

# **Vitor Lima Mesquita**

Análise do fator de intensidade de tensão para uma placa fissurada com reforços rebitados e colados.

## Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Luiz Carlos Wrobel

Rio de Janeiro Setembro de 2021



# **Vitor Lima Mesquita**

Análise do fator de intensidade de tensão para uma placa fissurada com reforços rebitados e colados.

# Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Prof. Luiz Carlos Wrobel
Orientador
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Luiz Alkimin de Lacerda LACTEC

**Prof. Luiz Fernando Campos Ramos Martha** Departamento de Engenharia Civil e Ambiental - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de setembro de 2021.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

#### **Vitor Lima Mesquita**

Graduou-se em Engenharia Civil com ênfase em estruturas pela UERJ (Universidade Estadual do Rio de Janeiro) em agosto de 2017. Entrou no programa de Pós-graduação da PUC-Rio em agosto de 2018 e bolsista CAPES durante o ano de 2020. Desenvolveu a dissertação na linha de Estruturas - Métodos variacionais e computacionais.

Ficha Catalográfica

## Mesquita, Vitor Lima

Análise do fator de intensidade de tensão para uma placa fissurada com reforços rebitados e colados. / Vitor Lima Mesquita; orientador: Luiz Carlos Wrobel. 2021.

v., 104 f,; il. color.; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2021.

Inclui referências bibliográficas:

Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Mecânica da fratura.
 Fator de intensidade de tensões. 4. Método dos elementos finitos.
 Elementos quarter-points.
 Enrijecedores.
 Wrobel, Luiz Carlos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III. Título.

CDD:624

Dedico esta dissertação a minha mãe, Vera Lúcia Lima da Silva. É preciso tentar não sucumbir sob o peso de nossas angústias, e continuar a lutar.

# **Agradecimentos**

A minha mãe, Vera Lúcia Lima da Silva e minha família que me apoiaram e deram todo o suporte necessário durante os momentos de dificuldades e sempre me apoiaram a seguir em frente.

Aos meus amigos da graduação da UERJ, que me incentivaram a me inscrever no mestrado e persistir durante todo o período e me deram força nos momentos mais difíceis. As minhas amigas Vanessa, Nayara e Alessandra que compartilharam esse árduo caminho do mestrado comigo.

Ao meu orientador Luiz Carlos Wrobel por todo o estimulo, ajuda, paciência, compreensão e ensinamentos seja dentro de sala de aula ou durante a orientação, para a realização desta dissertação.

A todos os professores da PUC-Rio de quem tive o privilégio de conviver e aprender durante esse período.

À PUC-Rio, pelo excelente curso e auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão de bolsa de formação e fomento à pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

#### Resumo

Mesquita, Vitor L.; Wrobel, Luiz Carlos. **Análise do fator de intensidade de tensão para uma placa fissurada com reforços rebitados e colados**. Rio de Janeiro, 2021. 104p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O surgimento de trincas em projetos estruturais tem sido um problema para engenharia por algumas décadas, e uma das áreas onde este tópico é amplamente estudado é em aeronaves comerciais. Vários acidentes ocorreram nas últimas décadas devido ao aparecimento de uma trinca em aeronaves comerciais, e por essa razão o estudo da mecânica da fratura é tão importante para este campo da engenharia. Um componente estrutural é tolerante a danos se puder sustentar com segurança o comprimento crítico a trincas até que seja reparado ou sua vida econômica expire. Enrijecedores ou reforçadores têm a função principal de melhorar a resistência e estabilidade dessas estruturas e fornecer um mejo de desacelerar ou parar a propagação de trincas em contenções nucleares, reatores, viadutos, edifícios altos, aeronaves, cascos de navios, pontes e estruturas offshore. Analisando o fator de intensidade de tensão e como o comportamento de uma folha com e sem reforços é diferente são alguns dos problemas estudados neste trabalho. O fator de intensidade de tensão (FIT), é um parâmetro que descreve a intensidade do campo de tensão singular, foi usado com sucesso para estimar a resistência à fratura e taxas de propagação de trinca por fadiga em situações em que as suposições de elasticidade são válidas. Neste trabalho, o FIT foi obtido para placas com reforços colados e rebitados, com base no método dos elementos finitos (MEF) utilizando elementos quarter point por meio de simulações realizadas no software ABAQUS. Forças no rebite foram calculadas para uma trinca com rebites e longarinas espaçadas uniformemente. Os resultados apresentados são comparados com os valores encontrados na literatura por meio de gráficos e mostram que o FIT é significativamente menor do que para uma folha não enrijecida para os casos de reforço estudados.

#### Palavras-chave

Mecânica da fratura; Fator de Intensidade de tensões; Método dos Elementos Finitos; Elementos Quarter-Points; Enrijecedores.

#### **Abstract**

Mesquita, Vitor L.; Wrobel, Luiz Carlos (Advisor); **Stress intensity factor analysis for a cracked plate with riveted and bonded reinforcements**. Rio de Janeiro, 2021. 104p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The emergence of fractures in structural designs has been a problem for engineering for some decades, and one of the areas where this topic is widely studied is in commercial aircraft. Several accidents have occurred in the last decades due to the appearance of a fracture in commercial aircraft, and for this reason the study of fracture mechanics is so important for this field of engineering. A structural component is tolerant of damage if it can safely sustain critical length fractures until it is repaired or its economic life has expired. Reinforcers or stiffeners have the main function of improving the resistance and stability of these structures and providing a means of decelerating or stopping the propagation of fractures in nuclear containments, reactors, viaducts, tall buildings, aircraft, ship hulls, bridges and offshore structures. Analyzing the stress intensity factor and how the behavior of a sheet with and without stiffeners is different are some of the issues studied in this work. The stress-intensity factor (SIF), a parameter that describes the intensity of the singular stress field, has been used successfully to estimate fracture strength and fatigue crack growth rates in situations where the assumptions of linear elasticity are valid. In this work, the SIF was obtained for plates with adhesive and riveted reinforcements, based on the finite element method (FEM) using quarterpoint elements through simulations carried out in the ABAQUS software. Forces in the rivet were calculated for a crack with riveted and evenly spaced stringers. The complete results presented are compared with values found in the literature through graphs. The results show that the stress intensity factor for the hardened sheet is significantly lower than for an un-hardened sheet for both studied stiffener cases.

# **Key-words**

Fracture Mechanics; Stress Intensity Factor; Finite Element Method; Quarter-Points Elements; Stiffiners.

# SUMÁRIO

	1	INTRODUÇÃO	18
	1.1	Objetivo	22
	1.2	Organização da Dissertação	22
	2	MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA (MFLE)	24
	2.1	Balanço de Energia de Griffith	26
	2.2	Taxa de Liberação de Energia	28
	2.3	Fator de Intensidade de Tensões (K)	29
inten	2.4 isidad	Relação entre taxa de liberação de energia (G) e o fator de de tensão (K)	e 34
	2.5	Parâmetros críticos de fratura	35
	3	ENRIJECEDORES	38
	3.1	Rebite	40
	3.2	Formulação do Problema	44
	3.3	Força nos Rebites	45
	4	MECÂNICA DA FRATURA COMPUTACIONAL	48
	4.1	Método dos Elementos Finitos (MEF)	48
	4.2	Formulação do Método dos Elementos Finitos	50
	4.3	Elementos Quarter Points	53
	4.4	Integral J	57

5	MODELAGEM COM O METODO DOS ELEMENTOS FIN	IITOS
5.1	Integrais de Contorno	60
5.2	Definindo a ponta da trinca	65
5.3	Malha	66
6	EXEMPLOS E RESULTADOS	68
6.1	Exemplos de painéis enrijecidos	68
6.2	Painéis feitos de 2024-T3 com enrijecedores rebitados	90
7	CONCLUSÃO	98
7.1	Conclusão	98
7.2	Sugestão de trabalhos futuros	100
8	REFERÊNCIAS	102

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 : Propagação de fraturas das janelas quadradas da fuselagem
do Comet I ("Propagação de fraturas das janelas quadradas da
fuselagem do Comet I", 1952)20
Figura 1.2: Fuselagem do Boeing 737 após descompressão explosiva.
("1988 - Aloha Airlines Flight 243", [s.d.])21
Figura 2.1: Triângulo da mecânica da fratura25
Figura 2.2: Limite de Aplicação da MFLE (WROBEL, 2019b)26
Figura 2.3: Placa submetida a uma tensão constante e trinca com
comprimento 2a (ANDERSON, 2005)27
Figura 2.4: Campo de tensões em torno de uma trinca de comprimento 2a
em uma placa infinita submetida a tensão uniforme. A direção z é
normal à página (GDOUTOS, 1993)30
Figura 2.5: Os três modos de carregamento que podem ser aplicados a
uma trinca. [Adaptado (ANDERSON, 2005)]32
Figura 2.6: Relação entre Klc e espessura (WROBEL, 2019b)36
Figura 3.1: Exemplo real do "aperto" que sofre um rebite ao não ocupar
totalmente o orifício do furo (SWIFT, 1991)42
Figura 3.2: Rebites removidos do reparo (SWIFT, 1991)42
Figura 3.3: Exemplo do "aperto" sofrido pelo rebite (SWIFT, 1991)42
Figura 3.4: Falta de travamento do orifício do rebite devido ao não
preenchimento total do furo (SWIFT, 1991)43
Figura 3.5: Diagrama esquemático do processo de fixação da porca do
rebite43
Figura 3.6: Ferramenta de fixação de porca de rebite44
Figura 3.7: Distribuição das tensões aplicadas em uma placa com
longarinas enrijecedoras [Editada de (POE JR, 1971)]45
Figura 3.8: Distribuição das tensões aplicadas em uma placa com
longarinas enrijecedoras (POE JR, 1971)46
Figura 4.1: (a) Elemento quadrilátero 2d de oito nós QP, (b) elemento
triangular 2d de seis nós QP, (c) elemento hexaedro 3d de vinte nós
QP (d) elemento de tetraedro 3d de quinze nós [Editada de (NEJATI;
PALUSZNY; ZIMMERMAN, 2015)]54

Figura 4.2: Elementos distorcidos unidimensionais [Adaptado de
(HENSHELL; SHAW, 1975)]55
Figura 4.3: Rosetas de elementos finitos. (a) Roseta padrão; (b) Roseta
com elementos a 40o; (c) Roseta com elementos a 30° (MIRANDA,
2003)57
Figura 4.4: Posição de duas rosetas em duas pontas de trinca (MIRANDA,
2003)57
Figura 4.5: Superfície plana com entalhe e campo de deformação
bidimensional (todas as tensões dependem apenas de x e y). Γ é
qualquer curva em torno da ponta do entalhe; Γ_↑ denota a curva da
ponta do entalhe [Editada de (RICE, 1964)]59
Figura 5.1: As integrais de contorno sucessivas são calculadas
adicionando uma camada de elementos (SIMULIA, 2014)62
Figura 5.2: Como o abaqus calcula a integral de contorno em cada nó ao
longo da linha de fratura (SIMULIA, 2014)62
Figura 5.3; Exemplos de modelos usando os dois algoritmos de geração
malha. (SIMULIA, 2014)67
Figura 6.1: Elementos quadráticos 3D de 20 nós quadrilaterais (a):
Elemento convencional; (b): Elemento QP de 15 nós [Adaptado de
(NEJATI; PALUSZNY; ZIMMERMAN, 2015)]68
Figura 6.2: Trinca simétrica em relação ao reforço. Caso (A): reforço
colado; caso (B): reforços rebitados (SALGADO; ALIABADI, 1996)70
Figura 6.3: Modelos das simulações para λ=0,5 - Parte do modelo com
reforço colado72
Figura 6.4: Modelos das simulações para λ=0,5 – Malha da região do
entorno do reforço colado72
Figura 6.5: Modelos das simulações para λ=0,5 - Deformação traseira da
placa do modelo colado73
Figura 6.6: Modelos das simulações para λ=0,5 - Deformação frontal da
placa do modelo colado73
Figura 6.7: Modelos das simulações para λ=0,5 - Parte do modelo com
reforço rebitado74
Figura 6.8: Modelos das simulações para λ=0,5 – Malha da região do
entorno do reforço rebitado75

Figura 6.9: Modelos das simulações para λ=0,5 - Deformação frontal da	
placa do modelo rebitado7	'5
Figura 6.10: Modelos das simulações para λ=0,5 - Deformação traseira d	a
placa do modelo rebitado7	'6
Figura 6.11: Fatores de intensidade de tensão para o exemplo 6.2(a) e	
6.2(b) (SALGADO; ALIABADI, 1996)7	'7
Figura 6.12: Placa com reforço rebitado [Editado de (SALGADO;	
ALIABADI, 1996)]7	'8
Figura 6.13: Partes do modelo das simulações para λ=0,7 realizadas no	
Abaqus – Parte do modelo com reforço rebitado7	'9
Figura 6.14: Partes do modelo das simulações para λ=0,7 realizadas no	
Abaqus - Malha da região do entorno do reforço rebitado e da trinca	
8	30
Figura 6.15: Modelos das simulações para a/b=0,7 - Deformação da plac	а
do modelo rebitado8	}1
Figura 6.16: Gráfico da relação a/b pela relação dos fatores de	
intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.12	
(SALGADO; ALIABADI, 1996)8	32
Figura 6.17: Modelo de placa com a fratura próxima do reforço rebitado.	
[Editada de (SALGADO, 1996)]8	}3
Figura 6.18: Partes do modelo das simulações para as relações a/p=1,00	)
e b/a=0,75 realizadas no Abaqus – Parte do modelo com reforço	
rebitado8	3
Figura 6.19: Partes do modelo das simulações para as relações a/p=1,00	)
e b/a=0,75 realizadas no abaqus – Malha da região do entorno do	
reforço rebitado8	}4
Figura 6.20: Partes do modelo das simulações para as relações a/p=1,00	)
e b/a=0,758	35
Figura 6.21: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de	
intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 para	a
a/p 0,25 (SALGADO, 1996)8	36
Figura 6.22: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de	
intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 par	a
a/p 0,50 (SALGADO, 1996)8	37

Figura 6.23: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de
intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 para
a/p 1,00 (SALGADO, 1996)88
Figura 6.24: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de
intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 para
a/p 2,00 (SALGADO, 1996)90
Figura 6.25: Painel reforçado testado por Newman Jr para determinar as
taxas de fadiga. (NEWMAN JR, 2000)92
Figura 6.26: Distribuição de cargas do painel reforçado testado por
Newman Jr93
Figura 6.27: Modelo das simulações para a=250 mm, realizadas no
Abaqus - Modelo usado no Abaqus94
Figura 6.28: Modelo das simulações para a=250 realizadas no Abaqus -
Malha de Elementos finitos95
Figura 6.29: Parte frontal do modelo das simulações para a=250 mm
realizadas no Abaqus96
Figura 6.30: Parte traseira do modelo das simulações para a=250 mm
realizadas no Abaqus96
Figura 6.31: Gráfico da relação a/w pela relação dos fatores de
intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.25
(NEWMAN JR, 2000)97

# LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Campo de tensões em torno da ponta da trinca para os
modos I e II em um material isotrópico e linear elástico32
Tabela 6.1: Resultados de KI para diferentes valores de λ para o modelo
apresentado na Figura 6.2(a)76
Tabela 6.2: Resultados de KI para diferentes valores de λ para o modelo
apresentado na Figura 6.2(b)76
Tabela 6.3: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de λ para o
modelo apresentado na Figura 6.1281
Tabela 6.4: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para
o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 0,25 para
ambas as pontas da fratura (PF)85
Tabela 6.5: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para
o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 0,50 para
ambas as pontas da fratura (PF)86
Tabela 6.6: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para
o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 1,00 para
ambas as pontas da fratura (PF)87
Tabela 6.7: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para
o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 2,00 para
ambas as pontas da fratura (PF)89
Tabela 6.8: Resultados de fator de intensidade tensão para o modelo
anresentado na Figura 6.25

# Lista de abreviaturas

3D Tridimensional

EPD Estado Plano de Deformação EPT Estado Plano de Tensão

FIT Fator de Intensidade de Tensões MEF Método dos Elementos Finitos

MFEP Mecânica da Fratura Elasto-Plástica MFLE Mecânica da Fratura Linear Elástica

PF Ponta da Fratura QP Quarter Point ZP Zona Plástica

# Lista de Símbolos e Variáveis

Α	Comprimento da trinca
Α	Área
$A_{\underline{m}}$	É a amplitude em termos de alta ordem
В	a espessura da placa
В	É a matriz cinemática que transforma os deslocamentos
D <sub>o</sub>	nodais em deformações no interior do elemento
B <sub>C</sub> d	a espessura crítica Diâmetro do rebite
E E	É o modulo de elasticidade do material
_	É o modulo de elasticidade do material para o estado plano
E'	de deformação
Es	Módulo de Elasticidade da placa
$E_n$	Módulo de Elasticidade do reforço
$E_T$	Energia Total
F	É o trabalho realizado por forças externas
f	O vetor das forças nodais propriamente ditas
$f_p$	O vetor das forças nodais equivalentes às cargas de
, p	superfície
$f_q$	O vetor das forças nodais equivalentes às cargas de volume
$f_{ij}(\theta)$	É uma função adimensional de $\theta$
G	Módulo de elasticidade transversal
G	Taxa de liberação de energia
$g_{ij}^{(m)}$	É uma função adimensional de $\theta$ com m termos
<i>J</i> K	taxa de liberação de energia (Integral J) Fator de Intensidade de Tensões
K	É a matriz de rigidez do elemento
k	É uma constante
	Tenacidade à fratura ou Fator de Intensidade de Tensões
K <sub>c</sub>	Crítico
$K_0$	Fator de intensidade de tensão para a configuração sem
<b>r</b> \0	reforço
Κı	Fator de intensidade de tensão para a configuração com
	reforço
K <sub>I</sub>	Fator de Intensidade de Tensões para o modo I
K <sub>II</sub>	Fator de Intensidade de Tensões para o modo II Fator de Intensidade de Tensões para o modo III
K <sub>III</sub> n	Número de rebites
p	Espaçamento entre rebites
Q	Força do rebite
	São as coordenadas polares que definem o ponto de
r	interesse
S	Tensão uniaxial aplicada
t	Espessura
U	Energia de tensão armazenada no corpo
V	Deslocamento da longarina na direção y

ν	É o coeficiente de Poisson
W	Largura da longarina
$W_f$	Energia de fratura
$W_{\scriptscriptstyle S}$	Energia de deformação das superfícies da trinca
x,y	Coordenadas cartesianas
<b>x</b> <sub>0</sub> , <b>y</b> <sub>0</sub>	Coordenadas dos rebites
Y	É o fator adimensional que depende da geometria e do modo de carregamento
$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,$	Funções definidas
$\alpha_4$	
Γ	Curva que cerca a ponta do entalhe
$\gamma_s$	Energia elástica de superfície do material
$arepsilon_{ij}$	O tensor de tensão infinitesimal
$\theta$	São as coordenadas polares que definem o ponto de interesse
$\sigma$	É a tensão característica aplicada
$\sigma_{ij}$	É o tensor de tensões
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle \chi}$	Tensão normal à direção x
$\sigma_{y}$	Tensão normal à direção y
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle Z}$	Tensão normal à direção z
$ au_{xy}$	Tensão tangencial à face x com direção y
$ au_{\chi_Z}$	Tensão tangencial à face x com direção z
$ au_{yz}$	Tensão tangencial à face y com direção z
Sobrescrito s	Enrijecedor/reforço

# 1 INTRODUÇÃO

Através dos anos e do avanço tecnológico a engenharia vem desenvolvendo estruturas cada vez mais robustas e complexas, consequentemente é natural o desenvolvimento de novas tecnologias e projetos que garantam a segurança e sua integridade estrutural.

Integridade estrutural pode ser definida como a habilidade de uma estrutura para suportar carga sem desenvolver falhas ou defeitos devido a fratura, corrosão, deformação, fadiga ou outros fatores. Este é um conceito usado com frequência em engenharia para produzir estruturas que servirão o propósito para o qual foram projetadas e permanecerão funcionais durante toda sua vida útil (WROBEL, 2019a).

Falha estruturais em projetos e construções podem ocorrer por motivos diversos, e acarretar em acidentes catastróficos e fatais. Com a crescente complexidade da modelagem de projetos em diversas áreas, a realização de prognósticos estruturais ficou mais complexa.

Um estudo econômico estimou que o custo anual com mecanismos de dano e de falha nos Estados Unidos em 1978 foi US\$ 119 bilhões de dólares. Além disso, este estudo estimou que o custo anual poderia ser reduzido em US\$ 35 bilhões se a tecnologia atual fosse aplicada e que mais pesquisas sobre mecânica de fraturas poderiam reduzir esse número em US\$ 28 bilhões adicionais (ANDERSON, 2005).

Os resultados do colapso de grandes estruturas tais como aeronaves, pontes, edifícios, usinas térmicas e nucleares, plataformas de exploração de petróleo, etc., podem ser catastróficos. Todos os tipos de estrutura correm o risco de projetistas, construtores e usuários dessas obras não entenderem como construí-las e/ou operá-las com segurança. Mecanismos de dano e de falha, tais como fratura, fadiga e corrosão, tem

um custo global de aproximadamente US\$2,1 trilhões de dólares, representando 3% do PIB mundial (WROBEL, 2019a).

Falhas estruturais chamam a atenção da comunidade de mecânica dos materiais desde as décadas de 1940 e 1950, ocorridas mais usualmente em navios e aviões comerciais. A partir de 1943, mais de 4000 navios de carga e 530 navios-tanque foram construídos em vários estaleiros nos Estados Unidos e Canadá. Destes, mais de 1200 sofreram fraturas do casco, 233 dos quais foram catastróficos e 16 quebraram ao meio. Pesquisas subsequentes realizadas nos Estados Unidos e na Grã-Bretanha, identificaram a fragilidade do entalhe como uma das principais causas dessas fraturas. Devido à presença de carga cíclica combinada com picos de carga ocasionais, baixas temperaturas e um ambiente altamente corrosivo, os navios marítimos são particularmente propensos a fraturas quebradiças e as falhas catastróficas continuam a ocorrer (ERDOGAN, 2000).

Uma das áreas em que esses problemas ocorrem é nas aeronaves comerciais, onde o surgimento de fraturas ao longo da sua vida gera diversos problemas na sua fuselagem.

Um acidente de avião na Holanda foi causado por desintegração do motor, evento iniciado devido a fratura por corrosão de um pino do compressor da aeronave, conjunto esse de pinos que custa apenas alguns dólares. Uma investigação determinou que centenas de pinos do mesmo tipo do acidente e vários motores idênticos revelaram que este não era um caso isolado (KOLKMAN; KOOL; WANHILL, 1994). Outro incidente importante foi a dos aviões Comet I, a primeira aeronave de passageiros com propulsão a jato do mundo, construída por De Havilland na Grã-Bretanha. O design dessas aeronaves começou em 1946. Em 10 de janeiro de 1954, a primeira aeronave comercial se desintegrou no ar a aproximadamente 30.000 pés e caiu no mar Mediterrâneo. Em 11 de janeiro de 1954, os Comet I foram retirados de serviço e, após algumas modificações, retomaram o serviço em 23 de março de 1954. Pouco depois, em 8 de abril de 1954, outro Comet I se desintegrou no ar a 35.000 pés e

colidiu com o Mediterrâneo, perto de Nápoles. Em 12 de abril de 1954, o certificado de aeronavegabilidade para os Comet I foi retirado. Para determinar a causa dos acidentes, uma aeronave foi submetida a carregamento cíclico, simulando 33% de sobrecarga em intervalos de aproximadamente 1000 ciclos. Foi em um desses testes de prova, que a cabine falhou. A fratura começou no canto da janela do passageiro. O exame da falha indicou evidência de fadiga. Uma investigação mais aprofundada da primeira aeronave com falha recuperada perto de Elba confirmou que a principal causa do acidente foi a pressão na cabine devido à fadiga (ERDOGAN, 2000).

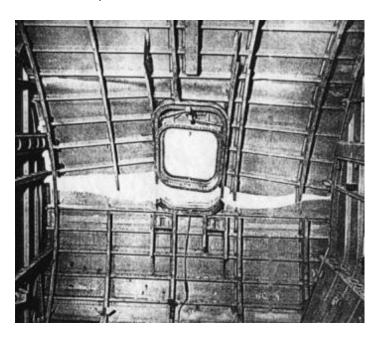


Figura 1.1 : Propagação de fraturas das janelas quadradas da fuselagem do Comet I ("Propagação de fraturas das janelas quadradas da fuselagem do Comet I", 1952)

Em 28 de abril de 1988, o voo 243 da Aloha Airlines, com um Boeing 737, sofreu danos extensos após uma descompressão explosiva em voo a 24.000 pés. O avião acumulava apenas 35.496 horas de voo no momento do acidente. No entanto, houve 89.680 ciclos de voo (decolagens e aterrissagens) durante esse período, que causaram um ciclo de carregamentos e descarregamentos severo da fuselagem devido à pressurização. Uma investigação subsequente determinou que a falha foi o resultado de fraturas por fadiga em vários locais do painel da fuselagem

adjacente aos orifícios dos rebites. A situação foi agravada pela corrosão, orifícios de fixação escareados formando arestas de facas na pele da fuselagem e, finalmente, programas de inspeção e manutenção deficientes por parte do operador ("1988 - Aloha Airlines Flight 243", [s.d.]).

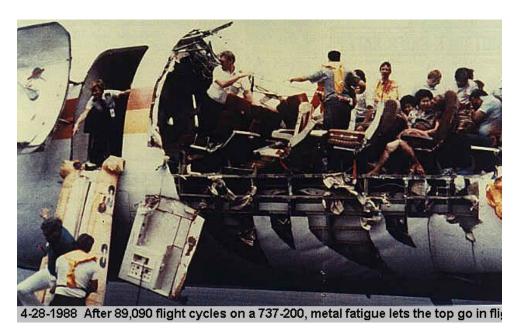


Figura 1.2: Fuselagem do Boeing 737 após descompressão explosiva. ("1988 - Aloha Airlines Flight 243", [s.d.])

Ao longo da vida útil de aeronaves, a detecção de problemas da sua estrutura pode ser dividida nas seguintes fases: detecção de defeitos, diagnóstico de sua natureza e importância, previsão de prognóstico futuro de comportamento e prescrição e implementação de medidas corretivas, incluindo reparos. Aeronaves que apresentam problemas de trinca, ocasionada seja por corrosão, fadiga ou tensão podem ser reparadas com o uso de juntas adesivas ou, mais usualmente, com o uso de rebites de um reforço metálico sobre a área danificada (BAKER; JONES, 1988).

Os exemplos de falha estrutural supracitados apenas exemplificam a importância do estudo da mecânica da fratura e do surgimento de trincas em projetos estruturais e que serão estudados no presente trabalho, utilizando os conceitos da teoria do Método dos Elementos Finitos (MEF) e Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE).

#### 1.1 OBJETIVO

Reparos na fuselagem de uma aeronave geralmente são variados, já que o comportamento do material muda de acordo com a presença de uma trinca. Desta forma não existe um padrão específico que seja aplicável em todos os casos, mas sim o conceito de garantir a segurança da estrutura. O presente trabalho tem o objetivo de estudar diversos tipos de reforços estruturais rígidos na fuselagem de uma aeronave, para reforços variados, além da variação de localização e tamanho. Deseja-se comparar o fator de intensidade de tensão (FIT) e mostrar que, para os casos com reforço rígido, os valores são significativamente menores quando comparados à estrutura original quando ambos os casos estão submetidos a uma trinca inicial. Será considerado que a região deformada plasticamente permanece pequena em relação às dimensões da trinca e de todo o corpo trincado. As simulações numéricas utilizando o MEF serão modeladas em 3D no pacote computacional Abaqus.

#### 1.2 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A dissertação está organizada em 6 capítulos, além da introdução, conforme descrito a seguir.

No Capítulo 2, são apresentados os principais conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica, como Balanço de Energia de Griffith, Taxa de Liberação de Energia, Parâmetro Crítico de Fratura e Fator de Intensidade de Tensão, sendo este um dos principais parâmetros dentro da Mecânica da Fratura.

O Capítulo 3 condensa os eforços/enrijcedores mais frequentemente usados no reparo de fuselagens de avião, a forma correta de serem executados, assim como suas vantagens e desvantagens. Também é apresentado a formulação do problema principal estudado nesta dissertação.

No Capítulo 4 inicialmente, é feito um resumo do uso do tradicional Método dos Elementos Finitos (MEF) assim como a sua formulação, assim como a apresentação dos elementos singulares. Por fim, é feito um breve compêndio do conceito de Integral J.

O Capítulo 5 mostra um apanhado da formulação usada pelo software ABAQUS para o cálculo do fator de intensidade tensão e também em como o mesmo consegue processar modelos com dois materiais distintos trabalhando em conjunto. Por fim é feito um breve resumo de como o usuário pode definir e o programa reconhecer uma ponta de trinca, além das regiões de contorno para o cálculo do fator de intensidade tensão.

No Capítulo 6 são apresentados problemas encontrados na literatura para que ocorra a validação e comprovação da sua eficácia dos modelos realizados no ABAQUS, afim de apresentar assim as vantagens do uso de um reparo reforçado em detrimento de apenas retirada e substituição da área da fuselagem que sofreu danos.

Por fim, no Capítulo 7 são expostas as conclusões obtidas nesta dissertação, assim como a contribuição gerada e sugestões de trabalhos futuros.

# 2 MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA (MFLE)

A mecânica da fratura é um problema enfrentado pela sociedade a várias décadas, podendo ser considerado ainda mais importante na atualidade devido a projetos cada vez mais complexos. O avanço no estudo da mecânica da fratura ajuda a prevenir danos potenciais a estruturas, a compreender melhor como os materiais falham e evitar que tais falhas aconteçam.

A mecânica dos materiais considera apenas a resistência de um determinado material a propriedades como resistência ao escoamento ou ruptura. Em contrapartida, a mecânica da fratura considera também a tenacidade à fratura, que pode ser definida como a propriedade que quantifica a resistência à propagação de uma trinca (WROBEL, 2019b).

O surgimento de fraturas é praticamente inevitável por mais controlado que seja o ambiente em que se encontre a estrutura. As trincas podem surgir desde problemas na construção e fabricação, e podem surgir de formas variadas, pois certos problemas estruturais são inevitáveis.

A extensão de uma determinada fratura, ocorre quando a energia disponível para a propagação da trinca supera a resistência do material. Concentração de tensão, dimensão, posição, ângulo da fratura e tenacidade do material são fatores importantes para realizar uma análise da falha da estrutura.

A figura 2.1 mostra como se dá a abordagem tradicional de um projeto quando analisado à mecânica da fratura, usando o chamado triângulo da mecânica da fratura. As variáveis são o tamanho do defeito, a tensão aplicada e as propriedades à fratura do material. A partir destes três fatores é possível avaliar a resistência de um determinado material à fratura.

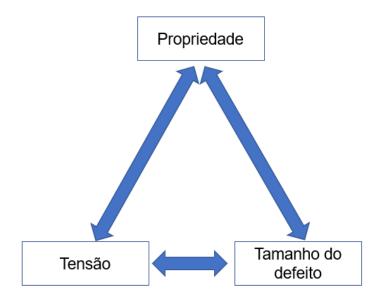


Figura 2.1: Triângulo da mecânica da fratura

A mecânica da fratura apresenta diferentes abordagens para a análise da de integridade do material, onde o tamanho da zona plástica na ponta da trinca é o fator determinante para determinar o mais adequado.

Neste trabalho serão usados os conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). Os conceitos da MFLE são aplicáveis apenas a materiais que obedecem a lei de Hooke, neste caso quando a zona plástica (zp) na ponta é pequena. Quando o tamanho da zona plástica se torna significativo em comparação às dimensões da estrutura, deve-se usar a Mecânica da Fratura Linear Elastoplástica (MFEP). A MFEP estende a aplicação da MFLE a materiais dúcteis A Figura 2.2 ilustra o limite de aplicação da MFLE em função do tamanho da zona plástica (zp), em relação a comprimentos característicos.

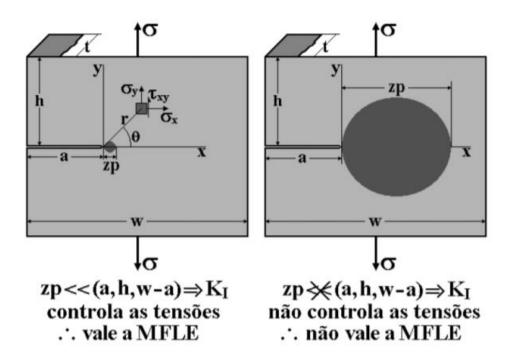


Figura 2.2: Limite de Aplicação da MFLE (WROBEL, 2019b)

# 2.1 BALANÇO DE ENERGIA DE GRIFFITH

Conforme a primeira lei da termodinâmica, quando um sistema passa de um estado sem equilíbrio para um estado de equilíbrio, existe uma diminuição de energia. Em 1920, Griffith aplicou esse conceito à formação de uma fratura (GRIFFIT, 1995). Supondo-se que um material seja frágil e linearmente elástico, até a formação de uma fratura e repentina ruina, no instante seguinte a falha deste material, as deformações e, portanto, a energia potencial retorna aos seus valores originais, mas em geral o novo estado da estrutura não está em equilíbrio pois o processo de conversão de energia é irreversível. Pelo teorema da mínima energia potencial o novo estado de uma estrutura em equilíbrio não muda, a energia potencial é reduzida pela obtenção do equilíbrio. Uma trinca pode se formar (ou uma trinca existente pode se propagar) somente se tal processo cause que a energia total diminua ou mantenha-se constante.

Assim, as condições críticas para uma determinada fratura pode ser definida como o ponto em que a propagação da trinca ocorre sob condições

de equilíbrio, sem mudança na energia total. Considere uma placa sujeita a tensão constante σ que contém uma trinca de comprimento 2a (Figura 2.3), supondo a largura da placa >>2a e que as condições de tensão plana prevaleçam. Para que esta trinca aumente de tamanho, deve haver energia potencial suficiente na placa para superar a energia superficial do material. O balanço energético de Griffith para um aumento incremental na área de trinca, dA, em condições de equilíbrio, pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\frac{dE_T}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_S}{dA} \tag{2.1}$$

onde

 $E_T$ – Energia Total

 $\Pi$  – Energia Potencial da Placa liberada durante a fratura da placa

 $W_s$  - Energia de deformação das superfícies da trinca

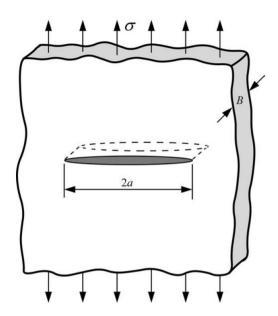


Figura 2.3: Placa submetida a uma tensão constante e trinca com comprimento 2a (ANDERSON, 2005)

Para a placa ilustrada na Figura 2.3, Griffith usou a análise de tensão de Inglis (INGLIS, 1913) para mostrar que:

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\pi \sigma^2 a^2 B}{E} \tag{2.2}$$

onde

 $\Pi_0$  é a energia potencial de uma placa sem trinca

B é a espessura da placa

E é o módulo de elasticidade do material

A energia de deformação das superfícies da trinca  $W_s$  é igual ao produto da energia elástica de superfície do material,  $\gamma_s$ , pela nova superfície da área da trinca, e é dada por

$$W_{S} = 4aB\gamma_{S} \tag{2.3}$$

Substituindo as equações (2.2) e (2.3) em (2.1), obtém-se a tensão de fratura

$$\sigma_f = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a}\right)^{1/2} \tag{2.4}$$

A abordagem de Griffith pode ser aplicada a outras formas de trincas, mas só pode ser aplicada à materiais frágeis.

### 2.2 TAXA DE LIBERAÇÃO DE ENERGIA

Em 1956, Irwin propôs uma abordagem energética para fraturas que é essencialmente equivalente ao modelo de Griffith, exceto que a abordagem de Irwin é de uma forma mais conveniente para resolver problemas de engenharia. Irwin definiu uma taxa de liberação de energia G, que é uma medida da energia disponível para um incremento da propagação da fratura por unidade de área de trinca. A variável G é obtida da derivada do potencial total e é dada por:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \tag{2.5}$$

Como G é obtido a partir da derivada de um potencial, também pode ser chamado de força de extensão da trinca ou força motriz da trinca. A taxa de liberação de energia para uma placa infinita com uma trinca de comprimento 2a (Figura 2.3) é dada por:

$$G = -\frac{\pi\sigma^2 a}{E} \tag{2.6}$$

A propagação de trincas ocorre quando G atinge um valor crítico, ou seja

$$G = -\frac{dW_s}{dA} = 2W_f \tag{2.7}$$

onde  $W_f$  é a energia de fratura, que pode incluir efeitos de plasticidade. A energia potencial de um corpo elástico é definida como

$$\Pi = U - F \tag{2.8}$$

onde U é a energia de tensão armazenada no corpo e F é o trabalho realizado por forças externas.

### 2.3 FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÕES (K)

O fator de intensidade de tensões (K) é o parâmetro que quantifica as tensões e mede o nível de deformação em torno da ponta da trinca em um corpo com comportamento linear elástico, assim como define a amplitude da singularidade na ponta da mesma (DA SILVA, 2016). Em certas configurações de trincas submetidas a forças externas, o campo de tensões em torno da ponta da trinca para o modo I (abertura) de carregamento é mostrado na Figura 2.4.

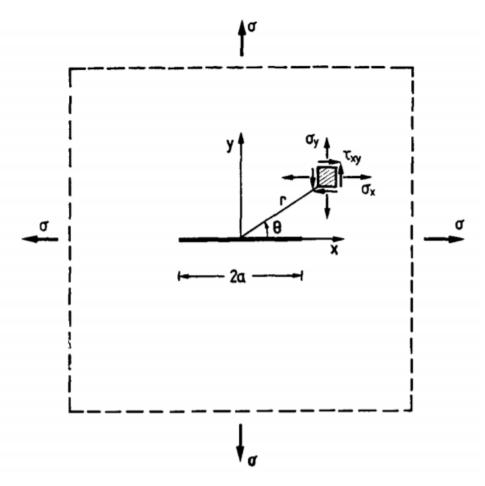


Figura 2.4: Campo de tensões em torno de uma trinca de comprimento 2a em uma placa infinita submetida a tensão uniforme. A direção z é normal à página (GDOUTOS, 1993)

Considerando os eixos de coordenadas polares com a origem na ponta da trinca, e adotando um corpo trincado com características lineares elásticas, pode-se mostrar que o campo de tensões em torno da trinca é dado por (WROBEL, 2019b):

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}}\right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{m/2} g_{ij}^{(m)}(\theta)$$
 (2.9)

onde

 $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões

r e  $\theta$  são as coordenadas polares que definem o ponto de interesse

k é uma constante

 $f_{ij}(\theta)$  é uma função adimensional de  $\theta$ 

 $A_m$  é a amplitude em termos de alta ordem

 $g_{ij}^{(m)}$  é uma função adimensional de heta com m termos

Os termos de alta ordem dependem da geometria, mas a solução para qualquer configuração contém um termo que governa a equação, proporcional a  $^1/_{\sqrt{r}}$ . Quando  $r \to 0$ , o termo principal se aproxima do infinito, mas os outros termos permanecem finitos ou se aproximam de zero. Assim, a tensão perto da ponta da trinca varia com  $^1/_{\sqrt{r}}$ , independentemente da configuração do corpo trincado. Também pode ser mostrado que o deslocamento próximo à ponta da trinca varia com  $^1/_{\sqrt{r}}$ . A equação (2.9) descreve uma singularidade de tensão, uma vez que a tensão é assintótica para r=0 (ANDERSON, 2005). Desta maneira, as constantes k e f dependem do modo de carregamento. É definido então o fator de intensão de tensões K.

$$K = k\sqrt{2\pi} \tag{2.10}$$

Existem três tipos de carregamento que uma fratura pode se deformar, como ilustra a Figura 2.5. O carregamento do modo I, onde a carga principal é aplicada normal ao plano da trinca, tende a abrir a trinca. O Modo II corresponde ao carregamento de cisalhamento no plano e tende a deslizar uma face da trinca em relação à outra. O Modo III refere-se ao

cisalhamento fora do plano. As trincas presentes em um certo corpo podem estar sujeitas a um ou mais modos de carregamento simultaneamente.

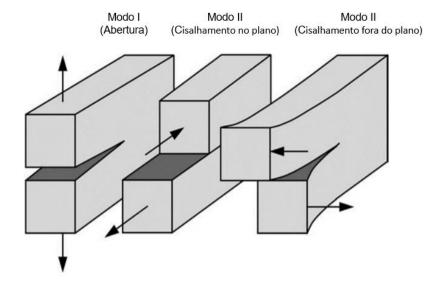


Figura 2.5: Os três modos de carregamento que podem ser aplicados a uma trinca. [Adaptado (ANDERSON, 2005)]

O fator de intensidade de tensões depende dos modos de carregamento. Para cada um dos modos de carregamento, como mostrado na figura 2.5, há um fator de intensidade de tensão correspondente,  $K_{I}$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ .

O campo de tensões em torno da ponta da trinca para os modos I e II em um material isotrópico e linear elástico é apresentado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Campo de tensões em torno da ponta da trinca para os modos I e II em um material isotrópico e linear elástico

 $\nu$  é o coeficiente de Poisson

Em um problema de modo misto, as contribuições individuais para um determinado componente de tensão são aditivas. Por exemplo, duas tensões normais na direção x impostas por diferentes forças externas podem ser adicionados para obter o  $\sigma_{xx}$  total, mas uma tensão normal não pode ser somada a uma tensão de cisalhamento. Similarmente, os fatores de intensidade de tensão são aditivos, desde que o modo de carregamento seja consistente. Por exemplo:

$$\sigma_{ij}^{(Total)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)}$$
(2.11)

$$K_I^{(Total)} = K_I^{(A)} + K_I^{(B)} + K_I^{(C)}$$
 (2.12)

$$K_I^{(Total)} \neq K_I + K_{II} + K_{III}$$
 (2.13)

Quando  $\theta$  = 0, a tensão de cisalhamento é zero, o que significa que o plano da trinca é um plano principal para Modo I de carregamento. Sendo K conhecido, é possível determinar todos os componentes de tensão, deformação e deslocamento em função de r e  $\theta$ . Esta descrição de

parâmetro único da ponta de trinca é um dos conceitos mais importantes na mecânica da fratura (ANDERSON, 2005).

Embora o fator de intensidade de tensão possa ser determinado de várias formas, os valores de K podem ser sempre relacionados entre si, desde que se aplique o devido fator correlacional.

$$K_{(I,II,III)} = Y\sigma\sqrt{\pi a} \tag{2.14}$$

onde

 $\sigma$  é a tensão característica aplicada

a é a dimensão da fratura

 $\it Y$  é o fator adimensional que depende da geometria e do modo de carregamento

# 2.4 RELAÇÃO ENTRE TAXA DE LIBERAÇÃO DE ENERGIA (G) E O FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO (K)

A taxa de liberação de energia (G) e o fator de intensidade de tensão (K) podem ser unicamente relacionados para materiais elásticos lineares. O primeiro parâmetro quantifica a mudança na energia potencial quando ocorre um incremento de propagação de trinca, a segunda caracteriza tensões, deformações e deslocamentos próximos à ponta da trinca. Enquanto G descreve o comportamento global, K é um parâmetro local. Para uma trinca em uma placa infinita sujeita a uma tensão de tração uniforme (Figura 2.3), G e K<sub>I</sub> são dados pela equação (2.6) e equação (2.12), respectivamente.

Combinando essas duas equações leva à seguinte relação entre G e K<sub>I</sub> para o estado plano de tensão:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} {(2.15)}$$

Para estado plano de tensão E'=E. Para estado plano de deformação:

$$E' = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \tag{2.16}$$

Assim, a Equação (2.13) é uma relação geral para o Modo I. A análise acima pode ser repetida para outros modos de carregamento. Contribuições para G dos três modos são aditivas porque a taxa de liberação de energia, como a energia, é uma quantidade escalar. Quando todos os três modos de carregamento estão presentes, a taxa de liberação de energia é dada por.

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu}$$
 (2.17)

#### 2.5 PARÂMETROS CRÍTICOS DE FRATURA

Assumindo que um material linear elástico falha localmente em alguma combinação de tensões e deformações, então a extensão da trinca deve ocorrer ao atingir um valor critico de K (ANDERSON, 2005). Este valor, denominado de K<sub>c</sub>, que é uma medida da tenacidade à fratura, é uma constante do material, representando assim a resistência inerente do material à falha, na presença de uma trinca. O parâmetro K<sub>c</sub> é independente do tamanho e da geometria do corpo analisado, uma vez que a taxa de liberação de energia é relacionada exclusivamente ao fator de intensidade de tensão, G também fornece uma descrição de parâmetro G<sub>c</sub>, sendo uma medida alternativa de tenacidade. Para o modo I de abertura o valor critico K<sub>c</sub> denomina-se K<sub>IC</sub>. Assim K<sub>IC</sub> representa a resistência inerente do material à falha, na presença de uma trinca. Uma vez que o estado de tensão perto da frente da trinca depende da espessura da placa, o comportamento da

fratura, em particular, a tenacidade à fratura e o aspecto macroscópico da superfície de fratura, depende deste parâmetro. Na figura 2.6 é mostrada a relação entre  $K_c$  e a espessura do material (WROBEL, 2019b).

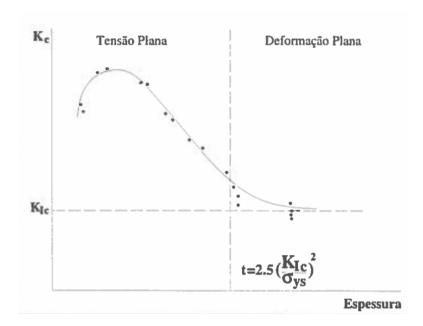


Figura 2.6: Relação entre K<sub>I</sub>c e espessura (WROBEL, 2019b)

Por definição K<sub>I</sub> e K<sub>I</sub>c referem-se à condição de deformação plana. Como o estado de tensões influencia as condições de escoamento, esse efeito de tamanho está intimamente relacionado com as restrições de plasticidade já mencionadas. A MFLE se aplica à trincas ideais com uma ponta de raio nulo. Isso significa que todos os defeitos possíveis no componente são tratados como trincas agudas. Além disso, possuir uma trinca aguda é um dos requisitos para um corpo de prova ser adequado para determinação de K<sub>Ic</sub>. Outra limitação vem da consideração de comportamento linear elástico das tensões, inclusive na região em torno da ponta da trinca. Dessa forma, a análise de tensões é precisa na medida em que a zona plástica permanece pequena e é circundada por uma grande região elástica (WROBEL, 2019b).

Com o aumento da espessura, o tamanho da zona plástica  $(z_p)$  reduz, e a energia exigida para a propagação da trinca reduz, assim como a tenacidade à fratura. Para qualquer valor maior ou igual a espessura crítica  $(B_c)$ , a tenacidade à fratura torna-se independente da espessura.

Sendo assim, a espessura da placa escolhida é geralmente maior do que  $B_{\text{C}}$  (MAITI, 2016).

$$B_c = 2.5 \frac{K^2_{IC}}{\sigma_Y^2} \tag{2.18}$$

Assegura-se através dessa equação que o tamanho da zona plástica deve ser menor ou igual a 1/50 vezes as dimensões dos corpos de prova. Procura-se, desta forma, garantir a condição de deformação plana e, consequentemente, um valor de K<sub>Ic</sub> independente da espessura (WROBEL, 2019b).

## 3 ENRIJECEDORES

A avaliação da vida restante dos componentes estruturais trincados é útil para a sua inspeção em serviço, planejamento, reparo, retrofit, reabilitação, requalificação e monitoramento de saúde. Um componente estrutural é tolerante a danos se puder sustentar fraturas de comprimento crítico com segurança até que seja reparado ou sua vida útil econômica tenha expirado. Reforçadores ou enrijecedores tem como principal função melhorar a resistência e estabilidade dessas estruturas e fornecer um meio de desacelerar ou interromper a propagação de fraturas em contenções nucleares, reatores, viadutos, prédios altos, aeronaves, cascos de navios, pontes e estruturas offshore. A maioria das estruturas citadas, são geralmente sujeitas a cargas de fadiga (MURTHY; PALANI; IYER, 2012).

Considerando uma placa sem reforço como a apresentada na figura (2.3), uma fratura irá propagar-se ao atingir um determinado valor crítico de K. A propagação da fratura pode ocorrer lentamente ou de uma forma extremamente rápida, dependendo da tensão aplicada sobre a placa e podem resultar em falha global. Tanto propagação lenta e estável quanto a instabilidade de fratura rápida ocorrem para tensões menores quanto maior for a fratura inicial da placa. Estruturas contendo elementos enrijecedores podem restringir a propagação de fratura.

A simplicidade do conceito de fator de intensidade de tensão ajuda a prever a durabilidade e tolerância a danos, conceitos usados atualmente para projetar componentes críticos sujeitos à fadiga e fratura. Analisar o fator de intensidade de tensão e a forma como se difere o comportamento de uma placa com e sem enrijecedores são algumas das questões abordadas nesse trabalho.

Grande parte da frota de aeronaves comerciais em circulação já ultrapassou sua vida útil de serviço, e por consequência são propensos a danos por fadiga. As estruturas de aeronaves são feitas de placas finas de

metal reforçadas e reforços longitudinais e transversais. Os reforços podem ser presos à folha por meio de rebites, colados, ou alternativamente, usinados para formar um painel integral. Os reforçadores fornecem uma solução alternativa para distribuir a carga do painel em torno de uma seção fraturada. Se uma fratura atingir um comprimento crítico e começar a se propagar, a carga é transferida da fuselagem para os reforços e a fratura pode ser contida. O teste em grande escala continua a ser a opção preferida para demonstrar conformidade com a tolerância a danos. No entanto esse tipo de ensaio é demorado e caro (ALIABADI; WEN; SALGADO, 2002).

A grande vantagem do reparo colado em relação aos outros modos supracitados é que ele fornece uma transmissão de carga mais uniforme, minimizando a concentração de tensão que pode comprometer a vida útil da fuselagem do avião (SALGADO; ALIABADI, 1998).

Reparos ou reforços colados tem sido usado extensivamente em estruturas secundárias de aeronaves, por exemplo, 62% da área molhada do Boeing 747 é adesivada. Uma discussão sobre os méritos relativos dos reparos colados e rebitados é que reparos rebitados podem ser posteriormente desmontados e podem ser feitos em um ambiente não controlado enquanto que, no uso de reparos colados, rigorosas etapas de limpeza e padronização de montagem devem ser cumpridas em um ambiente controlado. A área onde o reparo será feito deve ter a superfície das peças limpas e deve ser isolada de operações como, lixamento ou esmerilhamento que geram poeira, vapores de óleo ou outros contaminantes, fumar ou comer na área deve ser proibido, todo o pessoal responsável pela montagem deve garantir que as peças estejam limpas e devem usar luvas brancas sem fiapos.

Como regra, reforços colados provam ser mais eficientes para estruturas com cargas leves enquanto reforços rebitados são mais eficientes para estruturas altamente carregadas. Um estudo sobre reparos colados mostrou que este tipo de reforço conseguiria suportar uma tensão de cerca de 11.000 libras por polegada (1900 kN/m). Estudos sobre reparos

rebitados mostram que é possível elevar esta tensão suportada para um valor entra 40-50.000 libras por polegada (7000 - 8700 kN/m) (BAKER; JONES, 1988).

#### **3.1 REBITE**

A fixação mecânica ou rebitagem de reparos metálicos é tradicionalmente usada para reparar estruturas fraturadas, danos globais ou locais, corrosão, e quaisquer outras falhas comuns detectadas durante a inspeção de aeronaves antigas. Estas fixações normalmente são feitas abrindo novos orifícios na estrutura defeituosa e anexando o material do reforço com fechos mecânicos. Esta técnica traz consigo desvantagens, uma vez que rachaduras e corrosão sob tensão frequentemente começam a partir desses novos buracos. A transmissão de carga no reparo rebitado ocorre por compatibilidade de deslocamentos.

Os rebites são fixadores permanentes de baixo custo, adequados para operações de montagem automática. A principal razão para a rebitagem é o baixo custo no local, a soma do custo inicial do rebite com os custos de mão de obra e tempo de máquina para fixar os rebites nas peças. O custo inicial dos rebites é substancialmente menor do que o dos fixadores roscados porque os rebites são feitos em grande volume em máquinas.

Um rebite é um pino ou barra de metal com uma haste cilíndrica, usado para prender duas ou mais peças de materiais diferentes, metálicos ou não metálicos, em várias espessuras juntas. As peças de metal a serem unidas têm orifícios do tamanho adequado perfurado através deles, qualquer material que possa ser trabalhado a frio é um rebite adequado. A haste do rebite é inserida através de um desses buracos. Uma das pontas do rebite tem uma cabeça formada anteriormente pelo fabricante. O tamanho e a forma das cabeças são escolhidos de acordo com os requisitos da aplicação.

Existem vários métodos e tipos de rebites que podem ser usados em aeronaves. A instalação de rebites consiste em fazer furos ligeiramente

maiores (0,001 a 0,003 in [0,025 a 0,076 mm]) do que a haste do rebite nas peças a serem unidas (KROES et al., 2013).

A transmissão de carga da fuselagem de reforço para o reforço pode ser aumentada diante das seguintes situações (WALLNER, 2004):

Aumento da espessura da chapa de reforço, aumentando desta forma sua rigidez;

Aumento da largura ou comprimento da placa de reforço;

Incremento do número de rebites;

Incremento do diâmetro dos rebites;

Emprego de materiais com maior rigidez para os rebites ou placa de reforço.

Por trazer desvantagens como o surgimento de fraturas na região dos furos, é de suma importância a qualidade da rebitagem durante os reparos, pois muitas vezes ele é feito fora dos padrões iniciais de fabricação.

Em geral, qualquer reparo em uma estrutura de aeronave pode degradar substancialmente a vida à fadiga se não houver extremo cuidado no projeto. Durante muito tempo, a avaliação desses tipos de reparos era baseada apenas em resistência estática igual ou melhor do que a estrutura inicial, sem muita consideração pela vida de fadiga. Para garantir uma melhor vida a fadiga para este tipo de reparo o orifício deve ser preenchido com um pino capaz de restringir o deslocamento do furo. Um afunilamento do reparo ao longo da estrutura pode melhorar a resistência à fadiga da área reparada

A Figura 3.1 mostra um exemplo de um reparo rebitado real onde os rebites não ocupam totalmente o orifício, e em decorrência deste problema, ocorre o deslocamento do furo (SWIFT, 1991).

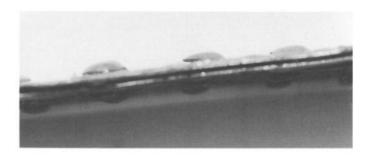


Figura 3.1: Exemplo real do "aperto" que sofre um rebite ao não ocupar totalmente o orifício do furo (SWIFT, 1991)

(a)



Figura 3.2: Rebites removidos do reparo (SWIFT, 1991)

(b)

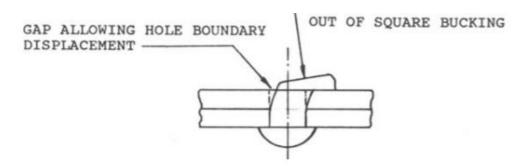


Figura 3.3: Exemplo do "aperto" sofrido pelo rebite (SWIFT, 1991)

(c)

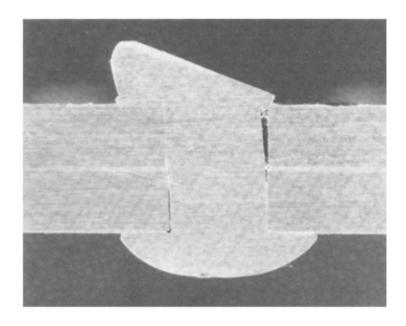


Figura 3.4: Falta de travamento do orifício do rebite devido ao não preenchimento total do furo (SWIFT, 1991)

Além de fixados os rebites podem ser aparafusados a fuselagem do avião. O parafuso é inserido na porca do rebite para vedar o orifício da junta. A Figura. 3.5 mostra uma esquematização do processo de fixação da porca do rebite aparafusado e a Figura 3.6 mostra a ferramenta de fixação da porca do rebite (YOO et al., 2016).

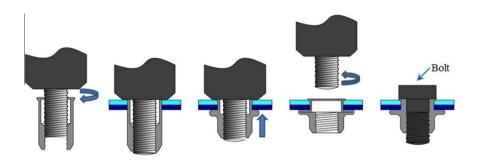


Figura 3.5: Diagrama esquemático do processo de fixação da porca do rebite



Figura 3.6: Ferramenta de fixação de porca de rebite

O presente trabalho usará o tipo de reforço rebitado baseado no trabalho feito por Poe Jr (Poe Jr, 1971) e posteriormente por Newman Jr (Newman Jr, 2000). O mesmo trabalho foi refeito em um trabalho privado para a empresa Boeing em 1999 por Chen com reforços flexíveis ao invés de enrijecedores.

## 3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A figura 3.7 mostra uma placa com longarinas que funcionam como os enrijecedores, espaçados uniformemente. As longarinas são fixadas a placa através de rebites igualmente espaçados. A placa e as longarinas são submetidos a tensões uniaxiais  $\sigma$  e  $\sigma \frac{E_R}{E}$ , respectivamente. A placa contém uma fratura inicial, que se estende igualmente em ambos os lados de uma longarina ou centro do espaço entre as longarinas. As forças do rebite agem simetricamente em relação à trinca. As fileiras de rebite não exercem nenhuma força colinear com a fratura devido a simetria. Conforme as leis de equilíbrio, as forças do rebite atuam em direções opostas na chapa e na longarina (POE JR, 1971).

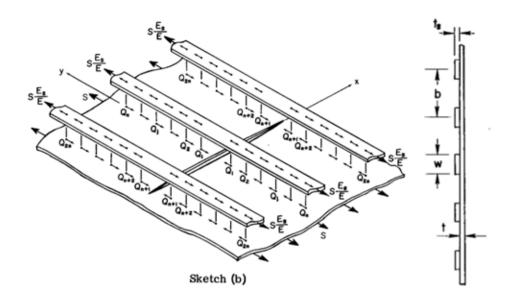


Figura 3.7: Distribuição das tensões aplicadas em uma placa com longarinas enrijecedoras [Editada de (POE JR, 1971)]

As equações necessárias para determinar as forças desconhecidas do rebite  $Q_j$  foram obtidas equacionando os deslocamentos nos rebites com o deslocamento nas longarinas.

O deslocamento da longarina na direção y com a tensão uniaxial  $\sigma \frac{E_R}{E}$  é dado simplesmente por:

$$V = \frac{\sigma y}{E} \tag{3.1}$$

A tensão uniaxial nos enrijecedores é dada por

$$S_e = S \frac{E_R}{E} \tag{3.2}$$

# 3.3 Força nos Rebites

As forças nas longarinas de largura finita submetidas a um par de forças pontuais como mostrado na figura 3.4 podem ser aproximadas pelos

deslocamentos na folha infinita submetidos a pares de forças pontuais uniformemente espaçadas (Figura 3.8).

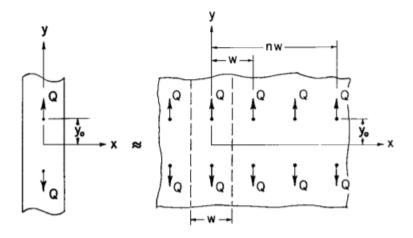


Figura 3.8: Distribuição das tensões aplicadas em uma placa com longarinas enrijecedoras (POE JR, 1971)

O componente de força em y em um ponto Q (0,y) como mostrado na figura 3.8 é dado pela Equação (3.3) (POE JR, 1971):

$$V = \frac{(1+v)(3-v)Q}{8\pi t_s E_S} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n$$
 (3.3)

onde

$$\psi_{0} = \ln\left(\frac{1+\alpha_{4}^{2}}{1+\alpha_{3}^{2}}\right) + 2\left(\frac{1-\nu}{3-\nu}\right)\left[\alpha_{4} \tan^{-1}\left(\frac{2\alpha_{4}}{\alpha_{4}^{2}-1}\right)\right] - \left[\alpha_{3} \tan^{-1}\left(\frac{2\alpha_{3}}{\alpha_{3}^{2}-1}\right)\right]$$
(3.4)

е

$$\psi_{n} = \left(1 - \frac{2nw}{d}\right) \ln \left[ \frac{\left(1 - \frac{2nw}{d}\right)^{2} + \alpha_{4}^{2}}{\left(1 - \frac{2nw}{d}\right)^{2} + \alpha_{3}^{2}} \right]$$

$$+ \left(1 + \frac{2nw}{d}\right) \ln \left[ \frac{\left(1 - \frac{2nw}{d}\right)^{2} + \alpha_{4}^{2}}{\left(1 - \frac{2nw}{d}\right)^{2} + \alpha_{3}^{2}} \right]$$

$$+ \left(\frac{1 - v}{3 - v}\right) \left\{ \alpha_{4} \tan^{-1} \left[ \frac{2\alpha_{4}}{\left(\frac{2nw}{d}\right)^{2} + \alpha_{4}^{2} - 1} \right]$$

$$- \alpha_{3} \tan^{-1} \left[ \frac{2\alpha_{3}}{\left(\frac{2nw}{d}\right)^{2} + \alpha_{3}^{2} - 1} \right] \right\}$$
(3.5)

para n = 1, 2, 3, .... sendo n o número de rebites, e

$$\alpha_1 = \frac{2(x - x_0)}{d} \tag{3.6}$$

$$\alpha_2 = \frac{2(x+x_0)}{d} \tag{3.7}$$

$$\alpha_3 = \frac{2(y - y_0)}{d} \tag{3.8}$$

$$\alpha_4 = \frac{2(y+y_0)}{d} \tag{3.9}$$

# 4 MECÂNICA DA FRATURA COMPUTACIONAL

No campo da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), devido a expoente complexidade dos projetos nos últimos anos, o cálculo preciso dos fatores de intensidade de tensão (K) se tornou o primeiro passo na análise de corpos fraturados.

Os valores de K podem ser obtidos analiticamente apenas para algumas configurações de fratura simples ((SIH, 1977), (TADA; PARIS; IRWIN, 2000) e (ANDERSON, 2005)) com valores tabelados para determinados tipos de fraturas e carregamento. Quando o problema ainda é simples mas sua solução não pode ser obtida através de tabelas, ainda pode ser possível usar métodos analíticos ou semi-empíricos, como o método da superposição ou o método das funções de Green; entretanto, para problemas práticos de engenharia requerendo uma maior precisão, o uso de métodos numéricos como elementos finitos ou elementos de contorno é indispensável (WROBEL, 2019c).

#### 4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O método dos elementos finitos (MEF) pode ser considerado o método numérico mais poderoso para a simulação de problemas da mecânica da fratura. O uso do MEF para analisar problemas de fratura, no entanto, envolve uma grande dificuldade que reside em capturar o gradiente de alta tensão perto da trinca e reproduzir com precisão o campo de tensão singular na ponta da trinca. Esta é a razão para a realização de inúmeros estudos nas últimas quatro décadas sobre o uso de MEF para obter modelos precisos e confiáveis em problemas da mecânica da fratura (NEJATI; PALUSZNY; ZIMMERMAN, 2015). O uso do MEF para resolver problemas de fratura ganhou grande popularidade no início dos anos 1970, as primeiras tentativas para calcular K, no entanto não foram tão bem

sucedidas, devido à grande inexatidão, mesmo em malhas bem refinadas. Isso ocorre porque as variáveis de campo em elementos finitos convencionais são interpoladas por polinômios que não são capazes de reproduzir a singularidade da ponta da trinca.

Logo após o fraco desempenho de elementos convencionais na captura de campo de tensões singulares adjacentes à trinca serem identificados, alguns estudos ao longo dos anos, mostraram que a singularidade na ponta da trinca pode ser modelada adequadamente usando elementos singulares do tipo quarter-point. Outra alternativa para problemas de fratura usando MEF foi o uso de malhas não uniformes, que reduziam o erro dos modelos a níveis aceitáveis. Foi reconhecido que o refinamento de uma malha não uniforme e/ou elementos singulares levavam a bons resultados para problemas de MFLE e apenas alguns anos depois, graças à rápida melhoria de hardware e software, mesmo malhas uniformes, com grande número de elementos, eram igualmente eficientes (SEDMAK, 2018).

Outra forma de modelar problemas da mecânica da fratura com o MEF é usando o Método Estendido dos Elementos Finitos (XFEM – eXtended Finite Element Method) que faz uso da modelagem discreta da fratura. Com uso do XFEM, o corpo fraturado é modelado como um meio contínuo e a fratura é modelada através do enriquecimento da aproximação para o campo de deslocamentos (DA SILVA, 2016).

A formulação do MEF pode ser feita a partir do Princípio da Mínima Energia Potencial Total, do Método de Resíduos Ponderados ou do Princípio dos Deslocamentos Virtuais. O MEF usa os conceitos de "discretização" do contínuo e de "matriz de interpolação" que fornece os deslocamentos em um ponto no interior do elemento em função de seus deslocamentos nodais. O termo discretização se refere a um modelo com um número finito (discrete, em inglês) de incógnitas (deslocamentos nos nós do modelo) para a análise de meios contínuos em contraposição a uma análise com um número infinito de variáveis como as feitas pela Teoria da

Elasticidade que usam funções contínuas, ou seja, com infinitas incógnitas como solução (VAZ, 2011).

### 4.2 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para a formulação geral do MEF, são usadas as seguintes hipóteses (VAZ, 2011):

- Um modelo idealizado para análise é formado por elementos com formas geométricas distintas tais como triângulos, quadriláteros, hexaedros, tetraedros ou retas. Os elementos presentes no modelo são ligados entre si por nós situados no contorno ou extremidade do seu contorno.
- II. Matrizes de interpolação para o elemento (matriz N), cujos termos são funções conhecidas como funções de interpolação ou de forma, fornecem os campos de deslocamento (vetor u) no interior dos elementos em função dos deslocamentos nodais do elemento d, ou seja, u = Nd.
- III. O vetor das deformações no interior dos elementos (vetor  $\varepsilon$ ) pode ser obtido por derivação dos campos de deslocamentos u em relação às coordenadas do sistema gerando a expressão  $\varepsilon = \mathrm{Bd}$ .
- IV. As tensões no interior dos elementos (vetor  $\sigma$ ) são obtidas a partir das deformações por meio de relações constitutivas. Para um corpo homogêneo e um material de comportamento linear elástico, é possível definir apenas uma matriz constitutiva D que relaciona as deformações as tensões no elemento por  $\sigma$  = D  $\varepsilon$ . Para materiais isotrópicos, os termos da matriz D dependem apenas dos seguintes parâmetros mecânicos do material: E, módulo de elasticidade longitudinal e, v coeficiente de Poisson.
- V. Uma matriz de rigidez (matriz K) e um vetor de cargas equivalentes nodais f para o elemento podem ser obtidos a partir das matrizes geradas N, B e D.

- VI. As matrizes de rigidez e as cargas nodais equivalentes de cada elemento são combinadas adequadamente de forma a montar a matriz de rigidez global  $K_g$  e o vetor global de cargas nodais  $f_g$  da estrutura.
- VII. Os deslocamentos globais são calculados da equação de equilíbrio global da estrutura  $K_g d_g = f_g$ .

A partir do vetor dos deslocamentos global da estrutura  $d_g$  é possível recuperar deslocamentos nodais de cada elemento  $d_m$ , e, em seguida, calcular todas as respostas da estrutura em termos de deformações e tensões em qualquer ponto da estrutura fazendo uso das equações anteriores. A expressão da matriz de rigidez para um elemento finito pode ser obtida por meio da expressão (4.1) do princípio dos deslocamentos virtuais generalizado, mas em uma forma mais geral para que os vetores das forças volumétricas q, superficiais p e das forças nodais f, possam ser considerados na formulação do problema.

$$\int_{0}^{V} \delta \varepsilon_{ij} \sigma \, dV = \int_{0}^{V} q_{i} \delta u_{i} dV + \int_{0}^{\Gamma} p_{i} \, \delta u_{i} d\Gamma + \delta d_{i}^{t} f_{i}$$
 (4.1)

As integrais em V e Γ significam, respectivamente, integrais no domínio e no contorno do elemento analisado. As seguintes expressões podem ser escritas relativas às grandezas virtuais:

$$\delta_u = N\delta_d \tag{4.2}$$

$$\delta_{\varepsilon} = B\delta_{d} \tag{4.3}$$

Para as grandezas reais, as expressões são

$$u = Nd (4.3)$$

$$\varepsilon = Bd \tag{4.4}$$

$$\sigma = D\varepsilon = DBd \tag{4.5}$$

Substituindo as expressões (4.2) a (4.5) na expressão (4.1), chega-se a:

$$\delta d^t \int_0^V B^t DB \, dV d = \delta d^t \left( \int_0^V N^t q \, dV + \int_0^\Gamma N^t p \, d\Gamma + f \right) \tag{4.6}$$

Por ser arbitrário, o vetor dos deslocamentos virtuais nodais transposto  $\delta d^t$  que aparece nos dois lados da expressão (4.6) pode ser eliminado da equação, o que resulta em:

$$Kd = f_q + f_d + f (4.7)$$

onde

$$K = \int_0^V B^t D B dV \tag{4.8}$$

$$f_q = \int_0^V N^t q \, dV \tag{4.9}$$

$$f_p = \int_0^\Gamma N^t \, p \, d\Gamma \tag{4.10}$$

nas expressões mencionadas:

K é a matriz de rigidez do elemento

 $f_q$  o vetor das forças nodais equivalentes às cargas de volume  $f_p$  o vetor das forças nodais equivalentes às cargas de superfície f o vetor das forças nodais propriamente ditas.

B é a matriz cinemática que transforma os deslocamentos nodais em deformações no interior do elemento.

D é a matriz constitutiva que transforma o vetor de deformações  $\varepsilon$  em vetor de tensões  $\sigma$  para o material de comportamento linear elástico (lei de Hooke) e a integral é efetuada no volume do elemento.

Para o estado plano de tensão a matriz D é dada na forma:

$$[D] = \frac{E}{1 - v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix}$$
(4.11)

e para problemas de estado plano de deformação é da forma:

$$[D] = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1-v & v & 0\\ v & 1-v & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2v}{2} \end{bmatrix}$$
(4.12)

Uma vez calculado d em (4.7), u,  $\varepsilon e \sigma$ , podem ser obtidos pelas expressões (4.3), (4.4) e (4.5), respectivamente.

#### 4.3 ELEMENTOS QUARTER POINTS

O método dos elementos finitos é geralmente baseado em aproximações para deslocamentos e/ou tensões, que são definidas em termos de funções polinomiais sobre elementos de tamanho finito, por este motivo não é possível obter uma representação exata do comportamento na região de uma singularidade. Como os elementos convencionais de MEF não conseguem reproduzir a singularidade da ponta da trinca, para se

obter resultados precisos, elementos especiais ao redor da ponta da trinca foram introduzidos, capazes de reproduzir a singularidade do tipo  $^1/_{\sqrt{r}}$  nas deformações. Esses elementos, chamados de quarter point (QP) e mostrados na figura 4.1, demostram que quando o nó do meio próximo à ponta da trinca é colocado na posição de um quarto do lado, este elemento consegue obter a acurácia necessária para a modelagem de um corpo da mecânica da fratura em 2D ou 3D.

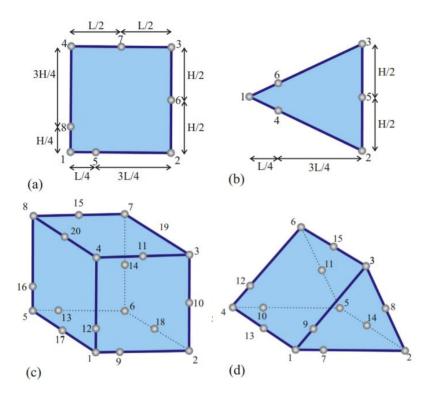


Figura 4.1: (a) Elemento quadrilátero 2d de oito nós QP, (b) elemento triangular 2d de seis nós QP, (c) elemento hexaedro 3d de vinte nós QP (d) elemento de tetraedro 3d de quinze nós [Editada de (NEJATI; PALUSZNY; ZIMMERMAN, 2015)]

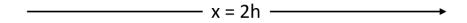
O elemento isoparamétrico de oito nós padrão em um espaço xy que é transformado em um quadrado no espaço  $\xi$ n com vértices em  $(\pm 1, \pm 1)$  é considerado. Os nós intermediários (Nó 7 da Figura 4.1 (a)) são movidos para longe de suas posições usuais (Nó 5 da Figura 4.1 (a)). Para simplificar a matemática, será considerado um dos lados desse elemento unidimensional. Este elemento, que é mostrado na Figura 4.2, tem nós em  $(\xi=-1,0,+1 \text{ e r}=0,p,2)$ . O elemento não distorcido corresponde a p=1

(HENSHELL; SHAW, 1975). As suposições para transformação e deslocamento assumem as formas:

$$r = a_1 + a_2 \xi + a_3 \xi^2 \tag{4.13}$$

$$u = b_1 + b_2 \xi + b_3 \xi^2 \tag{4.14}$$

onde ai e bi são constantes e r= x/h.



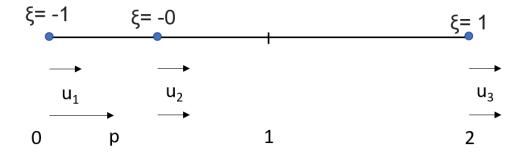


Figura 4.2: Elementos distorcidos unidimensionais [Adaptado de (HENSHELL; SHAW, 1975)]

Reescrevendo a equação (4.13) em termos dos valores nodais de r para eliminar  $a_i$ , e então resolvendo em função de  $\xi$ , obtém-se:

$$\xi = \frac{-1 \pm \sqrt{(1 - 4p + 4p^2 + 4(1 - p)r)}}{2(1 - p)} \tag{4.15}$$

Adotando a raiz positiva como o resultado correto, a derivada da equação 4.15 é:

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}r} = (1 - 4p + 4p^2 + 4(1 - p)r)^{-1/2} \tag{4.16}$$

A singularidade aparece, quando:

$$r = \frac{(1-2p)^2}{4(p-1)} \tag{4.17}$$

Essa singularidade ocorre na extremidade para r=0 do elemento quando p=1/2. Aplicando a singularidade encontrada, encontra-se as seguintes expressões para  $\xi$ , d $\xi$  e u.

$$\xi = -1 + \sqrt{2r} \tag{4.18}$$

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}r} = (2r)^{-1/2} \tag{4.19}$$

$$u = u_1 \left( \frac{2 - 3\sqrt{2r} + 2r}{2} \right) + u_2 (-2r + 2\sqrt{2r}) + u_3 \left( \frac{2r - \sqrt{2r}}{2} \right)$$
 (4.20)

onde as constantes b<sub>i</sub> na equação (4.14) foram avaliadas em termos da expressão para os valores nodais de u.

Para este problema, são as tensões que interessam e estas são proporcionais às deformações. No elemento unidimensional, a deformação longitudinal é dada por:

$$\frac{du}{dr} = u_1 \left( 1 - \frac{3}{2} (2r)^{-1/2} \right) + u_2 \left( -2 + 2(2r)^{-1/2} \right) + u_3 \left( 1 - \frac{1}{2} (2r)^{-1/2} \right)$$
(4.21)

A equação (4.21) mostra claramente que a singularidade é da ordem r-1/2. Isso sugere uma regra simples; quando elementos com um nó "intermediário" são usados em um ponta da trinca os nós do meio do lado devem ser movidos de sua posição usual no centro de cada lado para a posição 1/4, conforme mostrado na Figura 4.1. Observe que esses elementos na ponta da trinca não são considerados de qualquer maneira especial, são apenas uma sub-rotina de elemento isoparamétrico absolutamente padrão, como usada em todo a malha (HENSHELL; SHAW, 1975).

Os elementos QP são dispostos no entorno da ponta da trinca em forma de roseta, a roseta padrão é formada por elementos que formam entre si ângulos de 45°, normalmente alinhados com a trinca (Figura 4.3a). Outras configurações de rosetas também podem ser formadas, como a roseta de elementos com ângulo de 40° (Figura 4.3b) e com ângulo de 30°

(Figura 4.3c). Um exemplo do posicionamento da roseta em uma malha de MEF é mostrado na figura 4.3.

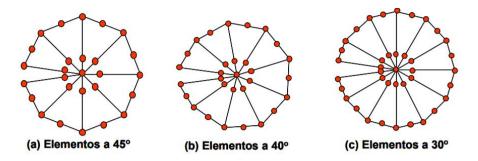


Figura 4.3: Rosetas de elementos finitos. (a) Roseta padrão; (b) Roseta com elementos a 40o; (c) Roseta com elementos a 30° (MIRANDA, 2003).

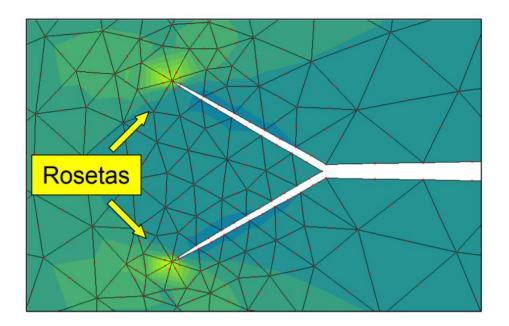


Figura 4.4: Posição de duas rosetas em duas pontas de trinca (MIRANDA, 2003).

## 4.4 INTEGRAL J

Considere um corpo homogêneo de material elástico linear ou não linear livre de forças de corpo e sujeito a um campo de deformação bidimensional de modo que todas as tensões  $\sigma_{ij}$  dependam apenas de

duas coordenadas cartesianas  $x_1$  (= x) e  $x_2$  (=y). Suponha que o corpo contenha um entalhe do tipo mostrado na figura 4.4, tendo superfícies planas paralelas ao eixo x e uma ponta arredondada indicada pelo arco  $\Gamma_{\uparrow}$  (RICE, 1964). A densidade de energia de deformação é definida como

$$W = W(x, y) = W(\varepsilon) = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$
 (4.22)

onde  $\varepsilon_{ij}$  é o tensor de tensão infinitesimal. A expressão da taxa de liberação de energia para um caso bidimensional elástico pode ser expressa como

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) \tag{4.23}$$

onde  $\Gamma$  é a curva que cerca a ponta do entalhe, T são os componentes do vetor de tração normal a superfície, u são os componentes do vetor de deslocamentos, s é a área delimitada por qualquer caminho fechado.

A integral J pode ser vista como uma generalização da taxa de liberação de energia potencial, usando o conceito de uma integral independente do caminho (Figura 4.5), utilizada para avaliar a taxa de liberação de energia no crescimento da trinca. É importante ressaltar que, para materiais com comportamento linear elástico, o parâmetro de fratura elasto-plástica J é equivalente à taxa de liberação de energia potencial G (WROBEL, 2019b).

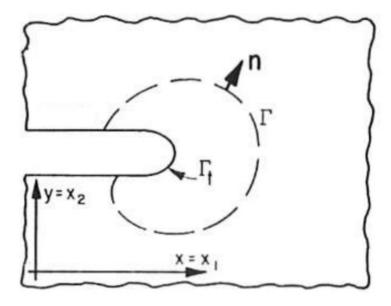


Figura 4.5: Superfície plana com entalhe e campo de deformação bidimensional (todas as tensões dependem apenas de x e y). Γ é qualquer curva em torno da ponta do entalhe; Γ\_↑ denota a curva da ponta do entalhe [Editada de (RICE, 1964)].

## 5 MODELAGEM COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Este trabalho usará o MEF descrito no capítulo 4 e o programa Abaqus, um software comercial para análise pelo MEF comercializado pela SIMULIA da empresa Dassault Systèmes S. A. O programa será usado para a análise de fraturas com o uso de elementos QP e obtenção do fator de intensidade de tensão (K). O Abaqus é um software comercial que permite a criação, monitoramento e avaliação de resultados de modelos através do MEF. O software é dividido em módulos, onde cada módulo define um aspecto lógico do processo de modelagem tais como definir a geometria, propriedades do material ou gerar uma malha. O pósprocessamento e análise de dados ficam a cargo do usuário do software (SIMULIA, 2014).

#### 5.1 INTEGRAIS DE CONTORNO

É possível usar integrais de contorno para estudar problemas da mecânica da fratura, mas este método não permite prever como uma fratura irá se propagar. As integrais de contorno podem ser usadas em modelos bidimensionais ou tridimensionais; no Abaqus, as integrais de contorno podem fornecer dados como valores de integral J e K para materiais homogêneos lineares e para fraturas interfaciais situadas na interface entre dois materiais lineares homogêneos.

Usando o teorema da divergência, a integral de contorno pode ser expandida em uma integral de área em duas dimensões ou uma integral de volume em três dimensões, sobre um domínio finito em torno da trinca. Este método de integral de domínio é a maneira como o Abaqus é usado para avaliar integrais de contorno. O método é bastante robusto no sentido de que as estimativas das integrais de contorno são geralmente precisas mesmo com malhas bastante grosseiras. O método é robusto porque a

integral é assumida sobre um domínio de elementos ao redor da fissura e porque os erros nos parâmetros da solução local têm menos efeito nas grandezas avaliadas, como a integral J e os fatores de intensidade de tensão.

O Abaqus oferece algumas maneiras diferentes de avaliar a integral de contorno, uma dessas abordagens é baseada no método convencional dos elementos finitos, que normalmente requer que o usuário conforme a malha à geometria da fratura, para definir explicitamente a ponta da fratura e especificar a direção da extensão da fenda virtual. Em um modelo de elemento finito, cada avaliação pode ser pensada como o movimento virtual de um bloco de material em torno da ponta da trinca (em duas dimensões) ou em torno de cada nó ao longo da linha de trinca (em três dimensões). Cada bloco é definido por contornos, onde cada contorno é um anel de elementos que envolve completamente a ponta da trinca ou os nós ao longo da linha da trinca de uma face da trinca à face oposta da trinca. Esses anéis de elementos são definidos recursivamente para envolver todos os contornos anteriores (Figuras 5.1 e 5.2).

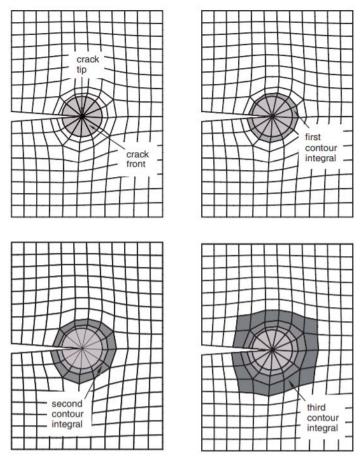


Figura 5.1: As integrais de contorno sucessivas são calculadas adicionando uma camada de elementos (SIMULIA, 2014).

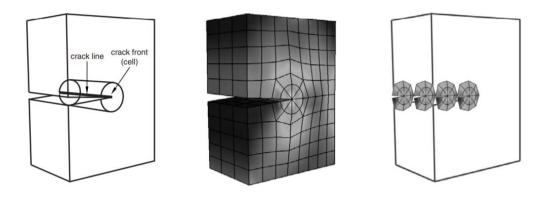


Figura 5.2: Como o abaqus calcula a integral de contorno em cada nó ao longo da linha de fratura (SIMULIA, 2014).

O Abaqus encontra automaticamente os elementos que formam cada anel a partir das regiões definidas como ponta de trinca ou linha de trinca. Cada contorno fornece uma avaliação da integral do contorno. O número possível de avaliações e o número de tais anéis de elementos é definido pelo usuário, além do tipo de integral de contorno de saída para o pósprocessamento e análise de dados. Por padrão o Abaqus calcula a integral J e através deste resultado obtém-se então o FIT, mas para este trabalho utilizaremos diretamente o FIT. O cálculo do fator de intensidade de tensão realizado pelo Abaqus é válido para fraturas em materiais elásticos lineares e homogêneos. Também é válido para uma fratura interfacial entre dois materiais elásticos lineares isotrópicos diferentes.

Os fatores de intensidade de tensão calculados pelo Abaqus são relacionados à taxa de liberação de energia (Integral J) por meio de

$$J = \frac{1}{8\pi} K^T B^{-1} K \tag{5.1}$$

onde  $K = [K_I, K_{II}, K_{III}]^T$  são os fatores de intensidade de tensão, e é chamada de matriz de fator de energia pré-logarítmica. Para materiais homogêneo e isotrópicos a matriz é diagonal, e a equação (5.1) pode ser simplificada para

$$J = \frac{1}{E}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G}K_{III}^2$$
 (5.2)

Para o caso onde há uma fratura interfacial entre dois materiais isotrópicos diferentes

$$J = \frac{1 - \beta^2}{E^*} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G^*} K_{III}^2$$
 (5.3)

onde

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \tag{5.4}$$

$$\frac{1}{G^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right) \tag{5.5}$$

$$\beta = \frac{G_1(k_2 - 1) - G_2(k_1 - 1)}{G_1(k_2 + 1) + G_2(k_1 + 1)}$$
(5.6)

com  $k=3-4\nu$  para o estado plano de deformação e  $k=(3-\nu)/(1+\nu)$  para o estado plano de tensão. Ao contrário de seus análogos em um material homogêneo, não são mais os fatores puros de intensidade de tensão do Modo I e do Modo II para uma fratura interfacial. Eles são simplesmente as partes reais e imaginárias de um fator de intensidade de tensões complexo.

A integral J deve ser independente do domínio usado, desde que as faces da fissura sejam paralelas entre si, mas as estimativas da integral J de diferentes anéis podem variar devido à natureza aproximada da solução de elementos finitos. Uma forte variação nessas estimativas, comumente chamada de dependência de domínio ou dependência de contorno, normalmente indica um erro na definição da integral do contorno. A variação gradual nessas estimativas pode indicar que uma malha mais fina é necessária ou, se a plasticidade for incluída, que o domínio da integral do contorno não inclui completamente a zona plástica. Se o "material elástico equivalente" não for uma boa representação do material elasto-plástico, as integrais de contorno serão independentes do domínio apenas se incluírem completamente a zona plástica. Como nem sempre é possível incluir a zona plástica em três dimensões, uma malha mais fina pode ser a única solução. Se a primeira integral de contorno for definida especificando os nós na ponta da trinca, os primeiros contornos podem ser imprecisos. Para verificar a precisão desses contornos, é possível solicitar mais contornos e determinar o valor da integral do contorno que aparece aproximadamente constante de um contorno para o outro. Os valores das integrais de contorno que não são aproximadamente iguais a esta constante devem ser descartados. Em problemas elásticos lineares, o primeiro e o segundo contornos normalmente devem ser ignorados como imprecisos (SIMULIA, 2014).

#### 5.2 DEFININDO A PONTA DA TRINCA

A primeira etapa no procedimento para configurar uma integral de contorno no Abaqus é definir a ponta da fratura. O Abaqus usa a ponta da fratura para calcular a primeira integral de contorno usando todos os elementos colapsados dentro da ponta da fratura e uma camada de elementos fora da ponta. É possível solicitar a saída para mais de uma integral de contorno, na qual para este caso adiciona-se uma camada de elementos ao grupo de elementos que foram usados para calcular a integral de contorno anterior. A Figura 5.1 ilustra como o Abaqus/CAE calcula contornos sucessivos das integrais para um modelo bidimensional adicionando camadas de elementos.

Para modelos tridimensionais, o Abaqus calcula integrais de contorno em cada nó ao longo da linha de fratura, conforme mostrado na Figura 5.2.

O usuário deve especificar a direção da extensão da trinca virtual em cada ponta de trinca. Se a direção da extensão da trinca virtual for paralela às faces da fratura os valores da integral J calculados serão positivos. Valores negativos da integral J são obtidos quando a direção de extensão da trinca virtual é especificada na direção oposta.

Na maioria dos casos, a singularidade na ponta da trinca deve ser considerada na análise de pequenas deformações (quando a zona plástica da ponta da fratura é muito pequena em comparação a estrutura). Incluir essa singularidade geralmente melhora a precisão da integral J e dos fatores de intensidade de tensão. Os planos dos elementos tridimensionais perpendiculares à linha de trinca devem ser planos para uma melhor precisão. Caso isto ocorra, o Jacobiano de alguns elementos pode se tornar negativo em alguns pontos de integração quando se usa os elementos QP. (SIMULIA, 2014).

#### 5.3 MALHA

O ABAQUS pode usar uma variedade de técnicas de geração de malha para modelos de malha de diferentes topologias. Em alguns casos, o usuário pode escolher a técnica usada para criar a malha de um modelo ou região do modelo. Em outros casos, apenas uma técnica é válida. As diferentes técnicas de geração de malha fornecem vários níveis de automação e controle do usuário.

A malha estruturada oferece mais controle sobre a malha do modelo porque aplica padrões de malha pré-estabelecidos a topologias específicas. A maioria dos modelos sólidos não particionados são muito complexos para serem integrados usando padrões de malha pré-estabelecidos. No entanto, é frequente a partição dos modelos complexos em regiões simples com topologias para as quais existem padrões de malha estruturados.

As malhas por varredura geram internamente elementos em uma aresta ou face e, em seguida, varrendo esses elementos ao longo de um caminho ou face. A técnica de geração de malha livre é a técnica de criação de malha mais flexível. Ele não usa padrões de malha pré-estabelecidos e pode ser aplicado a quase qualquer forma de modelo. No entanto, o algoritmo de geração da malha livre fornece um mínimo de controle sobre a malha, pois não há como se prever ou criar um padrão.

Os algoritmos do eixo medial e o avanço frontal são dois modelos de geração de malha que o ABAQUS pode usar para criar uma malha. Os modelos usados nesse trabalho são baseados no algoritmo de eixo medial, que inicialmente decompõe a região onde a malha será gerada em um grupo de regiões mais simples. O algoritmo então usa técnicas de malha estruturada para preencher cada região simples com elementos. Se a região da malha é relativamente simples e contém um grande número de elementos, o algoritmo do eixo medial gera uma malha mais rápido do que o algoritmo de avanço frontal, com uma melhor qualidade da malha. A

opção de transição de malha está disponível apenas para elementos quadrilaterais e hexaédricas.

O tamanho dos elementos da ponta da trinca influencia a precisão das soluções: quanto menor a dimensão radial dos elementos da ponta da trinca, melhores serão os resultados de deslocamentos, tensões e deformações e, portanto, melhores serão os cálculos das integrais de contorno. A figura 5.3 apresenta exemplos de geração da malha usando ambos os algoritmos (SIMULIA, 2014).

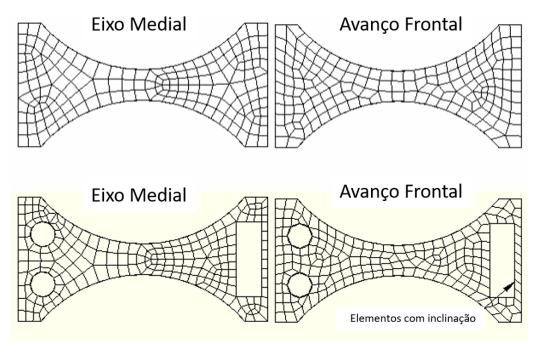


Figura 5.3; Exemplos de modelos usando os dois algoritmos de geração malha. (SIMULIA, 2014)

## 6 EXEMPLOS E RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados exemplos numéricos com uso do MEF usando os elementos quarter-point anteriormente apresentados. Os resultados obtidos para análise dos fatores de intensidade de tensão são baseados em exemplos encontrados na literatura. Para as simulações desenvolvidas neste trabalho, foram usados modelos sólidos 3D. Os elementos utilizados nas simulações foram elementos quadráticos 3D de 20 nós (C3D20: 20-node quadratic brick) como apresentado na figura 6.1 (a). Ao redor da ponta da trinca foram usados elementos QP, mas com os nós próximos a ponta da fratura deslocados para a posição de um quarto como mostrado na figura 6.1(b).

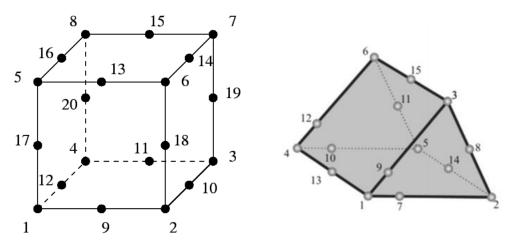


Figura 6.1: Elementos quadráticos 3D de 20 nós quadrilaterais (a): Elemento convencional; (b): Elemento QP de 15 nós [Adaptado de (NEJATI; PALUSZNY; ZIMMERMAN, 2015)]

#### 6.1 EXEMPLOS DE PAINÉIS ENRIJECIDOS

Nas primeiras simulações duas configurações de painéis reforçados infinitos, para os quais são conhecidos resultados alternativos do fator de

intensidade de tensão, foram analisadas a fim de verificar a precisão do MEF. Para os exemplos modelados nesta seção, considerou-se uma aderência perfeita entre a placa e o rebite, mas estes modelos não representam de forma real como os rebites e os seus furos se comportam, por este motivo os mesmos foram modelados apenas como furo nas placas. Os resultados para efeito de comparação do fator de intensidade de tensão foram calculados usando o método de elementos de contorno. Os resultados do MEF são apresentados e comparados com (SALGADO; ALIABADI, 1996). A seguinte notação é usada:

E<sub>s</sub> – Módulo de Elasticidade da placa

E<sub>n</sub> – Módulo de Elasticidade do reforço

A - Área da seção transversal do reforço

2a - Comprimento da trinca

t - Espessura do reforço

K<sub>0</sub> – Fator de intensidade de tensão para a configuração sem reforço

K₁ – Fator de intensidade de tensão para a configuração com reforço

 $\lambda = rac{2E_Sat}{AE_n}$  - Parâmetro de enrijecimento da placa

p - Espaçamento entre rebites

d - Diâmetro dos rebites

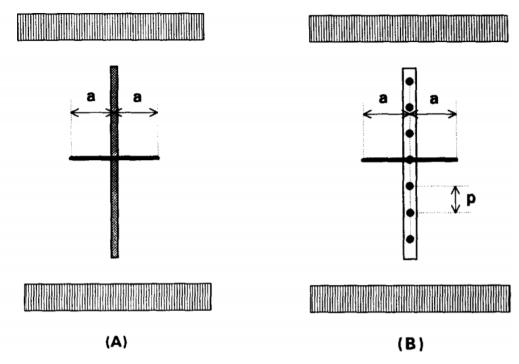


Figura 6.2: Trinca simétrica em relação ao reforço. Caso (A): reforço colado; caso (B): reforços rebitados (SALGADO; ALIABADI, 1996)

O primeiro exemplo (Figura 6.2) é um corpo com trinca simétrica em relação ao reforço, e com os dois tipos de reforços para que se pudesse comprovar a efetividade de cada técnica, considerando suas vantagens e desvantagens. Foram realizadas simulações no Abaqus, considerando como se fossem placas infinitas, mantendo uma relação da largura pelo comprimento de trinca igual a 40. Como rotina do Abaqus sempre se solicitou ao menos 6 regiões de contorno para a obtenção dos resultados de FIT, descartando sempre as duas primeiras, pois devido a existência da pequena zona plástica do material fraturado e ao refinamento da malha no ponto da trinca esses resultados nem sempre se mostravam consistentes ou coerentes, os outros resultados subsequentes apresentavam uma convergência, indicando assim que as simulações estavam obtendo resultados concisos e estáveis.

Nos exemplos apresentados na Figura 6.2, é analisada uma placa contendo uma trinca de comprimento 2a, simétrica em relação a um reforço, submetida a uma tensão de tração uniaxial. Em ambos os casos, o modelo é de uma folha quadrada de largura L com a relação L/a = 40, de

forma que a largura da placa é tão maior que o tamanho da trinca, que desta forma é possível considerar a placa reforçada como infinita. Os reforços são submetidos a forças finais adequadas a fim de satisfazer a condição de compatibilidade de deformação (ou seja, se nenhuma trinca estiver presente, não há forças de interação entre a folha e os reforços) e a relação de diâmetro do rebite e espaçamento dos mesmos é igual a 0,2 para o modelo da figura 6.2(b). Para as simulações realizadas no Abaqus, considera-se uma aderência perfeita entre o reforço e a placa. Como não foi determinado nenhum material para os corpos analisados no artigo (SALGADO; ALIABADI, 1996), foram considerados que ambos os materiais são feitos de alumínio.

Os modelos apresentam as mesmas dimensões e o mesmo processo de modelagem, mas o reforço rebitado (Figura 6.2 (B)) necessitou de uma maior atenção durante a sua simulação comparado ao reforço colado. Devido ao diâmetro dos rebites, a malha destes modelos precisou de um refinamento, como pode ser notado ao se comparar as figuras 6.4 e 6.8 para desta forma garantir uma boa transição no tamanho de elementos. Para o modelo colado (Figura 6.3) considerou-se que a interação do material é perfeita, desta forma, não modelando o adesivo que une os dois materiais. Uma placa contendo uma fratura de comprimento 2a perto de um reforço rebitado é apresentado na figura 6.12, seguindo o mesmo processo de modelagem para o modelo rebitado supracitado.

Os valores de FIT obtidos no Abaqus são uma média aritmética simples, onde são usados os valores do fator de intensidade de tensão para um total de 6 regiões de contorno para cada ponta de trinca, os dois primeiros resultados são descartados devido a possível influência da zona plástica do material que não estaria em regime MFLE.

As diferenças foram calculadas a partir da equação abaixo:

$$Diferença = \frac{K_{Abaqus} - K_{referência}}{K_{referência}}$$
(6.1)

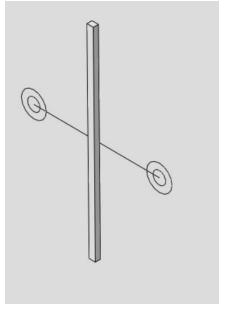


Figura 6.3: Modelos das simulações para  $\lambda$ =0,5 - Parte do modelo com reforço colado

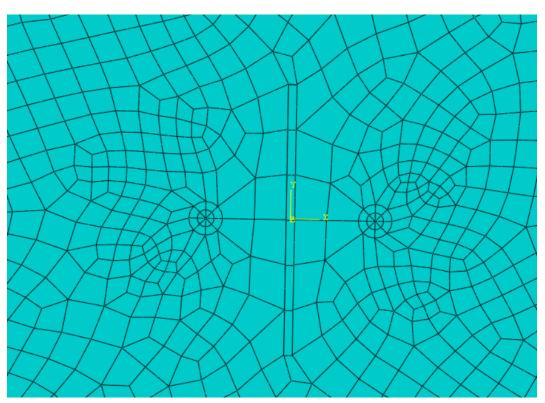


Figura 6.4: Modelos das simulações para  $\lambda$ =0,5 – Malha da região do entorno do reforço colado

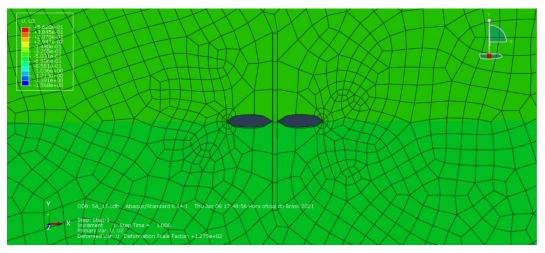


Figura 6.6: Modelos das simulações para  $\lambda$ =0,5 - Deformação frontal da placa do modelo colado

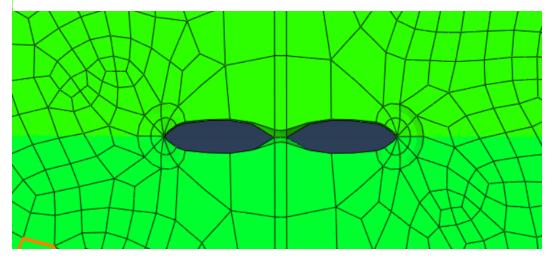


Figura 6.5: Modelos das simulações para  $\lambda$ =0,5 - Deformação traseira da placa do modelo colado

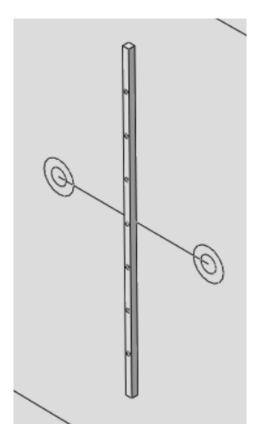


Figura 6.7: Modelos das simulações para  $\lambda$ =0,5 - Parte do modelo com reforço rebitado

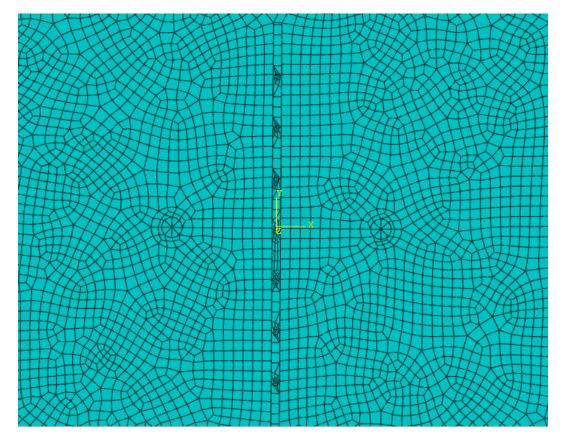


Figura 6.8: Modelos das simulações para  $\lambda$ =0,5 – Malha da região do entorno do reforço rebitado

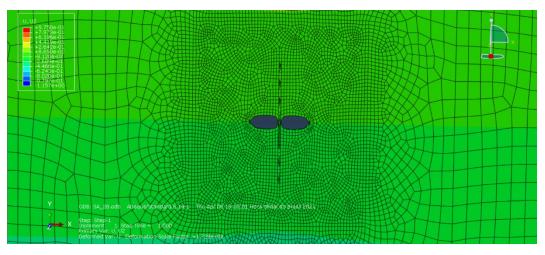


Figura 6.9: Modelos das simulações para  $\lambda$ =0,5 - Deformação frontal da placa do modelo rebitado

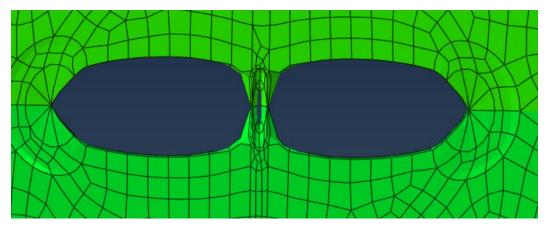


Figura 6.10: Modelos das simulações para λ=0,5 - Deformação traseira da placa do modelo rebitado

Tabela 6.1: Resultados de  $K_l$  para diferentes valores de  $\lambda$  para o modelo apresentado na Figura 6.2(a)

λ	Fator de Inte	nsidade Tensão	Diferença
	Abaqus	Referência	Dirororiça
0,5	842,8	817,16	3,14%
1	846,75	839,72	0,84%
2	853,1375	864,79	1,35%
5	894,6875	927,45	3,53%
10	990,0375	965,05	2,59%

Tabela 6.2: Resultados de  $K_{\rm I}$  para diferentes valores de  $\lambda$  para o modelo apresentado na Figura 6.2(b)

λ	Fator de Inte	Diferença	
	Abaqus	Referência	Diiciciiça
0,5	917,775	949,85	3,38%
1	996,5875	985,67	1,11%
2	1043	1040,18	0,27%

5	1107	1136,59	2,60%
10	1152	1193,10	3,44%

Foram encontradas diferenças em valores absolutos menores do que 4%, conforme apresentadas nas tabelas acima. Como esperado, os resultados encontrados usando o MEF apresentaram uma boa aproximação com os resultados de referência usando o método dos elementos de contorno. A figura 6.11 apresenta o gráfico comparativo do parâmetro de enrijecimento da placa pela razão entre os fatores de intensidade de tensão.

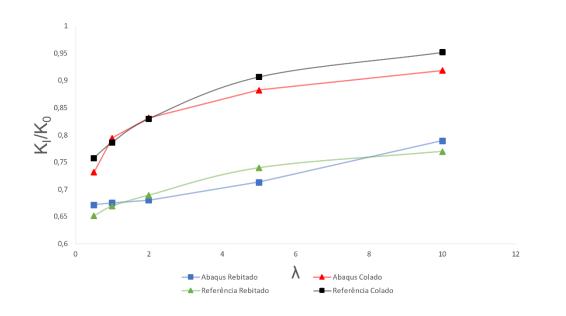


Figura 6.11: Fatores de intensidade de tensão para o exemplo 6.2(a) e 6.2(b) (SALGADO; ALIABADI, 1996)

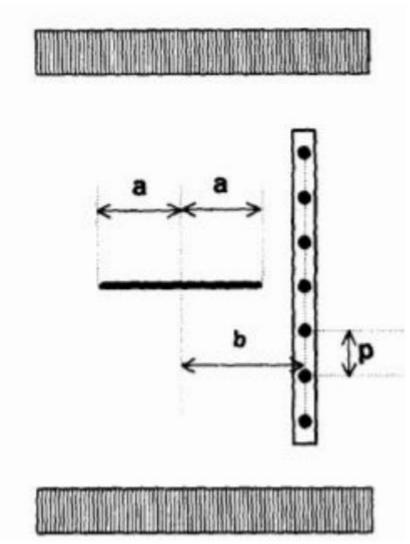


Figura 6.12: Placa com reforço rebitado [Editado de (SALGADO; ALIABADI, 1996)].

O segundo exemplo (Figuras 6.12) é uma placa com trinca de comprimento 2a e simétrica em relação a sua geometria, com o reforço deslocado de uma distância b. Foram realizadas simulações variando a razão a/b para análise dos resultados da influência dos resultados do FIT para quanto maior for a distância entre o eixo da fratura e do reforço.

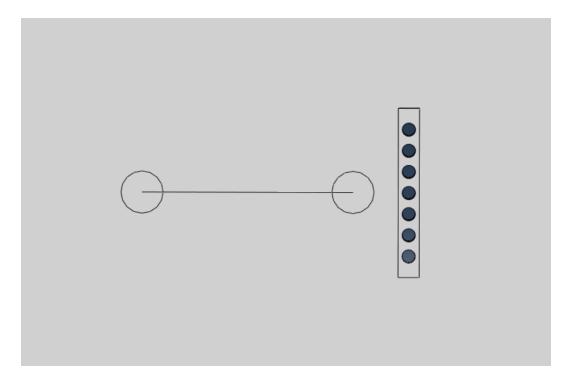


Figura 6.13: Partes do modelo das simulações para  $\lambda$ =0,7 realizadas no Abaqus – Parte do modelo com reforço rebitado

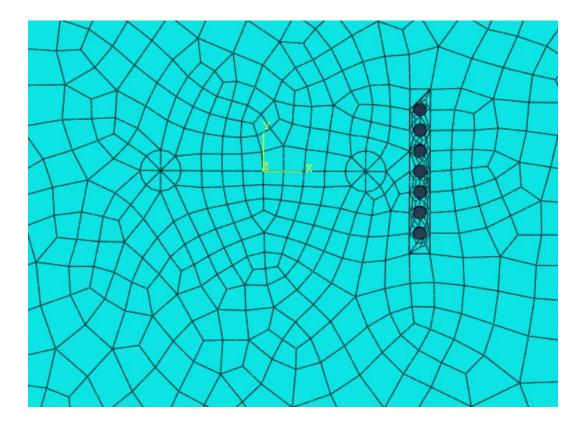


Figura 6.14: Partes do modelo das simulações para λ=0,7 realizadas no Abaqus - Malha da região do entorno do reforço rebitado e da trinca

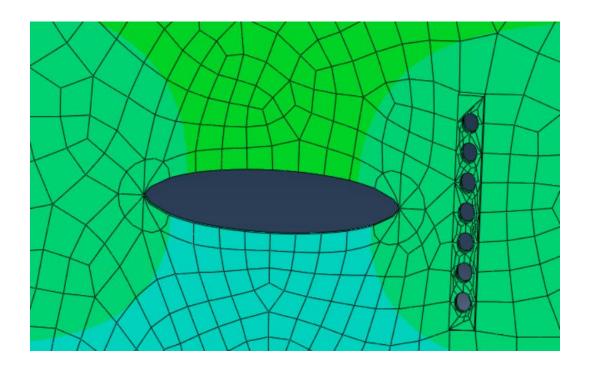


Figura 6.15: Modelos das simulações para a/b=0,7 - Deformação da placa do modelo rebitado

Tabela 6.3: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de  $\lambda$  para o modelo apresentado na Figura 6.12

	Lambida 0,5						
a/b	Artigo	Abaqus	Diferença				
0,5	0,98	1,00	2,85%				
0,6	0,96	0,95	1,13%				
0,7	0,92	0,89	3,45%				
0,8	0,86	0,82	4,48%				
0,9	0,76	0,72	6,03%				
1	0,64	0,61	5,03%				
1,1	0,53	0,51	3,31%				
1,2	0,52	0,53	2,41%				
1,3	0,50	0,46	6,54%				
1,4	0,49	0,45	7,84%				
1,5	0,50	0,47	5,81%				
1,6	0,49	0,46	5,80%				

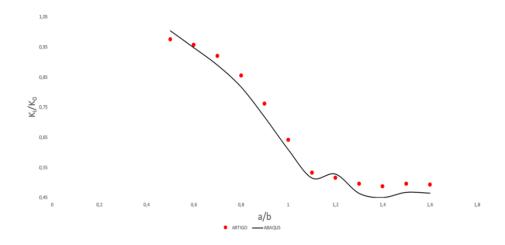


Figura 6.16: Gráfico da relação a/b pela relação dos fatores de intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.12 (SALGADO; ALIABADI, 1996)

O modelo estudado na figura 6.17 é uma placa infinita, submetida a tensões de tração uniaxial. A folha tem uma fratura de comprimento 2a próximo de um reforço rebitado. O centro da trinca está a uma distância b da linha de centro do reforço. Os rebites têm diâmetro d e espaçamento entre eixos p. O parâmetro de enrijecimento da placa (ptE $_{\rm s}$ /AE $_{\rm n}$ ) foi igual a 0,50. Foram obtidos fatores de intensidade de tensão (K) para ambas as pontas e normalizados em relação aos valores para uma trinca isolada em uma placa não enrijecida. A Tabela 6.3 apresenta os resultados (F = K $_{\rm l}$ / K $_{\rm 0}$ ) para a/p igual a 0,25, 0,50, 1,00, 2.00 e b/a igual a 0 (trinca simétrica em relação ao reforço), 0,50, 0,75, 1,00, 1,25, 1,50 e 2,00 (SALGADO, 1996).

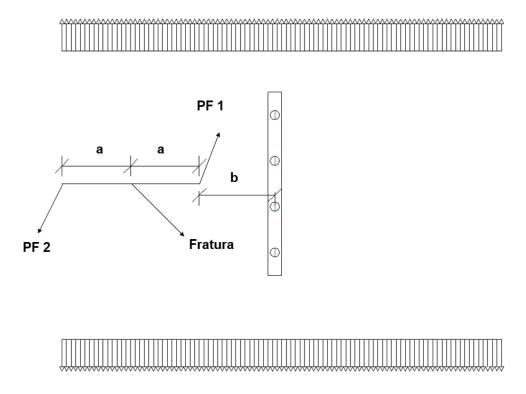


Figura 6.17: Modelo de placa com a fratura próxima do reforço rebitado. [Editada de (SALGADO, 1996)]

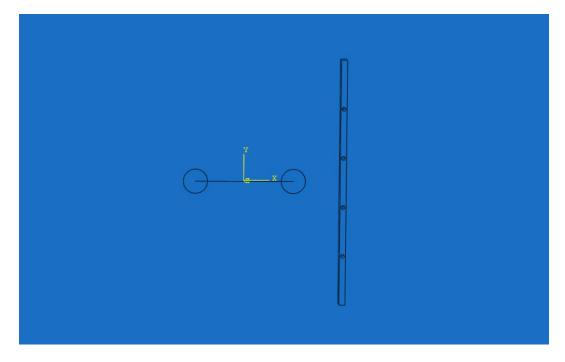


Figura 6.18: Partes do modelo das simulações para as relações a/p=1,00 e b/a=0,75 realizadas no Abaqus – Parte do modelo com reforço rebitado

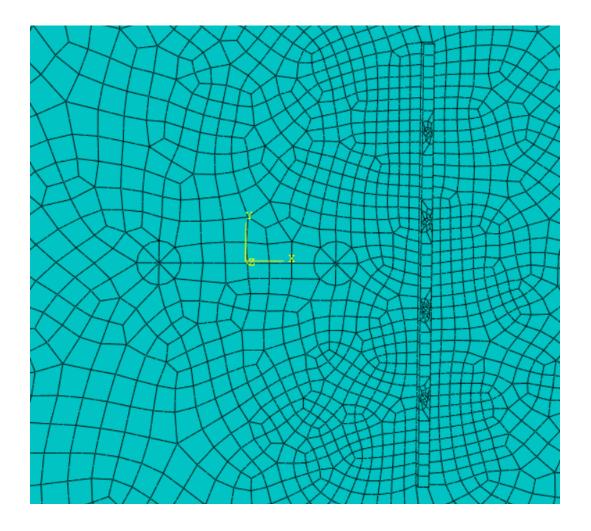


Figura 6.19: Partes do modelo das simulações para as relações a/p=1,00 e b/a=0,75 realizadas no abaqus – Malha da região do entorno do reforço rebitado

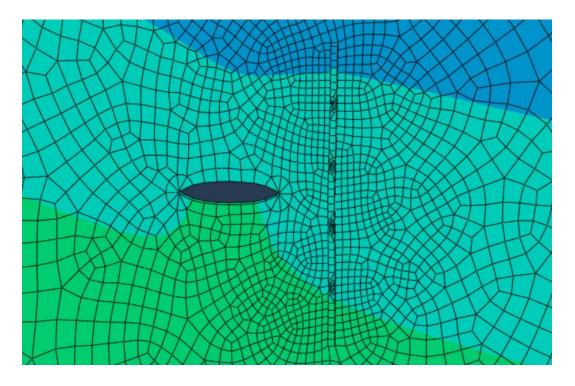


Figura 6.20: Partes do modelo das simulações para as relações a/p=1,00 e b/a=0,75

Tabela 6.4: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 0,25 para ambas as pontas da fratura (PF).

	a/p 0,25					
	b/a	Artigo	Abaqus	Diferença		
	0,00	0,843	0,8019	4,88%		
	0,50	0,882	0,892	1,14%		
	0,75	0,905	0,8692	3,95%		
PF 1	1,00	0,928	0,9779	5,38%		
	1,25	0,947	0,9132	3,56%		
	1,50	0,961	0,9137	4,92%		
	2,00	0,98	0,9206	6,06%		
	0,00	0,843	0,8018	4,89%		
PF 2	0,50	0,835	0,8424	0,89%		
•••	0,75	0,847	0,8018	5,34%		
	1,00	0,868	0,8624	0,65%		

1,25	0,895	0,8885	0,73%
1,50	0,92	0,9019	1,97%
2,00	0,96	0,9097	5,24%

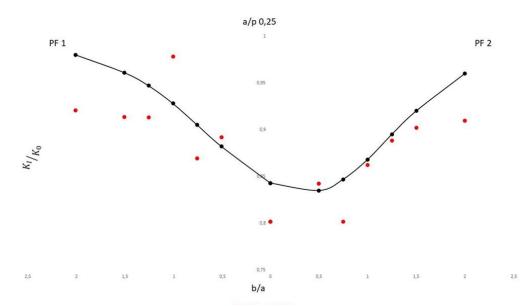


Figura 6.21: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 para a/p 0,25 (SALGADO, 1996)

Tabela 6.5: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 0,50 para ambas as pontas da fratura (PF).

	a/p 0,50					
	b/a	Artigo	Abaqus	Diferença		
	0,00	0,732	0,7665	1,75%		
	0,50	0,84	0,829	1,58%		
	0,75	0,889	0,9358	4,33%		
PF 1	1,00	0,929	0,9759	5,05%		
	1,25	0,956	0,9146	5,26%		
	1,50	0,973	0,9884	1,31%		
	2,00	0,974	0,9911	4,71%		

PF 2	0,00	0,732 0,765		4,62%
	0,5	0,667	0,678	1,65%
	0,75	0,692	0,692 0,6383	
	1,00	0,768	0,7448	3,01%
	1,25	0,858	0,8838	3,01%
	1,50	0,923	0,9003	2,46%
	2,00	0,987	0,9875	0,05%

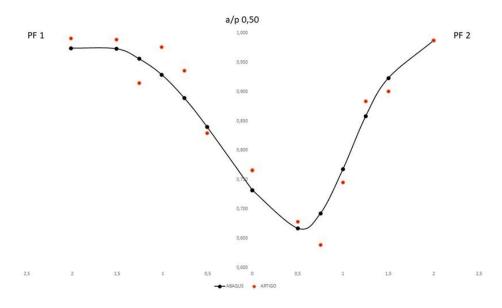


Figura 6.22: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 para a/p 0,50 (SALGADO, 1996)

Tabela 6.6: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 1,00 para ambas as pontas da fratura (PF).

	a/p 1,00					
	b/a Artigo Abaqus Diferen					
	0,00	0,707	0,7419	4,93%		
PF 1	0,50	0,837	0,8327	0,51%		
	0,75	0,894	0,8666	3,06%		

	1,00	0,942	0,9032	4,12%
	1,25	0,97	0,9893	1,99%
	1,50	0,982	0,9902	0,83%
	2,00	0,993	0,9938	0,08%
	0,00	0,707	0,742	4,95%
	0,50	0,563	0,5934	5,41%
	0,75	0,539	0,5882	9,12%
PF 2 1,	1,00	0,684	0,683	0,15%
	1,25	0,879	0,8852	0,70%
	1,5	0,948	0,969	2,22%
	2	0,982	0,9866	0,47%

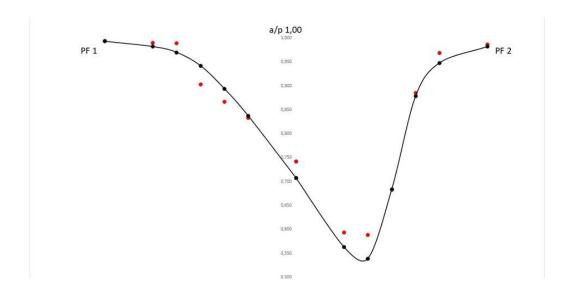


Figura 6.23: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 para a/p 1,00 (SALGADO, 1996)

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1821342/CA

Tabela 6.7: Resultados da razão KI/K0 para diferentes valores de b/a para o modelo apresentado na Figura 6.17 com relação a/p de 2,00 para ambas as pontas da fratura (PF).

		а	/p 2,00	
	b/a	Artigo	Abaqus	Diferença
	0,00	0,719	0,7616	6,03%
	0,50	0,84	0,7665	8,78%
	0,75	0,909	0,8865	2,51%
PF 1	1,00	0,963	0,9228	4,26%
	1,25	0,989	0,9973	0,86%
	1,50	0,998	0,9982	0,02%
	2,00	1,006	0,9991	0,69%
	0,00	0,719	0,7614	5,99%
	0,50	0,561	0,6122	9,09%
	0,75	0,467	0,4955	5,30%
PF 2	1,00	0,627	0,6163	1,56%
	1,25	0,923	0,9295	0,74%
	1,50	0,972	0,9871	1,59%
	2,00	0,998	0,9964	0,16%

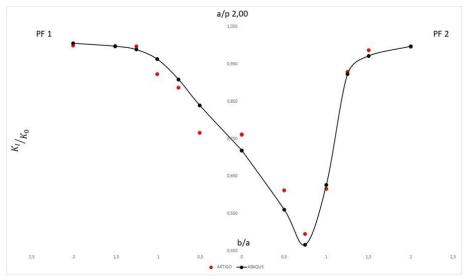


Figura 6.24: Gráfico da relação b/a pela relação dos fatores de intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.17 para a/p 2,00 (SALGADO, 1996).

### 6.2 Painéis feitos de 2024-T3 com enrijecedores rebitados

Em 1971, Poe Jr (POE JR, 1971) conduziu um estudo em painéis (Figura 3.1) enrijecidos feitos da liga de alumínio 2024-T3 e enrijecedores de alumínio ou aço. Posteriormente, este estudo foi refeito por Newman (NEWMAN JR, 2000), com um modelo com abas para que o reforço faça um afunilamento e desta forma aumente a sua resistência à fadiga; as dimensões do material são apresentadas na Figura 6.25. A largura total (2w) do painel é de 915 mm, o painel tem cinco enrijecedores intactos com uma única trinca localizada sob o reforço central. As longarinas foram colocadas simetricamente sobre a folha, para que a flexão da folha seja minimizada. Os resultados apresentados a seguir foram para um painel enrijecido que tinha uma relação área da longarina para área total (μ) de 0,41. A distribuição de carga e numeração dos rebites é apresentada na figura 6.26.

As simulações dos painéis testados por (POE JR, 1971) e (NEWMAN JR, 2000) seguem a teoria apresentada no Capítulo 3 deste trabalho.

Usando as equações (3.6) a (3.9) obtém-se os valores de  $\alpha_1$  a  $\alpha_4$ . Os valores obtidos para alfa são então usados nas equações (3.4) e (3.5) para

a obtenção de  $\psi_0$  e  $\psi_n$ . No final, obtém-se o deslocamento referente aos enrijecedores através da equação (3.3) e pode-se finalmente equalizar o resultado obtidos com o deslocamento na placa através da equação (3.1) para a obtenção da força aplicada nos rebites. Os rebites foram modelados apenas como furos, e aplicando-se a carga encontrada através das equações (3.1) e (3.3), como mencionado acima.

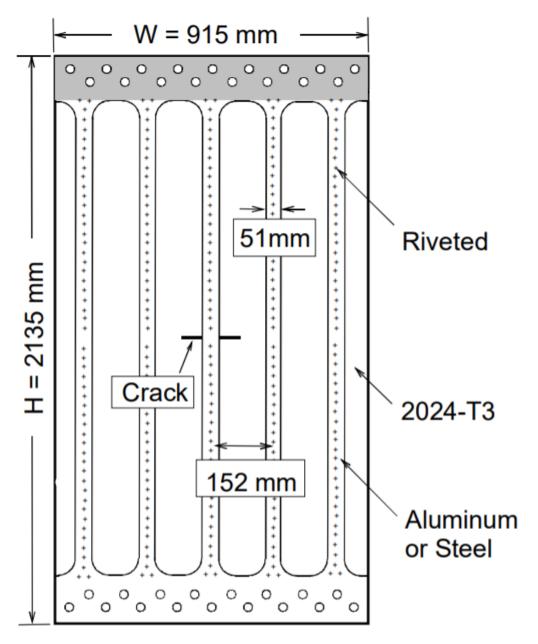


Figura 6.25: Painel reforçado testado por Newman Jr para determinar as taxas de fadiga. (NEWMAN JR, 2000)

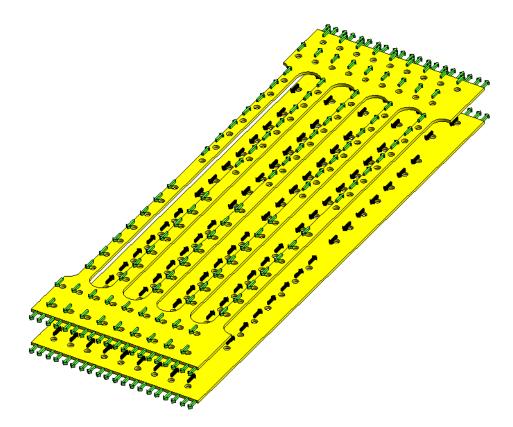


Figura 6.26: Distribuição de cargas do painel reforçado testado por Newman Jr.

Após a obtenção das cargas que devem ser aplicadas no modelo usado por Newman Jr (Figura 6.25), as simulações puderam ser realizadas no software Abaqus para a comparação de resultados. A aplicação de carga se deu conforme a figura 6.26, onde a força distribuída nos rebites (Q) são representadas pelas setas pretas e a dos enrijecedores (S<sub>e</sub>) pelas setas verdes. A seguir são apresentadas algumas imagens da simulação.

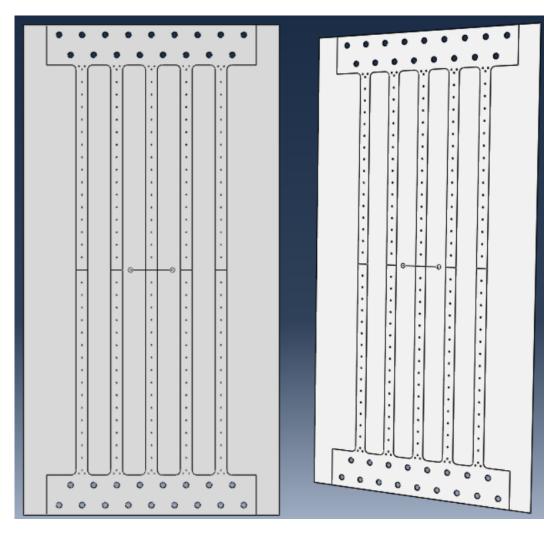


Figura 6.27: Modelo das simulações para a=250 mm, realizadas no Abaqus - Modelo usado no Abaqus

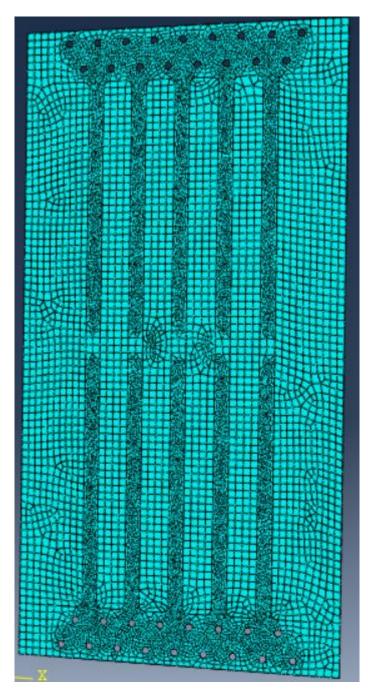


Figura 6.28: Modelo das simulações para a=250 realizadas no Abaqus - Malha de Elementos finitos

Figura 6.29: Parte frontal do modelo das simulações para a=250 mm realizadas no Abaqus

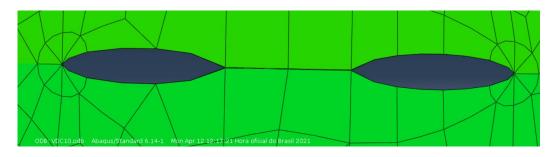


Figura 6.30: Parte traseira do modelo das simulações para a=250 mm realizadas no Abaqus

Tabela 6.8: Resultados de fator de intensidade tensão para o modelo apresentado na Figura 6.25

a (mm)	Carga (N/mm)	a/W	K <sub>0</sub>	K <sub>Médio</sub> Abaqus	Kı/K <sub>0</sub> Abaqus	K <sub>I</sub> /K <sub>0</sub> Artigo (NEWMAN JR)	K Artigo	Diferença
50	100	0,05	1253,31	934,55	0,75	0,80	1001,95	6,7%
91,5	100	0,10	1695,45	1231,13	0,73	0,74	1261,98	2,4%
190,0	100	0,21	2443,16	1638,63	0,67	0,71	1723,79	4,9%
232,3	100	0,25	2701,35	1697,38	0,63	0,69	1863,22	8,9%
250,0	100	0,27	2802,50	1692,00	0,60	0,68	1893,76	10,7%
265,0	100	0,29	2885,35	1750,63	0,61	0,65	1889,06	7,3%
350,0	100	0,38	3315,96	1165,25	0,35	0,38	1275,38	8,6%
400,0	100	0,44	3544,91	1427,00	0,40	0,42	1474,31	3,2%
450,0	100	0,49	3759,94	1788,25	0,48	0,46	1711,60	4,5%
540,0	100	0,59	4118,81	1861,38	0,45	0,47	1943,91	4,2%

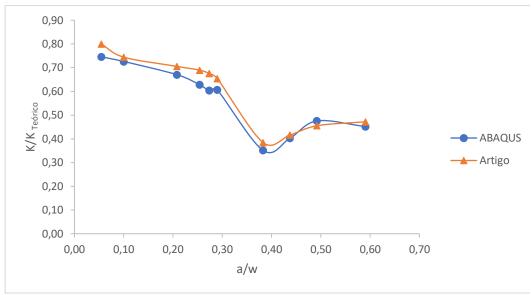


Figura 6.31: Gráfico da relação a/w pela relação dos fatores de intensidade de tensão para o modelo apresentado na figura 6.25 (NEWMAN JR, 2000)

Esses resultados mostram que o fator de intensidade de tensão cai rapidamente conforme a trinca se aproxima de uma longarina e que o MEF usando os elementos quarter-point consegue descrever bem o comportamento de um corpo com enrijecedores. Os resultados se mostraram satisfatórios, com diferenças abaixo de 11%.

# 7 CONCLUSÃO

#### 7.1 CONCLUSÃO

Este trabalho discorreu sobre o uso de métodos numéricos em análises da MFLE. O estudo de um corpo fraturado é muito importante para se entender como um material se comporta, quando submetido a certas tensões e deformações, e o fator de intensidade de tensão é um parâmetro pertinente para estudos feitos em mecânica da fratura. Dentre os métodos encontrados hoje na literatura para se determinar o FIT, optou-se pelo uso do método dos elementos finitos, com o uso de elementos quarter-point em simulações 3D, método este muito difundido em diversas publicações ao longo das últimas décadas e comprovadamente eficiente no âmbito da MFLE. Os resultados das simulações apresentadas nesta dissertação foram obtidos usando o pacote comercial ABAQUS.

Os elementos quarter-point modelados na ponta da trinca das fraturas, têm por característica o deslocamento dos nós centrais para assim obter uma maior precisão nos resultados das simulações da mecânica da fratura. Esta dissertação apresenta um estudo qualitativo de quatro modelos estruturais encontrados na literatura, sujeitos ao modo I (Figura 2.5) de abertura da MFLE. Foram selecionados cinco modelos estruturais do total de exemplos encontrados na literatura para que houvesse uma validação dos resultados. Dos modelos selecionados para análise nesta dissertação, os enrijecedores são divididos em rebitados e colados. O enfoque dos exemplos foi dado aos reforços mecânicos, onde foram estudados quatro exemplos usando enrijecedores rebitados e um modelo usando um reforço colado.

Os resultados apresentados para os enrijecedores do primeiro exemplo estão de acordo com os usados como referência, com uma variância menor que 4% para ambos os modelos de reforço. Ressalta-se que nenhum dos modelos citados, representa com precisão a real distribuição de tensões no entorno do furo do rebite tal qual os valores

encontrados para referência na literatura. Com o primeiro exemplo pode-se concluir que o reforço rebitado é pelo menos, 10% mais eficiente mecanicamente em comparação ao reforço colado. Ambos os métodos apresentam vantagens e desvantagens como supracitado neste trabalho, mas para regiões com uma concentração de tensões elevadas, o reforço rebitado mostra-se ainda a melhor opção de reparo estrutural.

No segundo exemplo os resultados apresentaram dispersões menores que 8% para todas as simulações realizadas. Pode-se concluir com este modelo que quanto maior a distância entre os eixos do reforço e da trinca, menor a influência do enrijecedor nos resultados do FIT. As simulações mostraram que o reforço começa a apresentar uma influência nos resultados do FIT a partir de uma relação a/b de 0,7 e vai aumentando gradativamente até uma estabilização a partir de valores entre 1,5 e 1,6. Conclui-se com este exemplo que o posicionamento do reforço estrutural em um painel é de extrema importância, pois a sua efetividade estará diretamente ligada este fator.

O terceiro exemplo apresentou discrepância com os valores de referência menores que 10% para todas as simulações realizadas. Apesar de apresentar uma maior variância que os outros exemplos, os resultados mostraram estar em concordância com os valores encontrados na literatura. Através dos resultados pode-se concluir que, quanto maior a relação a/p, mais eficiente o reforço e que os valores para a ponta da fratura mais próxima ao reforço apresentam sempre uma maior eficiência.

Ao se analisar os resultados para os exemplos 2 e 3, pode-se notar, a influência de se optar ou não por um rebite no centroide do reforço. Apesar de serem simulações distintas, pois são modelos e exemplos diferentes, assim como em exemplos encontrados na literatura os corpos enrijecidos com furo de rebite no centroide, apresentam um valor de FIT maior se comparados aos que fazem um espaçamento planejado para se evitar este tipo de furo.

O último modelo simulado apresentou uma discrepância de até 11%, com os valores encontrados na literatura. Esses valores podem surgir

desde um erro humano no cálculo das cargas do rebite ou poderiam ser diminuídos aumentando a zona de transição de refinamento da malha. Os resultados do FIT demonstram que o enrijecedor do painel estudado se mostra eficiente e que estes valores decrescem rapidamente conforme a fratura se aproxima de uma das longarinas.

Pode-se concluir com os quatro exemplos modelados que o MEF utilizando elementos quarter-point aliados aos conceitos da MFLE consegue descrever de forma fidedigna um corpo fraturado e realizar o cálculo do FIT.

Para pequenas trincas, o FIT para uma placa enrijecida é essencialmente igual ao de uma placa não enrijecida. Para trincas mais longas, o FIT é reduzido significativamente pelos reforços. Quanto mais rígido o reforço, menor o valor de FIT e maior a eficiência do reforço. O projeto do reforço é outro ponto importante, assim como a definição da geometria, número de rebites e outros fatores supracitados, que podem influenciar nos resultados obtidos.

Em suma, o ABAQUS e o MEF se mostraram uma excelente ferramenta numérica, possibilitando-se realizar análises de fraturas estacionárias tridimensionais com base nos FIT.

### 7.2 SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

São diversas as opções de trabalhos que podem ser realizados a partir dos modelos usados nesta dissertação, como a implementação de elementos XFEM para a realização de estudos de uma fratura estacionária ou propagação de uma fratura.

Estudo comparativo entre o uso do MEF (através de técnicas com o uso de elementos XFEM e quarter-point) e o método dos elementos de contorno.

Aplicação dos conceitos da mecânica da fratura elasto-plástica para a obtenção do FIT.

Estudo comparativo com o uso de diferentes técnicas de reforço para obtenção do FIT e propagação de fraturas.

# 8 REFERÊNCIAS

**1988 - Aloha Airlines Flight 243**. Disponível em: <fracturemechanics.org/history.html>.

ALIABADI, M. H.; WEN, P. H.; SALGADO, N. Boundary element analysis for damage tolerance assessment of aircraft panels. **International Journal of Computer Applications in Technology**, v. 15, n. 4–5, p. 147–156, 2002.

ANDERSON, T. L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2005. v. 3

BAKER, A. A.; JONES, R. **Bonded Repair of Aircraft Structures**. 1<sup>a</sup>. ed. Dordrecht: Springer, 1988.

DA SILVA, P. A. B. V. UMA IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO ESTENDIDO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE FRATURAS BIDIMENSIONAIS. [s.l.] PUC-Rio, 2016.

ERDOGAN, F. Fracture mechanics. **International Journal of Solids and Structures**, v. 37, n. 1–2, p. 171–183, 2000.

GRIFFIT, A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. **Masinovedenie**, v. 221, n. 1, p. 9–14, 1995.

HENSHELL, R. D.; SHAW, K. G. Crack tip finite elements are unnecessary. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 9, n. 3, p. 495–507, 1975.

INGLIS, C. . Stresses in plates due to the presence of cracks and sharp corners. **Transactions of the Institute of Naval Architects**, v. 55, p. 219–241, 1913.

KOLKMAN, H. J.; KOOL, G. A.; WANHILL, R. J. H. Aircraft crash caused by stress corrosion cracking. **Proceedings of the ASME Turbo Expo**, v. 5, p. 2–6, 1994.

KROES, M. J. et al. **Aircraft: Maintenance & Repair**. 7<sup>a</sup>. ed. [s.l.] The McGraw-Hill, 2013.

- MAITI, S. K. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. Cambridge University Press, 2015.
- MURTHY, A. R. C.; PALANI, G. S.; IYER, N. R. Damage tolerant evaluation of cracked stiffened panels under fatigue loading. **Sadhana Academy Proceedings in Engineering Sciences**, v. 37, n. 1, p. 171–186, 2012.
- NEJATI, M.; PALUSZNY, A.; ZIMMERMAN, R. W. On the use of quarter-point tetrahedral finite elements in linear elastic fracture mechanics. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 144, p. 194–221, 2015.
- NEWMAN JR, J. C. ADVANCES IN FATIGUE AND FRACTURE MECHANICS ANALYSES FOR AIRCRAFT STRUCTURES. Hampton, Virginia: Langley Research Center National Aeronautics and Space Administration, 2000. v. 1
- POE JR, C. C. STRESS-INTENSITY FACTOR FOR A CRACKED SHEET WITH RIVETED AND UNIFORMLY SPACED STRINGERS. NASA TR R- ed. Washington, D.C.: National Aeronautics and Space Administration, 1971.
- Propagação de fraturas das janelas quadradas da fuselagem do Comet I., 1952. Disponível em: <a href="http://www.extremetech.com/extreme/129764-tech-wrecks-lessons-from-some-of-the-biggest-hardware-screw-ups/3">http://www.extremetech.com/extreme/129764-tech-wrecks-lessons-from-some-of-the-biggest-hardware-screw-ups/3></a>
- RICE, J. R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. **Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME**, v. 35, n. 2, p. 379–388, 1964.
- SALGADO, N. K., ALIABADI, M. H. Stress intensity factors for a crack near broken/intact stiffener. **International Journal of Fracture**, v. 74, p. 71–74, 1995.
- SALGADO, N. K.; ALIABADI, M. H. The application of the dual boundary element method to the analysis of cracked stiffened panels. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 54, n. 1, p. 91–105, 1996.
- SALGADO, N. K.; ALIABADI, M. H. The boundary element analysis of cracked stiffened sheets, reinforced by adhesively bonded patches. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 42, p. 195–217, 1998.
- SEDMAK, A. Computational fracture mechanics: An overview from early efforts to recent achievements. [s.l: s.n.]. v. 41
  - SIH, G. C. Mechanics of fracture. Vol. 3: Plates and shells with cracks.

- Bethlehem, Pennsylvania: NOORDHOFF INTERNATIONAL PUBLISHING LEYDEN, 1977. v. 3
- SIMULIA. Abaqus/CAE 6.14 User's Manual Dassault Systémes Inc. Providence, RI, USA, 2014.
- SWIFT, T. Repairs to Damage Tolerant Aircraft. Long Beach, California: Federal Aviation Administration, 1991.
- TADA, H.; PARIS, P. C.; IRWIN, G. R. **The Stress Analysis of Cracks Handbook**. New York: ASME Press, 2000.
- VAZ, L. E. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier Ltd. 2011.
- WALLNER, C. Análise de Reparos Estruturais Rebitados em Fuselagem de Aeronaves Comerciais. Tese de Mestrado Profissional, Instituto Tecnológico da Aeronáutica, 2004.
- WROBEL, L. C. **Integridade Estrutural**. 1. ed. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2019a. v. 1
- WROBEL, L. C. **Conceitos Básicos da Mecânica da Fratura**. 1. ed. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2019b.
- WROBEL, L. C. **MECANICA DA FRATURA COMPUTACIONAL PARTE**1. 1. ed. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2019c.
- YOO, S. Y. et al. The structural analysis and strength evaluation of the rivet nut joint for composite repair. **Composite Structures**, v. 136, p. 662–668, 2016.