

1 Introdução

Caracterização das distribuições dos retornos de portfólios de ativos constituem-se em pilar central para a área de análise de risco. Em especial, as distribuições *condicionais* (e não incondicionais) de retornos que são relevantes para o gerenciamento de risco. Isto ocorre devido ao fato estilizado da existência de *clustering* de volatilidades¹, que introduzem dependência temporal nos retornos dos portfólios.

Para tornar a discussão mais clara, considere como base a metodologia desenvolvida pelo banco J.P.Morgan (1997) em seu influente “*Riskmetrics Technical Document*”. O manual do *Riskmetrics* assume que os retornos (logarítmicos) dos ativos são gerados de acordo com o seguinte modelo:

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)r_{t-1}^2 \quad (2)$$

onde: σ_t denota o desvio-padrão do ativo no instante t , $N(0,1)$ denota a distribuição normal de média 0 e variância 1 e λ é um parâmetro.

A equação (2) caracteriza a mudança da variância do ativo ao longo do tempo e introduz o *clustering* de volatilidades: volatilidades altas tenderão a serem seguidas por volatilidades altas e volatilidades baixas tenderão a serem seguidas por volatilidades baixas. Devido a persistência nas volatilidades, os retornos são temporalmente dependentes e apresentam distribuições condicionais que se modificam ao longo do tempo. Mais precisamente, o retorno do ativo em um determinado instante de tempo possui distribuição *condicionalmente normal*, com uma variância que é temporalmente dependente das variâncias em dias anteriores.

¹ Veja Loudon, Watt e Yadav (2000).

Duas perguntas interligadas são naturais ao se analisar o modelo acima: a hipótese de retornos condicionalmente normais é razoável? Será que a dinâmica representada por (2) consegue capturar bem a dependência intertemporal das variâncias dos retornos dos ativos? Neste trabalho serão testadas outras especificações para a equação da variância, além da especificação presente em (2). Com cada uma destas especificações obtém-se uma série σ_t e, a partir desta informação, fica imediato obter um teste para a hipótese de retornos condicionalmente normais: basta calcular a série $\varepsilon_t = r_t / \sigma_t$ e realizar sobre esta série um teste de normalidade.

Utilizando cotações de cinco dos ativos mais líquidos no mercado acionário brasileiro (Telemar, Petrobrás, Embratel, Bradesco e Vale do Rio Doce) será mostrado que nem uma estrutura de variância como presente no manual do *Riskmetrics*, nem estruturas de variâncias provenientes de tradicionais modelos da família GARCH² (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) dão origem a retornos condicionalmente normais. No entanto, motivado pelos resultados encontrados para ativos americanos em Andersen, Bollerslev, Diebold e Ebens (2001), será mostrado que a metodologia de “volatilidade realizada” dá origem a retornos condicionalmente normais. O estimador de “volatilidade realizada” é não-paramétrico e explora a informação contida em cotações intradiárias de acordo com um mecanismo direto: estima-se a volatilidade diária pela soma dos quadrados dos retornos intradiários.

Este resultado é de importância imediata ao sugerir que caracterizações de distribuições de retornos de ativos brasileiros (ou de quantis das distribuições como no caso das medidas do tipo Valor em Risco³) baseadas em distribuições condicionalmente normais e volatilidades obtidas através do método de “volatilidade realizada” devem obter superior performance em relação a metodologias como a do *Riskmetrics*. Além desta importância na área de gerenciamento de risco, o resultado também possui importância teórica. Primeiramente por sugerir a adequação de modelos em tempo contínuo comumente utilizados: a hipótese de uma difusão em tempo contínuo para o processo de preços implica na distribuição condicionalmente normal dos retornos.

² Para uma revisão de modelos da família GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) veja Bollerslev, Engle e Nelson (1994).

Em segundo lugar, por dar indício da inexistência de saltos no processo de preços de ativos brasileiros, dado que a existência destes saltos tenderia a quebrar a normalidade dos retornos condicionais. Ambos os resultados possuem implicações, por exemplo, para o apreçamento de instrumentos derivativos.

No entanto, para ampliar sua aplicabilidade prática, faz-se necessário estender o resultado para um contexto multivariado (onde são discutidas distribuições *condicionais multivariadas* de retornos e não apenas distribuições condicionais univariadas), pois afinal as decisões relevantes no dia a dia envolvem portfólios compostos por vários ativos. Assim como no contexto univariado foram utilizados diferentes métodos para a obtenção das volatilidades, no contexto multivariado utilizam-se diferentes métodos para a obtenção das matrizes de covariância e, de posse de cada uma destas matrizes de covariância, testa-se a hipótese de retornos condicionais multivariados distribuídos de acordo com uma normal multivariada. Novamente encontra-se que somente através da utilização das informações contidas em dados intradiários para a construção de medidas de “volatilidades e covariâncias realizadas” encontram-se retornos multivariados padronizados normais, enquanto tal resultado não é encontrado quando as matrizes de covariância são obtidas através da metodologia do *Riskmetrics* ou através de modelos GARCH multivariados⁴.

Este resultado é de relevância prática para a área de análise de risco, por sugerir que não somente a caracterização de distribuições de retornos de ativos brasileiros através de distribuições condicionalmente normais e volatilidades obtidas através da metodologia de “volatilidade realizada” terá performance superior a outros métodos tradicionais, mas também que as distribuições de *portfólios* de ativos brasileiros serão melhores caracterizadas através deste arcabouço. De fato, são realizados experimentos no cálculo de medidas de Valor em Risco que comprovam esta suposição⁵.

Tendo em vista o desempenho da metodologia de volatilidade realizada na padronização de retornos, utiliza-se esta metodologia também para a

³ Para uma revisão de modelos de Valor em Risco veja Jorion (1996)

⁴ Dois modelos GARCH multivariados são utilizados: o Constant Correlation GARCH de Bollerslev (1990) e o GARCH Ortogonal de Alexander (2000). Estes modelos foram escolhidos pela possibilidade de utilização em ambientes com grande número de ativos.

caracterização de distribuições de volatilidades e correlações de ativos brasileiros. Ou seja, passa-se a admitir volatilidades e correlações como um objeto de estudo em si mesmo e, não só apenas, como meio de discutir distribuições condicionais de retornos. Tal mudança de enfoque é natural na medida do papel central desempenhado por variâncias e covariâncias em inúmeras aplicações em finanças como apreçamento de derivativos e otimização e *hedge* de portfólios. A compreensão de suas distribuições permite conhecer melhor os fatos estilizados e fornece subsídio para o desenvolvimento de melhores modelos de previsão.

No tangente as distribuições de volatilidades e correlações são gerados três resultados importantes. Primeiramente, as volatilidades dos retornos dos ativos brasileiros apresentam distribuições aproximadamente lognormais. Tal resultado, juntamente com o encontrado para distribuições de retornos padronizados por volatilidades realizadas aproximadamente normais, sugere que as distribuições *incondicionais* de ativos brasileiros são bem caracterizadas por uma mistura normal-lognormal. Em segundo lugar, apesar das covariâncias possuírem distribuições leptocúrticas e assimétricas, as correlações de ativos brasileiros tem distribuições aproximadamente normais. Por último, de um ponto de vista multivariado, as volatilidades dos ativos brasileiros tendem a mover-se conjuntamente, assim como também existe uma tendência para uma correlação arbitrária ser alta, quando as demais também estão altas. Tal resultado é condizente com a existência de um fator de dimensionalidade baixa norteando os movimentos de volatilidades e covariâncias.

O restante do trabalho encontra-se dividido da seguinte forma: na seção 2 discute-se a teoria subjacente aos métodos utilizados neste trabalho para a estimação de volatilidades e covariâncias; na seção 3, os dados e os aspectos práticos relevantes nos cálculos de volatilidades e covariâncias realizadas são apresentados; na seção 4, são avaliadas primeiramente as distribuições condicionais de retornos de ativos brasileiros e depois as distribuições de volatilidades e correlações, ambas as discussões sendo feitas tanto do ponto de vista univariado quanto do ponto de vista multivariado; na seção 5 são

⁵ Para comparação de diferentes modelos e seus desempenhos no cálculo de Valor em Risco para ativos brasileiros veja Valls, Hotta, Souza e Almeida (1999), Issler (1999) e Mota e Fernandes (2004).

apresentadas aplicações dos resultados no cálculo de Valor em Risco; finalmente, a seção 6 conclui.