

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Stélio Henrique Lopes Neto**

**Sistema computacional para dimensionamento de  
engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais.**

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Jaime Tupiassú Pinho de Castro  
Coorientador: Luísa Imbroisi Cavalcanti

Rio de Janeiro

Junho de 2021

## **Agradecimentos**

Agradeço inicialmente aos meus pais, Francisco e Kátia, e a toda a minha família pelo apoio e incentivo aos estudos.

Agradeço ao meu orientador, Jaime Tupiassú Pinho de Castro, pelo apoio e confiança no desenvolvimento desse trabalho.

Agradeço a minha coorientadora e grande amiga, Luísa Imbroisi Cavalcanti, pela amizade e apoio em todos os momentos.

Agradeço a todos os amigos que fiz na equipe Reptiles Baja, pelos desafios que passamos juntos durante a formação e inúmeras noites no laboratório, amigos que levarei para a vida.

Agradeço a Mariah, pelo carinho e apoio em todos os momentos da minha formação e vida.

## **Resumo**

### **Sistema computacional para dimensionamento de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais.**

O presente projeto se baseia na constituição de um sistema computacional capaz de dimensionar engrenagens de dentes retos e helicoidais, inicialmente pensado para aplicação nos estudos de concepção de veículo *off-road* do tipo Mini Baja SAE, porém, podendo ser aplicado ao dimensionamento de engrenagem de qualquer esquema mecânico.

O material faz uso do software *Excel* e segue as normas internacionais impostas pelo American Gear Manufacturers Association (AGMA), comitê responsável pelo desenvolvimento de todo regulamento acerca de engrenagens.

Palavras chaves: Baja SAE, Sistema computacional, Dimensionamento, Engrenagens, Engrenagens de dentes retos, Engrenagens de dentes helicoidais, AGMA.

## **Abstract**

### **Computational system for dimensioning spur and helical gear.**

The current project is based on the formulation of a computational system capable of dimensioning spur and helical gears, initially thought for application in the design studies of the off-road vehicle Mini Baja SAE type. However, it can be applied to the dimensioning of any gear of any mechanical scheme.

The material uses Excel software and follows international standards imposed by the American Gear Manufacturers Association (AGMA), the committee responsible for developing all regulations on gears.

Key words: Baja SAE, Computational system, Dimensioning, Gear, Spur gear, Helical gear, AGMA.

## SUMÁRIO

1	Introdução.....	1
1.1.	Baja SAE.....	1
1.2.	Dimensionamento .....	1
2	Fundamentação teórica .....	3
2.1.	Tipos de engrenagens.....	3
2.2.	Nomenclatura.....	6
2.3.	Interferência e adelgaçamento.....	9
2.4.	Sistema de dentes.....	10
2.5.	Análise de forças em engrenamento cilíndrico de dentes retos .....	11
2.6.	Equação de flexão de Lewis .....	13
2.7.	Equações de tensão AGMA .....	14
2.8.	Fatores geométricos $YJ$ e $ZI$ (J e I).....	15
2.9.	Fator de sobrecarga $Ko$ .....	18
2.10.	Fator dinâmico $Kv$ .....	19
2.11.	Fator de tamanho $Ks$ .....	20
2.12.	Fator de distribuição de carga $KH$ ( $Km$ ) .....	21
2.13.	Fator de espessura de aro $KB$ .....	22
2.14.	Coeficiente elástico $ZE$ $CP$ .....	22
2.15.	Fator de condição superficial $ZR$ ( $Cf$ ) .....	25
2.16.	Equações de resistência AGMA .....	25
2.17.	Tensões admissíveis $St$ e $SC$ .....	26
2.18.	Fatores de ciclagem de tensão $YN$ e $ZN$ .....	33
2.19.	Fator de confiabilidade $YZ(KR)$ .....	34
2.20.	Fator de temperatura $Y\theta(KT)$ .....	35
2.21.	Fator de razão de dureza para a resistência ao crateramento $ZW(CH)$ ...	35
2.22.	Fatores de segurança $SF$ e $SH$ .....	37

2.23.	Projeto de um par de engrenagens.....	38
3	Sistema computacional.....	40
3.1.	Apresentação do programa.....	40
3.2.	Procedimento de projeto .....	41
4	Conclusão.....	48
	Referências Bibliográficas .....	49

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Engrenagens cilíndricas de dentes retos (CASTRO, 2013) .....	3
Figura 2.2 - Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais (CASTRO, 2013) .....	4
Figura 2.3 – Engrenagens cônicas (CASTRO, 2013).....	5
Figura 2.4 – Coroa e parafuso sem-fim (CASTRO, 2013).....	5
Figura 2.5 – Nomenclatura para dentes de engrenagens cilíndricas de dentes retos (BUDYNAS, 2011).....	7
Figura 2.6 – Vista superior de uma engrenagem helicoidal mostrando as designações mais importantes (JÚNIOR) .....	8
Figura 2.7 – Visualização dos dentes de engrenagens helicoidais. Corte no plano NN e no plano RR (JÚNIOR).....	8
Figura 2.8 – Interferência e adelgaçamento dos dentes abaixo da circunferência de base (NORTON, 2013).....	9
Figura 2.9 – Padronização dos módulos de engrenagem (BUDYNAS, 2011) .....	10
Figura 2.10 – Padronização dos ângulos de pressão e profundidades de dentes para engrenagens cilíndricas de dentes retos (BUDYNAS, 2011) .....	11
Figura 2.11 – Forças no pinhão e na engrenagem em um par acoplado (NORTON, 2013).....	12
Figura 2.12 – Representação de dente de engrenagem como viga em balanço (BUDYNAS, 2011).....	13
Figura 2.13 – Valores do fator de forma $Y$ de Lewis (Valores para ângulos de pressão normal de $20^\circ$ , dentes de profundidade completa) (BUDYNAS, 2011) .....	14
Figura 2.14 – Fatores geométricos $YJ$ de engrenagens cilíndricas de dentes retos (BUDYNAS, 2011).....	16
Figura 2.15 – Fatores geométricos $YJ'$ para engrenagens helicoidais (BUDYNAS, 2011).....	17
Figura 2.16 – Multiplicadores de fatores $YJ'$ para uso com a Figura 2.15 na determinação de $YJ$ (BUDYNAS, 2011) .....	17
Figura 2.17 – Fatores de sobrecarga $K_o$ (NORTON, 2013).....	18

Figura 2.18 – Fator dinâmico $K_v$ (BUDYNAS, 2011) .....	20
Figura 2.19 – Fatores de distribuição de carga $K_H$ (NORTON, 2013) .....	21
Figura 2.20 – Fator de espessura de aro $K_B$ (BUDYNAS, 2011).....	22
Figura 2.21 – Coeficiente elástico $Z_E C_P$ (BUDYNAS, 2011) .....	24
Figura 2.22 – Número de tensão de flexão admissível para aços endurecidos por completo (BUDYNAS, 2011) .....	27
Figura 2.23 - Número de tensão de flexão admissível para engrenagens de aço endurecidas totalmente por nitretação (AISI 4140, 4340) (BUDYNAS, 2011).....	28
Figura 2.24 - Números de tensão de flexão admissíveis para engrenagens de aço nitretado (BUDYNAS, 2011).....	29
Figura 2.25 - Resistência à flexão $S_t$ aplicada repetidamente a engrenagens de aço (BUDYNAS, 2011).....	30
Figura 2.26 – Resistência à flexão $S_t$ aplicada repetidamente a engrenagens de ferro e engrenagens de bronze (BUDYNAS, 2011) .....	30
Figura 2.27 – Resistência à fadiga de contato $S_c$ para engrenagens de aço endurecido por completo (BUDYNAS, 2011) .....	31
Figura 2.28 – Resistência ao contato $S_c$ aplicada para engrenagens de aço (BUDYNAS, 2011).....	32
Figura 2.29 - Resistência ao contato $S_c$ aplicada para engrenagens de ferro e bronze (BUDYNAS, 2011).....	32
Figura 2.30 – Fator de ciclagem de tensão $Y_N$ para a resistência de flexão sob carregamento repetido (BUDYNAS, 2011).....	33
Figura 2.31 – Fator de ciclagem de tensão para a resistência ao crateramento $Z_N$ (BUDYNAS, 2011).....	34
Figura 2.32 – Fatores de confiabilidade $Y_Z (K_R)$ (BUDYNAS, 2011).....	34
Figura 2.33 – Fator de razão de dureza $Z_W C_H$ (aço endurecido por completo) (BUDYNAS, 2011).....	36
Figura 2.34 – Fator de razão de dureza $Z_W C_H$ (pinhão de aço com superfície endurecida) (BUDYNAS, 2011).....	37



## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Parâmetros de entrada do motor .....	41
Tabela 3.2 – Parâmetros de entrada de redução do engrenamento .....	42
Tabela 3.3 – Sugestão para número de dentes .....	42
Tabela 3.4 – Definição do número de dentes.....	42
Tabela 3.5 – Parâmetros geométricos das engrenagens.....	43
Tabela 3.6 – Parâmetros dos materiais e tratamentos térmicos .....	43
Tabela 3.7 – Parâmetros dos fatores de ciclagem .....	44
Tabela 3.8 – Parâmetros dos fatores geométricos.....	44
Tabela 3.9 – Parâmetros do fator de temperatura.....	44
Tabela 3.10 – Parâmetros do fator de confiabilidade .....	45
Tabela 3.11 – Parâmetro do fator de sobrecarga.....	45
Tabela 3.12 – Parâmetro do fator de tamanho.....	45
Tabela 3.13 – Parâmetro do fator de espessura de aro .....	45
Tabela 3.14 – Parâmetro do fator de distribuição de carga.....	45
Tabela 3.15 – Parâmetros do fator dinâmico.....	46
Tabela 3.16 – Parâmetro do fator de condição superficial .....	46
Tabela 3.17 – Resultados para tensões de flexão .....	46
Tabela 3.18 – Resultados para tensões de contato .....	46

# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1. Baja SAE**

A competição de Baja é um dos projetos estudantis criados e organizados pela SAE (Society of Automotive Engineers) e possui como objetivo propor para os estudantes de engenharia e demais cursos relacionados o desafio de se comprometerem em um caso real de desenvolvimento de veículo *off-road* - termo em inglês que significa “fora da estrada”, ou seja, designado para locais que não possuem estradas pavimentadas, caminhos de fácil acesso ou qualquer estrutura urbanizada - através de protótipos desenvolvidos pelos alunos desde a fase de projetos até a fabricação e concepção do veículo. Por conta do aprendizado adquirido e da dedicação dos estudantes envolvidos para a evolução do protótipo, houve o interesse e a motivação para o desenvolvimento deste projeto.

## **1.2. Dimensionamento**

Este trabalho tem por finalidade oferecer uma alternativa de auxiliar o processo de dimensionamento de engrenagens cilíndricas, tanto de dentes retos quanto helicoidais, ajudando projetistas a desenvolver projetos mecânicos de forma mais automatizada via computadores, encurtando o tempo de cálculo para cada par de redução e fornecendo ao designer do projeto mais tempo para o comparativo entre as possibilidades encontradas.

A partir da proposta inicial de facilitar a elaboração das atividades da equipe de Baja da universidade - a Reptiles -, dada a dinâmica de competições a que é submetida, fez-se necessária a automatização do processo. A intenção é, além dos limites da equipe de competição, auxiliar em quaisquer estudos de desenvolvimento mecânico que demandem de engrenagens.

São muitas as variáveis que envolvem os cálculos para desenvolver engrenagens, logo, há diversas decisões a serem tomadas. Essa questão carrega uma demanda temporal que pode trazer à repetição até que seja encontrada uma especificação de engrenagem viável para o objetivo proposto. O sistema computacional traz redução do tempo gasto no detalhamento de projetos mecânicos, bem como aumenta a eficiência ao permitir que vários projetos sejam avaliados nas suas configurações.

É importante ressaltar que o dado sistema computacional apresenta os resultados de acordo com as informações pré estabelecidas pelo usuário, para que ele o avalie e o modifique, caso haja necessidade.

Para melhor compreensão, é importante a definição dos elementos envolvidos neste estudo. Dentre eles, a engrenagem cilíndrica de dentes retos, formato mais simples das engrenagens existentes, que é composta por dentes paralelos ao eixo de rotação e se comunicam através do movimento conjugado do outro eixo paralelo. O outro tipo de engrenagem, helicoidal, contém dentes inclinados quando comparados à perspectiva do eixo de rotação da máquina e cria forças axiais e conjugados de flexão.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1. Tipos de engrenagens

- Engrenagens cilíndricas de dentes retos

Possuem os dentes paralelos ao eixo de rotação e são utilizadas para transmitir o movimento de um eixo para o outro, paralelo ao primeiro. São as mais comuns e, por isso, possuem fabricação mais barata pela sua simplicidade. Esse tipo são elementos que produzem muito ruído quando em operação, sendo as vezes substituídas pelas engrenagens de dentes helicoidais quando necessário.

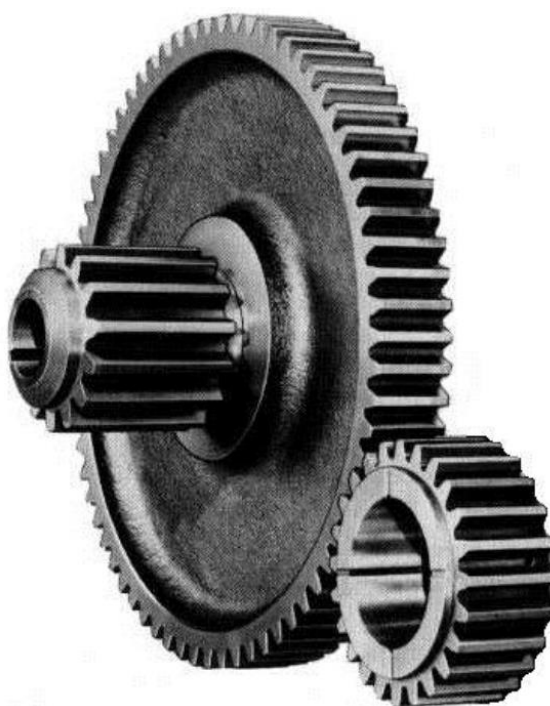


Figura 2.1 – Engrenagens cilíndricas de dentes retos (CASTRO, 2013)

- Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais

Quando as engrenagens de dentes helicoidais realizam o movimento de rotação, o contato de cada dente ocorre, primeiramente, em um de seus lados e aumenta gradativamente ao longo do dente com o prosseguimento do movimento. Desta forma, o engrenamento acontece de forma progressiva, o que o torna a operação mais suave e silenciosa. Elas possuem os dentes inclinados em relação ao eixo de rotação e, por isso, são criadas forças axiais e momentos flexores durante a transmissão de potência, situações que não ocorrem em engrenagens de dentes retos. Esse tipo é

utilizado tanto para transmitir o movimento entre eixos paralelos quanto para não-paralelos, que não se interceptam.



Figura 2.2 - Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais (CASTRO, 2013)

- Engrenagens cônicas

Normalmente possuem dentes semelhantes aos das engrenagens comuns de dentes retos, porém as superfícies dos dentes são fabricadas sobre elementos cônicos. Os seus dentes podem ser retos ou espirais. Os dentes espirais, como nas engrenagens helicoidais, possuem um engrenamento gradativo. Os eixos são normalmente, mas não necessariamente, perpendiculares para possibilitar a transmissão do movimento entre eixos concorrentes.

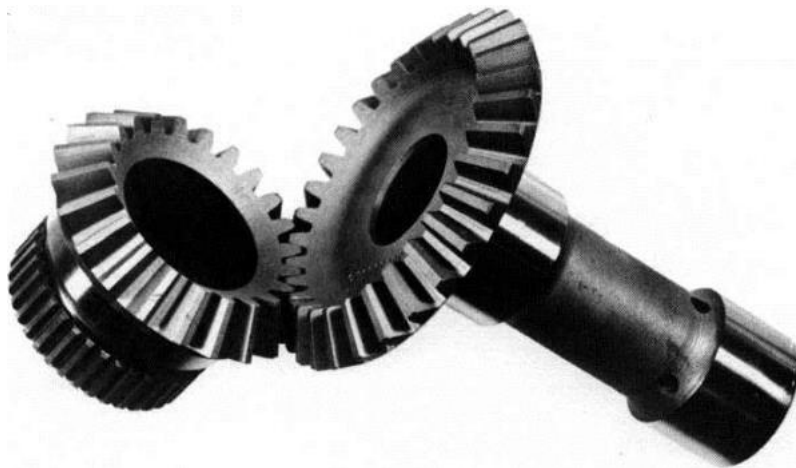


Figura 2.3 – Engrenagens cônicas (CASTRO, 2013)

- Coroa e parafuso-sem-fim

O conjunto de coroa e parafuso-sem-fim é constituído por um parafuso engrenado a uma engrenagem helicoidal especial. Seguindo o fundamento de um parafuso, o sem-fim dispõe de uma ou mais roscas. Esse tipo de engrenagens possui a característica de operar em altas relações de velocidades e altas velocidades de deslizamento, resultando em geração de calor e eficiência do sistema de transmissão mais críticas quando comparadas a outros tipos de engrenagens.



Figura 2.4 – Coroa e parafuso sem-fim (CASTRO, 2013)

## 2.2. Nomenclatura

Para as engrenagens, deve-se previamente definir algumas nomenclaturas para o melhor entendimento. A começar com o círculo primitivo, que é um círculo teórico no qual todos os cálculos são baseados, seu diâmetro é chamado diâmetro primitivo  $dp$ . Os círculos primitivos de um par de engrenagens engrazadas são tangentes entre si, a menor das engrenagens é chamada de pinhão e a maior é chamada de coroa.

O módulo  $m$  é a razão entre o diâmetro primitivo e o número de dentes  $N$ .

$$m = \frac{dp}{N} \quad (1)$$

E o passo diametral  $P$  é o inverso do módulo, ou seja, é definido como a razão entre o número de dentes e o diâmetro primitivo, sendo expresso em dentes por polegada.

$$P = \frac{N}{dp} \quad (2)$$

O passo circular  $p$  é a distância, medida no círculo primitivo, do ponto de um dente ao correspondente ponto no dente adjacente. Assim, pode ser calculada como:

$$p = \frac{\pi dp}{N} = \pi m \quad (3)$$

O círculo de base é um círculo teórico no qual é tangente à linha de pressão, logo, o ângulo de pressão determina seus tamanhos. Pode-se definir o diâmetro do círculo de base como:

$$db = dp \cos \phi_t \quad (4)$$

O adendo  $a$  é a distância radial entre o topo do dente e o círculo primitivo, enquanto o dedendo  $b$  é a distância radial entre o fundo do dente e o círculo primitivo. A soma do adendo e do dedendo é definida como altura do dente  $h$ .

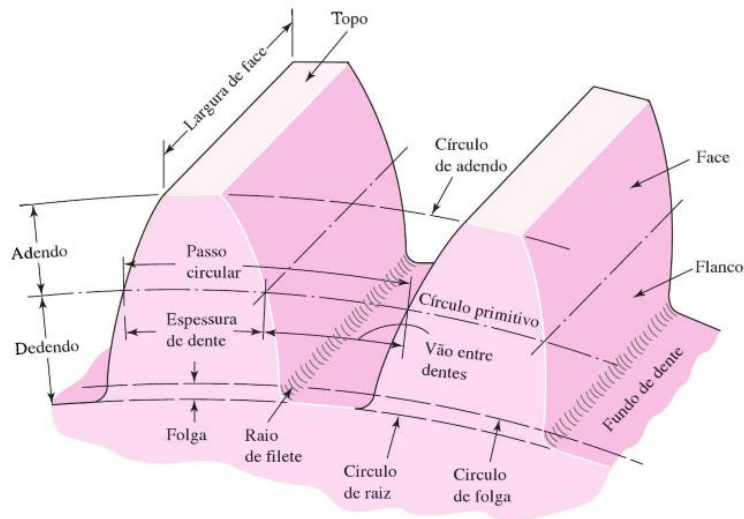


Figura 2.5 – Nomenclatura para dentes de engrenagens cilíndricas de dentes retos (BUDYNAS, 2011)

Outro parâmetro importante é o ângulo de pressão  $\phi$ , que é formado a partir de uma reta tangente em comum aos dois perfis da engrenagem com a reta perpendicular à linha que une os centros das engrenagens.

As engrenagens helicoidais possuem, também, ângulo de hélice  $\psi$ , que define a inclinação dos dentes em relação ao eixo das engrenagens, além do ângulo de pressão normal ou ortogonal  $\phi_n$  que de fato está no plano de rolamento e é normalizado.

O passo normal ou ortogonal  $p_n$  e o passo axial  $p_a$  são as distâncias, medidas no círculo primitivo, do ponto de um dente ao correspondente ponto no dente adjacente em diferentes planos como visto na Figura 2.6 e na Figura 2.7.



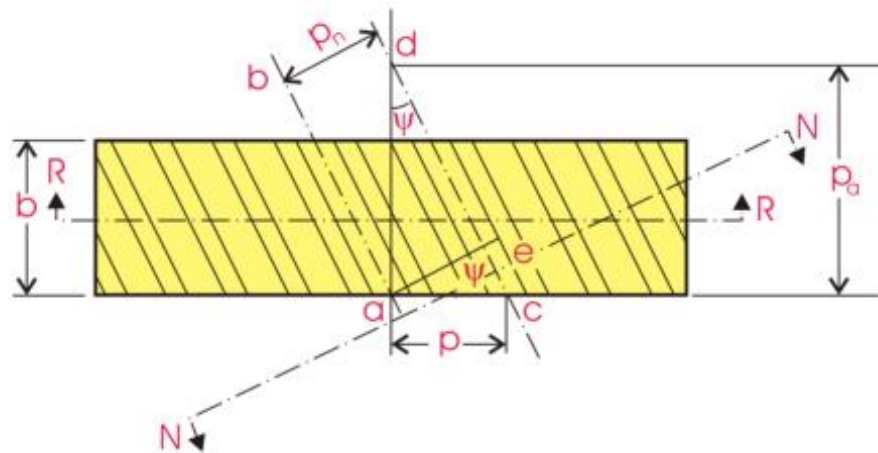


Figura 2.6 – Vista superior de uma engrenagem helicoidal mostrando as designações mais importantes (JÚNIOR)

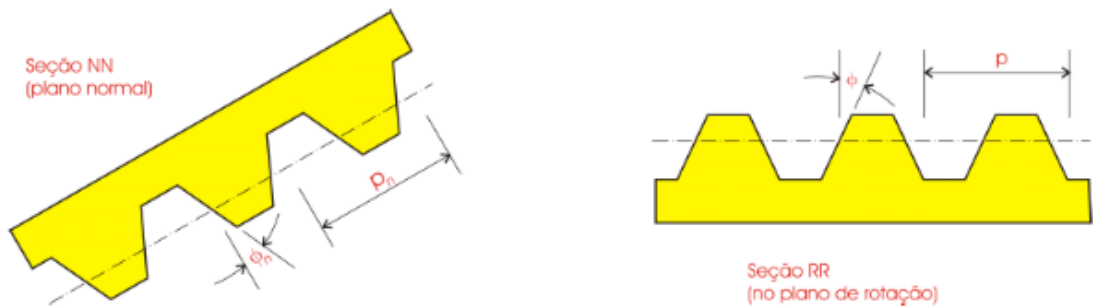


Figura 2.7 – Visualização dos dentes de engrenagens helicoidais. Corte no plano NN e no plano RR (JÚNIOR)

O plano RR é perpendicular ao eixo da engrenagem, enquanto o plano NN é perpendicular aos dentes.

Com isso, definimos as seguintes relações:

$$p_n = p \cos \psi \quad (5)$$

$$\tan \phi_n = \tan \phi \cos \psi \quad (6)$$

O módulo normal é diretamente proporcional ao passo normal e é dado por:

$$m_n = m \cos \psi \quad (7)$$

### 2.3. Interferência e adelgaçamento

A forma do dente involuta é definida apenas fora do diâmetro primitivo e é possível que o dedendo seja grande o suficiente para estender-se além do diâmetro de base. Caso isso ocorra, a parte abaixo do diâmetro de base não será involuta, havendo uma interferência com a ponta do dente da engrenagem acoplada, pois é um dente involuto.

Quando as engrenagens são produzidas por um processo de geração, como uma fresa caracol, essa interferência não ocorre, pois a ferramenta de corte irá interferir com a parte abaixo do diâmetro de base e remover essa porção de material que gera a interferência. Este fato, porém, gera o adelgaçamento, causando enfraquecimento da engrenagem de forma considerável, já que o momento e o cisalhamento máximos ocorrerão nesta região da base do dente, causando uma possível falha prematura no elemento. Ambos os fenômenos podem ser observados na Figura x.

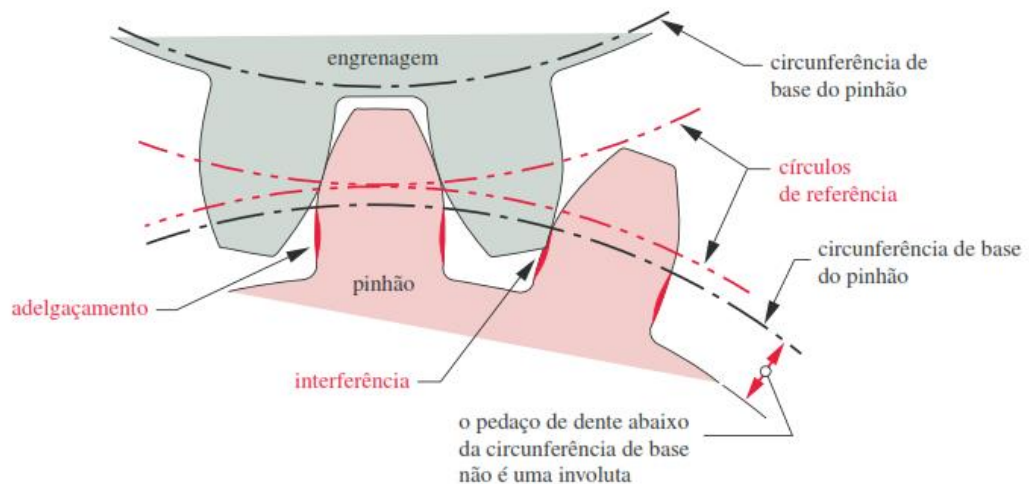


Figura 2.8 – Interferência e adelgaçamento dos dentes abaixo da circunferência de base (NORTON, 2013)

A interferência e o adelgaçamento são resultantes de engrenagens com poucos dentes, e devem ser prevenidos. Para evitar esses fenômenos nos pares de engrenagens de dentes retos, o número mínimo de dentes do pinhão deve respeitar a seguinte equação:

$$N_P > \frac{2k}{(1 + 2r) \sen^2 \phi} \left( r + \sqrt{r^2 + (1 + 2r) \sen^2 \phi} \right) \quad (8)$$

Onde  $k$  é o fator de forma do dente com  $k = 1$  para dentes com altura completa e  $k = 0,8$  para dentes diminuídos e  $r$  é a relação de engrenagem definida como a razão entre o número de dentes da coroa  $N_C$  e o número de dentes do pinhão  $N_P$ .

$$r = \frac{N_C}{N_P} \quad (9)$$

De forma análoga, os dentes de engrenagens helicoidais também podem apresentar interferência e, por isso, podemos generalizar o menor número de dentes do pinhão sendo:

$$N_P > \frac{2k \cos \psi}{(1 + 2r) \sin^2 \phi_t} \left( r + \sqrt{r^2 + (1 + 2r) \sin^2 \phi_t} \right) \quad (10)$$

Deve se definir também, o maior número de dentes da coroa de engrenagens de dentes retos que operará com um pinhão para que não ocorra a interferência.

$$N_C < \frac{N_P^2 \sin^2 \phi - 4k^2}{4k - 2N_P \sin^2 \phi} \quad (11)$$

Da mesma forma, pode-se generalizar para as engrenagens de dentes helicoidais, definindo o número máximo de dentes da coroa, como:

$$N_C < \frac{N_P^2 \sin^2 \phi_t - 4k^2 \cos^2 \psi}{4k \cos \psi - 2N_P \sin^2 \phi_t} \quad (12)$$

## 2.4. Sistema de dentes

O sistema de dentes é uma padronização para relações entre o adendo, o dedendo, a profundidade de trabalho, a espessura de dente e o ângulo de pressão. Os padrões foram criados com intuito de manter a estabilidade nos processos e garantir a possibilidade da produção de engrenagens com quaisquer números de dentes, porém, com o mesmo ângulo de pressão e passo.

Módulos	
Preferidos	1, 1,25, 1,5, 2, 2,5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Próxima escolha	1,125, 1,375, 1,75, 2,25, 2,75, 3,5, 4,5, 5,5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

Figura 2.9 – Padronização dos módulos de engrenagem (BUDYNAS, 2011)

Sistema de dente	Ângulo de pressão $\phi$ , graus	Adendo $a$	Dedendo $b$
Profundidade completa	20	$1/P_d$ ou $1m$	$1,25/P_d$ ou $1,25m$
			$1,35/P_d$ ou $1,35m$
	$22\frac{1}{2}$	$1/P_d$ ou $1m$	$1,25/P_d$ ou $1,25m$
			$1,35/P_d$ ou $1,35m$
	25	$1/P_d$ ou $1m$	$1,25/P_d$ ou $1,25m$
			$1,35/P_d$ ou $1,35m$
Curto	20	$0,8/P_d$ ou $0,8m$	$1/P_d$ ou $1m$

Figura 2.10 – Padronização dos ângulos de pressão e profundidades de dentes para engrenagens cilíndricas de dentes retos (BUDYNAS, 2011)

## 2.5. Análise de forças em engrenamento cilíndrico de dentes retos

A análise de forças nos dentes de engrenagens acopladas pode ser compreendida através do diagrama de corpos livre ilustrado na Figura 2.11, no qual é representado o pinhão sobre o eixo  $a$ , com o torque  $T_p$  e aciona a coroa que está sobre o eixo  $b$ . No ponto de contato, obtém-se uma única força  $W$  que atua ao longo da linha de ação do ângulo de pressão. Essa força pode ser decomposta pela componente radial  $W_r$ , e pela componente tangencial  $W_t$ . Como a componente tangencial é a única que transmite potência, torna-se realmente útil e pode ser encontrada por:

$$W_t = \frac{2 T_p}{dp_p} \quad (13)$$

A componente radial  $W_r$  e a força resultante  $W$  são definidas como:

$$W_r = W_t \tan \phi \quad (14)$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi} \quad (15)$$

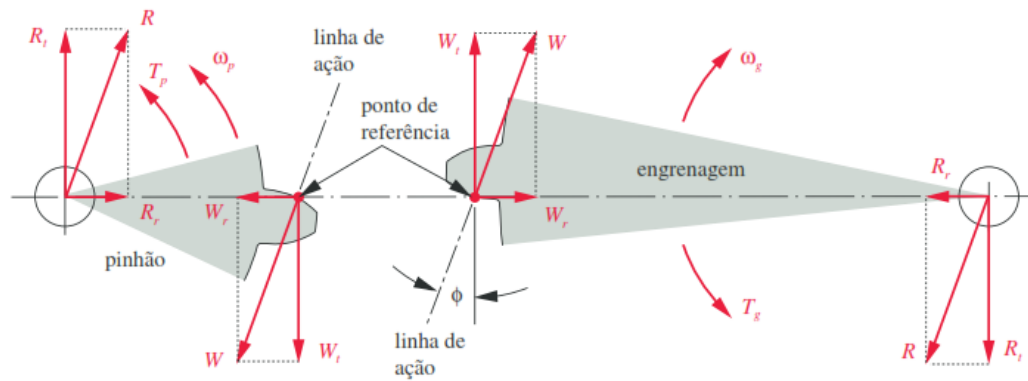


Figura 2.11 – Forças no pinhão e na engrenagem em um par acoplado (NORTON, 2013)

As engrenagens possuem uma eficiência razoável, com perdas de potência de menos de 2% e, por isso, podem ser tratadas como constantes ao longo do engrenamento. A potência  $H$  transmitida por uma engrenagem pode ser relacionada pelo produto do torque  $T$  com a velocidade angular  $\omega$ .

$$H = T \omega = \frac{W_t dp}{2} \omega \quad (16)$$

A velocidade na linha primitiva  $V$  é a velocidade linear de um ponto da engrenagem que está localizado no raio do círculo primitivo e, frequentemente, pode definir dados de engrenagens tabulados. É calculada por:

$$V = \frac{dp}{2} \omega \quad (17)$$

Em engrenagens helicoidais, os contatos entre os dentes ocorrem no plano inclinado NN, como mostrado anteriormente na Figura 2.7. Com isso, a força de contato  $W$  deve estar nesse plano. Devido essa inclinação, além das componentes radial  $W_r$  e tangencial  $W_t$ , é gerada uma componente axial  $W_a$ . De forma análoga, a (13) também é válida para engrenagens helicoidais, e define-se as demais forças pelas relações:

$$W_r = W_t \tan \phi_t \quad (18)$$

$$W_a = W_t \tan \psi \quad (19)$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \psi \cos \phi_n} \quad (20)$$

## 2.6. Equação de flexão de Lewis

A equação de Lewis, a primeira equação útil para as tensões de flexão em um dente de engrenagem, foi desenvolvida por W. Lewis em 1892. Ele reconheceu que o dente é uma viga em balanço com sua seção crítica na raiz e com dimensões transversais  $F$  e  $t$ , tendo comprimento  $l$  e uma carga  $W_t$  uniformemente distribuída ao longo da largura de face  $F$ .

O módulo seccional  $I/c$  equivale a  $F t^2/6$  e, a partir disso, a equação de tensão de flexão é agora conhecida como equação de Lewis:

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{6 W_t l}{F t^2} \quad (21)$$

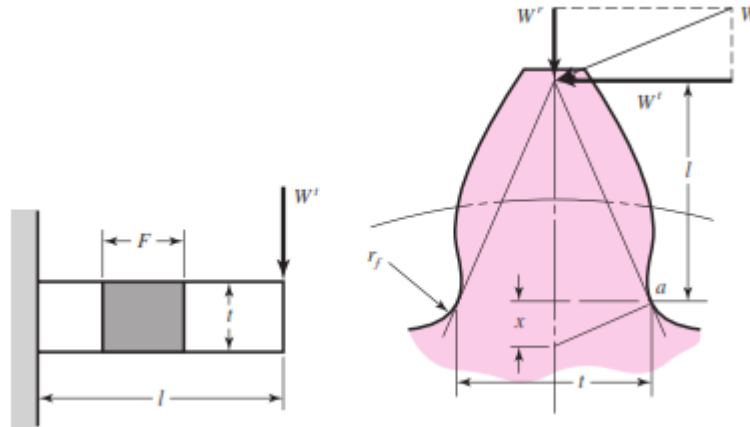


Figura 2.12 – Representação de dente de engrenagem como viga em balanço (BUDYNAS, 2011)

Considerando que a máxima tensão em um dente de engrenagem ocorre na raiz do dente (ponto a), por similaridade de triângulos, é possível definir a equação de Lewis como:

$$\sigma = \frac{W_t P}{F Y} \quad (22)$$

Sendo  $Y$  o fator de forma de Lewis, que pode ser obtido em uma disposição gráfica do dente de engrenagem ou computação digital. Engrenagens com ângulo de pressão normal de  $20^\circ$ , dentes de profundidade completa e um passo diametral unitário no plano de rotação podem ser obtidos os valores do fator de forma de Lewis através da tabela:

Número de dentes	Y	Número de dentes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,261	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,290	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,460
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,480
26	0,346	Cremalheira	0,485

Figura 2.13 – Valores do fator de forma Y de Lewis (Valores para ângulos de pressão normal de 20°, dentes de profundidade completa) (BUDYNAS, 2011)

A equação de Lewis não é mais utilizada em sua forma original, mas serve como base para a equação definida pela AGMA, a qual foi aumentada com fatores adicionais para levar em consideração alguns mecanismos de falha que ainda não haviam sido estudados, tal qual a concentração de tensão que, na época de atuação de Lewis, ainda não havia sido descoberta.

## 2.7. Equações de tensão AGMA

Duas equações fundamentais de tensão são utilizadas na metodologia AGMA: uma em relação à tensão flexional e outra que lida com a resistência ao crateramento. A equação para tensão flexional é definida, no sistema internacional de unidades e em unidades habituais dos EUA, respectivamente, como:

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{F m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} \quad (23)$$

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

Em que, para as unidades SI (unidades inglesas),

$W_t$  é a força tangencial transmitida, N (lbf)

$K_o$  é o fator de sobrecarga

$K_v$  é o fator dinâmico

$K_s$  é o fator de tamanho

$F$  é a largura da face do membro mais estreito, mm (in)

$m_t$  é o módulo métrico transversal

$K_H$  ( $K_m$ ) é o fator de distribuição de carga

$K_B$  é o fator de espessura de aro (de borda)

$Y_J$  ( $J$ ) é o fator geométrico para a resistência flexional

$P_d$  é o passo diametral transversal

A equação fundamental para a resistência de crateramento é definida, no sistema internacional de unidades e em unidades habituais dos EUA, respectivamente, como:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{dp_P F} \frac{Z_R}{Z_I}} \\ \sigma_c &= C_P \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_m}{dp_P F} \frac{C_f}{I}}\end{aligned}\tag{24}$$

Em que, para as unidades SI (unidades inglesas),

$Z_E$  ( $C_P$ ) é o coeficiente elástico em  $\sqrt{N/mm^2}$  ( $\sqrt{lbf/in^2}$ )

$dp_P$  é o diâmetro primitivo do pinhão em mm (in)

$Z_R$  ( $C_f$ ) é o fator de condição superficial

$Z_I$  ( $I$ ) é o fator geométrico para resistência de crateramento

## 2.8. Fatores geométricos $Y_J$ e $Z_I$ (J e I)

Como pôde ser visto anteriormente na equação de Lewis, o fator  $Y$  é utilizado para introduzir o efeito da forma de dente na equação de tensão. Para AGMA, os fatores  $Y_J$  e  $Z_I$  pretendem alcançar o mesmo propósito de uma forma refinada.



O fator  $Y_f$  da AGMA considera, além de um valor modificado do fator de forma de Lewis, também, a concentração de tensão de fadiga  $K_f$  e uma razão de compartilhamento de carga no dente  $m_N$ .

A Figura 2.5 pode ser utilizada para obter o fator geométrico  $Y_f$  para engrenagens de dentes retos com um ângulo de pressão de  $20^\circ$  e dentes de profundidade completa. Para engrenagens de dentes helicoidais que possuem um ângulo de pressão normal de  $20^\circ$  e razões de contato de face  $m_F = 2$  ou maiores, a Figura 2.15 e Figura 2.16 permite obter o fator geométrico.

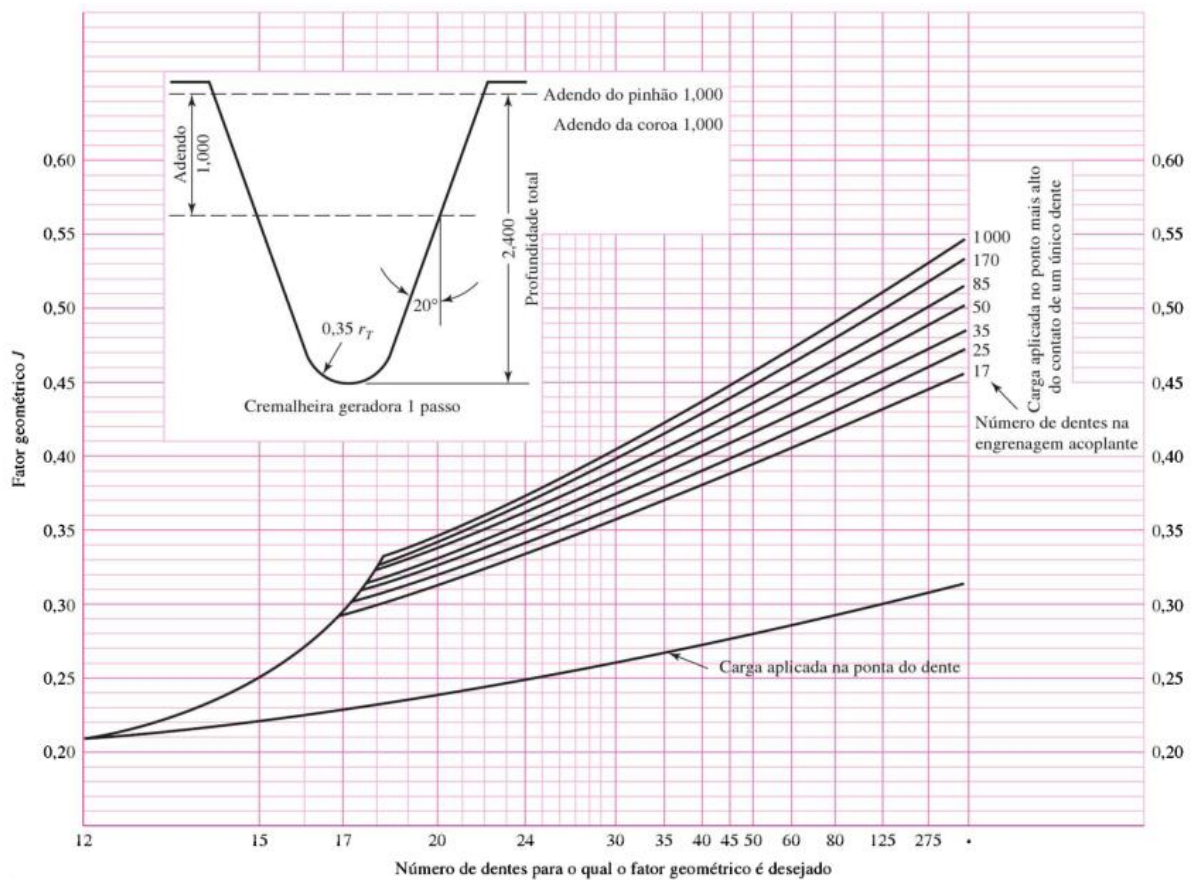


Figura 2.14 – Fatores geométricos  $Y_f$  de engrenagens cilíndricas de dentes retos (BUDYNAS, 2011)

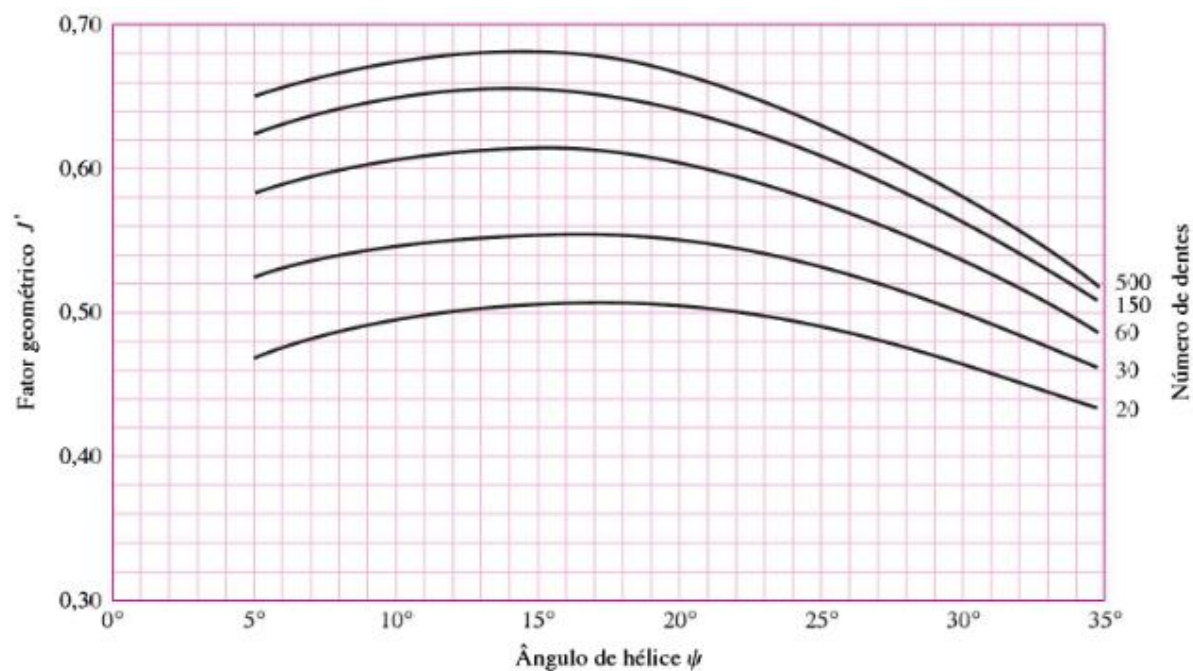


Figura 2.15 – Fatores geométricos  $J'_f$  para engrenagens helicoidais (BUDYNAS, 2011)

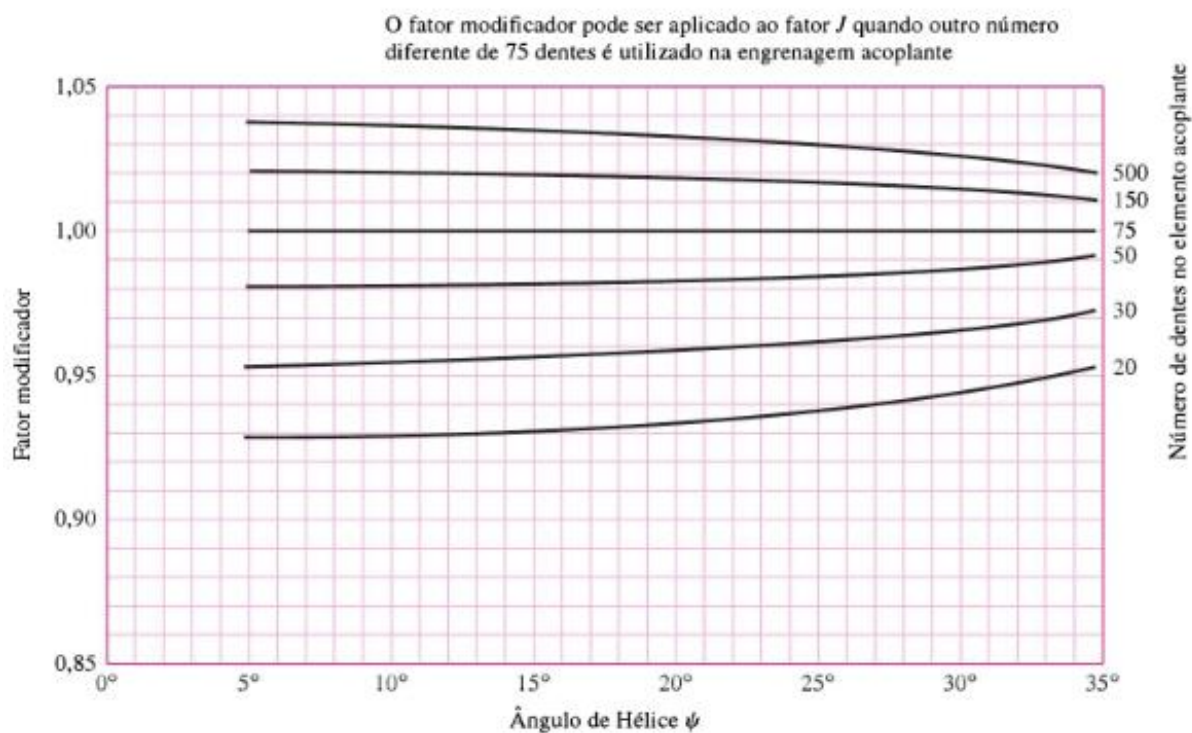


Figura 2.16 – Multiplicadores de fatores  $J'_f$  para uso com a Figura 2.15 na determinação de  $J_f$  (BUDYNAS, 2011)

O fator geométrico da resistência de crateramento  $Z_I$  ( $I$ ), também chamado de fator geométrico da resistência superficial, pode ser descrito para engrenagens externas, quer sejam cilíndricas de dentes retos, quer sejam engrenagens helicoidais como:

$$Z_I = \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2 m_N} \frac{r}{r + 1} \quad (25)$$

Em que  $m_N$  é o fator de razão de compartilhamento de carga e possui o valor 1 para engrenagens cilíndricas de dentes retos. Para engrenagens helicoidais, uma aproximação conservativa é dada pela equação:

$$m_N = \frac{p_n \cos \phi_n}{0,95 Z} \quad (26)$$

Onde  $Z$  é o comprimento da linha de ação no plano transversal e pode ser computada com a equação:

$$Z = \left[ \left( \frac{dp_P}{2} + a \right)^2 - \left( \frac{db_P}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[ \left( \frac{dp_C}{2} + a \right)^2 - \left( \frac{db_C}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{dp_P + dp_C}{2} \right) \sin \phi_t \quad (27)$$

Em que  $dp_P$  e  $dp_C$  são os diâmetros primitivos e  $db_P$  e  $db_C$  são os diâmetros do círculo de base do pinhão e da coroa, respectivamente.

## 2.9. Fator de sobrecarga $K_o$

O fator de sobrecarga  $K_o$  é elaborado para levar em consideração cargas externas aplicadas que excedem a carga tangencial  $W_t$ . Por exemplo, a variação no torque, em razão da explosão interna nos cilindros do motor de combustão interna.

A Figura 2.17 mostra valores sugeridos pela AGMA para  $K_o$ , baseados nos níveis supostos de carregamento de impacto nos dispositivos motor e movido.

Máquina motora	Máquina movida		
	Uniforme	Choque moderado	Choque severo
Uniforme (motor elétrico, turbina)	1,00	1,25	1,75 ou mais
Choque leve (motor multi-cilindros)	1,25	1,50	2,00 ou mais
Choque médio (motor de um único cilindro)	1,50	1,75	2,25 ou mais

Figura 2.17 – Fatores de sobrecarga  $K_o$  (NORTON, 2013)

## 2.10. Fator dinâmico $K_v$

O fator dinâmico  $K_v$  leva em conta as cargas de vibrações geradas por impactos dos dentes induzidos pelo engrenamento não conjugado dos dentes de engrenagens. As cargas de vibração são chamadas de erros de transmissão e pioram em engrenagens com baixa precisão. Alguns efeitos que produzem erro de transmissão são:

- Falta de acurácia produzida durante a geração do perfil de dente.
- Vibração do dente durante o engrazamento.
- Magnitude da velocidade no círculo primitivo.
- Desgaste e deformação permanente das porções em contato dos dentes.
- Desbalanceamento dinâmico dos membros rotativos.
- Desalinhamento do eixo de engrenagens e deflexão linear e angular do eixo.
- Fricção entre os dentes.

A qualidade de engrenagem  $Q_v$  é um índice que varia desde a menor qualidade (3) até a maior precisão (16). Basicamente, o que define esse índice é o método de fabricação da engrenagem. Engrenagens geradas terão índices próximos de 3-4. As engrenagens feitas por métodos grosseiros estarão no intervalo de 5-7. Aquelas que forem acabadas por polimento ou retífica,  $Q_v$  pode estar entre 8-11. Lapidação e amolamento podem atingir os índices de qualidade mais elevados.

Para levar em conta esses aspectos, a AGMA fornece curvas empíricas para  $K_v$  como uma função da velocidade na linha primitiva  $V$ .

A Figura 2.18 dispõe uma família de curvas, que variam com o índice de qualidade  $Q_v$  do engrenamento.

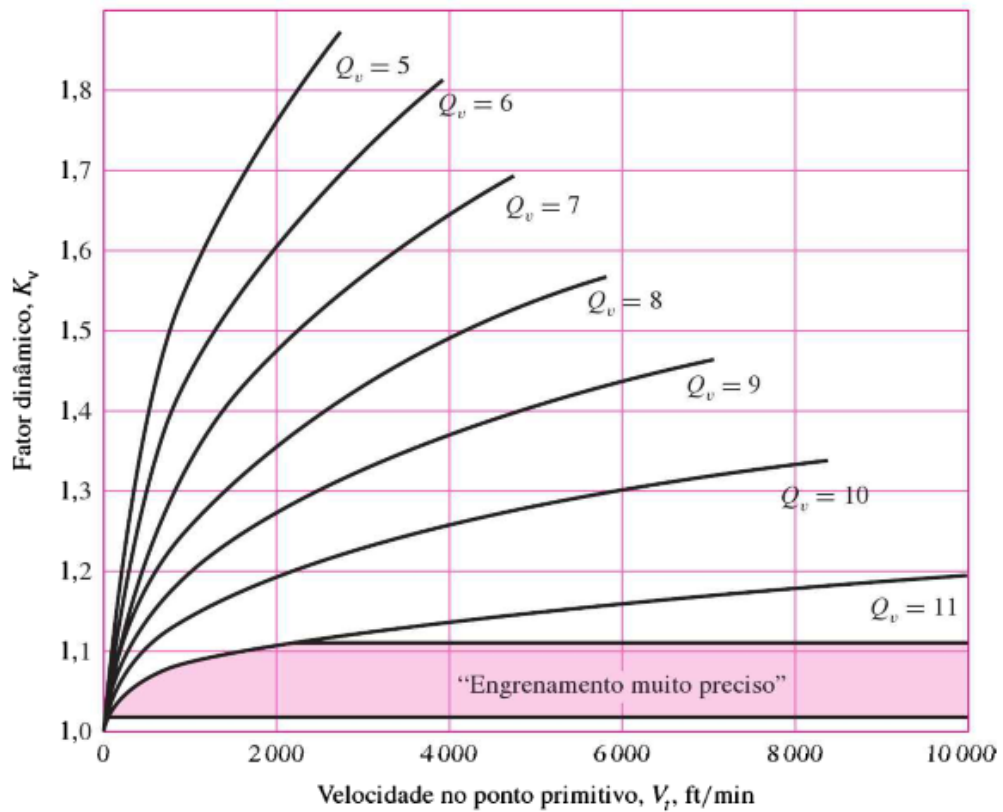


Figura 2.18 – Fator dinâmico  $K_v$  (BUDYNAS, 2011)

As equações empíricas para as curvas da Figura 2.18 são:

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B \quad (28)$$

Em que:

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad (29)$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}} \quad (30)$$

E a velocidade máxima, representada pelos pontos finais das curvas é dada por

$$V_{max} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} \quad (31)$$

### 2.11. Fator de tamanho $K_s$

O fator de tamanho  $K_s$  reflete a não uniformidade das propriedades do material causada pelo tamanho e depende de:

- Tamanho do dente.
- Diâmetro da peça.

- Razão entre o tamanho do dente e o diâmetro da peça.
- Largura de face.
- Área do padrão de tensão.
- Razão da profundidade de camada pelo tamanho do dente.
- Capacidade de endurecimento e tratamento térmico.

A AGMA ainda não estabeleceu alguma norma para os fatores de tamanho e recomenda utilizá-lo sendo igual a 1, porém, caso o projetista deseje aumentar o valor para levar em consideração situações como dentes muito grandes, pode utilizar uma hipótese conservadora e igualar  $K_s$  a 1,25 ou 1,5.

## 2.12. Fator de distribuição de carga $K_H$ ( $K_m$ )

O fator de distribuição de carga  $K_H$  modificou as equações de tensão para refletir a não uniformidade da distribuição de carga ao longo da linha de contato, pois qualquer desalinhamento axial ou desvio no formato do dente acarretará a distribuição desigual da carga transmitida sobre a largura de face dos dentes da engrenagem. Esse problema se torna mais acentuado em engrenagens com larguras de face maiores.

Uma maneira conservativa de atender à distribuição de carga menos uniforme é aplicar o fator  $K_H$  para aumentar as tensões em larguras de face maiores. Alguns valores sugeridos são mostrados na Figura 2.19. É recomendado manter os valores de largura de face dentro dos limites de  $8 * m < F < 16 * m$ .

Largura da face		
in	(mm)	$K_m$
< 2	(50)	1,6
6	(150)	1,7
9	(250)	1,8
≥ 20	(500)	2,0

Figura 2.19 – Fatores de distribuição de carga  $K_H$  (NORTON, 2013)

### 2.13. Fator de espessura de aro $K_B$

O fator de espessura de aro  $K_B$  é utilizado quando a espessura do aro não é suficiente para proporcionar suporte completo para a raiz do dente, ocorrendo falha por fadiga flexional dentro do aro de engrenagem em lugar do filete do dente. Nesses casos, é recomendado o uso do fator  $K_B$  para ajustar a tensão de flexão estimada para engrenagens de aro fino. É dado por:

$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \frac{2,242}{m_B} & m_B < 1,2 \\ 1 & m_B \geq 1,2 \end{cases} \quad (32)$$

Em que:

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (33)$$

Onde  $t_R$  é a espessura do aro abaixo do dente, e  $h_t$  é a altura do dente. A Figura 2.20 apresenta o valor de  $K_B$  graficamente.

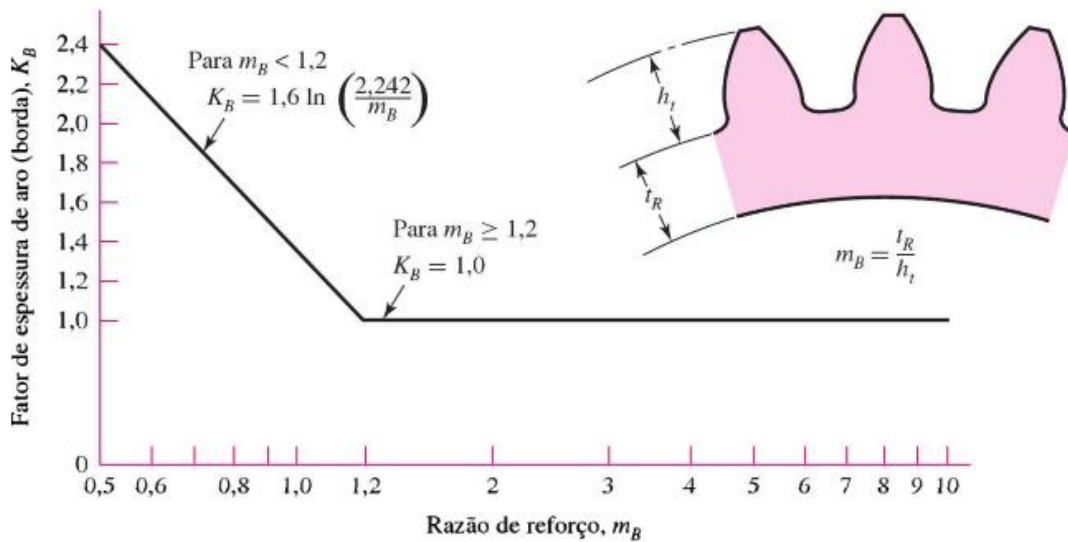


Figura 2.20 – Fator de espessura de aro  $K_B$  (BUDYNAS, 2011)

### 2.14. Coeficiente elástico $Z_E (C_P)$

O coeficiente elástico  $Z_E$  leva em conta as diferenças entre os materiais dos dentes e é encontrado a partir de:

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_c^2}{E_c} \right)}} \quad (34)$$

Onde  $E_p$  e  $E_c$  são, respectivamente, os módulos de elasticidade para o pinhão e para a coroa, e  $\nu_p$  e  $\nu_c$  são os respectivos coeficientes de Poisson. A Figura 2.21 possui valores de  $C_p$  para várias combinações de materiais comuns em engrenagens baseadas em um valor hipotético de  $\nu = 0,3$  para todos os materiais.



**Tabela 14-8**

Coefficiente elástico  $C_p$  ( $Z_E$ ),  $\sqrt{\text{psi}}$  ( $\sqrt{\text{MPa}}$ ).  
Fonte: AGMA 218.01.

Material do pinhão	Módulo de elasticidade do pinhão $E_p$ psi (MPa)*	Material da coroa e módulo de elasticidade $E_o$ , lbf/in <sup>2</sup> (MPa)*				
		Aço $30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	Ferro maleável $25 \times 10^6$ ( $1,7 \times 10^5$ )	Ferro nodular $24 \times 10^6$ ( $1,7 \times 10^5$ )	Ferro fundido $22 \times 10^6$ ( $1,5 \times 10^5$ )	Bronze alumínio $17,5 \times 10^6$ ( $1,2 \times 10^5$ )
Aço	$30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1900 (158)
Ferro maleável	$25 \times 10^6$ ( $1,7 \times 10^5$ )	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1850 (154)
Ferro nodular	$24 \times 10^6$ ( $1,7 \times 10^5$ )	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1830 (152)
Ferro fundido	$22 \times 10^6$ ( $1,5 \times 10^5$ )	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1800 (149)
Bronze alumínio	$17,5 \times 10^6$ ( $1,2 \times 10^5$ )	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1700 (141)
Bronze estanho	$16 \times 10^6$ ( $1,1 \times 10^5$ )	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1650 (137)

Razão de Poisson = 0,30.

\*Quando valores mais exatos do módulo de elasticidade são obtidos com testes de contato de rolos, eles podem ser utilizados.

Figura 2.21 – Coeficiente elástico  $Z_E$  ( $C_p$ ) (BUDYNAS, 2011)

### 2.15. Fator de condição superficial $Z_R (C_f)$

O fator de condição superficial  $Z_R$  é usado somente para equação de resistência ao crateramento e ela depende de:

- Acabamento superficial, conforme afetado por, mas não limitado a, corte, rebarbação, lapidação, retífica, jateamento por granalha.
- Tensões residuais.
- Efeitos plásticos (encruamento por trabalho).

Ou seja, é utilizado para levar em conta acabamentos superficiais grosseiros nos dentes de engrenagem. A AGMA não estabeleceu ainda normas para os fatores de acabamento superficial e recomenda que  $C_f$  seja igual a 1 para engrenagens feitas pelos métodos convencionais. Caso o projetista ache necessário, seu valor pode ser aumentado para considerar acabamentos superficiais extraordinariamente grosseiros.

### 2.16. Equações de resistência AGMA

Duas equações são utilizadas na metodologia AGMA para quantificar números de tensão admissível, ou resistência. Uma delas trata da resistência flexional, enquanto outra é a respeito da resistência ao crateramento. A equação para a tensão admissível de flexão é, no sistema internacional de unidades e em unidades habituais dos EUA, respectivamente:

$$\begin{aligned}\sigma_{adm} &= \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z} \\ \sigma_{adm} &= \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}\end{aligned}\tag{35}$$

Em que, para as unidades SI (unidades inglesas),

$S_t$  é a tensão de flexão admissível em  $N/mm^2$  ( $lbf/in^2$ )

$Y_N$  é o fator de ciclagem de tensão para tensões de flexão

$Y_\theta(K_T)$  são fatores de temperatura

$Y_Z(K_R)$  são fatores de confiabilidade

$S_F$  é o fator de segurança AGMA, uma razão de tensão

A equação para a tensão de contato admissível é, no sistema internacional de unidades e em unidades habituais dos EUA, respectivamente:

$$\sigma_{c,adm} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z} \quad (36)$$

$$\sigma_{c,adm} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R}$$

Em que, para as unidades SI (unidades inglesas),

$S_C$  é a tensão de contato admissível em  $N/mm^2$  ( $lbf/in^2$ )

$Z_N$  é o fator de ciclagem de tensão na vida

$Z_W(C_H)$  são os fatores de razão de dureza para a resistência ao crateramento

$Y_\theta(K_T)$  são os fatores de temperatura

$Y_Z(K_R)$  são os fatores de confiabilidade

$S_H$  é o fator de segurança AGMA, uma razão de tensão

## 2.17. Tensões admissíveis $S_t$ e $S_c$

As resistências de engrenagens  $S_t$  e  $S_c$  são modificadas por vários fatores que produzem valores-limite da tensão de flexão e da tensão de contato.

A resistência flexional de engrenagens  $S_t$  para aços endurecidos por completo é encontrada a partir de:

$$S_t = 0,533H_B + 88,3 \text{ MPa} \quad \text{Grau 1} \quad (37)$$

$$S_t = 0,703H_B + 113 \text{ MPa} \quad \text{Grau 2} \quad (38)$$

A Figura 2.22 apresenta esses valores graficamente.

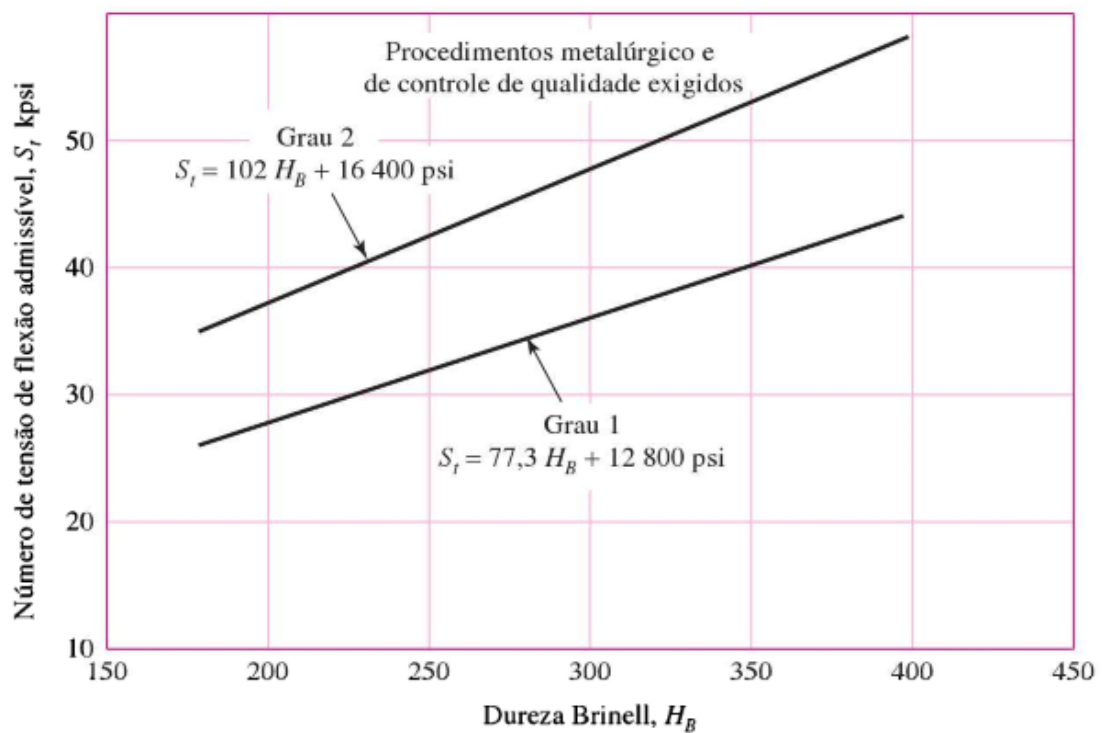


Figura 2.22 – Número de tensão de flexão admissível para aços endurecidos por completo (BUDYNAS, 2011)

A resistência flexional de engrenagens  $S_t$  para aços endurecidos totalmente por nitretação é encontrada a partir de:

$$S_t = 0,568H_B + 83,8 \text{ MPa} \quad \text{Grau 1} \quad (39)$$

$$S_t = 0,749H_B + 110 \text{ MPa} \quad \text{Grau 2} \quad (40)$$

A Figura 2.23 apresenta esses valores graficamente.

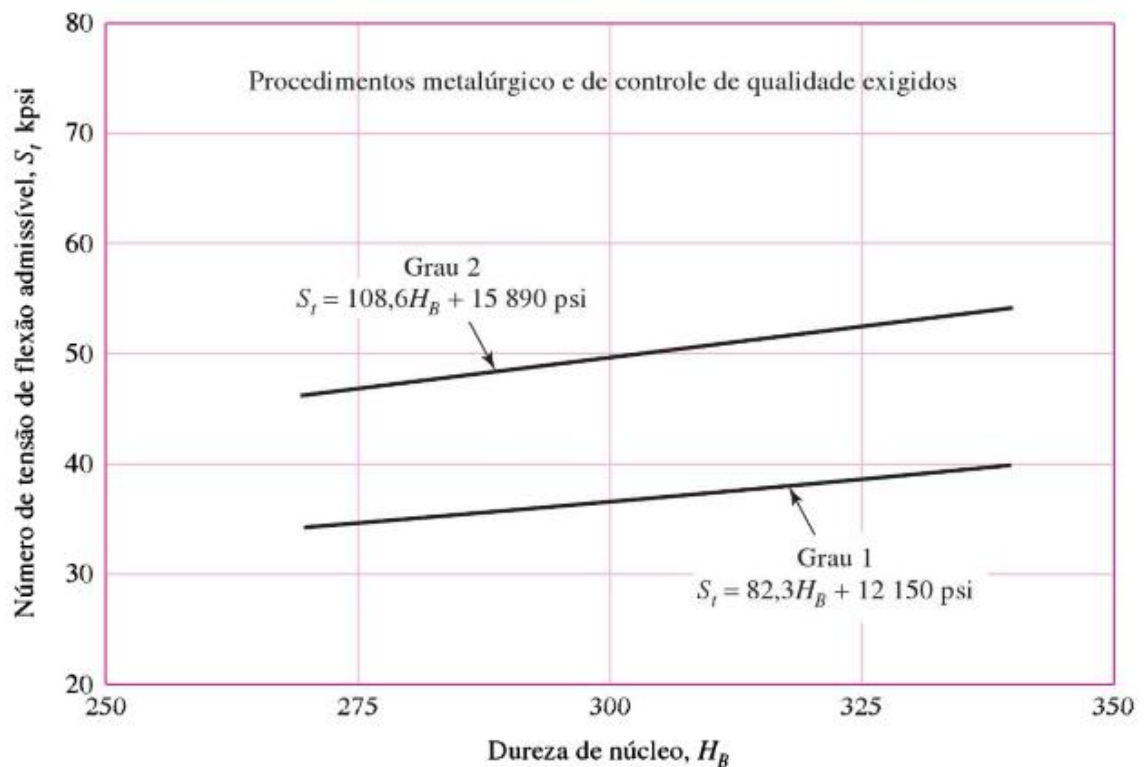


Figura 2.23 - Número de tensão de flexão admissível para engrenagens de aço endurecidas totalmente por nitretação (AISI 4140, 4340) (BUDYNAS, 2011)

A resistência flexional de engrenagens  $S_t$  para aço nitretado é encontrada a partir de:

$$S_t = 0,594H_B + 87,76 \text{ MPa} \quad \text{Nitalloy Grau 1} \quad (41)$$

$$S_t = 0,784H_B + 114,81 \text{ MPa} \quad \text{Nitalloy Grau 2} \quad (42)$$

$$S_t = 0,7255H_B + 63,89 \text{ MPa} \quad 2,5\% \text{ de cromo Grau 1} \quad (43)$$

$$S_t = 0,7255H_B + 153,63 \text{ MPa} \quad 2,5\% \text{ de cromo Grau 2} \quad (44)$$

$$S_t = 0,7255H_B + 201,91 \text{ MPa} \quad 2,5\% \text{ de cromo Grau 3} \quad (45)$$

A Figura 2.24 apresenta esses valores graficamente.

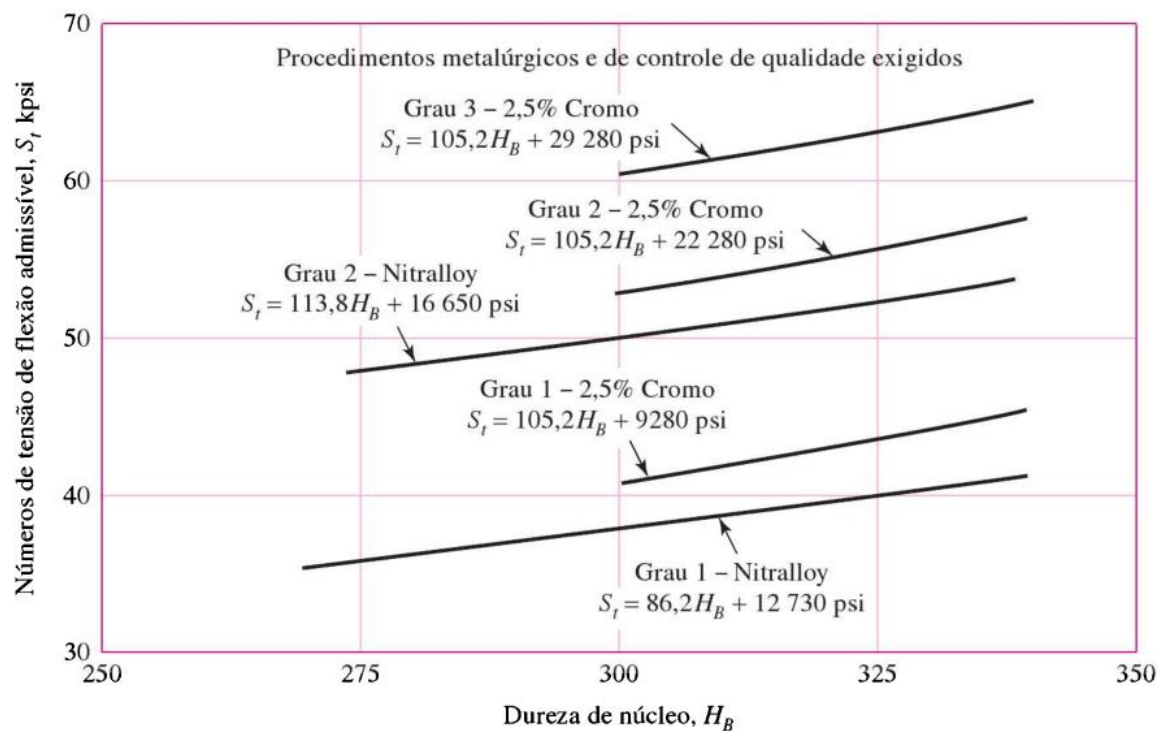


Figura 2.24 - Números de tensão de flexão admissíveis para engrenagens de aço nitretado (BUDYNAS, 2011)

A Figura 2.25 e a Figura 2.26 também apresentam valores de resistência à flexão  $S_t$  aplicada repetidamente a  $10^7$  ciclos e confiabilidade de 0,99.

Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima <sup>1</sup>	Número de tensão de flexão admissível $S_t$ , <sup>2</sup> psi		
			Grau 1	Grau 2	Grau 3
Aço <sup>3</sup>	Endurecido por completo	Ver Figura 14-2	Ver Figura 14-2	Ver Figura 14-2	—
	Endurecido <sup>4</sup> por chama <sup>4</sup> ou indução com padrão <sup>5</sup> tipo A	Ver Tabela 8*	45 000	55 000	—
	Endurecido <sup>4</sup> por chama <sup>4</sup> ou indução com padrão <sup>5</sup> tipo B	Ver Tabela 8*	22 000	22 000	—
	Carbonetado e endurecido	Ver Tabela 9*	55 000	65 000 ou 70 000 <sup>6</sup>	75 000
	Nitretado <sup>4,7</sup> (aços endurecidos por completo)	83,5 HR 15N	Ver Figura 14-3	Ver Figura 14-3	—
Nitr alloy 134M, Nitr alloy N, e 2,5% de cromo (sem alumínio)	Nitretado <sup>4,7</sup>	87,5 HR 15N	Ver Figura 14-4	Ver Figura 14-4	Ver Figura 14-4

Notas: Ver a ANSI/AGMA 2001-D04 para as referências citadas nas notas 1 a 7.

<sup>1</sup> A dureza deve ser equivalente àquela do diâmetro de raiz no centro do espaço do dente e largura de face.

<sup>2</sup> Ver as Tabelas 7 a 10 no que concerne aos fatores metalúrgicos principais para cada grau de tensão de engrenagens de aço.

<sup>3</sup> O aço selecionado deve ser compatível com o processo selecionado de tratamento térmico e dureza requerida.

<sup>4</sup> Os números de tensão admissíveis indicados podem ser utilizados com as profundidades de camada prescritas em 1.6.1.

<sup>5</sup> Ver a Figura 12 para os padrões de dureza tipo A e B.

<sup>6</sup> Se a bainita e as microfissuras estão limitadas a níveis de grau 3, 70 000 psi pode ser utilizado.

<sup>7</sup> A capacidade de sobrecarga de engrenagens nitretadas é pequena. Como a forma da curva efetiva S-N é nivelada, a sensibilidade a choques deve ser investigada antes de dar prosseguimento ao projeto.[7]

\* As Tabelas 8 e 9 da ANSI/AGMA 2001-D04 são tabulações claras dos fatores metalúrgicos principais a afetar  $S_t$  e  $S_c$  de engrenagens de aço endurecidas por chama e por indução (Tabela 8), carbonetadas e endurecidas (Tabela 9).

Figura 2.25 - Resistência à flexão  $S_t$  aplicada repetidamente a engrenagens de aço (BUDYNAS, 2011)

Material	Designação do material <sup>1</sup>	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima típica <sup>2</sup>	Número de tensão de flexão admissível, $S_t$ , <sup>3</sup> psi
Ferro fundido cinza ASTM A48	Classe 20	Como fundido	—	5000
	Classe 30	Como fundido	174 HB	8500
	Classe 40	Como fundido	201 HB	13 000
Ferro dúctil (nodular) ASTM A536	Grau 60-40-18	Recozido	140 HB	22 000-33 000
	Grau 80-55-06	Temperado e revenido	179 HB	22 000-33 000
	Grau 100-70-03	Temperado e revenido	229 HB	27 000-40 000
	Grau 120-90-02	Temperado e revenido	269 HB	31 000-44 000
Bronze		Fundido em areia	Resistência mínima à tração 40 000 psi	5700
	ASTM B-148 liga 954	Tratado termicamente	Resistência mínima à tração 90 000 psi	23 600

Notas:

<sup>1</sup> Ver ANSI/AGMA 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*.

<sup>2</sup> A dureza medida deve ser equivalente àquela que seria medida no diâmetro de raiz no centro do espaço do dente e largura de face.

<sup>3</sup> Os valores menores devem ser utilizados para propósitos gerais de projeto. Os valores superiores podem ser utilizados quando:

É usado material de alta qualidade.

O tamanho da seção e o projeto permitem máxima resposta ao tratamento térmico.

É efetuado controle de qualidade apropriado por meio de inspeção adequada.

A experiência de operação justifica os seus usos.

Figura 2.26 – Resistência à flexão  $S_t$  aplicada repetidamente a engrenagens de ferro e engrenagens de bronze (BUDYNAS, 2011)

A resistência à fadiga de contato de engrenagens  $S_c$  a  $10^7$  ciclos e com 0,99 de confiabilidade para aços endurecidos por completo é encontrada a partir de:

$$S_c = 2,22H_B + 200 \text{ MPa} \quad \text{Grau 1} \quad (46)$$

$$S_c = 2,41H_B + 237 \text{ MPa} \quad \text{Grau 2} \quad (47)$$

A Figura 2.27 apresenta esses valores graficamente.

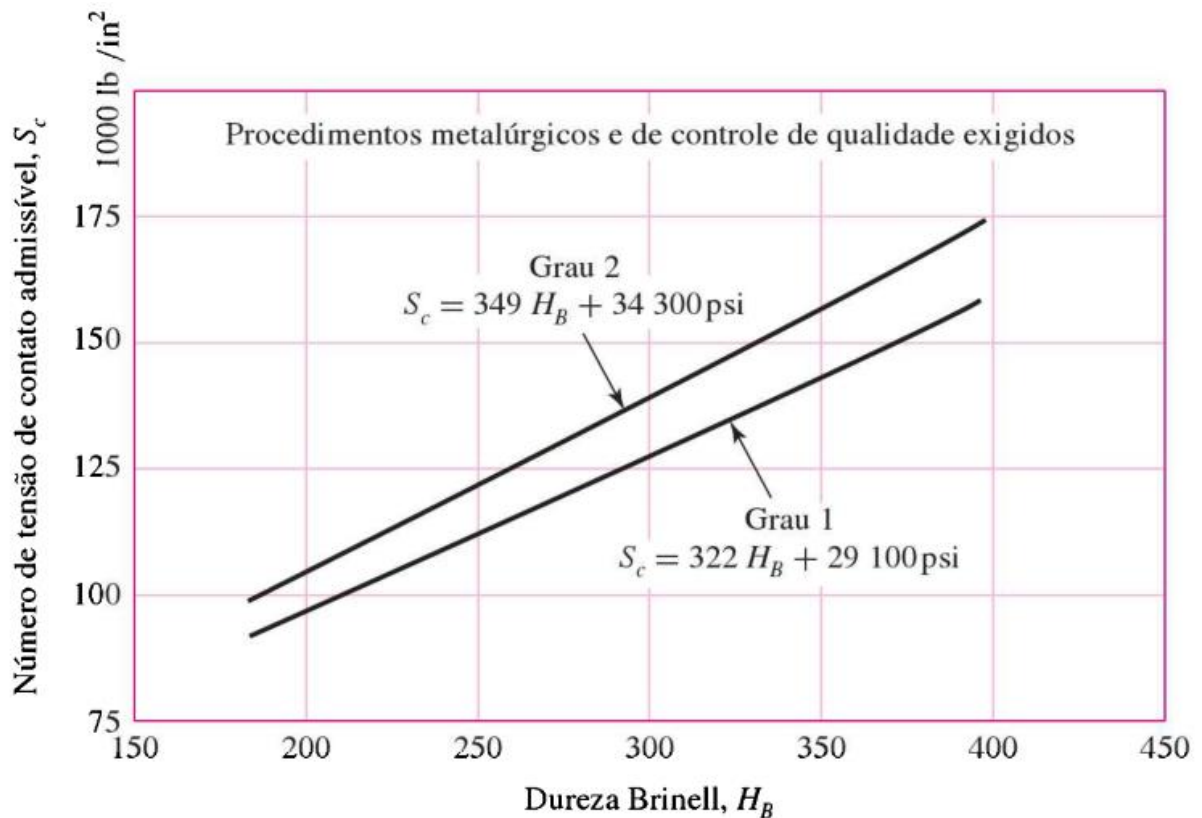


Figura 2.27 – Resistência à fadiga de contato  $S_c$  para engrenagens de aço endurecido por completo (BUDYNAS, 2011)

A Figura 2.28 e Figura 2.29 também apresentam valores de tensão de contato admissível  $S_c$  aplicada repetidamente a  $10^7$  ciclos e confiabilidade de 0,99.



Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima <sup>1</sup>	Número de tensão de contato admissível, <sup>2</sup> $S_c$ psi		
			Grau 1	Grau 2	Grau 3
Aço <sup>3</sup>	Endurecido <sup>4</sup> por completo	Ver Figura 14-5	Ver Figura 14-5	Ver Figura 14-5	—
	Endurecido <sup>5</sup> por chama <sup>5</sup>	50 HRC	170 000	190 000	—
	ou indução	54 HRC	175 000	195 000	—
	Carbonetado e endurecido <sup>5</sup>	Ver Tabela 9	180 000	225 000	275 000
	Nitretado <sup>5</sup> (aços endurecidos por completo)	83.5 HR15N	150 000	163 000	175 000
2,5% de cromo (sem alumínio)	Nitretado <sup>5</sup>	84.5 HR15N	155 000	168 000	180 000
		87.5 HR15N	155 000	172 000	189 000
Nitralloy 135M	Nitretado <sup>5</sup>	90.0 HR15N	170 000	183 000	195 000
Nitralloy N	Nitretado <sup>5</sup>	90.0 HR15N	172 000	188 000	205 000
2,5% de cromo (sem alumínio)	Nitretado <sup>5</sup>	90.0 HR15N	176 000	196 000	216 000

Notas: Ver ANSI/AGMA 2001-D04 para as referências citadas nas notas 1-5.

<sup>1</sup> A dureza deve ser equivalente àquela de começo do perfil ativo no centro da largura de face.

<sup>2</sup> Ver as Tabelas 7 a 10 no que concerne aos fatores metalúrgicos principais para cada grau de tensão de engrenagens de aço.

<sup>3</sup> O aço deve ser compatível com o processo selecionado de tratamento térmico e dureza exigida.

<sup>4</sup> Esses materiais devem ser recozidos ou normalizados no mínimo.

<sup>5</sup> Os números de tensão admissível indicados podem ser utilizados com profundidades de camada indicadas em 1.6.1

\* A Tabela 9 da ANSI/AGMA 2001-D04 é uma tabulação clara dos fatores metalúrgicos principais afetando  $S_f$  e  $S_c$  de engrenagens de aço endurecidas e carbonetadas.

Figura 2.28 – Resistência ao contato  $S_c$  aplicada para engrenagens de aço (BUDYNAS, 2011)

Material	Designação do material <sup>1</sup>	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima típica <sup>2</sup>	Número de tensão de contato admissível, <sup>3</sup> $S_c$ psi
Ferro fundido cinza ASTM A48	Classe 20	Como fundido	—	50 000–60 000
	Classe 30	Como fundido	174 HB	65 000–75 000
	Classe 40	Como fundido	201 HB	75 000–85 000
Ferro dúctil (nodular) ASTM A536	Grau 60–40–18	Recozido	140 HB	77 000–92 000
	Grau 80–55–03	Temperado e revenido	179 HB	77 000–92 000
	Grau 120–90–02	Temperado e revenido	229 HB	92 000–112 000
		Temperado e revenido	269 HB	103 000–126 000
Bronze	—	Fundido em areia	Resistência à tração mínima 40 000 psi	30 000
	ASTM B-148 Liga 954	Tratado termicamente	Resistência à tração mínima 90 000 psi	65 000

Notas:

<sup>1</sup> Ver ANSI/AGMA 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*.

<sup>2</sup> A dureza deve ser equivalente àquela de começo do perfil ativo no centro da largura de face.

<sup>3</sup> Os valores menores devem ser utilizados para propósitos de projeto em geral. Os valores superiores devem ser utilizados quando:

É utilizado material de alta qualidade.

O tamanho da seção e o projeto permitem resposta máxima ao tratamento térmico.

É efetuado o controle de qualidade apropriado por inspeção adequada.

A experiência de operação justifica seus usos.

Figura 2.29 - Resistência ao contato  $S_c$  aplicada para engrenagens de ferro e bronze (BUDYNAS, 2011)

## 2.18. Fatores de ciclagem de tensão $Y_N$ e $Z_N$

As resistências AGMA vistas no capítulo anterior, tanto a fadiga flexional quanto a fadiga por tensões de contato são baseadas em  $10^7$  ciclos de carga aplicada. O propósito de utilizar os fatores de ciclagem de tensão  $Y_N$  e  $Z_N$  é modificar a resistência da engrenagem para vidas diferentes de  $10^7$  ciclos. Valores para esses fatores são dados na Figura 2.30 e na Figura 2.31.

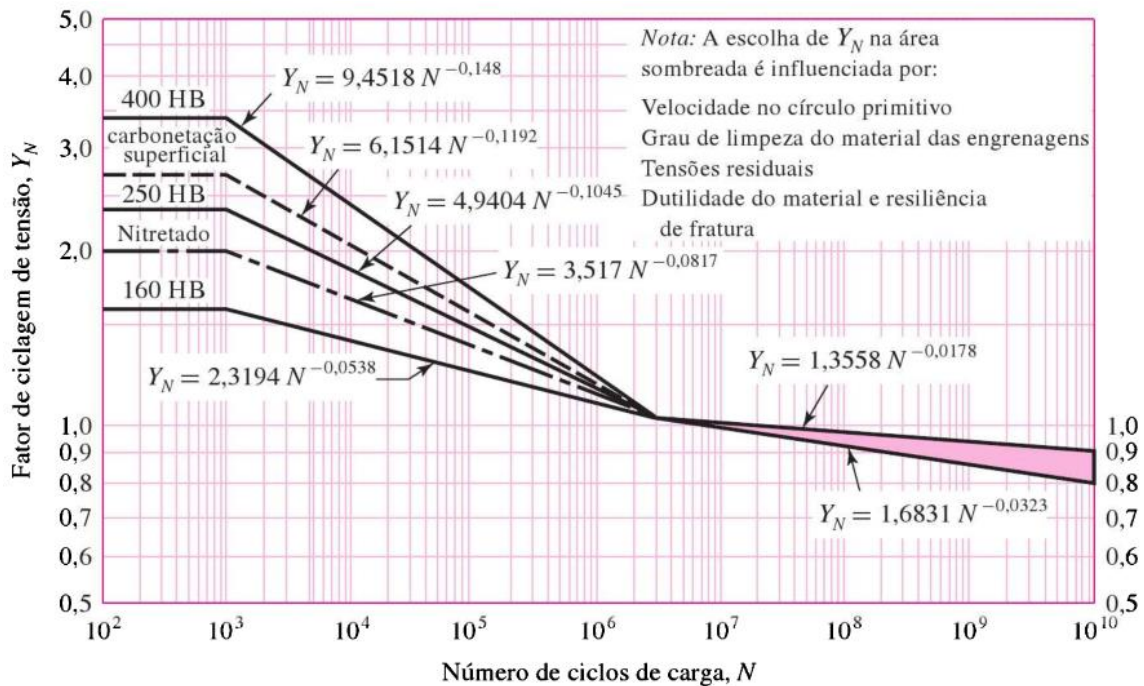


Figura 2.30 – Fator de ciclagem de tensão  $Y_N$  para a resistência de flexão sob carregamento repetido (BUDYNAS, 2011)

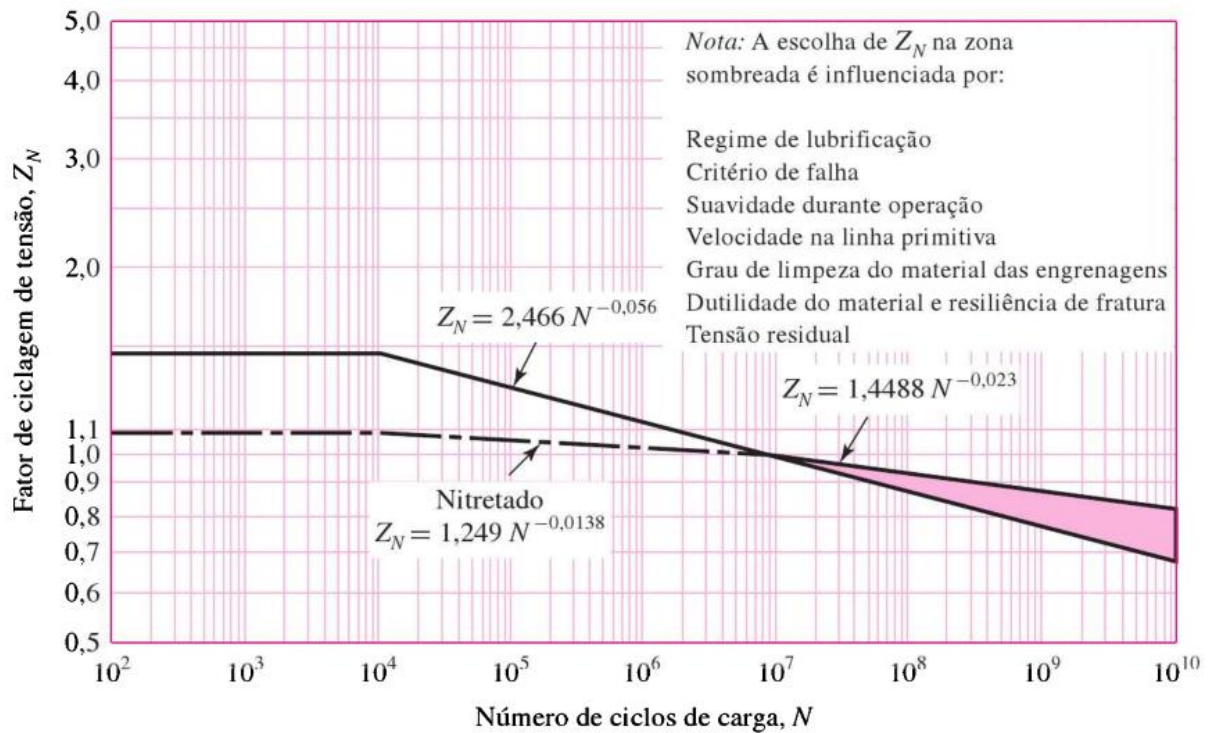


Figura 2.31 – Fator de ciclagem de tensão para a resistência ao crateramento  $Z_N$  (BUDYNAS, 2011)

## 2.19. Fator de confiabilidade $Y_Z(K_R)$

As resistências AGMA, fadigas flexional e por tensões de contato, são fundamentadas em uma confiabilidade de 99%, ou seja, uma probabilidade estatística de 1 falha em 100 amostras. O objetivo de utilizar os fatores de confiabilidade  $Y_Z(K_R)$  é modificar a resistência da engrenagem para confiabilidades diferentes que 99%. Valores para esses fatores são dados na Figura 2.32.

Confiabilidade	$K_R(Y_Z)$
0,9999	1,50
0,999	1,25
0,99	1,00
0,90	0,85
0,50	0,70

Figura 2.32 – Fatores de confiabilidade  $Y_Z(K_R)$  (BUDYNAS, 2011)

Como a relação entre  $K_R$  e a confiabilidade não é linear, para valores que não são cardiais de R, podemos utilizar a seguinte equação:

$$K_R = \begin{cases} 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R) & 0,5 < R < 0,99 \\ 0,50 - 0,109 \ln(1 - R) & 0,99 \leq R \leq 0,9999 \end{cases} \quad (48)$$

## 2.20. Fator de temperatura $Y_\theta(K_T)$

A temperatura do lubrificante é uma estimativa razoável para a utilizar como a temperatura da engrenagem. Para temperaturas até 120°C, o valor de  $Y_\theta$  pode ser utilizado com o valor 1. Para temperaturas maiores,  $Y_\theta$  pode ser estimado por:

$$Y_\theta = \frac{(1,8 T_c + 492)}{620} \quad (49)$$

Sendo  $T_c$  a temperatura no corpo da engrenagem em °C.

## 2.21. Fator de razão de dureza para a resistência ao crateramento $Z_W(C_H)$

Como o pinhão possui um número menor de dentes que a coroa, consequentemente é submetido a mais ciclos de tensão de contato. Por isso, o fator de razão de dureza para a resistência ao crateramento  $Z_W$  leva em consideração aos casos em que a dureza do pinhão é maior que a dureza da coroa, com o objetivo de ajustar as resistências superficiais com relação a esse efeito. Assim, o fator  $Z_W$  é utilizado apenas para a resistência do dente da coroa, não do pinhão. A norma dispõe de dois cálculos para obter o valor do fator de razão de dureza, a escolha de uma ou de outra depende da dureza relativa dos dentes do pinhão e da coroa.

Para pinhões endurecidos completamente que trabalham contra engrenagens endurecidas completamente:

$$Z_w = 1 + A(r - 1) \quad (50)$$

Onde:

$$\begin{aligned} A &= 0, & \text{se } \frac{HB_P}{HB_C} < 1,2 \\ A &= 0,00898 \frac{HB_P}{HB_C} - 0,00829, & \text{se } 1,2 \leq \frac{HB_P}{HB_C} \leq 1,7 \\ A &= 0,00698, & \text{se } \frac{HB_P}{HB_C} > 1,7 \end{aligned}$$

Sendo  $HB_P$  e  $HB_C$  as durezas Brinell do pinhão e da coroa, respectivamente e pode ser representado pela Figura 2.33:

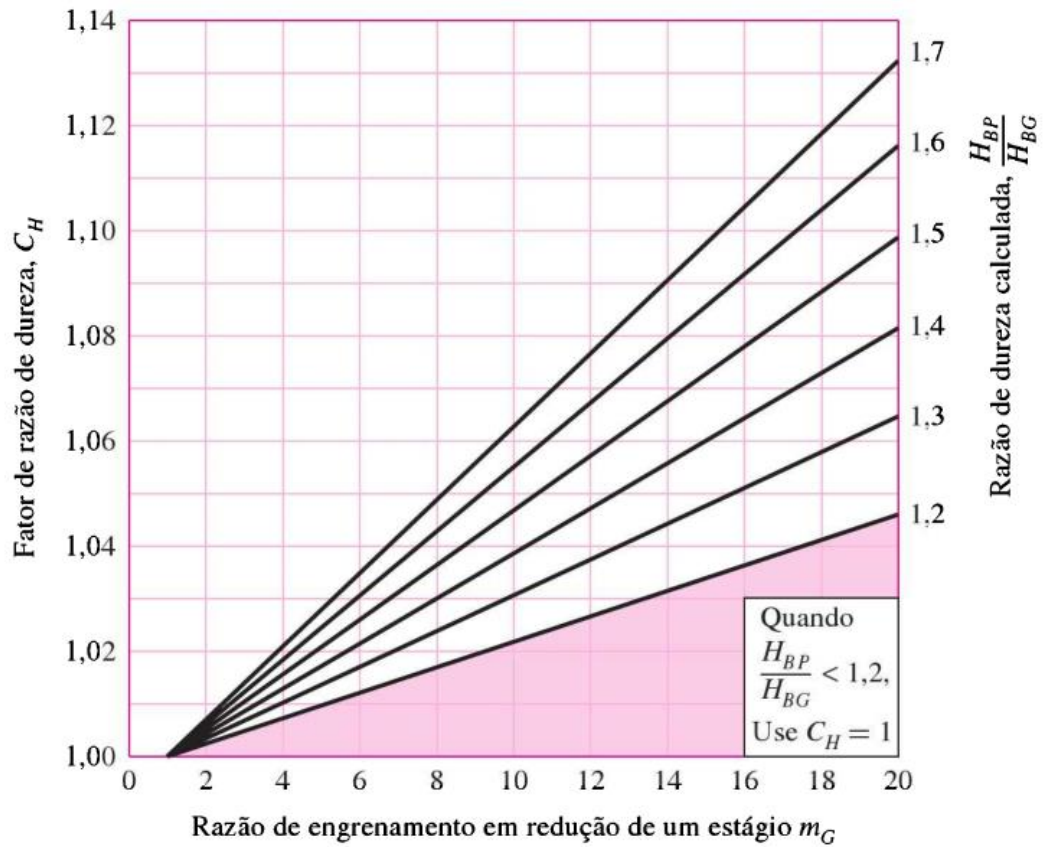


Figura 2.33 – Fator de razão de dureza  $Z_w$  ( $C_H$ ) (aço endurecido por completo)  
(BUDYNAS, 2011)

Para pinhões com a superfície endurecida com durezas a partir de 48 na escala Rockwell C, são engrazados com engrenagens endurecidas por completo.

$$Z_w = 1 + B(450 - HB_C) \quad (51)$$

Onde:

$$B = 0,00075 e^{-0,0112 f_P} \quad (52)$$

Sendo  $f_P$  o acabamento superficial do pinhão expresso como a raiz da média dos quadrados da aspereza  $R_a$  em  $\mu$  in, podendo ser representada pela Figura 2.34:

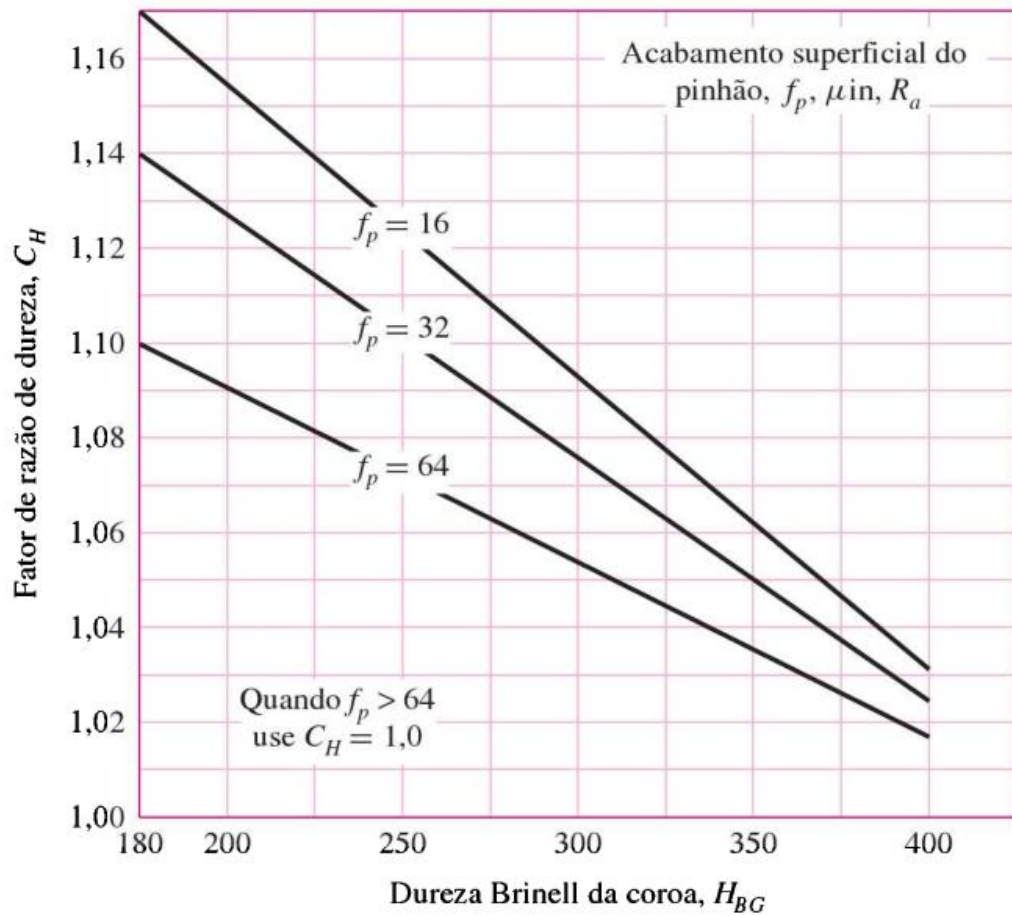


Figura 2.34 – Fator de razão de dureza  $Z_W$  ( $C_H$ ) (pinhão de aço com superfície endurecida) (BUDYNAS, 2011)

## 2.22. Fatores de segurança $S_F$ e $S_H$

O fator de segurança  $S_F$  é relacionado com a fadiga flexional e tem como definição a equação:

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (Y_\theta Y_Z)}{\sigma} = \frac{\text{resistência à flexão corrigida por completo}}{\text{tensão de flexão}} \quad (53)$$

Enquanto o fator de segurança  $S_H$  é relacionado com a falha de crateramento e tem como definição a equação:

$$S_H = \frac{S_c Z_N Z_W / (Y_\theta Y_Z)}{\sigma_c} = \frac{\text{resistência de contato corrigida por completo}}{\text{tensão de contato}} \quad (54)$$

Sendo  $\sigma$  e  $\sigma_c$  estimados com base nas Equações (23) e (24) respectivamente.

Para comparar  $S_F$  e  $S_H$  deve haver cuidado em uma análise a fim de certificar a natureza e a severidade da ameaça de perda de função. Para ter  $S_H$  linear com relação à carga que está sendo transmitida, poderia ter sido definido como:

$$S_H = \left( \frac{\text{resistência de contato corrigida por completo}}{\text{tensão de contato}} \right)^2 \quad (55)$$

### 2.23. Projeto de um par de engrenagens

O projeto de um par de engrenagens, em geral, requer alguma iteração, já que muitas abordagens são possíveis para o seu dimensionamento e devem-se pressupor os valores para alguns parâmetros a fim de tentar obter uma solução.

Alguns parâmetros são definidos para o projeto, como razão de engrenamento, potência e velocidade angular, ou torque e velocidade angular, de um eixo. Aqueles a serem determinados são o módulo normal, a largura de face, o(s) material(is) e os coeficientes de segurança.

Outras são decisões de projeto, sobre a precisão de engrenamento requerida, o método de fabricação da engrenagem (por considerações de acabamento de superfície), o intervalo de temperatura operacional e a confiabilidade desejada devem ser tomadas. A partir dessas informações preliminares sobre esses fatores, é possível começar o processo de projetar propriamente dito.

Primeiramente, antes de quaisquer cálculos de tensão, as cargas devem ser determinadas. A força tangencial nos dentes de engrenagens pode ser calculada pelo torque conhecido no eixo e o raio primitivo suposto para o pinhão ou para a coroa. Vale ressaltar que quanto maior o raio primitivo, é obtida uma carga menor no dente, porém, aumenta a velocidade da linha primitiva. Além disso, um raio primitivo muito pequeno pode resultar em um pinhão com poucos dentes, causando interferência e adelgaçamento, a depender do módulo selecionado.

Uma vez escolhido o módulo da engrenagem de tentativa, usa-se o menor número de dentes do pinhão aceitável como primeira escolha a fim de manter o empacotamento do sistema pequeno. A primeira tentativa de projeto deve usar uma forma de dente normalizada para manter os custos baixos, porém, caso o projeto precise de uma forma de dente menor, um formato com adendo alongado pode ser investigado.

A melhor estratégia para apurar futuramente o coeficiente de segurança para falha de fadiga de flexão e falha de fadiga de superfície é calcular a tensão de flexão

inicialmente, pois o aumento de dureza da superfície do material tem um efeito maior no desgaste, quando comparado a resistência à flexão. Assim, caso o material escolhido não falhar às tensões de flexão, sua dureza poderá ser ajustada para melhorar a vida de desgaste sem outra mudança de projeto.

Sendo a resistência à flexão do dente da engrenagem diretamente relacionada com o tamanho do dente como definido pelo seu módulo, um começo para o cálculo da tensão é supor valores para o módulo e para a largura de face e calcular a tensão de flexão usando a Equação (23). Vale ressaltar que a largura de face pode ser grosseiramente expressa como uma função do módulo, na qual a largura de face deve ser de 8 a 16 vezes o módulo normal da engrenagem.

A seguir, deve realizar uma escolha de tentativa de material e calcular a sua resistência à fadiga de flexão, determinada pela Equação (35). Se o coeficiente de segurança resultante divergir do objetivo proposto, os valores supostos são ajustados e o cálculo é repetido até que se alcance um resultado aceitável para o projeto.

A tensão de superfície e a resistência à fadiga de superfície são calculadas através das Equações (24) e (36), e o coeficiente de segurança contra o desgaste deve ser determinado. A dureza do material pode ser ajustada caso seja necessário, ou o processo completo de iteração pode ser repetido com valores ajustados do módulo ou largura de face, bem como ambos.

É preferível que os coeficientes de segurança para falha de flexão sejam maiores que aqueles para falha de superfície. A falha de flexão é repentina e catastrófica, resultando não apenas na quebra do dente e perda de função e, conseqüentemente, na parada da máquina, como também pode fletir eixos, danificar mancais e produzir tensões inerciais para trás e para frente no trem de transmissão, causando danos em outro ponto caso a caixa de engrenagem emperre. As falhas de superfície não são repentinas, podendo ser perceptíveis através de ruídos e, além disso, as engrenagens podem funcionar algum tempo depois dos ruídos começarem, antes de serem substituídas. Assim, a falha de superfície é o limite de projeto mais desejável na vida da engrenagem.



### **3 SISTEMA COMPUTACIONAL**

O sistema computacional apresentado tem o objetivo de auxiliar o projetista durante a fase de desenvolvimento do projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos ou helicoidais. Isso pode ser feito através do uso de computador para executar tarefas mais cansativas e repetitivas, ou seja, são mais sujeitas a erros humanos, como cálculos ou interpretação e procura de dados através das tabelas e gráficos. Com isso, possibilita a eficiência na avaliação de diferentes possibilidades de configurações e parâmetros com mais agilidade e rapidez.

O programa foi desenvolvido para facilitar o processo iterativo do dimensionamento e auxiliar na visualização das possibilidades de cada alteração dos parâmetros. Foram realizadas diferentes automações para os fatores em questão, apesar de, igualmente, permitir ao usuário a customização ou a modificação de qualquer parâmetro caso seja necessário. Desta forma, otimiza-se tempo que permite que o projetista o utilize para outros fins relacionados ao projeto que lhe demandem maior atenção. Ainda, traz maiores possibilidades de escolha em menor tempo, quando comparado ao processo de iteração executado manualmente.

Tendo em vista que os cálculos para o dimensionamento das engrenagens não são complexos, foi utilizado o programa Excel para o sistema computacional, pois é um programa bastante difundido no meio profissional e acadêmico, o que torna a interface mais familiar e de fácil acesso aos usuários.

Foram escolhidas engrenagens cilíndricas, de dentes retos ou helicoidais, para serem dimensionadas a partir da norma AGMA. Além disso, vale ressaltar que as células em fonte azul são aquelas que o usuário deve editar, modificando os valores e parâmetros às suas necessidades de projeto.

#### **3.1. Apresentação do programa**

O programa foi dividido em quatro partes, sendo elas as seguintes:

- Parâmetros de projeto
- Parâmetros das engrenagens
- Forças de contato
- Dimensionamento

Os parâmetros do projeto são informações que devem ser escolhidas *a priori*. São elas: a relação das engrenagens e os dados de entrada do eixo, como de potência e velocidade angular, ou torque e velocidade angular. Como as unidades das informações dispostas dos motores são, usualmente, cavalo vapor, do inglês HP, para a potência e revoluções por minuto (RPM) para a velocidade angular, foi implementado um conversor de unidades para que o usuário possa realizar as devidas conversões para o sistema internacional de unidades, sendo Watts para a potência e radianos por segundo para a velocidade angular.

A seção dos parâmetros das engrenagens tem a finalidade de explicitar os parâmetros geométricos de referência para o projeto das engrenagens, tendo como exemplo o módulo, o número de dentes, o ângulo de pressão, o diâmetro primitivo, entre outros.

Em forças de contato, através dos dados definidos anteriormente, são apresentadas as forças que atuam nas engrenagens, tanto as forças decompostas nos três eixos (tangencial, radial e axial) quanto a força total de contato, adquirida através do engrenamento das engrenagens. Essas informações são igualmente úteis caso o projetista deseje realizar uma simulação numérica utilizando elementos finitos posteriormente por exemplo, adicionando alívios de massa nas peças.

O segmento de dimensionamento tem como objetivo auxiliar na determinação dos fatores de projeto e, através de informações dos parâmetros de decisão impostas, calcular as tensões e as resistências tanto do pinhão, quanto da coroa, bem como o fator de segurança para ambas as situações.

### 3.2. Procedimento de projeto

Na primeira etapa, de parâmetros de projeto, devem ser inseridos os dados de entrada do motor, descritos como dados de potência, torque e velocidade angular do eixo.

Tabela 3.1 – Parâmetros de entrada do motor

Entrada do motor			
	Descrição	Valor	Unidade
$H$	Potência máxima	73549,90	W
$T$	Torque máximo	627,10	N.m
$\omega$	Velocidade angular	117,29	rad/s

Também deve ser inserida a relação de engrenagem, o ângulo de pressão normal e o ângulo de hélice desejados pelo usuário. Com isso, é disponibilizado para o usuário o número mínimo de dentes do pinhão para que não gere interferência, além do número de dentes que a coroa deve ter para que alcance a relação desejada. Assim, o usuário possui as informações necessárias para escolher o número de dentes de ambos os componentes da engrenagem (pinhão e coroa), para obter a relação de engrenagens aceitável para o projetista.

Tabela 3.2 – Parâmetros de entrada de redução do engrenamento

Valores de redução do engrenamento			
	Descrição	Valor	Unidade
$r$	Relação de engrenagem desejada	4,00	
$\phi n$	Ângulo de pressão normal	20,00	°
$\psi$	Ângulo de hélice	0,00	°
$k$	fator de forma do dente	1	
$\phi t$	Ângulo de pressão transversal	20	°

Tabela 3.3 – Sugestão para número de dentes

Número de dentes		
Descrição	Valor	Unidade
Número mínimo de dentes pinhão	16,00	dentes
Número máximo de dentes coroa	101,00	dentes
Sugestão inicial dentes pinhão	16	dentes
Sugestão inicial dentes coroa	64,00	dentes

Tabela 3.4 – Definição do número de dentes

Número de dentes			
	Descrição	Valor	Unidade
$Np1$	Número dentes pinhão	16	dentes
$Nc1$	Número de dentes Coroa	64	dentes
$r$	Relação de engrenagem	4,00	
	Diferença relativa	0,00%	

Em seguida, na seção pertinente aos parâmetros das engrenagens, deve ser, do mesmo modo, determinado pelo usuário o módulo normal da engrenagem e a largura de face. Com esses parâmetros, a geometria da engrenagem está definida e são realizados todos os cálculos dos demais parâmetros automaticamente. Vale ressaltar que esta parte do projeto é feita de modo iterativo, ou seja, o usuário irá realizar uma tentativa para os valores de módulo e largura de face, e através dos resultados dos

fatores de segurança, irá realizar a alteração desses valores para que alcance os objetivos desejados.

Tabela 3.5 – Parâmetros geométricos das engrenagens

IDENTIFICAÇÃO DA ENGRENAGEM			PINHÃO	IDENTIFICAÇÃO DA ENGRENAGEM			COROA
Mn	Módulo normal	6	mm	Mn	Módulo normal	6	mm
l	Largura da face	89	mm	l	Largura da face	89	mm
Mt	Módulo transversal	6,00	mm	Mt	Módulo transversal	6,00	mm
N	N° de dentes	16	dentes	N	N° de dentes	64	dentes
Dp	Diâmetro primitivo	96,00	mm	Dp	Diâmetro primitivo	384,00	mm
De	Diâmetro externo	108,00	mm	De	Diâmetro externo	396,00	mm
Di	Diâmetro interno	81,00	mm	Di	Diâmetro interno	369,00	mm
Db	Diâmetro de base	90,21	mm	Db	Diâmetro de base	360,84	mm
pt	Passo transversal	18,85	mm	pt	Passo transversal	18,85	mm
pn	Passo normal	18,85	mm	pn	Passo normal	18,85	mm
px	Passo axial	0,00	mm	px	Passo axial	0,00	mm
h	Altura do dente	13,50	mm	h	Altura do dente	13,50	mm
$\varphi_n$	Ângulo de pressão normal	20	°	$\varphi_n$	Ângulo de pressão normal	20	°
$\varphi_t$	Ângulo de pressão transversal	20,00	°	$\varphi_t$	Ângulo de pressão transversal	20,00	°
$\psi$	Ângulo de hélice	0,00	°	$\psi$	Ângulo de hélice	0,00	°
a	Adendo	6	mm	a	Adendo	6	mm
b	Dedendo	7,5	mm	b	Dedendo	7,5	mm

Posteriormente, na etapa do dimensionamento, são determinadas as condições para a realização dos cálculos das tensões e seus fatores de segurança. A primeira é a escolha dos materiais das engrenagens e os tratamentos térmicos, tanto do pinhão quanto da coroa.

Tabela 3.6 – Parâmetros dos materiais e tratamentos térmicos

Especificações dos materiais			
<i>ttp</i>	Tratamento térmico pinhão	Aço nitretado (Nitalloy)	
<i>gp</i>	Grau pinhão	Grau 2	
<i>HBp</i>	Dureza Brinell Pinhão	320	
<i>Ep</i>	Módulo de Young Pinhão	200000	MPa
<i>vp</i>	Coeficiente de Poisson Pinhão	0,3	
<i>Ze</i>	Coeficiente elástico	187,03	$\sqrt{MPa}$
<i>Stp</i>	Número de tensão admissível pinhão	365,69	MPa
<i>Scp</i>	Tensão admissível de contato pinhão	1296,21	MPa

A partir disso, é determinado o coeficiente elástico ( $Z_E$ ), o número de tensão admissível ( $S_t$ ), a tensão admissível de contato ( $S_c$ ) e, caso as durezas das engrenagens forem distintas, é calculado o fator de razão de dureza ( $Z_w$ ) para que se leve essa informação em consideração e se ajustem às resistências superficiais.

Em seguida, o usuário escolhe o número de ciclos e, a partir disso, são fornecidos automaticamente os fatores de ciclagem de tensão ( $Y_N$ ) e de crateramento ( $Z_N$ ) das engrenagens.

Tabela 3.7 – Parâmetros dos fatores de ciclagem

Fatores de ciclagem		
$N$	Ciclos	1,00E+09
$Y_n(p)$	Fatores de ciclagem de tensao pinhão	0,938
$Z_n(p)$	Fatores de ciclagem de crateramento pinhão	0,900
$Y_n(c)$	Fatores de ciclagem de tensao coroa	0,961
$Z_n(c)$	Fatores de ciclagem de crateramento coroa	0,929

O fator geométrico ( $Y_f$ ) deve ser determinado na sequência, através da Figura 2.14 para engrenagens de dentes retos, ou da Figura 2.15 e da Figura 2.16 para engrenagens helicoidais. O fator geométrico de crateramento ( $Z_f$ ) é uma função dos parâmetros das engrenagens (Equação (25)) e, por isso, é realizado automaticamente para o projetista.

Tabela 3.8 – Parâmetros dos fatores geométricos

Fatores geométricos		
$Y_{fp}$	Fator geométrico pinhão	0,3
$Y_{fc}$	Fator geométrico coroa	0,4
$Z$	Comprimento da linha de ação transversal	29,17
$mn$	Razão de compartilhamento de carga	1,00
$Z_f$	Fator geometrico de crateramento	0,1286

O fator de temperatura ( $Y_\theta$ ) é função da temperatura de trabalho das engrenagens, podendo utilizar a temperatura do lubrificante como hipótese para ser inserido no programa, e, a partir dele, é calculado o  $Y_\theta$  através da Equação (49).

Tabela 3.9 – Parâmetros do fator de temperatura

Fator de temperatura			
$T$	Temperatura de corpo de engrenagem	100	°C
$Y_\theta$	Fator de temperatura	1,00	

O fator de confiabilidade ( $Y_z$ ) é calculado em seguida, determinado a partir da confiabilidade desejada para o projeto, utilizando para isso a Equação (48).

Tabela 3.10 – Parâmetros do fator de confiabilidade

Fator de confiabilidade		
$R$	Confiabilidade	95%
$Yz$	Fator de confiabilidade	0,8854

O fator de sobrecarga ( $K_o$ ) deve ser determinado pelo usuário com o auxílio da Figura 2.17, baseando-se nos níveis de carregamento de impacto nos dispositivos motor e movido.

Tabela 3.11 – Parâmetro do fator de sobrecarga

Fator de sobrecarga		
$k_o$	fator de sobrecarga	1,0

O fator de tamanho ( $K_s$ ), embora seja recomendado utilizá-lo igual a 1, pode ser alterado caso o projetista deseje considerar alguma situação, como dentes muito grandes.

Tabela 3.12 – Parâmetro do fator de tamanho

Fator de tamanho		
$k_s$	fator de tamanho	1,0

Do mesmo modo, o fator de espessura de aro  $k_B$  tem o valor igual a 1, para valores de  $m_B \geq 1,2$ , e pode ser modificado caso seja necessário.

Tabela 3.13 – Parâmetro do fator de espessura de aro

Fator de espessura de aro		
$k_b$	fator de espessura de aro	1,0

O fator de distribuição de carga  $K_H$  é função da largura de face e é inserida automaticamente segundo Figura 2.19.

Tabela 3.14 – Parâmetro do fator de distribuição de carga

Fator de distribuição de carga		
$k_h$	fator de distribuição de carga	1,70

O fator dinâmico ( $k_v$ ) é determinado a partir do número de qualidade da engrenagem ( $Q_v$ ) que deve ser escolhida pelo usuário, pois tem relação direta com o método de fabricação da peça e é calculado a partir da Equação (28).

Tabela 3.15 – Parâmetros do fator dinâmico

Fator dinâmico		
$Q_v$	índice de qualidade	6
$k_v$	fator dinâmico	1,445

O fator de condição superficial ( $Z_R$ ) é recomendado utilizá-lo igual a 1, porém, o projetista pode utilizar outro valor caso queira levar em consideração acabamentos superficiais grosseiros.

Tabela 3.16 – Parâmetro do fator de condição superficial

Fator de condição superficial		
$Z_r$	Fator de condição superficial	1,0

Após essas determinações é disposto para o usuário o cálculo das tensões de flexão e de crateramento (Equações (23) e (24)), as resistências relacionadas (Equações (35) e (36)) e os fatores de segurança para cada falha (Equações (53), (54) e (55)), tanto no pinhão quanto para a coroa.

Tabela 3.17 – Resultados para tensões de flexão

Tensões de flexão			
$\sigma_p$	Tensão de flexão dente do pinhão	194,44	MPa
$\sigma_{admp}$	Resistência a flexão corrigida Pinhão	387,24	MPa
$S_{fp}$	Fator de segurança Pinhão	1,99	
$\sigma_c$	Tensão de flexão dente da coroa	138,95	MPa
$\sigma_{admc}$	Resistência a flexão corrigida Coroa	396,92	MPa
$S_{fc}$	Fator de segurança Coroa	2,04	

Tabela 3.18 – Resultados para tensões de contato

Tensão de contato			
$\sigma_{cp}$	Tensão de crateramento pinhão	1010,80	MPa
$\sigma_{admp}$	Resistência a crateramento corrigida Pinhão	1316,91	MPa
$S_{hp}$	Fator de segurança	1,30	
$S_{hp}^2$	Fator de segurança	1,70	
$\sigma_{cp}$	Tensão de crateramento coroa	1010,80	MPa
$\sigma_{admc}$	Resistência a crateramento corrigida Coroa	1359,58	Mpa
$S_{hc}$	Fator de segurança	1,35	
$S_{hc}^2$	Fator de segurança	1,81	

Caso o fator de segurança não alcance o objetivo do projeto, devem ser realizadas iterações a fim de que o fator de segurança convirja para o valor objetivado. Para isso, o usuário pode alterar apenas os materiais e tratamentos térmicos das engrenagens, ou, caso seja necessário, alterar a geometria, como o módulo ou largura de face.



#### **4 CONCLUSÃO**

O objetivo do trabalho de desenvolver um sistema computacional em Excel e que, auxilie o engenheiro durante o projeto de dimensionamento de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais foi alcançado. O programa proposto permite que o projetista, depois de definido os parâmetros de entrada, determinar a geometria da engrenagem, compor as cargas de contato atuantes no engrazamento, definir os materiais utilizados nas engrenagens e seus tratamentos térmicos, obter os valores de tensão de flexão e de crateramento, resistência a flexão e a crateramento, e os respectivos fatores de segurança tanto para o pinhão quanto para a coroa.

Constatou-se que, apesar do programa apresentar rotinas simples para realizar os cálculos de dimensionamento das engrenagens, é necessário que o usuário saiba, e entenda o que está fazendo para poder conferir os resultados que o programa gera e tomar decisões com maior segurança.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, S. Baja Nacional. **SAE Brasil**. Disponível em: <https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/baja-sae-brasil/>. Acesso em: 12 Junho 2022.

BUDYNAS, R. G. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda., 2011.

CASTRO, J. T. P. D. **Engrenagens**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2013.

JÚNIOR, A. A. D. S. **Elementos de Máquinas & Sistemas Mecânicos**. Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. **Fundamentos do projeto de componentes de máquinas**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.