4
Circularidade

No livro *The liar: An essay on truth and circularity*, conforme estivemos mencionando, Barwise e Etchemendy desenvolveram uma teoria da verdade que captura as intuições da concepção russelliana de verdade que consideramos na segunda, terceira e quarta seções do capítulo 1. O objetivo principal desses autores com sua teoria, como também já estivemos dizendo, foi oferecer uma definição de verdade baseada em sólidas intuições pré-teóricas acerca desse conceito, e que fosse capaz de lidar com a circularidade semântica, sendo também aplicável a linguagens semanticamente fechadas, sem contudo acarretar paradoxos semânticos. A seguir, tal como fizemos no capítulo precedente com a teoria clássica da verdade, vamos retomar as linhas gerais da teoria russelliana da verdade de Barwise e Etchemendy, para propor em seguida as razões que nos levaram a considerar que essa teoria não se mostra de todo satisfatória. Não obstante essa nossa avaliação da teoria de Barwise e Etchemendy, como vamos mostrar mais adiante, vamos adotar diversos dos recursos formais desenvolvidos por Barwise e Etchemendy para capturar as intuições da teoria informal da verdade de Russell em nossa própria definição de verdade.

Como linguagem-objeto de sua definição de verdade, os nossos autores definem uma linguagem formal B bastante reduzida, que pode ser utilizada apenas para descrever situações em um jogo de baralho entre dois indivíduos, para afirmar a verdade ou a falsidade de proposições quaisquer de B, e para afirmar que um dos dois indivíduos do jogo acredita que há uma determinada situação no jogo[85]. A seguir, vamos apresentar o léxico e as regras de formação de B.

O léxico de B é constituído por:

- 54 constantes individuais, com interpretação fixa[86], a saber: j_1 e j_2 denotando os dois jogadores, e c_1, c_2, ..., c_{52} denotando as 52 cartas do baralho, tomadas em uma ordem qualquer;

[85] Ou ainda que um dos dois indivíduos acredita que uma dada proposição de B é verdadeira, ou que ele acredita que um deles acredita que há uma situação determinada no jogo, e assim por diante, como a definição 3.2 deixa claro.
[86] Embora este obviamente seja um assunto que pertence à semântica, e não à sintaxe de B, preferimos determinar já aqui a denotação das constantes de B, para simplificar a exposição.

- três constantes predicativas, também com interpretação fixa, a saber: T, A, e V, representando, respectivamente, as relações de ter e acreditar, e o predicado-verdade;

- os operadores lógicos &, v e ~;

- um conjunto {*esta*, $aquela_1$, $aquela_2$, ...} de demonstrativos proposicionais;

- o indicador de escopo ↓;

- os sinais de pontuação) e (.

Note-se que B não possui quantificadores e variáveis. Agora, considerando que uma *expressão* de B é qualquer seqüência finita de símbolos do léxico de B, vamos dar a definição de uma *fórmula* de B, na qual, como é óbvio, vamos apresentar as regras de formação de B. Antes disso, vamos dar a definição auxiliar de uma *fórmula atômica* de B.

DEF. 3.1: Uma *fórmula atômica* de B é uma expressão de B que possui uma das seguintes formas:

i) j_i T c_k, para $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq k \leq 52$;

ii) j_i A *esta*; para $1 \leq i \leq 2$;

iii) j_i A $aquela_k$, para $1 \leq i \leq 2$ e $k < \omega$;

iv) V*esta*;

v) V$aquela_k$, para $k < \omega$.

DEF. 3.2: O conjunto das *fórmulas* de B é o menor conjunto tal que:

i) se α é uma fórmula atômica, então $\alpha \in$ B;

ii) se $\alpha \in$ B, então j_i A $\alpha \in$ B, para $1 \leq i \leq 2$;

iii) se $\alpha \in$ B, então V$\alpha \in$ B,

iv) se $\alpha \in$ B, então ~$\alpha \in$ B;

v) se $\alpha, \beta \in$ B, então α & $\beta \in$ B e α v $\beta \in$ B;

vi) se $\alpha \in$ B, então ↓$\alpha \in$ B.

DEF. 3.3: O conjunto das *sentenças* de B (ou simplesmente a linguagem formal B) é o conjunto das fórmulas de B que não possuem ocorrências não marcadas por ↓ do demonstrativo proposicional *esta*.

Assim, note-se que Barwise e Etchemendy introduzem uma distinção entre *fórmulas* e *sentenças* de B, definindo as sentenças de B como sendo aquelas fórmulas de B em que não há ocorrêncisa de *esta* não marcadas por ↓. Ora, dadas as interpretações fixas para as constantes de B e para os operadores lógicos, a interpretação da maioria das sentenças de B é evidente, para conhecedores do cálculo de predicados de 1ª ordem. O aparato lógico original da linguagem B está precisamente nos demonstrativos proposicionais e no indicador de escopo ↓. O demonstrativo proposicional *esta* serve para que uma sentença possa fazer referência à proposição expressa por ela mesma. Assim, a sentença 'V*esta*' aplica o predicado-verdade à proposição expressa por ela mesma. Já os demonstrativos $aquela_i$ servem para que uma sentença possa fazer referência à proposição expressa por uma sentença de um dado conjunto de sentenças, indexada com o numeral i, supondo-se que tenha sido feita uma enumeração das sentenças do conjunto em questão. Desse modo, a sentença 'j_2 A $aquela_7$' deve ser interpretada como afirmando que o jogador 2 acredita na proposição expressa pela sétima sentença de um conjunto pré-determinado de sentenças. Quanto ao indicador de escopo ↓, ele serve para determinar o escopo de uma ocorrência do demonstrativo proposicional *esta* em uma sentença. Assim, por exemplo, a sentença '↓(V*esta* v ~V*esta*)' está afirmando que a proposição que ela expressa é verdadeira ou não é verdadeira. Já a sentença '↓V*esta* v ↓~V*esta*' está afirmando que a proposição expressa por seu primeiro disjunto é verdadeira ou a proposição expressa por seu segundo disjunto é falsa. Embora Barwise e Etchemendy não tenham tentado desfazer algumas ambigüidades que podem emergir do uso iterado do indicador de escopo, podemos determinar que se houver mais que um indicador sobre a mesma ocorrência do demonstrativo *esta*, então vale o primeiro que estiver à esquerda dessa ocorrência de *esta*. Desse modo, a sentença '↓(V*esta* v ↓~V*esta*)' afirma que a proposição expressa por ela mesma é verdadeira ou a proposição expressa por seu segundo disjunto é falsa. Já a sentença '↓(↓V*esta* v ↓~V*esta*)' expressa proposição idêntica à proposição expressa pela sentença '↓V*esta* v ↓~V*esta*'.

Convém notar que o importante sobre a linguagem B é o fato de a mesma ter meios para lidar com a circularidade semântica, além do fato de que B é semanticamente fechada. Assim, a despeito de seu pequeno poder expressivo, ao definir verdade para a linguagem B, Barwise e Etchemendy definem esse conceito para uma linguagem semanticamente fechada, de modo que, para atingirem seu objetivo com essa definição de verdade, bastará mostrar que a mesma não incorre em paradoxos semânticos.

Agora podemos passar à exposição da semântica de Barwise e Etchemendy para B, que irá culminar na definição do conceito de verdade para B. Num primeiro momento nossos autores definem um esquema para representar proposições, e um outro para representar estados-de-coisas. De posse desse material, são definidos os três conceitos semânticos fundamentais da semântica de Barwise e Etchemendy, a saber: i) uma função exp^c, que especifica a proposição expressa por uma sentença qualquer da linguagem-objeto em uma dada circunstância; ii) uma relação binária $\models$ entre o conjunto das situações, entendidas como conjuntos de estados-de-coisas, e o conjunto das proposições, tal que, para qualquer situação s e qualquer proposição p, $s \models p$ se e somente se há um estado-de-coisas em s que corresponde a p, e que, portanto, torna p verdadeira; iii) a noção de modelo, que é definida com base em alguns conceitos auxiliares.

Comecemos, pois, pelo esquema de Barwise e Etchemendy para a representação das proposições expressas pelas sentenças de B. Essas proposições serão representadas por objetos da teoria dos conjuntos, construídos a partir dos átomos $\mathtt{T}$, $\mathtt{A}$,$\mathtt{V}$, $\mathtt{j}_1$, $\mathtt{j}_2$, $\mathtt{c}_1$, ..., $\mathtt{c}_{52}$, representando, respectivamente, as relações de ter e acreditar, o predicado-verdade, o jogador 1, o jogador 2 e as 52 cartas do baralho tomadas na ordem anteriormente especificada. Que átomos serão esses obviamente não interessa. Só o que importa é a correlação entre eles e o que eles vão representar. Quanto aos objetos construídos a partir desses átomos para representar as proposições, Barwise e Etchemendy também fazem o mesmo comentário: não importa que espécie de conjuntos eles serão, mas apenas que haja uma correlação biunívoca entre eles e as proposições expressas pelas sentenças de B[87]. No entanto, será importante determinar a que teoria de conjuntos esses objetos vão pertencer, pois serão admitidos, como vamos mostrar a seguir, objetos que têm a si próprios como elementos, para serem utilizados na representação de proposições que tratam acerca de si mesmas. Como não há tais objetos em teorias de conjuntos como ZFC e NGB, Barwise e Etchemendy tomam suas contrapartes

[87] Cf. BARWISE & ETCHEMENDY, 1987, p. 62.

das proposições expressas pelas sentenças de B da teoria de conjuntos ZFC-AFA, de P. Aczel[88], que admite os objetos em questão. Apresentaremos as linhas gerais dessa teoria de conjuntos mais adiante.

DEF. 3.4: Dada uma classe X qualquer, seja Γ (X) a menor classe que contém X e tal que, se Y ⊆ X é um conjunto, então [&Y] ∈ Γ (X) e [VY][89] ∈ Γ (X); nesse caso, a classe PROP das *proposições* é Γ (ATPROP), onde ATPROP, a classe das proposições atômicas, é a maior classe tal que *p* ∈ ATPROP se e somente se *p* possui uma das seguintes formas:

i) $[\mathtt{j}_i\ \mathtt{T}\ \mathtt{c}_k]$; $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq k \leq 52$;

ii) $\overline{[\mathtt{j}_i\ \mathtt{T}\ \mathtt{c}_k]}$; $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq k \leq 52$;

iii) $[\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ q]$; $1 \leq i \leq 2$, e $q \in$ PROP;

iv) $\overline{[\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ q]}$; $1 \leq i \leq 2$, e $q \in$ PROP;

v) $[\mathtt{V}\ q]$; $q \in$ PROP;

vi) $\overline{[\mathtt{V}\ q]}$; $q \in$ PROP.

Vamos agora apresentar o esquema utilizado por Barwise e Etchemendy para representar estados de coisas. Um estado-de-coisas qualquer dentre os estados-de-coisas representáveis pelo método de Barwise e Etchemendy será representado por uma *n*-upla ordenada, para $n = 3$ ou $n = 4$, construída a partir dos átomos T, A,V, $\mathtt{j}_1$, $\mathtt{j}_2$, $\mathtt{c}_1$, ..., $\mathtt{c}_{52}$ – como no caso das proposições –, dos elementos da classe PROP, e dos índices 0 e 1. Essas *n*-uplas ordenadas também serão construídas de acordo com a teoria de conjuntos ZFC-AFA. Tal como em ZFC, uma *n*-upla ordenada $(a_1, a_2, ..., a_n)$ em ZFC-AFA é o par ordenado $((a_1, ..., a_{n-1}), a_n)$, e um par ordenado (a, b) é o conjunto $\{\{a\}, \{a, b\}\}$.

---

[88] Cf. ACZEL, 1988.

[89] Sobre [&Y] e [VY], note-se que esses elementos da definição 3.4 vão resultar na admissão de proposições infinitas nos casos em que Y é infinito, embora tais proposições não possam ser expressas por nenhuma sentença de B, já que as sentenças de B são finitas, dado que por definição as expressões de B são seqüências finitas de símbolos do léxico de B. Barwise e Etchemendy comentam, entretanto, que pode-se limitar essas conjunções e disjunções a combinações finitas ou inferiores a um cardinal dado, o que faria de PROP um conjunto, e portanto não uma classe própria, o que mostra que a distinção classe-conjunto é irrelevante na teoria russelliana de Barwise e Etchemendy (cf. BARWISE & ETCHEMENDY, 1987, p. 63).

DEF. 3.5: A classe EDC dos *estados-de-coisas* é a maior classe tal que $\sigma \in$ EDC se e somente se σ possui uma das seguintes formas:

i) ($\mathtt{T}$, $\mathtt{j}_i$, $\mathtt{c}_k$, m); $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq k \leq 52$, $m \in \{0, 1\}$;

ii) ($\mathtt{A}$, $\mathtt{j}_i$, p, m); $1 \leq i \leq 2$, $p \in$ PROP, $m \in \{0, 1\}$;

iii) ($\mathtt{V}$, p, m); $p \in$ PROP, $m \in \{0, 1\}$.

DEF. 3.6: A classe SIT das *situações* é a classe-potência de EDC.

Seguem abaixo as definições da função exp^c e da relação $\models$. Antes de definir a função exp^c, Barwise e Etchemendy definem a função auxiliar *val*, do conjunto das fórmulas de B em PARPROP, a classe das proposições paramétricas, que resulta de PROP pela adição em PROP de proposições paramétricas das formas $[\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ x]$, $\overline{[\mathtt{j}_i \mathtt{A}\ x]}$, $[\mathtt{V}\ x]$, e $\overline{[\mathtt{V}\ x]}$, com $1 \leq i \leq 2$, e x pertencendo ao conjunto das *variáveis* proposicionais $\{y, z_1, z_2, ...\}$, conforme segue.

DEF. 3.7: Seja *val* a função definida do conjunto das fórmulas de B em PARPROP, de acordo com as seguintes cláusulas:

i) $val\ (j_i\ \mathrm{T}\ c_k) = [\mathtt{j}_i\ \mathtt{T}\ \ \mathtt{c}_k]$; $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq k \leq 52$;

ii) $val\ (j_i\ \mathrm{A}\ esta) = [\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ y]$; $1 \leq i \leq 2$;

iii) $val\ (j_i\ \mathrm{A}\ aquela_k) = [\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ z_k]$; $1 \leq i \leq 2$; $k < \omega$;

iv) $val\ (\mathrm{V}esta) = [\mathtt{V}\ y]$;

v) $val\ (\mathrm{V}aquela_k) = [\mathtt{V}\ z_k]$; $k < \omega$;

vi) $val\ (j_i\ \mathrm{A}\ \alpha) = [\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ val\ (\alpha)]$; $1 \leq i \leq 2$;

vii) $val\ (\mathrm{V}\alpha) = [\mathtt{V}\ val\ (\alpha)]$;

viii) $val\ ({\sim}\alpha) = \overline{val\ (\alpha)}$;

ix) $val\ (\alpha\ \&\ \beta) = [\&\ \{val\ (\alpha), val\ (\beta)\}]$;

x) $val\ (\alpha \vee \beta) = [\mathrm{V}\ \{val\ (\alpha), val\ (\beta)\}]$;

xi) $val\ (\downarrow\alpha)$ = o $y \in$ PARPROP tal que $y = val\ (\alpha) <y, z_1, z_2, ...>$; com a expressão $<y, z_1, z_2, ...>$ após $val\ (\alpha)$ indicando que α possui ao menos uma ocorrência não marcada por $\downarrow$ do demonstrativo '*esta*', e possivelmente ocorrências dos demonstrativos '$aquela_k$', sendo que em $val\ (\alpha)$ '*esta*' é correlacionada à proposição paramétrica y e '*aquela*$_k$', se houver, é correlacionada à variável proposicional z_k, $k < \omega$.

DEF. 3.8: Seja c uma função definida do conjunto dos demonstrativos '*aquela*$_k$' de uma sentença α qualquer de B contendo ao menos um desses demonstrativos, em PROP; define-se então exp^c como sendo a função do conjunto das sentenças de B em PROP tal que $exp^c\ (\alpha) = val\ (\alpha)\ <q_1, q_2, ...>$, com a expressão $<q_1, q_2, ...>$ após $val\ (\alpha)$ indicando que $val\ (\alpha)$ eventualmente possui as variáveis proposicionais z_k, que nesse caso são substituídas pelas proposições q_k, sendo $c\ (aquela_k) = q_k$, $k < \omega$.

Note-se que exp^c, como já foi mencionado, especifica a proposição expressa por uma sentença qualquer de B em uma dada circunstância c. Essas circunstâncias c determinam a que proposição um dado demonstrativo '*aquela*$_k$' vai estar se referindo, e portanto elas só vão fazer diferença no caso de sentenças com ocorrências desses demonstrativos. Passemos agora à definição da relação $\models$.

DEF. 3.9: Seja $\models$ a relação binária entre SIT e PROP tal que:

i) $s \models [\mathtt{j}_i\ \mathtt{T}\ \ \mathtt{c}_k]$ sse $(\mathtt{T}, \mathtt{j}_i, \mathtt{c}_k, 1) \in s$; $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq k \leq 52$;

ii) $s \models \overline{[\mathtt{j}_i\ \mathtt{T}\ \ \mathtt{c}_k]}$ sse $(\mathtt{T}, \mathtt{j}_i, \mathtt{c}_k, 0) \in s$; $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq k \leq 52$;

iii) $s \models [\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ \ p]$ sse $(\mathtt{A}, \mathtt{j}_i, p, 1) \in s$; $1 \leq i \leq 2$, $p \in$ PROP;

iv) $s \models \overline{[\mathtt{j}_i\ \mathtt{A}\ \ p]}$ sse $(\mathtt{A}, \mathtt{j}_i, p, 0) \in s$; $1 \leq i \leq 2$, $p \in$ PROP;

v) $s \models [\mathtt{V}\ \ p]$ sse $(\mathtt{V}, p, 1) \in s$; $p \in$ PROP;

vi) $s \models \overline{[\mathtt{V}\ \ p]}$ sse $(\mathtt{V}, p, 0) \in s$; $p \in$ PROP;

vii) $s \models [\&X]$ sse $s \models p$ para todo $p \in X$; $X \subseteq$ PROP;

viii) $s \models [VX]$ sse $s \models p$ para algum $p \in X$; $X \subseteq$ PROP.

Vamos, enfim, retomar a definição de modelo, de Barwise e Etchemendy, que será dada com base em diversas noções auxiliares, cujas definições vamos apresentar na seqüência. A noção de verdade já apareceu na definição da relação $\models$, que especifica as condições em que uma determinada situação s torna *verdadeira* uma dada proposição p. Entretanto, de acordo com nossos autores, a noção de verdade será melhor caracterizada pelas definições que vão especificar as condições em que um modelo maximal M torna verdadeira uma dada proposição p, e as condições em que uma dada proposição p é verdadeira em um modelo maximal M, conforme vamos conferir a seguir.

DEF. 3.10: Dados uma classe M de estados-de-coisas e uma proposição p qualquer, define-se que $M \models p$ (lê-se 'M torna p verdadeira') se e somente se há uma situação $s \subseteq M$ tal que $s \models p$. Além disso, define-se que $V_M(p)$ (lê-se 'p é verdadeira em M') se e somente se o estado-de-coisas σ que torna verdadeira a proposição expressa pela sentença de B que afirma que p é verdadeira, isto é, ($\vee$, p, 1), pertence a M. Inversamente, define-se que $M \not\models p$ (lê-se 'M torna p falsa') se e somente se não há nenhuma situação $s \subseteq M$ tal que $s \models p$, e define-se que $F_M(p)$ (lê-se 'p é falsa em M') se e somente se o estado-de-coisas σ que torna verdadeira a proposição expressa pela sentença de B que afirma que p é falsa, isto é, ($\vee$, p, 0), pertence a M.

DEF. 3.11: Dado um estado-de-coisas σ qualquer, chamemos de *dual* de σ o estado-de-coisas idêntico a σ exceto por possuir índice oposto ao de σ, isto é, se σ possui índice 1, seu dual possui índice 0 e vice-versa. Nesse caso, uma classe de estados-de-coisas M é dita *coerente* se e somente se não pertencem a ela estados-de-coisas que tornam verdadeiras a proposição expressa por uma sentença α de B e a proposição expressa por ~α, isto é, se e somente se não é o caso que um estado-de-coisas σ qualquer e seu dual pertencem ambos a M.

DEF. 3.12: Um *modelo fraco do mundo* é uma classe coerente de estados-de-coisas M tal que, para qualquer proposição p, $V_M(p)$ implica $M \models p$ e $F_M(p)$ implica $M \not\models p$.

DEF. 3.13: Dada uma proposição p qualquer, um *modelo fraco do mundo V-fechado* é um modelo fraco do mundo M tal que $M \models p$ implica $V_M(p)$; um *modelo fraco do mundo F-fechado* é um modelo fraco do mundo M tal que $M \not\models p$

implica F_M (p); um *modelo fraco do mundo N-fechado* é um modelo fraco do mundo M tal que F_M (p) se e somente se M $\models \overline{p}$.

Note-se que, dada a definição de modelo fraco do mundo, a definição 3.13 implica que em modelos fracos V-fechados M $\models p$ se e somente se V_M (p), e que em modelos fracos F-fechados M $\not\models p$ se e somente se F_M (p). De posse de todas essas noções auxiliares, podemos já definir modelo, conforme segue.

DEF. 3.14: Um modelo fraco do mundo *semanticamente fechado* é um modelo fraco do mundo V-fechado e F-fechado; já um modelo fraco do mundo *quase semanticamente fechado*, ou simplesmente um *modelo do mundo*, é definido como sendo um modelo fraco do mundo V-fechado e N-fechado.

Para Barwise e Etchemendy são os modelos quase semanticamente fechados que melhor captam as nossas intuições pré-teóricas acerca da noção de verdade, pelas razões que vamos expor mais adiante, sendo esse o caso sobretudo, como mencionamos a pouco, dos modelos maximais do mundo, que são definidos do seguinte modo.

DEF. 3.15: Um modelo *maximal* do mundo é um modelo N $\not\subset$ M, para qualquer modelo M.

Uma vez concluída a construção de sua semântica para a linguagem L, nossos autores a utilizam para solucionar o paradoxo do mentiroso, mostrando que a proposição *l* expressa pela sentença de B que afirma acerca de si mesma que é falsa é tal que, para qualquer modelo fraco do mundo M, M $\not\models l$ e não é o caso que F_M (l). Isto é, de acordo com a abordagem de Barwise e Etchemendy para o paradoxo do mentiroso, a proposição expressa pela sentença paradoxal é falseada por qualquer modelo fraco do mundo, o que significa que não existe em nenhum desses modelos (e, portanto, em nenhum modelo maximal do mundo) um fato que torne a proposição em questão verdadeira. Ao mesmo tempo, entretanto, o fato semântico, por assim dizer, de que essa proposição é falsa não pertence a nenhum modelo fraco do mundo (e, desse modo, a nenhum modelo maximal do mundo). Vamos conferir a prova desse resultado.

TEO. 3.1: Considere-se a sentença λ = $\downarrow$~V*esta*; temos que exp^c (λ) = l = $\overline{[V\ \ l]}$, dada qualquer circunstância c. Pois bem, dado qualquer modelo fraco do mundo M, M $\not\models$ l mas não é o caso que F_M (l).

Prova: Vamos supor que existe um modelo fraco do mundo M tal que M $\models$ l; nesse caso, há uma situação $s \subseteq$ M tal que $s \models l$, o que quer dizer que (V, l, 0) $\in s$ e, portanto, (V, l, 0) $\in$ M. Mas se (V, l, 0) $\in$ M, então F_M (l), o que, dada a definição de modelo fraco do mundo, implica que M $\not\models$ l, contradizendo nossa hipótese. Portanto, dado qualquer modelo fraco do mundo M, M $\not\models$ l. Vamos agora supor que há um modelo fraco do mundo M tal que F_M (l); nesse caso, (V, l, 0) $\in$ M. Mas se (V, l, 0) $\in$ M, então há uma situação $s \subseteq$ M tal que $s \models l$, o que significa que M $\models$ l. Como isso contradiz o resultado precedente, temos que não há um modelo fraco do mundo M tal que F_M (l).

Esse teorema mostra que a definição de verdade de Barwise e Etchemendy não é afetada pela antinomia do mentiroso. Soluções análogas mostram que a mesma definição também não é afetada por outras versões do paradoxo do mentiroso[90]. No entanto, esse tipo de resultado leva nossos autores a concluir que não há modelos semanticamente fechados, como mostra o seguinte corolário do teorema anterior.

COR. 3.1: Não há modelos fracos do mundo semanticamente fechados.

Prova: Vamos supor que exista um modelo fraco M F-fechado. Nesse caso, como pelo teorema 3.1 M $\not\models$ l, temos que F_M (l). Mas isso contradiz o próprio teorema 3.1, donde se conclui que não há modelos fracos F-fechados, e que, portanto, não há modelos fracos semanticamente fechados.

Algo que chama a atenção nessa solução de Barwise e Etchemendy para o paradoxo do mentiroso e, mais amplamente, em toda essa sua teoria da verdade, é

[90] Cf. BARWISE & ETCHEMENDY, 1987, pp. 97 - 104.

o fato de que ela admite uma linguagem-objeto dotada de meios de auto-referência. Mais que isso, B possui um predicado-verdade aplicável às proposições expressas por suas próprias sentenças, sendo portanto, de certa forma[91], uma das linguagens a que Tarski chama *semanticamente fechadas*. Como já mencionamos, para Tarski tais linguagens não podem ser objeto de uma definição de verdade livre de paradoxos, razão pela qual Tarski limitou o alcance de sua definição de verdade às linguagens formalizadas semanticamente abertas. Mas Barwise e Etchemendy fazem mais do que admitir uma linguagem semanticamente fechada no domínio de sua teoria da verdade. Eles admitem que sentenças circulares como a que afirma sua própria falsidade expressem proposições circulares e que, em alguns casos, possam existir estados-de-coisas que as tornam verdadeiras. Assim, em vez de excluir a circularidade da linguagem-objeto de sua definição de verdade, vale dizer, em vez de restringir o domínio de sua teoria da verdade, nossos autores impõem a restrição em outro lugar, a saber, em seus modelos do mundo, que só podem ser *quase* semanticamente fechados, mas não podem ser *semanticamente fechados*, como mostrou o corolário 3.1. Está aí a razão pela qual Barwise e Etchemendy assumem que são os modelos fracos quase semanticamente fechados, à que eles chamam simplesmente de modelos do mundo, que melhor capturam nossas intuições pré-teóricas acerca do conceito de verdade, sobretudo se forem maximais. Portanto, para nossos autores o mundo russelliano é essencialmente incompleto: ele contém todos os estados-de-coisas que não envolvem a semântica, mas não pode conter os fatos de que certas proposições são falsas. As condições do mundo são tais que tornam certas proposições falsas, mas o fato de que uma qualquer dessas proposições é falsa não pode fazer parte do mundo.

Desse modo, temos que a artimanha dos autores de *The liar* para se livrarem do paradoxo do mentiroso, sem excluir a circularidade da linguagem-objeto de sua teoria da verdade, consiste em impedir essa teoria de satisfazer a convenção T, de Tarski. Para recapitular o que dissemos no capítulo anterior, segundo Tarski uma definição de verdade só pode ser considerada materialmente adequada se ela

[91] O fato de que na teoria da verdade de Barwise e Etchemendy o predicado-verdade é aplicado às proposições, enquanto na teoria de Tarski ele é aplicado às sentenças, gera uma assimetria entre essas duas teorias. Mas ainda assim nos parece que faz todo sentido dizer que B é semanticamente fechada pelo fato de o predicado-verdade de B se aplicar às proposições expressas por suas próprias sentenças. Essa parece ser a melhor tradução do conceito tarskiano de uma linguagem semanticamente fechada para linguagens cuja semântica admite proposições.

satisfizer a convenção T, o que quer dizer que ela deve implicar logicamente todas as instâncias do esquema '*s* é verdadeira *se e somente se p*', em que *p* é uma sentença qualquer da linguagem-objeto da definição, e *s* é um nome para *p*. Ora, o modo mais natural de traduzir essa exigência para o contexto da semântica 'russelliana' é determinar que a mesma só pode ser satisfeita se tivermos que, dado um modelo M qualquer (ou ao menos dado qualquer modelo maximal M), e uma proposição *p* qualquer, V_M (*p*) se e somente se $M \models p$, e F_M (*p*) se e somente se $M \not\models p$, isto é, se tivermos que todo modelo (maximal) é semanticamente fechado[92]. Obviamente, isso não pode ocorrer na teoria da verdade de Barwise e Etchemendy, dadas as condições apresentadas pelo corolário 3.1.

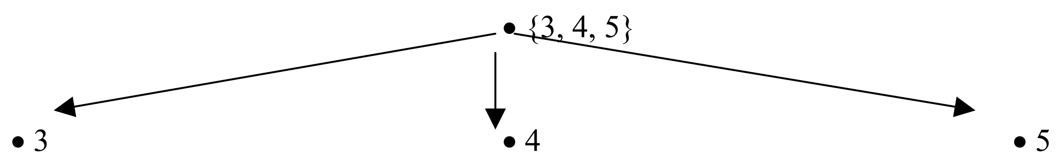
Por fim, para completar nossa retomada da teoria da verdade de Barwise e Etchemendy, vamos agora expor as linhas gerais da teoria de conjuntos ZFC-AFA, que é utilizada por nossos autores para a modelagem formal de suas proposições e estados-de-coisas. Como mencionamos mais acima, a teoria ZFC-AFA, que admite conjuntos que possuem a si mesmos como elementos, é necessária para que se possa representar proposições circulares, como é o caso da proposição $l = \overline{[\mathrm{V}\ l]}$. De fato, como também mencionamos a pouco, a linguagem formal de uma teoria de conjuntos como ZFC ou NGB não pode ser utilizada como metalinguagem na qual a definição de verdade de Barwise e Etchemendy é formulada, como ocorre com a definição de verdade de Tarski e, em geral, com a semântica clássica da lógica de predicados de primeira ordem e de ordem superior. Isso ocorre porque, como vimos, as técnicas de representação de proposições e estados-de-coisas usadas pelos nossos autores consistem em representar esses objetos por meio de conjuntos tais que as coisas acerca das quais trata uma proposição (ou os objetos que as representam) sejam elementos do conjunto que a representa, e as coisas em um estado-de-coisas (ou os objetos que as representam) sejam elementos do conjunto que representa o estado-de-coisas em questão. Nesse caso, a utilização de ZFC, por exemplo, torna-se inadequada devido ao fato de que não há como representar uma proposição circular, do modo como fazem Barwise e Etchemendy, por meio de um conjunto oriundo do universo de ZFC. De fato, uma proposição sobre si própria deveria ser

[92] Uma exposição da razão pela qual pensamos que esse é o modo mais natural de traduzir a convenção T para o contexto 'russelliano' se encontra no capítulo 5.

representada por um conjunto que, entre outras coisas, possui a si mesmo como elemento. Como é sabido, não há nenhum conjunto como esse no universo de ZFC. A solução de Barwise e Etchemendy para esse problema consiste em adotar, como metalinguagem apropriada para formular sua definição de verdade para B, a linguagem formal da teoria ZFC-AFA, uma teoria de conjuntos que admite conjuntos circulares, ou não-bem-fundados.

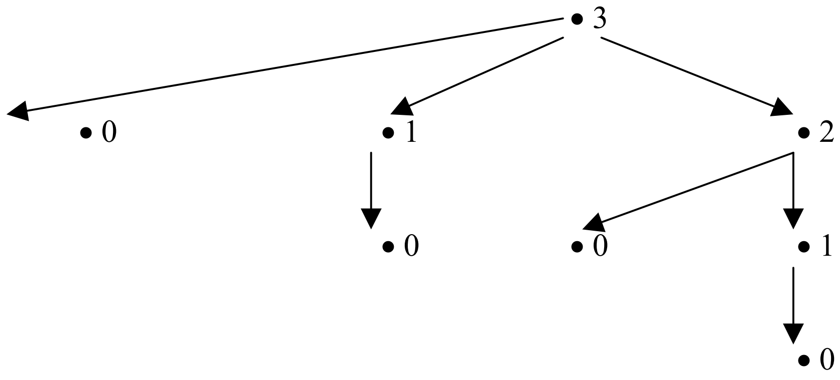
Como é sabido, ZFC não possui uma definição explícita de conjunto, mas se entende como um conjunto do universo de ZFC qualquer objeto que satisfaz seus nove axiomas. Entre esses axiomas, o assim-chamado axioma da regularidade, tal como formulado por P. Cohen[93], é o seguinte: $\forall x \exists y\ (x = \varnothing \vee (y \in x \ \&\ \forall z\ (z \in x \rightarrow \sim z \in y)))$. Como vemos, esse axioma determina que, dado um conjunto não-vazio x qualquer, há ao menos um elemento y de x ao qual não pertence nenhum elemento de x, o que significa que y é um conjunto disjunto de x. Ora, um conjunto circular $x = \{x\}$, por exemplo, não possui nenhum elemento y que seja um conjunto disjunto de x, e portanto não pode estar no universo de ZFC[94].

Conjuntos desse tipo são, entretanto, admitidos no universo da teoria de conjuntos de Aczel, que resulta da substituição, em ZFC, do axioma da regularidade por um outro axioma, a que Aczel chama *anti-foundation axiom*, ou AFA. De acordo com esse axioma, todo conjunto pode ser representado univocamente por uma classe-equivalência de gráficos de pontos e setas, onde um ponto inicial está associado ao conjunto, e dele partem setas para pontos associados a cada elemento desse conjunto, e, caso algum desses elementos seja um conjunto não-vazio, dele partem setas para pontos que representam seus elementos, e assim por diante. Além disso, segundo o axioma em questão cada uma dessas classes-equivalência de gráficos determina um conjunto. O conjunto dos naturais 3, 4 e 5, por exemplo, pode ser representado pelo gráfico:

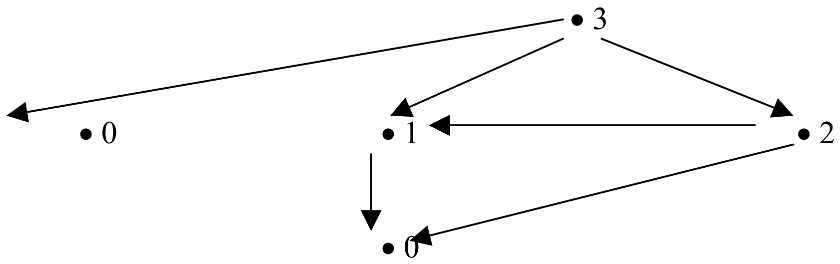


[93] Cf. COHEN, 1979, p. 67.
[94] A teoria ZFC tal como exposta por Cohen não admite átomos, mas apenas conjuntos. De fato, se a teoria em questão admitisse átomos, um conjunto circular como A = {A, 3} não seria excluído pelo axioma da regularidade tal como formulado por Cohen, já que o elemento $y = 3$ de A satisfaz, como é óbvio, a condição de que não há um elemento z de A tal que $z \in y$.

Outro exemplo pode ser o ordinal 3, que pode ser representado pelo seguinte gráfico:

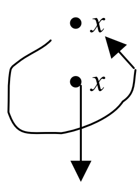


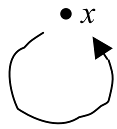
Ou pelo seguinte:

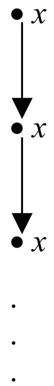


Ou por qualquer gráfico equivalente a esses dois de um modo que é intuitivamente claro, e que é especificado por Aczel. A classe-equivalência desses gráficos, como mencionamos antes, vai determinar univocamente o conjunto em questão.

Desse modo, existem no universo de ZFC-AFA todos os conjuntos que existem no universo de ZFC, cuja existência é determinada pelos oito primeiros axiomas de ZFC, que são comuns a ZFC-AFA, e mais conjuntos circulares como $x = \{x\}$, que em ZFC são excluídos pelo axioma da regularidade, mas cuja existência em ZFC-AFA é garantida pelo axioma AFA. De fato, para citar um exemplo, por AFA a classe equivalência de gráficos como os seguintes determina a existência de $x = \{x\}$ no universo de Aczel.







Desse modo, a utilização da teoria ZFC-AFA para a modelagem formal de proposições e estados-de-coisas garante que hajam conjuntos extraídos do universo dessa teoria para representar qualquer uma dessas proposições e estados-de-coisas, independente de serem ou não circulares.

Enfim, temos que a solução de Barwise e Etchemendy para o paradoxo do mentiroso certamente é bastante engenhosa e muito bem arrumada. Mais do que isso, a sua teoria da verdade tem como vantagens importantes sobre a teoria clássica, de Tarski, o fato de estar assentada sobre sólidas intuições acerca do conceito de verdade, bem como sua capacidade de lidar com a circularidade semântica, mediante o uso da teoria de conjuntos ZFC-AFA para a modelagem formal de proposições e estados-de-coisas. Contudo, a definição de modelo fraco do mundo, e portanto a definição de modelo, foi construída de maneira claramente contra-intuitiva, na medida em que minimizou as exigências que naturalmente faríamos – de que um modelo torna uma proposição verdadeira se e somente se a proposição é verdadeira nesse modelo, e de que ele a torna falsa se e somente se ela é falsa no modelo –, substituindo esses bicondicionais por implicações em apenas uma direção, tal como temos na definição 3.12. A definição de modelo quase semanticamente fechado restaura apenas um desses bicondicionais: o que afirma que um modelo torna uma proposição verdadeira se e somente se ela é verdadeira no modelo. É óbvio que o outro bicondicional não é restaurado apenas para garantir o funcionamento da solução de Barwise e Etchemendy para o paradoxo do mentiroso. Assim, os autores de *The liar* apenas removem a exclusão das linguagens semanticamente fechadas do domínio das linguagens-objeto de teorias da verdade aceitáveis, que ocorre na teoria clássica, para substituí-la pela exclusão dos modelos semanticamente fechados. E como modelos, na teoria de Barwise e Etchemendy, são conjuntos de estados-de-coisas, essa exclusão tem caráter metafísico: o corolário 3.1 determina que *não existem* modelos semanticamente fechados. A exclusão que temos na teoria da verdade de Tarski é bem mais fraca, uma vez que não possui caráter metafísico, mas apenas – por assim dizer – metodológico, já que Tarski não exclui nada da existência, mas apenas defende que o conceito de verdade só pode ser adequadamente definido para linguagens-objeto semanticamente abertas. Enfim, pior do que tudo isso, parece-nos que pode-se dizer da teoria da verdade de Barwise e Etchemendy o mesmo que eles disseram da teoria clássica: ela não identifica corretamente a origem dos problemas com os paradoxos semânticos.

Sintetizando as considerações do parágrafo precedente, podemos dizer que a teoria da verdade de Barwise e Etchemendy possui as vantagens de salvaguardar intuições pré-teóricas acerca do conceito de verdade, bem como de ter como lidar com a circularidade semântica, o que a torna preferível à teoria clássica, mas possui a desvantagem de não satisfazer a convenção T, comprometendo assim seu caráter intuitivo, e impondo sobre o mundo um duvidoso teorema de não-existência. Uma alternativa viável, obviamente, seria uma teoria da verdade com as vantagens da teoria de Barwise e Etchemendy, mas que mantivesse a satisfação da convenção T e o comprometimento ontológico mínimo da teoria clássica. O nosso objetivo neste trabalho, como já insistimos em outros momentos, consiste precisamente em mostrar que essas propriedades não são incompatíveis, por meio da proposição de uma definição de verdade que as possua sem por isso incorrer em antinomias semânticas como o paradoxo do mentiroso.

Conforme mostramos no capítulo 1, julgamos conveniente manter as principais diretrizes da semântica 'russelliana' de Barwise e Etchemendy em nossa teoria, por considerá-las bastante naturais e afeitas à intuição. Para relembrar: mantemos as proposições como portadores de verdade, não admitindo falhas na distribuição dos valores-verdade às proposições, ou seja, as proposições são sempre verdadeiras ou falsas. Também mantemos que as sentenças da linguagem-objeto expressam proposições e designam estados-de-coisas, sendo que a atribuição do valor Verdadeiro a uma proposição depende de uma certa relação a ser definida entre a proposição *p* expressa pela sentença *s* e o estado-de-coisas *e* designado pela sentença *s*. No caso das sentenças, admitimos falhas, isto é, sentenças que não expressam proposição alguma. Ainda sobre as sentenças, diremos que são verdadeiras ou falsas indiretamente, na medida em que expressam uma proposição verdadeira ou uma proposição falsa. Assim, as sentenças que não expressam uma proposição não são verdadeiras nem falsas. Como a teoria de Barwise e Etchemendy fornece recursos formais adequados para lidar com essas intuições, parece-nos razoável utilizá-los em nossa proposta, com as modificações necessárias para adequá-los aos *desiderata* de nossa teoria, que mencionamos no parágrafo anterior.

Revisando nossas intuições acerca de sentenças como 'esta sentença é falsa', na tentativa de encontrar uma maneira de lidar com os paradoxos semânticos em linguagens que admitam a circularidade semântica, podemos, eventualmente, chegar à conclusão de que o problema com as sentenças afetadas por esses paradoxos não está no fato de serem circulares, mas no fato de não fazerem justiça ao caráter eliminável do predicado-verdade. De fato, ao considerarmos uma sentença qualquer em que o predicado-verdade ocorre, normalmente podemos eliminar esse predicado, restando uma ou mais sentenças que podemos chamar de 'cláusula de conteúdo' da sentença original. Essa cláusula de conteúdo pode também conter ocorrências do predicado-verdade e, nesse caso, poderíamos eliminá-lo, restando um conjunto não-vazio de sentenças que seria a cláusula de conteúdo da anterior. Por exemplo, na sentença 'é verdade que a neve é branca', a sentença 'a neve é branca' (ou o conjunto unitário que contém essa sentença, se quisermos simplificar o discurso) é a cláusula de conteúdo. Já na sentença 'tudo o que Newton disse é verdadeiro', a cláusula de conteúdo é o conjunto das sentenças que foram proferidas por Newton. Ora, dada a natureza eliminável do predicado-verdade, que consideramos resultar da convenção T, deveríamos poder chegar sempre a uma (ou mais) sentença em que o predicado-verdade não ocorre. Entretanto, é fácil perceber que isso não acontece com sentenças como 'esta sentença é falsa'. O que isso significa, a nosso ver, é que, nessas sentenças, o predicado-verdade não é empregado corretamente, o que torna tais sentenças destituídas de sentido, ou seja, sentenças que não expressam proposição alguma. O efeito que temos aqui é semelhante ao que temos ao empregar incorretamente o predicado 'é esférico', na sentença 'esta sua consideração é esférica': o resultado é uma sentença destituída de sentido.

Assim, para que nossa proposta satisfaça as condições de adequação que estabelecemos – aplicabilidade a linguagens semanticamente fechadas, admissão da circularidade semântica na linguagem-objeto e satisfação da convenção T por parte da semântica construída para tal linguagem – e, ao mesmo tempo, seja capaz de evitar os paradoxos semânticos, é preciso que nossas modificações na semântica 'russelliana' de Barwise e Etchemendy incluam, de algum modo, um dispositivo formal capaz de determinar quais dentre as sentenças da linguagem-objeto expressam proposições e quais não o fazem. Para levar em consideração as idéias intuitivas que propusemos no parágrafo precedente, esse dispositivo formal deveria ser capaz de especificar quais as sentenças das quais o predicado-verdade não pode ser eliminado pelo processo de determinação da cláusula de conteúdo. Pois bem, a nosso ver, a definição de S. Kripke, em seu artigo 'Outline of a theory of truth', do conceito de 'sentença fundada', constitui um dispositivo formal que satisfaz essas condições. No capítulo seguinte, vamos expor essa definição de Kripke e, para tanto, faremos uma exposição da teoria da verdade edificada por Kripke, na qual aparece esse seu conceito de 'sentença fundada'.