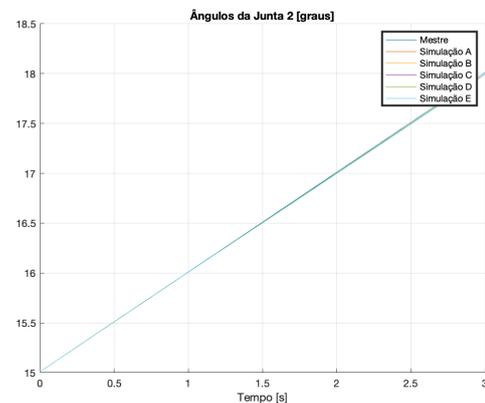
Tabela 4: Polos dos Controladores e Observadores das Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Acrescenta-se que o observador do escravo foi implementado apenas na primeira simulação, pois o controlador utilizado era o LQR. Nas iterações seguintes, aplicou-se o estimador ótimo de Kalman.

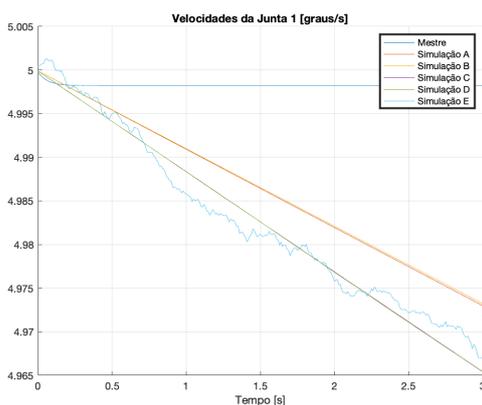
Então, executando as simulações, foi possível gerar os gráficos da Figura 4.1, que representam as evoluções dos estados ao longo do tempo:



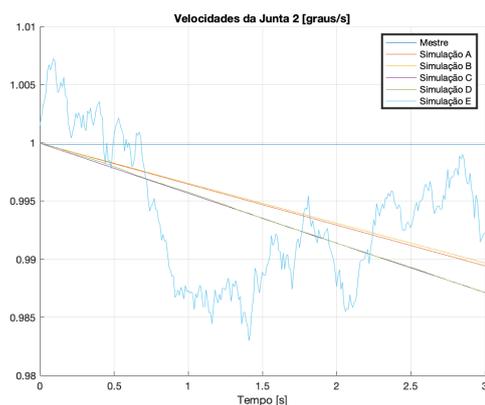
(a) Ângulos da Junta 1



(b) Ângulos da Junta 2



(c) Velocidades da Junta 1

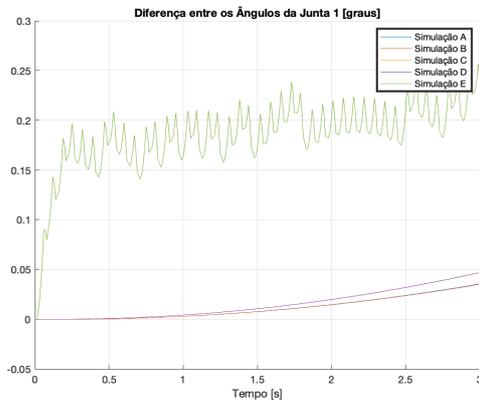


(d) Velocidades da Junta 2

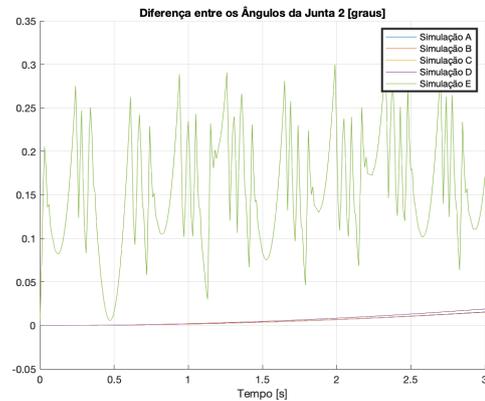
Figura 4.1: Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Ao analisar os gráfico das posições das juntas, verifica-se que as curvas resultantes estão superpostas, o que impossibilita comparações de performance do sistema entre as simulações realizadas. Isso ocorre pois a ordem de grandeza das variações entre os diferentes cenários explorados é consideravelmente inferior a do fundo de escala, tornando as curvas indistinguíveis na imagem. Apesar desse ser um primeiro indício qualitativo de que os resultados dos escravos foram fiéis aos do mestre, é necessário estabelecer uma nova forma de análise para, de fato, validar esta hipótese e comparar as respostas dos diferentes

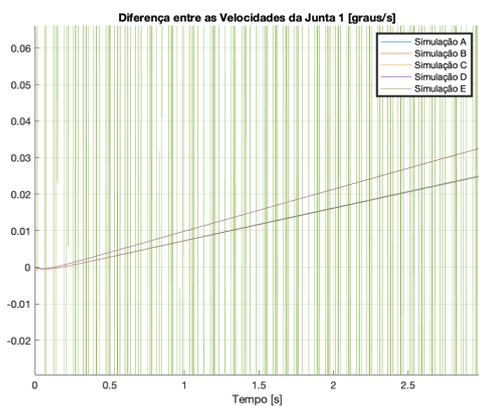
controladores dos escravos. Com isso, foram traçados, na figura 4.2, os gráficos das diferenças dos estados do manipulador mestre com relação aos do escravo em cada uma das simulações.



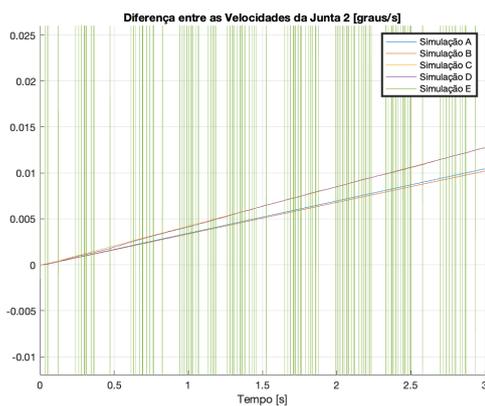
(a) Diferenças dos Ângulos da Junta 1 do Mestre e Escravo



(b) Diferenças dos Ângulos da Junta 2 do Mestre e Escravo



(c) Diferenças das Velocidades da Junta 1 do Mestre e Escravo



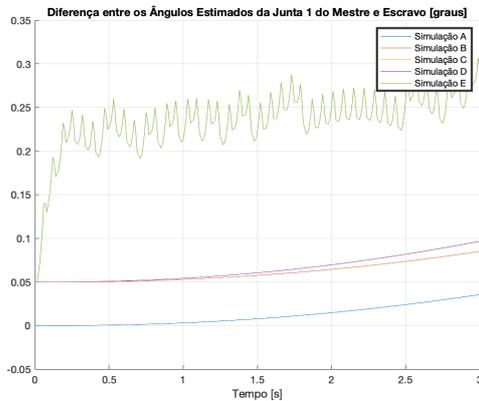
(d) Diferenças das Velocidades da Junta 2 do Mestre e Escravo

Figura 4.2: Diferença dos Estados do Mestre para o Escravo nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme

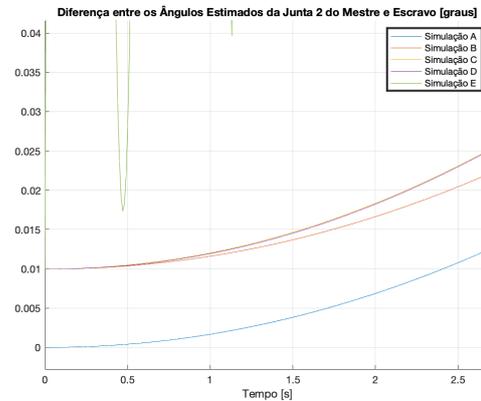
De posse desses gráficos, é possível tecer conclusões relevantes acerca do comportamento dos diferentes controladores. Ao comparar as curvas referentes aos erros de velocidades das simulações A, B, C e D, verifica-se um comportamento crescente e aproximadamente linear, no qual a variação no eixo das ordenadas é da ordem de centésimo de grau.

Já que as posições e as estimativa iniciais são perfeitas, os erros das posições estão relacionados à integral dos erros das velocidades, ou seja, se aproximam de funções quadráticas, que no caso, também variam na ordem de centésimo de grau com relação ao eixo das ordenadas. Sendo assim, pode-se estabelecer um panorama de precisão de décimo de grau para os estados do sistema na realização da tarefa proposta.

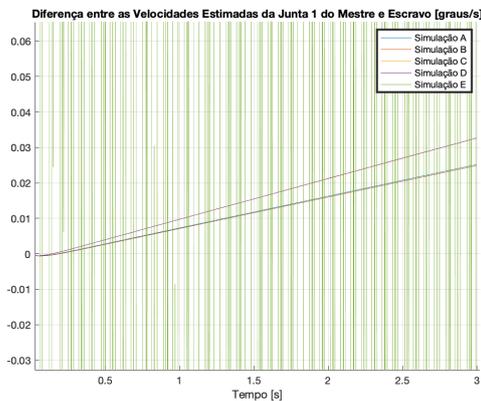
Para explicar esses erros, observa-se os gráficos das velocidades das juntas. Enquanto as velocidades do mestre permanecem constantes, as do escravo decrescem em um comportamento aproximadamente linear ao longo do tempo. Então, para analisar a causa por trás dessa redução de velocidade, optou-se por investigar os resultados dos estimadores. Para isso, foram gerados os gráficos das estimativas dos estados ao longo do tempo na figura 4.3.



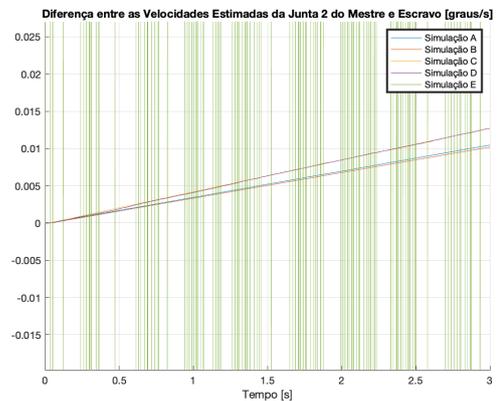
(a) Diferenças das Estimativas dos Ângulos da Junta 1 do Mestre e Escravo



(b) Diferenças das Estimativas dos Ângulos da Junta 2 do Mestre e Escravo



(c) Diferenças das Estimativas das Velocidades da Junta 1 do Mestre e Escravo



(d) Diferenças das Estimativas das Velocidades da Junta 2 do Mestre e Escravo

Figura 4.3: Diferença das Estimativas dos Estados do Mestre para o Escravo nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Ao observar as semelhanças entre os gráficos das figura 4.2 e 4.3, pode-se concluir que os erros foram provenientes dos estimadores. Sendo assim, para aumentar ainda mais a precisão do projeto, seria necessária uma análise mais detalhada desse módulo. Entretanto, testar diferentes estimadores aumentaria consideravelmente o escopo, tangenciando a análise do sistema mestre-escravo propriamente dito.

Já no caso da simulação E, os efeitos aleatórios prevalecem sobre a tendência citada, de forma que a curva tem um formato discrepante com relação às outras. Para reduzir esse efeito, poderia-se diminuir a penalização das entradas da matriz Q_2 do escravo. Sendo assim, os atuadores tenderiam a realizar maiores esforços para controlar o sistema.

Posto isso, cabe analisar, de forma mais detalhada, os valores finais dos estados. Afinal, um dos principais objetivos dessa tarefa é atingir, com precisão, os estados finais. A tabela 5 apresenta os valores encontrados para os estados finais.

Escravo (Simulação)							
	Desejado	Mestre	A	B	C	D	E
Ângulo da Junta 1	60.00	60.05	60.00	60.00	59.99	59.99	59.99
Velocidade da Junta 1	5.000	4.998	4.973	4.973	4.965	4.965	4.967
Ângulo da Junta 2	18.00	18.01	17.99	17.99	17.99	17.99	17.99
Velocidade da Junta 2	1.000	0.9999	0.9894	0.9897	0.9871	0.9871	0.9922

Tabela 5: Estados Finais das Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Conforme previsto acima, o manipulador mestre é o que melhor se aproxima dos estados finais almejados, já que sua lei de controle tem acesso ao vetor de estados desejados. Além disso, a tabela é consistente com as precisões estabelecidas anteriormente, ou seja, décimo de grau para todos os estados.

Acrescenta-se que os resultados da simulação 3, Kalman sem atraso, foram idênticos aos da simulação 4, Kalman com atraso de 2T. Isso é um indício de que a compensação de atraso foi bem sucedida. No próximo caso, no qual foi realizado o controle de trajetória, esse tópico é explorado mais detalhadamente.

Em seguida, foram analisadas as atuações nas juntas 1 e 2. Como as condições iniciais das velocidades já são equivalentes às desejadas, e procura-se mantê-las constantes ao longo de toda a simulação, é esperado que os valores dos torques resultantes sejam próximos de zero. A seguir, a figura 4.4 e a tabela 6 apresentam estes resultados obtidos:

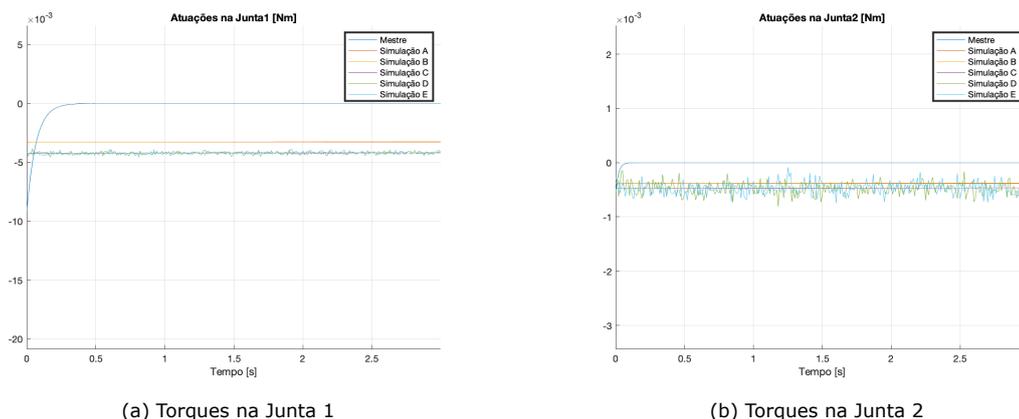


Figura 4.4: Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Escravo (Simulação)							
	Mestre	A	B	C	D	E	
Torque na Junta 1 $\times(10^{-3})$	9.155	3.297	3.273	4.232	4.569	4.534	
Torque na Junta 2 $\times(10^{-3})$	0.5513	0.3904	0.3822	0.4773	0.7505	0.74031	

Tabela 6: Módulo dos Máximos Torques no Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Em ambos os gráficos, os torques do mestre convergem para zero. Já no caso das simulações A, B e C, que não contemplam fenômenos estocásticos, os torques se mantêm quase constantes e muito pequenos, atingindo no máximo, um módulo de 4.232×10^{-3} Nm. Já nas simulações D e E, são verificadas oscilações nos valores dos torques, que são respostas do sistema aos fatores aleatórios inseridos, no intuito de manter a estabilidade.

Por fim, a figura 4.5 apresenta a superposição das trajetórias resultantes de cada um dos manipuladores. Neste gráfico, as abscissas e ordenadas correspondem, respectivamente, às posições x e y com uma escala de 10 cm.

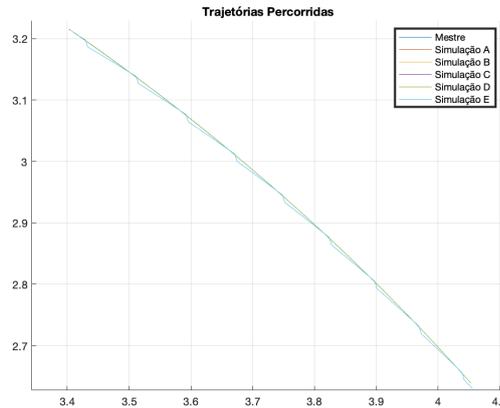


Figura 4.5: Trajetórias Percorridas nas Simulações de Controle de Posição com Velocidade Uniforme

Nessa perspectiva, não é possível diferenciar a performance do manipulador mestre com relação aos escravos das simulações A, B, C e D. Isso indica que a precisão do sistema, para essa tarefa, é alta, de forma que em uma escala compatível com as dimensões dos manipuladores, os desvios dos escravos com relação ao mestre tornam-se imperceptíveis. Contudo, é possível notar pequenas oscilações no comportamento do manipulador escravo da simulação E, causadas pelas perturbações externas, como analisado anteriormente.

b Controle de uma Trajetória Circular Definida

Nesse caso, o objetivo do sistema era descrever uma trajetória predefinida. Para tanto, foi utilizada a rotina de controle apresentada no capítulo 3, que através da cinemática inversa, atualiza o vetor de estados desejados do manipulador mestre a cada iteração da simulação. Com o objetivo de explorar uma trajetória mais desafiadora, contemplando mudanças de direção e velocidade, optou-se por definir como referência um círculo centrado na posição (2.7, 2.7) e raio 0.5 metros.

Para selecionar os pesos das matrizes de performance, tomou-se como base o fato de que o principal objetivo do sistema era garantir que a posição da extremidade dos manipuladores coincidissem com a desejada em cada instante de tempo. Sendo assim, o controle de posição foi privilegiado com relação ao de velocidade. Nessa lógica, foram atribuídos pesos de 10^0 para as entradas da matriz Q_2 , de forma que os torques nos motores não fossem fatores limitantes para o controle do sistema. Então, foram testadas diferentes combinações de pesos para Q_1 , tal que os melhores resultados encontrados foram aqueles que constam na equação 61.

$$Q_{1m} = Q_{1s} = \begin{bmatrix} 50000000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50000 \end{bmatrix} \quad (61)$$

Para definir os pesos de Q_2 , optou-se por testar diferentes potências de 10 e ponderar a relação entre os esforços dos atuadores e a performance do sistema. Dessa maneira, foram selecionados os valores que constam na equação 62.

$$Q_{2m} = Q_{2s} = \begin{bmatrix} 10^1 & 0 \\ 0 & 10^1 \end{bmatrix} \quad (62)$$

Cabe destacar que, em ambos os casos, as matrizes do mestre e do escravo foram idênticas. Como as simulações desse item são mais complexas, o objetivo era reduzir ao máximo possíveis fontes de discrepância entre o mestre e o escravo. Com isso, tanto os polos dos controladores, quanto os dos observadores foram idênticos entre si. A tabela 7 explicita os resultados obtidos nesta etapa:

Polos do Controladores	0.9255 +	0.9255 -	0.8596 +	0.8596 -
	0.0658i	0.0658i	0.1042i	0.1042i
Polos dos Observadores	0.5977	0.5977	0.4977	0.4977

Tabela 7: Polos dos Controladores e Observadores das Simulações de Controle de Trajetória Circular

Em seguida, a figura 4.6 contém os gráficos correspondentes às evoluções dos estados ao longo do tempo.

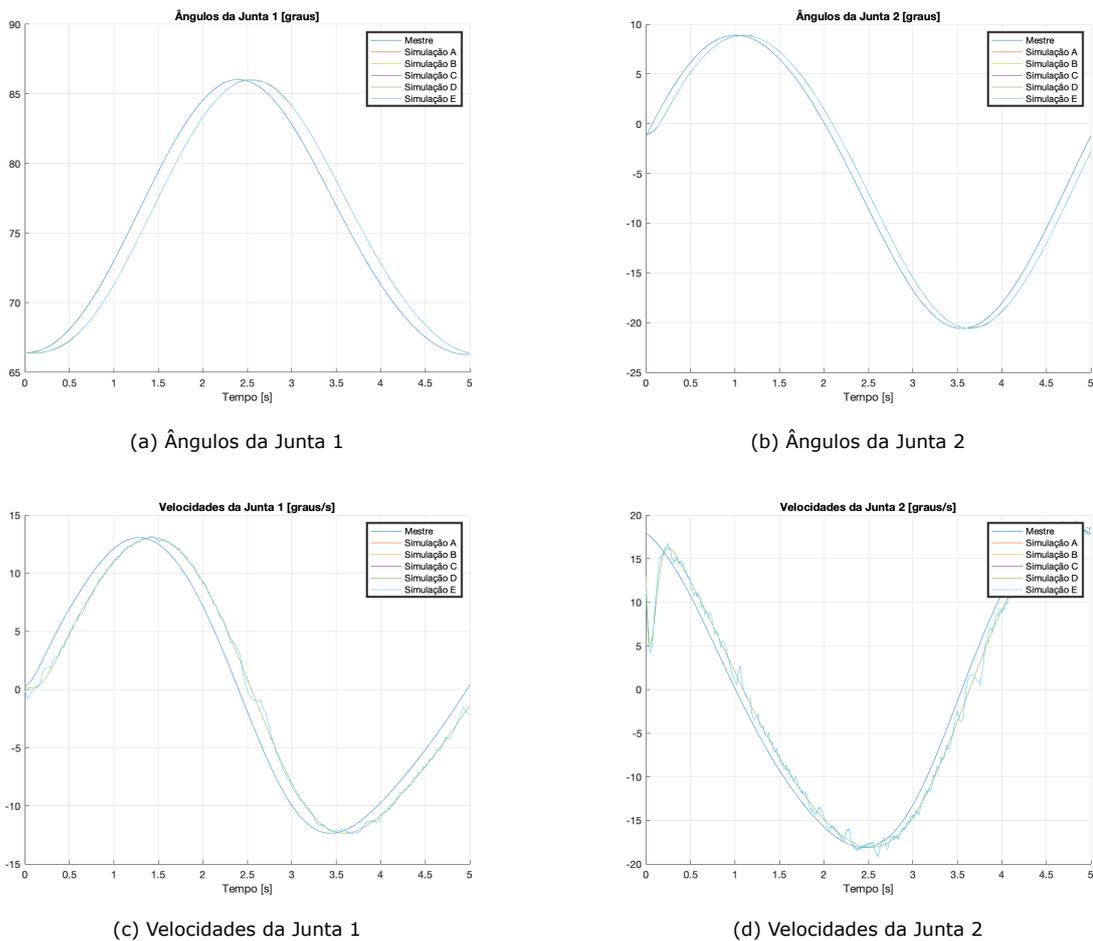
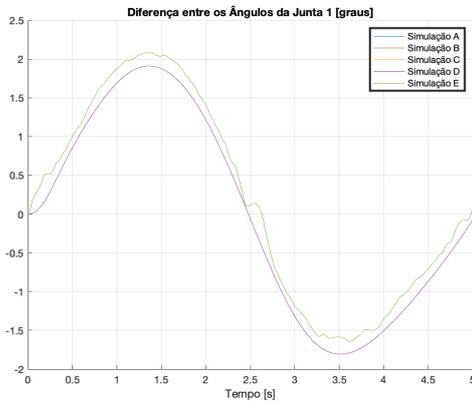
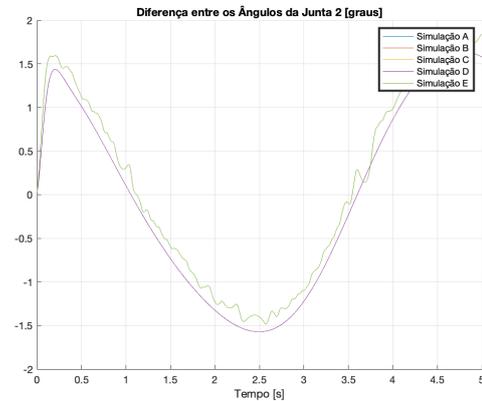


Figura 4.6: Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Circular

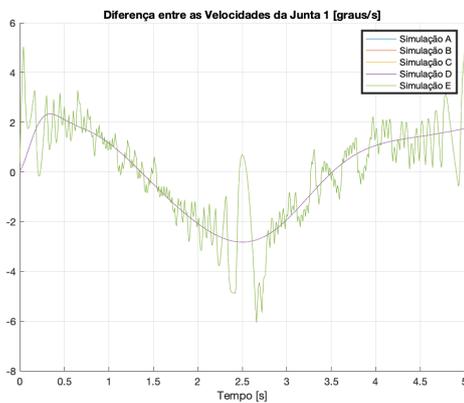
Ao analisar os gráficos acima, é possível verificar, de maneira visual, um padrão para a tendência de comportamento dos estados. Porém, novamente, a superposição das curvas impossibilita uma análise mais detalhada do sistema. Com isso, foram traçados, na figura 4.7, os gráficos das diferenças dos estados do manipulador mestre com relação aos do escravo em cada uma das simulações.



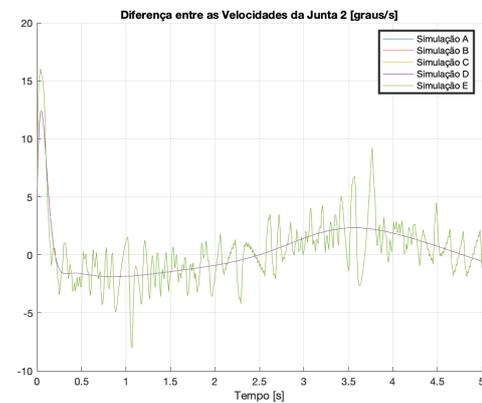
(a) Diferença dos Ângulos da Junta 1 do Mestre para o Escravo



(b) Diferença dos Ângulos da Junta 2 do Mestre para o Escravo



(c) Diferença das Velocidades da Junta 1 do Mestre para o Escravo



(d) Diferença das Velocidades da Junta 2 do Mestre para o Escravo

Figura 4.7: Diferença dos Estados do Mestre para o Escravo nas Simulações de Controle de Trajetória Circular

Enquanto a ordem de grandeza dos erros dos estados das simulações A, B, C e D, do item anterior foi de centésimo de grau, conforme os gráficos da figura 4.2, nesse caso, os erros foram na ordem de unidade de grau. Então, de acordo com os gráficos de posição, a precisão do controle da trajetória circular foi de 2 graus, comparado a um décimo de grau encontrado no caso anterior. Sendo assim, a maior complexidade da trajetória circular refletiu no aumento da dificuldade de controlar o sistema.

Além disso, exceto pela simulação E, altamente influenciada por aleatoriedades, todas as outras apresentaram comportamentos muito semelhantes. Logo, tornou-se plausível ponderar se as respostas das simulações não seriam idênticas. Com isso, aplicou-se a operação de igualdade para verificar se os dados das séries temporais das estimativas dos estados eram, de fato, equivalentes. Como resposta, obteve-se que os resultados dos estimadores de Kalman nas simulações B, C e D foram idênticos. Isso implica que, não apenas a compensação de atraso foi perfeita, mas também a compensação dos ruídos de comunicação.

Para analisar, de forma quantitativa, a performance da evolução temporal dos estados dos escravos com relação ao mestre, foram calculados os RMSDs conforme apresentado na tabela 8

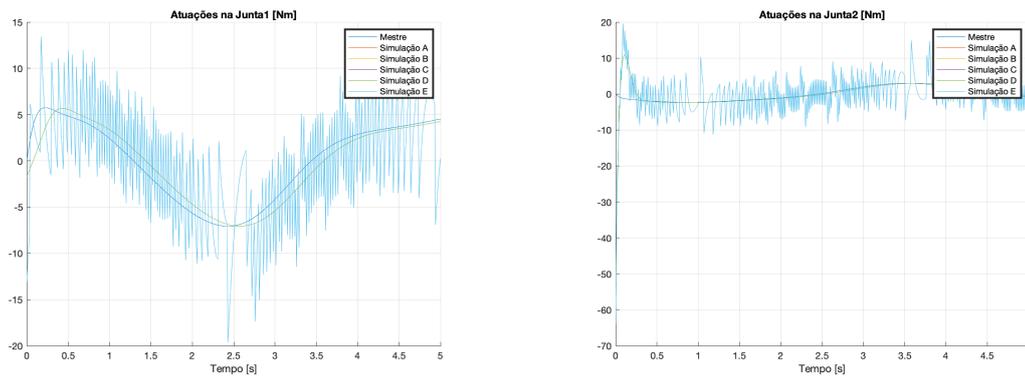
Simulação	A	B	C	D	E
Ângulo da Junta 1	1.287	1.287	1.287	1.287	1.302
Velocidade da Junta 1	1.657	1.657	1.657	1.657	1.945
Ângulo da Junta 2	1.117	1.117	1.117	1.117	1.133
Velocidade da Junta 2	2.177	2.177	2.177	2.177	2.986

Tabela 8: RMSDs entre Mestre e Escravos nas Simulações de Controle de Trajetória Circular

Portanto, é possível notar que a performance dos escravos das simulações A, B, C e D são iguais para a precisão adotada de quatro algarismos significativos, sendo B, C e D idênticas. Já na simulação E, as perturbações externas elevam os RMSDs na ordem de décimo de grau.

Cabe destacar que, os estados referentes às posições registraram RMSDs menores dos que os estados que estão associados às velocidades. Isso está atrelado ao fato de que os pesos escolhidos para a matriz Q_1 privilegiam as posições comparado às velocidades.

Com relação às atuações, os gráficos da figura 4.8 apresentam a evolução dos torques nas juntas ao longo do tempo. Além disso, os módulos dos máximos torques foram documentados na tabela 9



(a) Torques na Junta 1

(b) Torques na Junta 2

Figura 4.8: Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Circular

	Escravo (Simulação)					
	Mestre	A	B	C	D	E
Torque na Junta 1	7.072	7.056	7.056	7.056	7.056	19.646
Torque na Junta 2	2.965	52.27	52.27	52.27	52.27	63.96

Tabela 9: Módulo dos Máximos Torques no Controle de Trajetória Circular

Ao analisar a tabela 9, verifica-se consistência com os resultados dos RMSDs, já que, as simulações de A, B, C e D apresentam valores iguais. Também é notável que os esforços dos atuadores para controlar o mestre são consideravelmente inferiores aos dos escravos. Isso ocorre porque o mestre tem acesso à trajetória desejada o que evita picos iniciais de controle.

Por fim, a figura 4.9 apresenta a superposição das trajetórias resultantes de cada um dos manipuladores.

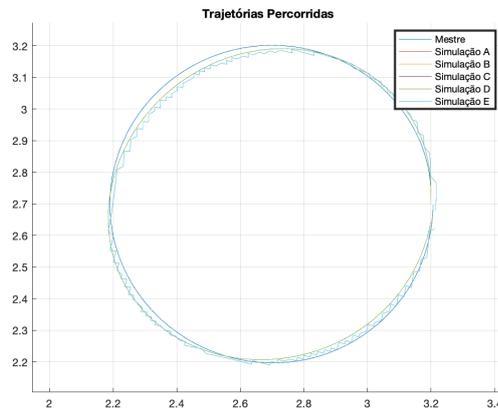


Figura 4.9: Trajetórias Circulares Percorridas

Esse gráfico é análogo ao que consta na figura 4.5, seguindo a mesma escala de 10 cm. Nesse caso é possível identificar uma diferença entre o caminho percorrido pelo mestre e aquele descrito pelos escravos, em verde, uma vez que as simulações A, B, C e D têm o mesmo comportamento. Com relação à simulação E, assim como no caso anterior, é possível visualizar as oscilações provenientes das perturbações.

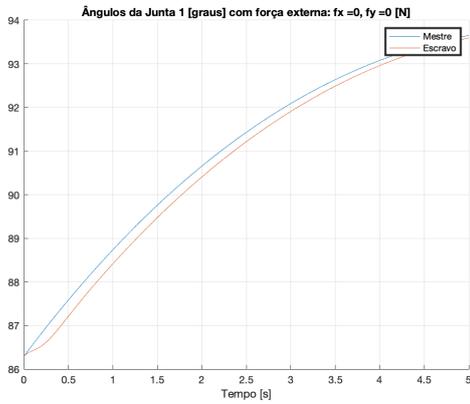
Como esperado, a trajetória circular representou um desafio maior do ponto de vista de controle, de maneira que a forma do círculo do mestre foi levemente degenerada pelos escravos. Sendo assim, a precisão do sistema avaliada em 2 graus, resultou em erros perceptíveis visualmente na escala da figura. Então, para melhorar a performance do sistema, sugere-se a aplicação de outros métodos de controle, como o Filtro de Kalman Estendido, ou até mesmo, o *Unscented*, para eventualmente melhorar o comportamento do sistema em trajetórias não lineares.

c Controle de uma Trajetória Retilínea Definida com Feedback de Força

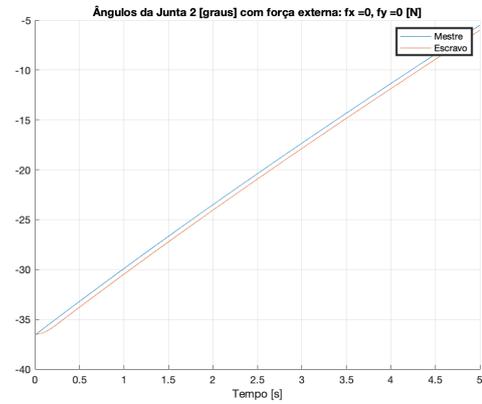
Até então, foram realizadas simulações nas quais o manipulador mestre comanda o escravo. Contudo, para que ocorra a servo-bilateralidade, é necessário que a estação escrava envie um feedback de força para o robô mestre. Dessa forma, as forças externas que o ambiente exerce sobre o manipulador escravo podem ser percebidas pelo mestre.

Para analisar esse cenário, foram realizadas duas simulações. Ambas têm como parâmetros comuns duração de cinco segundos e uma reta vertical como trajetória desejada. Tanto o mestre, quanto o escravo, foram controlados por LQRs, modelados com os mesmos parâmetros das simulações de controle de trajetória realizadas anteriormente.

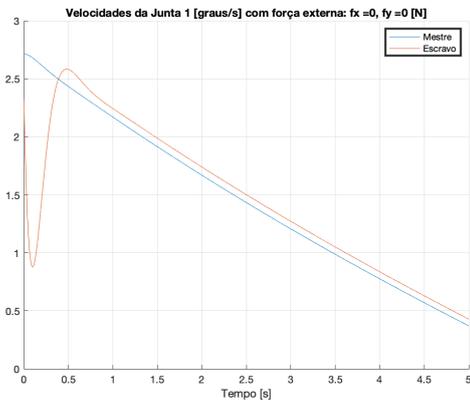
A primeira simulação foi um ensaio de controle, no qual não houve a ação de forças externas. Já a segunda, contemplou uma força horizontal constante, de módulo 20 N, aplicada na extremidade do manipulador escravo entre os instantes 1.25 e 2.5 segundos. Com isso, obteve-se os seguintes gráficos de evolução dos estados:



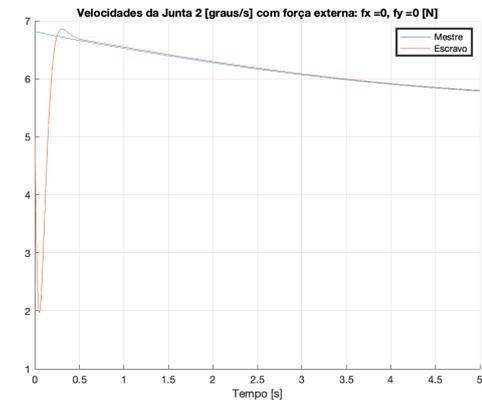
(a) Ângulos da Junta 1



(b) Ângulos da Junta 2

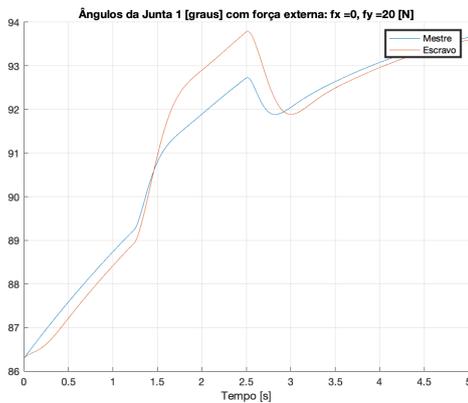


(c) Velocidades da Junta 1

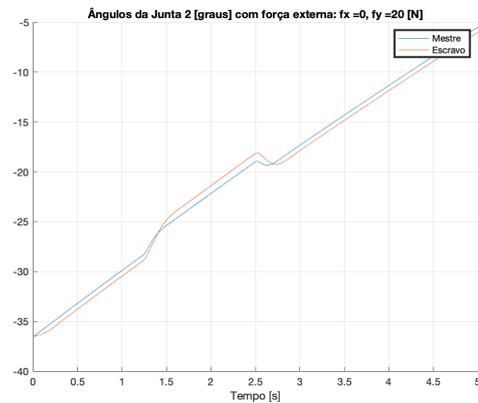


(d) Velocidades da Junta 2

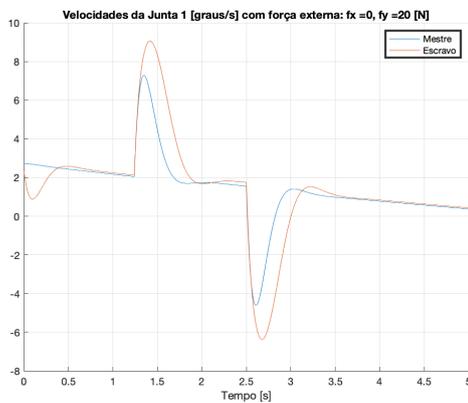
Figura 4.10: Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea sem a Ação de Forças Externas



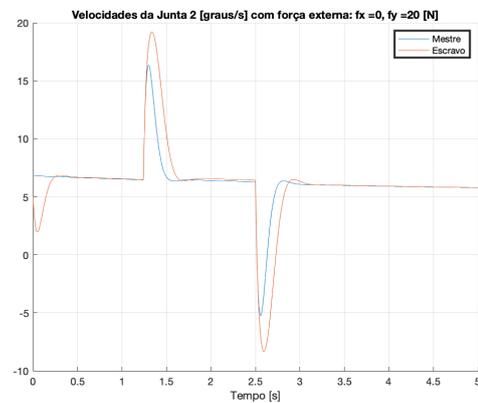
(a) Ângulos da Junta 1



(b) Ângulos da Junta 2



(c) Velocidades da Junta 1



(d) Velocidades da Junta 2

Figura 4.11: Evolução dos Estados do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com a Ação de Forças Externas

Ao analisar os gráficos das figuras 4.10 e 4.11, é possível perceber que a ação da força externa interferiu no que seria, originalmente, a trajetória percorrida pelo mestre. Também cabe ressaltar, que após a remoção da força, no instante 2.5 segundos, o sistema tendeu a retornar para o comportamento desejado conforme a trajetória de referência.

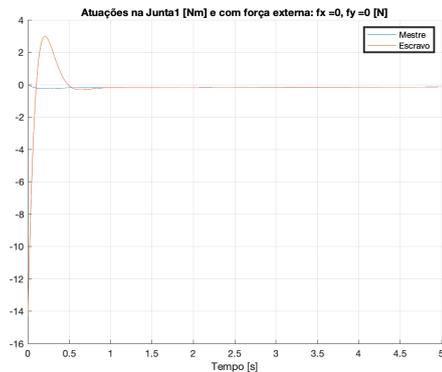
Posto isso, na presença da força externa, foram calculados os RMSDs dos estados do escravo, primeiro com relação ao mestre, e segundo, de acordo trajetória de referência. A tabela 10 apresenta os valores obtidos.

	Escravo-Mestre	Escravo-Referência
Ângulo da Junta 1	0.5095	1.076
Velocidade da Junta 1	1.304	2.437
Ângulo da Junta 2	0.584	1.112
Velocidade da Junta 2	1.8751	3.417

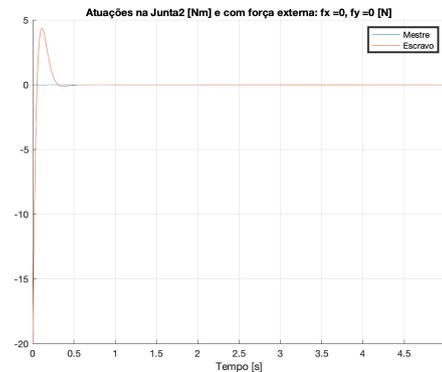
Tabela 10: RMSDs nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com Ação de Forças Externas

Logo, conforme a ação da força externa sobre o escravo, e o feedback recebido pelo mestre, o sistema se afasta levemente da trajetória de referência. Isso ocorre pois o feedback de força impede que o mestre siga a mesma trajetória do ensaio de controle onde $f = 0$. Ainda assim, pelos valores encontrados na primeira coluna, é nítido que o mestre tem a tendência de acompanhar o escravo.

Com relação as atuações obteve-se os seguintes gráficos:

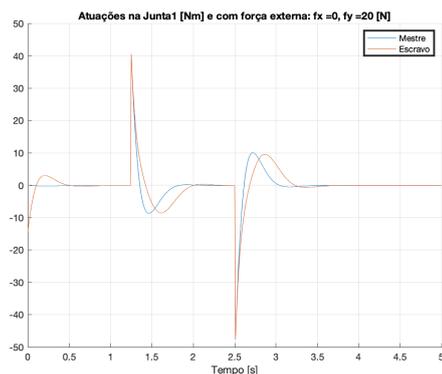


(a) Torques na Junta 1

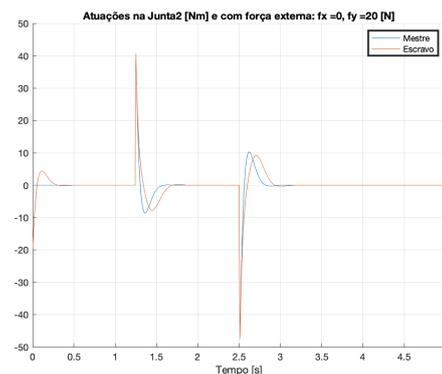


(b) Torques na Junta 2

Figura 4.12: Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea sem a Ação de Forças Externas



(a) Torques na Junta 1



(b) Torques na Junta 2

Figura 4.13: Evolução das Atuações do Sistema nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com a Ação de Forças Externas

Ao analisar os gráficos, percebe-se que no primeiro caso, figura 4.12, os esforços de atuação ocorrem apenas no início. Assim, há um pico de torque verificado em ambas as juntas, seguido pela tendência de equilíbrio em $\tau = 0$. Já no segundo caso, figura 4.13, além do citado, também são verificados picos de torque nos instantes de aplicação e remoção da força externa. Nessas circunstâncias, é perceptível a tendência do sistema atenuar os torques e estabilizar as atuações em $\tau = 0$.

A seguir, constam os gráficos da trajetória de referência e do caminho percorrido por cada um dos manipuladores.

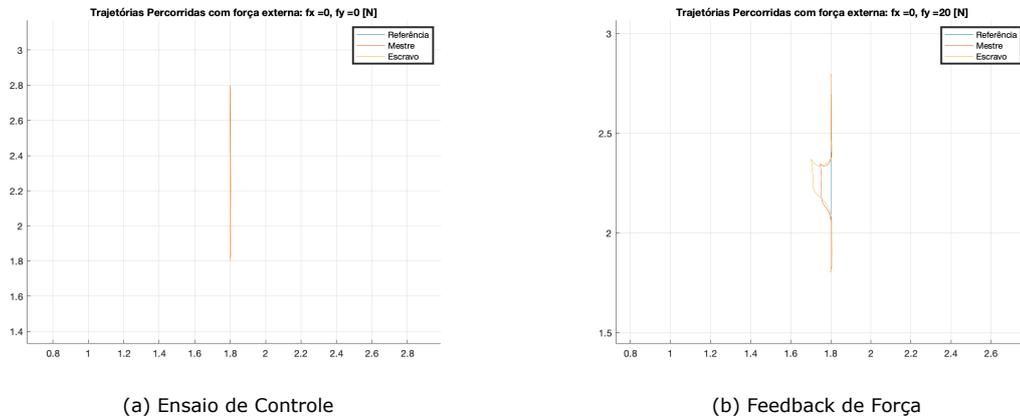


Figura 4.14: Comparação das Trajetórias Percorridas nas Simulações de Controle de Trajetória Retilínea com e sem a Ação de Forças Externas

No ensaio de controle, sem a presença da força externa, ambos os manipuladores seguiram a trajetória de referência. Por outro lado, na simulação em que o escravo foi submetido à uma força externa perpendicular à trajetória, é possível verificar que ambos os robôs fazem um desvio horizontal. Isso ocorre no instante em que a força é aplicada, de maneira que os manipuladores retornam para o eixo de referência após a retirada da mesma.

5 Conclusão

Por meio das simulações apresentadas neste trabalho, foi possível comparar a performance das técnicas de controle aplicadas, conforme as diferentes tarefas e condições de contorno estabelecidas. Então, foram levantadas conclusões quantitativas e qualitativas sobre o conteúdo desenvolvido, bem como reflexões acerca da validação dos métodos implementados.

Primeiramente, compara-se a fidelidade do manipulador escravo com relação ao mestre, nas três tarefas propostas. Para manter a coerência na análise, optou-se por selecionar os escravos controlados por LQR, de forma que efeitos estocásticos não foram levados em consideração. Sendo assim, foram calculados os RMSDs dos estados do escravo com relação ao respectivo mestre como consta na tabela 11.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Ângulo da Junta 1	0.015364	1.287	0.5095
Velocidade da Junta 1	0.014119	1.657	1.304
Ângulo da Junta 2	0.0069514	1.117	0.584
Velocidade da Junta 2	0.0060191	2.177	1.8751

Tabela 11: RMSDs entre Mestres e Escravos LQR para cada um dos Casos Apresentados

No primeiro caso, em que foi realizado o controle de posição e velocidade constante, obteve-se os menores valores de RMSD. Já nos casos seguintes, obteve-se valores mais elevados e próximos entre si. Cabe destacar que, apesar do caso 3 contemplar o feedback de força, o que dificulta a sintonia entre mestre e escravo, ainda assim seus resultados foram melhores do aqueles obtidos no caso 2. Com isso confirma-se a hipótese de que trajetórias mais simples, com poucas oscilações dos estados e percorridas à baixas velocidades, são mais fáceis de controlar.

Com relação às precisões encontradas para o sistema, conforme mencionado no capítulo anterior, os estados da primeira tarefa performaram com precisões na ordem de 0.1 graus. Já nos casos 2 e 3, as precisões foram da ordem de 2 graus.

No que diz respeito ao feedback de força, os resultados encontrados nas simulações são consistentes com o comportamento esperado do sistema. Foi possível notar que o robô mestre procurou reproduzir os efeitos do ambiente externo sobre o escravo. Entretanto, para uma análise mais detalhada deste tópico, é conveniente aplicar essa rotina de controle em um experimento real. Assim, será possível, de fato, sentir os efeitos dinâmicos do sistema e calibrá-lo para uma melhor experiência do usuário.

Portanto, o comportamento das rotinas de controle ocorreu conforme o esperado. As compensações de atraso foram realizadas de maneira perfeita e os sistemas que contemplaram perturbações aleatórias foram estabilizados com sucesso. Para discernir se estes algoritmos são suficientes para controlar um determinado sistema, é necessário analisar se o tipo de trajetória solicitada é compatível com a precisão oferecida. Ressalta-se, novamente, que o próximo passo para continuação desse projeto é a aplicação das rotinas de controle em um sistema real.

6 Bibliografia

1. Abdelatti, M., Yuan, C., Zeng, W. et al. **Cooperative deterministic learning control for a group of homogeneous nonlinear uncertain robot manipulators**. *Sci. China Inf. Sci.* 61, 112201 (2018). Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11432-017-9363-y>.
2. American Nuclear Society Robotic and Remote Systems Division, **Ray Goertz Award – RRSO** Ray Goertz Award – RRSO, rrsd.ans.org, Disponível em: <https://rrsd.ans.org/scholarships/honors-and-awards/>. Acesso em: 9 de Julho de 2022.
3. ANVARI, M. et al. **The impact of latency on surgical precision and task completion during robotic-assisted remote telepresence surgery** *Computer Aided Surgery*, Informa UK Limited, jan. 2005. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.3109/10929080500228654>
4. ESA. **Slam dunk for Andreas in space controlling rover on ground: Putting a round peg in a round hole is not hard for someone standing next to it.** A, [s. l.], 8 set. 2015. Disponível em: https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Engineering_Technology/Slam_dunk_for_Andreas_in_space_controlling_rover_on_ground. Acesso em: 15 abr. 2022.
5. Ferrell, W. & Sheridan, T. (1967), **'Supervisory control of remote manipulation'**, *Spectrum*, IEEE 4 (10), 81–88.
6. G. SHREVE, Bradley. **The US, The USSR, and space exploration**, 1957-1963. In: *INTERNATIONAL Journal on World Peace*. 20. ed. rev. [S. l.]: Paragon House, 2003. v. 20, cap. No. 2, p. pp. 67-83 (17 pages).
7. Gerd Hirzinger, Klaus L. Landzettel, and J. Heindl "ROTEX: space telerobotic flight experiment", *Proc. SPIE 2057, Telerobotics Technology and Space Telerobotics*, (21 December 1993);
8. HAUGO, Simen. **Working From Home: A History of Telerobot Displays**. 2018 (Engineering Cybernetics) - Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2018.
9. HINICH, Melvin J. **Time Series Analysis by State Space Methods**. *Technometrics*. [S. l.]: Informa UK Limited, ago. 2005. DOI 10.1198/tech.2005.s288. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1198/tech.2005.s288>.
10. Intuitive Da Vinci Robots. **About da Vinci Systems**. Disponível em: <https://www.intuitive.com/en-us/products-and-services/da-vinci>. Acesso em: 9 July 2022.
11. KLIMCHIK, Alexandr; MAGID, Evgeni; CARO, Stephane; WAIYAKAN, Kriangkrai; PASHKEVICH, Anatol. **Stiffness of serial and quasi-serial manipulators: comparison analysis**. (A. Sikora, B. Choi, & S. Wang, eds.). *MATEC Web of Conferences*. [S. l.]: EDP Sciences, 2016. DOI 10.1051/mateconf/20167502003. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1051/mateconf/20167502003>.
12. LII, N. Y. et al. **Toward understanding the effects of visual- and force-feedback on robotic hand grasping performance for space teleoperation**, 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Em: 2010 IEEE/RSJ INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS (IROS 2010). IEEE, , out. 2010. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/IROS.2010.5650186>
13. Nikola, Tesla. **Method of and apparatus for controlling mechanism of moving vessels or vehicles**. U.S. Patent No. 613,809. 8 Nov. 1898.
14. NISE, Norman S. Nise. **Control Systems Engineering**. 4. ed. [S. l.]: Wiley & Sons, 2003. 1008 p. ISBN 0471445770.
15. MINOPOULOS, G. et al. **A Survey on Haptic Data Over 5G Networks** *International Journal of Future Generation Communication and Networking*, NADIA, , 30 jun. 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.33832/ijfgcn.2019.12.2.04>
16. MOHAN, A. et al. **Telesurgery and Robotics: An Improved and Efficient Era**, Cureus, Inc, 26 mar. 2021. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.7759/cureus.14124>
17. Niemeyer, G., Preusche, C. & Hirzinger, G. (2008), **Telerobotics**, in **B. Siciliano & O. Khatib, eds, 'Springer Handbook of Robotics'**, Springer Berlin Heidelberg, pp. 741–757.
18. Ogata, K. (1995). **Introduction to Discrete-Time Control Systems**, Englewood Cliffs, New Jersey, EUA: Prentice Hall
19. Ogata, K. **Modern Control Engineering**. 3rd ed, Prentice Hall, 1997.

20. RUOFF, Carl. **Overview of Space Telerobotics**. 1994. AIAA Book Publications (Engineering Cybernetics) - California Institute of Technology, Pasadena, California, 1994.
21. Sahu, Umesh Kumar; Patra, Dipti; Subudhi, Bidyadhar. **Network based control of 2-DOF serial flexible link manipulator**. TENCON 2017 - 2017 IEEE Region 10 Conference. [S. l.]: IEEE, nov. 2017. DOI 10.1109/tencon.2017.8227885. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/TENCON.2017.8227885>.
22. Siciliano, B., Oussama K, **Springer Handbook of Robotics**, Springer 2017.
23. SIMON, Dan. **Optimal State Estimation**. [S. l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2006. DOI 10.1002/0470045345. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1002/0470045345>.
24. Sheridan, T. B. (1987). **Supervisory control**. In G. Salvendy (Ed.), Handbook of human factors (pp. 1243–1268). John Wiley & Sons.
25. Spong, M. W., Hutchinson, S., and Vidyasagar, M. (2005). **Robot Modeling and Control**. John Wiley & Sons, Inc., first edition.
26. ŠABANOVIĆ, Asif; OHNISHI, Kouhei. **Motion Control Systems**. [S. l.]: John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd, 2011. DOI 10.1002/9780470825754. cap. 6. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1002/9780470825754>.
27. Veiga de Lima, Matheus (2018). **SISTEMAS DE TELEOPERAÇÃO BILATERAL SUJEITOS A ATRASOS VARIANTES NO TEMPO** : Disponível em: https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/RA0A-BC2HCP/1/ppgee___1088___matheus_v.pdf.

7 Anexos

Link de acesso ao repositório do GitHub onde foram armazenadas as rotinas de controle desenvolvidas no projeto: <https://github.com/DiogoInfante/Controle-Servo-Bilateral>