7
Digressões

I - Poderíamos nos questionar aqui se essa condição é suficiente para garantir que a noção de verdade resultante de uma teoria da verdade que a satisfaz se comporte adequadamente, no sentido que especificamos. Não parece que seja possível se obter uma prova disso, senão por inspeção direta de cada sentença não-problemática em que o predicado 'é verdadeira' ocorre. A razão pela qual pensamos que o *bom comportamento* de um dado conceito teórico de verdade não pode ser objeto de uma prova reside no fato de ser difícil – talvez impossível – precisar essa noção de bom comportamento. Estamos dizendo que dada noção teórica de verdade se comporta bem, do ponto de vista material, se ela pode ser empregada *adequadamente* nos contextos em que a noção pré-teórica de verdade era utilizada de modo *não-problemático*. Por uma utilização *não-problemática* da noção pré-teórica de verdade podemos entender uma utilização dessa noção em uma sentença que não acarrete uma contradição, como a sentença do mentiroso. Já o que podemos entender por um emprego *adequado* de dada noção teórica de verdade nos contextos em questão é algo mais difícil de tornar preciso. Normalmente pode-se lidar com essas questões de adequação material de um conceito por meio da noção de substituição *salva veritate*. Assim, poderíamos dizer que dada noção teórica do conceito de um som agudo é adequada do ponto de vista material – isto é, define *som agudo*, e não outra coisa – se for possível substituir *salva veritate* o predicado 'é agudo', aplicado a um som, pela noção teórica em questão (por exemplo, substituir 'é agudo' por 'possui uma freqüência de onda superior a tantos Hz') em todos os contextos não-problemáticos em que esse predicado é utilizado. Obviamente, nos contextos problemáticos, especificados pela teoria do conceito sob consideração, o valor de verdade pode variar, ou mesmo podemos ter que a noção em questão deixa de ser aplicável a um dado objeto em um determinado contexto problemático. Ora, no caso do conceito de verdade, tentar precisar a noção de uso adequado lançando mãos da noção de substituição *salva veritate*, como é evidente, seria algo viciosamente circular.

Dadas essas circunstâncias parece que nos restam apenas duas opções no caso sob consideração. Uma delas consiste em considerar adequados os usos de dada noção teórica de verdade em contextos nos quais a noção pré-teórica é usada de modo não-problemático caso os indivíduos que dominam ambas as noções possam reconhecer intuitivamente que a noção teórica, por assim dizer, faz o mesmo trabalho que a noção pré-teórica fazia nos contextos em questão. Como esse critério é muito impreciso, não se ganha nada em termos de precisão ao fixá-lo como critério de adequação material de noções teóricas de verdade. A opção que resta seria abandonar essa exigência de que a noção teórica de verdade substitua adequadamente a noção pré-teórica nos contextos não-problemáticos em que a mesma é utilizada, e admitir, por exemplo, a satisfação da convenção T como condição suficiente para a adequação material.

Enfim, o que se quer, na realidade, quando se impõe condições de adequação material, é que o conceito teórico esteja ligado de alguma forma com o conceito pré-teórico que ele substitui. Não se quer simplesmente substituir a noção pré-teórica de verdade por qualquer outra noção, mesmo que nada tenha a ver com o que entendemos pré-teoricamente por uma proposição (digamos) verdadeira, desde que o problema com as antinomias seja resolvido. O que queremos é obter uma noção teórica de verdade que sirva para as mesmas coisas para as quais a noção pré-teórica servia nos contextos em que ela podia ser utilizada sem incorrer em paradoxos, e que se comporte nos contextos problemáticos de uma maneira tal que os paradoxos que apareciam nesses contextos quando a noção pré-teórica era utilizada não apareçam quando é utilizada a noção teórica. No que atine aos contextos problemáticos, pode-se testar a noção teórica em cada um deles de que se tenha conhecimento, e verificar que a noção em questão se comporta bem nesses casos, isto é, que ela não permite o surgimento de paradoxos quando é utilizada nesses contextos. O ideal, contudo, como é óbvio, é conseguir uma demonstração de consistência da teoria da verdade da qual emerge a noção teórica em questão. Uma maneira de se obter uma tal demonstração é simplesmente construir a definição de verdade na linguagem formal de uma teoria consistente. Em seu livro *The liar*, Barwise e Etchemendy pretendem que a consistência de sua definição de verdade esteja garantida pela consistência da teoria de conjuntos ZFC-AFA, em cuja linguagem a definição é construída[151]. Entretanto, isso nem sempre é fácil de se fazer. A construção de

[151] Cf. BARWISE & ETCHEMENDY, 1987, p. 191.

uma teoria da verdade para uma linguagem razoavelmente rica do ponto de vista sintático – incluiremos aqui a linguagem de qualquer teoria de 1ª ordem – geralmente requer recursos da teoria dos conjuntos, e, como se sabe, não há, até o presente, uma prova de consistência de nenhuma teoria axiomática de conjuntos. No caso mencionado de Barwise e Etchemendy, na realidade, também não há uma garantia de consistência da definição de verdade, uma vez que a demonstração da consistência de ZFC-AFA que foi obtida por Peter Aczel – o criador dessa teoria – é relativa à consistência de ZFC[152]. Agora, voltando aos contextos não-problemáticos, como vimos, parece ser difícil determinar um critério geral de bom comportamento de uma dada noção teórica. No entanto, talvez se possa adotar a convenção T como suficiente nesse sentido, uma vez que ela fornece aquilo que Tarski chamou de uma definição parcial[153] de verdade em todos casos. Intuitivamente, sabemos que a noção pré-teórica de verdade é tal que uma sentença (digamos) como ‘a neve é branca’, por exemplo, é verdadeira se e somente se a neve é branca. Então, se definirmos uma noção de verdade que se comporte dessa maneira em todos os casos não-problemáticos, teremos que ela vai substituir adequadamente a noção pré-teórica nesses casos, desde que a satisfação da convenção T seja uma nota característica apenas da noção de verdade, e não de qualquer outra de nossas noções semânticas pré-teóricas.

Para resumir, a situação é a seguinte. Nos contextos problemáticos, nossa noção pré-teórica de verdade falha, conduzindo a paradoxos. Nesses contextos, queremos de nossas noções teóricas apenas que sejam capazes de evitar os paradoxos, de modo a garantir a consistência da teoria da verdade da qual a noção teórica emerge, mesmo que seja mostrando que a noção teórica em questão não é aplicável nesses contextos, caso isso puder ser feito de modo razoavelmente intuitivo (e não de modo *ad hoc*). Já nos contextos não-problemáticos, queremos mais de nossa noção teórica de verdade: queremos, para utilizar o termo que estivemos evitando, que ela preserve o *sentido* da noção pré-teórica.

[152] É claro que não é possível obter uma prova absoluta da consistência de um sistema formal, já que uma prova de consistência deve utilizar algumas formas de inferência, e portanto deve sempre ser relativa à consistência de tal conjunto de regras. Contudo, a confiabilidade de uma prova de consistência aumenta quanto mais restrito for o conjunto de postulados utilizados na prova. O conjunto dos postulados da teoria de conjuntos ZFC, ou de qualquer outra teoria de conjuntos, certamente não é um bom exemplo de um conjunto razoavelmente restrito de postulados.

[153] Cf. TARSKI, 1993, p. 8.

Em nosso caso, no que se refere à adequação material, vamos proceder da seguinte maneira: i) assumiremos que a satisfação da convenção T é uma nota característica da noção de verdade apenas, de modo que uma definição formal qualquer que a satisfizer será considerada por nós como uma definição formal *do conceito de verdade*, e não de qualquer outro; ii) uma refutação dessa nossa suposição pode ser obtida, em princípio, caso pudermos apresentar uma sentença em que utilizamos sem problemas a noção pré-teórica de verdade, mas que resulta problemática[154] quando utilizamos nela uma definição formal de verdade que satisfaz a convenção T; iii) nos casos em que a utilização da noção pré-teórica de verdade produz paradoxos, dos quais temos conhecimento, vamos mostrar como a utilização da noção de verdade que resulta de nossa definição vai diluir tais paradoxos.

II – É uma questão interessante se é ou não aceitável falar em estados-de-coisas impossíveis. Do ponto de vista da física, há estados-de-coisas impossíveis que são atômicos, como uma partícula de matéria deslocando-se no espaço com uma velocidade superior à da luz. Entretanto, do ponto de vista puramente lógico um estado-de-coisas atômico sempre pode pertencer a um modelo, e portanto é sempre possível. De fato, o que é logicamente impossível são estados-de-coisas conjuntivos (ou outros estados-de-coisas moleculares, como o que é denotado por uma fórmula como '~ (φ v ~φ)') denotados por contradições. São esses estados-de-coisas que não podem pertencer a nenhum modelo. Como em nossa teoria, que será apresentada no capítulo 5, não admitiremos estados-de-coisas moleculares,

[154] O que vamos entender aqui por uma sentença que resulta problemática quando passamos a tomar uma ocorrência na mesma do predicado-verdade em um dado sentido especificado por uma definição formal vai depender do nosso grau de exigência no que atine à adequação material da definição em questão. Em um grau de exigência mais baixo, podemos entender que a utilização da noção teórica de verdade só torna problemática uma sentença que não o é quando utilizamos nela a noção pré-teórica de verdade caso a utilização da noção teórica produzir paradoxos em algum desses casos. Em um nível mais alto de exigência, contudo, podemos entender que uma dada noção teórica de verdade já é materialmente inadequada caso sua utilização em um sentido não-problemático modifique o sentido da sentença em que a noção pré-teórica de verdade é substituída pela noção teórica. Como dissemos acima, parece ser esse nível mais alto de exigência o que costumamos ter com relação às nossas noções teóricas que devem substituir um conceito pré-teórico. Mas é claro que, nesse caso, estamos às voltas com o problema de determinar as mudanças de sentido, já que o critério de substitutividade *salva veritate* não está disponível no caso do conceito de verdade. Na ausência de um critério razoável de sinonímia entre sentenças, a escolha das condições de adequação material vai se tornar um tanto arbitrária, e a adequação material da noção de verdade que vamos definir ficará dependente da correção de nossa suposição no item i) acima.

mas diremos que uma fórmula conjuntiva, por exemplo, denota um *conjunto* de estados-de-coisas atômicos (positivos ou negativos), vamos ter que qualquer estado-de-coisas é possível, no sentido de que pode pertencer a um modelo. Nesse caso, como as contradições serão tratadas em nossa teoria? Uma fórmula como 'φ & ~φ', se φ denotar algo, será considerada como denotando o conjunto de estados-de-coisas (ou a situação) $\{d\ (\varphi), d\ (\sim\varphi)\}$, onde d é uma função que dá a denotação de uma fórmula qualquer que possua uma denotação[155] (estamos aqui desconsiderando os contextos das fórmulas em questão, que serão levados em conta em nosso tratamento no capítulo 5). Ora, como um tal conjunto de estados-de-coisas não satisfaz uma condição que imporemos sobre os nossos modelos, a que chamamos *coerência* (cf. capítulo 5), teremos que ele não estará contido em nenhum modelo, de modo que nenhum modelo vai tornar verdadeira, no caso de nossa teoria, a *proposição* expressa pela fórmula contraditória em questão. Desse modo, não há em nosso tratamento estados-de-coisas impossíveis, mas há situações impossíveis, o que dá à nossa teoria um aspecto bem intuitivo no que respeita à questão sob consideração.

Note-se que estaremos então admitindo que contradições, desde que sejam fórmulas fundadas, e o mesmo vale para as tautologias, expressam proposições, e portanto transmitem informações, embora essas informações sejam vazias num certo sentido. E quanto à denotação de contradições e tautologias, o que ocorre em nosso tratamento é que, se denotarem algo, as contradições denotam situações impossíveis, que não estão contidas em nenhum modelo, e as tautologias denotam situações que estarão contidas em todos os modelos *maximais*. Assim, por exemplo, qualquer modelo maximal vai tornar verdadeira, como veremos no capítulo 5, a proposição expressa (se houver) por uma fórmula como '~ (φ & ~φ)', já que se φ for uma fórmula fundada e o modelo sob consideração for maximal, ou $d\ (\varphi)$ ou $d\ (\sim\varphi)$ deverá pertencer ao modelo (conforme o lema 5.1; cf. capítulo 5).

III – Sobre sentenças com mais de um nome próprio, pode-se dizer o seguinte: uma função f_s é definida do conjunto dos contextos no das contrapartes

[155] Uma fórmula φ só possuirá uma denotação em nosso tratamento se φ for uma *fómula fundada*, no sentido que será especificado no capítulo 5. Essa será também a condição para que φ expresse uma proposição.

formais de *s*, e $f_s(c)$ é a contraparte formal de *s* em que as cláusulas restritivas especificam os indivíduos aos quais o falante determinado por *c* se refere em *c* com os nomes próprios que ocorrem em *s*. O conjunto das contrapartes formais de $s(n_1, n_2, ..., n_k)$, com k nomes próprios inclui todas as fórmulas cujas cláusulas restritivas especificam cada indivíduo ao qual o nome n_i se aplica, $1 \leq i \leq k$. Temos então aqui uma mera questão de análise combinatória: se n_1 se aplica a m objetos, então para cada uma das m cláusulas restritivas para especificar a denotação de n_1 em um dado contexto, haverá contrapartes formais de *s* resultantes de todas as variações das cláusulas para $n_2 – n_k$. E se $(o_1, o_2, ..., o_k)$ é uma seqüência de objetos tal que n_i denota o objeto o_i no contexto *c*, e $(r_1, r_2, ..., r_k)$ é uma seqüência de fórmulas[156] tal que r_i é uma cláusula restritiva que especifica o_i, então a fórmula $\alpha(r_1, r_2, ..., r_k)$ é tal que $f_s(c) = \alpha$. Um exemplo pode ser a sentença *s*(João, Toledo) = João foi para Toledo. Se há n objetos chamados 'João' e m objetos chamados 'Toledo', então há nm contrapartes formais de *s*. Agora, seja $\alpha(Fx, Ex) = \exists x \exists y\ (((Jx \ \&\ Fx) \ \&\ (Ty \ \&\ Ey)) \ \&\ Gxy)$ uma contraparte formal de s com as cláusulas restritivas 'Fx' e 'Ex', sendo que 'Fx' denota o conjunto das pessoas nascidas em Florianópolis em dado momento t de 1930, e 'Ex' denota o conjunto das cidades da Espanha[157]. Além disso, suponhamos que 'Jx' denota o conjunto dos homens chamados 'João', 'Tx' denota o conjunto das cidades de nome 'Toledo', e 'Gxy' denota o conjunto dos pares-ordenados (x, y) tais que x tenha ido para y. Nesse caso, se, em um contexto *c* dado, o falante que profere *s* se refere com o nome 'João' ao João que nasceu em Florianópolis em 1930 no momento t (supondo que só haja um tal João), e se refere com o nome 'Toledo' à cidade espanhola de Toledo, então obviamente temos que $f_s(c) = \alpha$.

Agora, vamos considerar a questão de um possível uso errôneo de um nome próprio. Alguém diz: Ulisses escreveu a *Odisséia*. Se o falante se refere ao Homero que nasceu na Grécia e escreveu a Odisséia (supondo que tenha existido um tal Homero e que seja único), e erra chamando Homero de 'Ulisses', então não haverá uma função f_s para essa sentença *s*, já que não há no conjunto das contrapartes formais de *s* uma fórmula em que a cláusula restritiva especifica o

[156] Ou funções sentenciais, dependendo de as regras de formação da linguagem que estiver sendo considerada admitirem ou não fórmulas abertas no conjunto das fórmulas dessa linguagem.
[157] Essas denotações são especificadas pela função I da estrutura na qual α estiver sendo interpretada, como mostra o capítulo 2.

indivíduo ao qual o falante se refere, pois as contrapartes formais são construídas com um predicado exclusivo de cada indivíduo a que o nome 'Ulisses' se aplica, para servir de cláusula restritiva, e nenhuma dessas cláusulas vai especificar o indivíduo a que o falante se refere no caso em questão, como é óbvio. Mas podemos tentar fazer isso (como às vezes faríamos na linguagem natural), e obteríamos uma fórmula como '$\exists x$ ((Ux & Gx) & Exo)', com 'Ux' denotando o conjunto dos objetos chamados 'Ulisses', com 'Gx' denotando o conjunto dos indivíduos nascidos na Grécia, com 'Exy' denotando o conjunto dos pares-ordenados (x, y) tais que x escreveu y, e com 'o' denotando a obra *Odisséia*. Nesse caso obtemos uma fórmula falsa, por não haver um objeto satisfazendo simultaneamente a 'Ux', 'Gx' e 'Exo'[158].

Em síntese, nossa teoria se aplica a linguagens formais, e faz isso, até onde se sabe, de modo consistente. Questões como a que estamos considerando aqui dizem respeito a até que ponto nosso formalismo é capaz de ser adequadamente aplicado a sentenças das linguagens naturais. Se tivermos uma *fórmula*, nossa definição vai saber como lidar com ela em qualquer de *nossos* contextos (cf. capítulo 5). Mas essa nossa *modelagem* formal das sentenças e contextos reais dá resultados, na avaliação do valor de verdade, que correspondem às nossas intuições pré-teóricas sobre a noção de verdade onde essas intuições funcionam bem, e que solucionam problemas onde elas não funcionam bem? (esse é o assunto da digresão I). O que estamos mostrando com toda a história das funções f_s e o resto aqui é que, não obstante as dificuldaes, o nosso formalismo pode *em princípio* constituir um *modelo* adequado dessas sentenças e contextos reais, embora talvez haja situações reais (da linguagem natural) que nosso formalismo (e talvez qualquer formalismo) não seja capaz de modelar adequadamente.

Enfim, ainda sobre a modelagem formal em nossa teoria da verdade, o capítulo 5 deste trabalho mostra que nossa teoria satisfaz suas condições de adequação, e portanto que ela funciona bem em seu campo de aplicação. O que tentamos fazer no capítulo 1, que chamamos de justificação filosófica da teoria, é, na verdade, mostrar que o modelo criado por ela se aplica bem às sentenças e contextos reais. É como tentar "justificar filosoficamente", por assim dizer, a

[158] É interessante notar que nós não eliminamos as constantes nominais de nossa teoria. Pelo contrário, elas são essenciais ali. Mas estamos mostrando aqui que nem sempre os nomes nas sentenças reais podem ser adequadamente representados por constantes nominais nas fórmulas de nossas linguagens formais.

geometria hiperbólica mostrando que ela é um modelo adequado do espaço real. É isso que se deve ter em mente ao tratar da “justificação filosófica” de nossa teoria da verdade: ela é correta do ponto de vista puramente *matemático*, mas pode ser mais ou menos justificada do ponto de vista filosófico na medida em que fornecer um modelo mais ou menos adequado das sentenças e contextos reais.

IV – Pode parecer estranho para alguém que se aplique o conceito de consistência a uma definição. Nas teorias da verdade que apresentamos neste trabalho, inclusive a nossa própria teoria, não podem ser encontradas definições de verdade no sentido de especificações explícitas da extensão do predicado ‘é verdadeira’. Uma definição desse tipo nos forneceria, por exemplo, uma partição do conjunto das proposições, separando de um lado o conjunto das proposições verdadeiras e de outro o conjunto das proposições falsas. Mas a nossa definição de verdade, por exemplo, não nos dá uma tal partição do conjunto das proposições. De fato, se ela fizesse isso, além de uma *definição* de verdade ela nos forneceria também um *critério* de verdade, coisa que já estivemos dizendo que ela não faz. Por exemplo, nossa teoria determina que um dado modelo $\mathfrak{M}$ torna verdadeira a proposição expressa em um dado contexto por uma fórmula universal se e somente se $\mathfrak{M}$ torna verdadeiras todas as proposições expressas nesse contexto pelas fórmulas que resultam da universal em questão pela sua instanciação para todos os indivíduos do domínio D que estiver sendo considerado. Mas é claro que se D for um conjunto de cardinalidade infinita, essa condição não poderá ser verificada, o que quer dizer que nossa teoria da verdade não fornece um critério de verdade. Na realidade, o que as teorias da verdade apresentadas neste trabalho fornecem são condições (ou conjuntos de condições) que determinam se uma dada proposição (ou fórmula) é ou não verdadeira.

Ora, voltando à nossa questão, há um sentido óbvio em que uma definição de verdade desse tipo pode ser inconsistente, a saber: ela será inconsistente se a condição (ou o conjunto de condições) que uma proposição qualquer (ou uma fórmula qualquer, ou o que for) deve satisfazer para pertencer ao conjunto das proposições (ou fórmulas, ...) verdadeiras for tal que uma mesma proposição (ou fórmula, ...) venha a ser considerada como pertencendo e não pertencendo a esse conjunto. Como é evidente, são consistentes as definições de verdade em que essa situação não ocorre. De um modo geral, a definição de um predicado qualquer –

nesse sentido – fornece um conjunto de condições que devem ser satisfeitas por um objeto qualquer para que o mesmo possa ser considerado como pertencendo à extensão do predicado em questão, e uma tal definição é consistente – no sentido que estamos especificando – se o referido conjunto de condições não for tal que um dado objeto possa ser considerado como pertencendo e não pertencendo à extensão do predicado sob consideração.

Para ilustrar o que foi dito, a definição de verdade de Tarski aplicada a uma linguagem semanticamente fechada (caso fosse então removida a condição de que uma linguagem desse tipo não pertence ao conjunto das linguagens-objeto dessa definição) é inconsistente, no sentido que acabamos de especificar, porque o conjunto de condições que determina – dada essa definição de verdade – se uma fórmula pertence ou não à extensão do predicado-verdade, é tal que uma fórmula como '$\forall$x (Px $\rightarrow$ ~Vx)' – de uma linguagem semanticamente fechada L, dada uma estrutura cujo domínio é o conjunto universo e tal que I (P) é o conjunto unitário da própria fórmula em questão, e I (V) é o conjunto das fórmulas verdadeiras de L – deve ser considerada como pertencendo e como não pertencendo à extensão do predicado-verdade.

V – A melhor caracterização da noção de verdade dada por nossa teoria é fornecida pela relação $\models$ entre um modelo maximal $\mathfrak{M}$ e uma proposição *p*. De fato, o conceito de verdade que emerge de nossa definição toma as proposições como portadores de verdade, e não especifica pura e simplesmente o significado de expressões como 'a proposição *p* é verdadeira', mas sim o significado de expressões como 'a proposição *p* é verdadeira em tal modelo'. Mas acontece que as sentenças que expressam nossas proposições são as fórmulas das linguagens L* – as linguagens-objeto de nossa teoria da verdade. E como essas linguagens são semanticamente fechadas (em sua interpretação ζ), elas devem conter uma constante predicativa que represente o predicado-verdade para si próprias, e essa constante é V. Mas V, estranhamente, se aplica às fórmulas das linguagens L*, e não às proposições que elas expressam. Então, como se pode dizer que V representa adequadamente o predicado-verdade que emerge de nossa teoria? Será possível dizer isso se, dado um certo modelo $\mathfrak{M}$, um certo contexto *c* e uma certa fórmula φ de L*, tivermos que 'Vφ' tem valor 1, dados $\mathfrak{M}$ e *c*, na interpretação de

L* na qual essa linguagem é semanticamente fechada – isto é, em ζ – exatamente quando a proposição expressa por φ no contexto c for verdadeira dado o modelo $\mathfrak{M}$. Ou seja, nossa condição é que v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 1 dado o modelo $\mathfrak{M}$ sse $\mathfrak{M} \models p$ (φ, c). Além disso, devemos ter que v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 0 dado $\mathfrak{M}$ sse $\mathfrak{M} \models\!\!\neq p$ (φ, c), e que v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 2 dado $\mathfrak{M}$ sse φ não expressa uma proposição no contexto c dado o modelo $\mathfrak{M}$. Esse resultado pode ser obtido como um corolário do teorema 5.3, que portanto vai demonstrar a simetria entre V na interpretação ζ de L* e $\models$, dado um modelo maximal, de modo que esses dois predicados podem ser tomados como representando adequadamente o conceito de verdade que emerge de nossa teoria, $\models$ representando-o enquanto aplicado diretamente às proposições, e V em ζ representando-o enquanto aplicado indiretamente às sentenças, isto é, às fórmulas de L*.

COR. 5.1: Sejam $\mathfrak{M}$ um modelo maximal, σ uma função-atribuição qualquer, c um contexto qualquer e φ uma fórmula qualquer de L*. Nesse caso, temos que v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 1 dado o modelo $\mathfrak{M}$ sse $\mathfrak{M} \models p$ (φ, c), v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 0 dado $\mathfrak{M}$ sse $\mathfrak{M} \models\!\!\neq p$ (φ, c), e v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 2 dado $\mathfrak{M}$ sse φ não expressa uma proposição no contexto c dado o modelo $\mathfrak{M}$.

Prova:

a) v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 1 dado o modelo $\mathfrak{M}$ sse $\mathfrak{M} \models p$ (φ, c).

Considere-se que, dado $\mathfrak{M}$, v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 1 para um dado contexto c; segue-se pelas definições de Kripke que v^{σ} ((Vφ, ζ + 1), c) = 1 dados c e $\mathfrak{M}$, e como por essas mesmas definições, dado qualquer ordinal α, v^{σ} ((Vφ, α), c) = 1 sse v^{σ} ((φ, α - 1), c) = 1, temos que v^{σ} ((φ, ζ), c) = 1 dados c e $\mathfrak{M}$; daí se segue pelo teorema 5.3 que $\mathfrak{M} \models p$ (φ, c). Agora, vamos supor que $\mathfrak{M} \models p$ (φ, c); temos pelo teorema 5.3 que v^{σ} ((φ, ζ), c) = 1; daí se segue pelas definições de Kripke que v^{σ} ((Vφ, ζ + 1), c) = 1 e, como ζ é um ponto fixo, disso se segue que v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 1 dados c e $\mathfrak{M}$.

b) v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 0 dado $\mathfrak{M}$ sse $\mathfrak{M} \models\!\!\neq p$ (φ, c).

Vamos supor que v^{σ} ((Vφ, ζ), c) = 0 dados $\mathfrak{M}$ e um contexto c; segue-se pelas definições de Kripke que v^{σ} ((Vφ, ζ + 1), c) = 0 dados c e $\mathfrak{M}$, e como por essas mesmas definições, dado qualquer ordinal α, v^{σ} ((Vφ, α), c) = 0 sse v^{σ} ((φ,

α - 1), *c*) = 0, temos que v^σ ((φ, ζ), *c*) = 0 dados *c* e $\mathfrak{M}$; daí se segue pelo teorema 5.3 que $\mathfrak{M} \not\models p$ (φ, *c*). Agora, vamos supor que $\mathfrak{M} \not\models p$ (φ, *c*); temos pelo teorema 5.3 que v^σ ((φ, ζ), *c*) = 0; daí se segue pelas definições de Kripke que v^σ ((Vφ, ζ + 1), *c*) = 0 e, como ζ é um ponto fixo, disso se segue que v^σ ((Vφ, ζ), *c*) = 0 dados *c* e $\mathfrak{M}$.

c) v^σ ((Vφ, ζ), *c*) = 2 dado $\mathfrak{M}$ sse φ não expressa uma proposição no contexto *c* dado o modelo $\mathfrak{M}$.

Vamos supor que v^σ ((Vφ, ζ), *c*) = 2 dados $\mathfrak{M}$ e um contexto *c*; segue-se pelas definições de Kripke que v^σ ((Vφ, ζ + 1), *c*) = 2 dados *c* e $\mathfrak{M}$, e como por essas mesmas definições, dado qualquer ordinal α, v^σ ((Vφ, α), *c*) = 2 sse v^σ ((φ, α - 1), *c*) = 2, temos que v^σ ((φ, ζ), *c*) = 2 dados *c* e $\mathfrak{M}$; mas isso quer dizer que φ é infundada dados *c* e $\mathfrak{M}$, e que portanto φ não expressa uma proposição nessas condições. Suponhamos agora que φ não expressa uma proposição no contexto *c* dado o modelo $\mathfrak{M}$; segue-se da definição de fórmula fundada que φ é infundada, e que portanto v^σ ((φ, ζ), *c*) = 2; daí se segue pelas definições de Kripke que v^σ ((Vφ, ζ + 1), *c*) = 2 e, como ζ é um ponto fixo, disso se segue que v^σ ((Vφ, ζ), *c*) = 2 dados *c* e $\mathfrak{M}$.

VI – Estamos adotando o método de Barwise e Etchemendy para definir a relação $\models$ para cada construção das linguagens L* (cf. BARWISE & ETCHEMENDY, 1987, p. 76). Entretanto, para seguir mais de perto as intuições sobre as quais a nossa definição de verdade está assentada, que descrevemos no capítulo 1, poderíamos definir primeiro uma função *d* de L^{*-} x C em SIT, onde L^{*-} é o conjunto das fórmulas de L* que expressam uma proposição, tal que *d* (φ, *c*) é o conjunto do(s) estado(s)-de-coisas denotado(s) pela fórmula φ no contexto *c*, e depois definir $\models$ em termos de *d*. Isso poderia ser feito da seguinte maneira.

Primeiro, definimos a função *d*, que dá o conjunto de estados-de-coisas denotado por uma fórmula significativa qualquer de L*. Naturalmente, diríamos que uma fórmula atômica de L*, por exemplo, denota um estado-de-coisas, e que uma fórmula conjuntiva ou uma fórmula universal de L*, por exemplo, denota um conjunto de estados-de-coisas. Nesse caso, para unificar o tratamento, tomamos SIT como contradomínio de *d*, e determinamos como sendo a denotação de uma fórmula atômica, por exemplo, o conjunto unitário do estado-de-coisas que normalmente associaríamos à fórmula em questão. Esse procedimento é evidentemente artificial, mas se prestará bem aos nossos objetivos quando formos definir $\models$ em termos de *d*.

DEF. 5.17’: Se $\Phi^n \in \{F^n, G^n, H^n, ...\}$, $\bar{c}_i \in \{a, b, c, ...\}$, $1 \leq i \leq n$, $\xi \in \{x, y, z, ...\}$, $\varphi \in L^*$ e $c \in C$, então d é uma função definida de L^{*-} x C em SIT, tal que:

i) se $\varphi = \Phi^n \bar{c}_1 \bar{c}_2... \bar{c}_n$ e $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 0$, então $d(\varphi, c) = \{(\Phi^n_c, I(\bar{c}_1, c), I(\bar{c}_2, c), ..., I(\bar{c}_n, c), 1)\}$

ii) se $\varphi = V\bar{c}_1$ e $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 0$, então $d(\varphi, c) = \{(V_c, I(\bar{c}_1, c), 1)\}$

iii) se $\varphi = {\sim}\Phi^n \bar{c}_1 \bar{c}_2... \bar{c}_n$ e $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 0$, então $d(\varphi, c) = \{(\Phi^n_c, I(\bar{c}_1, c), I(\bar{c}_2, c), ..., I(\bar{c}_n, c), 0)\}$

iv) se $\varphi = {\sim}V\bar{c}_1$ e $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 0$, então $d(\varphi, c) = \{(V_c, I(\bar{c}_1, c), 0)\}$

v) se $\varphi = {\sim\sim}\delta$ e $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 0$, então $d(\varphi, c) = d(\delta, c)$

vi) se $\varphi = \delta \,\&\, \varepsilon$ e $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 0$, então $d(\varphi, c) = \bigcup \{d(\delta, c), d(\varepsilon, c)\}$

vii) se $\varphi = {\sim}(\delta \,\&\, \varepsilon)$ e $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou $v^\sigma((\varphi, \zeta), c) = 0$, então $d(\varphi, c) = d({\sim}\delta, c)$ ou $d(\varphi, c) = d({\sim}\varepsilon, c)$[159]

[159] As cláusulas vii e ix da definição da função *d* fazem dela uma função estranha, cuja imagem é ambígua em alguns casos. Como não estamos admitindo estados-de-coisas disjuntivos ou existenciais, fomos obrigados a considerar que uma sentença disjuntiva, uma sentença existencial, uma conjunção negativa ou uma universal negativa possuem uma denotação ambígua. A razão de termos feito as coisas desse modo obedece a considerações de natureza puramente formal, e nada tem a ver com questões filosóficas como o princípio de parcimônia. De fato, já que estamos admitindo estados-de-coisas negativos, não faria nenhuma diferença assumirmos também estados-de-coisas disjuntivos ou existenciais, exceto do ponto de vista formal, por uma questão de economia de aparato. De todo modo, as ambigüidades na determinação da imagem da função *d* para alguns elementos em seu domínio não trazem problema algum para o funcionamento da definição 5.17”, já que, por exemplo, uma situação *s* é tal que $s \models p({\sim}(\delta \,\&\, \varepsilon), c)$ sse $d({\sim}(\delta \,\&\, \varepsilon), c) \subseteq s$, independentemente da circunstância de que $d({\sim}(\delta \,\&\, \varepsilon), c) = d({\sim}\delta, c)$ ou de que $d({\sim}(\delta \,\&\, \varepsilon), c) = d({\sim}\varepsilon, c)$. De fato, é suficiente que $d({\sim}\delta, c) \subseteq s$, por exemplo, para que $s \models p({\sim}(\delta \,\&\, \varepsilon), c)$.

viii) se $\varphi = \forall\xi\delta[\xi]$ e v^{σ} $((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou v^{σ} $((\varphi, \zeta), c) = 0$, então d $(\varphi, c) = \bigcup\{d$ $(\delta[\xi/\bar{c}], c)\}$, para todo $\bar{c} \in \{a, b, c, ...\}$, sendo $\delta[\xi/\bar{c}]$ o resultado de se substituir ξ por $\bar{c}$ em $\delta[\xi]$

ix) se $\varphi = \sim\forall\xi\delta[\xi]$ e v^{σ} $((\varphi, \zeta), c) = 1$ ou v^{σ} $((\varphi, \zeta), c) = 0$, então d $(\varphi, c) = d$ $(\sim\delta[\xi/\bar{c}], c)$, para algum $\bar{c} \in \{a, b, c, ...\}$, sendo $\delta[\xi/\bar{c}]$ especificada como acima.

Agora, podemos dar a definição de $\models$ em termos de d, da seguinte maneira.

DEF. 5.17": Se $\Phi^n \in \{F^n, G^n, H^n, ...\}$, $\bar{c}_i \in \{a, b, c, ...\}$, $1 \leq i \leq n$, $\xi \in \{x, y, z, ...\}$, $\varphi \in L^*$ e $c \in C$, então 'torna verdadeira' é a menor relação $\models\ \subset$ SIT x PROP, sendo PROP o conjunto das proposições, tal que $s \models p$ (φ, c) sse d $(\varphi, c) \subseteq s$.

VII – É óbvio que alguém pode não ter sido careca até certo instante do ano de 1650, e ter passado a sê-lo a partir desse instante. Assim, obviamente a extensão da constante C varia também ao longo desse ano. E diferentemente do caso da constante individual l14, o problema aqui não está relacionado à insuficiência de nosso método de modelagem formal dos contextos. De fato, no caso da constante l14, supomos que o indivíduo *i* que profere uma sentença sobre Louis XIV utilizando esse nome sabe a quem ele está se referindo com o nome em questão, mas não incluímos esse dado – a intenção do falante de referir-se a alguém ao utilizar um nome próprio em uma sentença – em nossas contrapartes formais dos contextos porque optamos por não incluir elementos subjetivos em nosso formalismo. Em alguns casos é necessário apelar para elementos de natureza subjetiva – como as intenções do falante – para a determinação do contexto de uma sentença, mas preferimos deixar esses casos na condição de situações que ultrapassam o campo de aplicação de nossa teoria (de fato, note-se que, como comentamos em outro lugar, o indivíduo *i* que profere uma sentença só aparece em nossos contextos para marcar as coordenadas espaço-temporais em que a sentença em questão é proferida).

Entretanto, no caso da constante C não há questões subjetivas envolvidas na determinação do contexto. Senão por uma certa vaguidade no sentido do termo 'careca' (que não é problema aqui, pois poderíamos eliminar essa vaguidade se quiséssemos – o que provavelmente não vamos querer – simplesmente determinando qual é a proporção entre número de fios de cabelo e centímetros quadrados da superfície da cabeça, abaixo da qual vamos dizer que alguém é careca), a coordenada temporal do falante é suficiente para determinar o contexto. Mas como resolver problemas com extensões de constantes predicativas que variam muito rapidamente com o tempo? A solução, é claro, está em precisar a coordenada temporal que ocorre nos contextos tanto quanto necessário: em vez do ano, por exemplo, podemos tomar o nanossegundo imediatamente posterior à conclusão do proferimento da sentença. É claro que ninguém está interessado em fazer algo desse tipo na prática, e o objetivo destas considerações é – apenas – mostrar que não há impedimentos de princípio ao funcionamento de nossa análise do valor de verdade de uma proposição expressa por uma sentença *em um contexto determinado*. Note-se que aqui uma determinação dos instantes de tempo relevantes para a determinação dos contextos não traz os problemas que isso traz para teorias da verdade que tomam as sentenças como portadores de verdade. De fato, não há realmente nenhum problema com o fato de uma sentença expressar uma proposição verdadeira em um momento e uma proposição falsa no nanossegundo seguinte. No caso das sentenças o problema, como já mencionamos no capítulo 1, é que não poderíamos, por exemplo, tomar algo como o universo real como sendo um modelo, mas apenas, digamos, as diferentes *configurações* do universo em instantes determinados, ou até mesmo em instantes e locais determinados, no caso de sentenças como ‘está chovendo’, cujo valor de verdade depende também do local onde a sentença foi proferida.

Na realidade, toda essa questão diz respeito apenas ao grau de prolixidade que uma dada teoria vai ter. O fato é que geralmente queremos que os modelos sejam coerentes, e as questões relativas ao local e ao instante em que uma sentença é proferida fazem que seu valor de verdade varie, e isso traz conseqüências para a coerência de um modelo que deva tornar essa sentença verdadeira ou falsa. Mas é claro que esse tipo de problema pode ser resolvido, no caso de teorias em que o predicado-verdade é aplicado a sentenças, simplesmente através da modificação desse predicado de um predicado binário para um predicado ternário que relaciona uma sentença, um modelo e um contexto. No caso de teorias em que o predicado-verdade é aplicado a proposições, a diferença está em que a proposição, por assim dizer, já traz consigo o contexto, de modo que se pode falar simplesmente em uma proposição verdadeira ou falsa em um modelo. No caso das sentenças, deveríamos falar em sentenças verdadeiras ou falsas em um modelo, dado um contexto. Enfim, como estivemos dizendo neste trabalho em diversos lugares, pode-se construir teorias da verdade que satisfazem nossas condições de adequação independentemente dos portadores de verdade que se admitir, e se houver alguma vantagem em alguma das escolhas possíveis, ela terá na melhor das hipóteses efeito apenas sobre a simplicidade ou sobre a elegância da teoria da verdade em questão.

VIII – Note-se que não é correto dizer, com base em nossa teoria, que t_1 não é verdadeira nem falsa. De fato, dizer isso é o mesmo que dizer – dadas as condições em nossa teoria – que a proposição expressa por t_1 não é verdadeira nem falsa. O que ocorre, no entanto, é que t_1 não expressa uma proposição, o que significa que não faz sentido atribuir valor de verdade a t_1. Essa é a razão pela qual t_2 não possui sentido. Mas essa é também a razão pela qual a sentença t_3 = 't_1 não é verdadeira nem falsa' também não tem sentido. Entretanto, é obviamente correto dizer que t_1 não é verdadeira nem falsa no sentido de que t_1 *não expressa* uma proposição verdadeira e nem uma proposição falsa. Mas note-se que a fórmula de L* '$\sim Vt_1$', por exemplo, afirma que t_1 não é verdadeira no sentido de que a proposição que t_1 expressa não é verdadeira, e por isso essa fórmula não tem sentido, como vai mostrar o exemplo 5.7. Na realidade, não há nenhuma fórmula de L* capaz de formalizar a sentença 't_1 não expressa uma proposição verdadeira'. Isso ocorre porque 'expressa' é um predicado semântico, e L* só possui uma constante predicativa semântica, isto é, V. Mas, como diremos mais adiante, as linguagens L* podem bem ser expandidas de modo a incluir outras constantes predicativas que possam servir de contrapartes formais de outros predicados semânticos além do predicado verdade. Ademais, convém notar que essa análise que acabamos de fazer possui natureza metateórica. Se considerarmos apenas a nossa definição de verdade, como fazemos no exemplo 5.7, é muito simples explicar porque tanto t_1 e t_2 como uma fórmula do tipo '$\sim Vt_1$ & $\sim\sim Vt_1$' – que é uma formalização em L* de 't_1 não é verdadeira nem falsa' – não possuem sentido. Isso ocorre simplesmente porque nenhuma dessas fórmulas é fundada. E outra coisa a notar é que, no caso de uma sentença fundada s_1, sempre podemos dizer que s_1 não é verdadeira nem falsa. O resultado disso, como era de se esperar, será uma afirmação contraditória de que s_1 não é verdadeira nem não-verdadeira, como se percebe facilmente na formalização da sentença em questão em L*. Temos, portanto, uma afirmação de que s_1 não é verdadeira e é verdadeira, o que naturalmente é falso.