



Ronan Alves da Paixão

**Modelagem, validação experimental de protótipo e
caracterização metrológica de densímetros que utilizam o
princípio do deslocamento do centro de carena**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Metrologia (Área de
concentração: Metrologia para Qualidade e
Inovação) da PUC-Rio.

Orientador: Elcio Cruz de Oliveira

Rio de Janeiro
Abril de 2022



Ronan Alves da Paixão

**Modelagem, validação experimental de protótipo e
caracterização metrológica de densímetros que utilizam o
princípio do deslocamento do centro de carena**

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Metrologia (Área de
concentração: Metrologia para Qualidade e
Inovação) da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão
Examinadora abaixo:

Prof. Elcio Cruz de Oliveira

Orientador

Programa de Pós-Graduação em Metrologia – PUC-Rio

Prof. Paulo Fernando Ferreira Rosa

Seção de Engenharia de Computação – IME

Luiz Vicente Gomes Tarelho

Diretoria de Metrologia Científica e Industrial – INMETRO

Prof. Carlos Roberto Hall Barbosa

Programa de pós-graduação em Metrologia – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de abril de 2022

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial, do trabalho é proibida sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Ronan Alves da Paixão

Graduou-se em Ciências Militares na Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN-2004) e em Engenharia Eletrônica no Instituto Militar de Engenharia (IME-2010). cursou pós-graduação em Guerra Cibernética no Centro Integrado de Guerra Eletrônica em 2013. Tem experiência nas áreas de Robótica e Automação, Sistemas Embarcados, é radioamador e já trabalhou em projetos de veículos não tripulados (VANT, ROV e VTNT), particularmente com a construção de uma Unidade de Medida Inercial, além de projetos de pesquisa da FAPERJ e FINEP. Foi instrutor do Curso de Guerra Cibernética, no Centro de Instrução de Guerra Eletrônica (CIGE) e atualmente trabalha na Petrobras na área de Manutenção de Equipamentos Dinâmicos (Instrumentação e Automação), já tendo trabalhado também na área de Medição de Fluidos.

Ficha Catalográfica

Paixão, Ronan Alves da

Modelagem, validação experimental de protótipo e caracterização metrológica de densímetros que utilizam o princípio do deslocamento do centro de carena / Ronan Alves da Paixão ; orientador: Elcio Cruz de Oliveira. – 2022.

136 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Centro Técnico Científico, Programa de Pós-Graduação em Metrologia, 2022.

Inclui bibliografia

1. Metrologia – Teses. 2. Metrologia para Qualidade e Inovação – Teses. 3. Metrologia. 4. Densímetro. 5. Centro de carena. 6. Massa específica. 7. Caracterização metrológica. I. Oliveira, Elcio Cruz de. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Centro Técnico Científico. Programa de Pós-Graduação em Metrologia. III. Título.

CDD: 389.1

Agradecimentos

À minha família, pela paciência durante essa jornada longa e extenuante, com noites longas e intranquilas, e pelo suporte nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador Professor Elcio Cruz de Oliveira, pelo estímulo, parceria e extrema paciência para a realização deste trabalho.

À PUC-Rio, especialmente ao Programa de Pós-Graduação em Metrologia e seus membros, professores, funcionários e alunos, pelo acolhimento nessa jornada e pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

À Transpetro S.A., em particular ao Laboratório de Controle da Qualidade de Petróleo, Derivados e Biocombustíveis, e seus membros, pela fundamental ajuda nos experimentos, que deram brilho ao trabalho.

Ao meu amigo André Melo Carvalhais Dutra, pela ideia e orientações que embasaram a origem e motivação do trabalho.

Aos meus colegas da PUC-Rio, pelo apoio mútuo.

Aos professores que dedicaram seu tempo e esforço para avaliar a dissertação e participar da banca examinadora.

Aos meus pais, sem os quais eu nada seria, pela educação, atenção e carinho de todas as horas.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

A Jesus, Senhor nosso, que se sacrificou pela humanidade e nos mostrou amor puro.

Resumo

Paixão, Ronan Alves da; Oliveira, Elcio Cruz de. **Modelagem, validação experimental de protótipo e caracterização metrológica de densímetros que utilizam o princípio do deslocamento do centro de carena**. Rio de Janeiro, 2022. 136p. Dissertação de Mestrado – Programa de pós-graduação em Metrologia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

No âmbito das cervejarias artesanais, foi recentemente inventado um medidor de densidade de líquidos que opera por um princípio incomum: o do deslocamento do centro de carena. Esse medidor obtém suas medições a partir da sua própria inclinação enquanto está flutuando, mas sua implementação original converte as medidas do acelerômetro em medidas de massa específica por uma regressão polinomial. Contudo, ele não faz correções de temperatura, de forma que a influência dessa grandeza é desconsiderada na regressão. Adicionalmente, o medidor não indica qual a sua incerteza de medição. Esta dissertação teve como objetivos criar um modelo matemático do fenômeno, que não foi localizado na bibliografia existente; utilizar o modelo para a obtenção de uma estimativa da incerteza de medição, comparando as metodologias de incerteza do GUM e a que utiliza o método de Monte Carlo do Suplemento 1 e utilizando a segunda abordagem para validar a primeira; executar experimentos com um protótipo de um medidor desse tipo, comparando os resultados com um densímetro de laboratório; e realizar a caracterização metrológica do medidor. Todos esses objetivos foram cumpridos, sendo que a caracterização incluiu: sugestões de procedimentos de calibração e de medição; os resultados do experimento, incluindo a distribuição esperada na saída, com média $\bar{\rho} = 1,0500 \text{ g/cm}^3$ e incerteza expandida máxima de $U_{95\%}(\rho) = U_{95\%}(1,0000) = 0,0028 \text{ g/cm}^3$ (fator de abrangência $k = 1,96$) no intervalo de medição entre $1,0000 \text{ g/cm}^3$ e $1,1000 \text{ g/cm}^3$; equações para a estimativa da incerteza de medidores desse tipo; a estimação de uma curva de incerteza para a faixa de calibração, segundo as medições de calibração; as contribuições de cada grandeza de entrada sobre a incerteza estimada de saída e algumas sugestões de como o medidor poderia ser modificado para melhorar o resultado.

Palavras-chave

Metrologia; densímetro; centro de carena; massa específica; caracterização metrológica.

Abstract

Paixão, Ronan Alves da; Oliveira, Elcio Cruz de (Advisor). **Modeling, experimental validation of prototype and metrological characterization of densimeters that use the principle of displacement of the center of buoyancy.** Rio de Janeiro, 2022. 136p. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Metrologia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In the context of craft breweries, a recently invented liquid density meter works by leveraging an unusual principle: the displacement of the center of buoyancy. This meter obtains its measurements from its own tilt while it is floating, but its original implementation converts the accelerometer measurements into density measurements with a polynomial regression. However, it doesn't make temperature corrections, so that the influence of this quantity is disregarded in the regression. Additionally, the meter does not indicate its measurement uncertainty. The objective of this dissertation was to create a mathematical model of the phenomenon, which was not found in the existing bibliography; use the model to obtain an estimate of the measurement uncertainty, comparing the uncertainty methodologies of the GUM and the one that uses the Monte Carlo method of its Supplement 1 and using the second approach to validate the first; perform experiments with a prototype of such a meter, comparing the results with a laboratory densimeter; and perform the metrological characterization of the meter. All these objectives were met, and the characterization included: a suggestion of calibration and measurement procedures; the results of the experiment, including the expected output distribution, with mean of $\bar{\rho} = 1.0500 \text{ g/cm}^3$ and maximum expanded uncertainty $U_{95\%}(\rho) = U_{95\%}(1.0000) = 0.0028 \text{ g/cm}^3$ ($k = 1.96$ coverage factor) in the measurement range between 1.0000 g/cm^3 and 1.1000 g/cm^3 ; equations for estimating the uncertainty of this type of meter; the estimation of an uncertainty curve for the calibration range, according to the calibration measurements; the contributions of each input quantity to the estimated output

uncertainty and some suggestions on how the meter could be modified to improve the result.

Keywords

Metrology; densimeter; center of buoyancy; specific gravity; metrological characterization.

Sumário

1 Introdução	21
1.1 Contextualização	21
1.2 Definição do problema de pesquisa	22
1.3 Motivação	26
1.4 Objetivos: geral e específicos	30
1.5 Metodologia e estrutura da dissertação	31
2 Materiais e métodos	36
2.1 Conceitos básicos	36
2.2 Determinação da massa específica	38
2.3 Determinação do volume e do baricentro de sólidos geométricos	41
2.4 Centro de massa e centro de carena	45
2.5 Operações com vetores	47
2.6 Determinação da temperatura	49
2.7 Determinação da incerteza	52
2.7.1 A lei de propagação de incertezas	52
2.7.2 Um método de Monte Carlo	54
2.8 Considerações finais sobre o capítulo	57
3 Caracterização metrológica	60
3.1 Modelagem do densímetro	60
3.1.1 O centro de carena do medidor	60
3.1.2 A inclinação do medidor	63
3.1.3 Modelagem da massa específica	65

3.1.4 Correção de temperatura	68
3.2 A aplicação da lei de propagação de incertezas	70
3.3 A aplicação do método Monte Carlo do ISO GUM	72
4 Experimentação	76
4.1 Avaliação do protótipo	76
4.2 Estudo das entradas	85
4.3 Calibração	92
4.4 Resultados numéricos dos métodos	112
4.5 Análise de sensibilidade	117
4.6 Considerações construtivas	120
5 Conclusões e recomendações	125
5.1 Conclusões	125
5.2 Sugestões de trabalhos futuros	126
Referências bibliográficas	128

Lista de figuras

Figura 1: Refratômetro manual.	24
Figura 2: Foto do visor de um refratômetro.	25
Figura 3: Progresso de fermentações em diferentes condições de limitação de oxigênio (adaptado de TROESTER, 2013).	29
Figura 4: Imagem dos dispositivos original (a) e suas réplicas (b) e (c), respectivamente, iSpindel e Brew Home.	34
Figura 5: Configuração do polinômio na interface do medidor utilizado.	37
Figura 6: Sólido geométrico que representa a parte cilíndrica do volume deslocado quando está inclinado (a), sua visão com o eixo central na vertical (b) e sua seção reta para fins de visualização (c). C é o centro de carena, G é o centro de massa (ou centro de gravidade), h é a altura média do tronco de cilindro, R é o seu raio e θ a sua inclinação.	42
Figura 7: Representação do tronco de cilindro (a), sua seção reta com dimensões segundo Weisstein (b), sua seção reta com dimensões segundo Hirata (c) e representação aproximada do centroide C_{tcil} (d).	44
Figura 8: Ilustração de um navio com o centro de gravidade G sofrendo a ação do peso P , o volume deslocado (hachurado), o centro de carena C sofrendo a ação do empuxo E e o torque τ , gerado pelo empuxo e peso não-colineares. (a) mostra um barco sem carga, (b) um barco com carga e (c) um barco inclinado, fora de equilíbrio.	46
Figura 9: Rotação de um vetor (STEVENS; LEWIS, 1992, p. 7).	49
Figura 10: Fluxograma usado para a comparação entre o MIG e o MMC.	54
Figura 11: Etapas de propagação e resumo de avaliação da incerteza usando o MMC para implementar a propagação de distribuições (adaptado da Figura 4 do suplemento 1 do GUM – seções 5.9.6, 7.1).	56
Figura 12: Redução da incerteza de uma grandeza considerando uma média de valores medidos.	59

Figura 13: Densímetro de bulbo (escala 1.000-1.100, indicado para cerveja artesanal) e proveta (100 ml) que o acompanha.	61
Figura 14: Diagrama bidimensional do instrumento flutuante.	64
Figura 15: Esquema geral da primeira parte do método de Monte Carlo.	73
Figura 16: Medidor adquirido no mercado nacional.	76
Figura 17: Topo da eletrônica do medidor. (a) é o módulo “D1”, (b) é o termômetro DS18B20 e (c) é a bateria 18650.	78
Figura 18: Destaque do topo da eletrônica do medidor, após a remoção do módulo do microcontrolador. (a) é a chave liga/desliga e (b) é o módulo do acelerômetro MPU6050.	78
Figura 19: Fundo da eletrônica do medidor. (a) é o módulo 03962A, responsável por carregar a bateria, e (b) é um peso de chumbo.	79
Figura 20: Destaque da pilha de placas. De cima para baixo estão as placas, em ordem: (a) Wemos D1, (b) MPU6050, (c) placa principal e (d) 03962A.	79
Figura 21: Tela inicial do <i>firmware</i> do iSpindel.	80
Figura 22: Tela “iSpindel Info” com as medições dos sensores, o cálculo de gravidade e as informações do <i>firmware</i> .	81
Figura 23: Tela de Configurações, com definições padrão. Os nomes das redes Wi-Fi foram escondidos para não revelar informações pessoais.	82
Figura 24: (a) Ângulo e (b) temperatura registrados pelo medidor durante a hora em que ele apresentou a menor amplitude de medição para o ângulo, no experimento sobre superfície sólida.	86
Figura 25: (a) Ângulo e (b) temperatura registrados pelo medidor durante a hora em que ele apresentou a menor amplitude de medição para o ângulo, no experimento sobre superfície líquida.	87
Figura 26: Componentes brutos dos vetores obtidos do acelerômetro no período selecionado.	89
Figura 27: Gráfico representativo do teste Kolmogorov-Smirnov. A linha azul representa a distribuição cumulativa normal esperada $F(X)$. A linha laranja representa a distribuição cumulativa encontrada nos valores brutos $FA(X)$. Os degraus indicam a presença de quantização.	92
Figura 28: Fluxograma geral para o procedimento de calibração.	93

Figura 29: Medidor repousando sobre sua tampa, para a calibração do ângulo zero.	95
Figura 30: Balança eletrônica utilizada na medição da massa do medidor.	96
Figura 31: Histograma dos valores medidos na balança (massa do medidor).	96
Figura 32: Densímetro utilizado no laboratório.	99
Figura 33: Histograma dos dados brutos da variável ax separada por blocos para cada valor diferente obtido no densímetro.	100
Figura 34: Histograma dos dados brutos da variável ay separada por blocos para cada valor diferente obtido no densímetro.	100
Figura 35: Histograma dos dados brutos da variável az separada por blocos para cada valor diferente obtido no densímetro.	101
Figura 36: Gráficos de dispersão relacionando as variáveis: ax e ay (a, b), ax e az (c, d) e ay e az (e, f). Os gráficos da direita (b, d, f) são extratos dos 3 grupos mais próximos dos gráficos da esquerda (a, c, e), mostrando as correlações dentro desses grupos.	103
Figura 37: Histogramas das variáveis de entrada. As linhas tracejadas verticais indicam a média (vermelha) e a mediana (preta).	104
Figura 38: Relação entre as densidades medidas em laboratório e as calculadas pelo medidor (a), e os resíduos (b).	106
Figura 39: Nova relação entre as densidades medidas em laboratório e as calculadas pelo medidor (usando parâmetros obtidos considerando a heterocedasticidade).	107
Figura 40: Resíduos dos pontos de validação.	108
Figura 41: Histogramas dos resíduos de ρ (massa específica), separado por bloco de referência.	109
Figura 42: Teste de Kolmogorov-Smirnov para yr gerado pelo MMC para $M = 320,000$.	114
Figura 43: Gráfico quantil-quantil (QQ) comparando a distribuição de yr com uma distribuição normal equivalente.	115

Figura 44: Estimativa de incerteza expandida $U95\%(\rho)$ em todo o intervalo de medição de interesse (1,0000 a 1,1000 g/cm ³) para $k = 1,96$. O ponto preto é a marcação da estimativa de ρ obtida na Tabela 18.	116
Figura 45: Visualização das contribuições das variâncias das grandezas que compõem θ sobre sua variância combinada.	118
Figura 46: Visualização das contribuições relativas das variâncias das grandezas que compõem ρ .	119
Figura 47: Simulação dos resíduos entre as densidades medidas em laboratório e as calculadas pelo medidor, desconsiderando o último bloco e considerando a heterocedasticidade.	121
Figura 48: Simulação da curva de incerteza $u(\rho)$, desconsiderando o último bloco, mas mantendo a extrapolação de $U95\%(\rho)$ até o final da faixa (1,1000 g/cm ³), com $k = 1,96$.	121
Figura 49: Simulação da contribuição das incertezas das grandezas de entrada sobre $u(\rho)$, desconsiderando o último bloco.	122

Lista de tabelas

Tabela 1: Termos de busca usados na pesquisa bibliográfica e documental.	32
Tabela 2: Coeficientes de dilatação térmica dos materiais considerados.	51
Tabela 3: Variáveis independentes e suas expressões para uso na estimativa de incerteza de θ (coeficientes relativos).	71
Tabela 4: Variáveis independentes e suas expressões para uso na estimativa de incerteza de ρ (coeficientes relativos).	72
Tabela 5: Etapas para aplicação do método de Monte Carlo.	74
Tabela 6: Resumo dos dados obtidos no primeiro experimento.	86
Tabela 7: Resumo dos dados obtidos no segundo experimento.	87
Tabela 8: Quantidade de dados brutos por registro no período do experimento selecionado.	88
Tabela 9: Desvios-padrão (s) das componentes do vetor medido, após médias.	90
Tabela 10: Desvios-padrão dos ângulos obtidos, após médias.	91
Tabela 11: Extrato das informações no certificado de calibração da balança. A tendência sem ajuste indica a correção subtrativa que deve ser aplicada à indicação final.	97
Tabela 12: Valores de incerteza da massa.	97
Tabela 13: Teste de normalidade KS (95 %) para as distribuições de entrada.	102
Tabela 14: Médias dos dados de validação e suas referências.	108
Tabela 15: Sumário de componentes de incerteza-padrão de θ .	110
Tabela 16: Distribuições das grandezas consideradas para a obtenção da distribuição de θ por meio do GUM.	110
Tabela 17: Sumário de componentes de incerteza-padrão de ρ .	111
Tabela 18: Distribuições das grandezas consideradas para a obtenção da distribuição de ρ por meio do GUM.	111

Tabela 19: Comparativo dos métodos GUM (MIG) e MMC para a obtenção da distribuição de θ .	112
Tabela 20: Comparativo dos métodos GUM (MIG) e MMC para a obtenção da distribuição de ρ .	113
Tabela 21: Contribuições das variâncias das grandezas que compõem θ sobre sua variância combinada.	117
Tabela 22: Contribuições das variâncias das grandezas que compõem ρ sobre sua variância combinada.	119

Lista de abreviaturas e símbolos matemáticos

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BIPM	Bureau Internacional de Pesos e Medidas (<i>Bureau International des Poids et Mesures</i>)
FDP	Função Densidade de Probabilidade
GUM	Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (<i>Guide to the expression of uncertainty in measurement</i>)
ISO	Organização Internacional de Normalização (<i>International Organization for Standardization</i>)
KS(p %)	Teste de Kolmogorov-Smirnov com nível de confiança p
NBR	Norma Brasileira
MIG	Metodologia de incerteza do GUM
MMC	Metodologia que usa o método de Monte Carlo
VIM	Vocabulário Internacional de Metrologia
\vec{a}	Aceleração medida pelo acelerômetro
a_x, a_y, a_z	Componentes da aceleração \vec{a} medidas pelo acelerômetro nos seus eixos cartesianos x , y e z
At	Atenuação aparente
C, \vec{C}	Centro de carena, tratado como ponto ou como vetor – pode incluir os subscritos <i>esf</i> quando se referir à semiesfera, ou <i>tcil</i> quando se referir ao tronco de cilindro
\vec{C}_i	Centroide do i -ésimo sólido de um sistema
C_x, C_y, C_z	Coordenada x , y e z do vetor do centro de carena – pode incluir os subscritos <i>esf</i> quando se referir à semiesfera, ou <i>tcil</i> quando se referir ao tronco de cilindro
c_i	Coefficiente de sensibilidade da i -ésima grandeza de entrada sobre a variância de saída
d_{inf}, d_{sup}	Respectivamente, os módulos das diferenças dos valores inferior e superior do intervalo de abrangência obtidos pelo MMC para os obtidos pelo MIG
\vec{E}	Empuxo sobre um objeto – para um sólido rígido, atua sobre o centro de carena
f	Uma função qualquer das variáveis de entrada x_i
f_u	Uma função que estima uma incerteza
\vec{g}	Aceleração da gravidade
G, \vec{G}	Centro de gravidade, tratado como ponto ou como vetor
G_x, G_z	Coordenadas x e z do vetor do centro de gravidade
h	Altura média do tronco de cilindro
h_1, h_2	Respectivamente, menor e maior altura do tronco de cilindro

k	Fator de abrangência, usado para a conversão entre uma incerteza-padrão combinada $u_c(y)$ e sua correspondente incerteza expandida $U_p(y)$. Embora os valores dos fatores efetivamente usados tenham sido calculados via software, para fins de concisão de relatório eles foram arredondados para duas casas decimais.
L_i, L_f	Respectivamente, um comprimento inicial e final
M	Número de iterações do MMC
\vec{M}	Vetor da gravidade teórico no modelo bidimensional (projeção de \vec{a})
m	Massa do sistema
m_i	Massa do i -ésimo sólido de um sistema – i pode ser substituído por <i>esf</i> ou por <i>tcil</i> , quando se refere, respectivamente, à semiesfera ou ao tronco de cilindro
N	Número de grandezas de entrada
n	Número de amostras ou medições
\vec{p}	Peso de um objeto – para um sólido rígido, atua sobre o centro de gravidade
$P_{95\%}$	Percentil 95 de um conjunto de dados
p	Nível de confiança (%)
R	Raio do tronco de cilindro ou da semiesfera
$r(x_i, x_j)$	Coefficiente de correlação de Pearson entre duas grandezas de entrada x_i e x_j
$s(x_i)$	Desvio-padrão das medições a serem usadas para a estimativa da entrada x_i
ΔT	Variação de temperatura em relação à referência (20 °C)
$U_p(y)$	Incerteza expandida para a estimativa de saída y , considerando um nível de confiança de $p\%$
\vec{u}	Um vetor qualquer – suas coordenadas no espaço cartesiano são u_x , u_y e u_z
$u(x_i)$	Incerteza-padrão estimativa de entrada x_i
$u_c(y)$	Incerteza combinada da estimativa de saída y
$u_i(y)$	Contribuição da i -ésima distribuição de entrada (X_i), igual a $c_i u(x_i)$
\vec{u}_z	Vetor unitário na direção do eixo cartesiano z
V_{esf}	Volume da esfera
V_{tcil}	Volume do tronco de cilindro
V_i, V_f	Respectivamente, um volume inicial e final,
\vec{v}	Um segundo vetor qualquer – suas coordenadas no espaço cartesiano são v_x , v_y e v_z
X_i	i -ésima distribuição de entrada
x_i	i -ésima estimativa de entrada
$\vec{\bar{x}}_i$	Vetor com amostras aleatórias obtidas das distribuições estimadas x_i
Y	Distribuição de saída
y	Estimativa do mensurando Y (saída)
y_{inf}, y_{sup}	Respectivamente, os valores inferior e superior do intervalo de abrangência obtidos pelo MMC ou MIG (sufixos)

\vec{y}_r	Vetor com valores de y , calculados a partir de \vec{x}_i
α	Coeficiente de dilatação linear de um material
β	Variável de substituição definida na eq. (44)
δ	Tolerância a ser utilizada na validação do MMC
γ	Coeficiente de dilatação volumétrico de um material
η	Variável de substituição definida na eq. (49)
θ	Variável de substituição igual à tangente de θ
$\bar{\theta}$	Média dos valores de θ_k
θ_{calc}	Valor de θ calculado a partir de cada medição de entrada
θ_k	Valor de θ calculado a partir de cada medição ou amostra aleatória das distribuições de entrada
θ_{ref}	Valor de θ calculado por $\rho^{-1}(\theta)$ a partir de cada medição de referência no densímetro de laboratório
θ	Ângulo do corte do tronco de cilindro, ângulo entre a seção reta do instrumento (plano perpendicular ao eixo geométrico central) e a linha d'água ou ângulo entre \vec{a} e o eixo central do medidor, ou ângulo entre dois vetores quaisquer \vec{u} e \vec{v} .
ν_{eff}	Graus de liberdade efetivos
ν_i	Graus de liberdade da i -ésima distribuição de entrada estimada
σ	Desvio-padrão de uma amostra ou distribuição
$\sigma_{\bar{x}}$	Desvio-padrão de uma média de amostras da distribuição X
ρ	Massa específica do líquido
ρ_i	Massa específica para um caso específico (subscritos: <i>ref</i> =referência, <i>corr</i> =correção, <i>V1</i> =primeiro bloco de validação, u_{min} =onde a incerteza é mínima, u_{max} =onde a incerteza é máxima)
ρ_0, ρ_1	Respectivamente, a massa específica inicial e final de um líquido em um processo de transformação
$\rho(\theta)$	Função que calcula ρ a partir de valores de θ (outras grandezas de entrada são omitidas nesta notação)
τ	Ângulo entre o vetor medido e o vetor de referência do acelerômetro – igual a $(180^\circ - \theta)$

O conhecimento da verdade, no seu sentido pleno, material e formal ao mesmo tempo, é um privilégio da consciência individual humana. Pode ser repassada de um indivíduo a outros, mas cada um tem de fazer por si mesmo o esforço de apreendê-la. Não existe verdade comunitária.

Olavo de Carvalho

1

Introdução

A produção artesanal de cervejas está em franca expansão no Brasil e no mundo. À medida que mais pessoas entram nessa atividade, novos conhecimentos e tecnologias são agregados à área. A partir deste desenvolvimento tecnológico, surgem novos instrumentos de medição que permitem o aumento da qualidade, eficiência e quantidade da produção. Para serem utilizados de maneira confiável, de forma que suas medidas sejam representativas, esses medidores precisam ser caracterizados metrologicamente.

1.1

Contextualização

A atividade de Medição de Fluidos é fundamental para a maioria das indústrias. Seja no acompanhamento manual, seja no automático, a qualidade das medições realizadas afeta o retorno da empresa. Os impactos podem ser diretos, na qualidade do produto final (perda de clientes devido à qualidade inferior ou variabilidade inesperada do produto), ou indiretos, como o prejuízo financeiro com o desperdício de insumos.

As Diretrizes Estratégicas para a Metrologia Brasileira 2018–2022, do CONMETRO (CONMETRO, 2017), reforçam esta ideia, em seu item 6.3:

As medições químicas exercem um importante papel na sociedade moderna, sendo a base científica fundamental para a tomada de decisões quanto à qualidade dos produtos e abarca diversas áreas, tais como alimentos, saúde, energia, forense, farmacêutica e meio-ambiente.

No Brasil observa-se a necessidade de um aumento imediato na confiabilidade dos resultados das medições químicas, já que o País se projeta como um dos mais importantes protagonistas do comércio mundial nas áreas acima mencionadas.

Neste contexto, está inserido o mercado de cervejas artesanais, o qual está em expansão no Brasil. Atualmente, a regulamentação não prevê mecanismos específicos para a classificação de cervejarias como artesanais, mas está em tramitação o Projeto de Lei 5191/13 (MENDONÇA, 2013), que define em seu

artigo primeiro: “Art. 1º Poderá ser designado estabelecimento produtor de cerveja artesanal aquele localizado em área urbana cuja produção máxima anual não ultrapasse trinta mil litros.”

Quando uma produção inferior a esse limite é iniciada, em uma empresa com operação reduzida e poucas pessoas envolvidas na fabricação da cerveja, é comum que os detalhes relativos à qualidade de medição passem despercebidos, inclusive suas vantagens. Neste sentido, a instrumentalização do processo, especialmente com medidores que utilizam do conceito de Internet das Coisas (geralmente chamado *IoT*, do inglês “*Internet of Things*”), pode facilitar o controle de qualidade, agregando valor e qualidade sem onerar a operação da planta.

1.2

Definição do problema de pesquisa

Para suprir um dos nichos de mercado de instrumentação de cervejarias artesanais, foi criado um instrumento (LANG, 2018) que utiliza sua própria inclinação para medir a massa específica de um fluido. Desta forma, é possível converter o ângulo do instrumento em relação à gravidade para um valor de massa específica, que por sua vez pode ser usado como uma forma de acompanhamento do processo de fermentação. Por exemplo, a variação da massa específica do líquido pode ser convertida para uma medida de teor alcoólico, ou a curva de massa específica de uma levedura pode determinar o melhor momento para interromper a fermentação.

A partir da medição da inclinação e conhecendo os parâmetros construtivos do medidor, é possível calcular a massa específica média do fluido deslocado.

No entanto, a forma existente para realizar esse cálculo é simples, se limitando a uma regressão polinomial. A documentação do instrumento (ISPINDEL.DE, [s. d.]) informa que a “calibração” do instrumento consiste em realizar uma regressão de segunda ordem a partir de 7 pontos. No entanto, isso não cobre toda a definição de calibração conforme definido no VIM (BIPM, 2012), pois não é tecida nenhuma consideração a respeito da incerteza de medição ou a padrões de medição de referência; além do que, o melhor ajuste experimental nem sempre é aquele sugerido em catálogos.

Além disso, o procedimento chamado de “calibração” no site do iSpindel não especifica nenhum padrão de medição de referência a ser utilizado. Na verdade, os

valores usados de referência sequer são mencionados. Em seu lugar, são utilizadas instruções do tipo “Exemplo de solução de açúcar: 400 ml com 100 g de açúcar. Meça a massa específica ou os graus Plato e escreva junto à inclinação do iSpindel. (...) Dilua a solução do ponto 2 com 166 ml de água”, sem comentários a respeito das incertezas introduzidas no processo ou sobre outros efeitos, como a temperatura. Sem essa informação e sem um procedimento de calibração metrologicamente confiável (GUPTA, 2012) — ou seja, sem rastreabilidade e um operador qualificado — é possível que diversos erros sejam introduzidos, especialmente se o operador possuir pouco conhecimento metrológico. De forma resumida, o procedimento descrito trata-se mais de um “ajuste dum sistema de medição” que uma “calibração”: vide nota 2 do item 2.39 do VIM.

Adicionalmente, a falta de um modelo físico torna mais difícil incluir no cálculo outras considerações, como, por exemplo, os efeitos causados por variações na temperatura, que causam alterações do volume do medidor e implicam, consequentemente, em alterações nos valores medidos (DDBST, 2012).

Para elaborar um procedimento de calibração e avaliar a influência das grandezas envolvidas, é necessário modelar matematicamente e com maior profundidade os fenômenos físicos associados.

Como referência, diversos cervejeiros artesanais sequer usam densímetros e hidrômetros (GUPTA, 2002; ISO, 1977, 2000), devido a seu alto custo. Em geral, os instrumentos mais utilizados são os refratômetros manuais (Figura 1).



Figura 1: Refratômetro manual.

Fonte: https://pt.banggood.com/020-Handheld-Brix-Beer-Wine-Sugar-Fruit-Wort-Refractometer-Test-Tester-p-1348332.html?cur_warehouse=CN

Este aparelho é usado porque a massa específica está associada à concentração de açúcares no mosto e a quão completa foi a reação química realizada pelas leveduras, afetando o índice de refração do fluido. No entanto, o uso desse tipo de instrumento também apresenta seus desafios.

O primeiro deles é que o índice de refração não indica necessariamente a graduação alcoólica ou a massa específica, apesar dessas variáveis serem relacionadas pela concentração de açúcares no líquido.

Depois, deve-se lembrar que em uma cervejaria artesanal dificilmente há pessoal especializado em instrumentação analítica, o que pode potencializar erros de medição, como no caso das leituras introduzidas pelo operador. Além disso, mesmo pessoal qualificado pode ter limitações em relação à leitura do visor deste instrumento. Como pode ser observado na Figura 2, a linha indicadora (separação entre a área azul e a branca) é difusa, por isso o valor lido pode ter uma elevada contribuição de incerteza ao resultado final. Por exemplo, na escala da esquerda da figura (Brix %) é possível ver que a linha que divide a região azul e a branca aparenta se encontrar em algum ponto entre o 13 e o 14, mas mesmo com subdivisões na escala não é possível determinar visualmente em qual dessas subdivisões a linha realmente está. Somado a isso, é possível verificar que a própria

escala foi gerada para medir líquidos na temperatura de 20 °C. Ou seja, ainda é necessário corrigir esse valor para a temperatura em que o líquido estiver.



Figura 2: Foto do visor de um refratômetro.

Também, em metrologia costuma-se dizer que não basta saber o valor medido, mas também determinar a sua qualidade (atendimento ao uso pretendido). De forma específica, o Vocabulário Internacional de Metrologia (BIPM, 2012) indica, em seu item 2.9 (resultado de medição) o seguinte:

NOTA 2 Um resultado de medição é geralmente expresso por um único **valor medido** e uma **incerteza de medição**. Caso a incerteza de medição seja considerada desprezável para alguma finalidade, o resultado de medição pode ser expresso como um único valor medido. Em muitos domínios, esta é a maneira mais comum de expressar um resultado de medição.

Cabe ressaltar que embora uma incerteza de medição possa ser indicada implicitamente pelo número de casas decimais do resultado, essa somente pode ser considerada desprezável após a determinação do seu valor.

Como os aparelhos em estudo baseiam-se em uma forma de medir pouco comum, baseada na inclinação de uma boia com o centro de carena deslocado, busca-se na dissertação caracterizar metrologicamente este medidor, avaliando as incertezas associadas, dentre outros parâmetros; tais como, o efeito dos fenômenos físicos sobre a medição e como pequenas mudanças na construção do medidor poderiam aumentar a confiabilidade do resultado de medição.

1.3 Motivação

As duas principais grandezas envolvidas no processo de fermentação da cerveja são a temperatura e a massa específica. Em uma cervejaria artesanal, essas grandezas são normalmente medidas manualmente por meio de um termômetro comum e um densímetro, sendo que este último é muitas vezes substituído por um refratômetro.

Apesar de os termômetros serem uma tecnologia bem conhecida e difundida, o refratômetro exige uma habilidade maior para manuseio. Além disso, a amostragem manual causa outros problemas, tais como:

- Muitas cervejas sofrem fermentação em recipientes fechados. Não apenas algumas categorias de leveduras requerem a limitação da disponibilidade de oxigênio para atingir o ponto desejado, mas também pode haver contaminação a cada abertura (WHITE; ZAINASHEFF, 2010), mesmo que todos os cuidados de higiene tenham sido tomados. Como o sabor da cerveja é muito sensível à presença de oxigênio e outros micro-organismos no mosto, é desejável que o recipiente seja aberto o menor número de vezes possível.

- As leituras são muito esporádicas, devido ao item anterior. Assim sendo, é muito difícil realizar o controle do processo. Por conta disso, muitas vezes os produtores realizam também um controle manual em malha aberta, o que pode sofrer muitos desvios da operação ideal.

O refratômetro é um dispositivo de difícil leitura e com grandes possibilidades de erro. Sua leitura baseia-se na indicação de uma linha difusa sobre uma escala visual e essa leitura precisa ser corrigida por uma equação (as opções de equações são correlações experimentais). Esses vários fatores tornam a medida altamente sensível ao conhecimento e experiência do operador, além de ser fortemente variável entre operadores diferentes.

Por esses fatores, algumas empresas têm desenvolvido equipamentos capazes de medir essas duas grandezas de forma automática, mais confiável e de fácil manuseio, diretamente no vaso de fermentação, comunicando essas informações por meio de protocolos sem fio para computadores externos. Alguns desses equipamentos usam o princípio de Arquimedes (CALÇADA; SAMPAIO, 1985a, p. 442) em um corpo com o centro de gravidade deslocado, o que causa uma inclinação no corpo e no seu centro de carena.

No entanto, apesar desse tipo de medidor já ser utilizado na indústria de cervejas artesanais, ele ainda não foi caracterizado metrologicamente.

Embora o aparelho estudado neste trabalho produza valores numéricos para as grandezas que ele permite medir, a falta de uma caracterização metrológica abrangente faz com que esses valores não apresentem exatidão de medição, pois, mesmo que seja considerado um alto nível de tolerância em relação a possíveis erros, não existe nenhuma informação a respeito da veracidade ou da precisão da medição.

Adicionalmente, a falta de caracterização metrológica nos medidores dificulta o crescimento de uma empresa, à medida que é mais difícil atender a normas como a ABNT NBR ISO 9000 (ABNT, 2015a) e ABNT NBR ISO 9001 (ABNT, 2015b). Desta última norma, é possível verificar diretamente da seção “1 – Escopo” as necessidades de uma empresa que quer atingir a conformidade com a norma:

Esta Norma especifica requisitos para um sistema de gestão da qualidade quando uma organização:

- a) necessita demonstrar sua capacidade para *prover consistentemente produtos e serviços* que atendam aos requisitos do cliente e aos requisitos estatutários e regulamentares aplicáveis, e
- b) visa aumentar a satisfação do cliente por meio da aplicação eficaz do sistema, incluindo *processos para melhoria do sistema* e para a garantia da conformidade com os requisitos do cliente e com os requisitos estatutários e regulamentares aplicáveis.

Mais especificamente sobre o primeiro grifo, é possível destacar que sem uma boa caracterização metrológica das medidas obtidas durante a fabricação da cerveja, todo o controle de qualidade sobre o produto torna-se um processo subjetivo, feito apenas pelo mestre cervejeiro ao final da produção de um lote. Entretanto, com tal caracterização, este profissional pode acompanhar a curva de fermentação e tomar

decisões para a correção de um lote ainda durante a sua produção, o que leva ao segundo grifo. Ainda, a norma estabelece, no seu item 4.4.1, que:

A organização deve determinar os processos necessários para o sistema de gestão da qualidade e sua aplicação na organização, e deve:

(...)

- c) determinar e aplicar os critérios e métodos (incluindo monitoramento, medições e indicadores de desempenho relacionados) necessários para assegurar a operação e o controle eficazes desses processos;

Ou seja, uma correta caracterização metrológica, junto à correta utilização do medidor, pode fornecer ao mestre cervejeiro as informações necessárias para:

- a) evitar que um lote seja perdido devido a uma deficiência pequena, potencialmente corrigível, garantindo assim menores perdas de material;
- b) acompanhar se a saúde das leveduras está adequada, a partir do acompanhamento da curva de fermentação;
- c) permitir um ajuste fino da curva de fermentação, por meio de ações como: ajustes na temperatura do mosto, controle da presença de oxigênio no recipiente (TROESTER, 2013; WHITE; ZAINASHEFF, 2010; CARDOSO, 2017), adição de mais um lote de leveduras, turbilhonamento, aeração, execução de “*starter*” (estimulação artificial das leveduras) – essas ações podem reduzir (ou estimular, caso seja o desejo do mestre cervejeiro) a produção de “*off-flavors*” (sabores causados pelas diferentes substâncias produzidas pelos processos biológicos envolvidos); e
- d) forçar a finalização da fermentação em um ponto específico, executando a pasteurização antecipadamente, logo após o atingimento do platô (a não execução da pasteurização antes da conclusão da fermentação permitiria a sua continuação dentro da garrafa, potencialmente causando a explosão dela com o acúmulo de gases) — o adiantamento, desde que mantendo o sabor da cerveja, permitiria o início do próximo lote mais cedo, potencialmente aumentando os lucros.

Essas ações podem ser realizadas com o medidor em estudo mesmo sem a caracterização. No entanto, a falta de controle metrológico adequado reduz

significativamente suas eficácias. Por exemplo, observando a Figura 3 (TROESTER, 2013), é possível perceber que dois dos experimentos estabilizaram ao redor do quinto dia, enquanto outros dois continuaram a queda. Caso o mestre cervejeiro esteja esperando apenas que essa estabilização ocorra, quais critérios ele poderá usar para decidir que a fermentação já se completou? Como esse processo pode ser feito quando houver uma pequena, mas visível, variação dos valores medidos? É interessante destacar o que, ao encerrar uma fermentação em 5 dias, um estabelecimento industrial alcançaria quatro vezes a produção de um estabelecimento que pare o processo com 20 dias (final do gráfico). De forma similar, se o mestre cervejeiro definir um determinado critério de perda de peso para encerrar forçadamente a fermentação, por exemplo em -5,5 %, quando ele poderá realmente parar a fermentação da curva laranja? O que ele fará se seu medidor der defeito e precisar ser substituído ou reparado e recalibrado? Suas medições estarão de acordo com o que ele estava acostumado? Uma correta caracterização metrológica, incluindo a elaboração de um procedimento de calibração, seria uma resposta a essas perguntas.

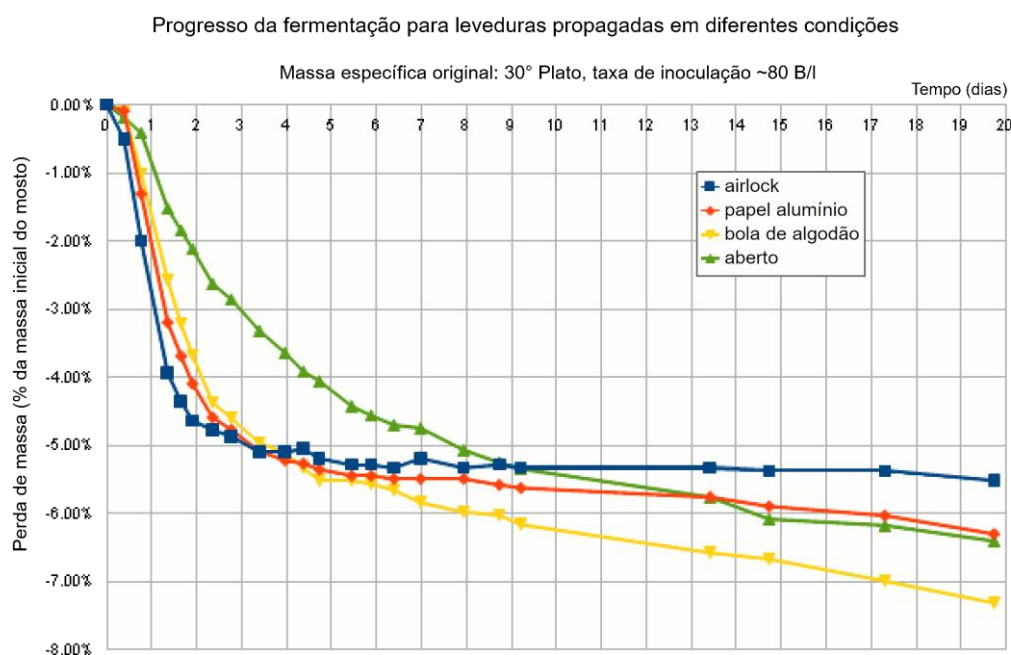


Figura 3: Progresso de fermentações em diferentes condições de limitação de oxigênio (adaptado de TROESTER, 2013).

Por fim, as ações mencionadas se tornam ainda mais eficazes quando não apenas a caracterização é feita, mas também quando a incerteza é reduzida. Dessa forma, o limiar para a tomada de decisão de uma das ações acima pode ser definido com maior precisão. Outro subsídio que uma caracterização metrológica proporcionaria é a divisão das contribuições das incertezas sobre a incerteza total. Tal informação seria muito útil para elaborar estratégias de projeto para novas versões dos medidores, de forma que sua própria construção minimize essas incertezas. Com essas melhorias no medidor e em sua caracterização, uma cervejaria será capaz de progredir em uma abordagem baseada em processos, potencialmente trazendo os benefícios listados na ABNT NBR ISO 9004 (ABNT, 2010):

- custos menores e tempos de ciclo mais curtos através de uma utilização eficaz dos recursos
- resultados melhores, consistentes e previsíveis,
- oportunidades de melhoria focalizadas e priorizadas.

1.4

Objetivos: geral e específicos

O objetivo geral da dissertação é caracterizar metrologicamente densímetros que utilizam o princípio do deslocamento do centro de carena. Para realizar uma caracterização completa, além da geração dos modelos matemáticos envolvidos na medição e a aplicação de metodologias para a obtenção da incerteza de medição, o trabalho realizado na dissertação incluiu experimentos com um protótipo de um medidor que opera por este princípio, de forma que os modelos sejam validados.

Os objetivos específicos da dissertação foram os seguintes:

- **Modelar matematicamente** como o deslocamento do centro de carena pode ser usado para medir a massa específica média do fluido no qual o medidor está submerso.
- **Realizar experimentos com um densímetro** que opere pelo princípio do deslocamento do centro de carena e avaliar as fontes de incertezas das grandezas de entrada e, a partir delas, calcular a incerteza resultante do processo de medição (grandeza de saída), $U(y)$.

- **Validar o modelo matemático** utilizando os dados experimentais para caracterizar distribuições que foram aplicadas em um método de Monte Carlo.
- **Identificar pontos** em que a implementação física de um medidor introduz **erros e incertezas** no resultado da medição.
- Propor possíveis formas de **reduzir** a incerteza de medição, se requerido, por meio de **modificações** nos parâmetros de construção do medidor.

1.5

Metodologia e estrutura da dissertação

Inicialmente, foi feita uma pesquisa bibliográfica e documental. Para isso, foram escolhidas as bases de dados: Google, Google Scholar, Scopus, Web of Science, Engineering Village e Bases de Teses e Dissertações nacionais e internacionais

Como a presente pesquisa teve o objetivo geral de caracterizar a incerteza de medição em densímetros que utilizam o princípio do deslocamento do centro de carena, foram escolhidas as seguintes palavras-chave iniciais: “centro de carena”, “altura metacêntrica”, “densímetro” e “incerteza de medição”.

Em virtude de a quantidade de artigos em inglês ser consideravelmente maior que as em português, todas as palavras-chave foram traduzidas para o inglês, resultando em “*center of buoyancy*”, “*metacentric height*”, “*densimeter*” e “*measurement uncertainty*”.

Em seguida, foram buscadas palavras-chave e abreviações que possam refletir o mesmo conceito (sinônimos) ou conceitos relacionados, mesmo que ligeiramente diferentes.

O resultado foi a Tabela 1.

Tabela 1: Termos de busca usados na pesquisa bibliográfica e documental.

Português	Inglês
centro de carena, CC	<i>center of buoyancy, buoyancy center, KB</i>
centro de gravidade, CG	<i>center of gravity, gravity center, KG</i>
centro de flutuação	<i>center of mass, mass center</i>
empuxo	<i>center of flotation, flotation center</i>
	<i>buoyancy, buoyant force</i>
altura metacêntrica, GM	<i>metacentric height, GM</i>
densímetro	<i>densimeter, densitometer</i>
medidor de densidade	<i>density meter</i>
hidrômetro	<i>hydrometer</i>
massa específica	<i>specific gravity</i>
densidade	<i>relative density</i>
alcoômetro, medidor de álcool	<i>alcoholometer, alcohol meter</i>
sacarômetro, medidor de açúcares	<i>saccharometer, sugar meter</i>
incerteza de medição	<i>measurement uncertainty</i>
erro de medição	<i>measurement error</i>
análise de incerteza	<i>uncertainty analysis</i>

A partir da Tabela 1, todas as palavras-chave com contextualização similar foram tratadas como uma única palavra-chave, quando possível. De forma geral, esta tarefa é realizada por meio de operadores “OU”, quando o mecanismo de busca permitir. Além disso, também foi considerada a variação da língua inglesa entre “*center*” e “*centre*”.

Como isso resultou em uma lista de quatro conjuntos totalizando 54 palavras-chave distintas, foi elaborado um programa de computador para montagem das expressões utilizadas nos mecanismos de busca de cada indexador.

Em seguida, foi realizada uma análise combinatória, reduzindo-se gradualmente o número de termos e realizando a combinação simples dos conjuntos, até que o número de resultados fosse satisfatório (inferior a 100) para a seleção manual.

Ou seja, os quatro conjuntos de palavras, chamados de “A”, “B”, “C” e “D”, foram combinados para busca com as expressões na sequência abaixo:

1. A and B and C and D;
2. (A and B and C) or (A and B and D) or (A and C and D) or (B and C and D);
3. (A and B) or (A and C) or (A and D) or (B and C) or (B and D) or (C and D); e
4. A or B or C or D.

Nessas expressões, as palavras “*and*” e “*or*” equivalem aos operadores booleanos “E” e “OU”, respectivamente.

Esta pesquisa resultou em milhares de documentos, dos quais os mais interessantes foram (OZSAYAN; TAYLAN, 2019), (WOODWARD *et al.*, 2016), (BATISTA; PATON, 2007), (BATISTA; PATON, 2018), (PUSTOGVAR; KULYAKHTIN, 2016), (FEHLAUER; WOLF, 2006), (GILDSETH; HABENSCHUSS; SPEDDING, 1972), (MOFFAT, 1982), (PARK; CHANG, 2001), (GROSS *et al.*, 2017), (LOREFICE; MALENGO, 2006), (VÁSQUEZ *et al.*, 2017), (LOREFICE; HEINONEN; MADEC, 2000), (WAGNER *et al.*, 1995), (FURTADO *et al.*, 2015), (RICHTER *et al.*, 2010), (RICHTER *et al.*, 2016), (MONDEJAR; SEGOVIA; CHAMORRO, 2011), (LOREFICE *et al.*, 2007), (SUI *et al.*, 2009), (TEGELAOR, 1984), (WANG *et al.*, 2019), (TELLET, 2013), (MYERS, 1962), (GUPTA, 2002), (SALICONE, 2007), (GUPTA, 2012), (CALLAHAN, 1977), (LUNSTROTH, 1980), (PIETRAMALE, 1973), (DE GIERS, 1954), (SCHWEN; WEBER, 1975) e (STUART-BRUGES, 2002), além das normas ISO 12154 (ISO, 2014), ISO 387:1977 (ISO, 1977), ISO 4801:1979 (ISO, 1979), ISO/TR 20461:2000 (ISO, 2000) e fontes menos confiáveis como (JCGM 100, 2008), (HIRATA; RIGITANO, 2005), (WEISSTEIN, 2010) e (KHAN ACADEMY, [s. d.]), (CONMETRO, 2017). Esses documentos foram lidos e analisados.

Apesar de a pesquisa ter gerado um grande número de fontes, nenhuma delas abordou especificamente o problema da caracterização metrológica do instrumento objeto desta dissertação, o que a estabelece como contribuição de referência acerca desse assunto.

A ausência de fontes específicas provavelmente ocorreu devido à novidade deste tipo de medidor, introduzido recentemente no mercado na forma do dispositivo visível na Figura 4a. Apesar de o fabricante deter patentes sobre o medidor (BARON; BRYANT, 2014, 2016), ele somente foi popularizado algum tempo depois devido a réplicas (vistas ao centro e à direita da figura) feitas a partir de discussões em fóruns de internet (PAPP, 2017).



Figura 4: Imagem dos dispositivos original (a) e suas réplicas (b) e (c), respectivamente, iSpindel e Brew Home.

Fonte: <https://www.lawrencebrewers.org/lbgforum/viewtopic.php?f=9&t=4301>

Após a pesquisa bibliográfica e documental, o Capítulo 2 descreve a modelagem da medição. Naquele capítulo buscou-se a montagem de todas as equações, conceitos e procedimentos necessários à determinação da medida da massa específica, sua incerteza e validação, tomando-se como principal base o Guia para a expressão de incerteza de medição (JCGM 100, 2012) e seu Suplemento 1 (JCGM 101, 2020). Essas metodologias são mais conhecidas pela sigla de sua instituição e nome original em inglês: ISO (*International Organization for Standardization*) GUM (*Guide to the expression of Uncertainty in Measurement*), sendo que no Suplemento 1 elas são separadas, respectivamente, pelas abreviações MIG (de “Metodologia de incerteza do GUM”) e MMC (de “Método de Monte Carlo”).

Em seguida, no Capítulo 3, a modelagem da medição foi executada, baseando-se nos fenômenos físicos e nas metodologias descritas no Capítulo 2, aplicando-os de forma específica ao problema sendo estudado. Além do resultado

da incerteza final, é analisada a influência de cada uma das variáveis envolvidas. Por fim, são feitas considerações a respeito de possíveis métodos estatísticos aplicáveis ao problema e como esses podem contribuir para a melhoria da qualidade do resultado apresentado pelo medidor.

No Capítulo 4 é descrito o funcionamento de um protótipo do medidor objeto desta pesquisa, sob a forma de uma das réplicas existentes. Outrossim, são descritos os detalhes construtivos, assim como as dificuldades encontradas e como essas podem afetar o resultado final. Após isso, são detalhados os experimentos para verificar o desempenho do medidor, os resultados de calibração e a validação metrológica. Ao final, são tecidas algumas considerações acerca da construção do medidor, com sugestões de mudanças que possam ser realizadas para a diminuição da sua incerteza.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e as sugestões de trabalhos futuros. Os resultados são condensados para uma visão coesa de como os objetivos da dissertação foram atingidos.

2 Materiais e métodos

2.1 Conceitos básicos

A modelagem de uma medição em geral segue a duas abordagens principais: utilizar um modelo empírico ou um modelo mecanicista (MONTGOMERY, 2008).

Um modelo empírico é obtido por meio da observação do fenômeno estudado. A partir de medições é possível então obter um modelo matemático que seja capaz de se aproximar do comportamento do sistema.

Apesar de não se basearem em estudos físicos, mas em regressões a partir de dados experimentais, tais modelos são amplamente utilizados em estudos. De fato, todas as equações que modelam fenômenos que hoje são tratadas como verdadeiras um dia já foram obtidas a partir da observação de experimentos. Adicionalmente, em algumas ocasiões tais aproximações são até desejáveis, a depender do objetivo do pesquisador. Por exemplo, um modelo simplificado pode aproximar o comportamento de um fenômeno mesmo quando uma das variáveis envolvidas não é conhecida. Em outro caso, uma simplificação matemática pode acelerar significativamente procedimentos computacionais.

Muitas das vezes os modelos empíricos são obtidos a partir de uma regressão matemática a uma função conhecida. Regressões lineares, exponenciais e polinomiais são as formas mais conhecidas, embora existam outras funções de aproximação e mesmo essas podem possuir vários métodos com resultados diferentes.

De forma específica, um instrumento de medição utiliza, conforme seu manual, uma regressão polinomial para interpolar os valores calibrados (ISPINDEL.DE, [s. d.]). O resultado é então inserido nas configurações do medidor na forma de uma equação polinomial, como mostrado, em seu valor padrão, na Figura 5. Nela, “*tilt*” é usado como termo do polinômio e corresponde ao ângulo medido.



Server Address

Server Address

Server Port

5000

Path / URI

Path / URI

Gravity conversion
ex. "-0.00031*tilt^2+0.557*tilt-14.054"

Polynomial

-0.00031*tilt^2+0.557*tilt-14.055

save

Figura 5: Configuração do polinômio na interface do medidor utilizado.

Embora também seja possível determinar a incerteza de medição para esse modelo por meio de experimentos, o resultado apresentaria apenas o desvio-padrão dos valores medidos, obtidos a partir apenas desses valores, sem outras considerações. Em muitos dos casos, incertezas deste tipo são suficientes para os objetivos que se deseja atender.

No entanto, quando o que se espera é melhorar a funcionalidade do próprio medidor, é interessante determinar a contribuição de cada fonte de incerteza. Essas origens também podem ser estimadas em modelos empíricos, mas geralmente o processo requer mais experimentos para permitir isolar as influências. Assim sendo, para este objetivo convém utilizar um modelo mecanicista.

Um modelo mecanicista pode ser obtido a partir da análise dos mecanismos físicos que compõem um determinado fenômeno. Essa análise geralmente resulta em equações que descrevem e preveem o comportamento do sistema. Modelos simplificados também podem ser usados e ainda assim são capazes de discernir entre as origens dos principais componentes da incerteza, embora com menor confiabilidade. Isso pode ser feito no momento do cálculo da incerteza-padrão combinada (BIPM, 2012; JCGM 100, 2012). O resultado pode então ser utilizado para realizar alterações no instrumento, visando torná-lo mais preciso ou mesmo para prever o aumento da sua incerteza em casos menos usuais, permitindo a

aplicação do instrumento mesmo que não seja economicamente viável realizar experimentos específicos para determinar a incerteza sob novas condições.

A partir de um conjunto de equações, aumentam as possibilidades de metodologias para a determinação da incerteza de um medidor. Enquanto em um modelo empírico seria necessário realizar experimentos com a variação de todas as grandezas de interesse, mesmo que não seja necessário variá-las todas de forma linear (MONTGOMERY, 2008); com um modelo mecanicista, o número de experimentos pode ser minimizado, visto que a estimativa da incerteza obtida a partir das equações pode ser propícia ao uso do modelo. Neste último caso, os experimentos serão mais adequados à calibração e validação, além de serem formas de obtenção de dados.

Como métodos para a obtenção da incerteza a partir de equações, é possível citar o da ISO GUM, seja o de propagação da incerteza (JCGM 100, 2012), seja o seu suplemento 1 (JCGM 101, 2008), que utiliza um método Monte Carlo.

Este trabalho busca desenvolver um modelo matemático não apenas para os cálculos a serem realizados pelo densímetro, mas também para usar no método do ISO GUM para a estimativa de incerteza. No entanto, devido às não-linearidades encontradas, foram utilizados esses dois métodos do ISO GUM e os resultados foram comparados.

2.2 Determinação da massa específica

Para chegar a um modelo que resulte em uma medida de massa específica, é possível começar pela própria definição dessa grandeza. Segundo (CALÇADA; SAMPAIO, 1985a, p. 438):

Qualquer corpo, independentemente do fato de ser homogêneo ou não, possui certa quantidade de matéria, medida pela sua massa m e ocupa um lugar no espaço, isto é, ocupa um volume V . Define *densidade* (d) do corpo a grandeza escalar dada pela relação entre sua massa m e o volume que ocupa V :

$$d = \frac{m}{V} \quad (1)$$

(...)

O termo “*massa específica*” (μ) é comumente usado em lugar de densidade quando o corpo é *homogêneo*, isto é, constituído por uma única substância. Assim, a massa específica é uma característica da substância que constitui o corpo.

Neste trabalho, foi usado o termo “massa específica” (com o símbolo ρ) em relação ao líquido a ser medido, e “densidade” em relação ao medidor.

Em se tratando de líquidos, no entanto, há certos cuidados que devem ser tomados.

O primeiro cuidado diz respeito à forma do líquido. Como um líquido tende a tomar a forma de seu recipiente, quando sob a ação da aceleração da gravidade, na verdade, o que costuma ser estudado é o formato do recipiente. Para estudos científicos, o procedimento mais comum é determinar o volume total do líquido com base na sua altura e no formato do recipiente. Ou seja, costumam ser usados recipientes graduados, calibrados (para uma temperatura específica) e geralmente feitos de vidro transparente, de forma que a medição visual do volume contido no recipiente possa ser facilmente determinada.

No entanto, para casos industriais não são usados recipientes de vidro devido à fragilidade do material. Estabelecimentos de maior porte costumam usar recipientes metálicos de grande volume, enquanto artesãos usam recipientes de plástico menores. Ocasionalmente, também são usados recipientes de madeira, como é o caso de produtores de vinho. Em todos esses casos, a falta de transparência do recipiente coloca uma restrição sobre a medição do volume, de forma que indústrias preferem usar medidores de nível eletrônicos. Por outro lado, artesãos podem ocasionalmente abrir o recipiente e medir o nível, por exemplo, com uma trena ou com marcações internas, aumentando o risco de contaminação e, em alguns casos, tornando a medição inviável devido à necessidade de controlar o comportamento de leveduras anaeróbicas.

O segundo cuidado a ser tomado diz respeito a eventuais deformações no próprio recipiente. As ocasiões mais comuns são a deformação dos tanques devido a diferenças na resistência do material empregado, as contrações e as expansões devido a mudanças de temperatura.

O terceiro cuidado diz respeito a perturbações que podem existir na superfície do líquido, especialmente considerando o método utilizando a trena e possivelmente requerendo a remoção do recipiente do refrigerador. Tais perturbações mascaram o

correto processo de medição e introduzem a possibilidade de diminuição da exatidão de medição.

Uma das formas de evitar parte desses problemas é por meio da realização de amostragens do líquido. Assim, os cuidados devem ser tomados com uma quantidade de substância menor, reduzindo a probabilidade de erros. Essa quantidade é então levada a um laboratório onde é colocada num recipiente graduado e seu volume é medido. Em seguida, são tomadas as massas do recipiente vazio e do recipiente cheio, a fim de, por diferença, se saber a massa do líquido inserido.

Prioritariamente, na indústria cervejeira, principal área de aplicação deste estudo, essa abordagem em geral tem três problemas: homogeneização, adequação de laboratório e retorno da amostra. O primeiro diz respeito à homogeneização do líquido: para líquidos que devem ficar em repouso, como é o caso de cervejas em fermentação, esse problema é normalmente ignorado e toma-se a massa específica média do líquido do ponto de amostragem como se fosse de toda a substância, supondo-se assim sua homogeneidade. Alternativamente, faz-se um estudo do líquido para obter uma curva de deslocamento que se aplica a partir do ponto de amostragem. Em especial, destaca-se que se o líquido fosse homogeneizado mecanicamente antes da coleta, o próprio processo, por ser orgânico, poderia ser perturbado, o que resultaria em um produto diferente.

O segundo problema é que cervejeiros artesanais não costumam possuir um laboratório adequado para análises químicas, nem mão de obra qualificada para operá-lo. Em geral, é difícil manter e manusear recipientes calibrados e balanças de precisão, sendo que muitos cuidados devem ser tomados para evitar erros.

O terceiro problema diz respeito ao retorno da amostra para o recipiente original. Instalações industriais, com tanques grandes, podem descartar a amostra após sua medição, caso a frequência de amostragem seja pequena o suficiente e a quantidade de amostra em comparação ao volume total de produto seja relativamente pequena. Nos casos relacionados às cervejarias artesanais, em que essa relação é maior, normalmente o produtor necessita retornar o produto medido ao recipiente original, aumentando mais uma vez o risco de contaminação.

O uso do medidor recentemente desenvolvido, resolve dois desses três problemas, restando apenas o de homogeneidade. Caso a levedura a ser utilizada na fermentação apresente floculação de fundo, esse problema é reduzido (os flocos

podem ser descartados depois, mas a medição de superfície não se altera). No caso contrário, em que a floculação é de topo, é possível que ela interfira na medição. Apesar disso, os efeitos da falta de homogeneidade não foram tratados neste trabalho.

Para determinar a massa específica do líquido no qual o medidor está flutuando, admite-se que a força do seu peso está em equilíbrio com o empuxo. Como o empuxo é calculado a partir do volume do líquido deslocado, segundo o Teorema de Arquimedes, entende-se que o líquido deslocado terá o mesmo peso do instrumento inteiro e o mesmo volume da parte submersa do medidor. Essas duas grandezas resultam na massa específica média do líquido, pelo menos próximo à sua superfície (volume deslocado pelo medidor). Passando a eq. (1) para usar o símbolo ρ , temos a eq. (2).

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

Onde ρ é a massa específica do líquido deslocado, V é o volume deslocado, igual à parte submersa do medidor, e m é a massa do fluido, numericamente idêntica à do medidor. Neste trabalho não foram considerados os efeitos causados pelas diferenças entre a pressão atmosférica e a do líquido.

No entanto, resta o desafio de encontrar o volume submerso. Esse desafio aumenta quando se considera que o volume do medidor pode se expandir ou contrair conforme a temperatura e que o método escolhido para determinar esse volume não é linear, como pode ser visto nas próximas seções.

2.3

Determinação do volume e do baricentro de sólidos geométricos

O princípio de funcionamento do medidor em estudo é a inclinação que ele apresenta quando é colocado para flutuar sobre um líquido. Para isto ocorrer, ele precisa ter o seu centro de gravidade deslocado para fora do eixo central de seu corpo, cujo formato é semelhante ao de recipientes de plástico comumente utilizados na indústria alimentícia. Sua forma pode ser aproximada a um cilindro com uma semiesfera no fundo.

Por ter o centro de gravidade fora de eixo, o corpo se inclina (Figura 6a) assumindo uma posição com estabilidade angular. Para isto ocorrer, o seu centro de carena (C), ou seja, o centro da massa de fluido deslocado pela parte submersa do

corpo (que também é o ponto sobre o qual é possível aplicar o efeito do empuxo), precisa estar acima do seu centro de gravidade (G). Nesta posição, é possível perceber que o formato do fluido deslocado pelo instrumento não será mais cilíndrico, mas um tronco de cilindro. Devido a isso, e assumindo a homogeneidade do fluido, é possível calcular o centro de carena como estando fora do eixo central do cilindro. Essa assimetria faz com que mudanças na massa específica do fluido alterem a posição do corte do cilindro (para aumentar o volume e manter iguais o peso do medidor e o empuxo) e, conseqüentemente, desloquem o centro de carena. A alteração da seção do tronco de cilindro acarreta também em uma mudança na inclinação do medidor, pois este assumiria um novo ponto de equilíbrio (C acima de G). Esta inclinação é então medida por um acelerômetro e pode ser armazenada e/ou transmitida.

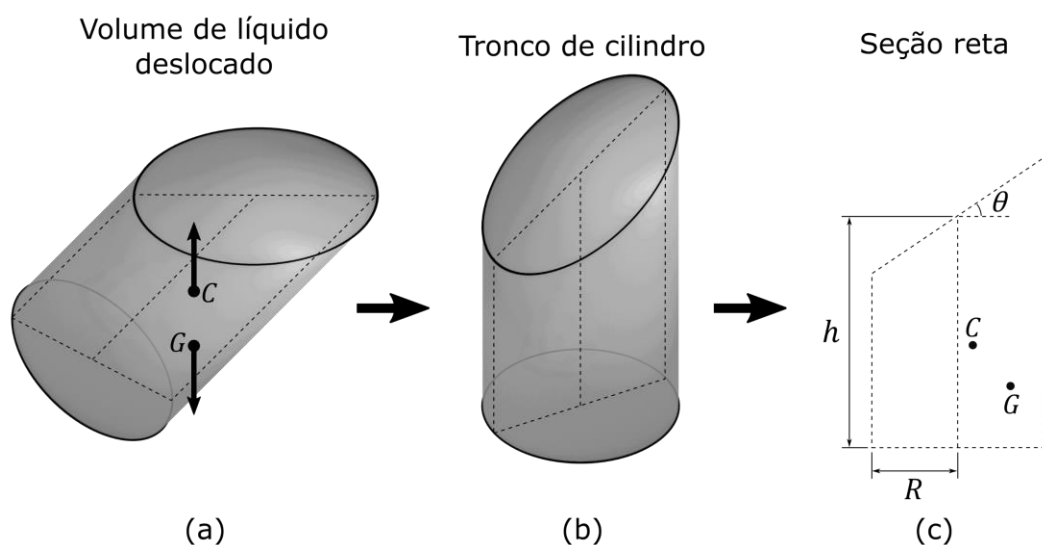


Figura 6: Sólido geométrico que representa a parte cilíndrica do volume deslocado quando está inclinado (a), sua visão com o eixo central na vertical (b) e sua seção reta para fins de visualização (c). C é o centro de carena, G é o centro de massa (ou centro de gravidade), h é a altura média do tronco de cilindro, R é o seu raio e θ a sua inclinação.

Neste trabalho, foram utilizados dois sólidos geométricos: uma semiesfera e um tronco de cilindro. A semiesfera em geral é bastante conhecida e seu volume

(V_{esf}), mostrado na eq. (3), é a metade do volume de uma esfera (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 254).

$$V_{esf} = \frac{2}{3}\pi R^3 \quad (3)$$

O volume do tronco de cilindro (V_{tcil}) também pode ser facilmente localizado (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 297), embora também possa ser deduzido trivialmente a partir da simetria ao redor do ângulo θ na Figura 6c. Matematicamente, é a mesma equação do volume de um cilindro com a altura igual ao eixo central do tronco de cilindro e está reproduzida na eq. (4).

$$V_{tcil} = \pi R^2 h \quad (4)$$

Mais complexo, porém, é encontrar o centroide desses sólidos geométricos, necessários para o cálculo do centro de carena. Para a semiesfera, foi encontrada (HIRATA; RIGITANO, 2005; WEISSTEIN, 2002) a eq. (5). Por simetria, é fácil constatar que os demais componentes do vetor centroide são nulos. Essa equação coincidiu entre as fontes encontradas.

$$C_{x,esf} = 0 ; C_{y,esf} = 0 ; C_{z,esf} = \frac{3}{8}R \quad (5)$$

Para o tronco de cilindro (Figura 7a), no entanto, foram encontradas equações diferentes para o centroide (Figura 7d). Hirata (HIRATA; RIGITANO, 2005) indicou as eqs. (6) e (7), enquanto Weisstein (WEISSTEIN, 2010) indicou as eqs. (8) e (9).

$$C_{x,tcil,1} = \frac{R^2 \tan \theta}{4h} \quad (6)$$

$$C_{z,tcil,1} = \frac{h}{2} + \frac{R^2 \tan^2 \theta}{2h} \quad (7)$$

$$C_{x,tcil,2} = \frac{R(h_2 - h_1)}{4(h_1 + h_2)} \quad (8)$$

$$C_{z,tcil,2} = \frac{5h_1^2 + 6h_1h_2 + 5h_2^2}{16(h_1 + h_2)} \quad (9)$$

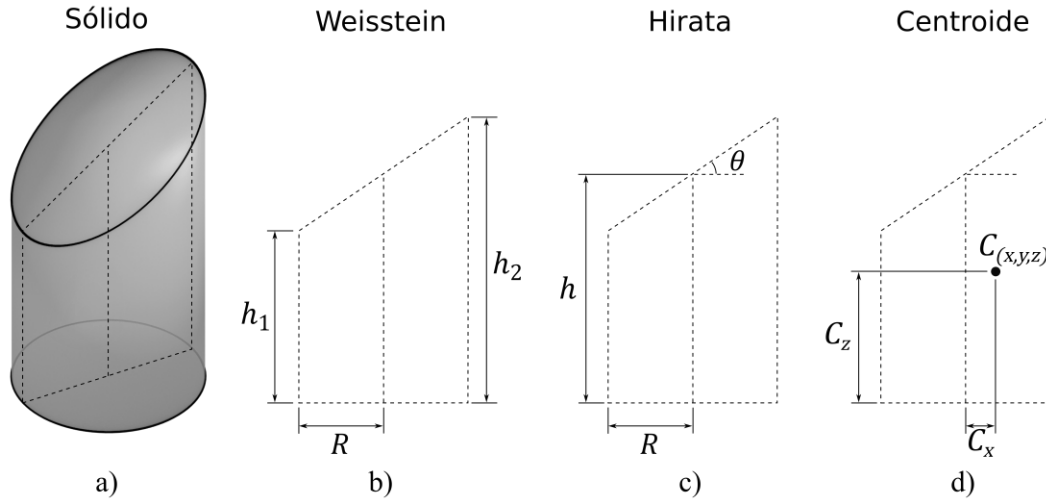


Figura 7: Representação do tronco de cilindro (a), sua seção reta com dimensões segundo Weisstein (b), sua seção reta com dimensões segundo Hirata (c) e representação aproximada do centroide \vec{C}_{tcil} (d).

Nota-se que há uma leve diferença de notação, pois Hirata utilizou a altura central (h) e o ângulo de inclinação da seção (θ), enquanto Weisstein utilizou as alturas maior (h_2) e menor (h_1).

Apesar das diferenças de notação, é possível converter entre as duas formas utilizando as eqs. (10) e (11).

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (10)$$

$$\tan \theta = \frac{h_2 - h_1}{2R} \quad (11)$$

O problema encontrado foi que para o centroide no eixo z (C_z), as equações não coincidiram, pois transformando a eq. (9) chega-se à eq. (12), que difere da eq. (7) no denominador da segunda parcela (grifado).

$$C_{z,tcil,2} = \frac{5h_1^2 + 6h_1h_2 + 5h_2^2}{16(h_1 + h_2)} = \frac{h}{2} + \frac{R^2 \tan^2 \theta}{8h} \quad (12)$$

Para sanar essa divergência e na ausência de uma fonte autoritativa, o centroide foi recalculado utilizando-se, para isso, a integração do momento em coordenadas cilíndricas $\vec{z}r$ (BEER; JOHNSTON, 1994, p. 341–343; GROSS *et al.*, 2017, p. 31), dividido pelo volume, conforme a eq. (13).

$$\frac{\int \int \int \vec{r} dz d\alpha dr}{\pi R^2 h} = \frac{\int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^{h(r,\theta)} zr dz d\alpha dr}{\pi R^2 \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)} \quad (13)$$

onde

$$h(r, \theta) = h_1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{r}{R} \cos \theta\right) (h_2 - h_1)$$

O cálculo da eq. (13) resultou na eq. (9), igual à eq. (12), que passou a ser usada neste trabalho, junto à definição da eq. (14).

$$C_{y,tcil} = 0 \quad (14)$$

Por fim, quando se deseja calcular o centroide de múltiplos sólidos unidos, é possível usar a eq. (15) (BEER; JOHNSTON, 1994, p. 345; GROSS *et al.*, 2017, p. 31; HIRATA; RIGITANO, 2005), onde m é a massa total do sistema, \vec{C} é o centroide do sistema, m_i são as massas dos sólidos e \vec{C}_i são os centroides dos sólidos.

$$m\vec{C} = \sum m_i \vec{C}_i \quad (15)$$

Sabendo-se que a massa de um sistema é dada pela soma das massas de seus componentes ($M = \sum m_i$), chega-se então à eq. (16).

$$\vec{C} = \frac{\sum m_i \vec{C}_i}{\sum m_i} = [C_x \quad C_y \quad C_z]^T \quad (16)$$

2.4

Centro de massa e centro de carena

Para corpos rígidos, pode-se considerar que o peso distribuído do corpo \vec{P} pode ser modelado como se fosse inteiramente aplicado sobre o centro de massa (ou centro de gravidade) G . O conceito está ilustrado na Figura 8a.

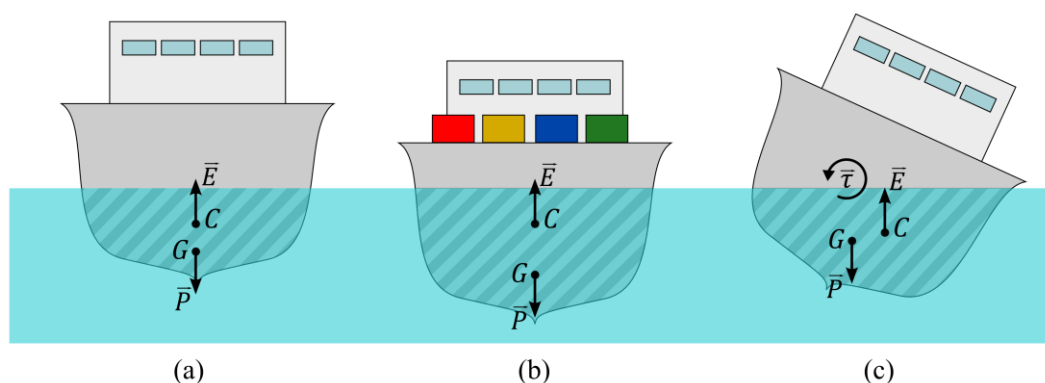


Figura 8: Ilustração de um navio com o centro de gravidade G sofrendo a ação do peso \vec{P} , o volume deslocado (hachurado), o centro de carena C sofrendo a ação do empuxo \vec{E} e o torque $\vec{\tau}$, gerado pelo empuxo e peso não-colineares. (a) mostra um barco sem carga, (b) um barco com carga e (c) um barco inclinado, fora de equilíbrio.

De forma análoga, o empuxo \vec{E} pode ser modelado como se fosse aplicado sobre o centro de carena C . Considerando que o líquido deslocado é uniforme, também pode-se dizer que o centro de carena é o baricentro do volume deslocado.

Assim, um corpo flutua quando há um equilíbrio de forças. Ou seja, quando o volume deslocado pela porção submersa de um corpo – inferior ao volume total do corpo – possui massa igual a toda a massa do corpo, há um equilíbrio na sua translação. Um peso maior implica aumento da massa deslocada e, conseqüentemente, um volume deslocado maior (Figura 8b).

Ainda, quando o centro de carena se posiciona na mesma linha vertical que passa pelo centro de massa do corpo, as forças atingem uma estabilidade angular, de forma que não geram a rotação do corpo. Ou seja, se houver uma perturbação externa que faça com que as forças peso (\vec{P}) e empuxo (\vec{E}) deixem de ser colineares (deslocamento horizontal entre o centro de carena e o centro de gravidade), essas forças gerarão um torque ($\vec{\tau}$) que tenderá a rotacionar o corpo de volta a uma posição de estabilidade (Figura 8c).

Quando a estabilidade angular é atingida, isso significa que o centro de massa ou centro de gravidade G está abaixo do centro de carena. Como o corpo está flutuando na superfície do líquido, também é possível dizer que o empuxo tem a mesma intensidade e direção, mas com sentido contrário, do peso sobre o instrumento (estabilidade vertical), resultando na eq. (17).

$$\vec{E} = -\vec{P} = -m\vec{g} \quad (17)$$

Onde m é a massa do instrumento e \vec{g} é a aceleração da gravidade.

2.5 Operações com vetores

Como as operações com pontos em um modelo tridimensional (tais como as leituras do acelerômetro e a manipulação algébrica dos centros de massa e de carena) são feitas de forma vetorial, é importante destacar alguns conceitos de álgebra linear, como os produtos escalar e vetorial, a norma de um vetor e a rotação de um vetor ao redor de outro.

Considerando dois vetores não-nulos quaisquer \vec{v} e \vec{u} , exibidos em suas formas matriciais na eq. (18), é possível obter uma série de relações úteis para realizar transformações e análises de vetores.

$$\begin{aligned} \vec{u} &= [u_x \quad u_y \quad u_z]^T \\ \vec{v} &= [v_x \quad v_y \quad v_z]^T \end{aligned} \quad (18)$$

A primeira operação é o *produto escalar* entre dois vetores, definido pela eq. (19) (CALLIOLI; DOMINGUES; COSTA, 1987). Ao final da equação, também é usada a *norma* do vetor, indicada na eq. (20). A norma de um vetor equivale, matematicamente, ao seu comprimento. Um vetor unitário é definido como um vetor cuja norma é igual a 1 (um), ou seja, $|\vec{u}| = 1$.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u}^T \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta \quad (19)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (20)$$

Os principais usos para o produto escalar, da eq. (19), são a obtenção do ângulo θ entre dois vetores, na forma da eq. (21), a determinação de ortogonalidade (quando $\theta = \pi/2$, ou seja, $\cos \theta = 0$) ou a obtenção da projeção de um vetor sobre outro (STEVENS; LEWIS, 1992).

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} \right) \quad (21)$$

A segunda operação é o chamado *produto vetorial*. O produto vetorial pode ser obtido pela eq. (22), onde \vec{n} é um vetor unitário perpendicular tanto a \vec{u} quanto a \vec{v} e i, j e k são, respectivamente, os vetores unitários dos eixos cartesianos x, y e

z. Cabe também ressaltar que, como os nomes sugerem, enquanto o produto escalar resulta em um valor escalar, o produto vetorial resulta em um vetor.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \vec{n} |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta \quad (22)$$

De forma inversa, o produto vetorial também pode ser usado para obter o vetor que é perpendicular aos dois vetores, como indicado na eq. (23).

$$\vec{n} = \frac{\vec{u} \times \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta} \quad (23)$$

É importante ressaltar que não é possível calcular \vec{n} caso \vec{u} e \vec{v} sejam paralelos. Para este caso específico, é interessante ressaltar que $\theta = 0$, ou seja, não é necessário realizar uma rotação. Por isso, é comum realizar uma verificação antes de realizar o cálculo, de forma que faltas, exceções ou erros computacionais (causadas pela tentativa de divisão por zero ou valores próximos de zero no denominador) sejam evitadas.

Uma rotação vetorial é definida por meio de uma direção e um ângulo. Enquanto há infinitas formas de representar uma mesma rotação, a forma que apresenta o menor ângulo de rotação foi representada por meio de um vetor que seja perpendicular tanto ao vetor original quanto àquele que se almeja, mais o ângulo que o vetor original descreve ao redor deste.

Quando os vetores original e almejado são conhecidos, o ângulo e o vetor podem ser obtidos, respectivamente, pelas eqs. (21) e (23). Quando, no entanto, são conhecidos o vetor original e a rotação (ângulo e vetor de rotação), há algumas formas diferentes de se obter o vetor final. As formas mais conhecidas são por meio de matrizes de rotação, quatérnios ou por equações otimizadas.

Por uma questão de desempenho computacional, nesta dissertação foi usada a equação otimizada indicada por Goldstein (1980, apud STEVENS; LEWIS, 1992), mais conhecida como “Fórmula de Rodrigues”, indicada na eq. (24) e ilustrada na Figura 9, onde \vec{v} é o vetor \vec{u} após a rotação do ângulo θ ao redor do vetor \vec{n} .

$$\vec{v} = (1 - \cos \theta) \vec{n} (\vec{n} \cdot \vec{u}) + \vec{u} \cos \theta - (\vec{n} \times \vec{u}) \sin \theta \quad (24)$$

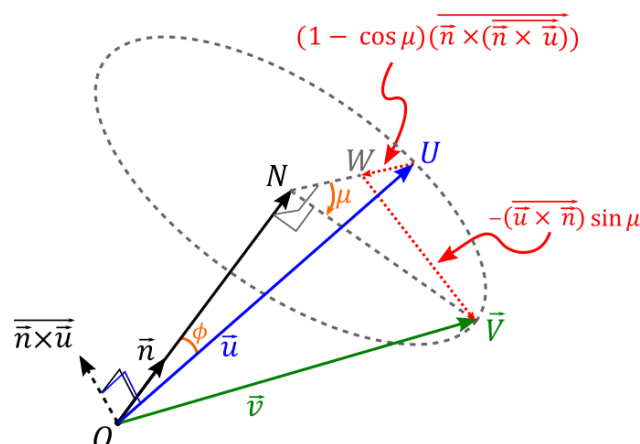


Figura 9: Rotação de um vetor (STEVENSON; LEWIS, 1992, p. 7).

2.6

Determinação da temperatura

Geralmente hidrômetros convencionais são feitos de vidro cristal: comum, temperado ou, em alguns casos, vidro borossilicato. Tal como as vidraçarias mais comuns em um laboratório químico, os motivos mais usuais para a utilização deste tipo de material são a facilidade de limpeza (importante para evitar a contaminação), a baixa reatividade a produtos químicos, a resistência mecânica ao calor e ao choque térmico (alguns tipos de vidro), e o baixo coeficiente de dilatação quando comparado a outros materiais (FOGAÇA, [s. d.]).

Dessas características, as que mais interessam à aplicação visada são a primeira e a última. A primeira diz respeito à necessidade de limpeza frequente dos instrumentos, característica não apenas desejável, mas indispensável à indústria alimentícia. Em particular, a introdução de agentes biológicos, mesmo um pequeno número de organismos unicelulares, pode afetar o sabor do produto final ou mesmo torná-lo impróprio para o consumo humano, em ambos os casos resultando na perda do lote.

Quanto ao coeficiente de dilatação, as vidrarias de laboratório — usadas em cervejarias de maior porte, nas quais as artesanais um dia podem se tornar — costumam ser utilizadas sem o uso de correções, especialmente se forem compostas de vidro borossilicato, que possui baixo coeficiente de dilatação térmica. Isso é aliado aos requisitos de controle de temperatura em um laboratório, como o

especificado nas seções 6.3.1 e 6.3.3 da ABNT NBR ISO/IEC 17025 (ABNT, 2017), que dizem, respectivamente, “As instalações e as condições ambientais devem ser adequadas às atividades de laboratório e não podem afetar adversamente a validade dos resultados” e “O laboratório deve monitorar, controlar e registrar as condições ambientais de acordo com as especificações, métodos ou procedimentos pertinentes, ou quando estes influenciarem a validade dos resultados”.

Ou seja, não são feitas correções da dilatação quando as incertezas causadas pelas medições que dependem da compensação de temperatura são desprezáveis (conforme avaliação do laboratório), ou quando os procedimentos são realizados em ambiente com temperatura controlada e ajustada para a mesma temperatura de calibração da vidraria.

Apesar de o vidro ser o mais recomendado para laboratórios, ele é, em geral, frágil demais para ser usado em ambientes industriais. Mais especificamente na indústria alimentícia, há alguns materiais que podem ser utilizados (ANVISA, 2020) e entre eles está o aço inox: esse material possui um coeficiente de dilatação maior que o do vidro, mas é resistente física e quimicamente, fácil de lavar e já é amplamente utilizado na indústria alimentícia. Os principais problemas do aço inox são o preço de fabricação do invólucro, que é bastante elevado, e a falta de transparência, que é indispensável para o uso na vidraria marcada para laboratórios. Apesar disso, a opacidade não foi um problema para a realização deste trabalho em específico, pois não foram utilizadas marcações para visualização, mas passaria a ser caso fossem incluídos outros tipos de sensores dependentes da luz visível.

Uma alternativa que se coloca como um meio-termo é o uso de materiais a base de polietileno tereftalato (PET), comumente utilizados em embalagens de bebidas. Em particular, este material também foi utilizado no instrumento comercial avaliado neste estudo. As vantagens de sua utilização são a alta resistência mecânica (considerando que não é comum aquecer bebidas na fase de fermentação), a transparência visual, a resistência intermediária a reações químicas e o baixo custo, o que permite a sua troca frequente quando o material for riscado durante a limpeza. O maior problema do PET é o seu alto coeficiente de dilatação e a dificuldade de limpeza, considerando a facilidade de sofrer riscos (que podem acumular agentes biológicos) e seu baixo ponto de fusão, muitas vezes inferior às temperaturas usadas em esterilização térmica.

Para o uso dos três materiais, é interessante calcular a correção do volume pela temperatura, ou no mínimo avaliar se a incerteza introduzida pela falta da correção pode ser considerada desprezável ou não. Para isso, são comparados os coeficientes de dilatação linear na Tabela 2 (ENGINEERING TOOLBOX, 2003).

Tabela 2: Coeficientes de dilatação térmica dos materiais considerados.

Material	Coeficiente de dilatação linear [$\times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$]
Vidro	9,0
Vidro borossilicato	4,0-5,9
Aço inox 304	17,3
Aço inox 316	16,0
PET	59,4

Para a correção da dilatação linear e volumétrica, são usadas as equações clássicas (CALÇADA; SAMPAIO, 1985b, p. 25 e 31), respectivamente, eqs. (25) e (26), assumindo-se que os materiais tratados são isotrópicos:

$$L_f = L_i(1 + \alpha\Delta T) \quad (25)$$

$$V_f = V_i(1 + \gamma\Delta T) = V_i(1 + 3\alpha\Delta T) \quad (26)$$

Onde L é o comprimento de um corpo, V é o seu volume, α é o coeficiente de dilatação térmica linear, γ é o coeficiente de dilatação térmica volumétrico e ΔT é a variação da temperatura em Kelvin ou graus Celsius em relação a uma referência (neste trabalho a referência é 20 °C). Para as variáveis citadas anteriormente, o subscrito i indica o valor inicial e o subscrito f indica o valor final.

Ou seja, para saber qual volume um corpo de determinada substância teria ao mudar de temperatura, bastaria utilizar a eq. (26). No entanto, deve-se tomar cuidado quando o corpo não é sólido, pois seu formato pode se alterar durante a mudança de temperatura. Isso ocorre no caso deste estudo, pois a dilatação do medidor causou uma mudança na inclinação, que precisou ser corrigida.

Quanto à incerteza do coeficiente de dilatação térmica do PET, o assunto possui poucas referências (DOIRON, 2006). Devido a isso, foi assumido um desvio relativo de 15 % (ALEXANDER, 2008) e uma distribuição retangular. Ou seja, foi

tomado o valor central da Tabela 2, de $59,4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, e assumida uma meia-largura para o coeficiente de dilatação térmica do PET de $8,91 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, o que equivale a um valor distribuído uniformemente entre $50,49 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ e $68,31 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

2.7

Determinação da incerteza

Conforme o Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM) (BIPM, 2012), em seu item 2.9 (resultado de medição), Nota 2:

NOTA 2 Um resultado de medição é geralmente expresso por um único **valor medido** e uma **incerteza de medição**. Caso a incerteza de medição seja considerada desprezável para alguma finalidade, o resultado de medição pode ser expresso como um único valor medido. Em muitos domínios, esta é a maneira mais comum de expressar um resultado de medição.

Assim sendo, para obter um resultado de medição completo, é necessário obter a incerteza do valor.

No entanto, há vários métodos para a expressão da incerteza, inclusive para quando não se conhece muito bem a função seguida pelo sistema, chamado de “problema caixa-preta” (CHEN, 2009). Para normatizar uma metodologia, que permita comparar resultados entre vários laboratórios, inclusive internacionais, o *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM) consultou diversos laboratórios e formou um grupo de estudos, cujo resultado hoje é conhecido como o Guia para a Expressão da Incerteza, da Organização Internacional de Normalização, também conhecido como ISO GUM (JCGM 100, 2008), hoje também traduzido para o português pelo Inmetro (JCGM 100, 2012). Recentemente, também foi padronizado pela ISO um método para o uso em alguns tipos de problemas caixa-preta ou em situações altamente não-lineares, que usa a simulação computacional para chegar a um resultado de incerteza utilizando um dos chamados “métodos de Monte Carlo”. Este método foi materializado no primeiro suplemento ao ISO GUM (JCGM 101, 2008) e também foi traduzido pelo Inmetro (JCGM 101, 2020).

2.7.1

A lei de propagação de incertezas

A metodologia da ISO GUM se baseia na lei de propagação de incertezas e, de forma simplificada, calcula como uma mudança pequena nas variáveis de

entrada afeta a variável de saída. Um resumo do procedimento completo pode ser encontrado no capítulo 8 do GUM.

O cálculo é feito a partir do modelo matemático e das distribuições (medida de posição e medida de dispersão) das grandezas de entrada X_i , passando por uma expansão em uma Série de Taylor na forma de sua Equação 10 (JCGM 100, 2012, p. 19), reproduzida na eq. (27).

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (27)$$

Esta expansão é válida para equações lineares e para variáveis de entrada não correlacionadas entre si. Do contrário, é necessário adicionar termos relativos à segunda ordem da Série de Taylor e às covariâncias, segundo, respectivamente, a nota do item 5.1.2 e a seção 5.2 do guia, ou apêndice D de (EUROPEAN CO-OPERATION FOR ACCREDITATION, 2013).

Um artifício matemático que pode ser usado é a alteração da eq. (27) para que esta se torne uma incerteza relativa, transformando-a na eq. (28).

$$\frac{u_c^2(y)}{y^2} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)}{y^2} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial x_i}}{y} \right)^2 u^2(x_i) \quad (28)$$

Para simplificar ainda mais a equação e melhorar o entendimento, é possível tratar o efeito de cada variável independente como um coeficiente, chamado coeficiente de sensibilidade, fazendo-se a mesma substituição feita na equação (11b) do GUM — reproduzida na eq. (29) — obtendo-se então a eq. (30).

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (29)$$

$$\frac{u_c^2(y)}{y^2} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{c_i}{y} \right)^2 u^2(x_i) \quad (30)$$

Esses coeficientes também podem ser utilizados para calcular a sensibilidade da variância final a cada um dos componentes da equação. Isso indica a contribuição relativa de cada variável x_i sobre a variância combinada total $u_c^2(y)$ e pode ser calculada ao estender as eqs. (27) ou (30), dividindo a contribuição $c_i^2 u^2(x_i)$ pela soma das contribuições, obtendo-se assim a eq. (31).

$$\frac{c_i^2 u^2(x_i)}{u_c^2(y)} = \frac{c_i^2 u^2(x_i)}{\sum_{j=1}^N c_j^2 u^2(x_j)} \quad (31)$$

Ao relatar o resultado, também é interessante que seja informado o valor da incerteza expandida $U = k u_c(y)$. Isso torna mais simples que um mero usuário do sistema entenda os conceitos da incerteza, uma vez o resultado pode ser relatado na forma $Y = y \pm U$, embora ainda demande que sejam indicados os valores de k e do nível de confiança utilizados.

Por fim, quando a origem das incertezas incluir graus de liberdade (geralmente na forma de distribuições t , obtidas a partir de avaliações de incerteza Tipo A), para a obtenção dos graus de liberdade da distribuição final pode ser usada a equação de Welch-Satterthwaite, disponível nas equações (G.2a) e (G.2b) do GUM. A última dessas foi reproduzida na eq. (32):

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{[c_i u(x_i)]^4}{v_i}} \quad (32)$$

2.7.2

Um método de Monte Carlo

Quando é alta a complexidade da equação a ser utilizada, gerando dificuldades para a realização de avaliação algébrica e lança dúvidas sobre a validade das hipóteses necessárias ao uso apenas da primeira ordem da Série de Taylor, ou quando é encontrada alguma das limitações do MIG (JCGM 101, 2020, seq. 5.7 e 5.8), a distribuição do resultado também pode ser estimada por meio de um método de Monte Carlo (MMC), que geralmente possui um âmbito de aplicação maior que o MIG (JCGM 101, 2020, seq. 5.10 e 5.11). O fluxograma usado neste trabalho, para a comparação entre o MIG e o MMC pode ser visto na Figura 10.

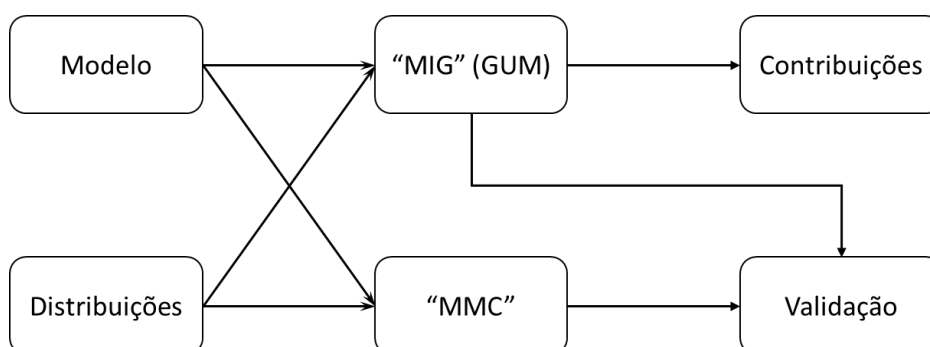


Figura 10: Fluxograma usado para a comparação entre o MIG e o MMC.

Segundo o Suplemento 1 do GUM (JCGM 101, 2020), em seu subitem 5.11.1: “Este subitem incentiva também o uso do MMC em circunstâncias em que é questionável se é válida a aplicação da metodologia de incerteza do GUM.”. Dessa forma, os resultados desse método foram utilizados em comparação com os da propagação de incerteza. O suplemento indica, no item 8.1.1, que:

“Espera-se sempre que a metodologia de incerteza do GUM funcione a contento em muitas circunstâncias. No entanto, determinar se todas as condições para o seu bom funcionamento são válidas (...) não é uma tarefa simples. De fato, o grau de dificuldade geralmente envolvido em tal determinação pode chegar a ser consideravelmente maior do que aquele necessário para aplicar o MMC, desde que *softwares* adequados (...) estejam disponíveis. Assim, uma vez que estes condicionantes não podem ser prontamente testados, quaisquer casos em que persistam dúvidas devem ser validados. Como o domínio de validade do MMC é mais amplo do que aquele da metodologia de incerteza do GUM, recomenda-se que ambos sejam aplicados, procedendo-se então à comparação dos resultados. Caso essa comparação seja favorável, a metodologia de incerteza do GUM pode ser usada nesta ocasião e em problemas futuros suficientemente semelhantes. Caso contrário, deve-se considerar o uso do MMC ou de outra abordagem apropriada.”

Seguindo essa recomendação, a diferença entre os dois métodos foi avaliada e isso serviu como uma validação das condicionantes requeridas e dos resultados.

Métodos de Monte Carlo, Simulações de Monte Carlo ou Experimentos de Monte Carlo são classes de algoritmos diferentes. A característica que os une é o uso de uma vasta quantidade de números aleatórios ou pseudoaleatórios, tomados a partir de certas distribuições probabilísticas, em um sistema computacional determinístico. A partir da distribuição gerada, podem ser tiradas conclusões, sendo que cada conclusão dependerá da aplicação desejada. Esta característica os faz ser largamente utilizados em virtualmente todos os campos da engenharia (JANSSEN, 2013).

Para evitar a confusão entre os métodos e permitir uma comparação mais fácil, neste trabalho foi utilizado o método definido pela própria ISO no suplemento 1 do GUM (JCGM 101, 2008, 2020); ou seja, o método pode ser resumido pelo item 5.9.6 do suplemento:

5.9.6 O MMC como uma implementação da propagação de distribuições é mostrado esquematicamente na Figura 4 para um valor de M previamente escolhido (...). O MMC pode ser descrito como um procedimento passo-a-passo:

- a) selecionar o número M de iterações de Monte Carlo a serem executadas. (...)
- b) gerar M vetores, por amostragem das FDPs associadas, como realizações das (N) grandezas de entrada X_i . (...)
- c) para cada vetor, calcular o valor de modelo correspondente Y , obtendo-se M valores de modelo. (...)
- d) organizar estes M valores em ordem estritamente crescente, usando os valores organizados para gerar \mathbf{G} . (...)
- e) usar \mathbf{G} para formar uma estimativa y de Y e uma incerteza-padrão $u(y)$ associada a y . (...)
- f) usar \mathbf{G} para formar um intervalo de abrangência apropriado para Y , para uma probabilidade de abrangência p estipulada. (...)

A Figura 4 do Suplemento 1 do GUM, mencionada anteriormente, foi reproduzida na Figura 11.

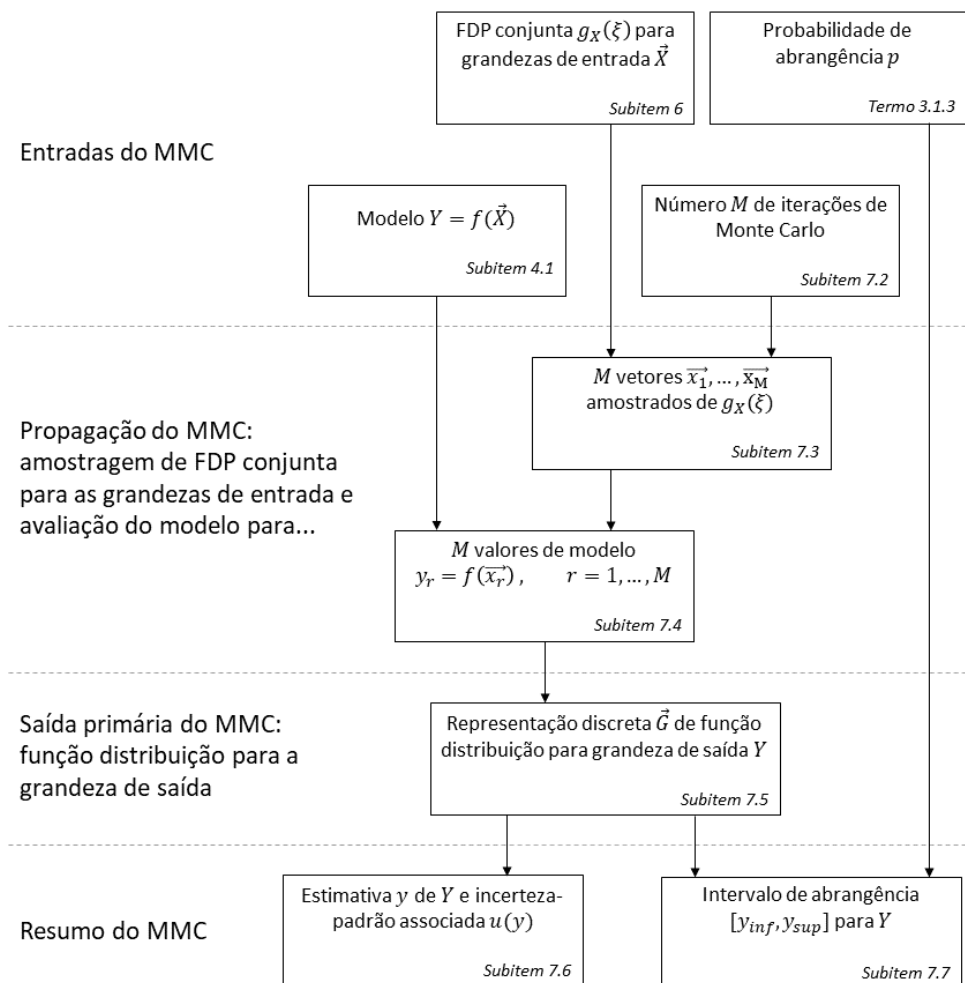


Figura 11: Etapas de propagação e resumo de avaliação da incerteza usando o MMC para implementar a propagação de distribuições (adaptado da Figura 4 do suplemento 1 do GUM – seções 5.9.6, 7.1).

Ainda, esclarecendo os itens d) e e), é possível usar as definições de (HARRIS; COX; SMITH, 2010, p. 29), em tradução livre:

4. Calcule a estimativa da grandeza de saída e a incerteza-padrão associada como a média (aritmética) e desvio-padrão dos valores da grandeza de saída. Opcionalmente, use os valores para formar uma aproximação da FDP da grandeza de saída.
5. Ordene os valores da grandeza de saída em ordem não-decrescente, e use os valores ordenados para providenciar uma representação discreta da função de distribuição para a grandeza de saída. Opcionalmente, use a representação discreta para formar uma aproximação (contínua) da função de distribuição para a grandeza de saída.

Por fim, após a estimativa dos intervalos de abrangência, é possível fazer uma validação, conforme o suplemento indica. Essa validação é feita ao comparar as extremidades dos intervalos de abrangência obtidos pelo método de Monte Carlo com os intervalos de abrangência obtidos pela lei de propagação de incertezas (método de incerteza do GUM, ou MIG) e verificar se a diferença entre eles é superior a uma determinada tolerância. A tolerância é definida pela eq. (33), onde l é a posição do número significativo da incerteza desejada mais à direita (l é negativo se a incerteza for menor que 1).

$$\delta = \frac{1}{2} 10^l \quad (33)$$

Ou seja, se $d_{inf} = |y_{inf(MIG)} - y_{inf(MMC)}| = |y - U_p - y_{inf(MMC)}| < \delta$ e $d_{sup} = |y_{sup(MIG)} - y_{sup(MMC)}| = |y + U_p - y_{sup(MMC)}| < \delta$, então pode-se dizer que a comparação é favorável e a metodologia de incerteza do GUM terá sido validada para o caso em análise. Caso a metodologia de propagação de incertezas do GUM não seja validada, geralmente significa que não foram consideradas covariâncias significativas envolvidas, ou que a ordem da aproximação da série de Taylor não foi suficiente, ou que alguma outra das condições para a aplicação da metodologia do GUM ou MMC não foram satisfeitas.

2.8

Considerações finais sobre o capítulo

Enquanto a correção da massa específica do líquido para uma temperatura padrão pode ser do interesse de um pesquisador que deseje fazer comparações entre vários processos diferentes, neste trabalho essa correção não foi feita, pois a massa

específica de interesse de um produtor é aquela apresentada na temperatura de amostragem.

Outra característica interessante presente no processo de fermentação é a presença de uma etapa chamada *floculação*. As leveduras se reproduzem nesta etapa, normalmente em uma reação exotérmica. Além da alteração de temperatura, as leveduras normalmente se unem em flocos e se movimentam ou para o fundo do tanque, ou para a superfície do líquido. Quando essa movimentação ocorre para a superfície, ela causa perturbações nas medições. Apesar das perturbações afetarem a incerteza das medições individuais, esta pode ser reduzida ao realizar a média de várias medições, dado que, não havendo alteração da massa específica do líquido, assume-se que o balanço pode aumentar o desvio-padrão das medições, mas geralmente não afeta a sua média, que define o centro de rotação do instrumento.

Por fim, é interessante considerar métodos que reduzem a incerteza usando mais valores. Pelo teorema central do limite (JCGM 100, 2012 seção 4.2.3; MONTGOMERY; RUNGER, 2003, p. 239–240), ao obter n valores a partir de uma população (finita ou infinita), com média μ e variância finita σ^2 , e sendo \bar{X} a média da amostra, a variância da amostra passa a ser a eq. (34).

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad (34)$$

Ou seja, o desvio-padrão $\sigma_{\bar{X}}$ da amostra passa a ser dado pela eq. (35). Como o desvio-padrão da amostra é utilizado como incerteza-padrão das grandezas de entrada com avaliação Tipo A, entende-se que ao utilizar a média entre várias amostras de entrada, a incerteza poderá ser reduzida \sqrt{n} vezes.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (35)$$

Essa redução é ilustrada na Figura 12 e pode ser útil para reduzir a incerteza, caso haja a disponibilidade de aumentar o número de medidas com pouco impacto à operação do experimento ou planta industrial. Na figura, é possível perceber que o comportamento geral da curva corresponde a uma queda assintótica, em que os ganhos vão se reduzindo conforme o aumento do número de medições. Devido a isso, é possível ter ganhos significativos com algumas poucas medições no início, porém a perda de energia causada pelo aumento do processamento pode ser expressiva e, portanto, deve ser testada caso essa estratégia seja adotada.

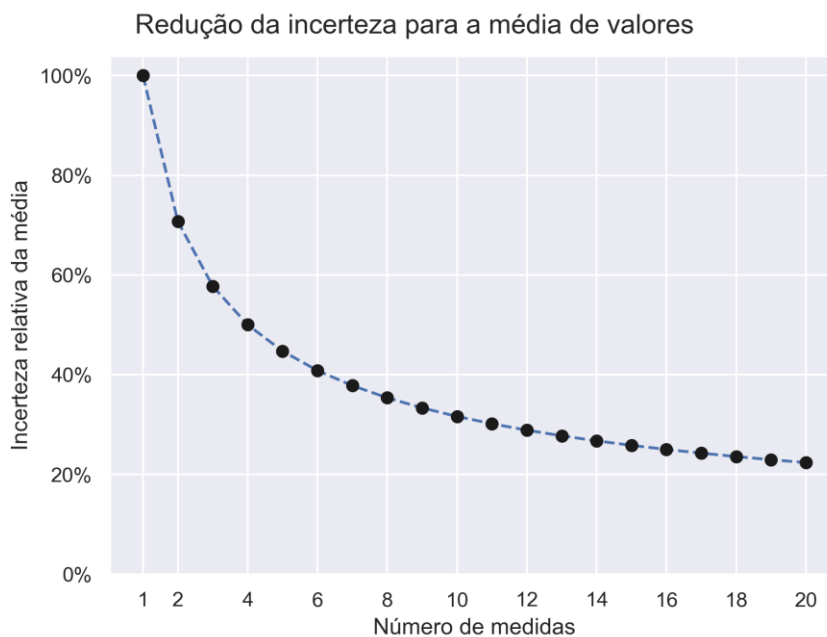


Figura 12: Redução da incerteza de uma grandeza considerando uma média de valores medidos.

Por fim, também foram utilizadas outras técnicas cuja descrição detalhada foge ao escopo do presente trabalho, uma vez que foram executadas utilizando *softwares* existentes, na sua maioria no pacote SciPy (VIRTANEN *et al.*, 2020). Ainda assim, cabe a enumeração das técnicas mais importantes:

- Testes de ajuste de distribuição (*goodness of fit*) de Kolmogorov-Smirnov (NIST/SEMATECH, 2013f), de Shapiro-Wilk (SHAPIRO; WILK, 1965) e Chi-quadrado (NIST/SEMATECH, 2013e);
- Testes de Bartlett (NIST/SEMATECH, 2013b), de Levene (NIST/SEMATECH, 2013c) e de Cochran (FARIAS *et al.*, 2015);
- Regressão não-linear por mínimos quadrados e ajuste de curvas (*curve fitting*) (LEVENBERG, 1944);
- Gráficos QQ (Quantil-Quantil) (NIST/SEMATECH, 2013a);
- Otimização para minimização numérica de função (NELDER; MEAD, 1965); e
- Técnica de localização numérica de raízes (*root finding*), também usada para resolver equações inversas (ALLEN; ISAACSON, 2019, p. 203).

3

Caracterização metrológica

A caracterização metrológica do medidor é iniciada com a modelagem do densímetro, dividida em quatro etapas: a obtenção do centro de carena do medidor, o desenvolvimento de uma relação com a inclinação, a formulação de uma equação para a massa específica e a correção dessa equação da temperatura de operação para uma de referência.

A partir do modelo, é aplicada a lei da propagação de incertezas segundo o ISO GUM, para a obtenção de uma equação para o cálculo da incerteza teórica, e a validação desse modelo utilizando um método de Monte Carlo que foi definido no suplemento 1 desse documento.

3.1

Modelagem do densímetro

3.1.1

O centro de carena do medidor

Alguns densímetros convencionais utilizam o empuxo sobre seu corpo como princípio de funcionamento. Geralmente, tais instrumentos possuem um bulbo com o fundo mais pesado, que fica inteiramente mergulhado, e uma haste mais fina, leve e com graduações.

Esses medidores normalmente têm suas hastes alongadas verticalmente e vêm acompanhados de recipientes de diâmetro ligeiramente maior que o bulbo, de forma que eventuais inclinações sejam fisicamente evitadas quando a haste e o bulbo encostam nas paredes do recipiente. Esse tipo de contorno introduz ligeiras incertezas na medida da inclinação, mesmo que pequenas, devido ao atrito e pela tensão do líquido sobre o conjunto.



Figura 13: Densímetro de bulbo (escala 1.000-1.100, indicado para cerveja artesanal) e proveta (100 ml) que o acompanha.

Fonte: <https://www.cervejadacasa.com/instrumentos-medicao/densimetro-mini-1-000-a-1-100-com-proveta-100ml>

Na aplicação desejada neste estudo, o principal problema dessa categoria de medidores é não haver uma forma simples de identificar eletronicamente onde o fluido encontra-se nesta graduação.

Para tal problema há algumas soluções, como medidores nucleares, matrizes de pontos e até câmeras com processamento visual ou inteligência artificial, mas poucas apresentam todas as características necessárias ao uso pretendido: custo relativamente baixo, resolução suficiente para a aplicação e baixo consumo de energia, que seja suficiente para operar por vários dias a partir de baterias.

Uma solução que atende a esses requisitos foi encontrada (NEIBARON; BRYANT; OWENS, 2014) ao remover a haste, substituir o bulbo por um invólucro de PET geralmente utilizado para a embalagem de alimentos, permitindo que esse se incline livremente, e colocar um aparato (peso) em um dos lados do medidor, movimentando assim o centro de gravidade para fora do eixo.

Com a modificação do centro de gravidade, os inventores notaram que massas específicas diferentes do líquido onde o equipamento estava inserido resultavam em diferentes inclinações. Ao acompanhar as medidas durante uma fermentação, que modifica a massa específica do líquido, eles observaram que havia uma correlação entre os pontos obtidos e a massa específica medida externamente. Eles

então ajustaram os dados a um polinômio, que passou a ser usado como função de medição.

A despeito do desenvolvimento teórico de medidores desse tipo ter sido iniciado (ISPINDEL.DE, [s. d.]), os detalhes da modelagem são escassos. O que pode ser observado no procedimento de calibração (ISPINDEL.DE, [s. d.]) é apenas uma regressão polinomial experimental entre os ângulos obtidos e as massas específicas medidas com uma referência externa ou medidor de referência.

Apesar dos resultados satisfatórios, ainda assim essa curva não é suficiente para estimar corretamente outros efeitos, como a temperatura. Os medidores de temperatura dos instrumentos atuais podem fornecer uma informação para acompanhamento ou até mesmo uso em uma malha de controle; entretanto, as medições não são utilizadas para corrigir a massa específica para diferentes temperaturas, sendo que os efeitos da variação dessa grandeza de influência não foram quantificados e, portanto, não podem ser descartados. Assim, uma vez que a função é definida sem essa correção, o medidor deve ser usado em condições muito semelhantes, pois até mesmo pequenas alterações não têm seu efeito estimado.

Partindo dos detalhes disponíveis no site do iSpindel, a ideia da altura metacêntrica foi convertida diretamente para o uso do centro de carena que, aliado à geometria e ao centro de gravidade do medidor, pode ser convertido na massa específica do líquido deslocado (seção 2.4).

Na parte geométrica, o problema passou a ser a determinação do volume submerso do medidor. Iniciou-se pelo seu formato geral: desconsiderando imperfeições de projeto e durante o processo de fabricação, o medidor tem o formato cilíndrico com uma semiesfera na ponta (Figura 14).

Considerando que a semiesfera está completamente submersa e o cilindro está submerso parcialmente e de forma inclinada, o volume pode ser obtido facilmente de forma intuitiva, pois corresponde ao volume da semiesfera e do tronco de cilindro, que podem ser calculados como sendo o mesmo que o de um cilindro reto, tomando-se como altura o eixo central do tronco. Ou seja, as eqs. (3) e (4) são somadas, obtendo-se a eq. (36).

$$V = \frac{2}{3}\pi R^3 + \pi R^2 h \quad (36)$$

Onde:

- R é o raio do cilindro e da semiesfera; e

- h é a altura do tronco de cilindro submerso.

Apesar da equação (36) apresentar uma expressão matemática para o volume, ainda há uma incógnita: a altura h não é conhecida. Ela foi obtida a partir da inclinação medida.

3.1.2

A inclinação do medidor

A representação esquemática do medidor pode ser vista na Figura 14, onde:

- τ é o ângulo entre o vetor medido (em verde) e o vetor de referência do acelerômetro (vermelho);
- θ é o ângulo entre a seção reta do instrumento (plano perpendicular ao eixo geométrico central) e a linha d'água (equivale a $180^\circ - \tau$);
- A área hachurada equivale ao volume submerso (carena);
- C é o centro de carena;
- G é o centro de gravidade;
- \vec{E} é o vetor empuxo;
- \vec{P} é o vetor peso, que é paralelo ao vetor da gravidade \vec{g} ;
- \vec{M} é o vetor da aceleração (no modelo 2D) e é congruente a \vec{a} (3D);
- h é a altura do tronco de cilindro; e
- R é o raio do cilindro e da semiesfera.

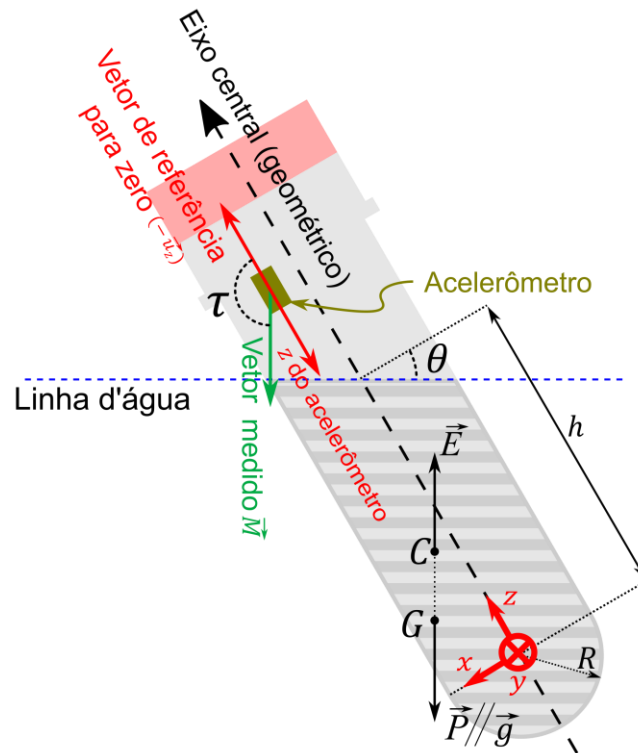


Figura 14: Diagrama bidimensional do instrumento flutuante.

O medidor utiliza um acelerômetro triaxial para determinar a sua inclinação. Este tipo de sensor mede a soma das acelerações estática e dinâmica. Quando o medidor atinge um equilíbrio estático, ou seja, quando for possível considerar que a aceleração dinâmica, causada por movimento, é zero, é também possível utilizar as medidas do acelerômetro como representando apenas a força gravitacional \vec{g} . Desta forma, matematicamente (excluindo efeitos de ruídos), $\vec{a} \equiv \vec{g}$, tomando-se \vec{g} no referencial do acelerômetro.

Em outros casos em que for necessário medir um fluido em movimento, será também necessário compensar as acelerações dinâmicas (variantes no tempo). Uma das formas de realizar essa compensação é por meio do girômetro (PAIXAO; ROSA; NETO, 2011). Todavia, o uso do girômetro requer maior atenção a outras fontes de erro às quais esse dispositivo é suscetível, como derivas, tendências de medição, erros numéricos de integração, maiores erros de temperatura e outros (PORATH; DOLCI, 2015).

Para simplificar, este trabalho baseou-se em um modelo bidimensional (Figura 14), em que o eixo z foi alinhado ao eixo central (geométrico) do medidor (central ao tronco de cilindro, alinhado ao centro da semiesfera) e o eixo x foi considerado como sendo uma direção perpendicular a \vec{u}_z e apontando para a linha d'água no ângulo mais próximo possível de \vec{a} . Nesta configuração foi possível desconsiderar os componentes no eixo y por serem nulos. Assim, no modelo foi utilizado apenas um vetor teórico medido $\vec{M} = [M_x, M_z]^T$ (em verde na Figura 14), que possui a mesma direção, sentido e intensidade de \vec{a} (ou seja, são iguais). Devido a isso, a partir desse ponto, o vetor obtido pelo acelerômetro (em suas próprias coordenadas) foi chamado $\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]^T$, exceto quando a análise se tratar do modelo bidimensional.

No entanto, devido a dificuldades construtivas, existe a possibilidade de desalinhamento da eletrônica do medidor em relação aos eixos teóricos. Assim, é necessária uma transformação para obter a inclinação real do medidor.

Como o vetor \vec{a} é medido pelo acelerômetro utilizando os três eixos, e como o medidor possui simetria axial, é possível calcular o ângulo entre esse vetor e o eixo central do medidor, por meio do produto escalar e módulos (CALLIOLI; DOMINGUES; COSTA, 1987). Isto foi feito conforme visualizado na Figura 14 e as eqs. (19) e (20) da seção 2.5 foram utilizadas. Ou seja, define-se θ como o ângulo entre \vec{a} e o vetor unitário do sistema de coordenadas $\vec{u}_z = [u_{zx}, u_{zy}, u_{zz}]^T = [0, 0, 1]^T$, tomado como referência e pertencente ao eixo central do medidor. Substituindo as variáveis na eq. (19), chega-se à eq. (37).

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{u}_z &= \cos(\theta) |\vec{a}| |\vec{u}_z| = \cos(\theta) \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \\ &= a_x u_{zx} + a_y u_{zy} + a_z u_{zz} = a_z \end{aligned} \quad (37)$$

Reorganizando a eq. (37), é possível calcular o valor do ângulo ao isolar θ , obtendo-se a eq. (38).

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \right) \quad (38)$$

3.1.3

Modelagem da massa específica

Para medir a massa específica do fluido (ρ), é possível utilizar as grandezas de entrada da eq. (2): m e V .

A massa m do fluido deslocado é a mesma que a massa do medidor, pois considera-se que o medidor está em equilíbrio estático e, por isso, é válida a equação do empuxo (17). Nesta subseção, no entanto, mais importante que o valor do empuxo é a sua direção, ou mais precisamente, o ângulo entre o vetor medido \vec{a} e o eixo geométrico central do corpo \vec{u}_z .

O volume V é dado pela eq. (36). Como descrito no item 3.1.1, a altura h não é conhecida, ou seja, não pode ser medida diretamente. Não obstante, é possível encontrar uma relação entre h e a inclinação θ do tronco de cilindro. Esta relação pode ser melhor entendida utilizando conceitos normalmente aplicados à engenharia naval, relacionados à estabilidade de corpos flutuantes, mais o fato de que θ também é, por semelhança de triângulos no modelo bidimensional, o ângulo de corte do tronco de cilindro. O plano deste corte é paralelo à linha d'água e ambos são perpendiculares ao vetor da gravidade medido \vec{a} .

A segunda informação que foi usada para encontrar h é a posição do centro de gravidade. Este ponto, cujas coordenadas podem ser representadas pelo vetor $\vec{G} = [G_x, G_y, G_z]^T$ tomado a partir do centro da seção-reta entre o tronco de cilindro e a semiesfera (origem das coordenadas em vermelho na Figura 14), pode ser considerado como conhecido, pois é o centro de massa do instrumento e, portanto, pode ser obtido experimentalmente e não se alterará enquanto não houver alguma modificação no próprio medidor.

Há vários métodos para a determinação do centro de gravidade de um corpo rígido desconhecido, como o método da pesagem de múltiplos pontos, o método do momento desbalanceado, o método do pêndulo composto, etc. (WANG *et al.*, 2019). Para este caso específico, foi escolhido um método que obtém o centro de gravidade a partir de uma regressão não-linear, comparando, por meio do modelo, os valores de entrada experimentais com valores de referência medidos externamente. A regressão é então usada para determinar os valores das variáveis desconhecidas que apresentarem o melhor ajuste da curva. Este método de obtenção do centro de gravidade foi escolhido para reduzir a complexidade dos experimentos, considerando que os dados podem ser obtidos com o mesmo experimento usado para a calibração.

Considera-se também que o fluido seja homogêneo, conforme premissa necessária para a utilização de algumas das equações da seção 2.2. A isso juntam-

se os fatos de que, ocorrendo as estabilidades vertical e rotacional, o vetor medido \vec{a} aponta na direção \vec{CG} e que o centro de carena, representado pelo vetor $\vec{C} = [C_x, C_y, C_z]^T$ tomado da mesma referência que \vec{G} , pode ser encontrado a partir do centroide dado pela eq. (16), tomando como relevantes o tronco de cilindro e a semiesfera.

$$\vec{C} = \frac{\sum m_i \vec{C}_i}{\sum m_i} = \frac{m_{esf} \vec{C}_{esf} + m_{tcil} \vec{C}_{tcil}}{m_{esf} + m_{tcil}} \quad (39)$$

Usando a eq. (2) com a massa em evidência ($m = \rho V$) na eq. (39), decompondo as componentes de \vec{C} e realizando substituições conforme as eqs. (3), (4), (5), (6), (12) e (14), respectivamente as equações de V_{esf} , V_{tcil} e das coordenadas de \vec{C}_{esf} e \vec{C}_{tcil} , chega-se às eqs. (40) e (41), lembrando que, devido às referências utilizadas, \vec{C}_{esf} aponta na direção oposta a \vec{C}_{tcil} e o fluido é considerado homogêneo ($\rho_{esf} = \rho_{tcil}$).

$$C_x = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3 \cdot 0 - \pi R^2 h \cdot \frac{R^2 \tan \theta}{4h}}{\frac{2}{3}\pi R^3 + \pi R^2 h} = \frac{\frac{R^2 \tan \theta}{4}}{\frac{2}{3}R + h} = \frac{3R^2 \tan \theta}{4(2R + 3h)} \quad (40)$$

$$C_z = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3 \cdot \frac{3}{8}R - \pi R^2 h \left(\frac{h}{2} + \frac{R^2 \tan^2 \theta}{8h} \right)}{\frac{2}{3}\pi R^3 + \pi R^2 h} = \frac{3(R^2 \tan^2 \theta - 2R^2 + 4h^2)}{8(2R + 3h)} \quad (41)$$

Utilizando mais uma vez a Figura 14, é possível chegar à eq. (42) por semelhança de triângulos (DOLCE; POMPEO, 1990, p. 164), comparando-se os vetores \vec{CG} e \vec{M} cortados pelos eixos x e z .

$$\frac{G_x - C_x}{M_x} = \frac{G_z - C_z}{M_z} \quad (42)$$

Ainda, é concebível concluir visualmente que $\tan \theta = M_x/M_z$ e, substituindo as equações (40) e (41) na (42), chega-se à eq. (43):

$$\frac{3R^2 \tan \theta}{4(2R + 3h)} - \left[\frac{3(R^2 \tan^2 \theta - 2R^2 + 4h^2)}{8(2R + 3h)} \right] \tan \theta = G_x - G_z \tan \theta \quad (43)$$

Resolvendo a eq. (43) para h , obtém-se a eq. (44).

$$h = G_z - \frac{G_x}{\tan \theta} \pm \frac{\beta}{6 \tan \theta} \quad (44)$$

onde

$$\beta = \sqrt{36G_x^2 - 72G_xG_z \tan \theta - 48G_xR \tan \theta + 36G_z^2 \tan^2 \theta + 48G_zR \tan^2 \theta - 9R^2 \tan^4 \theta + 36R^2 \tan^2 \theta}$$

Para selecionar qual das equações para h é melhor usar (com soma ou com subtração na eq. (44)) é possível testar alguns valores e avaliar o resultado. De modo simplificado, foi utilizada a relação fisicamente possível $G_x = G_z = \tan \theta = 1$. Isso resulta nos valores de $\pm R\sqrt{3}/2$, respectivamente. Como foi assumido implicitamente que $h > 0$ e $R > 0$, isso implica que a equação com o sinal positivo é a mais recomendada para uso.

Ao final, a relação dada pela equação (44) é a que se desejava chegar, tornando possível conhecer a altura h a partir dos valores (assumidos como conhecidos) de G_x , G_y e R , e o ângulo θ , obtido a partir da leitura do acelerômetro e convertido por meio da eq. (38).

Por fim, pode-se também expressar a massa específica a partir de uma única equação, unindo as eqs. (2), (36) e (44) na eq. (45):

$$\rho = \frac{m}{\frac{2\pi R^3}{3} + \pi R^2 \left(G_z - \frac{G_x}{\tan \theta} + \frac{\beta}{6 \tan \theta} \right)} \quad (45)$$

3.1.4

Correção de temperatura

Apesar de a massa específica ρ poder ser determinada por meio da eq. (45), é importante verificar os efeitos da variação da temperatura sobre o modelo. Como o medidor pode operar sob condições mais frias que aquelas nas quais alguns dos parâmetros foram determinados — a calibração pode ocorrer em temperatura ambiente, enquanto algumas cervejas demandam controle de ambiente em temperaturas próximas a 10 °C (WHITE; ZAINASHEFF, 2010) —, podem existir efeitos que devem no mínimo ser quantificados para compor a incerteza de medição.

Seria relativamente fácil calcular o efeito da variação da temperatura diretamente sobre o volume aplicando a eq. (26) sobre a eq. (36). No entanto, como indicado no final da seção 2.6, deve-se tomar cuidado quando o corpo não é sólido e, apesar de o medidor ser sólido, o fluido deslocado não o é.

Em especial, G_x , G_y e R foram medidos para uma temperatura de referência, enquanto θ está sendo obtido na temperatura de operação. Assim sendo, é necessário verificar como o efeito nos valores lineares afeta o volume na sua totalidade.

É possível fazer isso ao substituir os valores de G_x , G_y e R por suas versões corrigidas (indicadas, respectivamente, por G'_x , G'_y e R') para a temperatura de operação pela eq. (26) na eq. (45). Assim, $G_x \rightarrow G'_x(1 + \alpha\Delta T)$, $G_y \rightarrow G'_y(1 + \alpha\Delta T)$ e $R \rightarrow R'(1 + \alpha\Delta T)$. O ângulo θ , por já estar na temperatura de operação, não é corrigido. Essa substituição resulta na eq. (46), em que ρ' é a massa específica nas condições de operação do medidor.

$$\rho' = \frac{\rho}{(1 + \alpha\Delta T)^3} \quad (46)$$

Ou seja, a eq. (26) também pode ser aplicada, pois $(1 + \alpha\Delta T)^3 = 1 + 3\alpha\Delta T + 3\alpha^2\Delta T^2 + \alpha^3\Delta T^3$. Como α é muito pequeno, da ordem de $59,4 \times 10^{-6}$ para o PET conforme a Tabela 2, pode-se desconsiderar os termos de segunda e terceira ordem, pois estes teriam efeito apenas a partir da nona casa decimal.

Assim sendo, a massa específica corrigida passa a ser a definida pela eq. (47).

$$\rho' = \frac{m}{(1 + 3\alpha\Delta T) \left[\frac{2\pi R^3}{3} + \pi R^2 \left\{ G_z - \frac{G_x}{\tan \theta} + \frac{\beta}{6 \tan \theta} \right\} \right]} \quad (47)$$

A partir deste ponto, este trabalho tratou ρ' , da eq. (47), como ρ .

É importante observar que ao utilizar o equipamento final (após eventuais modificações ao protótipo propostas na seção 4.5.1.1.1.1.1), convém que a água utilizada tenha a composição mais próxima possível da água utilizada na calibração. Isso se deve ao fato da água (e, conseqüentemente, qualquer líquido que tenha a água em sua composição), também sofrer efeitos da variação de temperatura. Ainda, a própria composição da água afeta o seu comportamento e, por isso, podem ser necessárias equações diferentes para compensar esses efeitos (BATISTA; PATON, 2007, 2018). Tais efeitos não foram considerados neste trabalho, cujos experimentos foram realizados em temperatura ambiente.

3.2

A aplicação da lei de propagação de incertezas

A partir do modelo matemático apresentado na eq. (47), foi aplicada a metodologia do ISO GUM conforme a seção 2.7.1, tomando $f = \rho$ na eq. (27). As variáveis m , α , ΔT , R , G_z , G_x e θ foram consideradas independentes, pois a modificação de cada uma não afeta, em princípio, as demais variáveis. Em um primeiro momento, foram desconsiderados os termos de segunda ordem da série de Taylor e as não-linearidades. Esta premissa também foi validada pelo MMC.

Para facilitar as operações, foi utilizado o artifício de substituir a expressão $\tan \theta$ por uma variável única $\theta = \tan \theta$, também considerada independente. Isso foi feito pois todos os valores medidos pelo acelerômetro são concentrados nessa e apenas nessa variável, que passa pela função tangente em todos os usos. Assim, é possível resumir as incertezas dos componentes individuais do vetor medido como uma incerteza do ângulo calculado ou, para fins matemáticos, da sua tangente. Adicionalmente, sabendo-se que o módulo de \vec{a} representa a intensidade da aceleração da gravidade — ou seja, é não-nulo em todas as medições — é possível fazer a substituição da eq. (38) pela eq. (48), devendo ser tomado cuidado para tratar o caso especial quando a_z for igual a zero.

$$\theta = \tan \theta = \tan \left[\cos^{-1} \left(\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \right) \right] = \frac{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}{a_z} \quad (48)$$

Considerando então a eq. (48) como a função f das eqs. (29) e (30) e observando que suas variáveis são a_x , a_y e a_z , chega-se à Tabela 3.

Tabela 3: Variáveis independentes e suas expressões para uso na estimativa de incerteza de θ (coeficientes relativos).

x_i	$\frac{c_i^2}{y^2} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2$
a_x	$\frac{a_x^2}{(a_x^2 + a_y^2)^2}$
a_y	$\frac{a_y^2}{(a_x^2 + a_y^2)^2}$
a_z	$\frac{1}{a_z^2}$

A partir dos valores obtidos experimentalmente do acelerômetro, foi então possível estimar a incerteza-padrão combinada $u_c(\theta)$, que então foi usada para calcular $u_c(\rho)$.

Para a massa específica ρ , o lado direito da eq. (47) foi tomado como a função f da eq. (29), pode-se tomar os seguintes símbolos como correspondentes às variáveis de entrada: $G_x, G_y, R, \Delta T, \theta$ (que substituiu θ), α e m . De forma equivalente ao que foi feito para θ , foi obtida uma derivada parcial para cada uma dessas variáveis, cuja expressão está escrita na Tabela 4. Observa-se que nela aparecem os termos β e η , utilizados apenas para simplificar a visualização dos resultados. β corresponde à expressão apresentada na eq. (44) e η é uma nova subexpressão que foi indicada na eq. (49), para fins de simplificação das equações.

$$\eta = 2G_z\theta - 2G_x \quad (49)$$

Tabela 4: Variáveis independentes e suas expressões para uso na estimativa de incerteza de ρ (coeficientes relativos).

x_i	$\frac{c_i^2}{y^2} = \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial x_i}}{y} \right)^2$
G_x	$\frac{36}{\beta^2}$
G_z	$\frac{36\theta^2}{\beta^2}$
R	$\frac{(12R\theta\beta + 3R\theta(-3R\theta^3 + 12R\theta + 4\eta) + 2\beta(\beta + 3\eta))^2}{R^2\beta^2(4R\theta + \beta + 3\eta)^2}$
ΔT	$\frac{9\alpha^2}{(3\Delta T\alpha + 1)^2}$
θ	$\frac{(6\theta(-4G_xR + 8G_zR\theta + 3G_z\eta - 3R^2\theta^3 + 6R^2\theta) + \beta(6G_x - \beta))^2}{\theta^2\beta^2(4R\theta + \beta + 3\eta)^2}$
α	$\frac{9\Delta T^2}{(3\Delta T\alpha + 1)^2}$
m	$\frac{1}{m^2}$

Os termos da Tabela 4 podem ser utilizados na eq. (30) para a obtenção dos valores numéricos conforme substituição. Como tais resultados dependem dos valores de entrada medidos experimentalmente, eles foram calculados apenas no Capítulo 4.

3.3

A aplicação do método Monte Carlo do ISO GUM

Para comparação experimental, foi utilizado o método de Monte Carlo do ISO GUM, conforme descrito no item 2.7.2 e cuja primeira parte foi esquematizada na Figura 15.

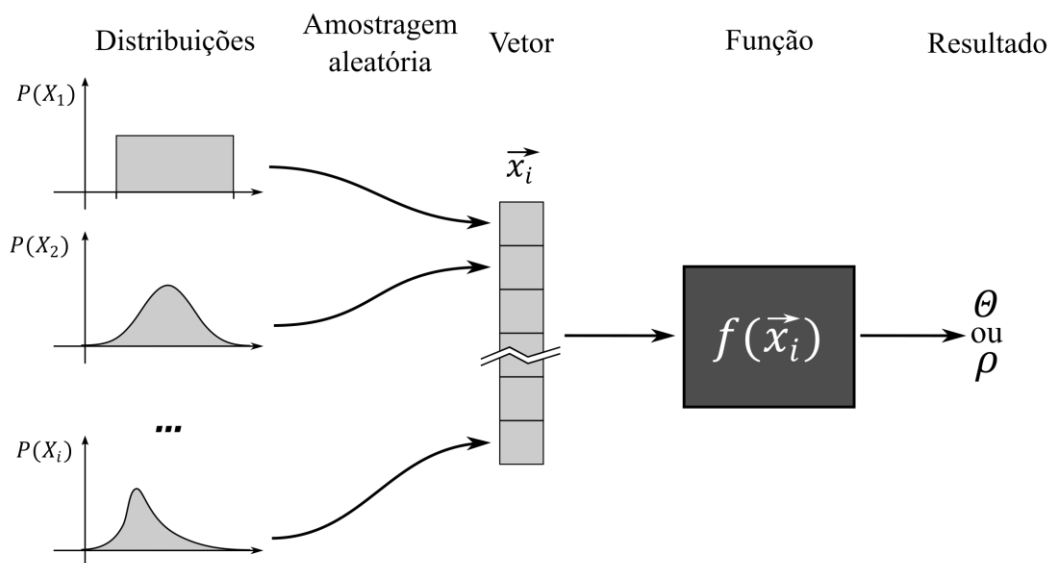


Figura 15: Esquema geral da primeira parte do método de Monte Carlo.

As distribuições de entrada foram estimadas com base nos valores experimentais (avaliação Tipo A) ou em dados pré-existentes (avaliação Tipo B). Para os dados experimentais que demonstraram comportamento cujo resultado foi indicado como normal ou próximo disso, foi utilizada a distribuição t-Student com graus de liberdade igual ao número de medidas menos um. Para os dados cuja distribuição não foi bem-definida, de forma conservadora, foi utilizada uma distribuição uniforme ou retangular, delimitada pelos valores mínimo e máximo obtidos no experimento. Isso permitiu a comparação dos resultados com aqueles obtidos por meio da aplicação da lei de propagação de incertezas.

Para cada ponto desejado de resultado, um ponto pertencente a cada uma das distribuições de entrada foi amostrado aleatoriamente. Essas amostras foram então unidas em um vetor \vec{x}_i , que, por sua vez, serviu de entrada para a função $f(\vec{x}_i)$, que para este estudo são os modelos presentes nas equações (47) e (48), já definidas na seção 3.1.

A Tabela 5 resume os elementos utilizados nas duas etapas, sendo que o valor intermediário de θ é, teoricamente, resultado da primeira etapa e entrada da segunda. No entanto, como cada valor θ_k foi obtido apenas de dados experimentais, a distribuição de θ para a segunda etapa foi tomada a partir dos resultados

calculados de $\theta(a_x, a_y, a_z)$, em vez de $\theta(\overline{a_x}, \overline{a_y}, \overline{a_z})$. Segundo orientação do exemplo H.4 do GUM, esta forma é preferível quando possível, pois evita a necessidade de incluir separadamente a correlação entre as variáveis de entrada, além de apresentar melhor resultado para a estimativa da média, pois captura melhor os efeitos das não-linearidades. Ou seja, ao aplicar o método de Monte Carlo, é possível utilizar diretamente os valores de θ de saída da primeira etapa como entrada da segunda etapa. Como os experimentos foram realizados em “blocos”, cada um com uma média diferente não espaçada rigorosamente, e como $\theta(a_x, a_y, a_z)$ é não-linear, isso garante que a distribuição usada para θ seja mais próxima da real.

Tabela 5: Etapas para aplicação do método de Monte Carlo¹.

Etapas	Variáveis de entrada	Equação	Resultado
1	a_x, a_y, a_z	Eq. (48)	θ
2	$G_x, G_z, R, \Delta T, \theta, \alpha, m$	Eq. (47)	ρ'

Os resultados de $f(\vec{x}_i)$ compuseram um vetor \vec{y}_r de dimensão M , onde M é o número de vezes que este processo foi repetido. A distribuição de saída foi então estimada a partir de \vec{y}_r . Como a equação é relativamente simples em termos de execução computacional, o processo descrito acima foi repetido $M = 10^6$ vezes, de forma a obter dados suficientes para a determinação das distribuições de saída. O MMC também foi executado duas vezes com o método adaptativo descrito no suplemento 1, para validar os resultados obtidos pela lei de propagação das incertezas do GUM. A comparação foi feita com um dígito significativo na incerteza.

Apesar de ser esperada uma distribuição normal, devido ao teorema central do limite (MONTGOMERY; RUNGER, 2003, p. 240), a distribuição final foi testada e considerada uma “t-Student”, com os graus de liberdade obtidos pela

¹ Obs.: a etapa 1 será executada para fins de comparação, mas seu resultado não será utilizado na etapa 2.

equação de Welch-Satterthwaite. Porém, dado o alto número de graus de liberdade, foram executados testes de normalidade por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov, comparando a distribuição de dados obtida com uma distribuição normal com parâmetros obtidos a partir do vetor $\overrightarrow{y_r}$ advindo do MMC. O teste de Shapiro-Wilk não foi utilizado, pois ele não é adequado para a grande quantidade de dados gerados (ROCHON; GONDAN; KIESER, 2012).

4 Experimentação

4.1 Avaliação do protótipo

Durante este estudo, adquiriu-se um medidor semipronto, construído a partir do iSpindel, que é um projeto de código-fonte aberto (*open source*). Isto foi possível pois, no decorrer desta pesquisa, foram disponibilizados no mercado nacional alguns modelos genéricos neste formato. Além disso, por se basear em código aberto, foi possível realizar modificações do programa para atender aos objetivos do trabalho. A Figura 16 é uma foto da unidade adquirida e as Figuras 17, 18, 19 e 20 são fotos de sua eletrônica quando removida do invólucro.



Figura 16: Medidor adquirido no mercado nacional.

Este modelo é bastante simples, montado a partir de módulos separados, amplamente disponíveis em lojas de comércio eletrônico, unidos por uma placa central que faz a conexão dos sinais eletrônicos. Consiste nos seguintes componentes:

- Módulo “D1” (ESPRESSIF SYSTEMS, 2020), na Figura 17 (a). Este módulo contém o microcontrolador principal, um ESP8266, e é responsável por integrar os demais sensores, estabelecer uma conexão Wi-Fi e enviar os dados obtidos para um computador.
- Módulo MPU6050 (INVENSENSE INC., 2013), na Figura 18 (b). Este módulo é o principal responsável por prover a leitura da inclinação. Isto é feito por meio de um acelerômetro microeletromecânico (MEMS) triaxial. Este circuito integrado também contém um girômetro, que não será usado pois para esta aplicação o medidor é considerado estático. A leitura é transmitida digitalmente ao microcontrolador através do protocolo I²C (NXP SEMICONDUCTORS, 2021).
- Componente DS18B20 (MAXIM INTEGRATED, 2019), na Figura 17 (b). Este circuito integrado faz a leitura da temperatura, tendo sido montado num encapsulamento TO-92, semelhante a um transistor discreto pequeno. A informação é transmitida digitalmente ao microcontrolador por meio do protocolo *One-Wire*.
- Bateria, na Figura 17 (c). A bateria escolhida para este medidor é uma do tipo 18650, uma bateria de íons de Lítio (Li-Ion), recarregável e amplamente utilizada em notebooks e outros dispositivos móveis.
- Módulo 03962A, na Figura 19 (a). Este módulo é responsável por carregar a bateria, utilizando para isto uma conexão USB. Possui um circuito integrado TC4056A (SHENZHEN FINE MADE ELECTRONICS GROUP CO., LTD., [s. d.]), responsável pela carga da bateria com até 1 A de corrente; um DW01FA (FORTUNE SEMICONDUCTOR CORPORATION, 2014), que é um circuito integrado de proteção da bateria, e um 8205A (GUANGDONG HOTTECH INDUSTRIAL CO., LTD., 2013), que contém MOSFETs que trabalham junto à função de proteção.
- Peso de chumbo, na Figura 19 (b).
- Placa principal, unindo os demais componentes, na Figura 20 (c). A placa principal também tem uma chave que secciona a bateria do restante do circuito, desligando-o quando o microcontrolador não

estiver sendo alimentado pela porta USB. Esta chave está visível na Figura 18 (a) e Figura 20 (c).

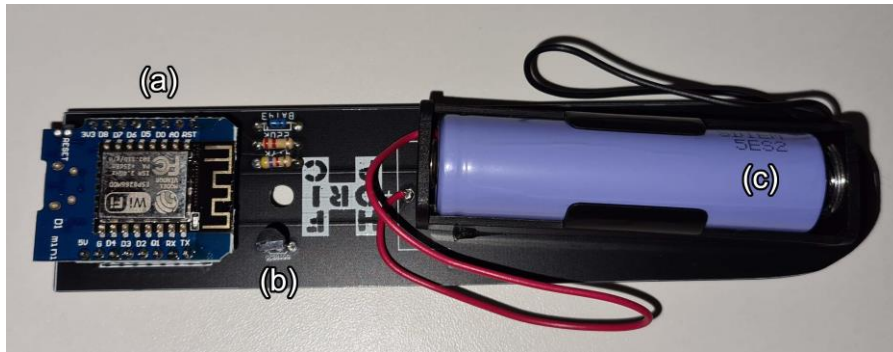


Figura 17: Topo da eletrônica do medidor. (a) é o módulo “D1”, (b) é o termômetro DS18B20 e (c) é a bateria 18650.

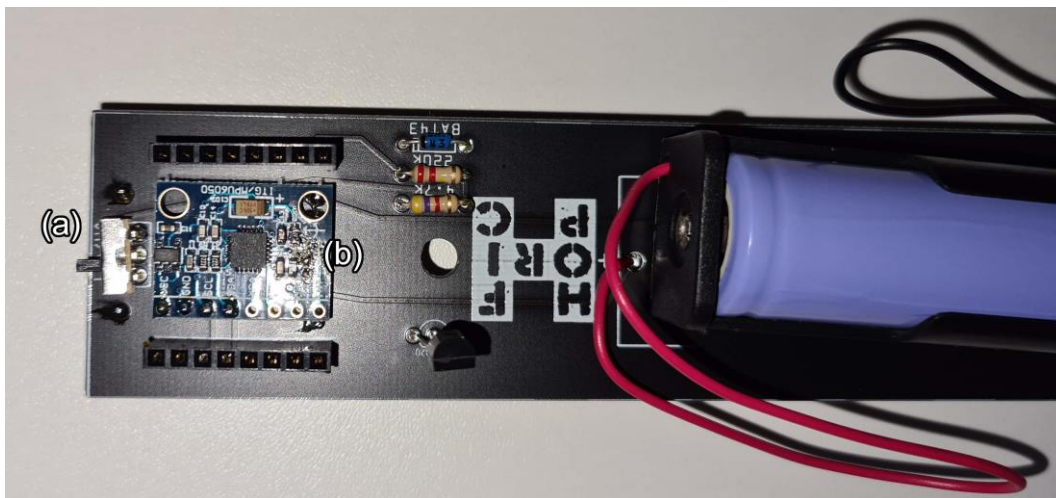


Figura 18: Destaque do topo da eletrônica do medidor, após a remoção do módulo do microcontrolador. (a) é a chave liga/desliga e (b) é o módulo do acelerômetro MPU6050.

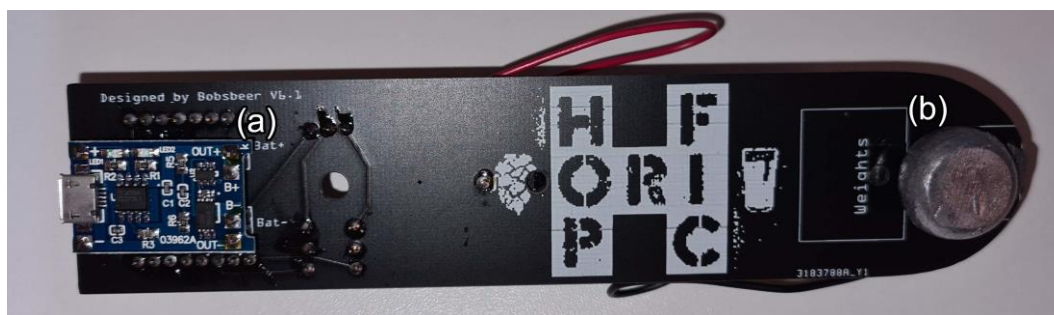


Figura 19: Fundo da eletrônica do medidor. (a) é o módulo 03962A, responsável por carregar a bateria, e (b) é um peso de chumbo.

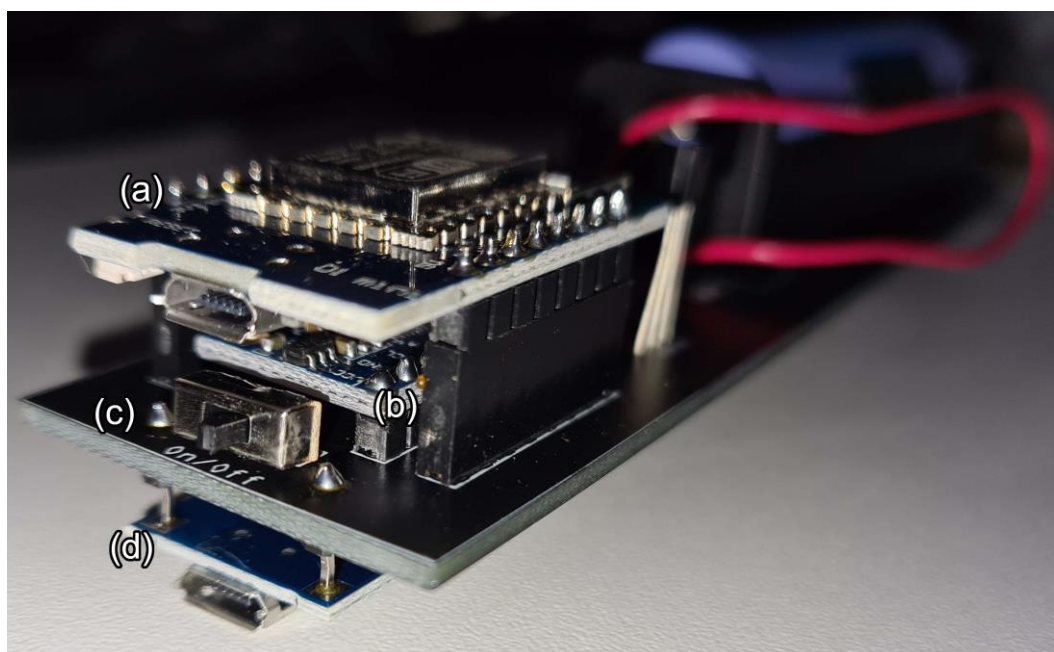


Figura 20: Destaque da pilha de placas. De cima para baixo estão as placas, em ordem: (a) Wemos D1, (b) MPU6050, (c) placa principal e (d) 03962A.

Em termos de *firmware* (programa que é executado dentro de um microcontrolador), o medidor comprado veio com o programa padrão do iSpindel, na versão 6.3.1 (LANG, 2020). Ao ser ligado, o medidor cria uma rede Wi-Fi chamada “iSpindel”. Ao se conectar nesta rede, é atribuído automaticamente um endereço IP (*Internet Protocol*) ao computador ou celular. O usuário é então

redirecionado automaticamente para o navegador, que abre o endereço <http://192.168.4.1> e a tela inicial é vista, conforme Figura 21.

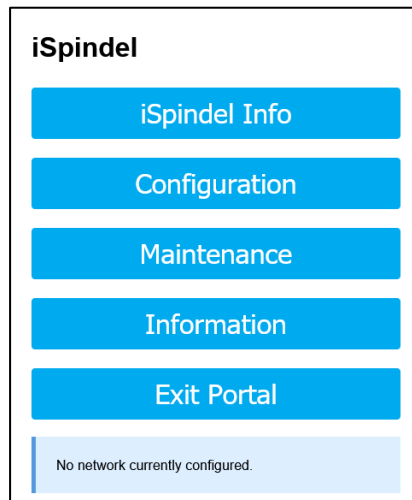


Figura 21: Tela inicial do *firmware* do iSpindel.

Ao clicar no botão “iSpindel Info” é possível visualizar a tela com as medições correntes do aparelho (Figura 22): o ângulo de inclinação (*tilt*), a temperatura (*temperature*), a tensão da bateria (*battery*) e o resultado do cálculo da massa específica relativa (*gravity*). Também é possível visualizar as informações do *firmware* utilizado (versão e data/hora).



Figura 22: Tela “iSpindel Info” com as medições dos sensores, o cálculo de gravidade e as informações do firmware.

Mais importante, no entanto, é o botão “*Configuration*”. Ele leva à tela de configurações, onde é possível definir:

- As configurações da rede Wi-Fi a ser acessada. Desta forma, vários aparelhos podem acessar a mesma rede e enviar os dados para um servidor externo.
- O nome deste aparelho (mais importante quando vários aparelhos similares são gerenciados).
- O tempo de atualização das leituras, em segundos.
- O fator de conversão da bateria, que é um fator multiplicativo usado para ajustar o valor de tensão da bateria a ser indicado.
- A unidade da indicação da temperatura, que pode ser em graus Celsius, graus Fahrenheit ou Kelvin.
- O tipo de serviço para o envio dos dados e suas configurações. Uma série de serviços foram disponibilizados neste firmware, mas por conveniência foi usado o envio por meio do protocolo HTTP. Isso simplificou a criação de um programa receptor próprio.
- Por último, o polinômio que converte o ângulo (*tilt*) medido para um valor de massa específica. Este é geralmente alterado durante a calibração.

Configuration

100%

76%

40%

36%

34%

30%

28%

28%

24%

22%

22%

20%

18%

18%

16%

14%

12%

10%

SSID

SSID

Password

password

iSpindel Name

iSpindel000

Update Interval (s)

900

Battery conversion factor

191.80

Unit of temperature

Celsius

Service Type

Ubidots

Token

Token

Path / URI

Path / URI

Gravity conversion

ex. "-0.00031*tilt^2+0.557*tilt-14.054"

Polynomial

-0.00031*tilt^2+0.557*tilt-14.054

save

Figura 23: Tela de Configurações, com definições padrão. Os nomes das redes Wi-Fi foram escondidos para não revelar informações pessoais.

O firmware do iSpindel foi projetado para realizar medições a cada vários minutos (15 minutos por padrão). Isso é necessário para poupar o máximo de energia possível, de forma a evitar que a bateria se esgote antes do término de uma fermentação.

Conforme mostrado na Figura 23, esta configuração é dada em um número inteiro de segundos. No entanto, mesmo diminuindo o tempo de amostragem para o valor mínimo permitido pela configuração, de 1 s, a taxa de amostragem não seria conveniente para a obtenção dos resultados deste trabalho. Ainda, como há a intenção de avaliar as características estatísticas de múltiplas amostras combinadas (conforme descrito nos capítulos 2 e 3), foi necessário realizar customizações no programa.

Ao realizar a análise do programa, cuja versão mais atual era a 6.6.0 naquele momento, foram observados alguns pontos notáveis:

- A amostragem de temperatura é consideravelmente mais lenta que a do acelerômetro. Isso se deve à necessidade do circuito integrado DS18B20 se estabilizar após voltar do modo dormiente.
- É utilizada uma média de vários pontos amostrados do acelerômetro, enquanto o programa espera o resultado de temperatura. São coletados no mínimo 29 e no máximo 49 amostras, enquanto foram observadas entre 37 e 42 amostras durante o experimento inicial. Essas amostras são então ordenadas, sendo calculada a média dos 29 valores centrais. Isto parece ser usado como uma forma de descartar *outliers*.
- A interface de configuração padrão tem algum problema que torna ilegível o arquivo salvo com as definições. Este problema foi contornado definindo-se as configurações manualmente e realizando um upload manual.
- Mesmo definindo o tempo de amostragem em 1 s (com zero o sistema trava), o medidor leva 8,5 s para reiniciar, se reconfigurar, realizar a nova amostra, transmiti-la e desligar. A forma como o programa foi construído não muda sua operação para que todo o sistema permaneça ligado caso os tempos de amostragem sejam pequenos.

Foram então realizadas diversas modificações no código do programa. A primeira foi uma série de consertos na funcionalidade normal do medidor, que estava apresentando alguns problemas.

A segunda foi evitar o desligamento do microcontrolador. Isso contornou o desligamento da conexão Wi-Fi, impedindo, por conseguinte, a perda de tempo com a reconexão a cada medida.

Em terceiro lugar, foram implementadas as leituras manuais de forma sequencial. Num primeiro momento, foram feitas leituras seguidas utilizando o método semelhante ao programa inicial, porém sem o descarte de nenhum valor. Todas essas leituras passaram a ser transmitidas para o computador.

Em seguida, foram feitas novas modificações no programa, de forma que fossem enviados também os valores brutos lidos. Como os dados brutos são números inteiros lidos diretamente dos sensores, a transmissão deles na forma bruta evita o truncamento ou arredondamento da informação, que ocorre quando um número de ponto flutuante é transmitido em sua forma textual. Em especial, com os dados brutos do acelerômetro torna-se possível realizar os cálculos no computador, o que permite utilizar valores de ponto flutuante de precisão dupla sem o mesmo esforço computacional do microcontrolador. Isso virtualmente (para fins práticos) elimina a incerteza causada pelo cálculo de precisão simples utilizado originalmente, pois, enquanto os efeitos da limitação de precisão computacional começam a aparecer a partir da 7ª casa decimal significativa em números de precisão simples, em números de precisão dupla esses efeitos só aparecem na 16ª casa decimal significativa.

Ainda, como o programador do código original do medidor decidiu não apenas usar uma variável de precisão simples, mas também transmitir o número com apenas 7 casas decimais significativas, é possível que seja perdida uma pequena parte da precisão, uma vez que são necessárias 9 casas decimais significativas para definir completamente o número armazenado de forma binária (KAHAN, 1997, p. 4).

4.2

Estudo das entradas

No intuito de estudar as entradas do medidor, de forma que os dados proporcionem um melhor entendimento sobre sua caracterização, foram realizadas duas medições em cada um dos sensores de entrada.

A primeira medição foi realizada com o instrumento parado em uma superfície sólida. Essa medição foi feita para observar como o instrumento se comporta em um ambiente considerado estático. Como este estudo deseja representar a realidade de uma área operacional, as incertezas referentes à vibração e variação de temperatura do ambiente foram tomadas como parte da incerteza dos sensores.

O experimento foi realizado durante toda a duração da bateria. O tempo total do experimento foi dividido entre as horas do dia e para cada hora foi avaliada a amplitude de medição (diferença entre os valores máximo e mínimo) do ângulo registrado. Foi então selecionada a hora completa que apresentou a menor amplitude de medição. Isto ocorreu entre as 03:00 e 04:00, tendo sido registrados 3414 valores, que podem ser visualizados na Figura 24 e cujos resultados da análise básica estão na Tabela 6.

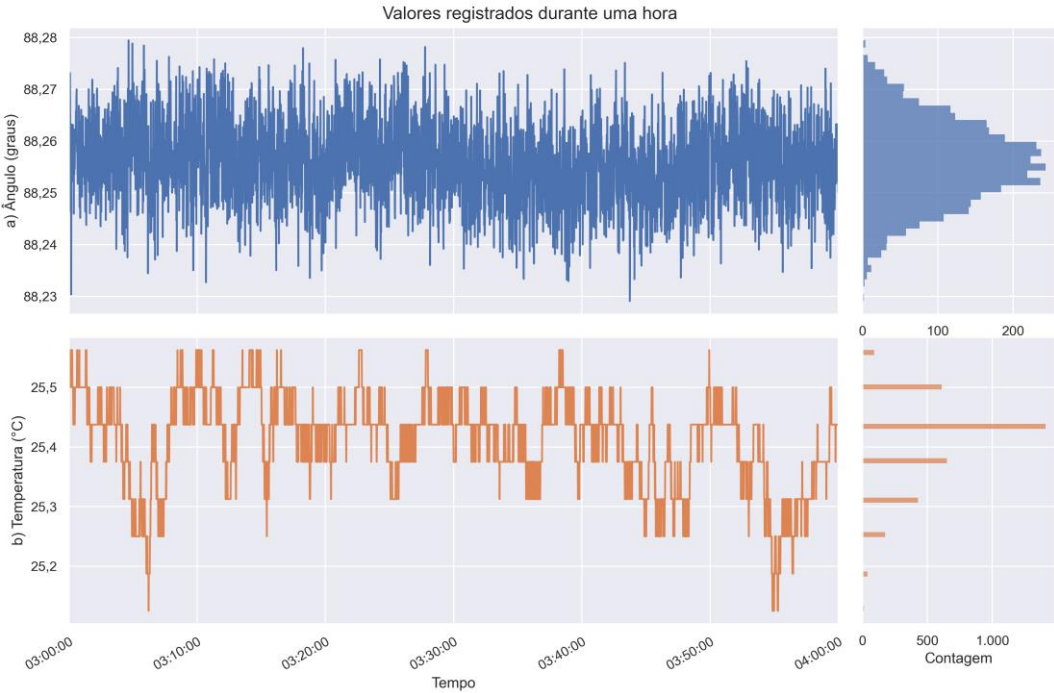


Figura 24: (a) Ângulo e (b) temperatura registrados pelo medidor durante a hora em que ele apresentou a menor amplitude de medição para o ângulo, no experimento sobre superfície sólida.

Tabela 6: Resumo dos dados obtidos no primeiro experimento.

Grandeza	Média	Desvio-padrão	Amplitude
Ângulo (graus)	88,2558	0,0079	0,05035
Temperatura (°C)	25,411	0,077	0,4375

No gráfico da temperatura, especialmente no histograma à direita da Figura 24b, é possível observar o claro efeito da quantização. Isto ocorre devido à resolução limitada do sensor DS18B20, que se traduz, após a conversão do valor bruto em temperatura, em degraus com incrementos de 0,0625 °C, quando é usada a configuração com a maior resolução disponível (12 bits), conforme indicado na folha de dados (MAXIM INTEGRATED, 2019, p. 5).

Não são visíveis efeitos significativos da quantização nos valores de ângulo, embora eles também existam. Isso se deve principalmente ao fato de o ângulo já representar uma grandeza calculada a partir da eq. (38), o que mascara os efeitos da quantização que ocorre nos eixos individuais.

A segunda medição foi feita no mesmo ambiente, mudando-se o medidor da superfície sólida para um recipiente com água. Foi aplicado o mesmo procedimento para selecionar a hora mais estável, o que teve como efeito colateral positivo o descarte também das oscilações iniciais, que ocorrem devido à colocação do medidor para flutuar em uma superfície líquida. No período selecionado por apresentar a menor amplitude, compreendido entre 04:00 e 05:00, foram feitos 3402 registros, as medições podem ser visualizadas na Figura 25 e os respectivos resultados na Tabela 7.

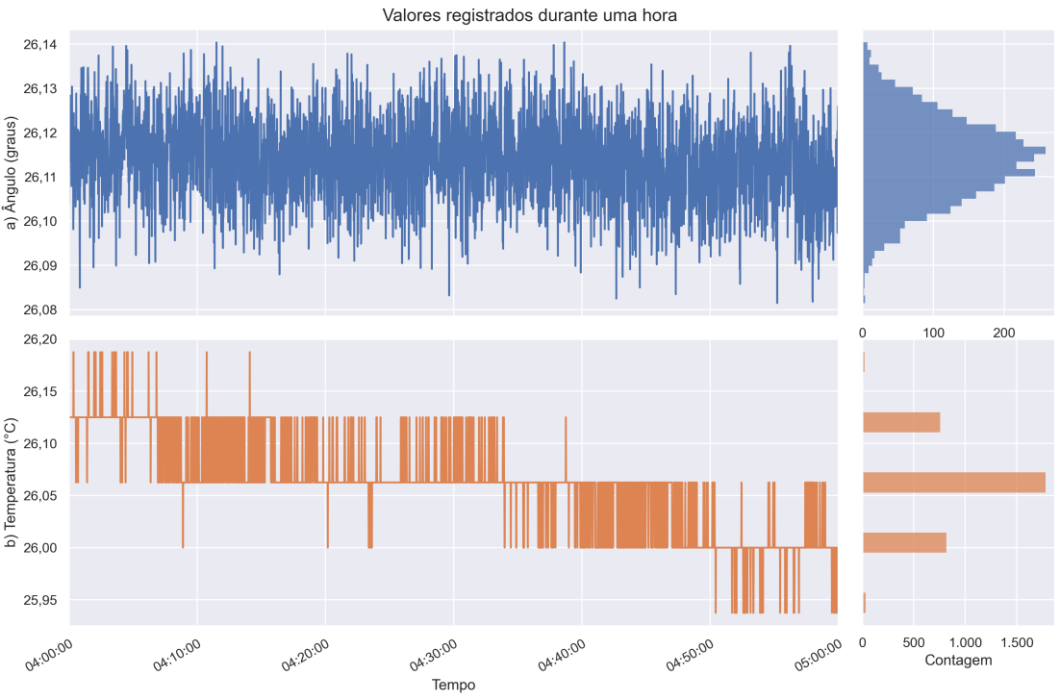


Figura 25: (a) Ângulo e (b) temperatura registrados pelo medidor durante a hora em que ele apresentou a menor amplitude de medição para o ângulo, no experimento sobre superfície líquida.

Tabela 7: Resumo dos dados obtidos no segundo experimento.

Grandeza	Média	Desvio-padrão	Amplitude
Ângulo (graus)	26,1138	0,0094	0,0589
Temperatura (°C)	26,061	0,045	0,250

A primeira análise feita diz respeito à quantidade de valores brutos para cada registro. Cada registro é enviado após leituras do sensor de temperatura e do acelerômetro, mais o tempo de montagem do pacote de dados, verificação do estado da conexão Wi-Fi, reconexão com o servidor e envio dos dados. Ao todo, leva-se um pouco mais de 1 s para cada pacote. Como foram feitos 3402 registros nessa hora, cada pacote levou, em média 1,0582 s entre a sua captura, transmissão e registro.

Em seguida, foi analisado o número de dados brutos enviados em cada pacote. Como o código do medidor sofre o efeito de várias tarefas que o processador Wi-Fi executa simultaneamente, e como o programa não foi feito para atender a requisitos de tempo real, há uma variação no tempo de execução (*jitter*) que pode se refletir em uma maior ou menor quantidade de dados brutos coletados do acelerômetro. O número de dados brutos está refletido na Tabela 8.

Tabela 8: Quantidade de dados brutos por registro no período do experimento selecionado.

Número de dados brutos	Frequência
43	76
44	3208
45	118
Total	3402

Como 94 % dos registros selecionados apresentaram 44 dados brutos, e houve apenas o desvio de ± 1 dado, resolveu-se desconsiderar o efeito dessa variação em análises posteriores.

Os dados brutos foram então extraídos. Como o pacote inteiro tem o mesmo carimbo de tempo do seu registro, para fins de indicação gráfica foi feita uma extrapolação com base no tempo de medição, que também é registrado. O tempo de medição de cada registro foi dividido em partes iguais e os carimbos de tempo foram distribuídos conforme a ordem recebida dos dados brutos.

Como os dados de temperatura já foram indicados na Figura 25, foram traçados na Figura 26 apenas os gráficos dos componentes brutos a_x , a_y e a_z

obtidos do acelerômetro. Os valores brutos foram desenhados em tons claros, os valores da média para cada registro em tons médios e as médias durante cada minuto em tons escuros.

Na mesma figura também foram traçados histogramas sobrepostos dos valores da linha do tempo. A distribuição de frequência foi normalizada pelos seus picos das barras, de forma que a grande diferença na quantidade de pontos de cada conjunto de dados (medida/registo/minuto) não fosse um empecilho à comparação.

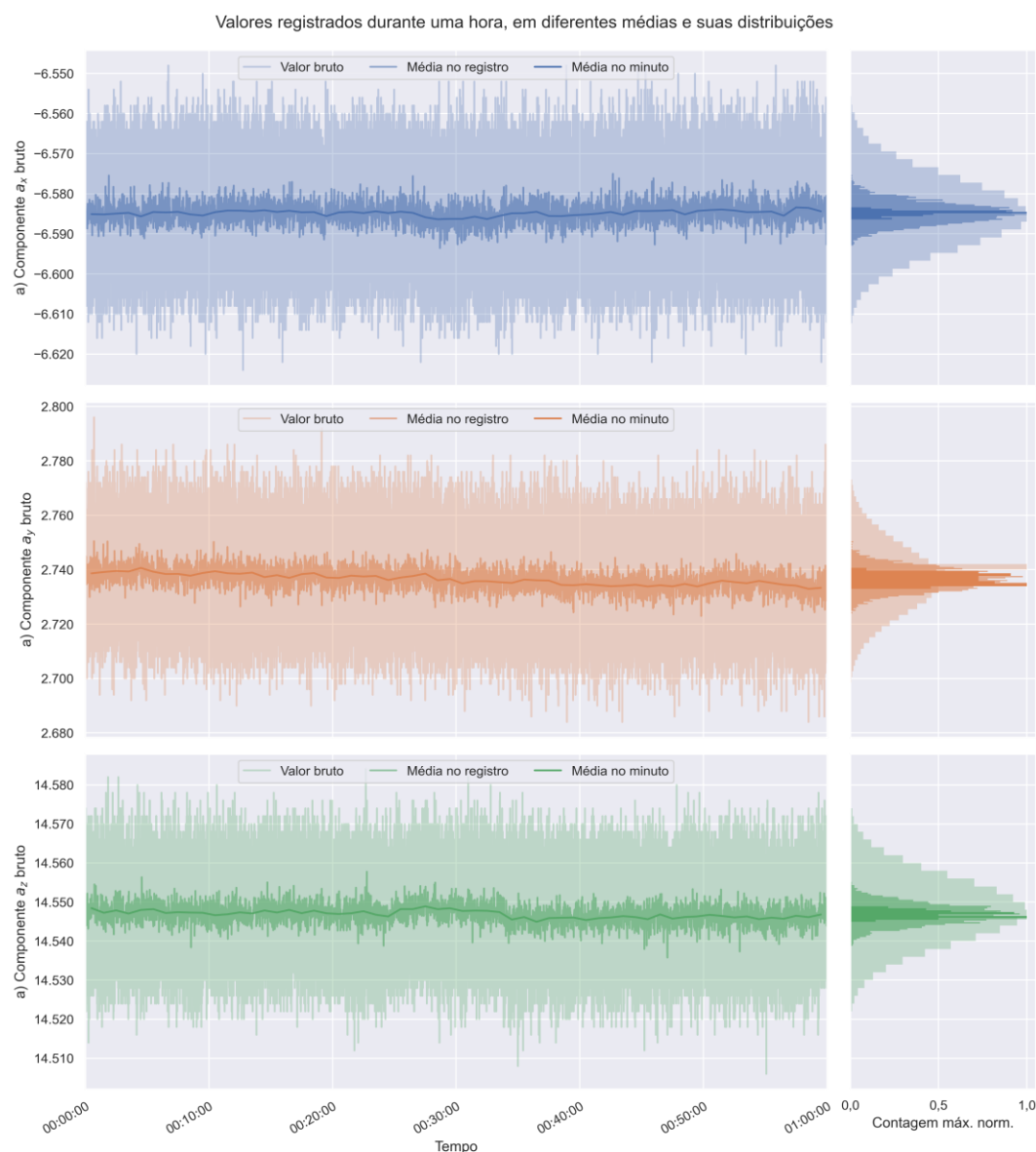


Figura 26: Componentes brutos dos vetores obtidos do acelerômetro no período selecionado.

É interessante observar que houve uma diminuição da dispersão dos dados, conforme é possível comparar por meio da Tabela 9, cujos valores em parênteses indicam a razão entre o desvio-padrão dos valores brutos em relação ao indicado (quanto maior, melhor). Apesar disso, ainda ocorreu uma redução substancial da dispersão, então pode ser considerado um bom recurso para os usuários que precisarem reduzi-la, caso possam trocar por um maior tempo de amostragem e uso maior de bateria para cada ponto final.

Tabela 9: Desvios-padrão² (s) das componentes do vetor medido, após médias.

Valores	n	$s(x)$	$s(y)$	$s(z)$
Valor bruto	149730	8,97 (1,00)	12,50 (1,00)	8,34 (1,00)
Média no registro	3402	2,67 (3,36)	4,01 (3,12)	2,55 (3,27)
Média no minuto	60	0,66 (13,63)	1,94 (6,43)	0,91 (9,15)

Adicionalmente, foi feita uma comparação do efeito sobre o ângulo final, disponível na Tabela 10. Essa comparação indica que o ângulo sofre efeitos bastante semelhantes que afetam os componentes do vetor medido, porém tendo um resultado ligeiramente melhor. Ainda, percebe-se que o “algoritmo padrão” usado no código original do iSpindel produziu um resultado com desvio-padrão ligeiramente menor que a simples média entre os valores, porém a redução é de apenas 4 % sobre o valor obtido na média no registro.

² A dispersão no eixo y , ou $s(y)$, foi medida como sendo maior que as dos demais eixos (x e z). Isso ocorre devido à configuração física do acelerômetro, que indica em sua folha de dados que o eixo z possui “tolerâncias” maiores, muito provavelmente devido à sua disposição perpendicular em um circuito integrado plano, o que dificulta a implementação por meio da tecnologia MEMS. No equipamento utilizado, o eixo z do acelerômetro foi trocado com o eixo y do vetor medido, respondendo pela dispersão maior encontrada no eixo y dos vetores medidos.

Tabela 10: Desvios-padrão dos ângulos obtidos, após médias.

Valores	Valores brutos	Média no registro	Média no minuto	Algoritmo “padrão”
$s(\theta)$	0,0329 (1,00)	0,0098 (3,36)	0,0025 (12,00)	0,0094 (3,49)

Por fim, embora os histogramas da Figura 26, especialmente os valores brutos, deem a impressão de que os dados seguem uma distribuição normal, foram feitos testes de normalidade sobre os dados.

Foi realizado o teste de Kolmogorov-Smirnov (NIST/SEMATECH, 2013f; VIRTANEN *et al.*, 2020), Figura 27. Este também retornou negativo para as três componentes do vetor. Como o teste KS é adequado a dados contínuos, e não discretos, e considerando que os dados brutos são lidos como números inteiros, o resultado foi colocado sob suspeita. Assim, foi feito também o teste Qui-quadrado (NIST/SEMATECH, 2013e; VIRTANEN *et al.*, 2020), utilizando como classes os valores inteiros que aparecem nos dados. Ainda assim, o teste recusou a hipótese da normalidade.

Ainda assim, para fins de ilustração, a Figura 27 indica a maior distância entre a distribuição esperada (linha azul, $F(X)$) e a distribuição experimental (linha laranja, $FA(X)$). Os “degraus” em grande largura, apesar da grande quantidade de amostras, indicam que o efeito da quantização do sensor foi significativo, o que pode ser a causa da rejeição nos testes de normalidade, pois o critério com o valor crítico do teste foi elaborado para uma distribuição contínua nos números reais.

Como nenhum dos testes de normalidade indicou que os dados fossem tratados como pertencentes a uma distribuição normal, optou-se por utilizar os dados obtidos durante o procedimento de calibração descrito na seção 4.3. Isso garante, também, que quaisquer efeitos inerentes ao processo sejam também considerados nas incertezas calculadas.

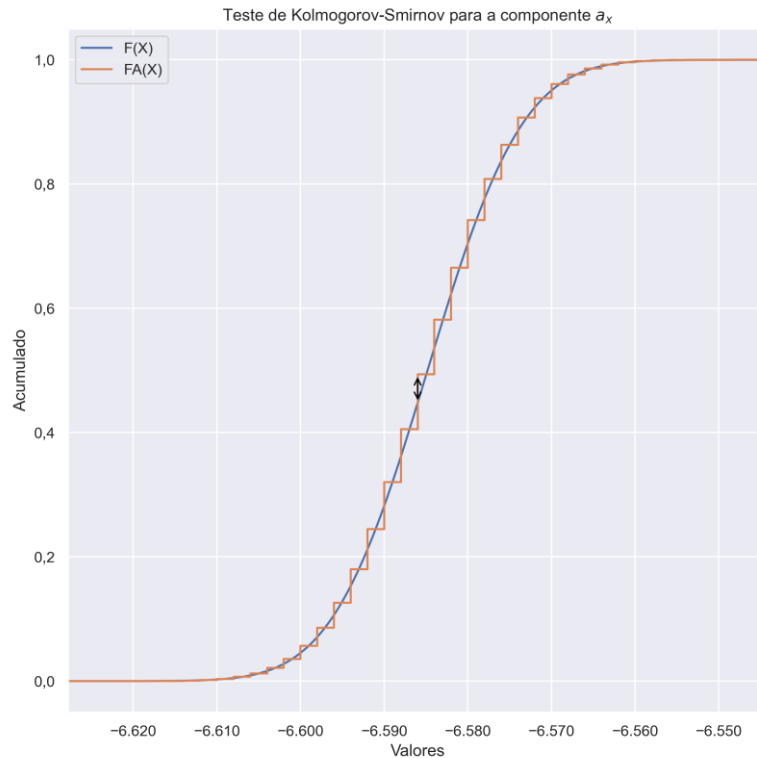


Figura 27: Gráfico representativo do teste Kolmogorov-Smirnov. A linha azul representa a distribuição cumulativa normal esperada $F(X)$. A linha laranja representa a distribuição cumulativa encontrada nos valores brutos $FA(X)$. Os degraus indicam a presença de quantização.

4.3 Calibração

Como se optou por caracterizar as grandezas de entrada, a_x , a_y , a_z e ΔT , durante a calibração, foi necessário elaborar um procedimento para ser seguido. Este procedimento pode ser visualizado por meio do fluxograma visível na Figura 28.

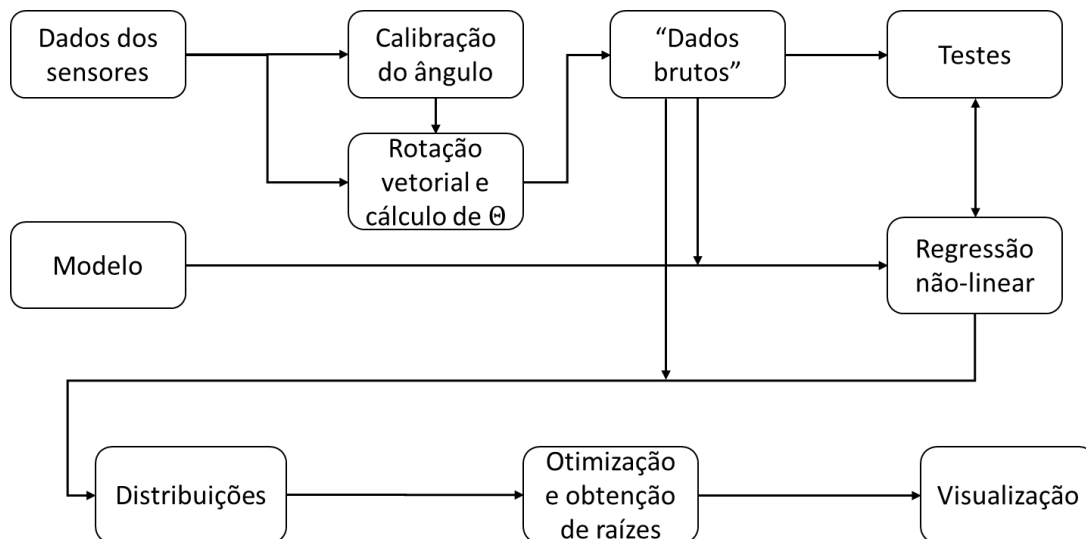


Figura 28: Fluxograma geral para o procedimento de calibração.

Também foi necessário avaliar o comportamento dos valores considerados como fixos na equação da massa específica. Apesar de serem considerados como imutáveis durante uma série de medições, esses valores também são fonte de incerteza no sistema e, assim sendo, essas incertezas precisam ser quantificadas. Ou seja, além das grandezas de entrada, também é necessário determinar as características (médias e incertezas) das variáveis G_x , G_z , R , α e m .

Antes disso, contudo, é necessário fazer novas modificações no instrumento de medição. Durante os experimentos de determinação das incertezas de entrada, foi identificado que a placa eletrônica não se fixava perfeitamente no interior do invólucro do medidor. Como existia uma suspeita de que as medições seriam altamente sensíveis a variações do centro de gravidade \vec{G} do medidor, movimentos visíveis da placa em relação ao invólucro não foram considerados aceitáveis.

O meio mais simples de estabilizar a placa no invólucro seria fixando-a de modo permanente. No entanto, outra solução foi buscada, pois isso dificultaria consideravelmente qualquer reparo que se fizesse necessário. Optou-se por utilizar um enchimento com alguma elasticidade entre a placa e o invólucro, de forma que este pressionasse a placa contra o outro lado do invólucro, prendendo ambos por meio do atrito.

Todavia, foi percebido que a placa eletrônica e, conseqüentemente, o acelerômetro não ficaram mais alinhados com o eixo z do invólucro. Por isso, em vez de usar diretamente os dados de a_x , a_y e a_z obtidos na seção anterior, foi necessário realizar uma calibração do vetor de entrada.

Há duas formas de realizar o ajuste de um vetor: por meio de uma translação ou de uma rotação. Computacionalmente, é mais simples realizar uma translação, haja visto que se trata de uma simples soma de vetores. No entanto, essa solução não é apropriada para o presente caso, pois já foi determinado que existe uma correção de rotação a ser feita, dado que se deseja corrigir a orientação de um corpo em relação a outro.

Assim sendo, foram utilizados os conceitos da seção 2.5 (Operações com vetores) para realizar a correção do vetor do acelerômetro.

Primeiramente, foi obtida uma série de medições com o dispositivo repousando sobre sua tampa em uma superfície nivelada (Figura 29). Supondo que a tampa estava paralela ao eixo central do corpo do instrumento, assume-se que este ficou paralelo ao vetor da gravidade. A partir dessas medições, são calculadas as médias para cada uma das componentes (média vetorial). O resultado é utilizado como o vetor \vec{v} da eq. (21). Para a mesma equação, é usado como \vec{u} o vetor unitário \vec{u}_z , porém com o sentido oposto, ou seja, $-\vec{u}_z = [0 \ 0 \ -1]^T$, pois o medidor está com a tampa para baixo em vez de para cima, sua posição de zero usual. Deve ser tomado cuidado, porém, pois pode ser necessário inverter novamente o sentido no programa, caso o acelerômetro esteja fisicamente em outra posição.



Figura 29: Medidor repousando sobre sua tampa, para a calibração do ângulo zero.

O vetor \vec{n} foi calculado da mesma forma, por meio da eq. (23). A partir desses dois resultados, todos os valores medidos pelo acelerômetro passaram a ser corrigidos com a eq. (24) e os valores obtidos de $\theta = 5,377^\circ$ e $\vec{n} = [0,7325 \ 0,6808 \ 0]^T$.

Com este problema resolvido, passou-se para a avaliação das demais variáveis, antes do retorno às entradas.

A mais simples das grandezas consideradas fixas, o coeficiente de dilatação α , teve seu valor indicado como $59,4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ na Tabela 2, constante da seção 2.6. Na mesma seção, foi indicado que sua distribuição seria tomada como uma retangular com meia-largura de $8,91 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Em seguida, foi avaliada a massa m . Esta foi obtida de forma simples, por meio de uma balança eletrônica calibrada (Figura 30). Neste trabalho, foi utilizada uma balança eletrônica analítica da marca Bel Engenharia, modelo M214AI. Essa balança possui faixa de indicação até 220 g, com resolução de 0,0001 g. Para obter o valor médio da massa, foram tomadas oito medições (histograma na Figura 31) e calculada a média. Enquanto isso, para obter a incerteza da massa foi usada a lei da propagação de incertezas, tomando os valores medidos como pertencentes a uma distribuição retangular baseada nas medições, adicionada ao valor do certificado de calibração. Os efeitos da altitude sobre a gravidade e o fator de fluatibilidade (VÁSQUEZ *et al.*, 2017) foram desconsiderados, pois as medidas foram tomadas a

poucos metros do nível do mar e a balança é isolada do ambiente externo, conforme visto na foto da Figura 30.



Figura 30: Balança eletrônica utilizada na medição da massa do medidor.

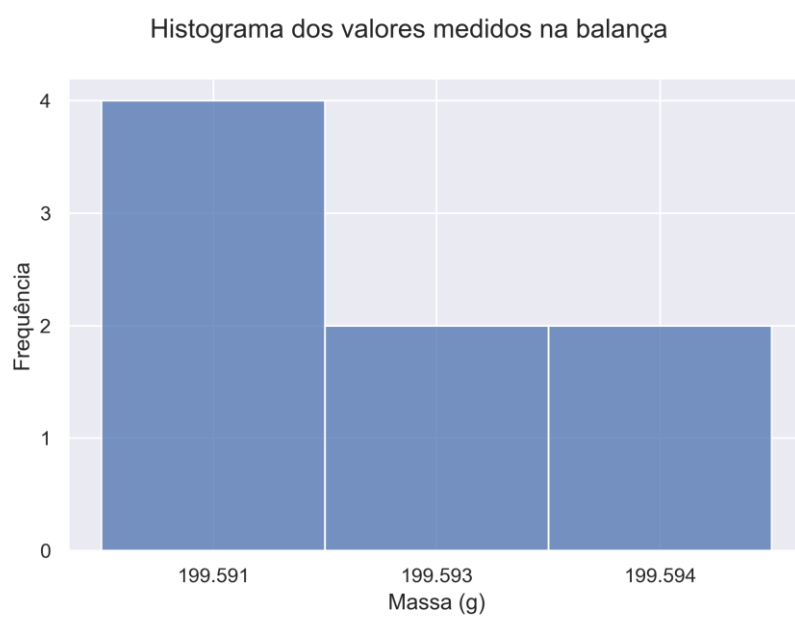


Figura 31: Histograma dos valores medidos na balança (massa do medidor).

Por sua vez, o certificado indicou ligeiras diferenças entre as duas últimas faixas de medição. A Tabela 11 indica essas faixas. Enquanto todas elas possuem fator de abrangência $k = 2,00$ e $\nu_{eff} \rightarrow \infty$, o certificado também atesta, em sua Nota 1, que “(...) para uma distribuição t com graus de liberdade efetivos (ν_{eff}) corresponde a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95 %”. Isso foi tomado como uma distribuição normal, usando-se o fator de abrangência declarado para chegar ao desvio-padrão estimado para a distribuição. Adicionalmente, o fator $k = 2,00$ foi usado apenas neste ponto, por ser um valor obtido do certificado. Nos demais pontos do trabalho, foi utilizado o fator $k = 1,96$, para uma probabilidade de abrangência de 95 % (foi utilizado o fator calculado por software: o arredondamento foi aplicado apenas na etapa final, para apresentação dos resultados).

Tabela 11: Extrato das informações no certificado de calibração da balança. A tendência sem ajuste indica a correção subtrativa que deve ser aplicada à indicação final.

Valor nominal (g)	Tendência sem ajuste (g)	k	Incerteza expandida (g)	ν_{eff}
150	0,0000	2,00	0,0001	Infinito
220	0,0002	2,00	0,0002	Infinito

Como a média das medições de massa indicaram 199,59215 g, optou-se por tomar como valor de tendência a interpolação desse número entre as duas últimas faixas do certificado, obtendo-se o valor de 0,0014 g. Sendo uma tendência da balança, esse número foi subtraído das medições. O resultado pode ser lido na Tabela 12.

Tabela 12: Valores de incerteza da massa.

Incerteza de entrada	Distribuição	Média	Largura	Desvio-padrão
Medidas	Uniforme	199,5921	0,0026	
Certificado da balança	Normal	-0,0014		0,0001

Por fim, é necessária a obtenção de G_x , G_z e R , respectivamente as coordenadas do centro de gravidade e o raio. Há algumas formas de obter esses valores, como o “experimento de inclinação” (OZSAYAN, 2019; WILCZYNSKI; KNOWLES; DIEHL, 1998; WOODWARD *et al.*, 2016), por meio do uso cuidadoso de uma linha, ou por medidas com uma balança de braço, ou um torquímetro. No entanto, para este caso, como as demais medidas foram relativamente mais fáceis de obter, e como já foi feito um procedimento de calibração, também foi mais simples realizar várias medições externas (da massa específica do líquido) e então calcular os valores dessas variáveis utilizando as mesmas equações, mas na forma de função inversa.

A obtenção das medições externas ocorreu por meio de um experimento semelhante ao descrito no site do iSpindel. Para cada ponto desejado, foi feita uma mistura de água com açúcar, dissolvendo açúcar em concentrações diferentes para cobrir toda a amplitude de medição a ser avaliada. Para cada concentração, o medidor foi colocado na superfície do líquido, aguardou-se a sua estabilização, de forma que a oscilação natural da flutuação se tornou imperceptível, e esperou-se por pelo menos 5 minutos enquanto eram coletadas as medições.

Foi adotada uma faixa de indicação entre 1,0000 e 1,1000 g/cm³, que para a calibração foi dividida em 5 medições de densidade: duas próximas às extremidades, uma próxima ao centro da faixa e mais duas intermediárias. Esta faixa foi utilizada pois é a mais comumente utilizada em densímetros destinados à indústria de cervejas artesanais. White e Zainasheff (2010), na seção sobre cervejas de alta densidade relativa, menciona que cuidados adicionais devem ser tomados para cervejas com densidade relativa superior a 1,083 e as menções acima desse valor, como 1,092 e 1,106, que são considerados de densidade relativa “muito alta”, são de mostos. Na prática, o medidor também poderá operar com líquidos de massa específica maiores, porém seriam necessários cuidados adicionais como a calibração na faixa ampliada, o que foi considerado fora do escopo deste trabalho.

Após as medições, foi coletada uma amostra do líquido, de forma que ela fosse analisada em um densímetro de laboratório calibrado (Figura 32). Esse equipamento foi fabricado pela Kyoto Electronics e seu modelo é o DA-310. Ele opera pelo princípio de oscilação de um tubo de vidro induzida eletromagneticamente. Sua indicação é de quatro casas decimais, sendo que a temperatura é automaticamente compensada para que a medição seja feita a 20 °C.

Os resultados do densímetro, foram então considerados como valores de referência e para o cálculo de ΔT .



Figura 32: Densímetro utilizado no laboratório.

Os cinco minutos de medidas correspondiam, de forma geral, a $5 \times 60 \times 44 / 1,0582 = 12474$ medidas para cada bloco, conforme explicação da seção 4.2. Para cada ponto de medição, foram registrados os valores do acelerômetro (a_x , a_y e a_z), a temperatura e a medida do densímetro de laboratório. Os valores foram separados em “Grupos” para cada densidade de referência e seus histogramas são ilustrados nas Figuras 33, 34 e 35.

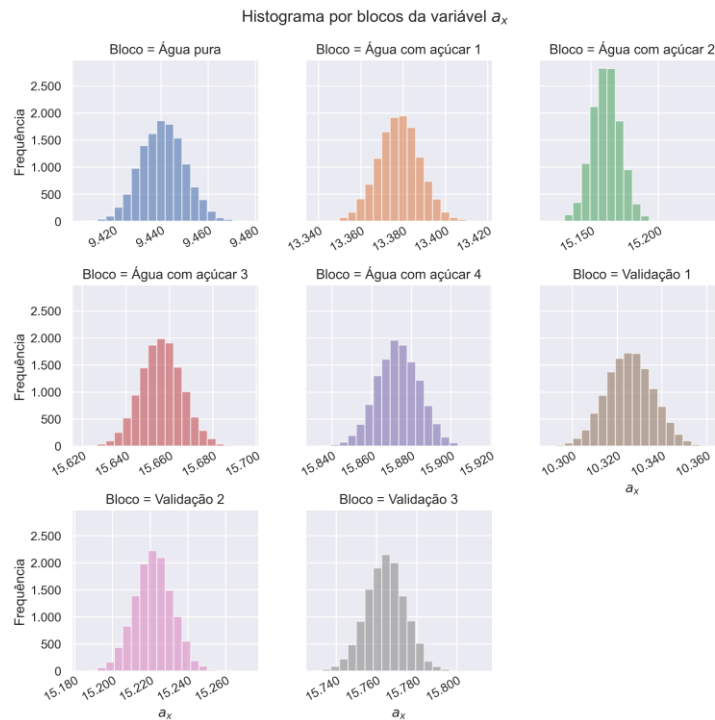


Figura 33: Histograma dos dados brutos da variável a_x separada por blocos para cada valor diferente obtido no densímetro.

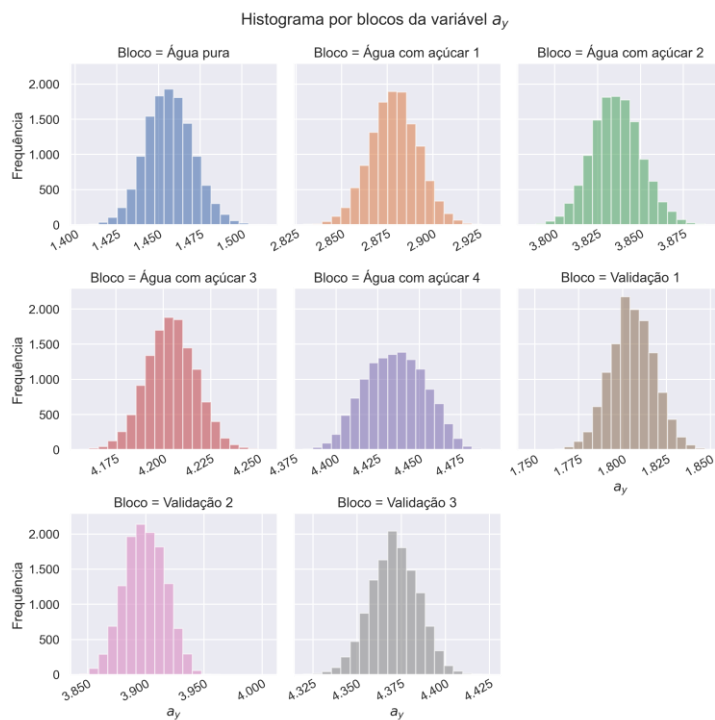


Figura 34: Histograma dos dados brutos da variável a_y separada por blocos para cada valor diferente obtido no densímetro.

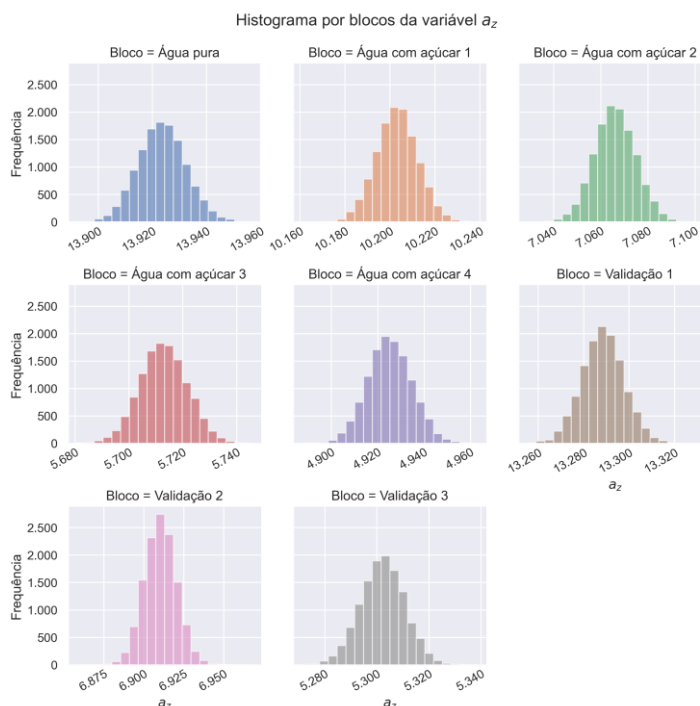


Figura 35: Histograma dos dados brutos da variável a_z separada por blocos para cada valor diferente obtido no densímetro.

Cada grupo foi testado para normalidade com o teste KS (para o nível de confiança de 95 %), sendo obtidos os resultados indicados na Tabela 13. É possível observar que as distribuições de a_x , a_y e a_z podem ser consideradas como normais, pois, de forma geral, foram poucas as rejeições. Essa consideração não é aplicável à distribuição de ΔT (medidas obtidas a partir da subtração de 20 °C dos valores de temperatura medidos pelo termômetro embarcado), pois todos os testes foram rejeitados. O teste também foi feito para a distribuição t-Student, com os mesmos resultados. Como discutido anteriormente, é possível que os testes tenham sido rejeitados devido a problemas causados pela quantização e pelos efeitos da grande quantidade de valores sobre ao valor crítico do teste KS.

Tabela 13: Teste de normalidade KS (95 %) para as distribuições de entrada.

Referência (bloco)	Distribuição é normal?			
	x	y	z	ΔT
Água pura	Não	Sim	Sim	Não
Água com açúcar 1	Sim	Sim	Sim	Não
Água com açúcar 2	Sim	Não	Sim	Não
Água com açúcar 3	Sim	Sim	Sim	Não
Água com açúcar 4	Sim	Não	Sim	Não
Validação 1	Sim	Sim	Sim	Não
Validação 2	Sim	Não	Sim	Não
Validação 3	Sim	Sim	Sim	Não

Adicionalmente, foi verificada a correlação entre as variáveis do acelerômetro, o que resultou nos valores de $r(a_x, a_y) = 0,990000$, $r(a_x, a_z) = -0,978491$ e $r(a_y, a_z) = -0,997624$. Como esses valores foram muito significativos, especialmente considerando que essas grandezas deveriam ser independentes, os motivos para esse comportamento foram investigados.

A causa encontrada para essa alta correlação foi o uso dos blocos com diferentes medidas de referência de massa específica. A Figura 36 mostra gráficos de dispersão relacionando as variáveis do acelerômetro. De forma destacada, é possível perceber que as figuras da direita (Figura 36b/d/f), com realces de apenas 3 grupos, mostram que as variáveis de entrada aparentam ser pouco correlacionadas entre si. Ou seja, ao se tomar todos os pontos como um único conjunto de dados, a correlação se apresenta alta, resultando da relação de causalidade entre a massa específica e o ângulo, sendo este justamente o fenômeno que se deseja explorar. Entretanto, quando a correlação é tomada entre os grupos, essa relação diminui, sendo que as medianas das correlações foram $r(a_x, a_y) = -0,025228$, $r(a_x, a_z) = 0,011394$ e $r(a_y, a_z) = 0,097995$.

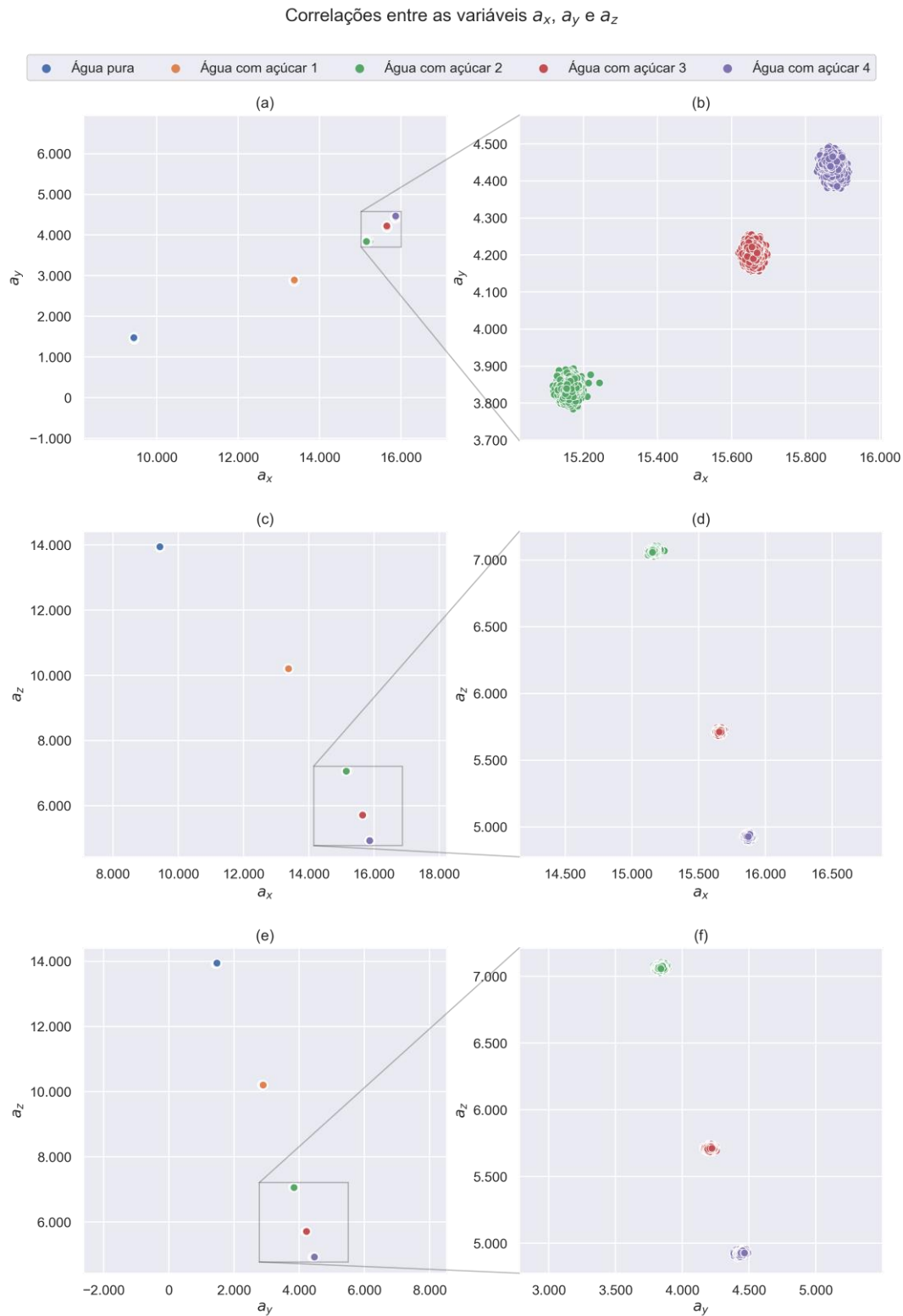


Figura 36: Gráficos de dispersão relacionando as variáveis: a_x e a_y (a, b), a_x e a_z (c, d) e a_y e a_z (e, f). Os gráficos da direita (b, d, f) são extratos dos 3 grupos mais próximos dos gráficos da esquerda (a, c, e), mostrando as correlações dentro desses grupos.

Considerando que as medidas de a_x , a_y e a_z foram obtidas simultaneamente, mais a recomendação do GUM seção H.2.4, de que para funções não-lineares é preferível estimar y com base em $\bar{Y} = (\sum_{k=1}^n Y_k)/n$, foi decidido tomar a distribuição de Θ a partir dos valores calculados para cada ponto.

Para a variável ΔT , como não foi possível perceber uma distribuição clara nem mesmo considerando os blocos individualizados, especialmente devido à alta quantização em relação à dispersão (histograma na Figura 37, abaixo e à direita), e adotando uma postura conservadora, sua distribuição foi definida como sendo retangular, com os limites iguais ao menor e maior valor medidos durante a calibração, maximizando a incerteza.

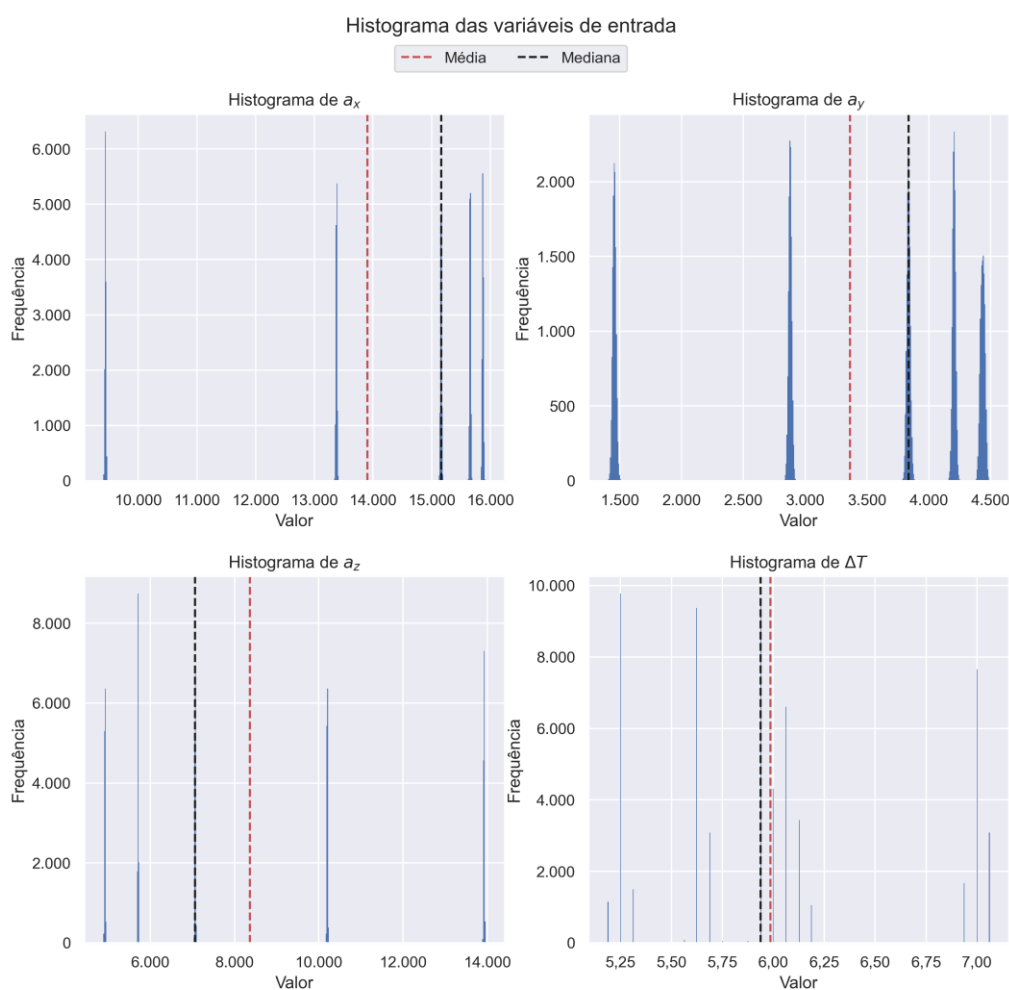


Figura 37: Histogramas das variáveis de entrada. As linhas tracejadas verticais indicam a média (vermelha) e a mediana (preta).

A próxima etapa foi a determinação das distribuições de G_x , G_z e R .

Como há um valor de referência de ρ para cada grupo de medições e é possível calcular θ para cada medida do acelerômetro, optou-se por utilizar um algoritmo de regressão não-linear por mínimos quadrados (*non-linear least squares curve fitting*) para determinar as distribuições restantes, o que resultou nos valores indicados na eq. (50). Como neste caso estão sendo determinados valores supostamente fixos para todos os blocos, mesmo com massa específica diferentes, na primeira investigação o ajuste foi feito com todo o conjunto de dados tratado de forma uniforme.

$$G_x, G_z, R = [-0,2628 \quad 5,4444 \quad 2,0949]^T \quad (50)$$

Tomando-se esses valores, agora como sendo as constantes do centro de gravidade e do raio, as massas específicas são calculadas a partir de θ e demais variáveis, usando novamente a eq. (47). Dessa forma, os valores obtidos podem ser comparados às medições laboratoriais. A Figura 38 mostra a relação entre as medidas calculadas pelo medidor sob teste e as obtidas por meio do densímetro do laboratório. Na parte de baixo são mostrados os resíduos, ou seja, quanto os valores medidos desviam da referência.

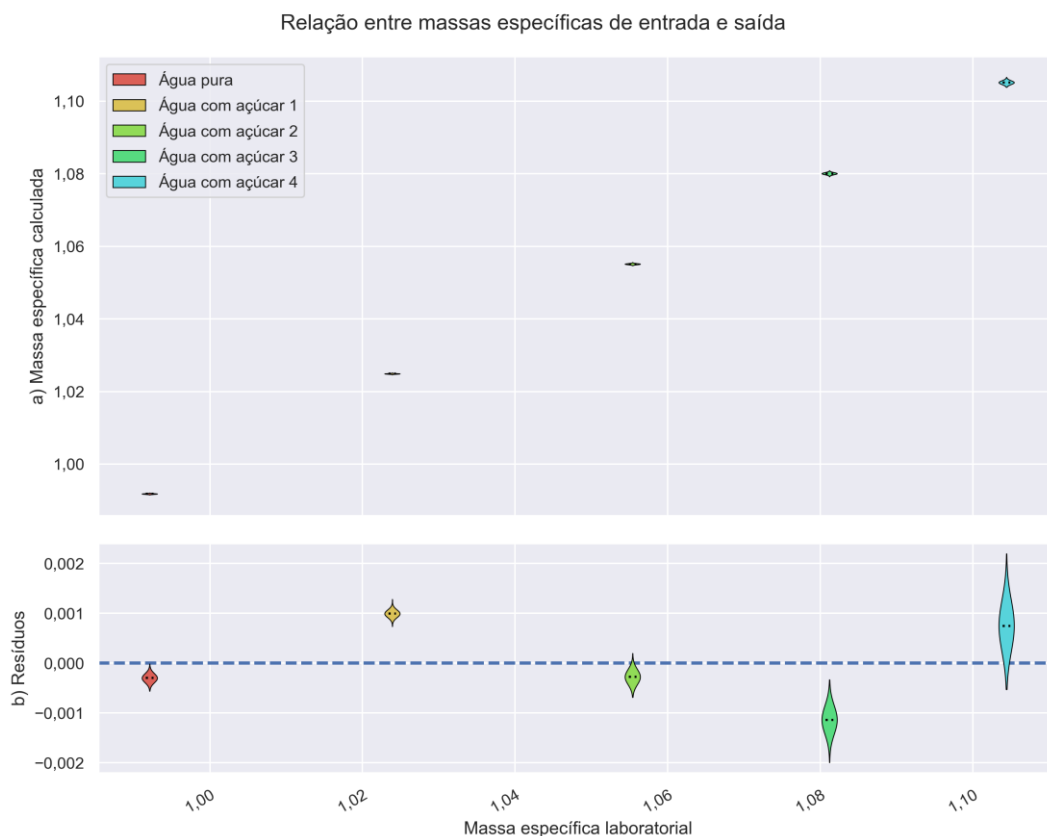


Figura 38: Relação entre as densidades medidas em laboratório e as calculadas pelo medidor (a), e os resíduos (b).

A partir da figura, foi também possível verificar que a distribuição dos resíduos apresenta um comportamento aparentemente heterocedástico. Por conta disso, a homocedasticidade foi testada por meio dos testes de Bartlett (NIST/SEMATECH, 2013b), Levene (NIST/SEMATECH, 2013c) e Cochran (FARIAS *et al.*, 2015). Todos esses testes indicaram a heterocedasticidade dos dados.

Devido a essa heterocedasticidade, é indicado que os dados recebam pesos no processo de regressão, na forma de uma regressão ponderada, os quais geralmente assumem a forma do inverso da variância ou o inverso do desvio-padrão. Assim sendo, os dados foram novamente utilizados no algoritmo, dessa vez especificando o desvio-padrão de cada bloco. O programa utilizado, SciPy (VIRTANEN *et al.*, 2020), encarregou-se de minimizar o quadrado da diferença de valores, dividido

pelo desvio-padrão $\left[\frac{f(x)-y}{\sigma}\right]^2$. A partir desse novo ajuste, foram obtidos os números indicados na eq. (51).

$$G_x, G_z, R = [-0,2439 \quad 5,3167 \quad 2,1150]^T \quad (51)$$

Uma vez computadas as densidades de saída, a partir dos novos valores de G_x , G_z e R , foram traçados novos gráficos de violino (Figura 39), em que foi possível verificar uma maior aproximação ao zero dos grupos de medição com menor dispersão.

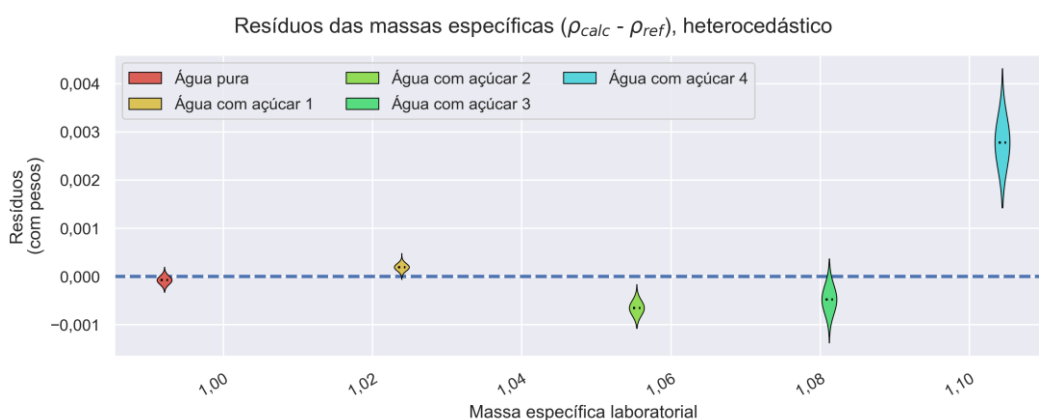


Figura 39: Nova relação entre as densidades medidas em laboratório e as calculadas pelo medidor (usando parâmetros obtidos considerando a heterocedasticidade).

Adicionalmente, foi traçado um gráfico de violino de três grupos com novas medições, um no início da escala, um próximo ao centro e um ao fim da escala, para fins de validação (Figura 40). A média de cada bloco e o valor de referência medido no densímetro foram apresentados na Tabela 14.

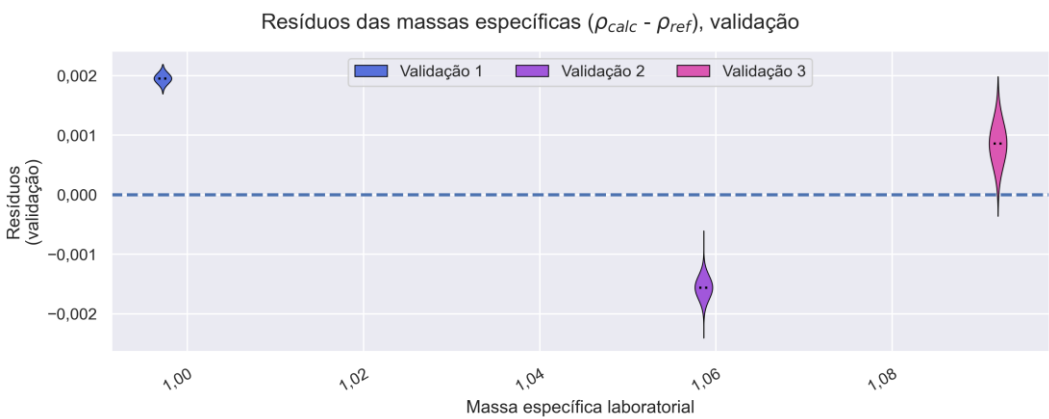


Figura 40: Resíduos dos pontos de validação.

Tabela 14: Médias dos dados de validação e suas referências.

	Validação 1	Validação 2	Validação 3
Média calculada	0,99915	1,05704	1,09286
Referência	0,9972	1,0586	1,0920
Diferença	0,00195	-0,00156	0,00086

Por fim, cada uma das medições foi separada e foi verificado se os dados atendem a uma distribuição normal. Como o teste de Shapiro-Wilk não é indicado para vetores com $N > 5000$ (RAHMAN; GOVINDARAJULU, 1997) e cada grupo experimental possui mais de 12000, foi utilizado o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS). Todos os blocos indicaram, por meio do teste, que atendem a uma distribuição normal com média e desvio-padrão iguais, respectivamente, à média e ao desvio-padrão dos valores do bloco.

As medidas de assimetria para cada bloco, utilizando o ajuste pelo coeficiente de Fisher-Pearson (NIST/SEMATECH, 2013d), também foram próximas de zero (todos os blocos abaixo de 0,15 em módulo). O atendimento a distribuições normais no teste KS também confirma que pode ser usada a hipótese de simetria na obtenção dos intervalos de abrangência ao usar o MMC.

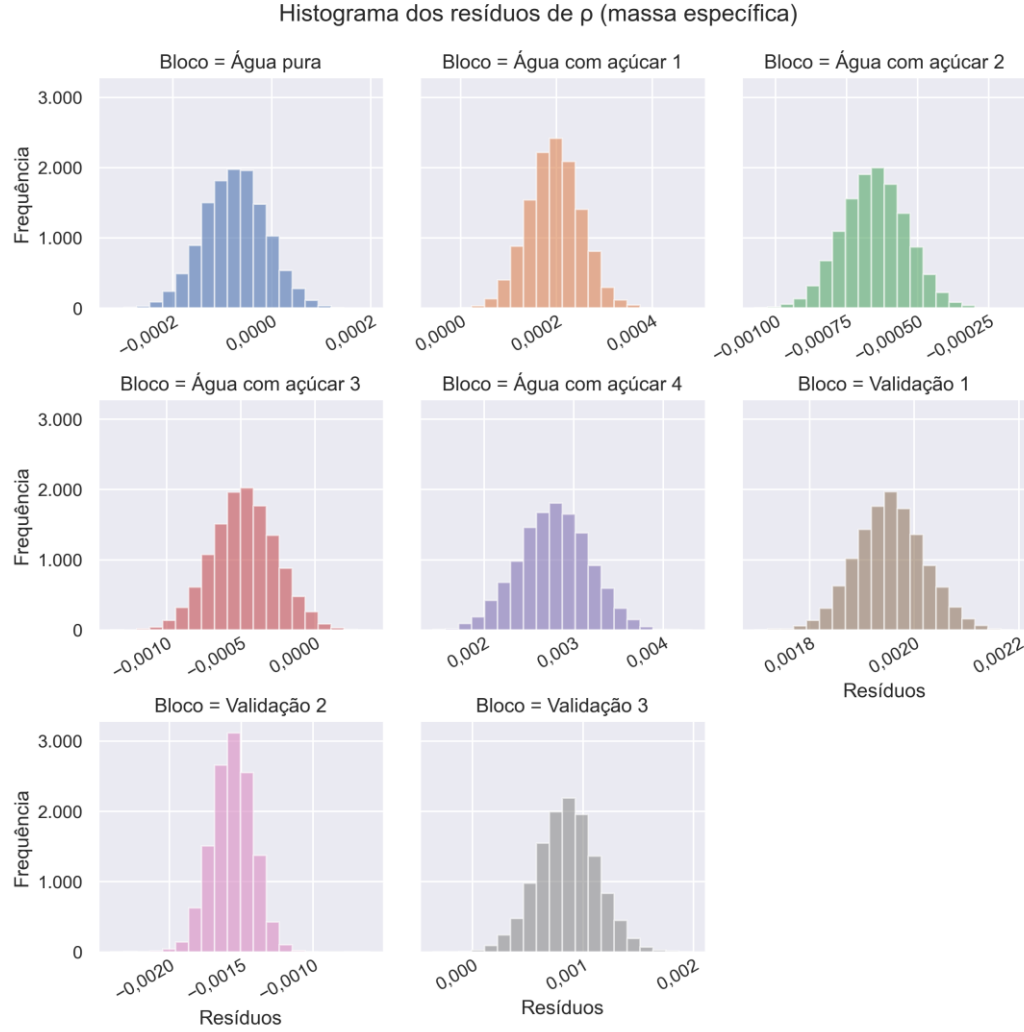


Figura 41: Histogramas dos resíduos de ρ (massa específica), separado por bloco de referência.

Com as médias das demais variáveis determinadas, é possível então chegar aos valores de θ_{ref} e, portanto, ao valor de $s(\theta_k - \theta_{ref})$ que foi usado como desvio-padrão da distribuição estimada de θ .

Para alcançar esse objetivo, pode-se usar o inverso da função ρ da eq. (47). Todavia, a inversão dessa função é consideravelmente complexa, se não for inviável. Para simplificar, e tirando proveito do fato de haver apenas uma medida laboratorial por bloco, os valores de θ_{ref} foram obtidos numericamente a partir das raízes da equação $\rho(\theta_{ref}) - \rho_{ref} = 0$, tomando-se a média $\bar{\theta}$ como valor inicial.

Isso concluiu a calibração e verificação experimental dos valores obtidos pelo densímetro em análise. As distribuições dos dados, para fins de uso nos métodos de propagação de incerteza, foram resumidas nas Tabelas 15, 16, 17 e 18, respectivamente, para o cálculo de θ e ρ . Ao analisá-las, deve-se considerar que a estimativa de θ da Tabela 16 é resultado da equação $y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N)$, equivalente ao “enfoque 1 do GUM”. Este não é o mais adequado nas condições desse problema, sendo preferível o “enfoque 2 do GUM”, cujo resultado foi utilizado na Tabela 18 e foi obtido por meio da equação $\bar{Y} = (\sum_{k=1}^n Y_k)/n$. A estimativa de θ da Tabela 16 não foi utilizada no cálculo de ρ , sendo descrita apenas para fins de comparação com a informada na Tabela 18.

Tabela 15: Sumário de componentes de incerteza-padrão de θ .

x_i	$c_i \equiv \partial f / \partial x_i$	$u(x_i)$	$u_i(\theta) \equiv c_i u(x_i)$	$u_i^2(\theta) \equiv [c_i u(x_i)]^2$
a_x	0,00014	11	0,0015	$2,2 \times 10^{-6}$
a_y	$3,5 \times 10^{-5}$	18	0,00062	$3,9 \times 10^{-7}$
a_z	-0,00031	9,6	0,0030	$9,0 \times 10^{-6}$
				$u_c^2(\theta) = \sum u_i^2(\theta) = 1,2 \times 10^{-5}$
				$u_c(\theta) = 0,0034$

Tabela 16: Distribuições das grandezas consideradas para a obtenção da distribuição de θ por meio do GUM.

Grandeza	FDP	Parâmetros		
		μ	σ	ν
a_x	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	15161	11	12409
a_y	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	3835	18	12409
a_z	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	7065,9	9,6	12409
θ	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	2,2133	0,0034	19364

Tabela 17: Sumário de componentes de incerteza-padrão de ρ .

x_i	$c_i \equiv \partial f / \partial x_i$	$u(x_i)$	$u_i(\rho) \equiv c_i u(x_i)$	$u_i^2(\rho) \equiv [c_i u(x_i)]^2$
G_x	0,076	$5,6 \times 10^{-5}$	$4,2 \times 10^{-6}$	$1,8 \times 10^{-11}$
G_z	-0,16	0,00042	$6,7 \times 10^{-5}$	$4,4 \times 10^{-9}$
R	-1,1	$6,4 \times 10^{-5}$	$7,0 \times 10^{-5}$	$4,9 \times 10^{-9}$
ΔT	-0,00019	0,54	0,00010	$1,0 \times 10^{-8}$
θ	0,036	0,023	0,00082	$6,8 \times 10^{-7}$
α	-19	$5,1 \times 10^{-6}$	$9,9 \times 10^{-5}$	$9,8 \times 10^{-9}$
m	0,0053	0,0013	$6,6 \times 10^{-6}$	$4,3 \times 10^{-11}$
m_1		0,00075		
m_2		0,0010		
ρ_{corr}	1,0	$5,0 \times 10^{-5}$	$5,0 \times 10^{-5}$	$2,5 \times 10^{-9}$

$$u_c^2(\rho) = \sum u_i^2(\rho) = 1,6 \times 10^{-6} \text{ g}^2/\text{cm}^6$$

$$u_c(\rho) = 0,0084 \text{ g/cm}^3$$
Tabela 18: Distribuições das grandezas consideradas para a obtenção da distribuição de ρ por meio do GUM.

Grandeza (unidade)	FDP	Parâmetros				
		μ	σ	ν	a	b
m (g)	$U(a, b)$				199,5911	199,5937
	$N(\mu, \sigma^2)$	-0,0014	0,0010			
R (cm)	$t_v(\mu, \sigma^2)$	2,1150	$6,4354 \cdot 10^{-5}$	62493		
α (K ⁻¹)	$U(a, b)$				$5,049 \cdot 10^{-5}$	$6,831 \cdot 10^{-5}$
ΔT (°C)	$U(a, b)$				5,1875	7,0625
G_x (cm)	$t_v(\mu, \sigma^2)$	-0,2439	$5,5801 \cdot 10^{-5}$	62493		
G_z (cm)	$t_v(\mu, \sigma^2)$	5,3167	$4,2269 \cdot 10^{-4}$	62493		
θ (–)	$t_v(\mu, \sigma^2)$	2,0855	0,023	62495		
ρ_{corr}	$N(\mu, \sigma^2)$	0	0,00005			
ρ (g/cm ³)	$t_v(\mu, \sigma^2)$	1,05003	0,00084	68012		

Na Tabela 18, foi adicionado um novo termo: ρ_{corr} . Este se refere aos dados do certificado do densímetro e foi utilizado para integrar a incerteza do certificado ao cálculo da incerteza de ρ , dado que os valores de referência ρ_{ref} foram usados para comparação com ρ , mas sua incerteza não estava sendo considerada até este ponto. Todavia, cabe ressaltar que caso houvesse um fator de correção no certificado, esse deveria ser aplicado diretamente sobre os valores lidos no densímetro, em vez de utilizados na distribuição, como foi feito para m . Mais uma vez, a base lógica para isso é a distância entre os valores de ρ_{ref} , que determinam

os grupos nos quais os dados foram divididos, enquanto m são medidas de uma única grandeza em que todos os valores deveriam ser iguais, caso não houvesse erro aleatório.

Os graus de liberdade dos resultados foram determinados utilizando a equação de Welch-Satterthwaite vista na eq. (32) e a incerteza expandida para 95 % foi calculada como $U_{95\%}(\rho) = 0,0017$ para um fator de abrangência $k = 1,96$.

Uma observação interessante é que o desvio-padrão estimado $\sigma(\rho)$, que equivale à incerteza-padrão $u(\rho)$, é muito próxima ao desvio-padrão dos resíduos da calibração, que foi $s(\rho - \rho_{ref}) = 0,00080$.

4.4

Resultados numéricos dos métodos

Tomando os valores das Tabelas 16 e 18 como entradas e valores de comparação, é possível utilizar o método de Monte Carlo conforme descrito na seção 3.3, chegando-se às tabelas 19 e 20. Nelas, M indica a ordem da Série de Taylor para o GUM ou o número de iterações para o MMC, y indica a média, $u(y)$ a incerteza-padrão, IA é o intervalo de abrangência de 95 % (considerado simétrico), d_{inf} e d_{sup} foram definidos na subseção 2.7.2 e a coluna “Validado?” indica se esses dois valores são inferiores à tolerância ($\delta = 0,0005$). Observação: apesar de d_{inf} e d_{sup} terem sido indicados como zero, mesmo quando se nota uma diferença no intervalo de abrangência, isso significa que as diferenças não são nulas, porém são inferiores à metade da casa decimal menos significativa exibida. Ou seja, é um efeito dos arredondamentos para a apresentação dos números.

Tabela 19: Comparativo dos métodos GUM (MIG) e MMC para a obtenção da distribuição de θ .

Método	M	y	$u(y)$	IA	d_{inf}	d_{sup}	Validado?
MIG	1	2,2133	0,0034	[2,2066; 2,2199]			
MIG	2	2,2133	0,0034	[2,2066; 2,2199]			
MMC	10^6	2,2133	0,0034	[2,2066; 2,2200]	0,0000	0,0000	Sim
MMC	$4 \cdot 10^4$	2,2133	0,0034	[2,2066; 2,2200]	0,0000	0,0000	Sim
MMC	$6 \cdot 10^4$	2,2133	0,0034	[2,2066; 2,2199]	0,0000	0,0000	Sim

Tabela 20: Comparativo dos métodos GUM (MIG) e MMC para a obtenção da distribuição de ρ .

Método	M	y	$u(y)$	IA	d_{inf}	d_{sup}	Validado?
MIG	1	1,05003	0,00084	[1,04838; 1,05169]			
MIG	2	1,05003	0,00084	[1,04838; 1,05169]			
MMC	10^6	1,05003	0,00084	[1,04839; 1,05170]	0,00001	0,00001	Sim
MMC	$22 \cdot 10^4$	1,05004	0,00085	[1,04839; 1,05170]	0,00001	0,00002	Sim
MMC	$32 \cdot 10^4$	1,05004	0,00084	[1,04839; 1,05170]	0,00001	0,00001	Sim

Apesar do teorema central do limite, em *algumas* execuções do MMC (na maioria delas isso não ocorreu) em que foram testados valores diferentes dos estimados, o vetor gerado não passou no teste de Kolmogorov-Smirnov para a distribuição normal de mesma média e desvio-padrão. Em especial, como a rejeição da hipótese de normalidade ocorre mais frequentemente com maiores valores de M , é possível que o teste KS também seja suscetível a falsos negativos devido ao alto número de amostras, de forma semelhante ao indicado no artigo que discute esse efeito para o teste de Shapiro-Wilk (ROCHON; GONDAN; KIESER, 2012). Isso é reforçado ao olhar o gráfico do teste KS (Figura 42) e notar que a máxima distância entre as curvas das funções de distribuição cumulativa é praticamente invisível. Ou seja, o critério para a obtenção do valor crítico, dependente do número de pontos, torna-se muito rígido. Isso provavelmente ocorreu devido aos blocos experimentais possuírem mais de 12.000 medições cada.

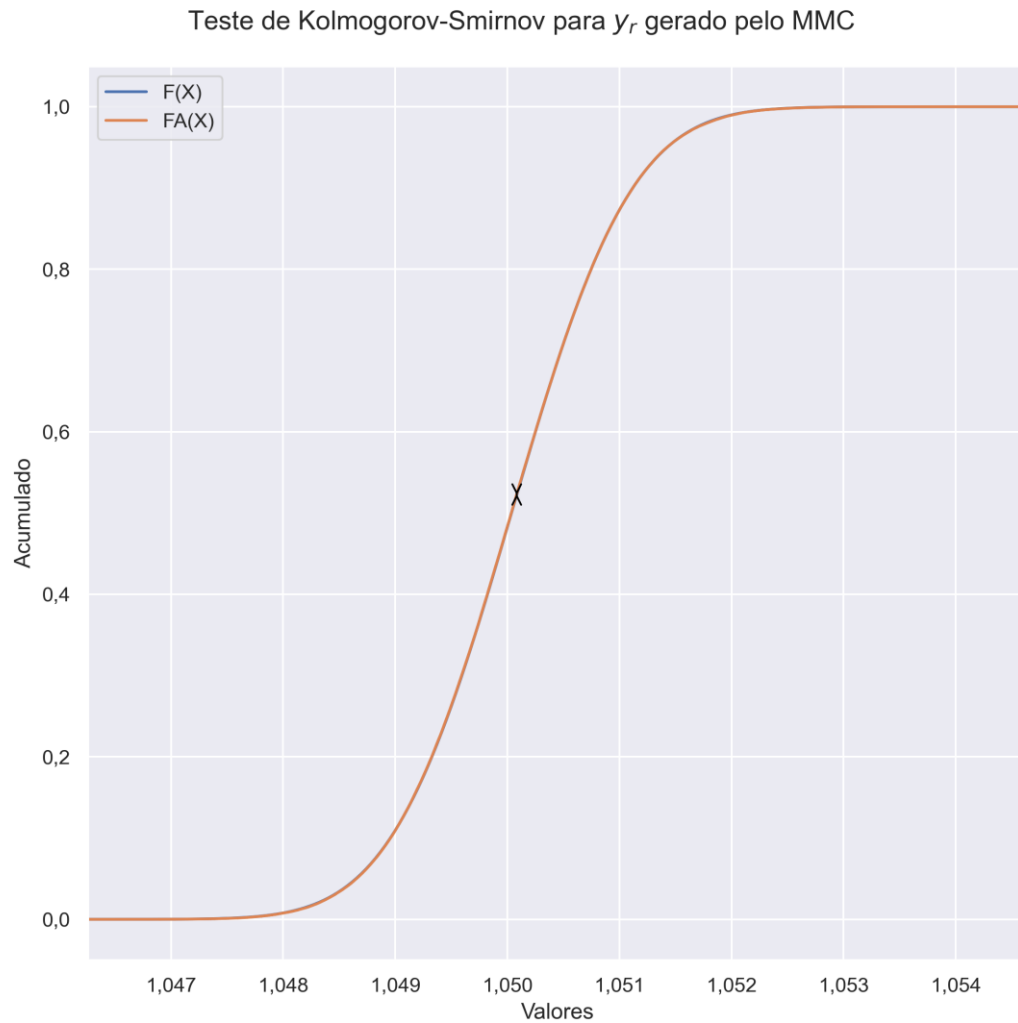


Figura 42: Teste de Kolmogorov-Smirnov para y_r gerado pelo MMC para $M = 320,000$.

Como mais uma forma de analisar a normalidade da distribuição resultante do vetor \vec{y}_r gerado por meio do MMC, foi traçado um gráfico QQ (Figura 43). Esse sugere que a distribuição dos dados pode ser considerada normal, embora essa avaliação seja subjetiva.



Figura 43: Gráfico quantil-quantil (QQ) comparando a distribuição de y_r com uma distribuição normal equivalente.

Uma última análise que pode ser feita é a obtenção de uma curva para $u(\rho)$ em todo o intervalo de medição considerado. Uma forma de estimar esses valores é tomando-se a eq. (27) e substituindo os valores encontrados para as distribuições (Tabela 18), *exceto* a média de θ . Esta operação resulta em uma função $f_u(\theta) \rightarrow u(\rho)$. Tomar-se-ia então a eq. (47) e seria feita a mesma substituição de variáveis, chegando a uma função $f(\theta) \rightarrow \rho$ que poderia então ser invertida, de forma que se convertesse em $f^{-1}(\rho) \rightarrow \theta$. Essa, por sua vez, poderia ser utilizada como entrada de $f_u(\theta)$, ficando na forma $f_u[f^{-1}(\rho)] \rightarrow u(\rho)$.

Entretanto, como a função para $u(\rho)$ possui uma complexidade significativa, não foi possível obter a sua inversa de forma algébrica. A solução para isso foi, em vez de realizar a inversão algebricamente, escolher alguns pontos do intervalo de medição de ρ , encontrar a raiz da expressão $f(\theta) - \rho$ para cada um desses pontos e finalmente usá-la em $f_u(\theta)$. É possível visualizar o resultado dessas operações na Figura 44.

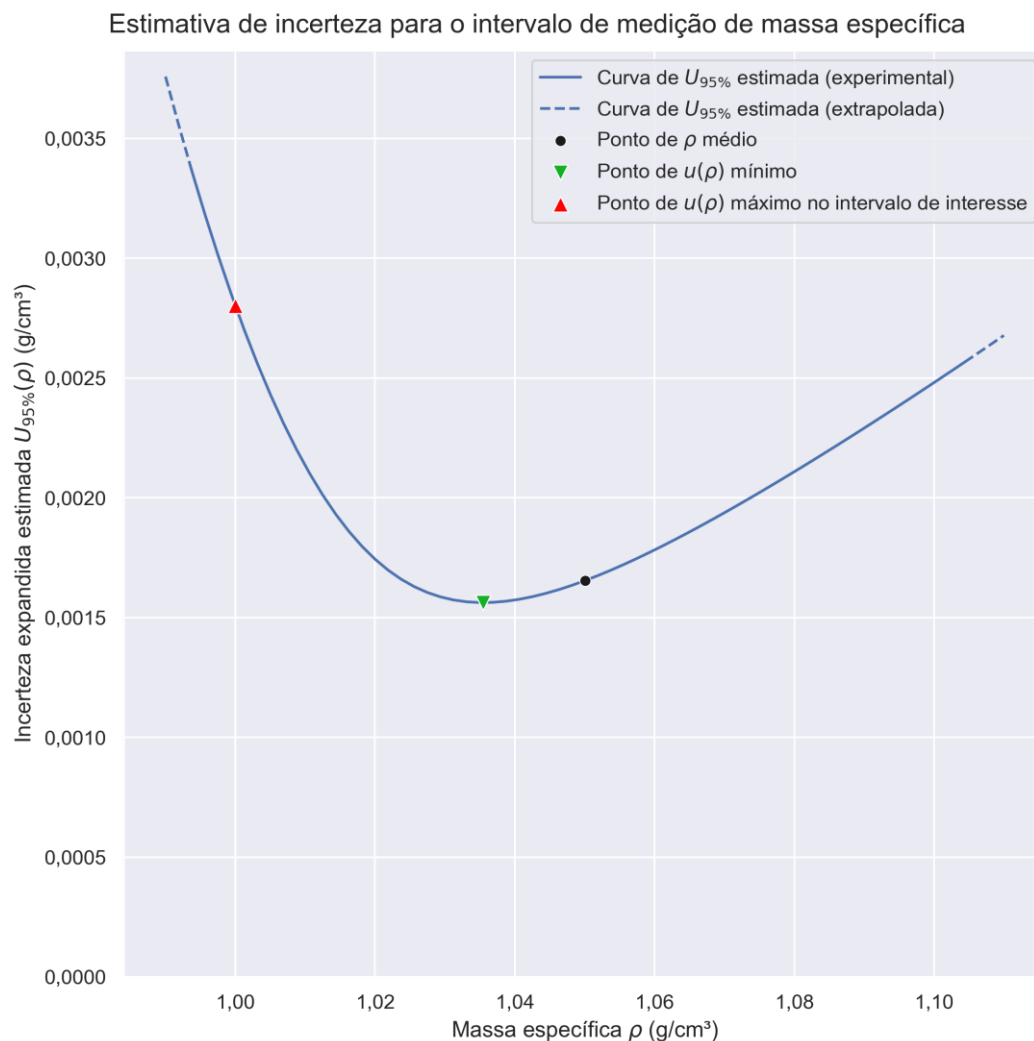


Figura 44: Estimativa de incerteza expandida $U_{95\%}(\rho)$ em todo o intervalo de medição de interesse (1,0000 a 1,1000 g/cm³) para $k = 1,96$. O ponto preto é a marcação da estimativa de ρ obtida na Tabela 18.

A partir dessa figura, é possível notar que o meio do intervalo de medição está próximo ao ponto de mínimo, que também foi determinado numericamente como sendo $\rho_{u_{\min}} = 1,03544$, cuja incerteza-padrão é estimada em $u(\rho_{u_{\min}}) = 0,00080$ (ela difere do ponto da Tabela 18 apenas na quinta casa decimal significativa) e incerteza expandida $U_{95\%}(\rho_{u_{\min}}) = 0,0016$ para um fator de abrangência $k = 1,96$. Também é possível notar que o intervalo de medição de interesse, entre 1,0000 e 1,1000 g/cm³, pode ter sua incerteza estimada em valores consideravelmente maiores, sendo que o ponto de maior incerteza, em que $\rho =$

1,0000, possui, respectivamente, incerteza padrão e expandida $u(\rho) = 0,0014$ e $U_{95\%}(\rho) = 0,0028$ ($k = 1,96$). Esta variação é responsável pela abrangência dos desvios nos valores obtidos nos blocos de validação. Por exemplo, a média do resíduo do bloco “Validação 1” é $\rho_{V1} - \rho_{V1,ref} = 0,00195$ (Tabela 14) e o seu percentil de 95 % é $P_{95\%} = 0,00206$, ambos superiores ao $U_{95\%}(\rho) = 0,0017$ ($k = 1,96$) indicado no final da seção 4.3. No entanto, como $\overline{\rho_{V1}} = 0,99915$, sua estimativa de incerteza expandida é, segundo a curva, $U_{95\%}(\rho_{V1}) = 0,0029$ ($k = 1,96$), contendo os valores medidos.

Devido a isso, é recomendado que a incerteza para o medidor na sua totalidade, caso seja utilizado um único valor numérico, seja escolhida igual à maior incerteza em todo o intervalo de medição. Neste caso, para a faixa de 1,0000 a 1,1000 g/cm³, seria tomado $U_{95\%}(\rho_{u_{max}}) = U_{95\%}(1,0000) = 0,0028$ ($k = 1,96$), marcado com o ponto vermelho na Figura 44.

4.5 Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade é realizada utilizando a eq. (31). Como ela depende de um ponto de operação para que os resultados sejam apropriadamente avaliados, para a análise de θ foram utilizados os valores das médias das distribuições descritas na Tabela 16. Aplicando a equação àqueles valores resultou na Tabela 21 e Figura 45. Delas conclui-se que a maior parte da incerteza de θ vem da incerteza da componente a_z lida pelo acelerômetro.

Tabela 21: Contribuições das variâncias das grandezas que compõem θ sobre sua variância combinada.

Grandeza	Contribuição sobre $u_c^2(\theta)$
a_x	18,9 %
a_y	3,4 %
a_z	77,7 %

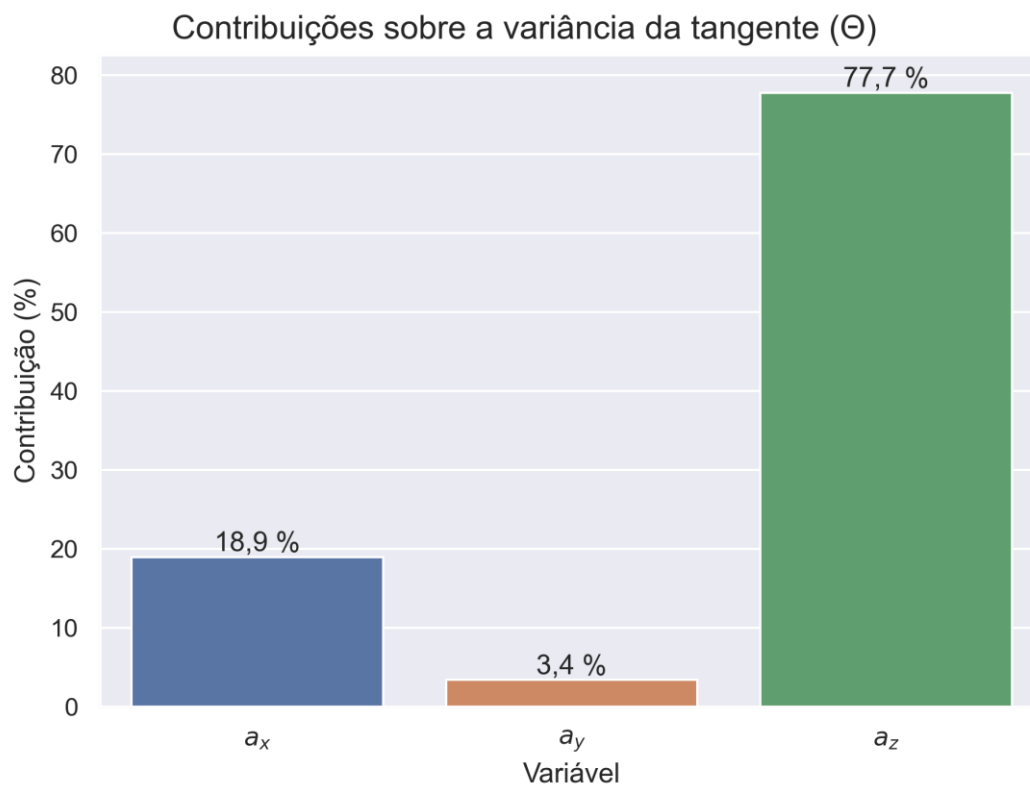


Figura 45: Visualização das contribuições das variâncias das grandezas que compõem θ sobre sua variância combinada.

A mesma avaliação pode ser feita, de forma análoga, para as grandezas que compõem ρ . O ponto utilizado foi o indicado pelas médias das distribuições descritas na Tabela 18 e resultou na Tabela 22 e Figura 46. Delas pode-se concluir que quase toda a incerteza de ρ é oriunda da incerteza de θ .

Tabela 22: Contribuições das variâncias das grandezas que compõem ρ sobre sua variância combinada.

Grandeza	Contribuição sobre $u_c^2(\rho)$
m	0,0 %
R	0,7 %
α	1,4 %
ΔT	1,4 %
G_x	0,0 %
G_z	0,6 %
θ	95,5 %
ρ_{corr}	0,4 %

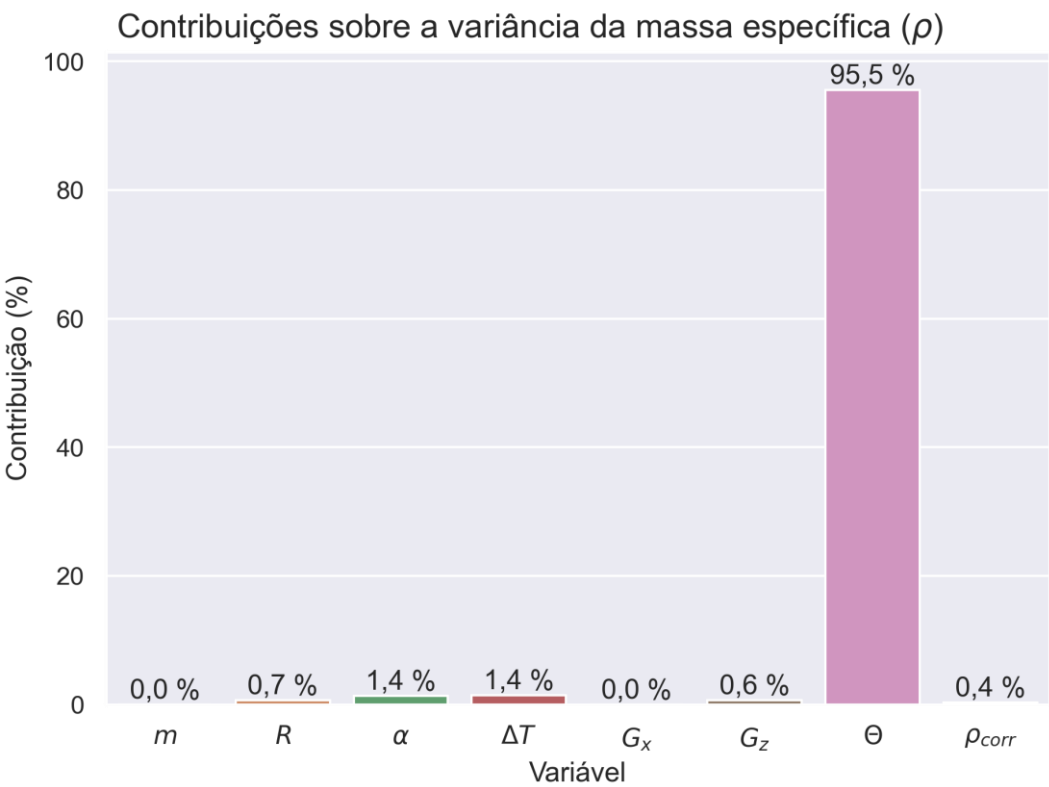


Figura 46: Visualização das contribuições relativas das variâncias das grandezas que compõem ρ .

4.5.1.1.1.1.1.

Considerações construtivas

A análise de sensibilidade revelou que quase a totalidade da variância resulta da obtenção da inclinação $\theta = \tan \theta$. Adicionalmente, foi visto que a maior causa para o alto valor de $u(\theta)$ foi a necessidade da tomada da incerteza das medidas de todos os blocos tratando como um único conjunto de dados, ou seja, causada essencialmente pela diferença entre as médias de cada um dos blocos e a medida obtida a partir do densímetro do laboratório, incorporando a sua incerteza indiretamente.

Ainda, como foi possível observar na Figura 39, o bloco com a maior massa específica também foi o que apresentou o maior desvio-padrão e a maior diferença em relação à medida de laboratório. Devido a isso, é recomendável realizar mais experimentos para a faixa mais alta de massa específica, especialmente considerando que podem estar presentes problemas de repetibilidade ainda não identificados.

Outra estratégia para reduzir a incerteza geral do sistema é simplesmente não utilizar os valores do último bloco, descartando-o, uma vez que ele é o que mais se desvia do seu valor de referência (maior resíduo na Figura 39). Isso, por causa da redução de cinco para quatro valores de referência experimentais, deixaria frágil a caracterização no intervalo de medição acima do penúltimo bloco, pois os valores de incerteza obtidos seriam tomados a partir da extrapolação da função $u(\rho)$ para além dos limites experimentais.

Ainda assim, foi feita uma simulação de como os valores finais ficariam. De forma geral, a incerteza $u(\theta)$ foi reduzida a 1/3 do seu valor original, reduzindo $u(\rho)$ aproximadamente pela metade. Para fins de comparação com as Figuras 39, 44 e 46, foram geradas, respectivamente, as Figuras 47, 48 e 49.

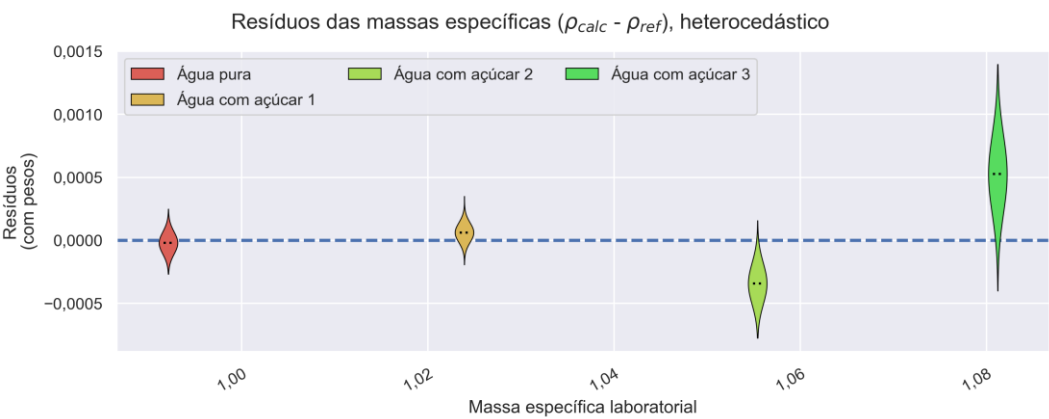


Figura 47: Simulação dos resíduos entre as densidades medidas em laboratório e as calculadas pelo medidor, desconsiderando o último bloco e considerando a heterocedasticidade.

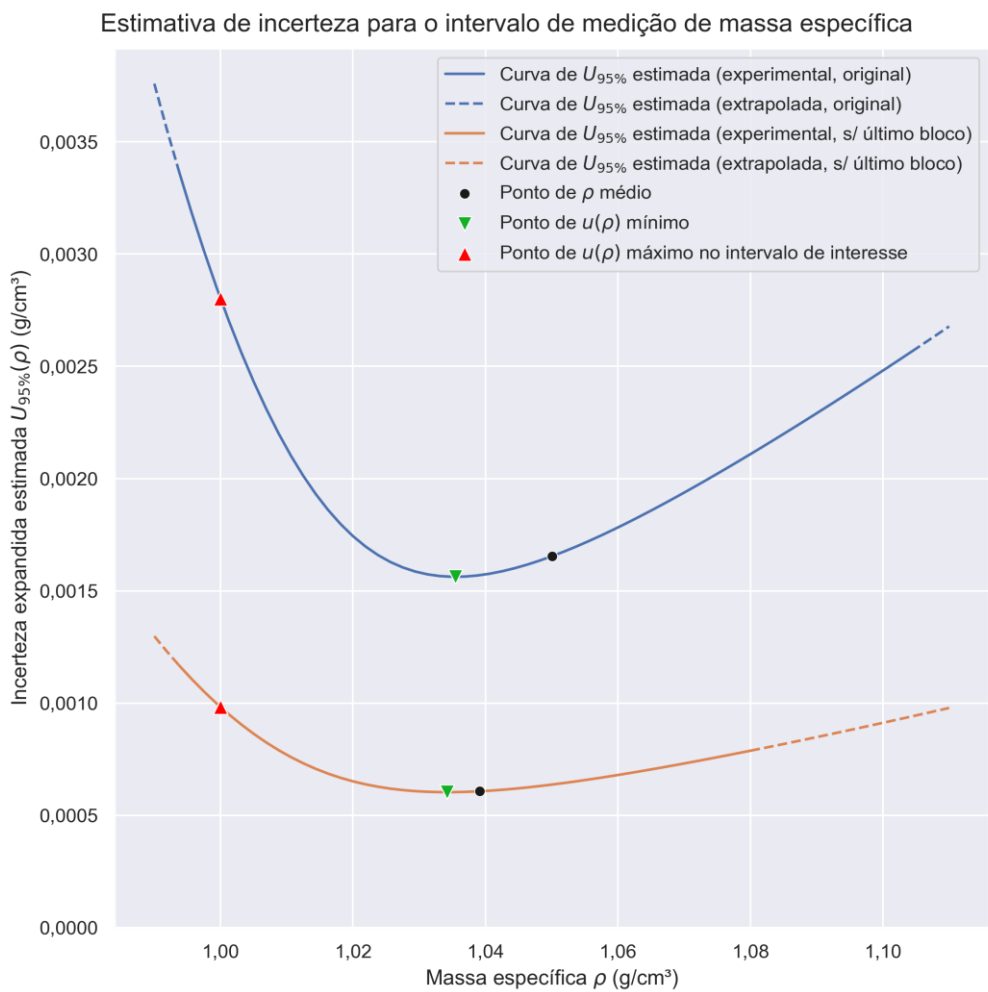


Figura 48: Simulação da curva de incerteza $u(\rho)$, desconsiderando o último bloco, mas mantendo a extrapolação de $U_{95\%}(\rho)$ até o final da faixa (1,1000 g/cm³), com $k = 1,96$.

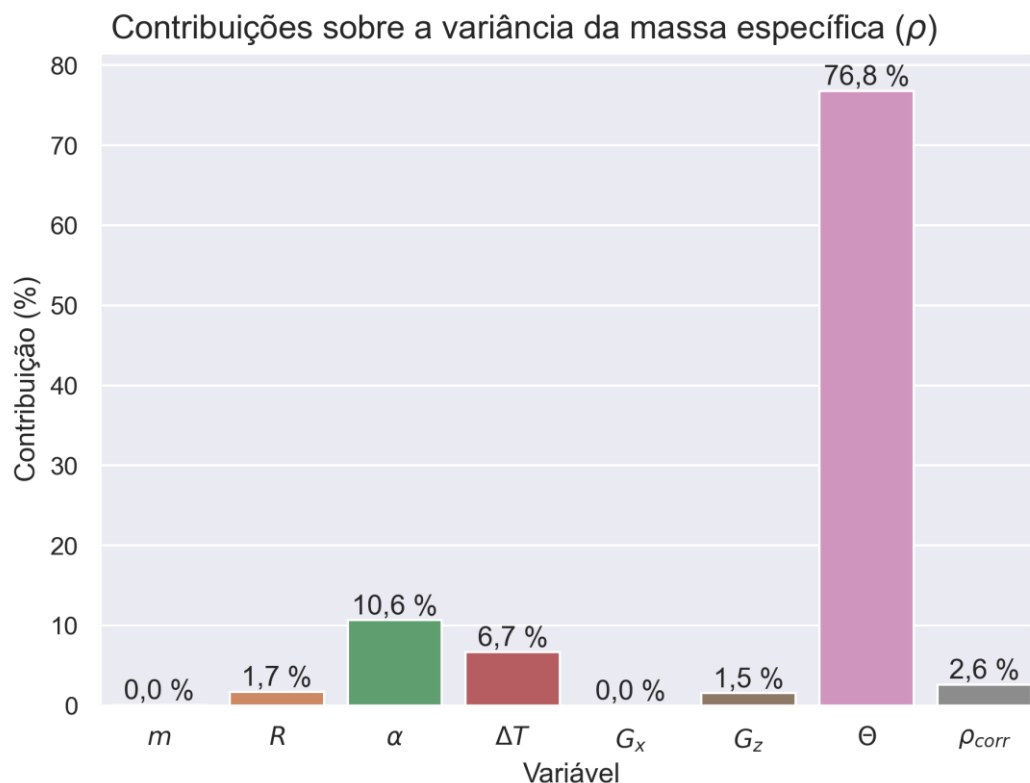


Figura 49: Simulação da contribuição das incertezas das grandezas de entrada sobre $u(\rho)$, desconsiderando o último bloco.

De forma complementar, também é possível tentar reduzir a incerteza $u(\theta)$ por meio de modificações na construção do medidor. Por exemplo, um aumento do diâmetro e do comprimento do invólucro, associado a um aumento do lastro, afetariam R , m , G_x e G_z e, consequentemente, os coeficientes de contribuição calculados pelas equações da Tabela 4. De forma especial, G_z foi mencionado não apenas porque seu valor consta dos coeficientes, mas também porque pode contribuir para reduzir a incerteza da componente a_z , que é a maior contribuição sobre $u(\theta)$ segundo a Figura 45 e, portanto, também sobre $u(\rho)$. Além disso, o formato do medidor pode também ser completamente alterado, tomando uma forma diferente, tal como os cascos de navios têm seu formato projetado para atender a múltiplas características desejadas. No entanto, este tipo de modificação ensejaria uma completa revisão das características de incerteza, não sendo mais aplicáveis os resultados deste trabalho.

Porém, ao realizar alterações mantendo-se a modelagem do medidor em estudo, também deve-se tomar cuidado para que a semiesfera do fundo do invólucro mantenha-se completamente submersa e para que a tampa fique completamente fora do líquido. Essas mudanças construtivas devem demandar uma reconstrução da Figura 44, para observar se será mantida a estimativa de incerteza em um nível aceitável, não apenas em um ponto médio, mas também em todo o intervalo de medição a ser utilizado na indústria.

Por fim, também é possível adquirir acelerômetros com menor ruído ou utilizar a média de alguns valores, como descrito nas seções 2.8 e 4.2. Apesar dessa solução utilizar mais bateria do medidor, a média de alguns poucos valores pode trazer uma significativa diminuição da variância, se a eq. (35) se aplicar, ou mesmo se houver redução inferior, conforme visto na Tabela 9. O autor entende que essa solução é barata e simples, especialmente ponderando que o tempo de amostragem do termômetro é consideravelmente maior que a do acelerômetro e que este tem baixo consumo de energia. O uso desse recurso é corroborado pelo código do iSpindel, que utiliza técnica semelhante.

Para reforçar esse ponto, pode-se utilizar a condição da equação 8-9 de Skoog (SKOOG *et al.*, 2013), reproduzida na eq. (52), para estimar o número mínimo de amostras necessárias para atender a um desvio-padrão relativo desejado. Como é um método iterativo devido ao valor de t , que também depende de N para indicar o número de graus de liberdade, a equação pode ser executada algumas vezes até que convirja. Para os dados obtidos e considerando um desvio-padrão máximo desejado de 0,05 % (metade da terceira casa decimal, nas condições do resultado da Tabela 18), o valor de medidas obtido foi $N = 12$.

$$N = \frac{t^2 s_s^2}{\bar{x}^2 \sigma_r^2} = \frac{(1,96)^2 (0,00084)^2}{(1,05003)^2 (0,0005)^2} \cong 9,9 \dots 12,4 \quad (52)$$

Na situação original (mantendo o último bloco de referência), as contribuições sobre a incerteza a partir da segunda casa decimal mais significativa têm pouca relevância. No entanto, como a situação pode ser diferente em outros experimentos, a depender da calibração realizada, as próximas duas maiores contribuições também foram analisadas, caso a incerteza $u(\theta)$ seja reduzida.

Para reduzir a segunda maior contribuição, $u(\Delta T)$, há três possibilidades mais simples:

1. Realizar o experimento em um ambiente com a temperatura controlada mais cuidadosamente que o ambiente utilizado na experiência. Um exemplo de melhor controle de temperatura seria a utilização de uma geladeira com a temperatura monitorada e ajustada frequentemente.
2. Utilizar um termômetro com melhor resolução. Um desses está, inclusive, disponível no próprio equipamento físico do protótipo utilizado, pois o circuito integrado MPU6050 possui também um termômetro embutido. Entretanto, como o projetista desse protótipo colocou o módulo do acelerômetro abaixo do “D1”, que enfrenta elevado autoaquecimento, os valores registrados por esse termômetro tendem a ser maiores que a temperatura do invólucro do medidor.
3. Utilizar um material com menor coeficiente de dilatação térmica α . Isso reduziria o coeficiente de contribuição indicado na Tabela 4.

A terceira maior contribuição, $u(\alpha)$, pode ser diminuída de algumas formas diferentes. Alguns exemplos são:

1. Utilizar outro material, com menor incerteza em α .
2. Consultar o fabricante do invólucro e obter um valor (potencialmente) menor para a incerteza $u(\alpha)$, caso o fabricante tenha esse valor.
3. Manter o ponto de operação mais próximo da temperatura de referência, diminuindo assim a variação da temperatura ΔT e, consequentemente, a contribuição listada na Tabela 4.
4. Obter um valor de α para uma temperatura de referência mais próxima ao ponto de operação.

5 Conclusões e recomendações

5.1 Conclusões

Ao final deste trabalho, todos os objetivos, geral e específicos, foram atingidos.

A caracterização metrológica de densímetros que utilizam o princípio do deslocamento do centro de carena pode ser considerada concluída em sua forma elementar, restando apenas alguns pontos listados como possibilidades de trabalhos futuros na seção 5.2.

Foi realizada a modelagem matemática dos fenômenos utilizados para a medição da massa específica, de forma que foi estabelecida uma relação entre as grandezas envolvidas — sejam as consideradas fixas, sejam as medições de entrada — e a grandeza de saída esperada. A modelagem também incluiu a aplicação de métodos para a avaliação da incerteza, de forma que foi possível elaborar um experimento e transformá-lo em um procedimento de calibração.

Foram também realizados experimentos com um medidor modificado para verificação e validação dos resultados. Com eles, foi possível obter dados e uma melhor compreensão de como o medidor se comporta. Junto ao procedimento de calibração, os dados puderam ser usados para produzir resultados de medição, tanto em relação a valores quanto a incertezas. Esses resultados indicaram que, para um intervalo de medição de 1,0000 a 1,1000 g/cm³, a média é $\bar{\rho} = 1,0500$ (conforme esperado, no centro da faixa) e a incerteza expandida é $U_{95\%}(\rho) = \pm 0,0028$ g/cm³ para $k = 1,96$.

Os resultados experimentais também serviram de base para a validação do modelo matemático e do uso da primeira e segunda ordens da Série de Taylor no GUM. As duas ordens para a aproximação da série de Taylor da metodologia do GUM foram idênticas para a escolha de representação utilizada (quinta casa decimal, equivalente a dois dígitos significativos na incerteza). Para a validação do modelo obtido pela metodologia do GUM, foi utilizado o Método de Monte Carlo

do suplemento 1 do GUM (MMC) e o teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov (KS). O MMC indicou a validade do método, com uma diferença máxima (arredondada) de 0,00002 entre os valores do intervalo de abrangência. O teste KS indicou que o resultado provavelmente pertence a uma distribuição normal.

Quanto à sensibilidade, foi mostrado que, para as condições escolhidas, a maior contribuição para a variância da massa específica vem da variância do ângulo, que corresponde a 95,5 % do total. Esta, por sua vez, depende fortemente (77,7 %) da medição da componente a_z de aceleração, enquanto depende muito pouco (3,4 %) da componente a_y . Outro aspecto interessante é que a segunda e terceira maiores contribuições, α e ΔT , que juntas respondem por 2,8 % da variância combinada, são associadas à correção de temperatura, que não é feita no medidor original. No caso do descarte do último bloco de medição para calibração, como proposto na seção de Considerações construtivas, essas variáveis somam 17,3 % da contribuição, tornando-se mais relevantes.

Por fim, a partir dos pontos mais relevantes indicados pela análise de sensibilidade, foram propostos pontos em que a implementação do medidor atual poderia ser modificada e melhorada, de forma que ele possa, no futuro, ter sua incerteza de medição reduzida ainda mais, caso seja necessário. Desses pontos, o que indicou melhor resultado em simulações foi a limitação da calibração a uma faixa de operação menor, caso a aplicação não demande que sejam realizadas medições de líquidos de densidades maiores.

5.2

Sugestões de trabalhos futuros

Apesar do presente trabalho ter alcançado os objetivos propostos, algumas questões que podem ser mais bem trabalhadas foram levantadas. Elas estão indicadas abaixo:

1. Avaliar o efeito da aderência de bolhas de ar ou CO_2 à superfície do medidor.
2. Avaliar os efeitos da pressão atmosférica e hidrostática.
3. Avaliar o efeito da falta de homogeneidade na cerveja, especialmente a causada pela floculação de superfície, sobre o desvio-padrão e a média das medições e sobre a massa específica resultante.

4. Calcular a incerteza inserida no sistema devido à rotação vetorial no ajuste de zero.
5. Avaliar melhor o impacto da temperatura sobre os resultados.
6. Verificar se o termômetro do MPU6050 pode ser usado quando a taxa de amostragem for consideravelmente menor, o que resultaria em menor autoaquecimento do módulo CPU/Wi-Fi.
7. Considerar características como umidade relativa do ar, gravidade e outros de (UKAS, 2019) item 2.11.5.
8. Avaliar melhor o efeito das covariâncias, especialmente as de a_x , a_y e a_z , e o impacto delas sobre os valores de G_x , G_z e R .
9. Verificar se é possível realizar uma calibração apenas com os valores obtidos para água pura, utilizando o “experimento de inclinação” usado em engenharia naval.
10. Analisar melhor os motivos que fazem com que um teste de normalidade seja rejeitado, especialmente na presença de quantização.
11. Analisar a melhor forma de realizar um teste de normalidade para um grande número de pontos.
12. Avaliar efeitos do uso estatístico da média em relação à amostragem em frequências diferentes.

Referências bibliográficas

ABNT. **ABNT NBR ISO 9000:2015 - Sistemas de gestão da qualidade - Fundamentos e vocabulário.** [S. l.], 2015a. Disponível em: <https://www.abntcatalogo.com.br/norma.aspx?Q=SWMwZVdSNHFXaWlrRW0yYmtTbTJCRWgyZitSMXJPWFJjbkRaRGFIdjArdz0=>. Acesso em: 9 fev. 2019.

ABNT. **ABNT NBR ISO 9001:2015 - Sistemas de gestão da qualidade - Requisitos.** , 2015b. Disponível em: <https://www.abntcatalogo.com.br/norma.aspx?ID=345041>. Acesso em: 9 fev. 2019.

ABNT. **ABNT NBR ISO 9004:2010 Versão Corrigida:2010 - Gestão para o sucesso sustentado de uma organização — Uma abordagem da gestão da qualidade.** [S. l.], 2010. Disponível em: <https://www.abntcatalogo.com.br/norma.aspx?Q=cDYyQVJ1L0dDLytmc3lwMm9TU0oyeEpvb1QyQUZY3I2Zm9BSERoS1pUMD0=>. Acesso em: 10 fev. 2019.

ABNT. **ABNT NBR ISO/IEC 17025 - Requisitos gerais para a competência de laboratórios de ensaio e calibração.** Terceiraed. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.

ALEXANDER, H. **Determining Measurement Uncertainty for Dimensional Measurements.** Perry Johnson Laboratories (PJLA), , 2008. Disponível em: http://www.pjllabs.com/downloads/td_Determining%20Measurement%20Uncertainty%20for%20Dimensional%20Measurements-Part%201.pdf. Acesso em: 23 ago. 2021.

ALLEN, M. B.; ISAACSON, E. L. **Numerical analysis for applied science.** Second editioned. Hoboken, NJ: Wiley, 2019. (Pure and applied mathematics).

ANVISA. **Materiais em contato com alimentos.** 5ª ediçãoed. Brasília: [s. n.], 2020. (Perguntas & Respostas). *E-book*. Disponível em: <https://www.gov.br/anvisa/pt-br/centraisdeconteudo/publicacoes/alimentos/perguntas-e-respostas-arquivos/embalagens-materiais-em-contato-com-alimentos.pdf>. Acesso em: 6 mar. 2022.

BARON, N. A.; BRYANT, T. M. **Free Floating Tilt Hydrometer.** Depositante: United States. US20140260607A1. Depósito: 15 mar. 2013. Concessão: 18 set. 2014.

BARON, N. A.; BRYANT, T. M. **Free floating tilt hydrometer.** Depositante: United States. US9234828B2. Depósito: 15 mar. 2013. Concessão: 12 jan. 2016.

BATISTA, E.; PATON, R. The selection of water property formulae for volume and flow calibration. **Metrologia**, [s. l.], v. 44, n. 6, p. 453–463, 2007.

BATISTA, E.; PATON, R. The selection of water property formulae for volume and flow calibration and measurement. **Metrologia**, [s. l.], v. 55, n. 5, p. 731–746, 2018.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. **Mecânica Vetorial para Engenheiros - Estática**. Tradução: Adolpho Hengeltraub. 5ª Ed. Revisada. São Paulo: Makron Books, 1994. (Mecânica Vetorial para Engenheiros, v. 1).

BIPM. **Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012)**. Tradução: INMETRO. 3ªed. Duque de Caxias, RJ: INMETRO, 2012. *E-book*. Disponível em: http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/vim_2012.pdf.

CALÇADA, C. S.; SAMPAIO, J. L. **Física Clássica - Dinâmica, estática e hidrostática**. São Paulo: Atual, 1985a. (Física clássica). v. II

CALÇADA, C. S.; SAMPAIO, J. L. **Física Clássica - Termologia**. São Paulo: Atual, 1985b. (Física clássica). v. IV

CALLAHAN, G. E. **Device for measuring the density of liquids**. Depositante: United States. US4037481A. Depósito: 12 maio 1975. Concessão: 26 jul. 1977.

CALLIOLI, C. A.; DOMINGUES, H. H.; COSTA, R. C. F. **Álgebra linear e aplicações**. [S. l.]: Atual, 1987.

CARDOSO, L. M. G. **Monitoramento de baixo custo aplicado a processos biotecnológicos: estudo de caso da produção de cerveja artesanal**. 2017. 89 f. Dissertação de Mestrado[s. l.], 2017. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/handle/1843/BUOS-ARLJLR>. Acesso em: 1 abr. 2019.

CHEN, W. A comparative study of uncertainty propagation methods for black-box-type problems. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, [s. l.], v. 37, p. 239–253, 2009.

CONMETRO. **Diretrizes Estratégicas para a Metrologia Brasileira**. Dispõe sobre a aprovação do documento “Diretrizes Estratégicas para a Metrologia Brasileira 2018-2022”. 26 jul. 2017. Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/legislacao/resc/pdf/RESC000261.pdf>.

DDBST. **DDBSP - Dortmund Data Bank Software Package**. , 2012. Disponível em: <http://www.ddbst.com/files/files/ddbsp/2012/Documentation/PCPEquationFit.pdf>. Acesso em: 3 dez. 2019.

DE GIERS, C. A. **Liquid gravity and weight gauge**. Depositante: United States. US2691296A. Depósito: 14 nov. 1949. Concessão: 12 out. 1954.

DOIRON, T. Uncertainties Related to Thermal Expansion in Dimensional Metrology. **NCSLI Measure**, [s. l.], v. 1, n. 4, p. 32–37, 2006.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar, 9: geometria plana**. 6ª Ediçãoed. São Paulo (SP): Atual, 1990. (Fundamentos de matemática elementar, v. 9).

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica**. 5ª Ediçãoed. São Paulo (SP): Atual, 1993. (Fundamentos de matemática elementar, v. 10).

ENGINEERING TOOLBOX. **Coefficients of Linear Thermal Expansion**. [S. l.], 2003. Disponível em: https://www.engineeringtoolbox.com/linear-expansion-coefficients-d_95.html. Acesso em: 7 dez. 2020.

ESPRESSIF SYSTEMS. **ESP8266EX Datasheet**. [S. l.: s. n.], 2020. Disponível em: https://www.espressif.com/sites/default/files/documentation/0a-esp8266ex_datasheet_en.pdf. Acesso em: 16 jun. 2021.

EUROPEAN CO-OPERATION FOR ACCREDITATION. **EA-4/02 - Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration**. [S. l.: s. n.], 2013. Disponível em: <https://european-accreditation.org/wp-content/uploads/2018/10/ea-4-02-m-rev01-september-2013.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2021.

FARIAS, S. L. de *et al.* AVALIAÇÃO METROLÓGICA DA CURVA ANALÍTICA PARA DETERMINAÇÃO DO TEOR DE ENXOFRE EM BAIXÍSSIMAS CONCENTRAÇÕES EM ÓLEO DIESEL S-10. **Química Nova**, [s. l.], v. 38, n. 6, p. 852–858, 2015.

FEHLAUER, H.; WOLF, H. Density reference liquids certified by the Physikalisch-Technische Bundesanstalt. **Measurement Science and Technology**, [s. l.], v. 17, n. 10, p. 2588–2592, 2006.

FOGAÇA, J. **Vidrarias de laboratório. Vidrarias de laboratório de Química**. [S. l.], [s. d.]. Disponível em: <https://www.manualdaquimica.com/quimica-geral/vidrarias-laboratorio.htm>. Acesso em: 7 dez. 2020.

FORTUNE SEMICONDUCTOR CORPORATION. **Datasheet DW01x - One Cell Lithium-ion/Polymer Battery Protection IC**. [S. l.: s. n.], 2014. Disponível em: https://www.ic-fortune.com/upload/Download/DW01x-DS-17_EN_53550.pdf. Acesso em: 16 jun. 2021.

FURTADO, A. *et al.* Oscillation-type density meter calibration in viscosity by icumsa sucrose solutions. *Em*: , 2015, Prague, Czech republic. **XXI IMEKO World Congress “Measurement in Research and Industry”**. Prague, Czech republic: [s. n.], 2015. p. GTM Praha s.r.o.; Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH; Mettler-Toledo; RADWAG; SPEKTRA Schwingungstechnik und Akustik GmbH Dresden; STMicronics-

GILDSETH, W.; HABENSCHUSS, A.; SPEDDING, F. H. Precision measurements of densities and thermal dilation of water between 5.deg. and 80.deg. **Journal of Chemical & Engineering Data**, [s. l.], v. 17, n. 4, p. 402–409, 1972.

GROSS, D. *et al.* **Statics – Formulas and Problems**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017. *E-book*. Disponível em:

<http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-53854-8>. Acesso em: 29 out. 2019.

GUANGDONG HOTTECH INDUSTRIAL CO., LTD. **8205A Dual N-Channel Enhancement Mode MOSFET**. [S. l.: s. n.], 2013. Disponível em: <https://www.maritex.com.pl/product/attachment/91261/8205A.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2021.

GUPTA, S. V. **Measurement Uncertainties: Physical Parameters and Calibration of Instruments**. [S. l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

GUPTA, S. V. **Practical Density Measurement and Hydrometry**. [S. l.]: CRC Press, 2002.

HARRIS, P. M.; COX, M. G.; SMITH, I. M. **Software specifications for uncertainty evaluation**. [S. l.], 2010. Report/Guide. Disponível em: <http://eprintspublications.npl.co.uk/4656/>. Acesso em: 22 abr. 2020.

HIRATA, M. K.; RIGITANO, R. C. **Centro de massa**. , 2005. Disponível em: https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2005/MiguelK-Rigitano_RF.pdf. Acesso em: 20 mar. 2019.

INVENSENSE INC. **MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4**. [S. l.]: Invensense Inc., 2013. Datasheet. Disponível em: <https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2021.

ISO. **ISO 387:1977 - Hydrometers — Principles of construction and adjustment**. , 1977. Disponível em: <http://www.iso.org/cms/render/live/en/sites/isoorg/contents/data/standard/00/43/4371.html>. Acesso em: 12 nov. 2019.

ISO. **ISO 4801:1979 - Glass alcoholometers and alcohol hydrometers not incorporating a thermometer**. , 1979. Disponível em: <http://www.iso.org/cms/render/live/en/sites/isoorg/contents/data/standard/01/07/10780.html>. Acesso em: 12 nov. 2019.

ISO. **ISO 12154:2014 - Determination of density by volumetric displacement — Skeleton density by gas pycnometry**. , 2014. Disponível em: <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:12154:ed-1:v1:en>. Acesso em: 12 nov. 2019.

ISO. **ISO/TR 20461:2000 - Determination of uncertainty for volume measurements made using the gravimetric method**. , 2000. Disponível em: <http://www.iso.org/cms/render/live/en/sites/isoorg/contents/data/standard/03/41/34183.html>. Acesso em: 12 nov. 2019.

ISPINDEL.DE. **Calibration**. [S. l.], [s. d.]. Disponível em: http://www.ispindel.de/docs/Calibration_en.html. Acesso em: 6 set. 2020 a.

ISPINDEL.DE. **Documentação do iSpindle | iSpindel**. [S. l.], [s. d.]. Disponível em: http://www.ispindel.de/docs/README_pt.html. Acesso em: 28 out. 2019 b.

JANSSEN, H. Monte-Carlo based uncertainty analysis: Sampling efficiency and sampling convergence. **Reliability Engineering & System Safety**, [s. l.], v. 109, p. 123–132, 2013.

JCGM 100. **Avaliação de dados de medição — Guia para a expressão de incerteza de medição**. Tradução: INMETRO. 1ª Edição Brasileira da 1ª Edição do BIPM de 2008ed. Duque de Caxias, RJ: INMETRO/CICMA/SEPIN, 2012. *E-book*. Disponível em: http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/gum_final.pdf. Acesso em: 20 maio 2018.

JCGM 100. **Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement**. First edition 2008, Corrected version 2010ed. [S. l.]: Published by the JCGM in the name of the BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML., 2008. *E-book*. Disponível em: <https://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>. Acesso em: 9 jun. 2019.

JCGM 101. **Avaliação de dados de medição — Suplemento 1 do “Guia para a expressão de incerteza de medição” — Propagação de distribuições usando um método de Monte Carlo**. Tradução: Antonio Carlos Baratto *et al.* 1ª Edição Brasileira da 1ª Edição do BIPM de 2008ed. [S. l.]: ABNT, 2020.

JCGM 101. **Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method**. [S. l.]: Published by the JCGM in the name of the BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML., 2008. *E-book*. Disponível em: https://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_101_2008_E.pdf. Acesso em: 21 abr. 2020.

KAHAN, W. **Lecture Notes on the Status of IEEE Standard 754 for Binary Floating-Point Arithmetic**. 10 jan. 1997. Disponível em: <https://people.eecs.berkeley.edu/~wkahan/ieee754status/IEEE754.PDF>.

KHAN ACADEMY. **Triple integrals in cylindrical coordinates**. [S. l.], [s. d.]. Disponível em: <https://www.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/integrating-multivariable-functions/triple-integrals-a/a/triple-integrals-in-cylindrical-coordinates>. Acesso em: 1 abr. 2019.

LANG, V. S. iSpindel — Die Idee. **brau!magazin**, [s. l.], n. 2018–01, 2018. Disponível em: <https://braumagazin.de/article/ispindel-die-idee/>. Acesso em: 22 abr. 2019.

LANG, S. **Release 6.3.1 · universam1/iSpindel**. C++. Versão 6.3.1. [S. l.: s. n.], 2020. *E-book*. Disponível em: </universam1/iSpindel/releases/tag/6.3.1>. Acesso em: 6 jun. 2021.

LEVENBERG, K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. **Quarterly of Applied Mathematics**, [s. l.], v. 2, n. 2, p. 164–168, 1944.

LOREFICE, S. *et al.* Design of an automatic apparatus for the calibration of on-line densimeters. *Em:* , 2007, Merida, Mexico. **20th IMEKO TC3**

International Conference on Measurement of Force, Mass and Torque 2007. Merida, Mexico: [s. n.], 2007. p. 348–355.

LOREFICE, S.; HEINONEN, M.; MADEC, T. Bilateral comparisons of hydrometer calibrations between the IMGC-LNE and the IMGC-MIKES. **Metrologia**, [s. l.], v. 37, n. 2, p. 141–147, 2000.

LOREFICE, S.; MALENGO, A. Calibration of hydrometers. **Measurement Science and Technology**, [s. l.], v. 17, n. 10, p. 2560–2566, 2006.

LUNSTROTH, K. **Pendulum densimeter**. Depositante: United States. US4236405A. Depósito: 2 jan. 1979. Concessão: 2 dez. 1980.

MAXIM INTEGRATED. **DS18B20 - Programmable Resolution 1-Wire Digital Thermometer**. [S. l.]: Maxim Integrated, 2019. Datasheet. Disponível em: <https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/DS18B20.pdf>. .

MENDONÇA, R. P. **Projeto de Lei 5191/2013**. 20 mar. 2013. Disponível em: <https://www.camara.leg.br/propostas-legislativas/568525>. Acesso em: 27 out. 2019.

MOFFAT, R. J. Contributions to the Theory of Single-Sample Uncertainty Analysis. **Journal of Fluids Engineering**, [s. l.], v. 104, n. 2, p. 250–258, 1982.

MONDEJAR, M. E.; SEGOVIA, J. J.; CHAMORRO, C. R. Improvement of the measurement uncertainty of a high accuracy single sinker densimeter via setup modifications based on a state point uncertainty analysis. **Measurement: Journal of the International Measurement Confederation**, [s. l.], v. 44, n. 9, p. 1768–1780, 2011.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 7th Editioned. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2008.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied statistics and probability for engineers**. 3rd eded. New York: Wiley, 2003.

MYERS, J. A. **Handbook of Equations for Mass and Area Properties of Various Geometrical Shapes**. [S. l.]: U.S. Naval Ordnance Test Station, 1962.

NEIBARON, N.; BRYANT, T.; OWENS, M. **Brewometer: Wireless Hydrometer and Thermometer**. [S. l.], 2014. Disponível em: <https://www.kickstarter.com/projects/baronbrew/brewometer-wireless-hydrometer-and-thermometer>. Acesso em: 4 jul. 2021.

NELDER, J. A.; MEAD, R. A Simplex Method for Function Minimization. **The Computer Journal**, [s. l.], v. 7, n. 4, p. 308–313, 1965.

NIST/SEMATECH. 1.3.3.24. Quantile-Quantile Plot. *Em*: E-HANDBOOK OF STATISTICAL METHODS. [S. l.: s. n.], 2013a. *E-book*. Disponível em: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/qqplot.htm>. Acesso em: 23 ago. 2021.

NIST/SEMATECH. 1.3.5.7. Bartlett's Test. *Em*: E-HANDBOOK OF STATISTICAL METHODS. [S. l.: s. n.], 2013b. *E-book*. Disponível em:

<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda357.htm>. Acesso em: 2 fev. 2022.

NIST/SEMATECH. 1.3.5.10. Levene Test for Equality of Variances. *Em: E-HANDBOOK OF STATISTICAL METHODS*. [S. l.: s. n.], 2013c. *E-book*. Disponível em: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35a.htm>. Acesso em: 2 fev. 2022.

NIST/SEMATECH. 1.3.5.11. Measures of Skewness and Kurtosis. *Em: E-HANDBOOK OF STATISTICAL METHODS*. [S. l.: s. n.], 2013d. *E-book*. Disponível em: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35b.htm>. Acesso em: 5 fev. 2022.

NIST/SEMATECH. 1.3.5.15. Chi-Square Goodness-of-Fit Test. *Em: E-HANDBOOK OF STATISTICAL METHODS*. [S. l.: s. n.], 2013e. *E-book*. Disponível em: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35f.htm>. Acesso em: 23 ago. 2021.

NIST/SEMATECH. 1.3.5.16. Kolmogorov-Smirnov Goodness-of-Fit Test. *Em: E-HANDBOOK OF STATISTICAL METHODS*. [S. l.: s. n.], 2013f. *E-book*. Disponível em: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35g.htm>. Acesso em: 23 ago. 2021.

NXP SEMICONDUCTORS. **UM10204 - I2C-bus specification and user manual**. , 2021. Disponível em: <https://www.nxp.com/docs/en/user-guide/UM10204.pdf>. Acesso em: 5 dez. 2021.

OZSAYAN, S. Another blow on the torn down wall-the inclining experiment. **Brodogradnja**, [s. l.], v. 70, n. 2, p. 135–153, 2019.

OZSAYAN, S.; TAYLAN, M. Another blow on the torn down wall-the inclining experiment. **Brodogradnja**, [s. l.], v. 70, n. 2, p. 135–153, 2019.

PAIXAO, Ronan Alves da; ROSA, Paulo Fernando Ferreira; NETO, Jacy Montenegro Magalhaes. An attitude heading and reference system: Basic concepts and prototype. *Em: AN ATTITUDE HEADING AND REFERENCE SYSTEM*, 2011. **Industrial Electronics (ISIE), 2011 IEEE International Symposium on**. [S. l.: s. n.], 2011. p. 2225–2230.

PAPP, D. IoT Device Pulls Its Weight In Home Brewing. *Em: HACKADAY*. 1 mar. 2017. Disponível em: <https://hackaday.com/2017/03/01/iot-device-pulls-its-weight-in-home-brewing/>. Acesso em: 1 jul. 2021.

PARK, J. T.; CHANG, K.-H. Application of statistics to oil density measurement. **Measurement**, [s. l.], v. 30, n. 2, p. 95–103, 2001.

PIETRAMALE, A. **Pivoted float hydrometer comprising movable calibration weight**. Depositante: United States. US3722292A. Depósito: 31 out. 1968. Concessão: 27 mar. 1973.

PORATH, M. de C.; DOLCI, R. Uncertainty of angular displacement measurement with a MEMS gyroscope integrated in a smartphone. **Journal of Physics: Conference Series**, [s. l.], v. 648, p. 012007, 2015.

PUSTOGVAR, A.; KULYAKHTIN, A. Sea ice density measurements. Methods and uncertainties. **Cold Regions Science and Technology**, [s. l.], v. 131, p. 46–52, 2016.

RAHMAN, M. M.; GOVINDARAJULU, Z. A modification of the test of Shapiro and Wilk for normality. **Journal of Applied Statistics**, [s. l.], v. 24, n. 2, p. 219–236, 1997.

RICHTER, M. *et al.* A two-sinker densimeter for accurate measurements of the density of natural gases at standard conditions. *Em:* , 2010. **International Journal of Thermophysics**. [S. l.: s. n.], 2010. p. 680–697. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s10765-010-0726-8>.

RICHTER, M. *et al.* Development of a special single-sinker densimeter for cryogenic liquid mixtures and first results for a liquefied natural gas (LNG). **Journal of Chemical Thermodynamics**, [s. l.], v. 93, p. 205–221, 2016.

ROCHON, J.; GONDAN, M.; KIESER, M. To test or not to test: Preliminary assessment of normality when comparing two independent samples. **BMC Medical Research Methodology**, [s. l.], v. 12, n. 1, p. 81, 2012.

SALICONE, S. **Measurement Uncertainty: An Approach via the Mathematical Theory of Evidence**. [S. l.]: Springer Science & Business Media, 2007.

SCHWEN, R.; WEBER, T. **Density measuring apparatus, with plurality of pivoted float indicators of differing buoyancies**. Depositante: United States. US3908467A. Depósito: 23 nov. 1973. Concessão: 30 set. 1975.

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). **Biometrika**, [s. l.], v. 52, n. 3/4, p. 591–611, 1965.

SHENZHEN FINE MADE ELECTRONICS GROUP CO., LTD. **TC4056A 1A Linear lithium ion battery charger**. [S. l.: s. n.], [s. d.]. Datasheet. Disponível em: <https://content.instructables.com/ORIG/FJS/OP3G/K54FYAIK/FJSOP3GK54FYAIK.pdf>. .

SKOOG, D. A. *et al.* **Fundamentals of Analytical Chemistry**. [S. l.]: Cengage Learning, 2013.

STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L. **Aircraft control and simulation**. New York: Wiley, 1992.

STUART-BRUGES, W. P. **Fluid densitometer with excentrically supported float/weight assembly**. Depositante: European Union. EP1166081A1. Depósito: 31 mar. 2000. Concessão: 2 jan. 2002.

SUI, X. W. *et al.* The valuation of uncertainty on cylinder shell resonating density meter. *Em:* , 2009, Shenyang, China. **Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering**. Shenyang, China: [s. n.], 2009. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1117/12.807608>.

TEGELAOR, P. Measurement uncertainty in the determination of weight and centre of gravity of large (offshore) modules, using strain gauge load cells. *Em:* , 1984, Singapore, Singapore. **Society of Petroleum Engineers - Southeast Asia Show, SEA 1984**. Singapore, Singapore: [s. n.], 1984. p. 991–9110.

TELLET, D. (org.). Mass Properties Measurement. *Em: Handbook of Measurement in Science and Engineering*. [S. l.]: American Cancer Society, 2013. p. 259–300. *E-book*. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9781118436707.hmse009>. Acesso em: 3 nov. 2019.

TROESTER, K. **Yeast Growth and the Question of Quality vs. Quantity | Braukaiser**. [S. l.], 2013. Disponível em: <http://braukaiser.com/blog/blog/2013/05/19/yeast-growth-and-the-question-of-quality-vs-quantity/>. Acesso em: 30 dez. 2021.

UKAS. **M3003 - Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement**. 4. ed. United Kingdom: United Kingdom Accreditation Service, 2019. *E-book*. Disponível em: <https://www.ukas.com/download/publications/publications-relating-to-laboratory-accreditation/M3003-Expression-of-Uncertainty-and-Confidence-in-Measurement-Edition-4-October-2019.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2020.

VÁSQUEZ, J. D. H. *et al.* An alternative gravimetric measurement standard for calibration of liquid flow meters. **Flow Measurement and Instrumentation**, [s. l.], v. 58, p. 87–96, 2017.

VIRTANEN, P. *et al.* SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. **Nature Methods**, [s. l.], v. 17, p. 261–272, 2020.

WAGNER, W. *et al.* New, accurate single-sinker densitometer for temperatures from 233 to 523 K at pressures up to 30 MPa. **International Journal of Thermophysics**, [s. l.], v. 16, n. 2, p. 399–411, 1995.

WANG, M.-B. *et al.* Flexible center of gravity measurement method and uncertainty evaluation. **Guangxue Jingmi Gongcheng/Optics and Precision Engineering**, [s. l.], v. 27, n. 7, p. 1500–1507, 2019.

WEISSTEIN, E. W. **Cylindrical Segment**. [S. l.], 2010. Text. Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/CylindricalSegment.html>. Acesso em: 1 abr. 2019.

WEISSTEIN, E. W. **Hemisphere**. [S. l.], 2002. Text. Disponível em: <https://mathworld.wolfram.com/Hemisphere.html>. Acesso em: 12 jul. 2021.

WHITE, C.; ZAINASHEFF, J. **Yeast: The Practical Guide to Beer Fermentation**. Boulder, CO: Brewers Publications, 2010.

WILCZYNSKI, V.; KNOWLES, P.; DIEHL, W. Uncertainty Analysis of a Vessel's Metacentric Height. *Em: PROBABILISTIC SAFETY ASSESSMENT AND MANAGEMENT CONFERENCE*, 1998, New York, NY. **Anais [...]**. New York, NY: [s. n.], 1998.

WOODWARD, M. D. *et al.* Uncertainty analysis procedure for the ship inclining experiment. **Ocean Engineering**, [s. l.], v. 114, p. 79–86, 2016.