5
Sentenças fundadas e sentenças infundadas

Neste capítulo vamos retomar a definição de verdade fornecida por Kripke no artigo ‘Outline of a theory of truth’, dando ênfase ao conceito de sentença fundada, que aparece no interior da teoria kripkeana da verdade, e que terá papel fundamental em nossa teoria. Mais ao fim do capítulo, vamos apontar para o fato de que a teoria de Kripke satisfaz nossas exigências para nossa própria definição de verdade, e vamos então expor as razões pelas quais propusemos uma teoria diferente satisfazendo as mesmas exigências.

Para começar, Kripke estabelece a noção de um predicado *parcialmente definido*, da seguinte maneira.

DEF. 4.1: Seja A um conjunto não-vazio e (S_1, S_2) um par-ordenado cujos membros são subconjuntos disjuntos de A; então, se P é uma constante predicativa, diremos que P está *parcialmente definida* em (S_1, S_2) sse Px é verdadeira para todo valor de x em S_1, falsa para todo valor de x em S_2, e indefinida para valores de x que não estão em S_1 ou S_2. Chamaremos S_1 de *extensão* de P e S_2 de *anti-extensão* de P.

Agora, seja L uma linguagem de 1ª ordem dotada com a semântica clássica (tarskiana), e na qual seja possível construir sentenças sobre a sintaxe de L, por meio, por exemplo, de recursos como a numeração de Gödel. L é semanticamente aberta (e portanto não haverá casos de circularidade semântica em L), ou seja, L não possui predicados semânticos com os quais possa referir-se a suas próprias expressões[95]. Admita-se também que o conjunto dos predicados de L seja enumerável. Ora, L pode ser estendida para uma linguagem L*, por meio da adição de uma nova constante predicativa, V, que será parcialmente definida em (S_1, S_2), sendo que S_1 e S_2 são subconjuntos disjuntos do domínio D percorrido pelas variáveis de L (como a semântica de L é clássica, uma *interpretação* de L é entendida como um par-ordenado (D, I), onde D é o domínio percorrido pelas variáveis de L, e I é uma função-interpretação que determina a extensão das constantes de L). Usaremos a notação L*(S_1, S_2) para denotar a linguagem L*

[95] Isso deve ser assim, já que L é interpretada do modo clássico.

com todas as suas expressões, com exceção de V, interpretadas classicamente em D, e com V parcialmente definida em (S_1, S_2). Além disso, vamos denotar o conjunto das sentenças verdadeiras de $L^*(S_1, S_2)$ por S_1', e S_2' denotará o conjunto dos elementos de D que não são sentenças de $L^*(S_1, S_2)$ ou que são sentenças falsas de $L^*(S_1, S_2)$. A partir disso, definimos uma função φ, cujo domínio é o conjunto de todos os pares (S_1, S_2) de conjuntos disjuntos de D, e tal que $\varphi((S_1, S_2)) = (S_1', S_2')$. De posse desses recursos formais, Kripke mostra como construir o que ele chama de um 'ponto-fixo', do modo como mostraremos na seqüência.

Em primeiro lugar, tomaremos como ponto de partida uma linguagem $L^*_0 = L^*(\varnothing, \varnothing)$, ou seja, L^*_0 tem todas as suas expressões, exceto V, definidas em D, e V não está definida de modo algum. Então, definimos que, para um ordinal α qualquer, se $L^*_\alpha = L^*(S_1, S_2)$, então $L^*_{\alpha+1} = L^*(S_1', S_2')$, o que significa que, em $L^*_{\alpha+1}$, V é interpretado como o predicado-verdade para L^*_α. Agora, vamos definir L^*_λ, sendo λ um ordinal transfinito. Para tanto, vamos utilizar a notação $L^*(S_{1\alpha}, S_{2\alpha})$, entendendo que $L^*(S_{1\alpha}, S_{2\alpha}) = L^*_\alpha$. Então, tomando ω como o primeiro ordinal limite, podemos definir L^*_ω assim: $L^*_\omega = L^*(S_{1\omega}, S_{2\omega})$, onde $S_{1\omega} = \bigcup_{\alpha<\omega} S_{1\alpha}$ e $S_{2\omega} = \bigcup_{\alpha<\omega} S_{2\alpha}$. A partir daí, podemos definir $L^*_{\omega+1}$ como fizemos para os níveis finitos, isto é, $L^*_{\omega+1} = L^*((S_{1\omega})', (S_{2\omega})')$, e assim por diante. Em seguida, definimos $L^*_{2\omega}$ como fizemos com L^*_ω, e seguimos adiante com $L^*_{2\omega+1}$, $L^*_{2\omega+2}$, etc., como acima. Assim, podemos prosseguir para $L^*_{\omega^2}$, $L^*_{\omega^\omega}$, $L^*_{\varepsilon_0}$, enfim, para L^*_λ, sendo λ um ordinal transfinito qualquer. Intuitivamente, temos que enquanto nos níveis sucessores a constante V em um nível é interpretada como o predicado-verdade para o nível predecessor, conforme mencionamos acima, nos níveis limite a constante V funciona como o predicado-verdade para todos os níveis dos quais o nível em questão é o limite.

Antes de seguir adiante com a construção do ponto-fixo, Kripke define uma relação de extensão entre pares de subconjuntos disjuntos de D, do seguinte modo.

DEF. 4.2: Sejam (S_1, S_2) e (S_1^*, S_2^*) pares-ordenados de subconjuntos disjuntos de D; então, dizemos que (S_1^*, S_2^*) *estende* (S_1, S_2) [em símbolos: $(S_1^*, S_2^*) \geq (S_1, S_2)$] sse $S_1 \subseteq S_1^*$ e $S_2 \subseteq S_2^*$.

Com base nessa definição da relação $\geq$, Kripke nota que a função φ definida mais acima é monotônica com relação a $\geq$, isto é, se $(S_1^*, S_2^*) \geq (S_1, S_2)$, então $\varphi((S_1^*, S_2^*)) \geq \varphi((S_1, S_2))$. Analisemos as conseqüências desse fato para nossas linguagens L*.

Em primeiro lugar, lembramos que $L^*(S_1, S_2)$ é uma linguagem cujas expressões, exceção feita para V, estão interpretadas da maneira clássica em D, e V está parcialmente interpretada em (S_1, S_2). Ora, se $(S_1^*, S_2^*) \geq (S_1, S_2)$, então é fácil constatar que $L^*(S_1^*, S_2^*)$ é uma linguagem cujas expressões, exceto V, estão interpretadas como em $L^*(S_1, S_2)$, e V tem sua interpretação alterada (com relação à interpretação de V em $L^*(S_1, S_2)$) da seguinte maneira: como $S_1 \subseteq S_1^*$ e $S_2 \subseteq S_2^*$, a extensão de V em $L^*(S_1^*, S_2^*)$ fica como em $L^*(S_1, S_2)$, com a possível diferença de que outros elementos de D podem ter sido acrescentados a ela, o mesmo se passando, obviamente, com a anti-extensão de V em $L^*(S_1^*, S_2^*)$ com relação a $L^*(S_1, S_2)$. E como $S_1 \cap S_2 = S_1^* \cap S_2^* = \varnothing$, os outros elementos de D adicionados, por exemplo, à extensão de V em $L^*(S_1^*, S_2^*)$, com relação à extensão de V em $L^*(S_1, S_2)$, não podem ser elementos que estavam na anti-extensão de V em $L^*(S_1, S_2)$, mas devem ser elementos de D para os quais V estava *indefinida* em $L^*(S_1, S_2)$.

Agora, considere-se o seguinte: como $\varphi((S_1^*, S_2^*)) \geq \varphi((S_1, S_2))$ sempre que $(S_1^*, S_2^*) \geq (S_1, S_2)$, isto é, dada a monotonicidade de φ com relação a $\geq$, temos que algo interessante ocorre com $L^*(S_1^{*\prime}, S_2^{*\prime})$ com relação a $L^*(S_1', S_2')$. Para lembrar, S_1' denota o conjunto das sentenças verdadeiras de $L^*(S_1, S_2)$, e S_2' denota o conjunto dos elementos de D que não são sentenças de $L^*(S_1, S_2)$, ou que são sentenças falsas de $L^*(S_1, S_2)$. Então, em $L^*(S_1^{*\prime}, S_2^{*\prime})$, a extensão de V é o conjunto das sentenças verdadeiras de $L^*(S_1^*, S_2^*)$, e a anti-extensão de V é o conjunto das não-sentenças ou sentenças falsas de $L^*(S_1^*, S_2^*)$. O mesmo ocorre com a interpretação de V em $L^*(S_1', S_2')$ com relação a $L^*(S_1, S_2)$, como é óbvio. Em sendo assim, dada a condição mencionada no começo deste parágrafo – a monotonicidade de φ – temos que a interpretação de V em $L^*(S_1^{*\prime}, S_2^{*\prime})$, se $(S_1^*, S_2^*) \geq (S_1, S_2)$, fica como em $L^*(S_1', S_2')$, exceto pela possibilidade de outros elementos de D serem acrescentados à extensão ou à anti-extensão de V em $L^*(S_1^{*\prime}, S_2^{*\prime})$. Mas isso significa que as sentenças verdadeiras de $L^*(S_1, S_2)$

continuam verdadeiras em $L^*(S_1^*, S_2^*)$, e que as sentenças falsas de $L^*(S_1, S_2)$ continuam falsas em $L^*(S_1^*, S_2^*)$. Só o que pode ocorrer é que os elementos de D que estão no complemento de $S_1' \cup S_2'$ com relação a D sejam incluídos em $S_1^{*\prime}$ ou em $S_2^{*\prime}$. Mas que elementos estão no complemento de $S_1' \cup S_2'$ com relação a D? S_1' é o conjunto das sentenças verdadeiras de $L^*(S_1, S_2)$, e S_2' é o conjunto das não-sentenças ou sentenças falsas de $L^*(S_1, S_2)$. Assim, no complemento de $S_1' \cup S_2'$ com relação a D só podem estar os elementos de D que são sentenças de $L^*(S_1, S_2)$, mas que têm seu valor de verdade indefinido. Assim, a interpretação de V em $L^*(S_1^{*\prime}, S_2^{*\prime})$ é igual à interpretação de V em $L^*(S_1', S_2')$, exceto que sentenças *indefinidas* de $L^*(S_1, S_2)$ podem ser incluídas na extensão ou na anti-extensão de V em $L^*(S_1^{*\prime}, S_2^{*\prime})$, o que significa que as sentenças indefinidas de $L^*(S_1, S_2)$ podem assumir um valor de verdade em $L^*(S_1^*, S_2^*)$, mas, como já dissemos, sentenças verdadeiras de $L^*(S_1, S_2)$ continuam verdadeiras em $L^*(S_1^*, S_2^*)$, e sentenças falsas em $L^*(S_1, S_2)$ continuam falsas em $L^*(S_1^*, S_2^*)$[96].

Agora, vamos definir uma relação de extensão entre linguagens, da seguinte maneira.

DEF. 4.3: Uma linguagem $L^*(S_1^*, S_2^*)$ *estende* $L^*(S_1, S_2)$ [em símbolos: $L^*(S_1^*, S_2^*) \geq L^*(S_1, S_2)$] sse $(S_1^*, S_2^*) \geq (S_1, S_2)$.

Podemos então provar o teorema seguinte, por indução transfinita sobre α.

TEO. 4.1: A linguagem $L^*_{\alpha+1}$ estende L^*_α para todo ordinal α.

Prova:

Base: Como base da indução, consideremos que $\alpha = 0$. Temos que provar, então, que L^*_1 estende L^*_0. Como $L^*_0 = L^*(\varnothing, \varnothing)$, temos que L^*_1 estende L^*_0, já que qualquer par-ordenado (S_1, S_2) estende $(\varnothing, \varnothing)$. De fato, para qualquer subconjunto S de D, $\varnothing \subseteq S$.

Passo de indução: Assumamos, agora, como hipótese indutiva, que $L^*_{\beta+1}$ estende L^*_β. Então, nossa indução estará completa se provarmos que $L^*_{\beta+2}$ estende $L^*_{\beta+1}$. Ora, se $L^*_\beta = L^*(S_1, S_2)$, temos por hipótese que $L^*(S_1', S_2') \geq$

[96] Embora Kripke não forneça demonstrações formais para conclusões como essas em seu artigo, tais demonstrações podem ser facilmente obtidas com base nas definições dadas aqui e em teoria de conjuntos.

$L^*(S_1, S_2)$ e, portanto, que $(S_1', S_2') \geq (S_1, S_2)$. Mas, nesse caso, $\varphi((S_1', S_2')) \geq \varphi((S_1, S_2))$, ou seja, $((S_1')', (S_2')') \geq (S_1', S_2')$, o que significa que $L^*_{\beta+2} \geq L^*_{\beta+1}$.

Pois bem, uma conseqüência dessa demonstração e do que ficou estabelecido mais acima é que, para $\beta > \alpha$, sentenças indefinidas de L^*_α podem assumir um valor de verdade em L^*_β, mas sentenças verdadeiras em L^*_α continuam verdadeiras em L^*_β, e sentenças falsas em L^*_α continuam falsas em L^*_β. Além disso, como em qualquer linguagem L^*_α todas as expressões, exceto a constante predicativa V, estão definidas do modo clássico em D, somente sentenças em que V ocorre podem ser indefinidas em L^*_α, e, como é óbvio, somente essas sentenças podem adquirir um valor de verdade em uma linguagem L^*_β, sendo $\beta > \alpha$.

Após introduzir todo esse aparato formal, Kripke menciona que, na progressão dos níveis de nossas linguagens L^*_α, vamos chegar a um nível ζ, tal que $S_{i\zeta} = S_{i\zeta+1}$ (i = 1 ou i = 2), $S_{i\zeta+1} = S_{i\zeta+2}$, e assim por diante. De fato, note-se que a sintaxe das linguagens L^*_α, para qualquer ordinal α, permanece inalterada com a progressão dos níveis: só o que muda é a *interpretação* (a semântica, portanto) da constante predicativa V, que a cada nível pode passar a incluir mais elementos de D em sua extensão e em sua anti-extensão. Assim, o conjunto das sentenças de L^*_α, para qualquer ordinal α, obviamente permanece imutável com a progressão dos níveis. Mas em sendo assim, como a cada passagem de nível "verificamos" o valor de verdade de mais sentenças desse conjunto, eventualmente vamos exaurir o conjunto em questão, e então nenhuma sentença mais será acrescentada à extensão ou à anti-extensão de V em níveis posteriores. Nesse ponto, todas as sentenças das linguagens L^*_α que poderiam assumir um valor de verdade já tê-lo-ão assumido, e só estarão permanecendo no complemento da união da extensão com a anti-extensão da constante predicativa V aquelas sentenças que não poderiam mesmo assumir nenhum valor de verdade. Nesse caso, o valor de verdade, ou a falta de um valor de verdade, de qualquer sentença de L^*_ζ permanecerá fixo para qualquer nível posterior. Como V em $L^*_{\zeta+1}$ é o predicado-verdade para L^*_ζ, e, dadas as condições mencionadas, V é interpretado em $L^*_{\zeta+1}$ do mesmo modo que em L^*_ζ, temos que V em L^*_ζ é o predicado-verdade para a própria L^*_ζ: L^*_ζ contém seu próprio predicado-verdade, ou seja, L^*_ζ é uma linguagem semanticamente fechada. ($S_{1\zeta}$, $S_{2\zeta}$) é o que Kripke chama de um ponto-fixo: um par-ordenado de subconjuntos disjuntos de um domínio D, tal que φ ((S_1, S_2)) = (S_1, S_2), isto é, (S_1', S_2') = (S_1, S_2). Por extensão, diremos que se (S_1, S_2) é um ponto-fixo, a linguagem $L^*(S_1, S_2)$ é também um ponto-fixo. Ora, L^*_ζ, obtida a partir de $L^*(\emptyset, \emptyset)$ é o que Kripke chama de ponto-fixo minimal, podendo haver outros pontos-fixos, sendo que qualquer deles estende o ponto fixo L^*_ζ. De fato, um outro ponto fixo pode ser obtido, simplesmente, mediante o mesmo processo utilizado para a obtenção de L^*_ζ, mas começando com uma linguagem L^*_0 diferente de $L^*(\emptyset, \emptyset)$. Daí, dado o processo de construção de um ponto-fixo que apresentamos, é puro trabalho mecânico provar que se tomarmos um ponto-fixo L^*_η qualquer, construído a partir de uma linguagem $L^*(S_1, S_2)$, com $S_1 \neq \emptyset$ ou $S_2 \neq \emptyset$, então $S_{1\zeta} \subseteq S_{1\eta}$ e $S_{2\zeta} \subseteq S_{2\eta}$, ou seja, provar que L^*_η estende L^*_ζ. Por fim, Kripke introduz a noção de um ponto-fixo maximal, que é um ponto-fixo que não possui nenhuma extensão própria que é também um ponto-fixo[97], e menciona que é possível provar, utilizando o lema de Zorn, que qualquer ponto-fixo pode ser estendido para um ponto-fixo maximal[98].

Agora, vejamos como fica nossa hierarquia de linguagens: em L, todas as sentenças são verdadeiras ou falsas, já que L é interpretada do modo clássico. Já em $L^*_0 = L^*(\emptyset, \emptyset)$, as sentenças de L mantém seu valor de verdade, mas as sentenças envolvendo a constante predicativa V são indefinidas. Em L^*_1, as sentenças de L^*_0 que têm valor de verdade o mantém, e algumas sentenças indefinidas (dentre as que envolvem V, portanto) assumem um valor-verdade. Continuamos assim até L^*_ζ, nível a partir do qual nenhuma sentença indefinida assume um valor de verdade, ou seja, continuamos até chegar ao ponto-fixo minimal. Já se $L^*_0 \neq L^*(\emptyset, \emptyset)$, então temos, como antes, que as sentenças de L preservam seu valor de verdade, mas agora algumas das sentenças em que a constante predicativa V ocorre possuem um valor de verdade. Daí, a progressão dos níveis continua como antes, com algumas sentenças indefinidas assumindo um valor de verdade a cada nível que se avança, até que se atinja um ponto-fixo L^*_η, a partir do qual nenhuma sentença indefinida assume um valor de verdade. A

[97] Por uma extensão própria de um ponto-fixo Kripke entende, é claro, uma extensão desse ponto fixo que seja diferente do próprio ponto-fixo em questão.
[98] Cf. KRIPKE, 1984, p. 73.

diferença de um ponto-fixo L^*_η desse tipo com o ponto-fixo minimal L^*_ζ, então, reside no fato de que algumas sentenças indefinidas em L^*_ζ possuem um valor de verdade em L^*_η, mas todas as sentenças que possuem um valor de verdade em L^*_ζ o preservam em L^*_η. Esse fato, é claro, se segue do fato mencionado acima de que L^*_η estende L^*_ζ. Por fim, temos que em um ponto-fixo maximal todas as sentenças que poderiam ter um valor de verdade o possuem, isto é, só são indefinidas em um ponto-fixo maximal aquelas sentenças às quais não é possível atribuir um valor de verdade sem comprometer a consistência da definição de verdade de Kripke. De posse desse material, Kripke se encontra em condições de fornecer as definições de sentença fundada e sentença paradoxal.

DEF. 4.4: Uma sentença é *fundada* se e somente se ela possui um valor de verdade no ponto-fixo minimal, caso contrário ela é *infundada*. Para uma sentença fundada *s*, o *nível* de *s* fica definido como sendo o menor nível α tal que *s* tem um valor-verdade em L^*_α.

DEF. 4.5: Uma sentença é *paradoxal* se e somente se ela não possui um valor de verdade em nenhum ponto-fixo.

Agora, vamos considerar alguns exemplos que são analisados por Kripke em seu artigo. Em uma linguagem L^*_α, para qualquer α, é possível formular sentenças sobre a sintaxe da própria linguagem em questão, de acordo com as condições postas por Kripke já sobre a linguagem L. Nesse caso, podemos obter a seguinte versão do paradoxo do mentiroso: $\forall x\ (Px \rightarrow \sim Vx)$, com P funcionando como um predicado sintático satisfeito unicamente pela própria sentença '$\forall x\ (Px \rightarrow \sim Vx)$', como, por exemplo, o número de Gödel dessa sentença. Vamos chamar a sentença em questão de *l*. Consideremos que $L^*_0 = L^*(\varnothing, \varnothing)$. Quando *l* é interpretada em qualquer nível $\alpha < \zeta$, V é o predicado-verdade do nível imediatamente inferior, e o paradoxo é evitado do modo clássico. Já quando *l* é interpretada em L^*_ζ, onde V é o predicado-verdade da própria L^*_ζ, aparentemente estamos às voltas com a velha antinomia de Epimênides. Entretanto, é fácil mostrar, por indução sobre α, que '$\forall x\ (Px \rightarrow \sim Vx)$', funcionando P da maneira especificada, não possui valor-verdade em nenhuma linguagem L^*_α, e portanto também não possui valor-verdade em L^*_ζ, o que significa, por definição, que a sentença em questão é infundada.

TEO. 4.2: *l* é infundada.

Prova:

Base: Como base da indução, tomamos $\alpha = 0$, e lembramos que $L^*_0 = L^*(\emptyset, \emptyset)$, uma linguagem em que V não possui qualquer interpretação. Em tal linguagem, como já observamos, qualquer sentença em que V ocorre não possui valor-verdade. Portanto, nossa sentença não possui valor-verdade em L^*_0.

Passo de indução: Como hipótese indutiva, consideremos que *l* não possui valor-verdade em L^*_β, para algum ordinal β. Ora, por definição, se $L^*_\beta = L^*(S_1, S_2)$, $L^*_{\beta+1} = L^*(S_1', S_2')$, sendo S_1' o conjunto das sentenças verdadeiras de L^*_β e S_2' o conjunto dos elementos do domínio D de L que ou não são sentenças de L^*_β, ou são sentenças falsas de L^*_β. Pela nossa hipótese de indução, *l* não está em S_1' nem em S_2', isto é, *l* não está na extensão nem na anti-extensão de V, tal como essa constante predicativa é interpretada em $L^*_{\beta+1}$. Para determinar o que ocorre com *l* em $L^*_{\beta+1}$, Kripke usa a lógica trivalente de Kleene[99]. Nesse esquema, uma fórmula da forma $\forall\xi\alpha[\xi]$ é verdadeira se α é verdadeira para todo valor de ξ, falsa se há um valor de ξ para o qual α é falsa, e indeterminada se nem uma dessas condições ocorrer. Assim, '$\forall x\ (Px \rightarrow \sim Vx)$' é verdadeira em $L^*_{\beta+1}$ se '$Px \rightarrow \sim Vx$' é verdadeira para todo valor de *x*. Isso não ocorre, já que, caso *x* tome *l* como valor, 'Px' é verdadeira e '$\sim Vx$' indeterminada. De fato, dado o esquema de Kleene, a negação de uma fórmula indeterminada é indeterminada e como, por hipótese, *l* é indeterminada em L^*_β, temos que 'Vx' é indeterminada quando *x* assume *l* como valor[100], e portanto, que '$\sim Vx$' também o é. Usando novamente o esquema de Kleene, temos que '$Px \rightarrow \sim Vx$' é indeterminada para *l* tomada como valor de *x*, dado que nesse esquema uma implicação com antecedente verdadeiro e

---

[99] A lógica trivalente de Kleene é usada, aqui, apenas como um esquema de valoração capaz de lidar com falhas na distribuição dos valores-verdade. Kripke lembra que outros esquemas capazes de lidar com tais falhas poderiam igualmente ser usados, como, por exemplo, a lógica sobrevalente de B. Van Fraassen (cf. KRIPKE, 1984, pp. 76 - 77).

[100] De fato, como $L^*_{\beta+1} = L^*(S_1', S_2')$, para $L^*_\beta = L^*(S_1, S_2)$, temos que '$Vx$' é verdadeira em $L^*_{\beta+1}$ sse $x \in S_1$', isto é, sse *x* é uma sentença verdadeira de L^*_β. Do mesmo modo, 'Vx' é falsa em $L^*_{\beta+1}$ sse $x \in S_2$', ou seja, sse *x* não é uma sentença ou é uma sentença falsa de L^*_β. Já se *x* é uma sentença indeterminada de L^*_β, como é o caso de *l* na prova acima, então 'Vx' é uma sentença indeterminada em $L^*_{\beta+1}$.

conseqüente indeterminado é indeterminada. Agora, vejamos se '$Px \rightarrow \sim Vx$' é falsa em $L^*_{\beta+1}$ para algum valor de x. Como P é uma constante predicativa satisfeita apenas por l (isto é, que contém apenas l em sua extensão), para qualquer valor de x diferente de l 'Px' é falsa. Em sendo assim, para todo valor de x diferente de l, '$Px \rightarrow \sim Vx$' é verdadeira, já que, no esquema de Kleene como no clássico, uma implicação é verdadeira sempre que seu antecedente é falso, independente do que ocorre com o conseqüente. Assim, não há valor de x para o qual '$Px \rightarrow \sim Vx$' é falsa, e também não é o caso que '$Px \rightarrow \sim Vx$' seja verdadeira para todo valor de x, já que ela é indeterminada para x tomando l como valor. Portanto, '$\forall x\ (Px \rightarrow \sim Vx)$' é indeterminada em $L^*_{\beta+1}$, o que completa nossa indução, de modo que podemos concluir que l não tem valor de verdade em L^*_{α}, para qualquer ordinal α, e que, portanto, não possui valor-verdade em L^*_{ζ}, o que significa que l é infundada[101].

Essa prova de que l é infundada ainda não é suficiente para mostrar que o conceito de verdade tal como definido por Kripke não é afetado pelo paradoxo do mentiroso, pois l poderia assumir um valor de verdade em algum ponto-fixo diferente de L^*_{ζ}. Entretanto, pode-se facilmente obter uma prova de que l é paradoxal, isto é, de que l não possui um valor de verdade em nenhum ponto-fixo, partindo de uma demonstração de que l é indefinida em L^*_0 em todos os casos[102].

Outro exemplo analisado por Kripke é o da sentença '$\forall x\ (Px \rightarrow Vx)$', com a constante predicativa P representando uma propriedade sintática exibida apenas pela própria sentença em questão. Chamemos essa sentença de v. Ao contrário de l, que afirma sua própria falsidade, v afirma sobre si própria que é uma sentença verdadeira. Tomando-se $L^*_0 = L^*(\varnothing, \varnothing)$, temos que v não possui um valor de verdade nessa linguagem. Como é fácil notar, uma prova semelhante à do teorema 4.2 pode ser obtida para demonstrar que tal como l, v também é uma sentença infundada, não possuindo um valor de verdade em L^*_{ζ}. Mas diferente de l, v pode receber um valor de verdade em uma linguagem $L^*_0 \neq L^*(\varnothing, \varnothing)$, e portanto v possui um valor de verdade em alguns pontos-fixos, o que significa que v não é uma sentença paradoxal. De fato, v pode tomar como valor de verdade tanto o

[101] Essa prova, bastante óbvia, não aparece no artigo de Kripke, sendo ali apenas mencionada (cf. KRIPKE, 1984, p. 71).

[102] Isto é, mesmo em casos em que $L^*_0 \neq L^*(\varnothing, \varnothing)$. De fato, não se pode dar um valor de verdade a l em nenhum desses casos sem afetar a consistência da teoria da verdade de Kripke.

Falso como o Verdadeiro, sem comprometer a consistência da noção de verdade tal como definida por Kripke. Na realidade, a atribuição de um valor de verdade a v em uma linguagem L^*_0 é algo totalmente arbitrário na teoria de Kripke[103].

Ainda um outro caso interessante que é analisado por Kripke em seu artigo é o seguinte. Nas primeiras páginas do artigo, Kripke observa que, para sentenças com conteúdo empírico, nem sempre é possível determinar, apenas pela forma da sentença e pelo significado das expressões que a compõem (vale dizer, por meio de critérios sintáticos e semânticos), se a sentença é fundada ou não, sendo necessário apelar para observações empíricas e para elementos de natureza pragmática, como o contexto no qual a sentença foi proferida (isto é, quem a proferiu, quando e onde). Para ilustrar esse fato, Kripke se vale do seguinte exemplo, que já estivemos considerando no capítulo 2. Suponha-se que Nixon tenha dito o seguinte: 'tudo o que Dean diz sobre Watergate é verdadeiro'. Suponha-se, além disso, que Dean, por seu turno, tenha proferido a sentença 'tudo o que Nixon diz sobre Watergate é falso'. Por brevidade, chamemos a primeira sentença de s e a segunda de r. Ora, em uma linguagem L* qualquer, podemos representar s como '$\forall x\ (Dx \rightarrow Vx)$', e r como '$\forall x\ (Nx \rightarrow \sim Vx)$', sendo que a extensão de D é o conjunto das sentenças ditas por Dean sobre Watergate, e a extensão de N é o conjunto das sentenças proferidas por Nixon sobre Watergate. À primeira fórmula chamemos s', e à segunda r'. Dadas as circunstâncias que especificamos antes, ocorre que s' está na extensão de N, e r' está na extensão de D. Ora, usando a definição de Kripke para 'sentença fundada', é fácil perceber que não há como decidir se s', e o mesmo para r', é ou não fundada, atentando apenas para a forma dessas sentenças e para a extensão das constantes predicativas que nelas ocorrem. É necessário atentar às circunstâncias. De fato, se há, na extensão de D, alguma sentença falsa, então s' é falsa e, se a sentença falsa na extensão de D que possui menor nível é de nível α, s' é de nível $\alpha + 1$. Além disso, se além de s', todas demais sentenças na extensão de N são falsas, r' é verdadeira, e seu nível é, no mínimo, $\alpha + 2$, uma vez que o nível de s', dadas essas condições, é $\alpha + 1$. Nesse caso, portanto, tanto s' como r' são sentenças fundadas. Agora, considere-se o caso em que r' é o único elemento na extensão de D e s' é o único elemento na extensão de N. Intuitivamente se nota que essa condição torna

[103] Cf. KRIPKE, 1984, P. 72-73.

paradoxais as duas sentenças, e é fácil provar que ambas são infundadas e paradoxais no sentido técnico da definição 4.5. A conclusão a que esse exemplo nos leva, portanto, é que uma mesma sentença pode ser fundada em dadas circunstâncias e infundada ou mesmo paradoxal em outras, o que comprova a tese de Kripke de que não há como determinar, em alguns casos, se uma sentença é fundada ou não com base tão-somente em critérios sintáticos (a forma da sentença) e semânticos (a extensão das constantes e a interpretação dos termos lógicos que ocorrem na sentença), fazendo-se necessário apelar para critérios de natureza pragmática[104]. Já a sentença *v* do parágrafo anterior é um caso em que não é necessário apelar para nenhum critério pragmático de modo a determinar se a sentença em questão é ou não fundada. Essa sentença é infundada em todas as circunstâncias, e pode ser chamada de 'intrinsecamente infundada'. Nesse mesmo sentido, podemos dizer que *l* é uma sentença intrinsecamente paradoxal.

Esse comportamento das sentenças com ocorrências do predicado-verdade em sua teoria leva Kripke a adicionar as seguintes definições à mesma.

DEF. 4.6: Um *ponto-fixo intrínseco* é um ponto fixo $L^*(S_1, S_2)$ tal que, dada qualquer sentença *s* de uma linguagem L*, não há nenhum ponto-fixo $L^*(S_1°, S_2°)$, tal que $s \in (S_1 \cap S_2°) \cup (S_2 \cap S_1°)$, isto é, um ponto-fixo intrínseco é um ponto-fixo $L^*(S_1, S_2)$ tal que não há nenhum outro ponto-fixo que atribua a alguma sentença *s* um valor de verdade diferente daquele atribuído a *s* por $L^*(S_1, S_2)$.

DEF. 4.7: Uma sentença *s* possui um *valor de verdade intrínseco* sse *s* possui um valor de verdade em algum ponto-fixo intrínseco.

Isso encerra nossa retomada da teoria da verdade de Kripke, e um fato notável sobre essa teoria é que, diferente das teorias de Tarski e Barwise-Etchemendy, que consideramos nos dois capítulos anteriores, ela não apresenta uma definição explícita de verdade. Como é evidente, o conceito de verdade

[104] Em nosso exemplo, a condição que tornou *s*' e *r*' infundadas foi uma restrição sobre a extensão das constantes predicativas D e N, o que pode causar a impressão de que o critério usado para determinar que *s*' e *r*' são infundadas foi, na verdade, um critério semântico, apenas. Contudo, note-se que são necessárias observações empíricas de modo a que se possa especificar as extensões de D e N, o que as torna dependentes das circunstâncias.

definido por Kripke é aquele que resulta da interpretação da constante predicativa V. Mas daí a questão óbvia: deve-se considerar a interpretação da constante V em qual das linguagens L*? Seria conveniente tomar a linguagem que fornecesse a interpretação mais ampla possível à constante V, de modo a fazer um paralelo à noção de verdade da linguagem natural, que parece ser tão ampla quanto possível. Assim, teríamos uma noção de verdade tão ampla quanto a consistência da teoria da verdade pode permitir. No entanto, Kripke comenta o fato óbvio de que não há um maior ponto-fixo, que estende todos os demais. De fato, comenta Kripke, há pontos-fixos que fornecem valores-verdade diferentes a uma mesma sentença *s*, como vimos ocorrer no caso da sentença *v*, e evidentemente tais pontos-fixos não possuem nenhuma extensão comum. Porém, Kripke nota que há um maior ponto-fixo intrínseco, que estende todos os demais pontos-fixos intrínsecos, e que, por ser a mais ampla interpretação da constante V que não apresenta atribuições arbitrárias de valores-verdade a sentenças infundadas, merece ser considerado como o ponto-fixo que fornece a interpretação de V mais próxima de nossa noção intuitiva de verdade.

Do ponto de vista formal, a teoria da verdade de Kripke satisfaz as condições de adequação que especificamos no capítulo 1. De fato, ela se aplica a linguagens semanticamente fechadas, o que é o caso de todos os pontos-fixos, e não é afetada por paradoxos semânticos que atingem a noção de verdade, como o paradoxo do mentiroso. O teorema 4.2 provou isso para o caso específico da versão mais simples dessa antinomia, e é possível obter provas similares para as variações conhecidas desse paradoxo. Uma prova definitiva de consistência, entretanto, como comentamos antes, não é ainda possível. Como a teoria de Kripke é formulada, como as demais construções semânticas, em linguagem de teoria de conjuntos, e como no caso de Kripke a teoria utilizada pode bem ser, por exemplo, ZFC, a teoria da verdade em questão tem sua consistência dependente da consistência de ZFC. A consistência relativa e a prova de que os casos específicos de antinomias semânticas conhecidas não afetam uma dada construção semântica é tudo que se exige atualmente no que se refere à consistência de uma tal construção.

Do ponto de vista material a situação não é diferente. No que se refere à porção das linguagens L* que não apresenta ocorrências da constante V a teoria de Kripke se comporta exatamente como a de Tarski. E no que atine às sentenças com ocorrências da constante V, a edificação dos níveis das linguagens L* é feita de tal modo que uma sentença ‘V*s*’ seja verdadeira exatamente quando *s* é verdadeira. Isso está claro em nossa apresentação da teoria de Kripke, de modo que uma prova explícita exige apenas trabalho mecânico. Portanto, temos que a teoria kripkeana da verdade satisfaz a convenção T, o que significa que ela é materialmente adequada.

Assim, em acordo com a atitude que assumimos, e que descrevemos no capítulo 1, a teoria da verdade de Kripke nos parece tão aceitável quanto uma teoria da verdade pode ser, uma vez que satisfaz as condições de adequação que consideramos necessárias e suficientes para uma teoria da verdade. Contudo, como também comentamos e discutimos no capítulo 1, nos parece que há certas vantagens, do ponto de vista estritamente formal, em atribuir o predicado-verdade a proposições, em vez de atribuí-lo a sentenças. Como a teoria da verdade de Kripke considera a verdade como sendo um predicado de sentenças, nos pareceu ser interessante tentar construir uma definição de verdade satisfazendo as exigências formais e materiais satisfeitas pela definição de Kripke, mas que aplicasse o predicado-verdade às proposições. Além disso, ainda, assumimos algumas intuições acerca da noção de verdade que diferem das intuições assumidas por Kripke. De fato, não nos parece de acordo com a intuição que sentenças infundadas possam assumir um valor de verdade. O que nos parece mostrar isso é o fato de que tais sentenças podem assumir arbitrariamente um valor de verdade qualquer no início da construção de um ponto-fixo, independente de qualquer critério. E mais ainda do que isso, temos a impressão, embora não uma prova, de que no maior ponto-fixo intrínseco de Kripke essas sentenças permanecerão indeterminadas. Por essas razões, em nossa teoria a construção de Kripke não é utilizada para determinar os valores de verdade das sentenças, como ocorre na teoria de Kripke, mas para especificar as sentenças que podem expressar uma proposição. A partir daí, utilizaremos métodos semelhantes aos de Barwise e Etchemendy para atribuir valores de verdade às proposições. Essa nossa opção estará baseada também na intuição de que o problema com paradoxos semânticos como o do mentiroso não está, realmente, na admissão de linguagens semanticamente fechadas como linguagens-objeto de definições de verdade, mas na tentativa de se utilizar o predicado-verdade em sentenças infundadas, nas quais esse predicado não é aplicado a nenhuma cláusula de conteúdo, mas lançado, por assim dizer, no vazio.

A teoria da verdade de Kripke nos dá, portanto, o dispositivo formal de que necessitávamos para especificar as sentenças da linguagem-objeto de nossa definição de verdade que não expressam proposições (entre outras coisas por não fazerem justiça ao caráter eliminável do predicado-verdade). Desse modo, já estamos em condições de passar, no capítulo seguinte, à exposição de nosso tratamento para o conceito de verdade.