

## 4 Distribuições univariadas e multivariadas de retornos e volatilidades

### 4.1. Distribuições Condicionais Univariadas de Retornos

Caracterizar distribuições (*incondicionais*) de retornos de ativos é uma preocupação já antiga na literatura<sup>1</sup>. Consistente com fatos estilizados conhecidos, as distribuições dos retornos dos cinco ativos brasileiros aqui considerados possuem caudas mais grossas do que a normal e são assimétricas (na Tabela 3 são apresentadas as estatísticas descritivas dos retornos). O coeficiente médio de curtose dos ativos é de 5.08, a média dos módulos dos coeficientes de assimetria é de 0.32 e a hipótese de normalidade é rejeitada para todos os ativos através do teste Jarque-Bera ao nível de significância de 5%.

<b>DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS DIÁRIOS DOS ATIVOS</b>					
<b>RETORNOS INCONDICIONAIS</b>					
<b>ATIVO</b>	<b>Média</b>	<b>Desv.Padrão</b>	<b>Assimetria</b>	<b>Curtose</b>	<b>Jarque-Bera</b>
PETROBRÁS	-1.15E-04	0.0224	-0.2611	4.4836	5.80E-09
EMBRATEL	-0.0049	0.0511	-0.9743	8.942	0.00E+00
BRADESCO	1.64E-04	0.0225	-0.1669	4.0555	9.00E-05
TELEMAR	3.91E-04	0.0256	-0.0107	4.0867	1.28E-04
VALE	1.60E-03	0.0192	0.1847	3.8186	2.20E-03

Tabela 1- A tabela apresenta as estatísticas descritivas das distribuições *incondicionais* dos retornos diários dos ativos brasileiros. A amostra estende-se de 01/10/2001 à 11/04/2003.

No entanto, no que tange ao gerenciamento de risco, são as distribuições *condicionais* dos retornos dos ativos que são relevantes. Isto ocorre, pois as variâncias dos retornos de séries financeiras são temporalmente dependentes e previsíveis. Como tal, o uso da informação disponível em um determinado instante do tempo permite obter uma estimação mais precisa sobre a atual variância dos retornos dos ativos e, conseqüentemente, uma melhor caracterização

<sup>1</sup> Veja Fama (1965), Press (1967), Clark (1973), Kon (1984) e Peiró (1994).

de suas distribuições ou de quantis destas distribuições (como no caso de medidas do tipo Valor em Risco).

A questão para então em se determinar qual é a distribuição condicional dos retornos de ativos brasileiros e, em especial, cabe a dúvida de se a hipótese de retornos condicionalmente normais, como assumido, por exemplo, no manual do *Riskmetrics* e utilizado usualmente na estimação de modelos GARCH, é uma hipótese razoável. Entretanto, tal tarefa não é imediata, pois depende da obtenção das variâncias condicionais e, diferentes métodos de estimação dessas variâncias, podem gerar diferentes conclusões a respeito das distribuições condicionais.

Para tornar a discussão mais precisa, considere que a dinâmica de preços dos ativos brasileiros pode ser modelada através do tradicional modelo de passeio aleatório e, desta forma, as séries de retornos podem ser naturalmente decompostas como  $r_t = \sigma_t \varepsilon_t$ ,  $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0,1)$ , onde  $\sigma_t$  é o desvio-padrão condicional a informação em t. A hipótese de retornos condicionalmente normais pode ser testada em dois estágios da seguinte forma: primeiramente, utilizam-se métodos de estimação da série  $\sigma_t$  e, posteriormente, de posse desta série, calcula-se a série de retornos padronizados  $\varepsilon_t = r_t/\sigma_t$  e sobre esta última série realiza-se um teste de normalidade. Fica claro porém, que diferentes métodos de estimação de  $\sigma_t$ , darão origem a diferentes séries de retornos padronizados e, possivelmente, a diferentes conclusões a respeito da hipótese de normalidade dos retornos condicionais.

Neste trabalho testaram-se 4 especificações de modelos univariados de estimação de volatilidades (a metodologia EWMA, o GARCH (1,1), o EGARCH (1,1) e a metodologia de volatilidade realizada) e, conforme mostram as Tabelas 4, 5 e 6, nem a metodologia EWMA nem modelos da família GARCH, dão origem a retornos padronizados normais. Por exemplo, o modelo GARCH(1,1) dá origem a retornos padronizados com coeficiente de curtose médio de 3.71, menor que o valor de 5.08 das distribuições incondicionais dos retornos, porém longe do valor de 3 esperado sob a hipótese de normalidade. De fato, das cinco séries de retornos padronizados pelo modelo GARCH (1,1), em três rejeita-se a hipótese de normalidade ao nível de significância de 5% (rejeita-se para Petrobrás, Embratel e Telemar).

**DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS DIÁRIOS DOS ATIVOS  
RETORNOS PADRONIZADOS (EWMA)**

ATIVO	Média	Desv.Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
PETROBRÁS	-0.0172	1.0485	-0.4847	4.7779	1.85E-14
EMBRATEL	-0.1124	1.0388	-0.5617	4.9762	0.00E+00
BRADESCO	-5.84E-04	1.0334	-0.1155	3.7861	0.0064
TELEMAR	0.0033	1.0356	-0.1447	3.7716	0.006
VALE	0.081	1.0351	-0.0947	4.1734	2.15E-05

Tabela 2- A tabela apresenta as estatísticas descritivas dos retornos padronizados ( $r_i/\sigma_i$ ) dos ativos brasileiros. As volatilidades ( $\sigma_i$ ) foram estimadas através do EWMA. A coluna Jarque-Bera apresenta os p-valores do teste.

**DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS DIÁRIOS DOS ATIVOS  
RETORNOS PADRONIZADOS (GARCH)**

ATIVO	Média	Desv.Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
PETROBRÁS	-0.0069	0.9953	-0.1799	3.5363	0.0437
EMBRATEL	-0.1014	1.0035	-0.2995	4.0293	1.97E-05
BRADESCO	0.0106	1.001	-0.0754	3.5295	0.1066
TELEMAR	0.0092	1.0066	-0.0595	3.9035	0.0019
VALE	0.0869	0.9997	0.0181	3.564	0.0947

Tabela 3- A tabela apresenta as estatísticas descritivas dos retornos padronizados ( $r_i/\sigma_i$ ) dos ativos brasileiros. As volatilidades ( $\sigma_i$ ) foram estimadas através do GARCH (1,1). A coluna Jarque-Bera apresenta os p-valores do teste.

**DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS DIÁRIOS DOS ATIVOS  
RETORNOS PADRONIZADOS (EGARCH)**

ATIVO	Média	Desv.Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
PETROBRÁS	0.053	1.9182	0.0856	3.8209	0.005
EMBRATEL	-0.1072	1.0025	-0.3534	4.2447	1.50E-07
BRADESCO	0.0162	1.0007	-0.0377	3.5111	0.1407
TELEMAR	0.0086	1.0083	-0.0996	3.7107	0.0169
VALE	0.0852	0.9996	0.0275	3.5447	0.1098

Tabela 4- A tabela apresenta as estatísticas descritivas dos retornos padronizados ( $r_i/\sigma_i$ ) dos ativos brasileiros. As volatilidades ( $\sigma_i$ ) foram estimadas através do EGARCH (1,1). A coluna Jarque-Bera apresenta os p-valores do teste.

No entanto, assim como foi verificado para ativos americanos em estudos como Andersen, Bollerslev, Diebold e Ebens (2001) e Andersen, Bollerslev, Diebold e Labys (2001), os retornos padronizados pelas medidas de volatilidade realizada, possuem distribuição aproximadamente normal (a Tabela 7 apresenta as estatísticas descritivas relevantes). Em particular, o coeficiente médio de curtose é de 2.6 e a média dos módulos dos coeficientes de assimetria é de 0.06, em marcante contraste com os respectivos valores de 5.08 e 0.32 das distribuições incondicionais. Além disso, o teste de normalidade de Jarque-Bera ao nível de

significância de 5%, não rejeita a hipótese de normalidade para nenhum dos cinco ativos aqui considerados.

<b>DISTRIBUIÇÕES DOS RETORNOS DIARIOS DOS ATIVOS</b>					
<b>RETORNOS PADRONIZADOS ( VOLATILIDADE REALIZADA)</b>					
<b>ATIVO</b>	<b>Média</b>	<b>Desv.Padrão</b>	<b>Assimetria</b>	<b>Curtose</b>	<b>Jarque-Bera</b>
PETROBRÁS	-0.0076	1.0088	0.0122	2.4885	0.1133
EMBRATEL	-0.0963	0.9976	0.1003	2.4461	0.0577
BRADESCO	0.0152	0.9956	0.0831	2.7107	0.389
TELEMAR	0.0236	1.037	0.0672	2.5952	0.2177
VALE	0.1056	1.0748	0.0387	2.7161	0.4728

Tabela 5- A tabela apresenta as estatísticas descritivas dos retornos padronizados ( $r_i/\sigma_i$ ) dos ativos brasileiros. As volatilidades ( $\sigma_i$ ) foram estimadas através da metodologia de volatilidade realizada com uma janela intradiária de 15 minutos. A coluna Jarque-Bera apresenta os p-valores do teste.

Para enfatizar o resultado, a Figura 6 apresenta estimativas não-paramétricas das densidades *condicionais* dos retornos <sup>2</sup>. É considerável a aproximação das densidades dos retornos condicionais em direção a densidade normal padrão (linha em preto), fortalecendo que caracterizações das distribuições dos retornos de ativos brasileiros (e, conseqüentemente, de quantis destas distribuições) através de um arcabouço de distribuições condicionalmente normais e medidas de volatilidade realizada, devem obter performance superior a um arcabouço como o do *Riskmetrics* ou como o de uso de modelos GARCH conjuntamente com a hipótese de retornos condicionalmente normais. De fato, na seção 5 tal conjectura será confirmada.

Além da importância na área de gerenciamento de risco, o resultado possui importância também para o apreçamento de instrumentos derivativos, ao sugerir a adequação de modelos em tempo contínuo usualmente utilizados para o processo de preços do ativo subjacente. Mais precisamente, o resultado de retornos condicionalmente normais é coerente com a hipótese de uma difusão em tempo contínuo com volatilidade estocástica para o logaritmo dos preços do ativo subjacente<sup>3</sup>. Além disso, fornece também suporte indireto para a ausência de

<sup>2</sup> Para leitores não familiarizados com métodos de estimação não-paramétricos de densidade, uma boa referência é Silverman (1986). O método utilizado neste trabalho para a escolha do parâmetro de suavização foi o “Solve-the-Equation” (apesar de não existir um “melhor método de escolha do parâmetro de suavização, Wand e Jones (1995) sugerem que o método “Solve-The-Equation” oferece boa performance geral).

<sup>3</sup> Para maiores detalhes veja Andersen, Bollerslev, Diebold e Ebens (2001).

saltos no processo de preços dos ativos brasileiros, na medida em que tais saltos tenderiam a quebrar a normalidade dos retornos condicionais<sup>4</sup>.

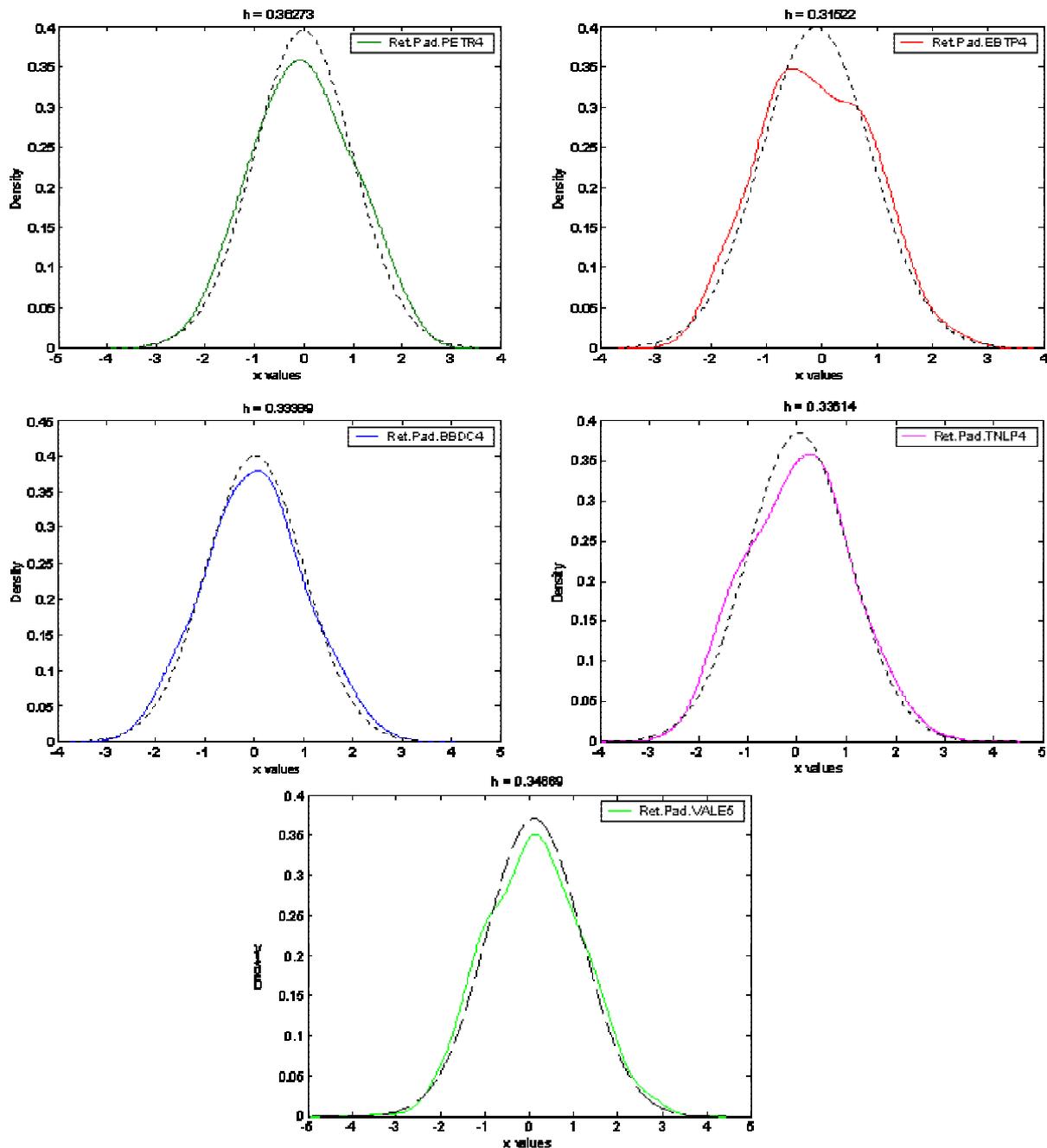


Figura 1- estimação não paramétrica das densidades dos retornos padronizados pelas medidas de volatilidade realizada. A estimação não paramétrica é feita utilizando-se núcleo Gaussiano e método “Solve-the-Equation” para a escolha do parâmetro de suavização. A linha pontilhada apresenta uma normal de referência.

<sup>4</sup> Tal resultado deve ser interpretado apenas como sugestivo, necessitando de testes mais formais para ser confirmado.

## 4.2. Distribuições Condicionais Multivariadas de Retornos

Em analogia com o caso univariado, decompõem-se os retornos multivariados dos ativos brasileiros como:

$$r_t = C_t \varepsilon_t \quad (29)$$

onde:  $r_t$  é agora um vetor  $5 \times 1$  contendo os retornos dos cinco ativos deste estudo no dia  $t$ ,  $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, I)$  é um vetor de resíduos de média nula e matriz de covariância dada pela matriz identidade e  $C_t$  ( $5 \times 5$ ) é a raiz da matriz de covariância  $\Sigma_t$ .

O procedimento para testar a hipótese de retornos condicionais multivariados distribuídos de acordo com uma normal multivariada segue procedimento semelhante ao caso univariado. Primeiramente, utilizando-se cinco diferentes métodos (EWMA, OGARCH, OEGARCH, CCGARCH e a metodologia de “variâncias e covariâncias realizadas”) estima-se a série  $\Sigma_t$ , obtendo-se a série  $C_t$  através das raízes quadradas de  $\Sigma_t$ <sup>5</sup>. De posse da série  $C_t$ , calculam-se os retornos padronizados multivariados  $\varepsilon_t = C_t^{-1} r_t$ . Por último, realiza-se um teste de normalidade multivariado sobre esta série. É claro que, analogamente ao caso univariado, diferentes métodos de estimação das matrizes de covariância poderão resultar em diferenças na série de retornos multivariados padronizados e, conseqüentemente, poderão resultar em diferentes resultados para o teste da hipótese de normalidade.

Com cada uma das cinco séries de retornos padronizados (cada série advém de um diferente método de estimação das matrizes de covariância  $\Sigma_t$ ), realizaram-se três diferentes testes de normalidade multivariada (Lutkepohl, Doornik-Hansen e Urzua) e, os resultados foram não só robustos as diferentes metodologias de teste de hipótese, como também apontaram no mesmo sentido dos resultados obtidos para o caso univariado: nem a metodologia EWMA, nem diferentes métodos da família GARCH dão origem a retornos multivariados padronizados normais, resultado este obtido apenas através da padronização por medidas de

---

<sup>5</sup> As raízes da matriz de covariância  $\Sigma_t$  são geradas pela decomposição de Cholesky da mesma:  $\Sigma_t = C_t^T C_t$ , onde  $C_t$  é uma matriz triangular superior.

volatilidades e covariâncias realizadas. A Tabela 8 apresenta os resultados desta análise (a Tabela 8 apresenta também os resultados para os retornos *incondicionais* multivariados que servem como um *benchmark*). Os p-valores para a hipótese de distribuição multivariada normal são aproximadamente nulos tanto para os retornos incondicionais multivariados, como também para as padronizações pelo EWMA, pelo OGARCH, pelo OEGARCH e pelo CCGARCH e isto, independente da metodologia de teste. Em contraposição, a padronização por covariâncias e volatilidades realizadas, possui um p-valor de 0.49 para a hipótese de normalidade multivariada quando da utilização do teste de Lutkepohl, 0.45 quando da utilização do teste de Doornik-Hansen e 0.95 quando é utilizado o teste de Urzua.

	Testes da Hipótese de Normalidade dos Retornos Multivariados					
	Lutkepohl		Doornik-Hansen		Urzua	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Ret. Incondicionais	1159.93	0	214.73	0	2795.05	0
Ret. Padronizados (CCOR)	97.58674	0	65.08656	0	410.5907	0
Ret. Padronizados (OGARCH)	134.69	0	81.7829	0	530.5755	0
Ret. Padronizados (OEGARCH)	153.3887	0	83.4785	0	615.2494	0
Ret. Padronizados (EWMA)	812.6392	0	190.9391	0	1450.042	0
Ret. Padronizados (Vol. Realizada)	9.4	0.49	9.95	0.45	82.57	0.95

Tabela 6- A tabela apresenta os p-valores de três diferentes testes de normalidade (Lutkepohl, Doornik-Hansen e Urzua) tanto para os retornos multivariados incondicionais quanto para os retornos multivariados padronizados. A padronização ocorre através da inversa da decomposição de Cholesky da matriz de covariância, sendo esta estimada através de cinco diferentes métodos (CCOR, OGARCH, OEGARCH, EWMA e Volatilidade Realizada).

Tal resultado solidifica e estende o encontrado na subseção anterior e, possui importância prática, por sugerir que não somente a caracterização das distribuições de retornos de ativos como também de *portfólios* dos mesmos, obterão bom desempenho através do arcabouço de distribuições condicionais normais e medidas de volatilidade realizada.

### 4.3. Distribuições Univariadas de Volatilidades e Correlações

Na seção anterior, volatilidades e correlações foram utilizadas como meio para a discussão de distribuições condicionais de retornos de ativos, gerando implicações para a área de análise e gestão de risco. No entanto, volatilidades e correlações desempenham papel central em outras importantes aplicações em finanças, como o apreçamento de ativos e a alocação de portfólios. Neste sentido,

nesta seção volatilidades e correlações são tratadas como um fim em si mesmo e suas distribuições são obtidas.

A obtenção das distribuições de volatilidades e correlações segue um mecanismo direto: as volatilidades e correlações realizadas obtidas em seções anteriores são tratadas como diretamente observáveis e, métodos tradicionais são então utilizados para a caracterização de suas distribuições. Os resultados permitem inferir fatos estilizados importantes e fornecem subsídio para a geração futura de melhores modelos de previsão para volatilidades e correlações de retornos de ativos brasileiros.

#### **4.3.1. Distribuições de Volatilidades**

Quanto às volatilidades, a Tabela 9 apresenta as estatísticas descritivas relevantes. A mediana dos valores médios para as volatilidades diárias é de 0.022, o que implica uma volatilidade anualizada típica em torno de 35%. No entanto, estas mesmas volatilidades variam consideravelmente entre os ativos, indo desde um valor anual máximo de 69% para a Embratel até um valor anualizado mínimo de 27% para a Vale do Rio Doce. Além de variar entre os ativos, as volatilidades diárias oscilam também consideravelmente ao longo do tempo, como evidenciado pelos desvios-padrão das séries de volatilidades diárias (segunda coluna da Tabela 9). Por último, as séries de volatilidades diárias dos ativos brasileiros, apresentam coeficiente de curtose médio de 17.65 e uma média para os módulos dos coeficientes de assimetria de 2.45, o que claramente indica que estas séries não possuem distribuição normal (de fato, a hipótese de normalidade é rejeitada ao nível de 5% para todas as cinco séries de volatilidades).

<b>DISTRIBUIÇÕES DAS VOLATILIDADES DIÁRIAS</b>					
<b>DESVIO PADRÃO</b>					
<b>ATIVO</b>	<b>Média</b>	<b>Desv.Padrão</b>	<b>Assimetria</b>	<b>Curtose</b>	<b>Jarque-Bera</b>
PETROBRÁS	0.0200	0.0091	2.0659	9.5716	0.00E+00
EMBRATEL	0.0434	0.0225	5.2217	53.4585	0.00E+00
BRABESCO	0.0215	0.0079	1.7447	9.6061	0.00E+00
TELEMAR	0.0228	0.0079	0.7927	3.5341	3.44E-10
VALE	0.0172	0.0084	2.4204	12.0763	0.00E+00

Tabela 7- A tabela apresenta as estatísticas descritivas das distribuições dos desvios-padrão dos ativos brasileiros. Os desvios-padrão foram estimados através da metodologia da volatilidade realizada, utilizando-se uma janela de 15 minutos. A coluna Jarque-Bera apresenta os p-valores do teste.

No entanto, uma transformação simples das séries de volatilidades diárias, representada pelo logaritmo das mesmas, consegue aproximar as distribuições da hipótese de normalidade. Em especial, conforme observado na Tabela 10, o coeficiente de curtose médio decai do valor anterior de 17.65 para apenas 3.70, enquanto o módulo dos coeficientes de assimetria diminui de 2.45 para 0.40. A Figura 7 confirma visualmente esta impressão, ao comparar estimativas não-paramétricas das densidades de volatilidades a estimativas não-paramétricas das densidades dos *logaritmos* das volatilidades. É notório como as densidades dos logaritmos das volatilidades aproximam-se consideravelmente da normal de referência, representada pela linha em preto.

<b>DISTRIBUIÇÕES DAS VOLATILIDADES DIÁRIAS</b>					
<b>LOG DESVIO PADRÃO</b>					
<b>ATIVO</b>	<b>Média</b>	<b>Desv.Padrão</b>	<b>Assimetria</b>	<b>Curtose</b>	<b>Jarque-Bera</b>
PETROBRÁS	-3.9939	0.3929	0.4693	3.4192	2.82E-04
EMBRATEL	-3.2200	0.3806	0.8128	5.1035	0.00E+00
BRABESCO	-3.9002	0.3451	0.0753	3.5299	0.1062
TELEMAR	-3.8394	0.3473	-0.1016	2.7485	0.414
VALE	-4.153	0.4081	0.5341	3.7153	2.87E-06

Tabela 8- A tabela apresenta as estatísticas descritivas das distribuições dos logaritmos neperianos dos desvios-padrão dos ativos brasileiros. Os desvios-padrão foram estimados através da metodologia da volatilidade realizada, utilizando-se uma janela de 15 minutos.

O resultado obtido na seção 4.1, de que os retornos padronizados possuem distribuição normal, quando analisado em conjunto com a distribuição aproximadamente lognormal de volatilidades, sugere que as distribuições *incondicionais* dos retornos diários dos ativos brasileiros podem ser bem

aproximadas por uma mistura normal-lognormal. Logo, teriam uma densidade caracterizada pela seguinte função<sup>6</sup>:

$$f(r_i) = (2\pi\sigma_i^2)^{-1} \int_0^{\infty} y^{-3/2} \exp\left\{-1/2[r_i^2 y^{-1} + \sigma_i^{-2}(\log(y) - \mu_i)^2]\right\} dy \quad (30)$$

onde:  $r_i$  é o retorno do ativo  $i$ ,  $\mu_i$  é a média do logaritmo da volatilidade do ativo  $i$  e  $\sigma_i^2$  é a variância do ativo da volatilidade do ativo  $i$ .

A mistura normal-lognormal como forma de caracterizar as distribuições *incondicionais* de ativos foi originalmente sugerida em Clark (1973) e motivada através de uma modificação no Teorema Central do Limite: os retornos dos ativos são formados através de um grande número de pequenas influências, no entanto, como o fluxo de informações disponíveis para um *trader* varia de um dia para outro, o número destas pequenas influências é em si uma variável aleatória, introduzindo a aleatoriedade presente na volatilidade do ativo.

Até este momento esta subseção concentrou-se nas distribuições *incondicionais* de volatilidades, obtendo o resultado da distribuição lognormal das mesmas. No entanto, para o intuito de geração de previsões, as distribuições *condicionais* de volatilidades também desempenham papel central e, por isso, são apresentadas na Figura 8 as funções de autocorrelação amostral dos logaritmos das volatilidades. Os logaritmos das volatilidades são claramente autocorrelacionados: as atuais realizações das volatilidades tendem a ter influência nas realizações futuras das volatilidades por um período de aproximadamente 10 a 15 dias úteis. No entanto, apesar desta estrutura de dependência temporal ser significativa, ela é muito menor do que a encontrada em ativos americanos em Andersen, Bollerslev, Diebold e Ebens (2001), onde os efeitos da volatilidade de hoje se estendem sobre as realizações futuras por um período de até um semestre<sup>7</sup>.

<sup>6</sup> Esta densidade pode ser obtida como uma aplicação da Lei de Bayes:

$$f(r_i) = \int_0^{\infty} f(r_i/\sigma_i) f(\sigma_i) d\sigma_i, \text{ onde } f(r_i) \text{ é a densidade incondicional do retorno, } f(r_i/\sigma_i) \text{ é a densidade}$$

do retorno padronizado e  $f(\sigma_i)$  é a densidade da volatilidade.

<sup>7</sup>Na presença de memória longa, Anderson, Bollerslev, Diebold e Labys (2003), utilizaram modelos fracionalmente integrados para a modelagem e previsão dos logaritmos das volatilidades.

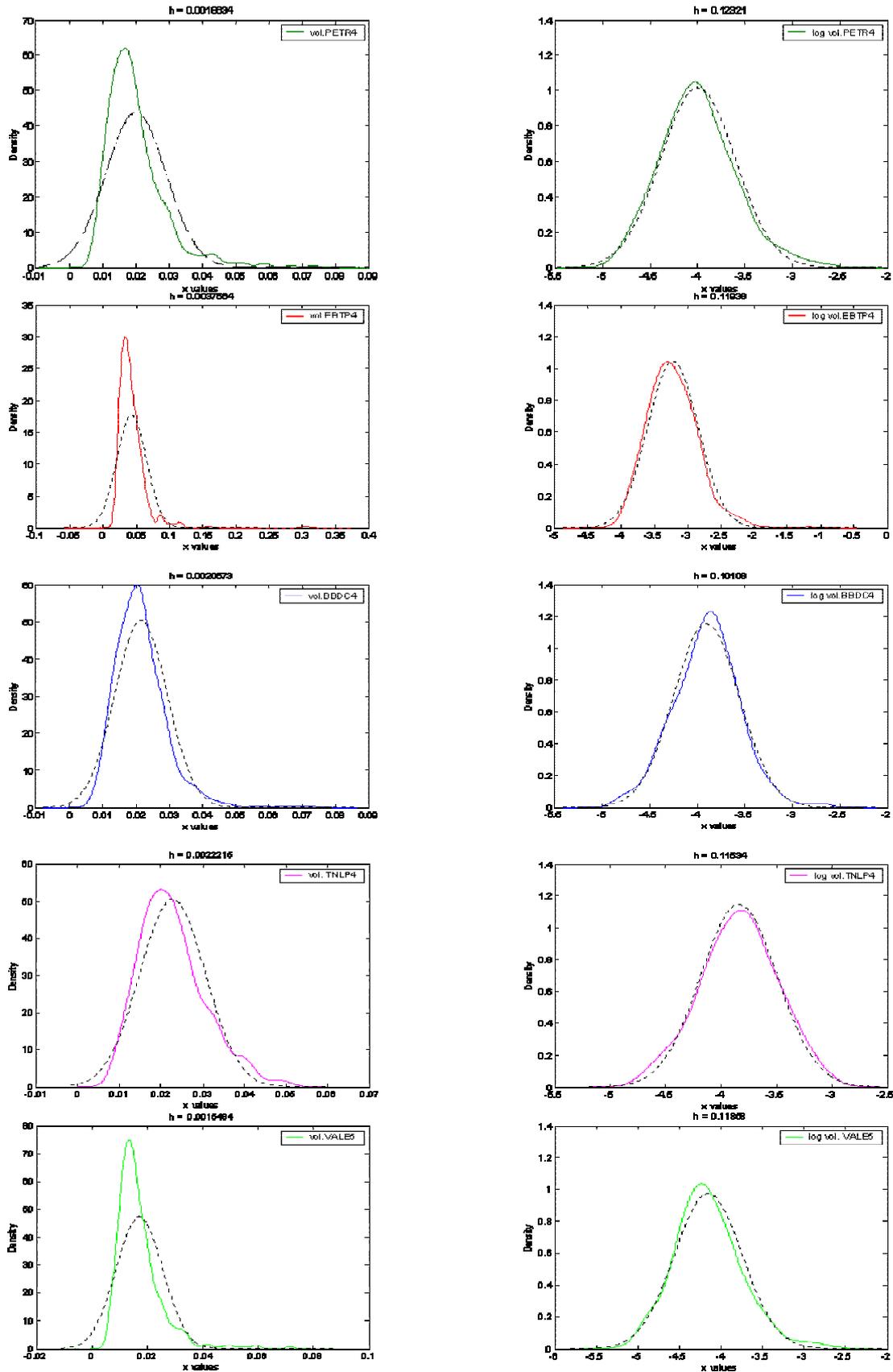


Figura 2- estimação não paramétrica das densidades de volatilidades e logaritmo das volatilidades realizadas. A estimação não paramétrica é feita utilizando-se núcleo Gaussiano e método “Solve-the-Equation” para a escolha do parâmetro de suavização. A linha pontilhada apresenta uma normal de referência.

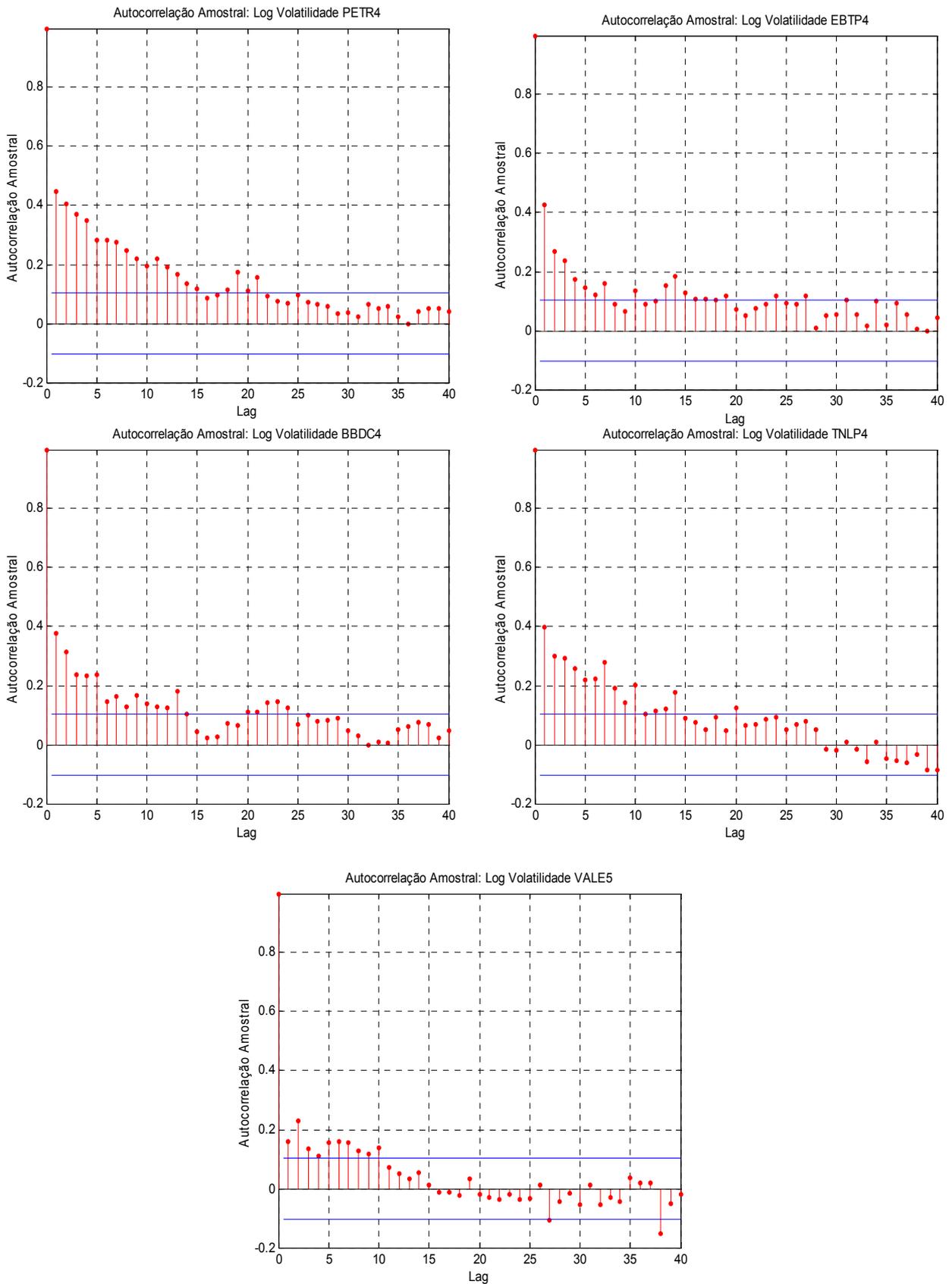


Figura 3- autocorrelações amostrais estimadas para o logaritmo das volatilidades realizadas dos retornos das ações de Petrobrás (PETR4), Embratel (EBTP4), Bradesco (BBDC4), Telemar (TNLP4) e Vale do Rio Doce (VALE5). A amostra cobre o período de 01/10/01 a 11/04/03.

### 4.3.2. Distribuições de Correlações

As tabelas 11 e 12 apresentam as estatísticas descritivas das séries de covariâncias e correlações diárias. A mediana dos valores médios para as covariâncias é de 0.00018, enquanto a mediana das médias das correlações é de 0.31, ou seja, os cinco ativos brasileiros considerados neste estudo apresentam retornos com co-movimentos pronunciados. No entanto, assim como acontecia com as volatilidades dos ativos brasileiros, as covariâncias e correlações apresentaram significativa variação tanto ao longo do tempo quanto entre diferentes ativos. Por exemplo, as correlações diárias entre Embratel e Telemar apresentaram um valor médio de 0.48, enquanto as correlações entre Bradesco e Vale do Rio Doce apresentaram um valor médio de apenas 0.07.

DISTRIBUIÇÕES COVARIÂNCIAS/CORRELAÇÕES					
COVARIÂNCIAS					
ATIVOS	Média	Desv.Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera
PETR4/EBTP4	2.57E-04	5.73E-04	-7.4926	109.3481	0.00E+00
PETR4/BBDC4	1.72E-04	2.33E-04	3.247	22.1321	0.00E+00
PETR4/TNLP4	1.97E-04	2.23E-04	0.3866	8.6649	0.00E+00
PETR4/VALE5	3.32E-05	1.41E-04	-1.1114	16.2821	0.00E+00
EBTP4/BBDC4	3.15E-04	3.99E-04	1.416	8.3445	0.00E+00
EBTP4/TNLP4	5.12E-04	4.68E-04	1.893	8.8059	0.00E+00
EBTP4/VALE5	5.85E-05	2.66E-04	-0.3736	14.326	0.00E+00
BBDC4/TNLP4	2.32E-04	2.41E-04	2.0937	8.9253	0.00E+00
BBDC4/VALE5	3.20E-05	1.40E-04	1.5402	14.8749	0.00E+00
TNLP4/VALE5	4.67E-05	1.48E-04	1.8597	15.7744	0.00E+00

Tabela 9- A tabela apresenta as estatísticas descritivas das distribuições das covariâncias diárias dos retornos dos ativos brasileiros. As covariâncias foram estimadas através da metodologia da volatilidade realizada, utilizando-se uma janela de 15 minutos. A coluna Jarque-Bera apresenta os p-valores do teste.

DISTRIBUIÇÕES COVARIÂNCIAS/CORRELAÇÕES						
CORRELAÇÕES						
ATIVOS	Média	Desv.Padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Q(20)
PETR4/EBTP4	0,3137	0,2984	-0,635	3,4595	7,01E-07	7,20E-06
PETR4/BBDC4	0,3367	0,272	-0,5773	3,1335	2,62E-05	7,00E-09
PETR4/TNLP4	0,3957	0,2626	-0,8481	4,1195	1,20E-14	6,80E-12
PETR4/VALE5	0,105	0,2685	-0,3358	3,4608	0,0062	3,52E-01
EBTP4/BBDC4	0,3129	0,2708	-0,3467	2,8668	0,0194	3,88E-11
EBTP4/TNLP4	0,4828	0,2303	-0,7284	3,4311	1,57E-08	1,01E-09
EBTP4/VALE5	0,0794	0,2651	-0,136	3,076	0,5446	3,16E-02
BBDC4/TNLP4	0,4001	0,2443	-0,4455	3,0136	0,002	0,00E+00
BBDC4/VALE5	0,0704	0,2602	-0,0185	3,2897	0,5507	6,84E-01
TNLP4/VALE5	0,1075	0,2391	-0,2211	3,1724	0,1784	4,03E-01

Tabela 10- A tabela apresenta as estatísticas descritivas das distribuições das correlações diárias dos retornos dos ativos brasileiros. As correlações foram estimadas através da metodologia da volatilidade realizada, utilizando-se uma janela de 15 minutos. A coluna Jarque-Bera apresenta os p-valores do teste. A coluna Q(20) apresenta os p-valores do teste de Ljung-Box para a significância conjunta das primeiras 20 autocorrelações.

No que tange a hipótese de normalidade, em se tratando de covariâncias esta hipótese é claramente rejeitada, como evidencia um coeficiente de curtose médio de 22.75 e uma média para os módulos dos coeficientes de assimetria de 2.14. Surpreendentemente, no entanto, ao se considerar as correlações, o coeficiente médio de curtose diminui para 3.30, enquanto a média dos módulos dos coeficientes de assimetria diminui para 0.43, o que evidencia que as distribuições de correlações são substancialmente menos leptocúrticas e assimétricas a direita. A Figura 9 ilustra este resultado, comparando as densidades de covariâncias e correlações da Telemar (a ação de maior volume no mercado acionário brasileiro)<sup>8</sup> e mostrando que as densidades das correlações aproximam-se de uma distribuição normal.

Por último, para analisar a estrutura de dependência temporal, a Figura 10 apresenta a função de autocorrelação amostral das correlações. A estrutura de dependência temporal nas autocorrelações é bem menos pronunciada do que a encontrada nos logaritmos das volatilidades, contudo ainda significativa, como evidenciado pelo teste de Ljung-Box apresentado na Tabela 12, que ao nível de significância de 5%, rejeita a hipótese de ruído branco para sete das dez séries de correlações.

Os resultados das seções 4.3.1 e 4.3.2 quando aplicados em conjunto sugerem que um usual modelo de auto-regressão vetorial (VAR) Gaussiano aplicado diretamente nos logaritmos das volatilidades e nas correlações pode ser capaz de modelar e gerar previsões das mesmas.

---

<sup>8</sup> As densidades foram mais uma vez estimadas pelo método não-paramétrico do núcleo Gaussiano, utilizando o método “*Solve-the-Equation*” para a escolha do parâmetro de suavização. As demais densidades de covariâncias e correlações, que não são apresentadas na Figura 7, possuem comportamento semelhante as da ação da Telemar.

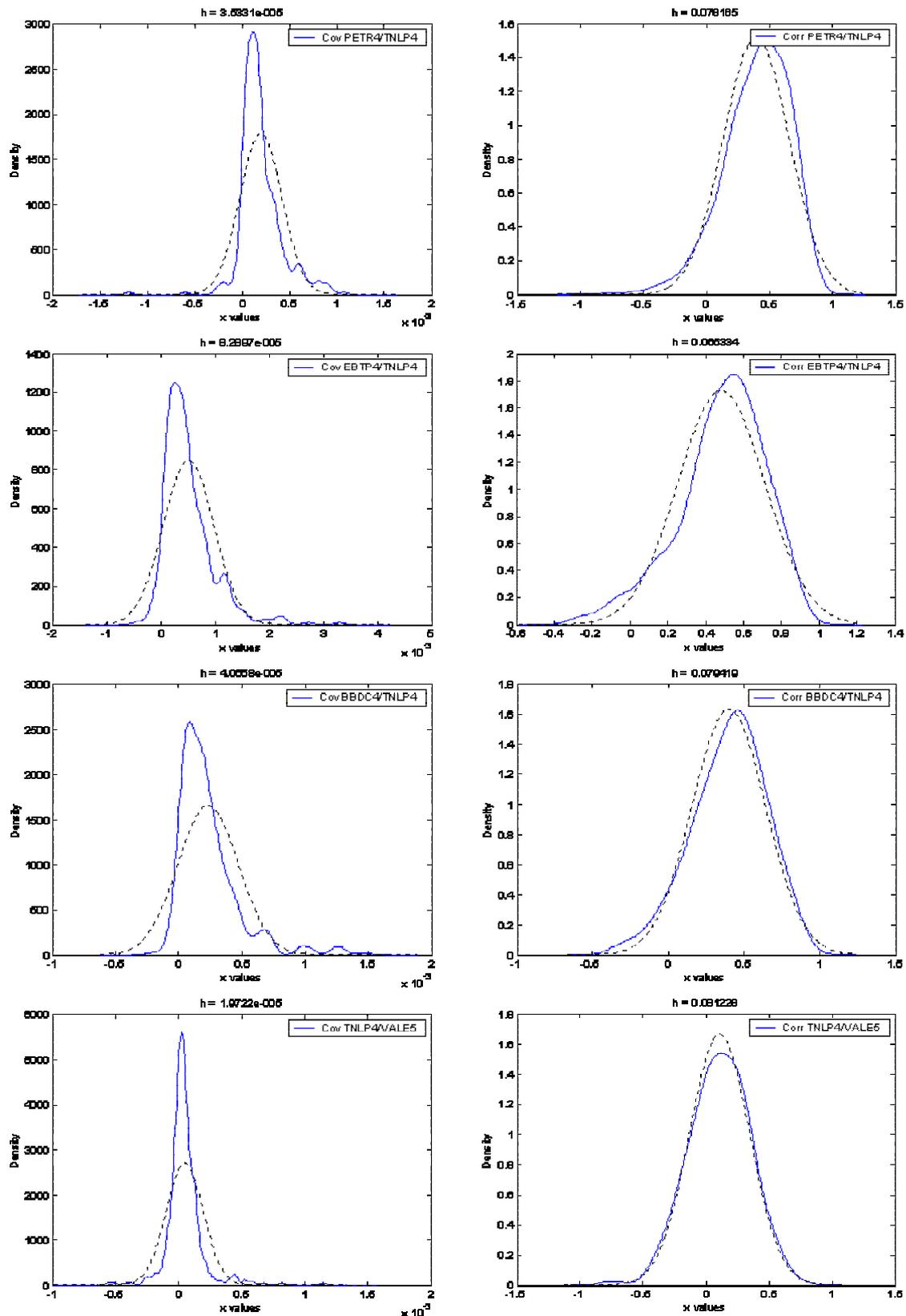


Figura 4- estimação não paramétrica das densidades das correlações diárias estimadas da Telemar (TNLP4). A estimação não paramétrica é feita utilizando-se núcleo Gaussiano e método “Solve-the-Equation” para a escolha do parâmetro de suavização. A linha pontilhada apresenta uma normal de referência.

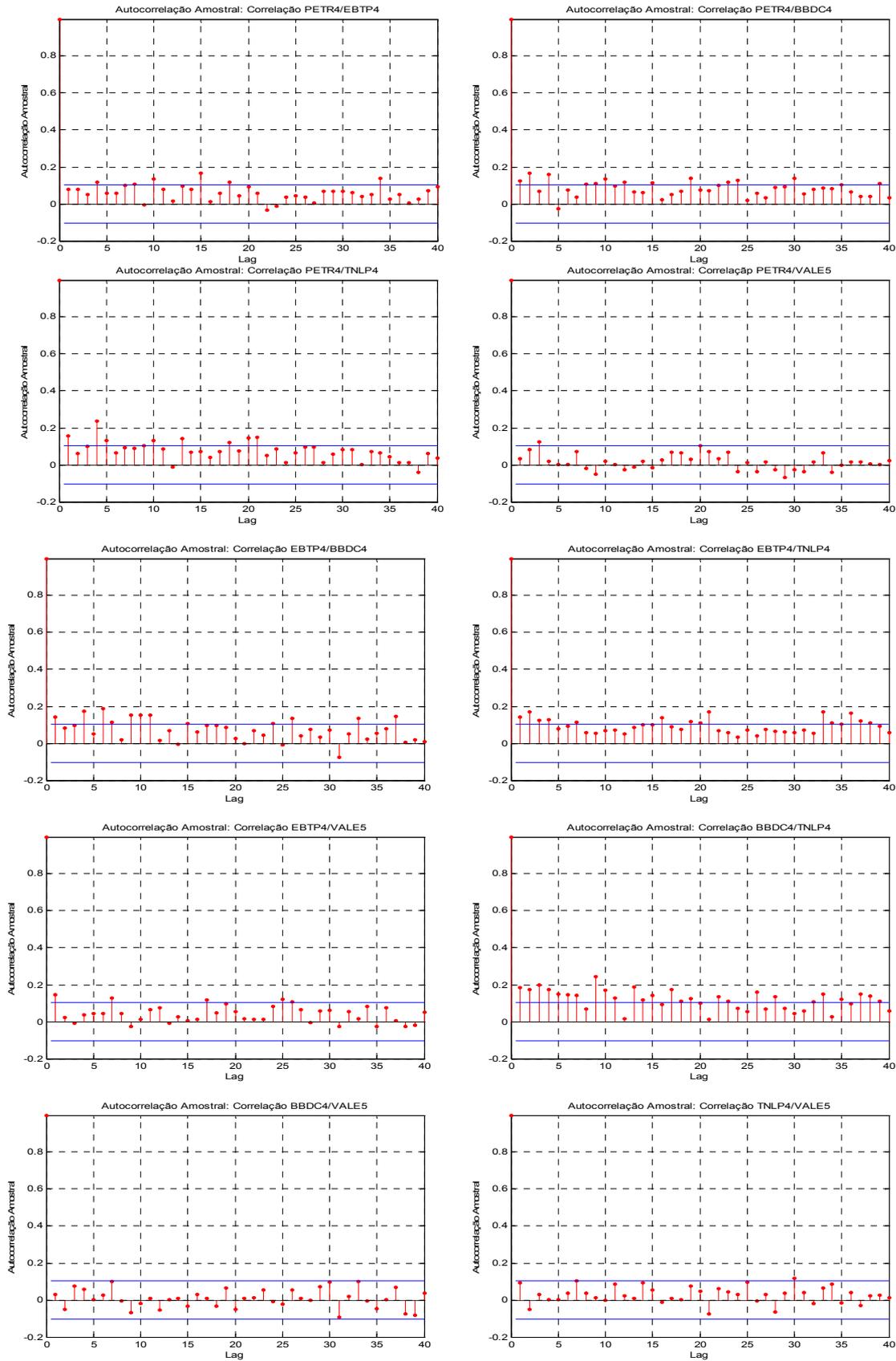


Figura 5- autocorrelações amostrais estimadas para as correlações diárias realizadas dos retornos das ações de Petrobrás (PETR4), Embratel (EBTP4), Bradesco (BBDC4), Telemar (TNLP4) e Vale do Rio Doce (VALE5). A amostra cobre o período de 01/10/01 a 11/04/03.

#### 4.4. Distribuições Multivariadas de Volatilidades e Correlações

Importantes questões econômicas e financeiras, assim como regulatórias, dependem dos co-movimentos de volatilidades e correlações. Por exemplo, se as correlações tenderem a serem altas quando as volatilidades também o forem, ganhos advindos da diversificação de portfólios podem ser mitigados quando eles são mais necessários. Desta forma, esta subseção analisa as distribuições multivariadas de volatilidades e correlações.

Na primeira coluna da Tabela 13 encontram-se as estatísticas descritivas das correlações entre os logaritmos dos desvios-padrão dos ativos. As volatilidades entre os ativos tendem a mover-se conjuntamente como evidenciado por uma mediana dos coeficientes de correlação de 0.278. Tal resultado é consistente com uma estrutura de fator dirigindo o segundo momento da distribuição conjunta dos retornos dos ativos brasileiros.

<b>DISTRIBUIÇÕES MULTIVARIADAS DE VOLATILIDADES</b>			
	<b>CORR(lv,lv)</b>	<b>CORR(lv,corr)</b>	<b>CORR(Corr,Corr)</b>
MÉDIA	0.303	0.078	0.201
DP	0.115	0.090	0.207
MEDIANA	0.278	0.059	0.122
MÁXIMO	0.518	0.300	0.626
MÍNIMO	0.121	-0.080	-0.048
PERCENTIL 10%	0.206	-0.015	-0.021
PERCENTIL 25%	0.231	0.018	0.026
PERCENTIL 75%	0.381	0.129	0.408
PERCENTIL 90%	0.421	0.223	0.487

Tabela 11- A tabela apresenta as estatísticas descritivas das distribuições multivariadas de volatilidades e correlações diárias dos ativos brasileiros. Tanto as volatilidades quanto as correlações foram estimadas pela metodologia de volatilidade realizada utilizando-se uma janela de 15 minutos. A coluna Corr(lv,lv) apresenta as correlações entre as 5 séries dos logaritmos das volatilidades. A segunda coluna, denominada Corr(lv,corr) refere-se as estatísticas das correlações entre as correlações diárias realizadas e os correspondentes logaritmos dos desvios-padrão. Por último, a coluna Corr(corr,corr) apresenta as estatísticas descritivas das correlações entre as correlações diárias realizadas.

A segunda coluna da Tabela 13 apresenta uma estatística ainda mais relevante descrevendo as correlações entre as correlações diárias realizadas e os correspondentes logaritmos dos desvios-padrão ( $\text{Corr}(\text{Corr}_{i,j,t}, \text{lv}_{i,t})$ ). Este fenômeno, que foi denominado em Andersen, Bollerslev, Diebold e Ebens (2001) de efeito volatilidade na correlação, pode indicar no caso de correlações

fortemente positivas, que nos períodos de maior volatilidade os ativos tendem a mover-se conjuntamente, prejudicando a diversificação do portfólio. No entanto, esse efeito não parece substancial no mercado brasileiro como evidenciado por uma mediana dos coeficientes de correlação de 0.059.

Por fim, a última coluna mostra a associação entre as correlações, que assim como as volatilidades, tendem a caminhar conjuntamente (a mediana do coeficiente de correlação entre as correlações diárias realizadas é de 0.122, ou seja, as correlações tem co-movimentos menos pronunciados do que as volatilidades). Tal fenômeno mais uma vez é consistente com a existência de uma estrutura de fator governando os movimentos do segundo momento da distribuição conjunta.