



**Ícaro Caíque Azevedo Almeida**

**Análise em microescala de fraturamento ósseo  
utilizando o método dos elementos finitos  
estendidos**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Luiz Carlos Wrobel

Rio de Janeiro  
Abril de 2022



**Ícaro Caíque Azevedo Almeida**

**Análise em microescala de fraturamento ósseo  
utilizando o método dos elementos finitos  
estendidos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

**Prof. Luiz Carlos Wrobel**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Luiz Fernando Campos Ramos Martha**

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Prof. Luiz Alkimin de Lacerda**

Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento – LACTEC

Rio de Janeiro, 29 de Abril de 2022

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Ícaro Caíque Azevedo Almeida**

Graduou-se em Engenharia Civil pelo Instituto Federal de Alagoas - Campus Palmeira dos Índios em 2019. Em 2019, deu início ao mestrado em estruturas no Departamento de Engenharia civil e ambiental da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, atuando na linha de pesquisa do método dos elementos finitos estendidos e mecânica da fratura.

#### Ficha Catalográfica

Almeida, Í. C. A.

Análise em microescala de fraturamento ósseo utilizando o método dos elementos finitos estendidos / Ícaro Caíque Azevedo Almeida; orientador: Luiz Carlos Wrobel. – Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2022.

v., 102 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental .

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Estruturas – Teses. 3. Método dos Elementos Finitos Estendidos;. 4. Mecânica da fratura;. 5. Microfraturamento;. I. Wrobel, L. C.. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental . III. Título.

CDD: 624

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer, primeiramente, aos meus pais Claudio e Izabel, por serem a base da minha educação. Aos meus irmãos Isabella e Itallo, por todo seu companheirismo. A minha noiva e futura esposa Andréa, por compartilhar os momentos tristes e felizes, sempre me motivando a nunca desistir.

Aos meus amigos/irmãos, Micael Alcântara e Raniel Alcântara, por sempre me aconselhar nos momentos de dúvidas. Aos queridos amigos Ana Luiza, Ilames Jordan e José Guilherme, companheiros de graduação e que dividiram, não só a moradia, mas como as angústias dos estudos no mestrado, tornando os momentos de reclusão durante a pandemia mais fáceis. Ao Felipe Bacelar, por me motivar a terminar esta dissertação e dividir tardes e noites de estudos. Aos vizinhos queridos do minhocão, Eryane Lima e Matheus Lopes, bem como Delano Segundo, Eduardo Rosado, Guilherme Rabelo, Júlio Alves, Lucas Wanderley, Matheus Albuquerque e Sérgio Diógenes, pelos momentos de descontração e pelas várias risadas que me trouxeram.

Ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro pela oportunidade e por toda estrutura oferecida. A todos os funcionários da PUC-RJ, sempre proativos, determinados e acolhedores. A todo corpo docente da instituição, por todo o conhecimento passado, em especial ao professor doutor Luiz Carlos Wrobel, por sua orientação no presente trabalho, e por seu suporte em todos os momentos que precisei.

Aos professores doutores Luiz Fernando Campos Ramos Martha e Luiz Alkimin de Lacerda por aceitarem participar da banca avaliadora e por contribuírem com seu conhecimento para a realização desta dissertação.

Por fim, agradeço a Deus por cada uma dessas pessoas, pois sem elas eu não estaria onde estou hoje.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.



## Resumo

Almeida, Í. C. A.; Wrobel, L. C.. **Análise em microescala de fraturamento ósseo utilizando o método dos elementos finitos estendidos**. Rio de Janeiro, 2022. 102p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental , Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Mecânica da fratura pode ser entendida como a área da ciência que estuda a propagação de fissuras, trincas, fendas e demais falhas a partir de processos mecânicos que venham afetar negativamente a resistência do material. Tradicionalmente, os conceitos em que a resistência dos materiais se baseiam não levam em conta a tenacidade à fratura do material, a qual pode ser definida como a propriedade que quantifica a resistência à propagação da trinca. A essência destes estudos pode ser aplicada em qualquer tipo de material, como por exemplo na área médica ao se estudar o comportamento da fratura óssea. Esse tipo de fratura geralmente surge através de traumas de alta energia. O osso, em condições normais, possui a habilidade de suportar cargas e absorver essa energia. Porém, caso haja um grande nível de energia associado ao trauma o osso não consegue suportar e acaba sofrendo uma fratura. Este trabalho tem o objetivo de desenvolver uma análise numérica em microescala de um fraturamento ósseo utilizando o Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM), a partir da simulação em 2D do mecanismo de início e propagação de trincas da ponta de uma fratura inicial em uma unidade do osso compacto chamada ósteon, que é delimitado pela camada cimentícia, uma zona pobre em colágeno tipo 1. Dessa forma, foi possível compreender que a camada cimentícia desempenha um papel de contenção, permitindo maiores deformações antes do rompimento na propagação da fratura em microescala, além disso, também foi verificado que ósteons na posição transversal possui a maior rigidez, enquanto na posição longitudinal tem-se os modelos mais dúcteis, devido a influência do canal de Haver.

## Palavras-chave

Método dos Elementos Finitos Estendidos; Mecânica da fratura; Microfraturamento;

## Abstract

Almeida, Í. C. A.; Wrobel, L. C. (Advisor). **Microscale analysis of bone fracture using the extended finite element method**. Rio de Janeiro, 2022. 102p. Dissertação de mestrado – Department of Civil and Environmental Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Fracture mechanics can be understood as the area of science that studies the propagation of fractures, cracks, slits, and other flaws from mechanical processes that may negatively affect the strength of the material. Traditionally, the concepts on which the strength of the materials are based do not consider the toughness to fracture of the material, which can be defined as the property that quantifies the resistance to crack propagation. The essence of these studies can be applied to any type of material, such as in the medical field when studying the behavior of bone fractures. This type of fracture usually arises through high-energy trauma. Bone, under normal conditions, can support loads and absorb this energy. However, if there is a high level of energy associated with the trauma, the bone cannot support it and ends up suffering a fracture. This paper aims to develop a numerical microscale analysis of a bone fracture using the Extended Finite Element Method (XFEM). This dissertation studies two-dimensional simulations of the initiation and propagation mechanisms of an initial fracture in a compact bone unit called the osteon, which is bounded by the cement line, a zone that is low in type 1 collagen. In this way, it was possible to understand that the cement layer plays a role of containment, allowing greater deformations before rupture in the propagation of the microscale fracture, in addition, it was also verified that osteons in the transverse position have the greatest rigidity, while in the longitudinal position they have the most ductile models were found, due to the influence of the Haver channel.

## Keywords

Extended Finite Element Method; Fracture mechanics; Microfracture;

# Sumário

1	Introdução	14
1.1	Motivação	15
1.2	Objetivos	16
1.3	Organização do trabalho	16
2	Mecânica da Fratura	18
2.1	Propriedades da Mecânica da Fratura	18
2.1.1	Ductilidade	19
2.1.2	Tenacidade à Fratura	20
2.2	Mecânica da Fratura Linear Elástica	21
2.2.1	Balanço Energético de Griffith	22
2.2.2	Taxa de Alívio de Energia Potencial (G) e Fator de Intensidade de Tensões (FIT)	24
2.3	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica	26
2.3.1	Deslocamento de Abertura da Ponta da Trinca (CTOD)	26
2.3.2	Integral J	27
2.4	Mecânica da Fratura Computacional	28
2.4.1	Método da Superposição	29
2.4.2	Método das Funções de Green	30
2.4.3	Método dos Elementos Finitos	30
2.4.3.1	Método dos Elementos Especiais	33
2.4.3.2	Método dos Elementos Finitos Estendidos	36
2.4.3.3	Método dos Nós Fantasma (PNM)	40
3	Fratura Óssea	42
3.1	Células do Tecido Ósseo	42
3.1.1	Osteócitos	43
3.1.2	Osteoblastos	44
3.1.3	Osteoclastos	44
3.2	Tecido Ósseo	45
3.2.1	Tecido Ósseo Primário ou Imaturo	46
3.2.2	Tecido Ósseo Secundário ou Maduro	46
3.3	Tipos de Ossos	48
3.4	Tipos de Fratura Óssea	50
4	Simulações Numéricas	54
4.1	Modelo de Dano do Osso Compacto	54
4.1.1	Parâmetros dos Materiais	55
4.2	Simulações	58
4.2.1	Modelo 01 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia e sem Canal de Haver	58
4.2.2	Modelo 02 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia	61
4.2.3	Modelo 03 - Ósteon Radial sem Canal de Haver	63
4.2.4	Modelo 04 - Ósteon Radial Completo	64

4.2.5	Modelo 05 - Ósteon Transversal Completo	66
4.2.6	Modelo 06 - Ósteon Longitudinal Completo	68
5	Resultados	<b>70</b>
5.1	Modelos	72
5.1.1	Modelo 01 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia e sem Canal de Haver	73
5.1.2	Modelo 02 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia	74
5.1.3	Modelo 03 - Ósteon Radial sem Canal de Haver	76
5.1.4	Modelo 04 - Ósteon Radial Completo	78
5.1.5	Modelo 05 - Ósteon Transversal Completo	79
5.1.6	Modelo 06 - Ósteon Longitudinal Completo	81
5.2	Análises	82
5.2.1	Processo de Validação	82
5.2.2	Influência do Canal de Haver	87
5.2.3	Influência da Camada Cimentícia	88
5.2.4	Influência da Posição do Ósteon	90
6	Conclusão	<b>92</b>
6.1	Sugestões para trabalhos futuros	93
	Referências bibliográficas	<b>95</b>

## Lista de figuras

Figura 1.1	Representação do sistema de Haver.	15
Figura 2.1	Triângulo da Mecânica da Fratura.	19
Figura 2.2	Fratura Frágil.	20
Figura 2.3	Propagação da Fratura Dúctil.	20
Figura 2.4	Entalhe elíptico em uma placa plana infinita.	21
Figura 2.5	Modelo utilizado por Griffith em seus experimentos.	22
Figura 2.6	Modos básicos de abertura de trinca.	23
Figura 2.7	Sistemas de Coordenadas Local na Ponta da Trinca.	25
Figura 2.8	Abertura da Ponta da Trinca	27
Figura 2.9	Caminho de integração arbitrário na ponta da trinca	28
Figura 2.10	Elementos finitos para a análise de Mecânica da Fratura; Elementos bidimensionais: (a) 8 nós e (b) 9 nós; Elementos tridimensionais: (c) 20 nós e (d) 27 nós	34
Figura 2.11	Elementos com deslocamentos de nós intermediários. (a) Elemento retangular de 8 nós; (b) Elemento triangular de 6 nós; (c) Elemento hexaédrico de 20 nós e (d) Elemento prismático de 20 nós	35
Figura 2.12	Rosetas de elementos finitos. (a) Roseta padrão; (b) Roseta com elementos a 40°; (c) Roseta com elementos a 30°	35
Figura 2.13	Construção da roseta de elementos singulares. (a) Espaço de coordenadas naturais; (b) Espaço físico; (c) Elementos na ponta da trinca.	36
Figura 2.14	Esquema de enriquecimento dos nós em uma malha de elementos finitos	38
Figura 2.15	Sistema de coordenadas polares na ponta da fratura e coordenadas tangenciais na trajetória de propagação da fratura	38
Figura 2.16	Subdivisão dos elementos para integração	39
Figura 2.17	Esquema de integração numérica: (a) de subdomínio; (b) com um ponto de Gauss fixo	40
Figura 2.18	Esquema de modelagem de fissuras utilizando o Método dos Nós Fantasma	41
Figura 3.1	Esquema de ossificação	43
Figura 3.2	Fotomicrografia do tecido ósseo seco e desgastado	44
Figura 3.3	Esquema de reabsorção óssea	45
Figura 3.4	Corte grosso de um osso seco, que ilustra o osso cortical compacto e o osso esponjoso	46
Figura 3.5	Esquema de parte de um sistema de Havers	47
Figura 3.6	Esquema da parte cilíndrica de um osso longo	48
Figura 3.7	Estrutura de um osso longo	50
Figura 3.8	Estrutura alfanumérica da classificação AO	53
Figura 3.9	Representação gráfica de uma fratura simples, espiral e diafisária em terço médio do fêmur por meio da classificação AO.	53

Figura 4.1	Ósteon Radial sem Camada Cimentícia e sem Canal de Haver	59
Figura 4.2	Modelo 1 particionado	60
Figura 4.3	Modelo 01: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida	61
Figura 4.4	Ósteon Radial sem Camada Cimentícia	62
Figura 4.5	Modelo 02: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida	62
Figura 4.6	Ósteon Radial sem Canal de Haver	63
Figura 4.7	Modelo 03: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida	64
Figura 4.8	Ósteon Radial Completo	65
Figura 4.9	Modelo 04: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida	65
Figura 4.10	Guia para o desenho do ósteon transversal completo	66
Figura 4.11	Ósteon Transversal Completo	67
Figura 4.12	Modelo 05: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida	67
Figura 4.13	Guia para o desenho do ósteon logitudinal completo	68
Figura 4.14	Ósteon Longitudinal Completo	69
Figura 4.15	Modelo 06: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida	69
Figura 5.1	Análise de convergência – Caminho da fratura: (a) Malha com 60 elementos (b) Malha com 196 elementos (c) Malha com 532 elementos (d) Malha com 3400 elementos (e) Malha com 14024 elementos (f) Escala STATUSXFEM	71
Figura 5.2	Análise de convergência – Deslocamentos na direção 2: (a) Malha com 60 elementos (b) Malha com 196 elementos (c) Malha com 532 elementos (d) Malha com 3400 elementos (e) Malha com 14024 elementos	72
Figura 5.3	Modelo 01: (a) Mapa de Tensão (b) Configuração da Deformação	73
Figura 5.4	Modelo 01 - Curva Tensão x Deformação	74
Figura 5.5	Modelo 02 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação	75
Figura 5.6	Modelo 02 - Curva Tensão x Deformação	76
Figura 5.7	Modelo 03 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação	77
Figura 5.8	Modelo 03 - Curva Tensão x Deformação	77
Figura 5.9	Modelo 04 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação	78
Figura 5.10	Modelo 04 - Curva Tensão x Deformação	79
Figura 5.11	Modelo 05 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação	80
Figura 5.12	Modelo 05 - Curva Tensão x Deformação	80
Figura 5.13	Modelo 06 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação	81
Figura 5.14	Modelo 06 - Curva Tensão x Deformação	82

Figura 5.15 Modelo - (a) Radial (b) Transversal (c) Longitudinal	83
Figura 5.16 Caminho da fratura: Modelos desenvolvidos com base em Gustafsson et al. [13] - (a) Radial (b) Transversal (c) Longitudinal	84
Figura 5.17 Caminho da fratura: Modelos desenvolvidos por Gustafsson et al. - (a) Radial (b) Transversal	85
Figura 5.18 Curva Tensão x Deformação comparativa entre os modelos radiais desenvolvidos pelo o autor e os com base em Gustafsson et al.	85
Figura 5.19 Curva Tensão x Deformação comparativa entre os modelos transversais desenvolvidos pelo o autor e os com base em Gustafsson et al.	86
Figura 5.20 Curva Tensão x Deformação comparativa entre os modelos longitudinais desenvolvidos pelo o autor e os com base em Gustafsson et al.	86
Figura 5.21 Análise comparativa da influência do Canal de Haver entre os Modelos 01 e 02	87
Figura 5.22 Análise comparativa da influência do Canal de Haver entre os Modelos 03 e 04	88
Figura 5.23 Análise comparativa da influência da camada cimentícia entre os Modelos 01 e 03	89
Figura 5.24 Análise comparativa da influência da camada cimentícia entre os Modelos 02 e 04	89
Figura 5.25 Análise comparativa da influência da camada cimentícia entre todos os Modelos Radiais	90
Figura 5.26 Análise comparativa da influência da orientação dos Ósteons nos Modelos Radial, Transversal e Logitudinal sem a presença de dano inicial	91
Figura 5.27 Análise comparativa da influência da orientação dos Ósteons nos Modelos Radial, Transversal e Logitudinal com a presença de dano inicial	91

## Lista de tabelas

Tabela 4.1	Compilação dos valores do módulo de elasticidade presentes na literatura	56
Tabela 4.2	Compilação dos valores do coeficiente de Poisson presentes na literatura	56
Tabela 4.3	Compilação dos valores da deformação crítica de iniciação de dano presentes na literatura	57
Tabela 4.4	Compilação dos valores da taxa de liberação de energia presentes na literatura	57
Tabela 4.5	Parâmetros dos Materiais	58
Tabela 5.1	Análise de Convergência de malha	71
Tabela 5.2	Quantidade de elementos utilizados	84



## Lista de Abreviaturas

CTOD	–	Deslocamento de Abertura da Ponta da Trinca
FIT	–	Fator de Intensidade de Tensões
MAXPE	–	Critério de Deformação Principal Máxima
MEC	–	Método dos Elementos de Contorno
MEF	–	Método dos Elementos Finitos
MFEP	–	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
MFLE	–	Mecânica da Fratura Linear Elástica
PNM	–	Método dos Nós Fantasma
PTV	–	Princípio dos Trabalhos Virtuais
SBTO	–	Sociedade Brasileira de Ortopedia e Traumatologia
XFEM	–	Método dos Elementos Finitos Estendidos

# 1

## Introdução

Os conceitos de mecânica da fratura podem ser aplicados a uma grande variedade de materiais. Embora o osso tenha uma aparência simples, sua estrutura é heterogênea, complexa e dinâmica, portanto, tentar prever o comportamento de uma fratura em um tecido vivo como o osso é um trabalho árduo. A fratura óssea é um problema clínico importante e o risco depende de vários fatores como: idade, genética ou mesmo dieta. A tenacidade à fratura é a propriedade de quanto o material irá resistir à propagação de trincas [1]. Compreender a resistência à fratura óssea é importante para diagnosticar doenças ósseas e avaliar tratamentos. Mecanismos para aumentar a tenacidade à fratura são encontrados em todas as escalas de comprimento ósseo [2]; [3]. No entanto, os mecanismos mais poderosos são encontrados na microescala, onde as rachaduras em propagação são desviadas ou interrompidas por interfaces fracas [4]; [5].

Em microescala, o tecido ósseo compacto ou cortical é caracterizado por um conjunto de fibras organizadas ao redor do canal central, por onde passam os capilares sanguíneos e/ou nervos. Este arranjo é chamado de Sistema Haversiano, que é composto pela matriz óssea intersticial, ósteon e o canal de Havers [3]. A microfratura no ósteon pode ocorrer de três maneiras diferentes: a primeira é na forma longitudinal, que ocorre quando uma rachadura se propaga paralelamente ao eixo do osso; a segunda é transversal, quando a propagação ocorre perpendicularmente ao eixo; e a terceira é radial, que ocorre quando uma fratura se desenvolve radialmente ao eixo do osso [14]. A Figura 1.1 delinea a visão do osso em diferentes escalas, exemplificando o Sistema Havers em microescala. Normalmente, a interface osteon-matriz se dá por meio de uma camada de substância cimentante pobre em colágeno tipo 1, que, por possuir uma pequena espessura, não será visualizada nessa figura. [6].

Modelos computacionais podem ser usados para estudar o comportamento da fratura do osso compacto, avaliando o efeito das propriedades estruturais e da resistência à fratura [7]; [8]. Um dos modelos mais usados para propagação de trincas é baseado no método de elementos finitos estendidos (XFEM), pois não requer um caminho de trinca predefinido [9]; [10]. Modelos XFEM usando o critério de deformação principal máxima (MAXPE) são

comumente usados para modelar o início do dano na propagação de trincas [11]; [12]. No entanto, este critério isoladamente não traz resultados satisfatórios para a trajetória de fissuras na interface matriz / ósteon. Assim, é necessário utilizar um modelo de dano de interface que seja capaz de capturar as deflexões ao longo da linha de cimento [13].

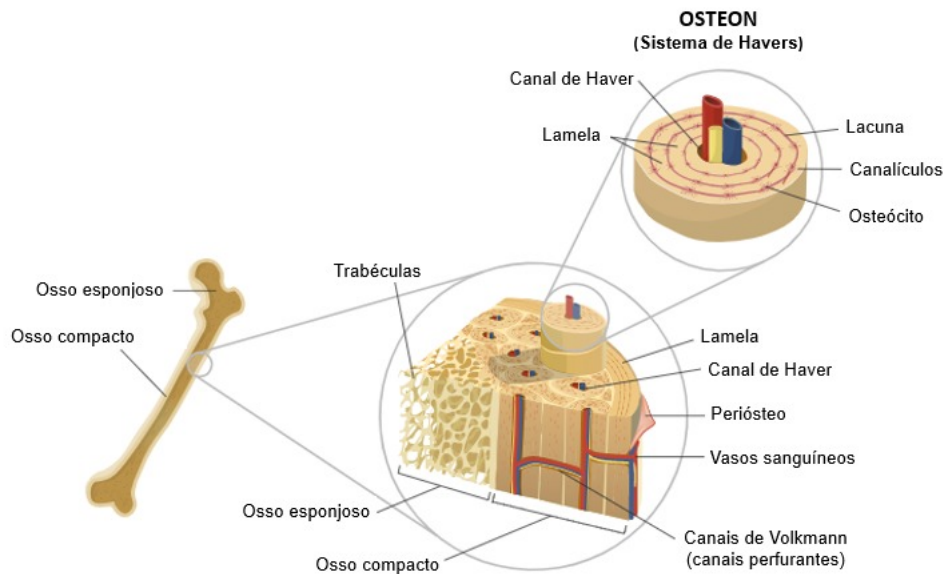


Figura 1.1: Representação do sistema de Haver.  
[15]

A presente dissertação, traz estudos de modelos 2D em microescala de um osso cortical simulados usando XFEM e submetido ao critério MAXPE, dentro do software comercial ABAQUS, a fim de compreender os mecanismos de propagação de fissuras e o papel desempenhado pelas propriedades mecânicas da microestrutura e, em particular, pela linha de cimentícia, considerando a densidade da malha do elemento finito, o tamanho do incremento da análise e as condições de contorno.

## 1.1 Motivação

Como resultado da mudança demográfica com o envelhecimento da população, as fraturas ósseas estão se tornando um problema de saúde crescente e custam caro para a sociedade [16]. O risco da fratura é aumentado para níveis mais altos de comorbidade e para pacientes mais velhos, necessitando assim, de ferramentas melhores para avaliação desse risco. No

entanto, essas ferramentas requerem um melhor entendimento da origem da resistência à fratura do osso.

A capacidade de correlacionar mudanças nas propriedades do material com caminhos de trinca em microescala no osso cortical e a dureza do material resultante em escalas de comprimento maiores, melhoraria nossa compreensão da resistência à fratura óssea. No entanto, isso é difícil de estabelecer experimentalmente com as técnicas atuais, pois estas avaliam a tenacidade média do material na escala do tecido [4]; [17], ou analisam propriedades locais em microescala onde convencionais ferramentas da mecânica de fratura elástica linear não são aplicáveis [18].

Em vez disso, os modelos computacionais podem ser úteis para explicar os mecanismos observados experimentalmente ou usados em combinação com experimentos para determinar as leis de danos locais [19]; [20]. Os modelos também podem elucidar o papel de diferentes microestruturas para entender como elas contribuem para a dureza do osso cortical e fornecem orientações valiosas no desenvolvimento de novos experimentos.

## 1.2

### Objetivos

A presente dissertação de mestrado tem como objetivo geral estudar a propagação de microfraturamento ósseo através de simulações desenvolvidas com auxílio do programa ABAQUS com formulação no método dos elementos finitos estendidos - XFEM.

Dentre os objetivos específicos deste trabalho, estão:

- Analisar em duas dimensões o microfraturamento de um ósteon.
- Comparar os resultados para diferentes posicionamentos do ósteon.
- Analisar a influência da camada cimentícia e do canal de Haver.
- Comparar os resultados obtidos nos modelos desenvolvidos com os propostos na literatura.

## 1.3

### Organização do trabalho

Este trabalho é composto por sete capítulos, sendo estruturado de tal forma que o **Capítulo 1** apresenta uma introdução ao trabalho, assim como sua motivação e seus objetivos.

O **Capítulo 2** traz a revisão bibliográfica para a mecânica da fratura, a qual aborda as formulações utilizadas para a Mecânica da Fratura

Linear Elástica, Mecânica da Fratura Elasto-Plástica e Mecânica da Fratura Computacional.

O **Capítulo 3** apresenta a revisão bibliográfica sobre tecido ósseo, partindo da microestrutura até a macroestrutura. Também é possível encontrar a usual classificação para os diferentes tipos de ossos e fraturas.

O **Capítulo 4** aborda a revisão bibliográfica para as propriedades físicas e mecânicas da microestrutura óssea, apresentando uma breve descrição do modelo e algumas técnicas de modelagem presentes na literatura. Além disso, é possível encontrar na descrição dos modelos desenvolvidos em microescala, os aspectos gerais das modelagens bidimensionais, como a malha desenvolvida, quantidade e tipo elementos utilizados.

O **Capítulo 5** apresenta os resultados obtidos nas análises realizadas nos modelos propostos. Os dados são discutidos em cada uma das etapas previstas na metodologia.

O **Capítulo 6** são apresentadas as conclusões finais do autor com base nos resultados obtidos ao longo do trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

## 2

## Mecânica da Fratura

Silva [21] define mecânica da fratura como a área da mecânica que fundamenta seus estudos nos defeitos que possam vir a ocorrer nos mais diversos materiais. Esta área de estudo tem como objetivo desenvolver conhecimentos que evitem o colapso de uma estrutura, através da minimização do processo de fraturamento e prevenção de danos que venham a desenvolver fraturas no elemento analisado.

Medina [22] discute que os estudos tradicionais de resistência dos materiais não levam em consideração propriedades que quantifiquem a resistência a propagação de fissuras. Assim, na literatura sobre mecânica da fratura, existem dois grandes ramos de pesquisas. Um está voltado para a avaliação de fraturas de materiais frágeis ou quase-frágeis, que é a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). Já o outro, Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP), está focado no comportamento de materiais elastoplásticos e na não linearidade formada na zona plástica em torno da ponta da trinca.

Ainda há o campo que estuda o desenvolvimento de simulações computacionais, este é chamado de Mecânica da Fratura Computacional (MFC). Através de métodos numéricos, que muitas vezes utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF), esta técnica visa obter resultados mais coerentes e precisos com a realidade.

Neste capítulo serão abordados os conceitos básicos da Mecânica da Fratura, tais como: as propriedades essenciais no estudo, as principais áreas de pesquisa (MFLE e MFEP) e os métodos numéricos necessários para a concepção dos modelos digitais.

### 2.1

#### Propriedades da Mecânica da Fratura

Ao realizar um projeto de estruturas, com base nos conceitos de mecânica da fratura, deve-se determinar se o defeito gerado por algum tipo de trinca irá acarretar uma fratura catastrófica no elemento projetado, como foi pontuado por Haag [23]. Na Figura 2.1 é possível observar como o projeto deve ser avaliado frente a incorporação de defeitos na peça.



Figura 2.1: Triângulo da Mecânica da Fratura.  
[23]

Medina [22] explica que em um dos vértices estão as tensões atuantes no componente, obtidas através da análise estrutural executada a partir dos carregamentos a serem aplicados na estrutura. No segundo vértice aparecem as propriedades à fratura do material, obtidas experimentalmente. No último vértice são considerados os defeitos existentes na estrutura. A partir do conhecimento destes três vértices, é possível avaliar a resistência do material à fratura e a força motriz de crescimento de trinca.

### 2.1.1 Ductilidade

Machado [24] define ductilidade como sendo a característica de quanto o material consegue resistir a deformação plástica antes de ocorrer a ruptura. De acordo com Medina [22], os materiais de engenharia podem sofrer dois tipos de fratura, por forma dúctil ou frágil.

Quando o elemento sofre fratura frágil, tem a presença de pouca deformação antes de fraturar e o processo de propagação da fratura ocorre de maneira rápida e brusca. Em um certo ponto, a trinca passa a ser dita como instável, pois continua a propagação mesmo sem aumento de tensão aplicada no material, um exemplo pode ser visualizado na Figura 2.2.

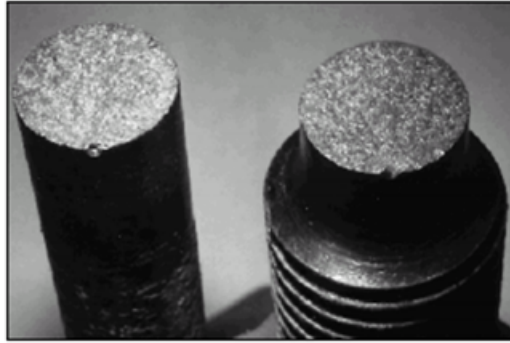


Figura 2.2: Fratura Frágil.

[22]

Já para fraturas dúcteis, ocorrem deformações plásticas no material antes dele fraturar, apresentando uma propagação lenta e gradual, como pode ser visto na Figura 2.3.

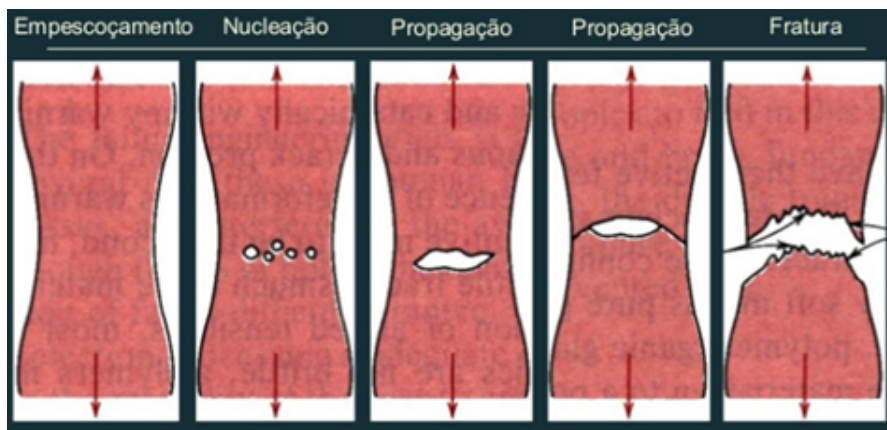


Figura 2.3: Propagação da Fratura Dúctil.

[25]

### 2.1.2

#### Tenacidade à Fratura

De acordo com Callister [1] por definição, tenacidade à fratura é a propriedade que diz respeito à quanto o material irá resistir à propagação de uma trinca. O trabalho necessário para fazer a trinca crescer é medido e exposto em uma curva “tensão x deformação”. Medina [22] relata que nessa curva a tenacidade cresce com a área total e é indicado a quantidade de trabalho por unidade de volume que pode ser usado sem causar a fratura.

Quando uma tensão é aplicada em um corpo, mesmo que sua magnitude seja menor que o valor teórico de tenacidade do material, e este corpo tiver



uma fenda, esta tensão poderá ter sua magnitude elevada na ponta da fenda, de acordo com a direção e forma da própria fenda. Materiais cerâmicos tendem a ter níveis de tenacidade à fratura mais baixos, já materiais metálicos tem os níveis mais elevados.

## 2.2

### Mecânica da Fratura Linear Elástica

Pode-se dizer que os estudos sobre a mecânica da fratura deram início a partir das observações adotadas por Inglis [26], que constatou concentrações de tensões na extremidade de um furo elíptico presente em uma placa infinita quando submetida a um carregamento remoto, como pode ser observado na Figura 2.4.

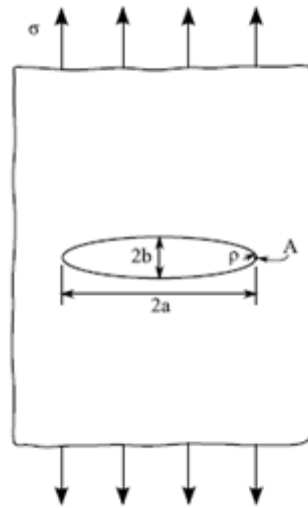


Figura 2.4: Entalhe elíptico em uma placa plana infinita.

[27]

Com as observações feitas, Inglis [26] chegou em uma expressão para as tensões no ponto  $A$  da elipse, na equação (2-1) é possível ver a expressão encontrada:

$$\sigma_A = \sigma \left( 1 + 2\sqrt{\left(\frac{a}{\rho}\right)} \right) \quad (2-1)$$

onde  $\sigma_A$  é a tensão máxima no ponto  $A$ ,  $\sigma$  é a tensão gerada pelo carregamento remoto,  $\rho = \frac{b^2}{a}$  é o raio de curvatura da elipse com base nos comprimentos  $a$  e  $b$ .

Analisando a equação, quando a curvatura é nula, as tensões tendem ao infinito. Neste momento o sólido com presença de uma trinca iria sofrer ruptura mesmo com a menor carga nominal possível, coisa que não acontece na realidade.

### 2.2.1

#### Balanço Energético de Griffith

Utilizando o conceito elaborado por Inglis [26], Griffith [28] realizou vários experimentos em corpos de provas feitos de vidro, para garantir a fragilidade do material, com comprimento da trinca equivalente à  $2a$  e espessura  $B$ , como pode ser visto na Figura 2.5.

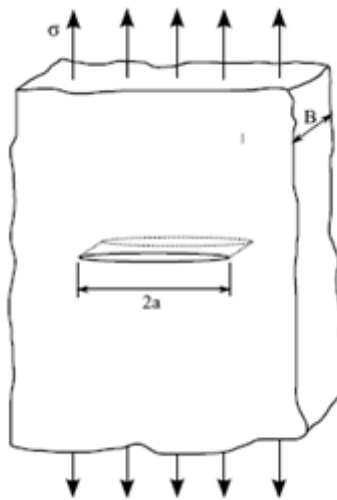


Figura 2.5: Modelo utilizado por Griffith em seus experimentos.  
[27]

Griffith [28] então verificou que a trinca poderia crescer na estrutura em 3 diferentes modos, a depender do tipo e orientação do carregamento aplicado, conforme indica a Figura 2.6.

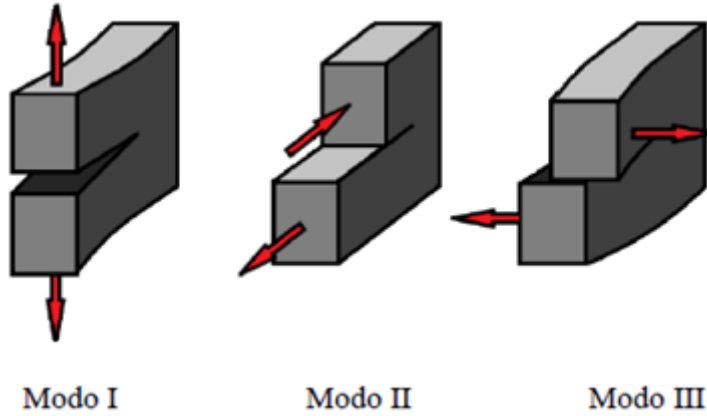


Figura 2.6: Modos básicos de abertura de trinca.  
[29]

O primeiro modo é chamado de modo de abertura, as superfícies são puxadas em sentidos contrários promovendo uma abertura na ponta da trinca em relação ao seu plano. O segundo modo é o modo de cisalhamento no plano, na qual as superfícies deslizam em sentidos opostos ao longo do plano da trinca. Sato [27], Medina [22] e Melcher e Castrodeza [29], relatam que, o terceiro modo é conhecido como modo de rasgamento ou cisalhamento fora do plano, neste, as duas superfícies da fratura se movimentam em direções contrárias fora do eixo da fratura.

A partir dos estudos, Griffith [28];[30] chegou à conclusão de que a trinca analisada agiria de forma instável quando a energia de deformação liberada fosse maior do que a energia requerida para gerar uma nova superfície de trinca. Assim, foi criado o balanço energético de Griffith para um incremento de área de trinca  $dA$ , expresso na equação (2-2), quando submetido às condições de equilíbrio.

$$\frac{dE_T}{dA} = \frac{dE_P}{dA} + \frac{dW_S}{dA} = 0 \quad (2-2)$$

onde  $dE_T$  é a energia total do sistema,  $dE_P$  é a energia potencial do sólido,  $dW_S$  é a energia de formação de novas superfícies da trinca. Ao utilizar os dados obtidos por Inglis [26], mostrou-se que a energia potencial pode ser vista como na equação (2-3):

$$E_P = E_{P0} - \frac{\pi\sigma^2 a^2 B}{E} \quad (2-3)$$

onde  $E_{P0}$  é a energia potencial da placa sem a trinca,  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $B$  é a espessura do corpo de prova,  $\sigma$  é a tensão gerada pelo carregamento remoto,  $a$  é a metade do comprimento da trinca.

Já a energia de formação de novas superfícies da trinca é encontrada pela equação (2-4):

$$W_S = 2(2aB\gamma_s) \quad (2-4)$$

onde  $\gamma_s$  é a energia elástica de superfície do material.

Substituindo as equações (2-3) e (2-4) na equação (2-2) é possível encontrar a equação (2-5).

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (2-5)$$

onde  $\sigma_f$  é a tensão na fratura.

Ao observar que a formulação proposta por Griffith era aplicada somente a materiais frágeis, Irwin [31] incorporou, na equação (2-5), uma parcela referente a energia gasta na deformação plástica, resultando na equação (2-6).

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a}} \quad (2-6)$$

onde  $\gamma_p$  é a referente ao trabalho plástico.

De modo generalizado tem-se a equação (2-7).

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2EW_f}{\pi a}} \quad (2-7)$$

onde  $W_f$  é a energia da fratura que inclui os efeitos de plasticidade.

### 2.2.2

#### **Taxa de Alívio de Energia Potencial (G) e Fator de Intensidade de Tensões (FIT)**

Inicialmente, Westergaard [32] estudou o campo de tensões no problema desenvolvido por Inglis [26], e constatou que as tensões na ponta da trinca poderiam ser representadas em coordenadas polares conforme a Figura 2.7.

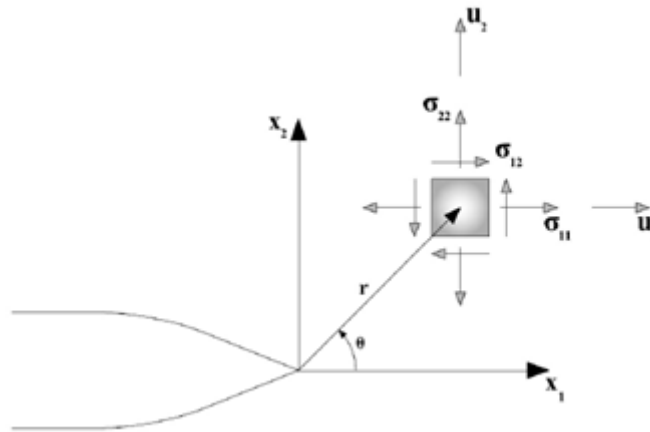


Figura 2.7: Sistemas de Coordenadas Local na Ponta da Trinca.

[27]

Ele observou que o campo de tensões pode ser encontrado pela equação (2-8).

$$\sigma_{ij} = \sqrt{\frac{a}{2r}} f_{ij}(\theta) \quad (2-8)$$

onde  $f_{ij}(\theta)$  é uma função da coordenada polar  $\theta$ .

A partir da expressão obtida por Westergaard [32] e dos estudos de Griffith [28]; [30], Irwin [33] fez duas observações. A primeira se refere à taxa de alívio de energia potencial, para o modelo proposto por Griffith a taxa é expressa pela equação (2-9).

$$G = -\frac{dE_p}{dA} = -\frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (2-9)$$

onde  $G$  é uma propriedade intrínseca do material que representa a taxa de liberação de energia por unidade de área.

A segunda observação está relacionada ao fator de intensidade de tensão, que é um fator de proporcionalidade nas expressões de Westergaard [32] associado aos modos *I*, *II* e *III* de deformação da trinca, criando assim o fator de intensidade de tensão  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ , referente a cada um dos modos. Silveira [34] explica que caso duas trincas distintas apresentarem o mesmo *FIT*, elas possuirão a mesma distribuição de tensões e deslocamentos.

Usando as duas observações, Irwin [33] mostra que, para o caso mais geral, a taxa de alívio de energia potencial está relacionada com os *FIT*, para o material sob regime linear elástico, de acordo com a equação (2-10).

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (2-10)$$

onde  $E' = E$  para tensão plana,  $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$  para deformação plana,  $\mu$  é o módulo de cisalhamento.

## 2.3

### Mecânica da Fratura Elasto-Plástica

Em grande parte das aplicações práticas os conceitos referentes à MFLE não podem ser aplicados, devido ao comportamento elasto-plástico do material estrutural. Assim, devem ser adotados os conceitos sobre à Mecânica da Fratura Elasto-Plástica, pois, de acordo com Medina [22] e Melcher e Castrodeza [29], a deformação plástica não fica restrita a uma pequena porção na extremidade da fissura.

Haag [23] relata que a MFEP possui duas vertentes distintas para a resolução dos problemas com materiais de elevada tenacidade. A primeira é o método de Deslocamento de Abertura da Ponta de Trinca ou, do inglês, Crack Tip Opening Displacement (*CTOD*) que é baseado no conceito físico. Já o segundo método é o da Integral J, que utiliza o conceito de balanço energético.

#### 2.3.1

##### Deslocamento de Abertura da Ponta da Trinca (*CTOD*)

Wells [35] e Cottrell [36] observaram, ao realizar experimentos com aços estruturais, que antes de haver a propagação da trinca, o material apresenta uma deformação plástica significativa na ponta dela. Desta maneira, eles propuseram que a propagação da trinca ocorre quando a abertura atinge um valor limite de deslocamento, esse valor recebeu o nome de *CTOD* ou simplesmente  $\delta$ , o esquema da representação gráfica desse valor pode ser visto na Figura 2.8.

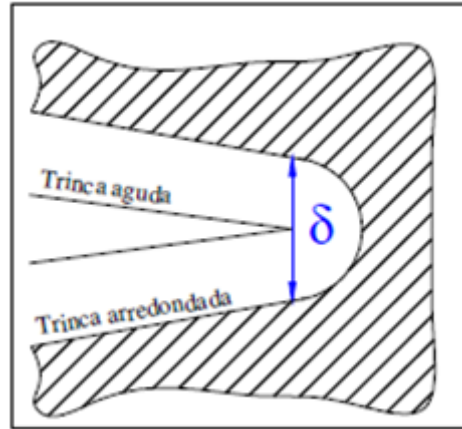


Figura 2.8: Abertura da Ponta da Trinca  
[22]

Tanto a BS 7448-1 [37] como a E-1820 [38], estabelecem experimentalmente como obter o valor de  $\delta$ , o qual é comumente expresso conforme a equação (2-11).

$$\delta = \delta_{el} + \delta_{pl} = \frac{K_I^2}{E\sigma_{el}} \left( \frac{1 - \nu^2}{2} \right) + \frac{rbV_{el}}{rb + a} \quad (2-11)$$

onde  $\delta_{el}$  é o componente elástico do *CTOD*,  $\delta_{pl}$  é o componente plástico do *CTOD*,  $K_I$  é o *FIT* para o primeiro modo de deformação,  $\sigma_{el}$  é a tensão no limite de escoamento,  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $r$  é o fator de rotação,  $b$  é o ligamento remanescente,  $V_{pl}$  é a componente plástica da abertura de boca do entalhe,  $a$  é o comprimento da trinca dado por  $a = L_{cp} - b$  com  $L_{cp}$  sendo a largura do corpo de prova.

### 2.3.2 Integral J

A metodologia proposta inicialmente por Eshelby [39], tem como base o teorema da conservação de energia por meio de integrais independentes do caminho, mas foi Rice [40] que aplicou os conceitos de integrais de caminho independente para o contorno de uma trinca. Considerando um caminho arbitrário ( $\Gamma$ ) que circunda a ponta da trinca, Rice foi o primeiro a aplicar tal estudo em um problema de mecânica da fratura para um caso bidimensional. É possível ver, na Figura 2.9, a exemplificação do estudo de Rice.

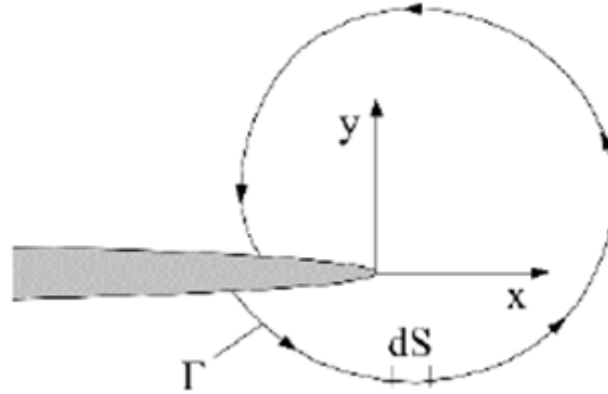


Figura 2.9: Caminho de integração arbitrário na ponta da trinca [29]

A formulação encontrada ao analisar o problema está exposta na equação (2-12).

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} dS \right) \quad (2-12)$$

onde  $\Gamma$  é o caminho arbitrário,  $W$  é a densidade de energia de deformação,  $T_i$  é o componente do vetor tração,  $u_i$  é o componente do vetor deslocamento,  $dS$  é o diferencial de linha ao longo do contorno  $\Gamma$ .

A Integral  $J$  pode ser entendida fisicamente com a taxa de liberação de energia potencial do sistema em relação à variação do comprimento da trinca. Medina [22] ressalta que, em casos de materiais de comportamento linear elástico, o parâmetro  $J$  equivale à taxa de liberação de energia potencial  $G$ .

## 2.4 Mecânica da Fratura Computacional

O estudo da Mecânica da Fratura está relacionado com a descrição quantitativa de um estado mecânico num corpo elástico contendo uma ou mais trincas. De acordo com Vera-Tudela [41], para descrever um sistema em particular, desenvolve-se um modelo matemático para então utilizar análise numérica ou métodos matemáticos para encontrar a sua solução.

Para solucionar problemas de Mecânica da Fratura é necessário calcular o fator de intensidade de tensões. Em situações que envolvem a possibilidade de simplificação de problemas complexos, ou até mesmo problemas com



configurações geométricas e carregamentos simples, o valor do  $FIT$  pode ser obtido baseado em valores tabelados, como mostrado por Sih [42] e Rooke e Cartwright [43]. Nos demais casos, métodos analíticos ou semi-empíricos são empregados para solucioná-los, como o método da superposição ou o método das funções de Green. Porém, para resultados mais precisos e com maior qualidade, é necessário o uso de métodos numéricos, sejam eles por meio do método de elementos finitos (MEF) ou método dos elementos de contorno (MEC).

Miranda [44] afirma que, embora o método de elementos de contorno apresente uma maior facilidade quanto a modelagem, o método dos elementos finitos é mais amplamente usado. Ele ainda comenta que nos casos em que o modelo é discretizado em elementos finitos, o  $FIT$  é calculado usando elementos apropriados para avaliação da direção de propagação na ponta da trinca. Assim, é possível simular a sua propagação, através de pequenos e sucessivos incrementos, até que a trinca atinja os limites de plasticidade ou tenacidade, ou que tenha um tamanho considerável de trinca.

Barbosa [45] relata que a cada novo incremento de trinca a malha do modelo de elementos finitos pode ser refeita localmente ou globalmente com a utilização de técnicas adaptativas de análise. Na literatura há duas principais técnicas de análise computacional para trincas. Para trincas estacionárias, recomenda-se o uso do método dos Elementos Finitos Especiais [46]; [47], e para trincas de propagação dinâmica, o método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM) [9].

### 2.4.1

#### Método da Superposição

Este método é o mais utilizado para se obter o fator de intensidade de tensões devido sua simplicidade, e fornece valores exatos. Nele são consideradas geometrias simples e o desmembramento de carregamentos complexos em uma combinação de casos simples para a mesma geometria. Dessa forma, é feita uma sobreposição (soma) do fator  $K$  de todas as configurações encontradas e assim obtendo a solução final. Entretanto, uma fonte de erro presente neste método envolve as simplificações adotadas para os carregamentos complexos, em que algumas vezes, não são precisos.

De acordo com Bueckner [48], há uma equivalência entre os fatores de intensidade de tensão provenientes de carregamentos externos aplicados em um corpo e os resultantes de trações internas na superfície da fratura. E assim, através do método da superposição, o fator  $K$  para a fratura em um corpo com carregamento pode ser calculado considerando que a fratura está presente no

mesmo corpo descarregado, mas com as trações aplicadas somente na superfície da fratura.

### 2.4.2

#### Método das Funções de Green

As funções de Green são definidas como o comportamento de um sistema devido a ação de um impulso gerado pela presença de uma carga pontual [49]. Como estas funções carregam consigo todos os dados importantes para o sistema em questão, as funções de Green podem ser utilizadas para resolvê-lo admitindo a ação de qualquer carregamento, onde ele é composto por respostas individuais para cada impulso gerado, de forma independente.

Considerando um problema onde há cargas pontuais atuando na superfície de uma fratura, ao utilizarmos a função de Green podemos obter as soluções para os fatores de intensidade de tensões para qualquer sistema com a mesma geometria.

Assim, a expressão do fator de intensidade de tensões para uma fratura pode ser escrita, admitindo o uso da função de Green, conforme a equação (2-13) abaixo.

$$K = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_a p(x) G(x) dx \quad (2-13)$$

com  $a$  sendo o comprimento da fratura;  $p(x)$  é a pressão atuante na superfície da fratura e  $G(x)$  a função de Green.

### 2.4.3

#### Método dos Elementos Finitos

Como falado anteriormente, o MEF é o método numérico mais usado para problemas da mecânica da fratura. De acordo com Barbosa [45], esse método baseia-se em aproximar a solução dividindo a geometria do problema em elementos menores, onde a aproximação da solução exata é dada pela interpolação de uma solução aproximada.

Ao considerar um sólido com a ação de um carregamento formado por forças de volume ( $b_i$ ) e forças de superfície ( $t_i$ ), com o Princípio dos Trabalhos Virtuais, e admitindo um problema elástico linear, temos a equação (2-14):

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} b_i \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma} t_i \delta u_i d\Gamma \quad (2-14)$$

onde  $\sigma_{ij}$  e  $\delta\varepsilon_{ij}$  são os componentes das tensões reais e das deformações virtuais,  $t_i$  são os componentes das forças de superfície aplicadas,  $b_i$  são os componentes da força de volume,  $u_i$  e  $\delta u_i$  são os componentes dos deslocamentos reais e virtuais,  $\Omega$  é o domínio do problema e  $\Gamma$  é o contorno com forças de superfície conhecidas.

Inicialmente o domínio é dividido em elementos menores, que para a elasticidade plana estes elementos possuem formas triangulares e quadrilaterais [50]. Cada um desses elementos possui funções de interpolação para a aproximação dos deslocamentos reais (equação (2-15)) e virtuais (equação (2-16)).

$$u = \sum_{n=1}^m M^n(\xi, \eta) u^n = [M^e] [u^e] \quad (2-15)$$

$$\delta u = \sum_{n=1}^m M^n(\xi, \eta) \delta u^n = [M^e] [\delta u^e] \quad (2-16)$$

com  $M^n(\xi, \eta)$  sendo as funções de interpolação,  $u^n$  e  $\delta u^n$  são os componentes dos deslocamentos de cada elemento, e  $m$  é a ordem de aproximação do polinômio.

Para relacionar os deslocamentos reais e virtuais com suas respectivas deformações, usa-se a equação (2-17) e virtuais equação (2-18).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^m B^n u^n = [B^e] [u^e] \quad (2-17)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_{xx} \\ \delta\varepsilon_{yy} \\ \delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^m B^n \delta u^n = [B^e] [\delta u^e] \quad (2-18)$$

com  $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$  e a matriz  $B^n$  é expressa pela eq. (2-19).

$$B^n = \begin{bmatrix} \frac{\partial M^n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial M^n}{\partial y} \\ \frac{\partial M^n}{\partial y} & \frac{\partial M^n}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

Cook et. al [51] explicam que a Lei de Hooke generalizada pode ser utilizada para estabelecer a relação tensão-deformação em cada elemento, sendo escrita conforme a equação (2-20).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \sum_{n=1}^m B^n u^n = [D^e] [B^e] [u^e] \quad (2-20)$$

no qual  $[D]$  é a matriz constitutiva de acordo com o tipo de problema. Para problemas em estado plano de tensão encontra-se na forma da equação (2-21); já para estado plano de deformação temos a equação (2-22).

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{vmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{vmatrix} \quad (2-21)$$

$$[D] = \frac{E}{(1-\nu)(1-2\nu)} \begin{vmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{vmatrix} \quad (2-22)$$

onde  $E$  é o modulo de elasticidade do material e  $\nu$  seu coeficiente de Poisson.

Substituindo as equações (2-15), (2-16), (2-17) e (2-18) na equação (2-14) e sabendo que a solução deve ser válida para qualquer deslocamento virtual arbitrário, obtêm-se a equação (2-23).

$$\int_{\Omega_e} [B^e]^T [D^e] [B^e] d\Omega_e [u^e] = \int_{\Omega_e} [M^e]^T [b^e] d\Omega_e + \int_{\Gamma_e} [M^e]^T [t^e] d\Gamma_e \quad (2-23)$$

Adotando:

$$[K^e] = \int_{\Omega_e} [B^e]^T [D^e] [B^e] d\Omega_e \quad (2-24)$$

$$[F_b^e] = \int_{\Omega_e} [M^e]^T [b^e] d\Omega_e \quad (2-25)$$

$$[F_t^e] = \int_{\Gamma_e} [M^e]^T [t^e] d\Gamma_e \quad (2-26)$$

$$[F^e] = [F_b^e] + [F_t^e] \quad (2-27)$$

pode-se reescrever o sistema de equações para cada elemento ((2-23)) como mostrado na equação (2-28).

$$[K^e] [u^e] = [F^e] \quad (2-28)$$

e o sistema global formado pela contribuição de todos os elementos irá resultar na relação base do MEF, conforme a equação (2-29).

$$[K] [u] = [F] \quad (2-29)$$

com  $[K]$  sendo a matriz de rigidez,  $[u]$  sendo o vetor deslocamento e  $[F]$  o vetor força.

#### 2.4.3.1

##### Método dos Elementos Especiais

Coelho [52] explica que, para problemas de mecânica da fratura, o uso de MEF para obter uma resolução aceitável muitas vezes trazem dificuldades. Kuna [53] relata que o principal motivo está em como determinar o comportamento da singularidade em forma numérica.

Para problemas de Mecânica da Fratura Computacional, Shih et. al [54] recomendam a utilização de elementos mais elaborados, como o elemento lagrangeano biquadrático de 09 nós para problemas bidimensionais e o elemento de 27 nós para problemas tridimensionais. Outros elementos também utilizados são os de 08 e de 20 nós para análise bi e tridimensional, respectivamente, apresentados na Figura 2.10.

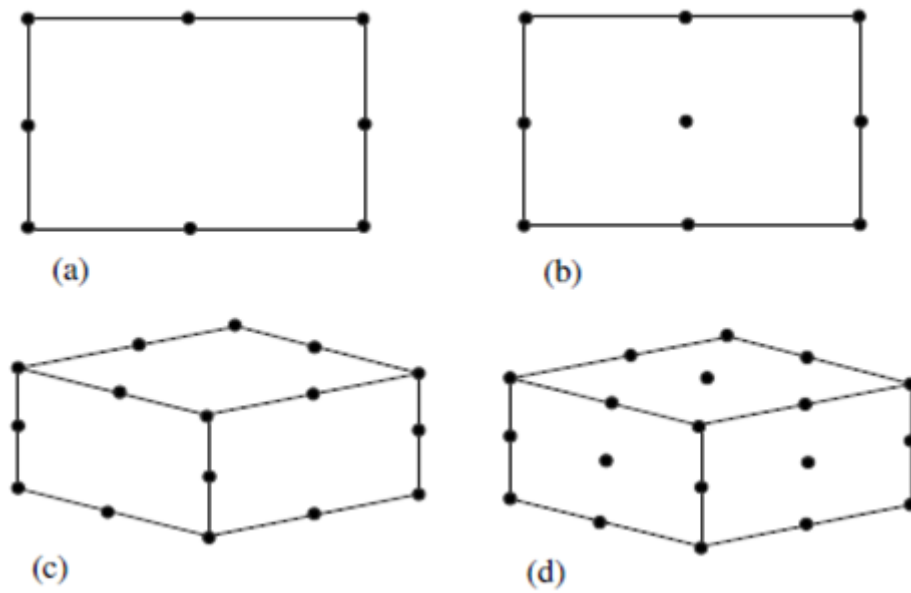


Figura 2.10: Elementos finitos para a análise de Mecânica da Fratura; Elementos bidimensionais: (a) 8 nós e (b) 9 nós; Elementos tridimensionais: (c) 20 nós e (d) 27 nós

[55]

Coelho [52] ainda diz que, apesar do desenvolvimento de elementos de alta ordem que permitem verificar a singularidade no campo de tensão e deformação, quando se fala em trincas e sua propagação esses elementos são ineficazes, como pode ser visto nos trabalhos de Owen e Fawkes [56] e Kuna [53].

Barsoum [47] e Henshell e Shaw [46] desenvolveram, de forma independente, elementos isoparamétricos que representassem o devido comportamento da singularidade na ponta da trinca. Estes elementos receberam o nome de quarter-point, pois apresentam os nós centrais das faces posicionados a uma distância de  $1/4$  da ponta da trinca. Desta maneira, as tensões e deformações apresentam uma singularidade na forma  $\sigma \propto \sqrt{r}$ , onde  $r$  é a distância radial a partir da ponta de trinca, vide Figura 2.11.

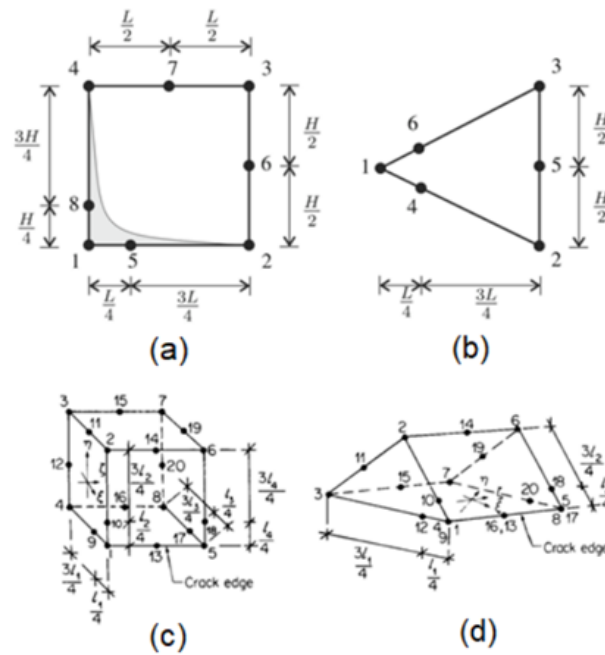


Figura 2.11: Elementos com deslocamentos de nós intermediários. (a) Elemento retangular de 8 nós; (b) Elemento triangular de 6 nós; (c) Elemento hexaédrico de 20 nós e (d) Elemento prismático de 20 nós

[52]

Para Barsoum [47], os elementos triangulares e prismáticos apresentam os melhores resultados pois, além deles poderem ser posicionados ao redor da ponta da trinca, gerando assim a chamada roseta (ver Figura 2.12), é possível encontrar singularidades tanto no interior quanto no contorno do elemento.

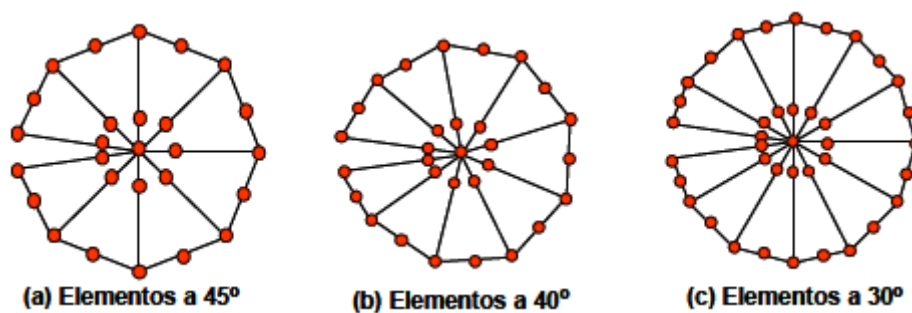


Figura 2.12: Rosetas de elementos finitos. (a) Roseta padrão; (b) Roseta com elementos a  $40^\circ$ ; (c) Roseta com elementos a  $30^\circ$

[57]

Santana [55] mostra que é possível o uso de elementos quadrilaterais com as mesmas características dos triangulares, basta colapsar os nós intermediários

das duas arestas adjacentes em um único nó com coordenada coincidente com a ponta da trinca, conforme pode ser visto na Figura 2.13.

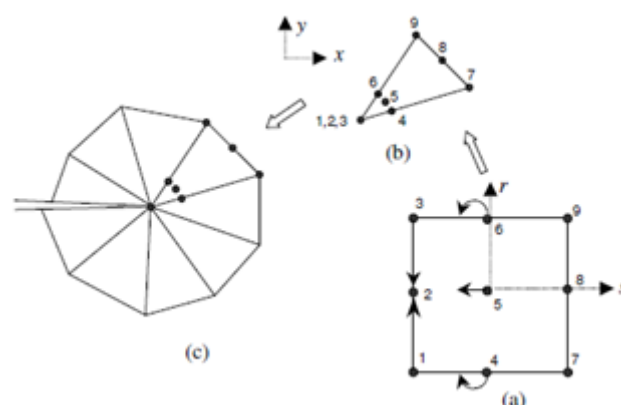


Figura 2.13: Construção da roseta de elementos singulares. (a) Espaço de coordenadas naturais; (b) Espaço físico; (c) Elementos na ponta da trinca.

[55]

De forma análoga, o elemento hexaédrico pode ser colapsado e irá resultar no elemento prismático de 20 nós, exemplificado na Figura 2.11(d)

### 2.4.3.2

#### Método dos Elementos Finitos Estendidos

Admitindo, como hipótese, que o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) representa o comportamento de materiais fraturados que não estejam com faces submetidas a forças de superfícies. Belytschko e Black [9] desenvolveram o Método dos Elementos Estendidos (XFEM), ao se basear no trabalho de partição de unidade proposto anteriormente por Melenk e Babuska [10]. Desta forma, segundo Martínez [57], é possível modelar a singularidade e suas descontinuidades de maneira independente da malha.

Santana [55] explica que o modelo numérico decorrente deste método irá apresentar três tipos de elementos: os elementos enriquecidos, os elementos não enriquecidos e os elementos parcialmente enriquecidos (blending). Por ter elementos do tipo blending, aproximações por termos parasitários são decorrentes, reduzindo assim a precisão do método.

Para contornar, Moës et. al [58] acrescentaram a função Heaviside ao método inicial, assim podendo representar a descontinuidade ao longo das faces fraturadas e eliminando a geração de novas malhas para fraturas de grande curvatura. Barbosa [45], ainda diz que quando a ponta da trinca não coincide com a borda do elemento, é necessário enriquecer os nós com



funções assintóticas, pois somente a função Heaviside não consegue representar a singularidade de forma adequada.

Bendezú [59] relata que a parte mais importante para implementação do método está justamente na escolha de quais nós devem ser enriquecidos, bem como definir, avaliar e realizar as funções de enriquecimento e integração numérica.

O campo de deslocamento de MEF ((2-15)) também pode ser visualizado como na equação (2-30).

$$u(x) = \sum_{i=1}^n u_i N_i(x) \quad (2-30)$$

com  $N_i$  sendo a função de forma associada ao nó,  $u_i$  sendo o grau de liberdade no nó e  $n$  a quantidade de nós do modelo.

Já para o XFEM ser implementado, na equação (2-30), são necessárias a função Heaviside para enriquecer os elementos em que a fratura passará por completo, e a função assintótica utilizada para modelar a singularidade na ponta da fratura. Resultando assim, na equação (2-31).

$$u(x) = \sum_{i=1}^n u_i N_i(x) + \underbrace{\sum_{i=1}^m c_i N_i(x) H(x)}_{\text{Função Heaviside}} + \underbrace{\sum_{i=1}^k N_i(x) \left( \sum_{l=1}^4 c_i^l F_l(x) \right)}_{\text{Função Assintótica}} \quad (2-31)$$

onde  $m$  é a quantidade de nós nos elementos cortados,  $c_i$  é o grau de liberdade adicionado a estes nós,  $k$  é a quantidade de elementos na ponta da fratura,  $c_i^a$  é o grau de liberdade adicionado aos nós destes elementos e  $F_a(x)$  representa as funções assintóticas para modelar o comportamento na ponta da fratura.

A função Heaviside é definida pela equação (2-32).

$$H(x) = \begin{cases} +1 & , \text{ se } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1 & , \text{ se } (x - x^*) \cdot n < 0 \end{cases} \quad (2-32)$$

onde  $x$  é qualquer ponto ou ponto de integração,  $x^*$  é a projeção desse ponto na superfície da fratura e  $n$  é o vetor unitário normal à fratura. A Figura 2.14 exemplifica uma malha com enriquecimento de nós pelas funções *Heaviside* e *Assintóticas*.

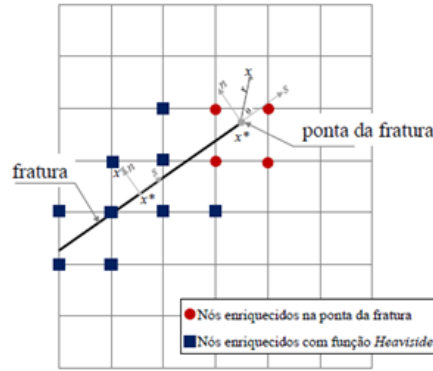


Figura 2.14: Esquema de enriquecimento dos nós em uma malha de elementos finitos

[59]

O conjunto de funções assintóticas para materiais elásticos e isotrópicos foi estabelecido por Sukumar et. al [60] e pode ser visto pela equação (2-33).

$$[F_a(r, \theta)]_{\alpha=1}^4 = \begin{bmatrix} \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) & \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) & \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

onde  $(r, \theta)$  são as coordenadas polares na ponta da fratura, sendo que  $r$  representa o menor comprimento de vetor que se estende para fora da fratura e  $\theta$  é o ângulo resultante da transformação de coordenadas retangulares para polares. Uma exemplificação do sistema de coordenadas pode ser vista de forma mais detalhada na Figura 2.15.

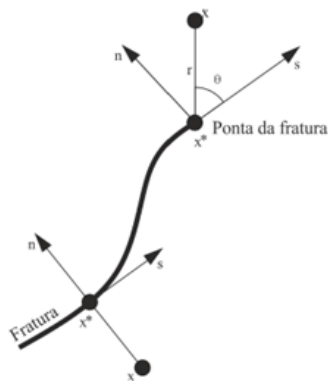


Figura 2.15: Sistema de coordenadas polares na ponta da fratura e coordenadas tangenciais na trajetória de propagação da fratura

[57]

Martínez [57] relata que o primeiro termo do conjunto de funções da equação (2-33),  $(\sqrt{r} \sin(\frac{\theta}{2}))$ , é o responsável por descrever a descontinuidade sobre a superfície da fratura, bem como representar o fenômeno ao longo do comprimento, este termo é condicionado conforme a equação (2-34). Os demais termos são necessários para melhorar a aproximação da solução na ponta da fratura.

$$\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \begin{cases} \sqrt{r} & , \text{ se } \theta = \pi \\ -\sqrt{r} & , \text{ se } \theta = -\pi \end{cases} \quad (2-34)$$

para demonstrar a superfície inferior  $\theta = -\pi$ , para a direção da fratura  $\theta = 0rad$  e para a superfície superior  $\theta = \pi$ .

Barbosa [45] explica que para modelos com base no MEF, a matriz de rigidez é calculada a partir de integrações numéricas. Bendezú [59] acrescenta que para os modelos que utilizam o XFEM como base, os elementos que sofrem fratura devem sofrer uma modificação na quadratura numérica.

Belytschko et. al [61] propuseram uma integração de subdomínios, assim o elemento é subdividido em quadriláteros ou triângulos menores, com parte da fratura sendo uma das arestas do subdomínio (Figura 2.16). Silva [62], discorre que para este tipo de problema, o domínio é representado como o somatório de todos os subdomínios a serem integrados.

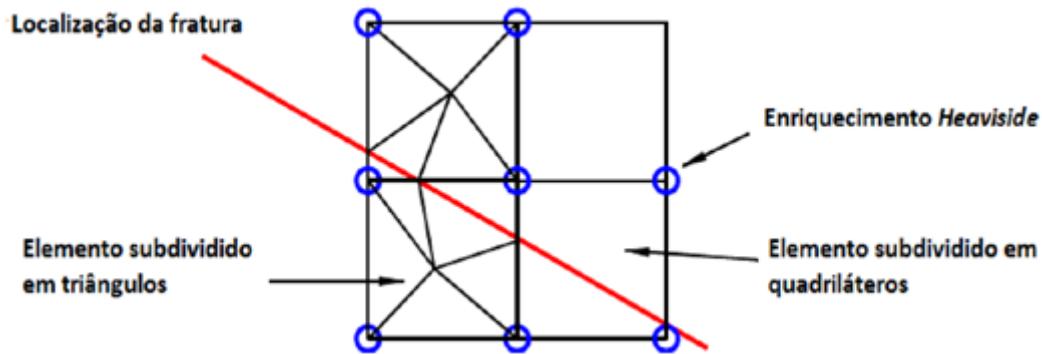


Figura 2.16: Subdivisão dos elementos para integração  
[45]

De acordo com Song et. al [63], ao analisar materiais não-lineares é aconselhável seccionar o elemento em dois e implementar um esquema de integração com apenas um ponto de Gauss fixo por elemento. Na Figura 2.17, é possível observar os dois tipos de esquemas de integração.

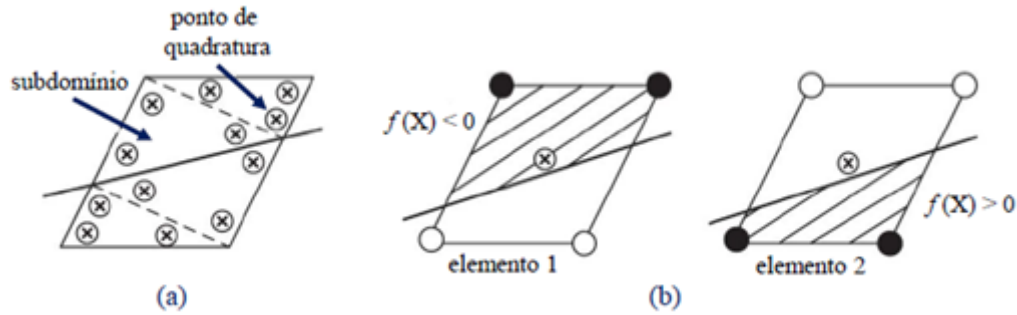


Figura 2.17: Esquema de integração numérica: (a) de subdomínio; (b) com um ponto de Gauss fixo

[63]

O esquema proposto por Song et. al [63] tem como finalidade garantir o controle dos modos de energia nula, ao sobrepor os efeitos forças nodais. Giner et. al [64] ressaltam que durante todo o processo de propagação da trinca, as conectividades e topologia da malha são mantidas e que a subdivisão do elemento ocorre somente para integração numérica.

### 2.4.3.3 Método dos Nós Fantasma (PNM)

Uma dificuldade ao modelar usando o XFEM é prever o comportamento da trinca que passa pelo interior de um elemento, assim, Song et. al [63] propuseram uma nova metodologia baseada no XFEM. Nesta, as funções de interpolação nos elementos fraturados apresentam as mesmas características dos elementos não fraturados. Marco et. al [65] explicam que a diferença consiste em que o PNM não é baseado em um enriquecimento do modelo com graus de liberdade adicionais.

Como falado anteriormente, quando uma trinca atravessa o elemento, este é duplicado. Então Marco et. al [65], relatam que a conectividade nodal entre os elementos é modificada, entrelaçando os elementos a cada lado da fissura (Figura 2.18).

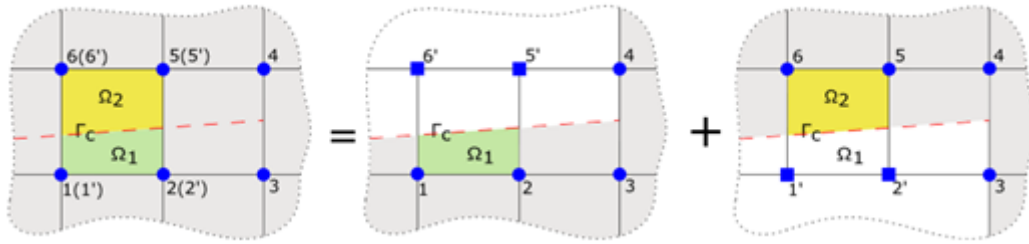


Figura 2.18: Esquema de modelagem de fissuras utilizando o Método dos Nós Fantasma

[65]

Os nós pertencentes aos novos elementos, mas que não possuem conectividade com a malha anterior, são chamados de nós fantasmas. Na Figura 2.18 é possível observar que a fratura dividiu o elemento em 2 subdomínios, apresentando assim, nós reais (em círculos) e nós fantasmas (em quadrados). A conectividade entre os nós 3 e 4 continua ativa até que a propagação atinja o elemento em que esses nós estão inseridos.

Song et. al [63], contam que a aproximação do campo de deslocamentos através da fratura é definida como a diferença entre os campos de deslocamentos gerados nos dois elementos formados pela fratura, conforme a equação (2-35).

$$u(x) = \sum_{i \in \Omega_1} u_i N_i(x) H(-f(x)) + \sum_{i \in \Omega_2} u_i N_i(x) H(f(x)) \quad (2-35)$$

com  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  sendo os subdomínios inferior e superior, respectivamente. Assim, a integração numérica é feita em cada um dos subdomínios separadamente, sendo a fissura um dos limites do subdomínio. Portanto, os subdomínios integrados correspondem ao domínio anterior do problema.

Bendezú [59] alerta que embora o XFEM seja adequado para modelar o campo de tensões e deformações ao redor da ponta de uma fratura, a técnica dos nós fantasmas só se aplica à representação de fraturas associadas ao modelo de zona coesiva, com o campo de tensões singulares substituído por forças coesivas.

### 3

## Fratura Óssea

Os conceitos de mecânica da fratura podem ser aplicados a uma infinidade de materiais. Apesar do osso ter uma aparência simples, sua estrutura é heterogênea, complexa e dinâmica e, por isso, tentar prever o comportamento de uma fratura em um tecido vivo como o osso é um trabalho árduo. Dessa forma, os conceitos pertinentes à mecânica da fratura devem ser aplicados em auxílio à previsão.

Os ossos são órgãos esbranquiçados e duros que, unindo-se aos outros por intermédio das articulações, constituem o esqueleto. É uma forma especializada de tecido conjuntivo cuja principal função é sustentar o corpo e proteger órgãos de alta importância contra traumatismos externos.

Neste capítulo, serão explanadas as principais características da estrutura óssea, iniciando nas células que constituem os tecidos ósseos; seguindo com tecidos que formam os principais tipos de ossos; passando pelas diferentes formas de fraturas; e concluindo com estudos que aplicam a metodologia da Mecânica da Fratura na análise do comportamento de trincas em ossos.

### 3.1

#### Células do Tecido Ósseo

Segundo Junqueira e Carneiros [66], o tecido ósseo é formado por três diferentes tipos de células, cada uma com sua finalidade. Os osteócitos são necessários para a manutenção da matriz óssea, enquanto os osteoblastos sintetizam a parte orgânica da matriz, e os osteoclastos participam do processo de remodelação óssea. Na Figura 3.1 é representado um esquema de ossificação intramembranosa, onde pode ser observada a posição de cada uma dessas células em relação a matriz óssea.

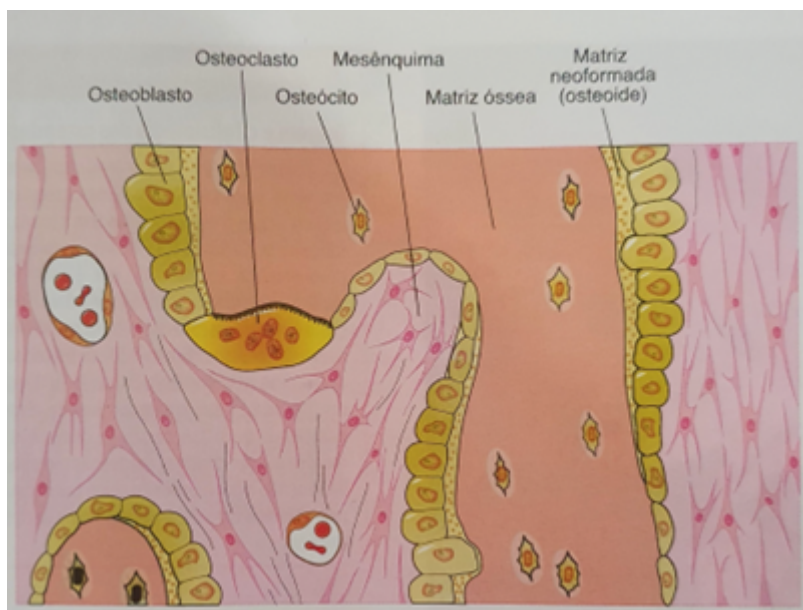


Figura 3.1: Esquema de ossificação  
[66]

### 3.1.1 Osteócitos

De acordo com Junqueira e Carneiros [66], os osteócitos são células encontradas em cavidades ou lacunas no interior da matriz óssea, sendo que em cada lacuna é encontrado somente um osteócito. De forma geral, os osteócitos são células achatadas que indicam pequena atividade sintética, isso ocorre pelo fato dessas células possuírem pequena quantidade de retículo endoplasmático granuloso, complexo de Golgi pouco desenvolvido e núcleo de cromatina condensada.

Ao fim de sua vida útil, as células osteócitos são reabsorvidas pela matriz óssea, sendo assim, apesar da indicação de baixa atividade sintética, elas são necessárias para a manutenção da matriz. A Figura 3.2 representa uma fotomicrografia de parte de um tecido ósseo, nela pode ser observada as lacunas com ramificações, chamadas de canaliculos, que servem para estabelecer uma comunicação entre os osteócitos, permitindo transportes de moléculas e íons entre eles e os capilares sanguíneos.

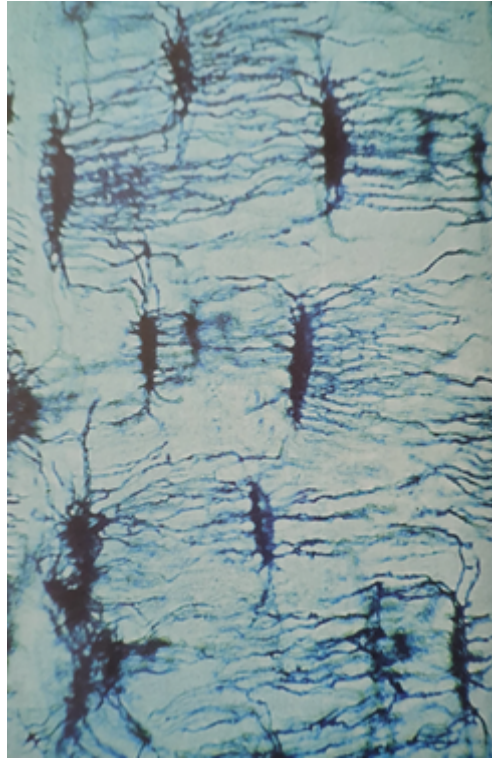


Figura 3.2: Fotomicrografia do tecido ósseo seco e desgastado  
[66]

### 3.1.2 Osteoblastos

Mundy et. al. [67] caracterizam osteoblastos como células dispostas na superfície óssea, sempre lado a lado, como no arranjo exemplificado na Figura 3.1. São responsáveis pela síntese da parte orgânica da matriz óssea e, quando estão em alta atividade sintética, possuem formas cuboídes e com o citoplasma rico em basófilos. Já em estado pouco ativo, eles murcham tornando-se achatados e a basofilia citoplasmática diminui.

Quando a matriz se deposita ao redor do corpo da célula, após a sintetização orgânica, seus prolongamentos acabam por formar as lacunas e os canalículos. Uma vez que os osteoblastos ficam envoltos na matriz recém-formada, passam a ser chamados de osteócitos, e a matriz recém-sintetizada e que ainda não está calcificada recebe o nome de osteoide.

### 3.1.3 Osteoclastos

Teitelbaum [68], diz que o osteoclasto é um dos tipos de células mais especializada do corpo humano, responsável pela remodelação e reabsorção



do tecido ósseo. São células móveis, com grande tamanho (em comparação as outras células), multinucleadas e com ramificações muito irregulares, com formas e espessuras variáveis.

Estas células possuem citoplasma granuloso, com certa presença de vacúolos, que enquanto jovens são fracamente basófilos, já quando maduros são acidófilos. A Figura 3.3 traz a representação gráfica de um processo de reabsorção óssea, em que a matriz óssea é removida e capturada pelo o citoplasma dos osteoclastos e o produto da degradação é transferido para os capilares sanguíneos.

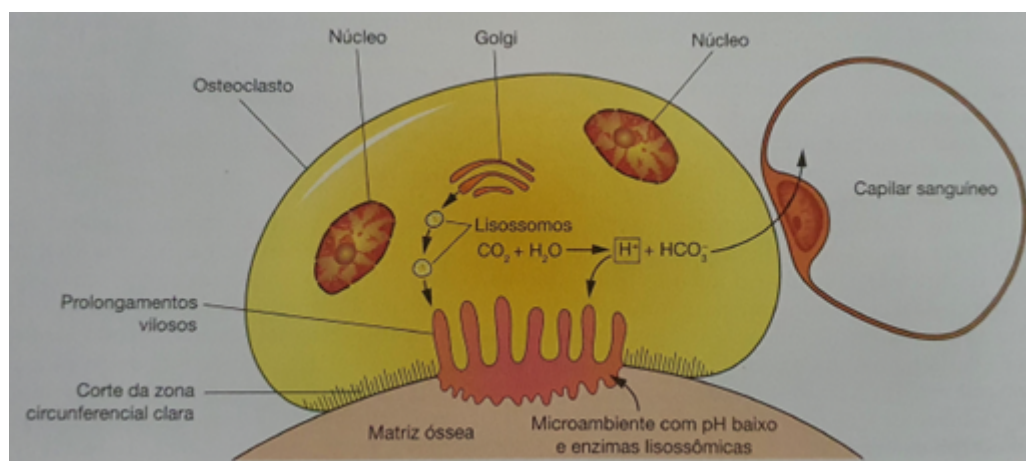


Figura 3.3: Esquema de reabsorção óssea  
[66]

### 3.2 Tecido Ósseo

Segundo Cohen [69], a matriz óssea é formada por uma parte inorgânica e uma parte orgânica. A primeira parte é composta, em sua maioria, por íons de fosfato e cálcio, e a interação entre eles acaba gerando cristais que têm a estrutura semelhante com a da hidroxiapatita presente nos minerais das rochas. Já a parcela orgânica é formada basicamente por fibras colágenas. A associação da hidroxiapatita presente na parte inorgânica, com as fibras colágenas, da parte orgânica, traz ao tecido ósseo rigidez e resistência.

Ao observar a olho nu um osso serrado, é facilmente perceptível que o osso é formado por duas partes distintas (Figura 3.4). A primeira é lisa, sem cavidades visíveis, chamada de osso compacto ou cortical. A segunda é rica em cavidades intercomunicantes e recebe o nome de osso esponjoso. Junqueira e Carneiros [66], ressaltam que esta é uma classificação macroscópica, pois

histologicamente existem dois tipos de tecidos ósseo: o imaturo ou primário; e o maduro, secundário ou lamelar.

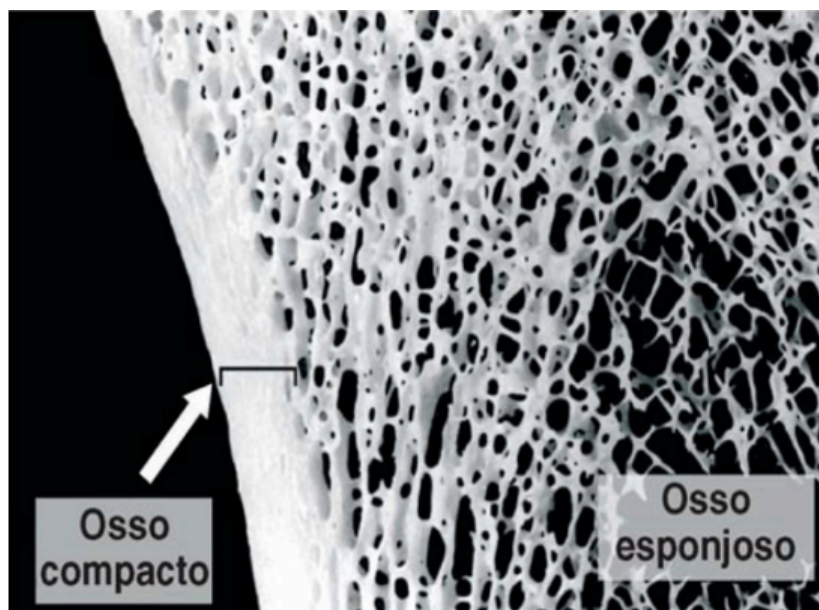


Figura 3.4: Corte grosso de um osso seco, que ilustra o osso cortical compacto e o osso esponjoso

[66]

### 3.2.1

#### Tecido Ósseo Primário ou Imaturo

Embora os dois tipos de tecidos apresentem as mesmas células e os mesmos constituintes da matriz, o tecido primário é o primeiro tecido que aparece tanto no desenvolvimento embrionário como na reparação de fraturas. É um tecido rico em fibras colágenas dispostas de forma aleatória sem nenhum tipo de organização.

À medida que o organismo vai envelhecendo, este tipo de tecido vai sendo substituído pelo secundário. Em indivíduos na fase adulta o tecido imaturo é pouco encontrado, presente somente próximos a suturas dos ossos do crânio, nos alvéolos dentários e em alguns tendões [66].

### 3.2.2

#### Tecido Ósseo Secundário ou Maduro

Com a substituição do tecido imaturo pelo maduro, este tipo é mais comumente encontrado em ossos adultos. A principal diferença entre eles é em relação a organização das fibras colágenas. Enquanto no primário elas estão dispostas em várias direções sem organização definida, no secundário as fibras

se organizam em lamelas, que ficam paralelas umas às outras ou concêntricas ao redor de canais com vasos.

Este sistema de organização é chamado pela literatura de sistema de Havers ou ósteons, e consiste em um canal central (canal de Havers) por onde passam capilares sanguíneos e/ou nervos, rodeados de lamelas ósseas. Geralmente, entre lamelas situam-se as lacunas que contêm os osteócitos. Estes sistemas são separados uns dos outros, por uma camada de substância cimentante pobre em colágeno (Figura 3.5).

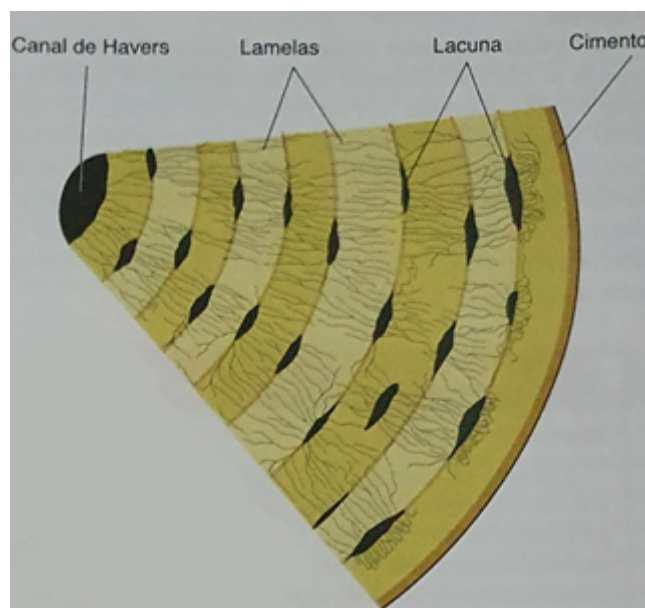


Figura 3.5: Esquema de parte de um sistema de Havers  
[66]

Cada ósteon é formado por cerca de 4 a 20 lamelas ósseas concêntricas e se assemelha a um cilindro longo. Os canais de Havers se comunicam entre si, com a cavidade medular e com a superfície externa do osso por canais transversais ou oblíquos chamados canais de Volkmann, estes se diferenciam dos de Havers por não possuírem lamelas concêntricas. Na Figura 3.6 é possível observar a representação do sistema de Havers presentes em ossos longos.

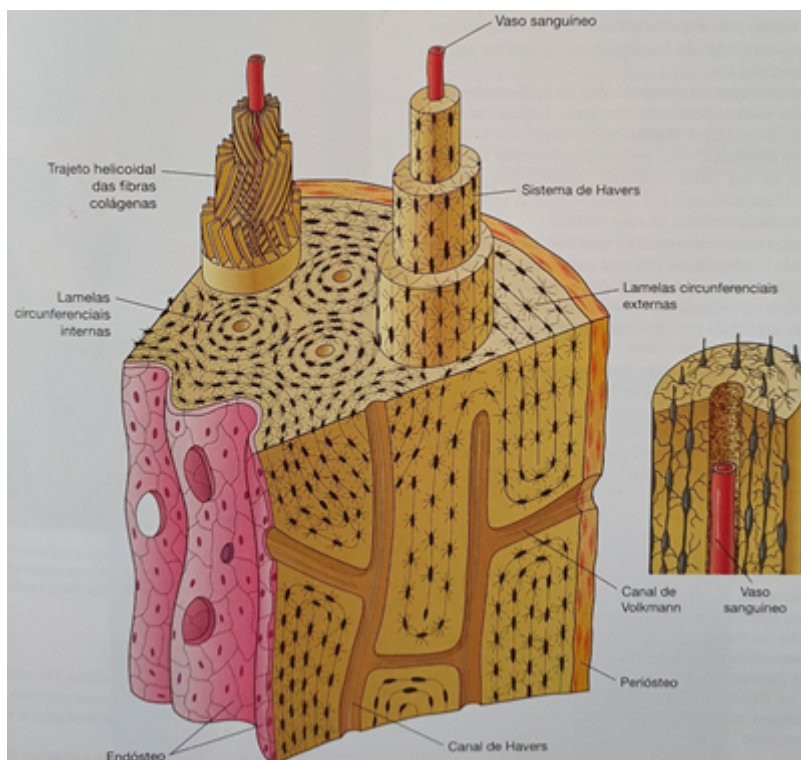


Figura 3.6: Esquema da parte cilíndrica de um osso longo  
[66]

Junqueira e Carneiro [66] acrescentam que as superfícies internas e externas dos ossos são recobertas por celular osteogênicas e tecido conjuntivo, e recebem o nome de endóstio, pelo lado interno, e perióstio, pelo lado externo.

### 3.3 Tipos de Ossos

Dangelo e Fattini [70] mostram que os ossos podem ser classificados morfológicamente quanto à posição topográfica e quanto à sua geometria e estrutura.

A primeira classificação, quanto à posição topográfica, é uma classificação mais geral e depende da sua posição em relação ao esqueleto. Ossos da cabeça, pescoço e tronco são ditos como ossos axiais, já os ossos dos membros inferiores e superiores são classificados como ossos apendiculares.

A classificação quanto à forma é mais precisa, pois depende da predominância de alguma dimensão do osso. Assim, Sobotta [71] traz a seguinte classificação:

- Ossos longos: aqueles que apresentam um comprimento consideravelmente maior que a largura e com cavidade medular em seu interior.

(Ex.: fêmur e úmero)

- Ossos curtos: ossos que possuem equivalência no comprimento, largura e espessura. (Ex.: ossos do tarso e do carpo)
- Ossos planos ou laminares: possuem comprimento e larguras equivalentes e com predominância sobre a espessura. (Ex.: esterno e escápula)
- Ossos pneumáticos: ossos que apresentam cavidades revestidas de mucosa e preenchidas com ar. (Ex.: frontal, maxilar e temporal)
- Ossos irregulares: ossos de morfologia complexa, sem forma definida. (Ex.: vértebras e mandíbula)
- Ossos sesamoides: ossos que se desenvolvem em alguns tendões sujeitos à tensão. (Ex.: patela e pisiforme)
- Ossos acessórios ou suturais: este tipo não é encontrado em todas as pessoas, são ossos localizados nas suturas ou articulações do crânio.

Dangelo e Fattini [70] acrescentam uma outra classificação quanto à forma, relacionada aos ossos chamados de alongados. Estes apresentam características semelhantes aos longos, porém sem a cavidade medular no seu interior, ossos como as costelas e clavículas são exemplos desse tipo.

Vários autores sobre anatomia e morfologia humana ([70]; [72]; [71]; [73]), destacam características marcantes em alguns tipos de ossos.

Os ossos longos, por exemplo, possuem uma estrutura peculiar, suas extremidades ou epífises são formadas por uma fina camada de osso compacto que engloba o osso esponjoso. Já sua parte cilíndrica ou diáfise é majoritariamente compacta com uma pequena quantidade de osso esponjoso no seu interior, e a cavidade medular é ocupada por medula óssea (Figura 3.7).

Os ossos curtos possuem todo o centro esponjoso, sendo recobertos em sua periferia por uma camada compacta. Os ossos laminares possuem duas camadas de osso compacto, uma interna e outra externa, separadas por osso esponjoso, na abóboda craniana essa substância esponjosa é chamada de díploe.

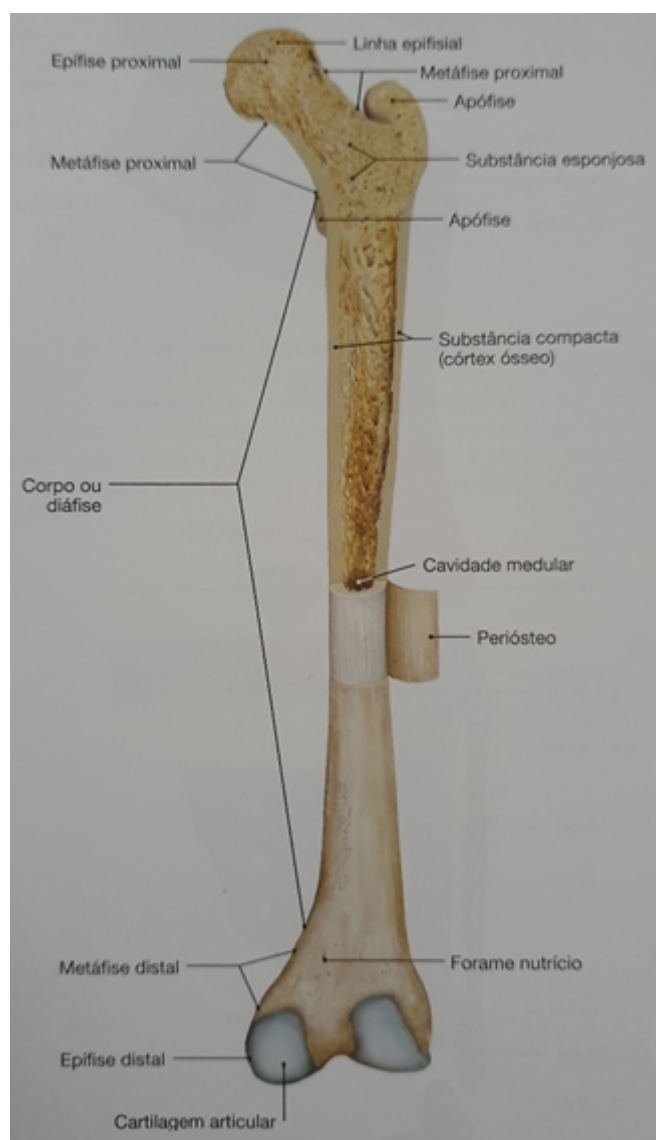


Figura 3.7: Estrutura de um osso longo  
[71]

### 3.4

#### Tipos de Fratura Óssea

Quando um corpo é submetido a uma força, ele tende a deformar, ao retirar a força dentro de um certo limite, o material volta ao seu estado original. Porém, se a força aumentar a ponto que ultrapasse o limite de deformação, o corpo irá romper dando início ao processo de fraturamento. No osso ocorre da mesma maneira.

A Sociedade Brasileira de Ortopedia e Traumatologia (SBOT) diz que as forças, que ocasionam a deformação no osso, podem ocorrer de forma direta ou indireta. No primeiro caso, ocorre quando um indivíduo recebe um golpe

na perna e acaba fraturando a tíbia. A segunda forma ocorre quando uma pessoa se desequilibra e apoia a mão ao cair; nesse caso, o impacto aplicado é percorrido pelo membro superior e acaba por fraturar cotovelo, ombro ou clavícula.

A SBOT afirma que o termo “fratura” é muito genérico e é preciso mais especificações que melhor caracterizem a lesão. Assim, ela sugere a seguinte classificação de acordo com:

- O isolamento do foco na fratura:
  - Fechada – quando o osso não possui comunicação com meio externo.
  - Exposta – quando há comunicação do foco com o meio externo.
- O traço da fratura:
  - Completa – quando atinge por inteiro a estrutura óssea.
  - Incompleta – quando gera lesões parciais no osso.
  - Simples – quando apresenta um único traço.
  - Cominuída – quando há vários fragmentos ósseos.
  - Transversa – quando o traço atravessa o osso em uma linha mais ou menos reta.
  - Obliqua – quando o traço da fratura ocorre diagonalmente.
  - Espiralada – quando o traço se encontra ao redor e através do osso.
- A localização do traço da fratura em ossos longos:
  - Diafisária – quando ocorre na diáfise.
  - Metafisária – quando ocorre na metáfise distal ou proximal.
  - Epifisária – quando ocorre na epífise distal ou proximal, podendo ainda ser intra-articulares, extra-articulares, afetando ou não a cartilagem de crescimento.
- O desvio da fratura:

Este tipo de classificação é de acordo com os deslocamentos dos fragmentos gerados pela fratura. Como os desvios são espaciais, é necessário decompô-los nos planos frontal, sagital e transversal, por meio de incidências radiológicas.

  - Desvio no plano frontal:
    - \* Desvio medial – quando o fragmento distal está transladado medialmente em relação ao fragmento proximal e existe um certo paralelismo entre eles.



- \* Desvio lateral – quando o fragmento está transladado lateralmente em relação ao fragmento proximal.
- \* Desvio em valgo – os fragmentos formam uma angulação em que o vértice aponta para a linha mediana.
- \* Desvio em varo – os fragmentos formam uma angulação em que o vértice aponta para a lateral.
- Desvio no plano sagital:
  - \* Desvio anterior - quando o fragmento distal está transladado anteriormente em relação ao fragmento proximal e existe um certo paralelismo entre eles.
  - \* Desvio posterior - quando o fragmento distal está transladado posteriormente em relação ao fragmento proximal e existe um certo paralelismo entre eles.
- Desvio no plano transversal:
  - \* Desvio em rotação externa - quando o fragmento distal está rotacionado externamente em relação ao fragmento proximal.
  - \* Desvio em rotação interna - quando o fragmento distal está rotacionado internamente em relação ao fragmento proximal.

A SBOT ainda mostra que algumas fraturas recebem denominações especiais como:

- Subperiosteal – tipo de fratura que ocorrem em crianças, pois os ossos ainda são extremamente flexíveis, assim ele “amassa” no lugar de quebrar.
- Galho verde - tipo de fratura que ocorrem em crianças, pois os ossos ainda são extremamente flexíveis, assim um dos córtices quebra enquanto o outro fica “amassado”.
- Patológica – fratura que ocorre em ossos que foram previamente enfraquecidos por algum tipo de patologia.
- Impactada – tipo de fratura que é provocada por uma força axial que faz com que os fragmentos de ossos penetrem uns nos outros.
- Fratura de Colles – fratura na metáfise distal do rádio, com desvio dorsal. Geralmente ocasionado por queda em que o indivíduo apara com a mão espalmada.

Para facilitar Müller et. al. [74] propuseram a classificação AO (Arbeitsgemeinschaft für Osteosynthesefragen), uma maneira de categorizar alfanumericamente todas as fraturas com base no osso acometido, na região e tipo de traço. A Figura 3.8 esquematiza como a classificação AO é feita atualmente.



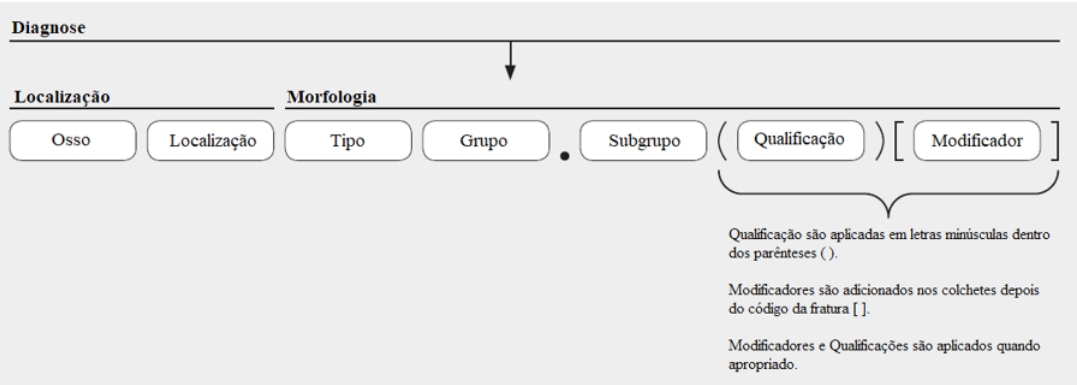


Figura 3.8: Estrutura alfanumérica da classificação AO [75]

Desta forma para classificar uma fratura simples, espiral e diafisária em terço médio do fêmur usaria o código 32A1(b), como pode ser observado na Figura 3.9.

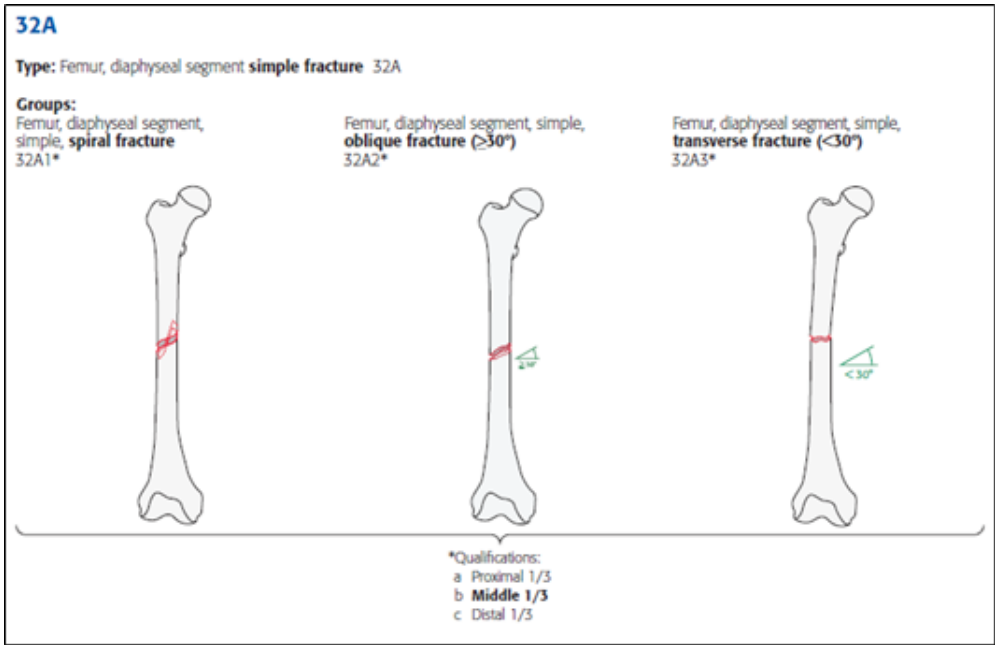


Figura 3.9: Representação gráfica de uma fratura simples, espiral e diafisária em terço médio do fêmur por meio da classificação AO.

[75]

## 4

## Simulações Numéricas

O tecido ósseo é um material complexo que se adapta ao longo da vida, e mudanças estruturais e materiais ocorrem em todas as escalas hierárquicas de comprimento do osso [76]. O osso velho é caracterizado por redução da tenacidade à fratura com capacidade comprometida de retardar os defeitos de propagação de fissuras [77]; [78], aumento da porosidade [79] e plasticidade reduzida na nanoescala [81]. Um efeito prejudicial do envelhecimento é o aumento do risco de fraturas em pacientes com osteoporose [80]. No entanto, é muito desafiador medir experimentalmente os parâmetros de dano localmente [18] e distinguir como a resistência à fratura é afetada por material local ou alterações estruturais.

Neste ponto, os modelos computacionais podem melhorar a compreensão de como a microestrutura contribui para a resistência à fratura do tecido. Assim, este capítulo tem como objetivo, expor as propriedades necessárias para modelagem de micro fraturamento, apresentando uma breve descrição dos modelos desenvolvidos juntamente com os aspectos gerais das modelagens bidimensionais, como a malha desenvolvida, quantidade e tipo de elemento utilizados.

### 4.1

#### Modelo de Dano do Osso Compacto

De acordo com o manual do usuário do Abaqus [82], a estrutura XFEM foi adotada para modelar explicitamente a propagação de trincas no osso cortical em microescala usando a abordagem de segmentos coesivos. Aqui, a propagação de trincas é modelada como um procedimento de duas etapas envolvendo um critério de iniciação de dano e uma lei de evolução de dano.

Quando o critério de iniciação do dano é cumprido, o elemento enriquecido é dividido em duas partes separadas por uma superfície coesa. A lei de evolução de danos descreve a degradação da superfície coesiva do estado intacto inicial até uma fissura completamente aberta (ou seja, superfícies de trinca livres de tração) e pode ser definida em termos de uma lei de separação de tração ou diretamente como a taxa de liberação de energia de deformação da fratura por área de superfície.

Existem algumas restrições a serem consideradas na formulação XFEM no Abaqus: ela não permite a nucleação de trincas dentro de uma região se já houver uma trinca ativa, um elemento enriquecido só pode ser interceptado por uma trinca e as trincas não podem coalescer.

O critério de deformação principal máxima (MAXPE) tem sido frequentemente usado em estudos XFEM anteriores ([11]; [12]; [14]; [19]) e foi adotado neste estudo para modelar a propagação de fissuras na matriz intersticial, osteon e canal de Havers. O critério de fratura  $f$  é definido pela equação (4-1).

$$f_{MAXPE} = \left\{ \frac{\langle \varepsilon_{max} \rangle}{\varepsilon_{max}^0} \right\} \quad (4-1)$$

onde  $\varepsilon_{max}$  é a deformação principal máxima e  $\varepsilon_{max}^0$  é a deformação crítica de iniciação de dano. O símbolo  $\langle \rangle$  é o suporte de Macaulay que é usado para indicar que estados puramente compressivos não iniciam danos [82].

O dano é iniciado quando  $f_{MAXPE} > 1$  e a orientação principal máxima é usada como vetor normal para a propagação da trinca. Uma vez que o dano foi iniciado em um elemento, a degradação da superfície coesiva (trinca) foi modelada com uma lei de evolução de dano baseada em energia com comportamento de amolecimento linear. A energia de fratura necessária para abrir completamente a fissura foi dada em termos da taxa de liberação de energia de deformação  $G$ .

#### 4.1.1

##### Parâmetros dos Materiais

Assumindo um material elástico linear isotrópico e estabelecendo o critério de separação de dano, foi então, realizado um estudo da literatura para estimar a faixa de valores de cada parâmetro do modelo, sendo estes: o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, o dano crítico de deformação inicial e a taxa de liberação de energia.

Os dados encontrados na literatura, foram compilados e organizados para uma melhor observação, resultando no que pode ser visto nas Tabelas 4.1, 4.2, 4.3, 4.4.

- Módulo de Elasticidade ( $E$ )

Tabela 4.1: Compilação dos valores do módulo de elasticidade presentes na literatura

Autor	Módulo de Elasticidade (GPa)			
	Matriz	Camada Cimentícia	Ósteon	Canal de Haver
Wang et al. [3]	14.6	10.12	13.5	-
Abdel-Wahab et al. [11]	14.122	6.85	9.13	-
Gustafsson et al. [13]	15	18	12	0.1
Li et al. [14]	14.122	9.64	12.85	-
Budyn et al. [19]	15.4	$0.75 \cdot E_{ost}$	13.5 - 14.3	-
Mischinski and Ural [83]	18.5 - 27.1	-	16.6 - 25.1	-

Fonte: Autor

- Coeficiente de Poisson ( $\nu$ )

Tabela 4.2: Compilação dos valores do coeficiente de Poisson presentes na literatura

Autor	Poisson			
	Matriz	Camada Cimentícia	Ósteon	Canal de Haver
Wang et al. [3]	0.3	0.41	0.33	-
Abdel-Wahab et al. [11]	0.153	0.49	0.17	-
Gustafsson et al. [13]	0.3	0.3	0.3	0.3
Li et al. [14]	0.153	0.49	0.17	-
Budyn et al. [19]	-	-	-	-
Mischinski and Ural [83]	0.24 - 0.33	-	0.24 - 0.33	-

Fonte: Autor

- Dano Crítico de Deformação Inicial ( $\varepsilon_{max}^0$ )

Tabela 4.3: Compilação dos valores da deformação crítica de iniciação de dano presentes na literatura

Autor	Deformação Crítica de Dano Inicial			
	Matriz	Camada Cimentícia	Ósteon	Canal de Haver
Wang et al. [3]	0.004	0.004	0.004	-
Abdel-Wahab et al. [11]	0.004	0.004	0.004	-
Gustafsson et al. [13]	0.004	0.004	0.004	0.004
Li et al. [14]	0.0065	0.0065	0.0065	-
Budyn et al. [19]	0.004	0.004	0.004	-
Mischinski and Ural [83]	-	-	-	-

Fonte: Autor

- Taxa de Liberação de Energia ( $G$ )

Tabela 4.4: Compilação dos valores da taxa de liberação de energia presentes na literatura

Autor	Taxa de Liberação de Energia ( $kJ/m^2$ )			
	Matriz	Camada Cimentícia	Ósteon	Canal de Haver
Wang et al. [3]	0.132	0.084	0.120	-
Abdel-Wahab et al. [11]	0.238	0.146	0.860	-
Gustafsson et al. [13]	0.2	0.2	0.2	0.001
Li et al. [14]	0.238	0.146	0.860	-
Budyn et al. [19]	-	-	-	-
Mischinski and Ural [83]	-	-	-	-

Fonte: Autor

Para o presente trabalho, foi feita uma combinação dos valores dos parâmetros obtidos da literatura. Gerando, por sua vez, a Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Parâmetros dos Materiais

Símbolo	Microestrutura			
	Matriz	Camada Cimentícia	Ósteon	Canal de Haver
$E(GPa)$	15.4 <sup>e</sup>	10.12 <sup>a</sup>	12.85 <sup>d</sup>	0.1 <sup>c</sup>
$\nu$	0.3 <sup>a,c</sup>	0.49 <sup>b,d</sup>	0.3 <sup>c</sup>	0.3 <sup>c</sup>
$\varepsilon_{max}^0$	0.004 <sup>a,b,c,e</sup>	0.004 <sup>a,b,c,e</sup>	0.004 <sup>a,b,c,e</sup>	0.004 <sup>a,b,c,e</sup>
$G(kJ/m^2)$	0.238 <sup>b,d</sup>	0.146 <sup>b,d</sup>	0.860 <sup>b,d</sup>	0.001 <sup>c</sup>

Fonte: Autor

<sup>a</sup>Wang et al.[3]<sup>b</sup>Abdel-Wahab et al.[11]<sup>c</sup>Gustafsson et al.[13]<sup>d</sup>Li et al.[14]<sup>e</sup>Budyn et al.[19]<sup>f</sup>Mischinski and Ural[83]

## 4.2

### Simulações

É possível notar que a maioria dos autores não atribuem valores aos dados relacionados com o Canal de Haver, isso se dá ao fato de que, em microescala, a porção do osso analisada pode ou não possuir tal microestrutura. Assim, serão feitas simulações com e sem o canal, para que se possa verificar a influência deste. Além disto, também será analisado o papel da camada cimentícia e da posição do ósteon no meio (radial, longitudinal, transversal). Na seção **4.2.1** será mostrado todo o processo de criação dos modelos, as demais seções foram criadas de forma análoga, adotando o modelo 1 como base.

#### 4.2.1

##### Modelo 01 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia e sem Canal de Haver

Para o primeiro modelo será analisado a fratura se propagando na direção radial do ósteon, no qual não estará presente a zona pobre em colágeno do tipo 1 (camada cimentícia) e nem o canal por onde passam os pequenos vasos sanguíneos e/ou terminações nervosas (canal de Haver). A Figura 4.1 exemplifica o modelo inicial adotado, sendo possível observar suas dimensões e condições de contorno.

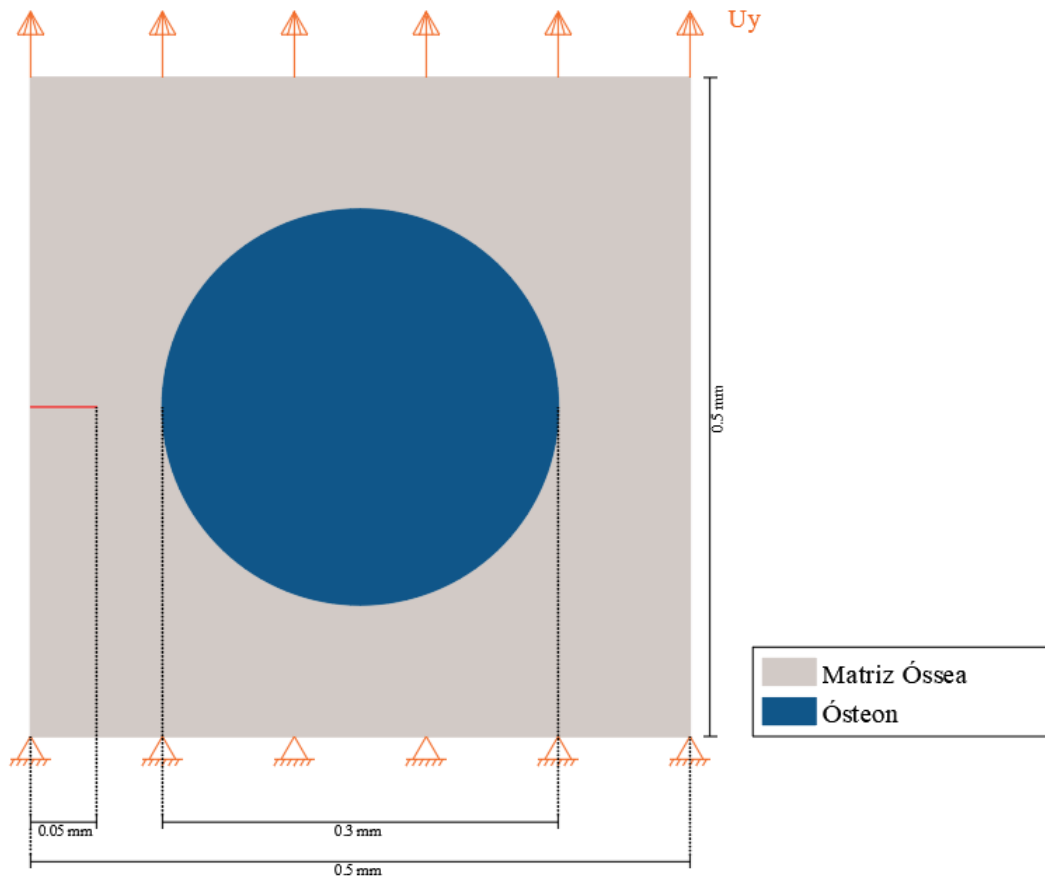


Figura 4.1: Ósteon Radial sem Camada Cimentícia e sem Canal de Haver

Fonte: Autor

Para análise computacional com XFEM, inicialmente desenvolveu-se a geometria do modelo, para isto o espécime foi modelado como um único objeto, pois na literatura não foram encontrados dados das condições de contato entre os componentes (matriz, ósteon, linha cimentícia e canal de Haver). Os espécimes do modelo 1 e dos demais modelos, foram feitos com características 2D deformáveis com recursos básicos do tipo “shell”, já as trincas propriamente ditas são do tipo “wire”. Na Figura 4.2 pode observar a partição adotada para o Modelo 01.

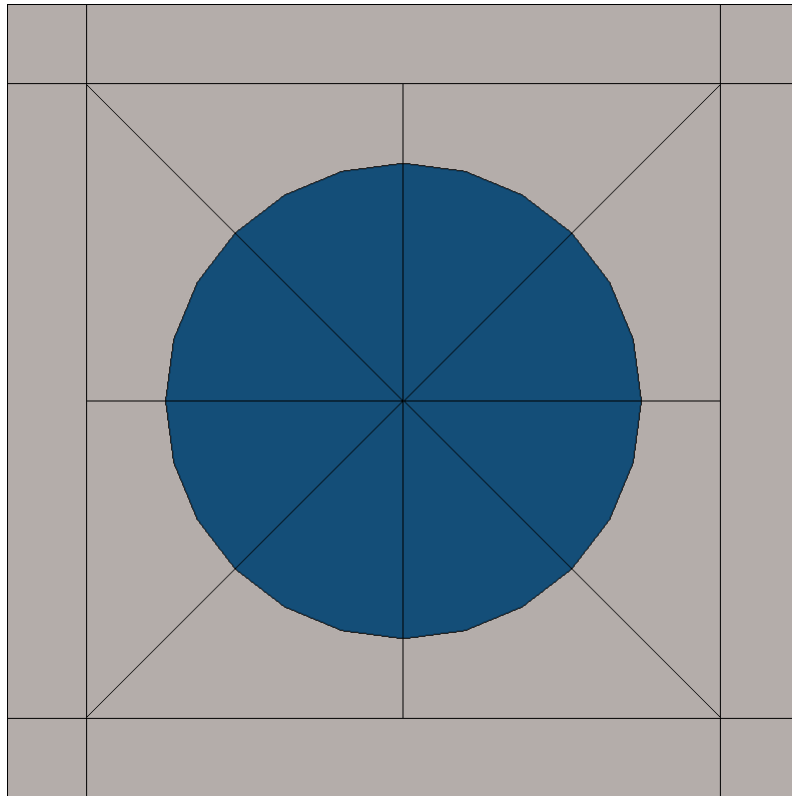


Figura 4.2: Modelo 1 particionado

Fonte: Autor

Para os modelos criados no software comercial Abaqus, após criar a geometria, deve-se atribuir as propriedades dos materiais envolvidos na aba “Property”. Nesta etapa é atribuído o nome, comportamento, características elásticas, critérios de dano e de propagação do dano. Para poder aplicar as propriedades de forma correta é necessário criar seções transversais do material, assim é possível diferenciar os diversos materiais.

Na aba “Assembly”, as duas instâncias criadas inicialmente (espécime e fratura), são selecionadas, e a partir deste ponto, elas serão vistas simultaneamente com um só objeto (Figura 4.3(a)). Na aba “step” é colocado o tempo da análise, o tamanho de cada passo da análise e os parâmetros a serem analisados, que para os casos desta dissertação foram utilizados 10000 passos com tamanho inicial, mínimo e máximo do incremento no valor de  $10^{-5}$ . Já em “Interaction”, é criada a interação entre fratura e espécime, nesta etapa, também é atribuído o critério da análise, que para os modelos propostos será por meio de XFEM. Em “Load”, será atribuída as condições de contorno e o carregamento adotados.



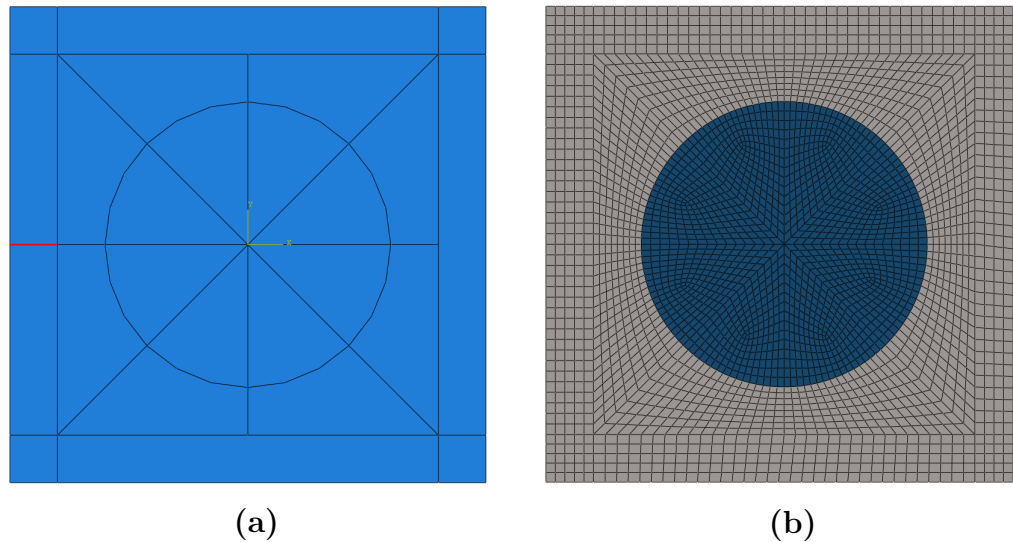


Figura 4.3: Modelo 01: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida

Fonte: Autor

Para criar a malha de elementos finitos no Abaqus deve-se ir em “Mesh”, esta etapa é necessária para determinar toda a configuração do tipo de elemento finito utilizado nas simulações. Para o modelo 1 foi gerada uma malha estruturada contendo 3400 elementos do tipo CPS4R, ou seja, elementos com 4 nós quadrilaterais no estado plano de tensões com integração reduzida. A Figura 4.3(b) esquematiza a malha adotada.

#### 4.2.2

##### Modelo 02 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia

Para o Modelo 02, será analisado um ósteon radial sem a camada cimentícia, na Figura 4.4 é possível observar a configuração inicial adotada. Para esta simulação, a malha não estruturada obteve melhores resultados, assim não foram feitas partições no modelo. Já na Figura 4.5 pode ser visualizado além da presença da fratura no objeto em estudo e da partição adotada (a), a malha desenvolvida na análise (b).

Neste modelo, por possuir uma malha livre (não estruturada), existem 2856 elementos do tipo CPS4R com 2957 nós, o tamanho base de cada elemento é de 0,01mm. As condições de contorno são as mesmas adotadas no Modelo 01 e temos  $U_y = 0,4mm$ .

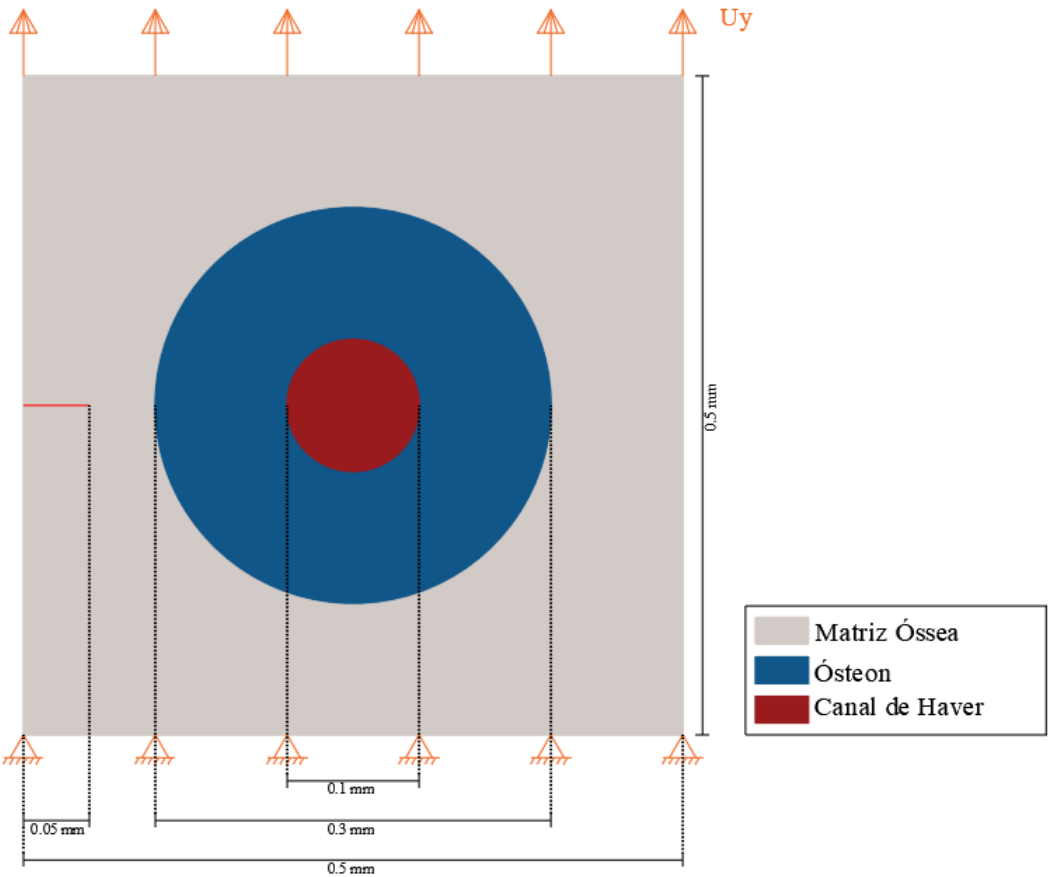


Figura 4.4: Ósteon Radial sem Camada Cimentícia  
Fonte: Autor

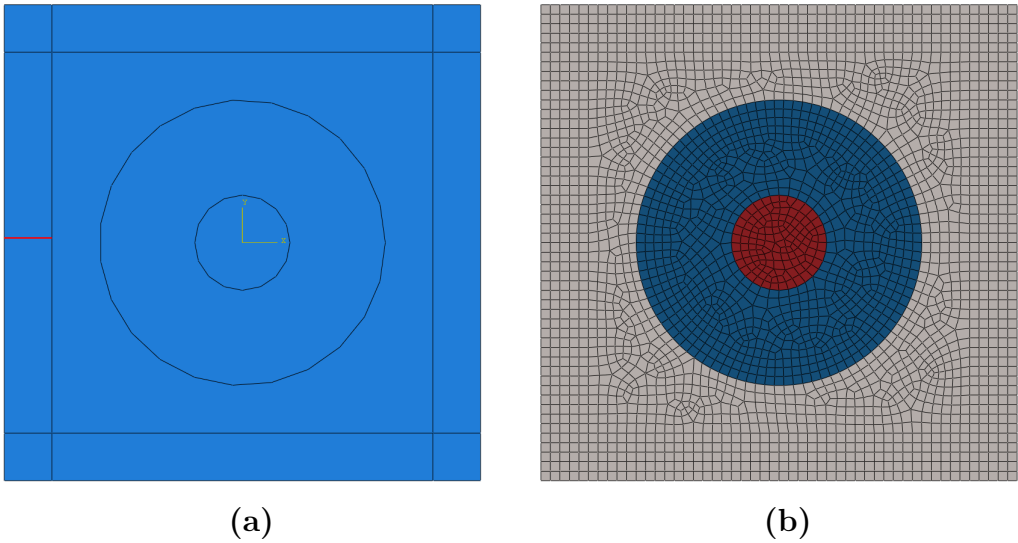


Figura 4.5: Modelo 02: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida  
Fonte: Autor



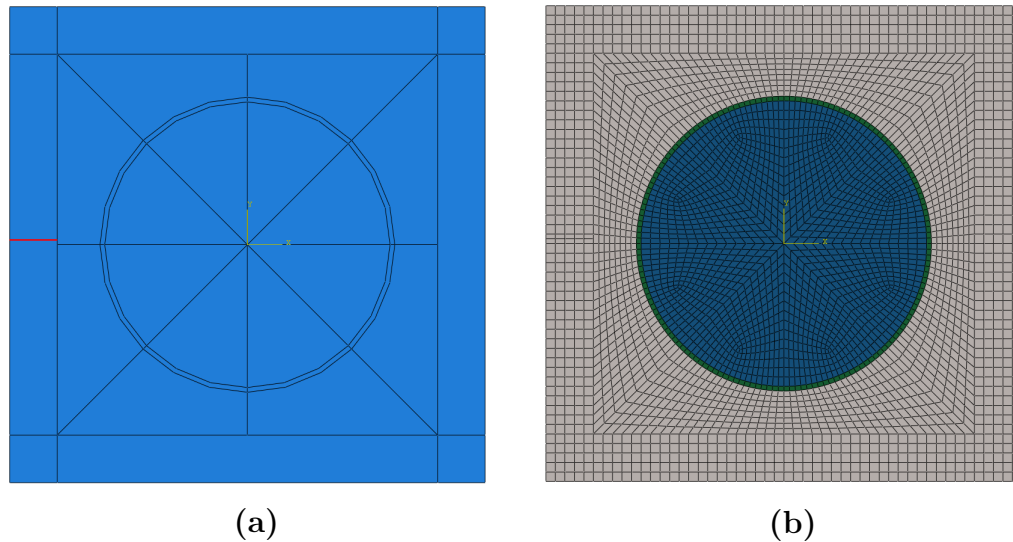


Figura 4.7: Modelo 03: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida

Fonte: Autor

#### 4.2.4

##### Modelo 04 - Ósteon Radial Completo

Para o Modelo 04, será analisado um ósteon radial completo, com todos os componentes atuando simultaneamente, na Figura 4.8 é possível observar a configuração inicial adotada. Para esta simulação, a malha estruturada obteve melhores resultados e algumas partições tiveram que ser feitas no modelo. Já na Figura 4.9 pode ser visualizado além da presença da fratura no objeto em estudo e da partição adotada (a), a malha desenvolvida na análise (b).

Neste modelo existem 4900 elementos do tipo CPS4R com 5001 nós, o tamanho base de cada elemento é de 0,01mm. As condições de contorno são as mesmas adotadas no Modelo 01 e temos  $U_y = 0,4mm$ .

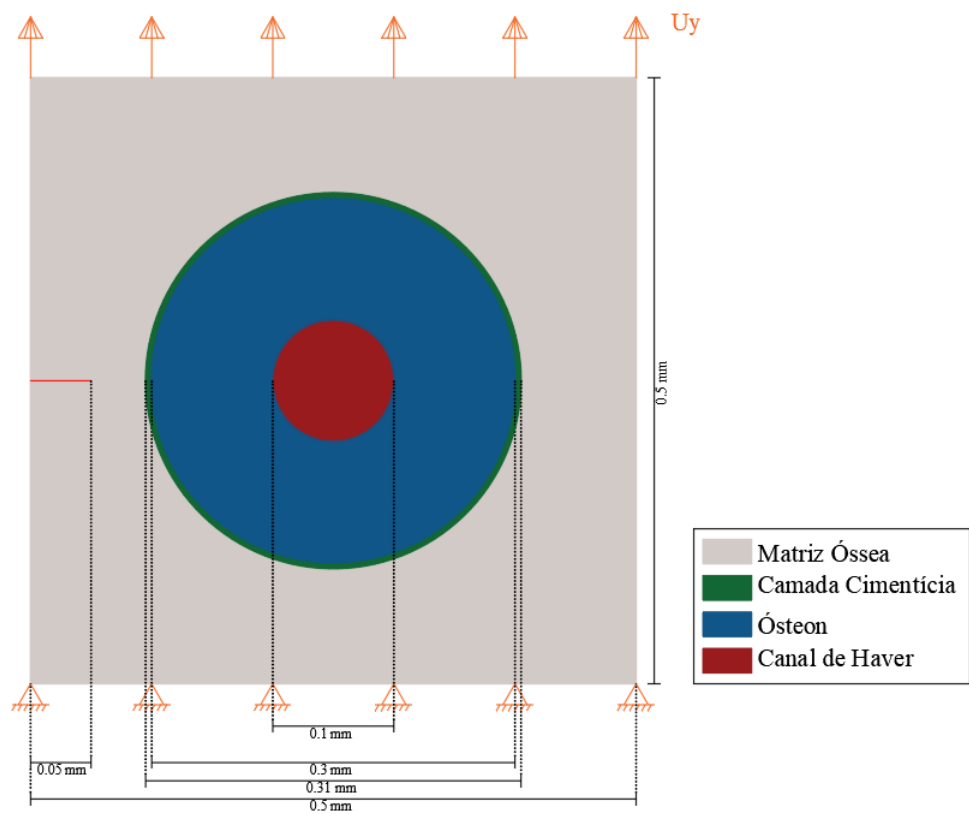


Figura 4.8: Ósteon Radial Completo  
Fonte: Autor

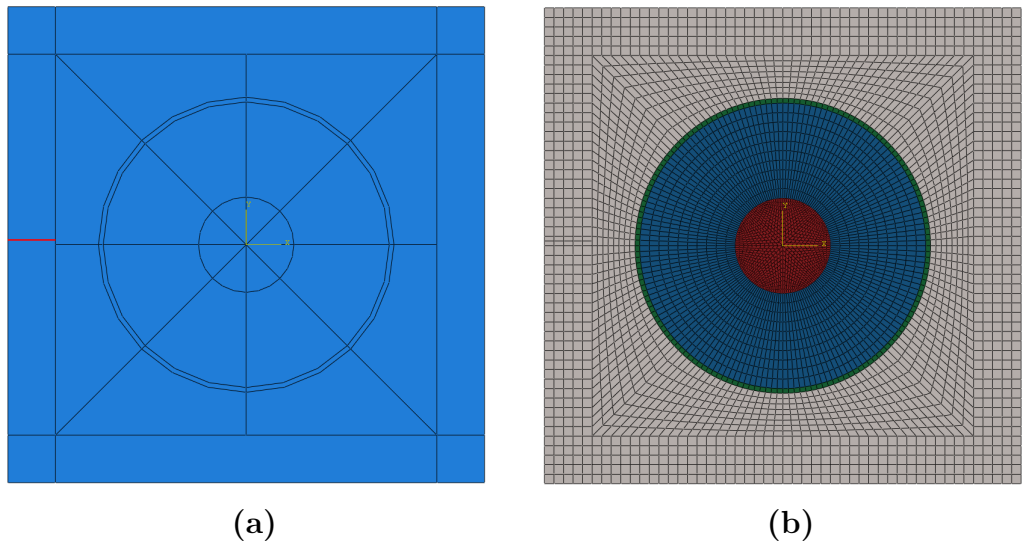


Figura 4.9: Modelo 04: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida  
Fonte: Autor

## 4.2.5

**Modelo 05 - Ósteon Transversal Completo**

Para o Modelo 05, será analisado um ósteon transversal completo, na Figura 4.10 temos as dimensões do desenho para o modelo, ao rotacionar o ósteon presente no desenho em  $10^\circ$  no sentido horário em relação ao eixo vertical, é possível observar a configuração inicial adotada (Figura 4.11).

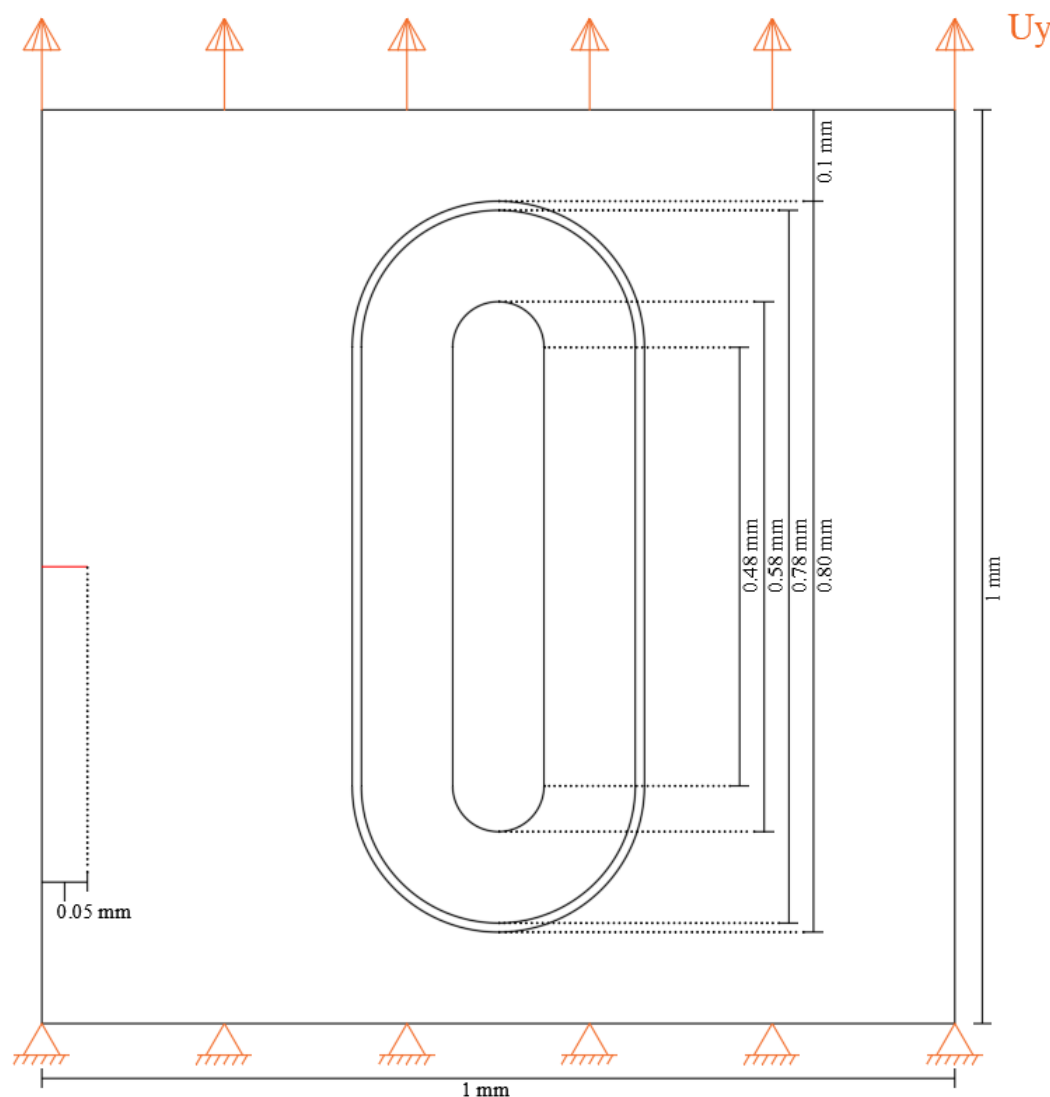


Figura 4.10: Guia para o desenho do ósteon transversal completo

Fonte: Autor

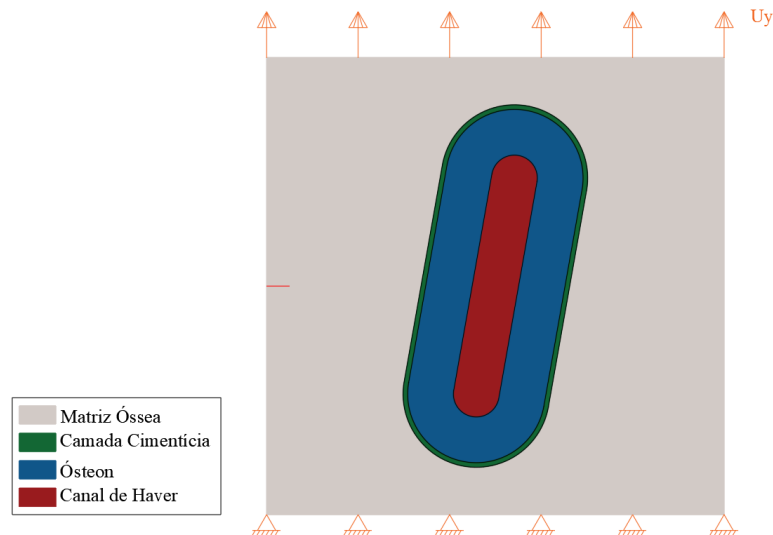
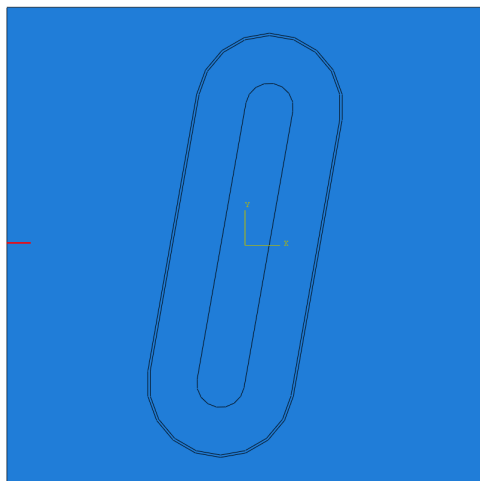


Figura 4.11: Ósteon Transversal Completo

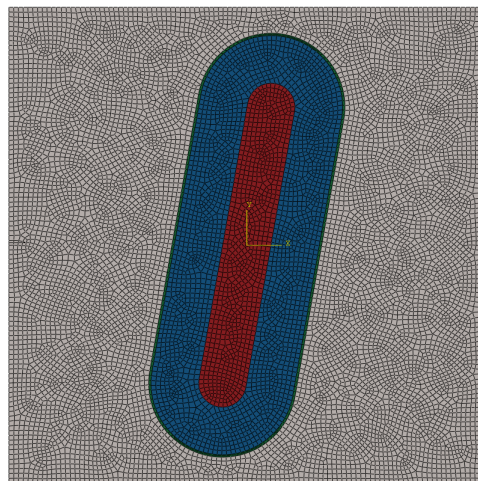
Fonte: Autor

Para esta simulação, foi adotada um malha não estruturada sem a presença de partições, além das essenciais para a realização da análise. Assim, na Figura 4.12 pode ser visualizado a presença da fratura no objeto em estudo e a partição adotada (a), além da malha desenvolvida na análise (b).

Neste modelo existem 12152 elementos do tipo CPS4R com 12353 nós, o tamanho base de cada elemento é de 0,01mm. As condições de contorno são as mesmas adotadas no Modelo 01 e temos  $U_y = 0,4mm$ .



(a)



(b)

Figura 4.12: Modelo 05: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida

Fonte: Autor

## 4.2.6

**Modelo 06 - Ósteon Longitudinal Completo**

Para o Modelo 06, será analisado um ósteon longitudinal completo, na Figura 4.13 temos as dimensões do desenho para o modelo, ao rotacionar o ósteon presente no desenho em  $10^\circ$  no sentido anti-horário em relação ao eixo horizontal, é possível observar a configuração inicial adotada (Figura 4.14).

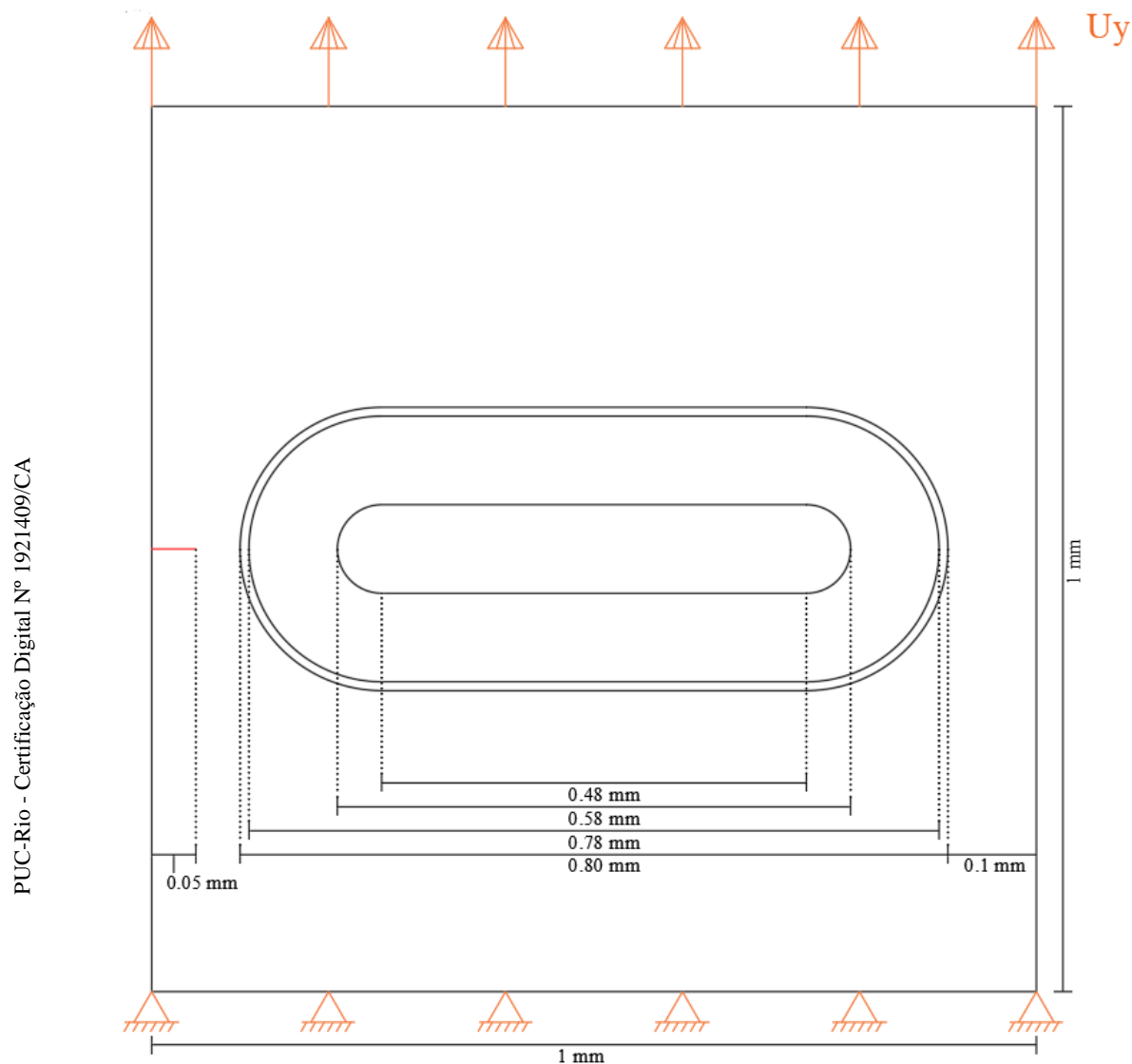


Figura 4.13: Guia para o desenho do ósteon longitudinal completo

Fonte: Autor



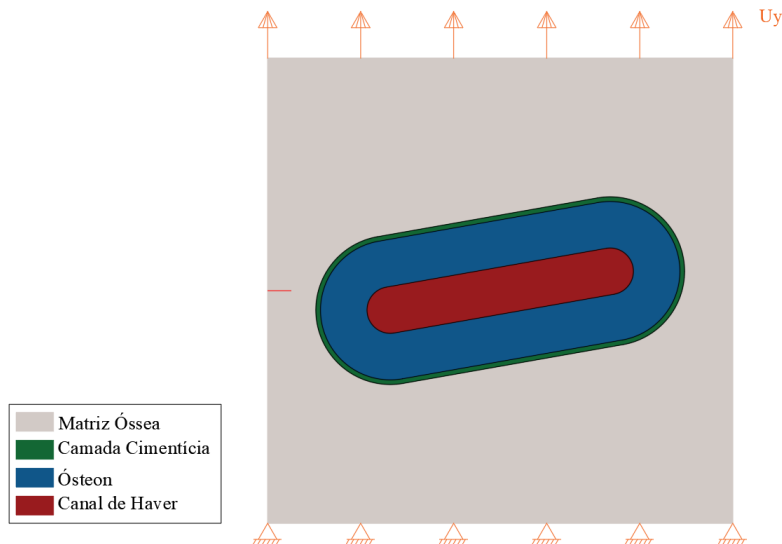
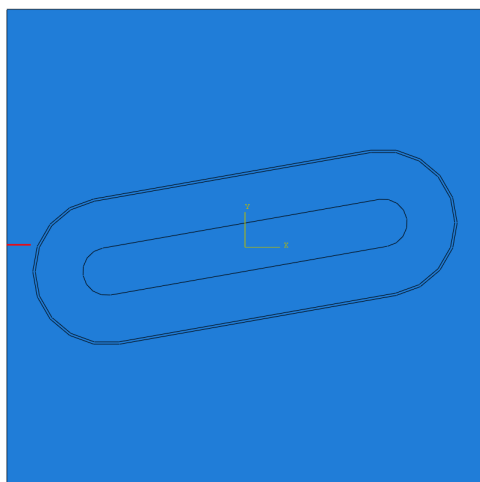


Figura 4.14: Ósteon Longitudinal Completo

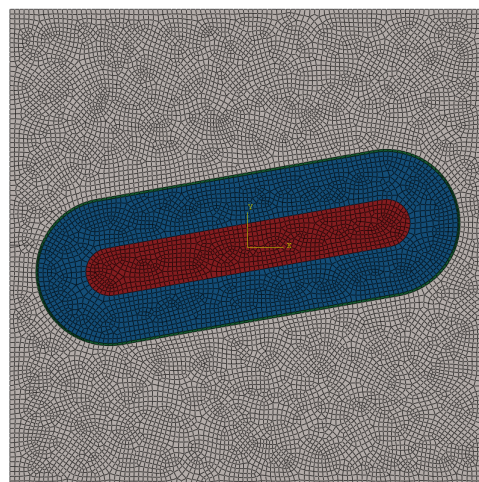
Fonte: Autor

Para esta simulação, foi adotada um malha não estruturada sem a presença de partições, além das essenciais para a realização da análise. Assim, na Figura 4.15 pode ser visualizado a presença da fratura no objeto em estudo e a partição adotada (a), além da malha desenvolvida na análise (b).

Neste modelo existem 12335 elementos do tipo CPS4R com 12536 nós, o tamanho base de cada elemento é de 0,01mm. As condições de contorno são as mesmas adotadas no Modelo 01 e temos  $U_y = 0,4mm$ .



(a)



(b)

Figura 4.15: Modelo 06: (a) Interação fratura-espécime (b) Malha desenvolvida

Fonte: Autor

## 5

## Resultados

O modo de propagação da fratura através da microestrutura óssea depende de muitas variáveis, como a composição e a forma dos ósteons. Trabalhos anteriores como os de Abdel-Wahab et al.[11], Gustafsson et al.[13] e Li et al. [14] abordam modelos com alguns destes parâmetros, os quais serviram como base para o desenvolvimento das simulações propostas nesta dissertação.

Seguindo o roteiro previsto na metodologia, este capítulo, tem como objetivo apresentar os resultados obtidos nos exemplos descritos no capítulo 4. Assim, em um primeiro momento, os resultados de cada modelo serão discutidos de forma separada, e logo após serão comparados entre si, com a finalidade de atestar a influência dos componentes que formam o ósteon, e também, como a posição no meio (radial, transversal ou longitudinal) modifica a propagação da trinca.

Com o objetivo de avaliar os resultados da não necessidade de conformidade entre a superfície da fratura e o contorno dos elementos finitos, conduziu-se uma análise de sensibilidade de malha. Para esse fim, escolheu-se o modelo do caso 1 e variou-se as dimensões dos elementos adotados. No total, cinco análises foram realizadas e comparou-se visualmente o caminho esperado e as deformações geradas na direção 2.

Para o teste de convergência, foi inicialmente adotado um tamanho de elemento como sendo 20% do espécime desenvolvido, ou seja, cada elemento que compõe a malha, possui em média  $0,1mm$ . A partir desse modelo, passou-se a utilizar elementos menores, na Tabela 5.1 é possível observar o tamanho médio do elemento e a quantidades de elementos que compõem a malha em cada refino.

Enquanto na Figura 5.1 pode ser verificado o caminho da fratura em cada refino de malha, na Figura 5.2 têm-se os deslocamentos na direção 2 para cada uma das análises. Ao analisar os resultados obtidos nessas simulações, foi verificado que para elementos menores ou iguais à  $0,01mm$  a fratura inicial se propaga como o esperado, atravessando todo o objeto em estudo na horizontal.

Já em relação aos deslocamentos verticais, podemos observar nas Figuras 5.2(d) e 5.2(e) que os valores são semelhantes, com um erro relativo de  $0,076\%$  entre eles. Assim, foi adotado  $0,01mm$  como base para o tamanho do elemento

para as demais análises, visto que elementos menores resultam em um custo computacional maior para gerar resultados praticamente iguais.

Tabela 5.1: Análise de Convergência de malha

Análise	Tamanho do elemento (mm)	Quantidade de elementos
Modelo 1.1	0.1	60
Modelo 1.2	0.05	196
Modelo 1.3	0.025	532
Modelo 1.4	0.01	3400
Modelo 1.5	0.005	14024

Fonte: Autor

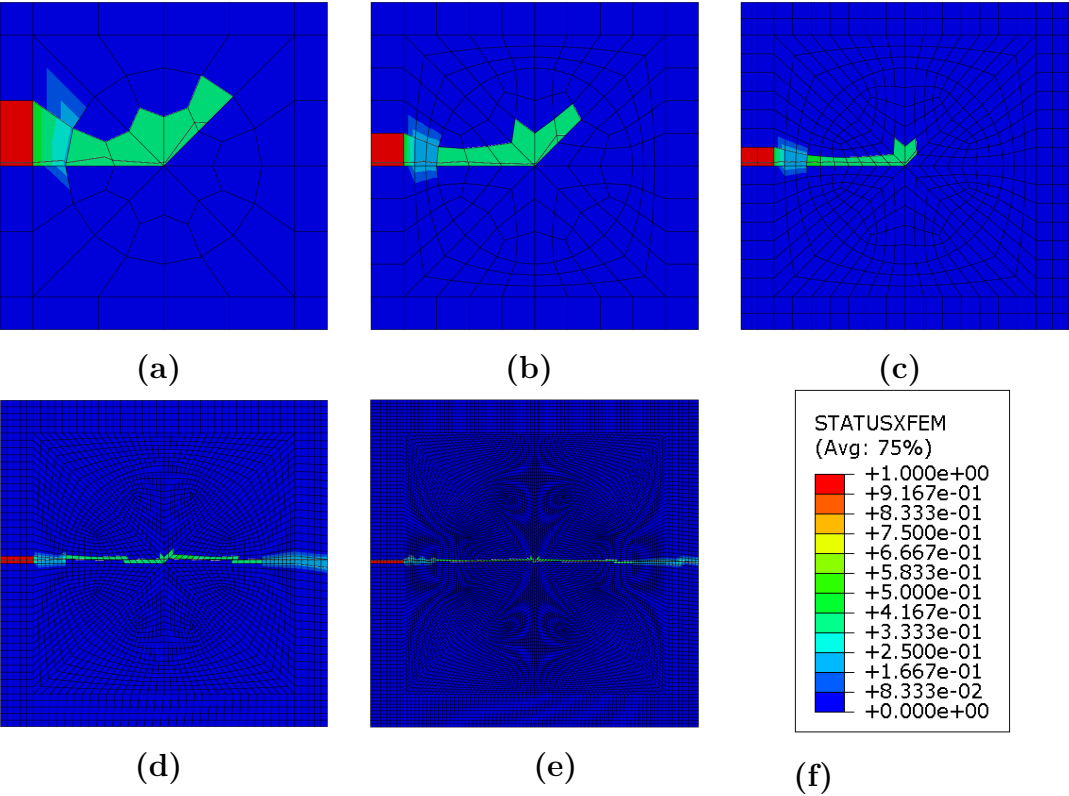


Figura 5.1: Análise de convergência – Caminho da fratura: (a) Malha com 60 elementos (b) Malha com 196 elementos (c) Malha com 532 elementos (d) Malha com 3400 elementos (e) Malha com 14024 elementos (f) Escala STATUSXFEM

Fonte: Autor

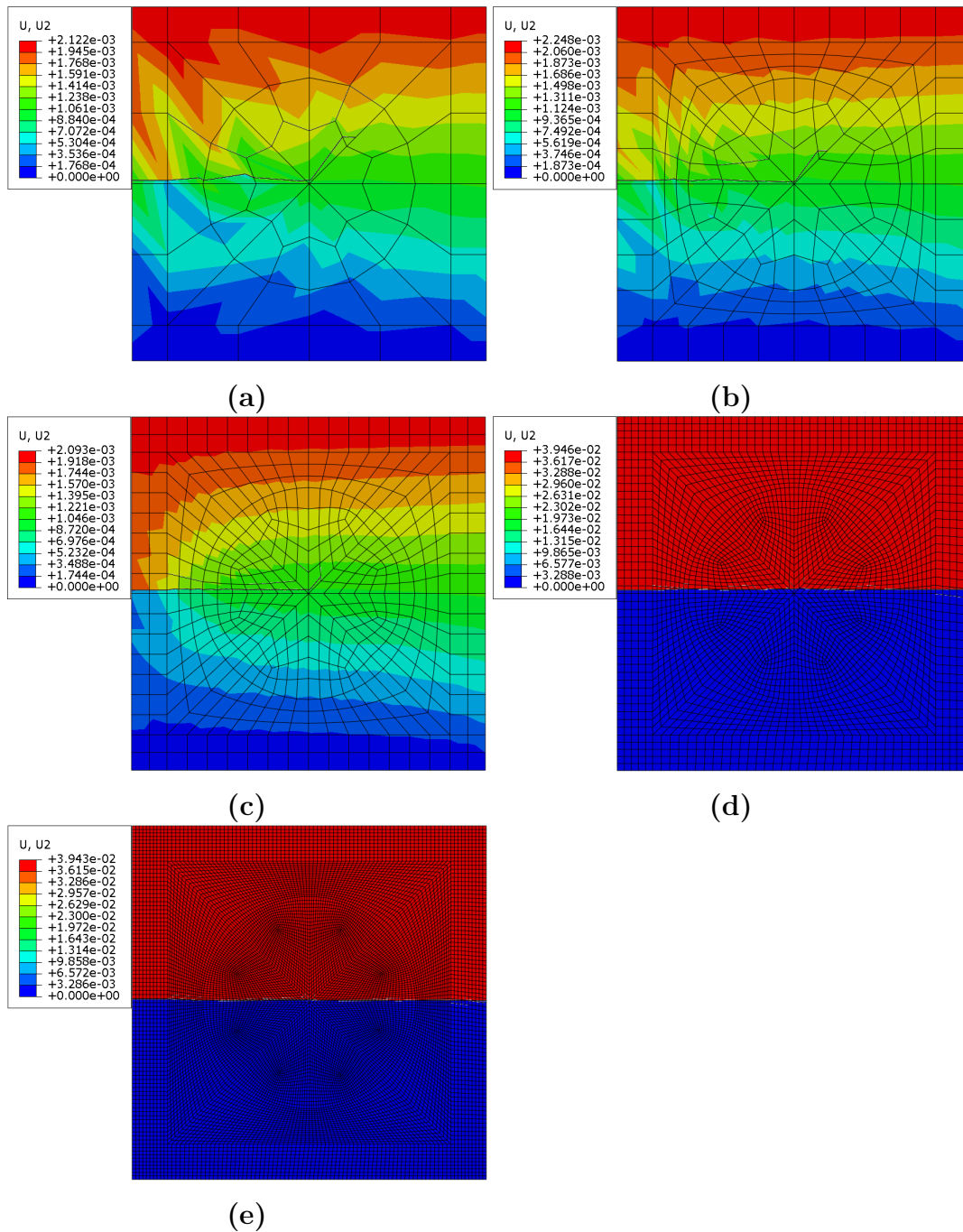


Figura 5.2: Análise de convergência – Deslocamentos na direção 2: (a) Malha com 60 elementos (b) Malha com 196 elementos (c) Malha com 532 elementos (d) Malha com 3400 elementos (e) Malha com 14024 elementos

Fonte: Autor

## 5.1 Modelos

Esta seção será exclusivamente para relatar e discutir, de maneira sucinta, os principais resultados de cada modelo.

## 5.1.1

**Modelo 01 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia e sem Canal de Haver**

Com base nos modelos numéricos desenvolvidos em elementos finitos estendidos foi possível mapear como as tensões e deformações se comportam no interior da matriz e, principalmente, em torno de cada camada que compõe o modelo. A Figura 5.3(a) apresenta o mapa de tensões principais na direção y (S2) para o Modelo 01, já na Figura 5.3(b) é possível observar a configuração das deformações para este mesmo modelo.

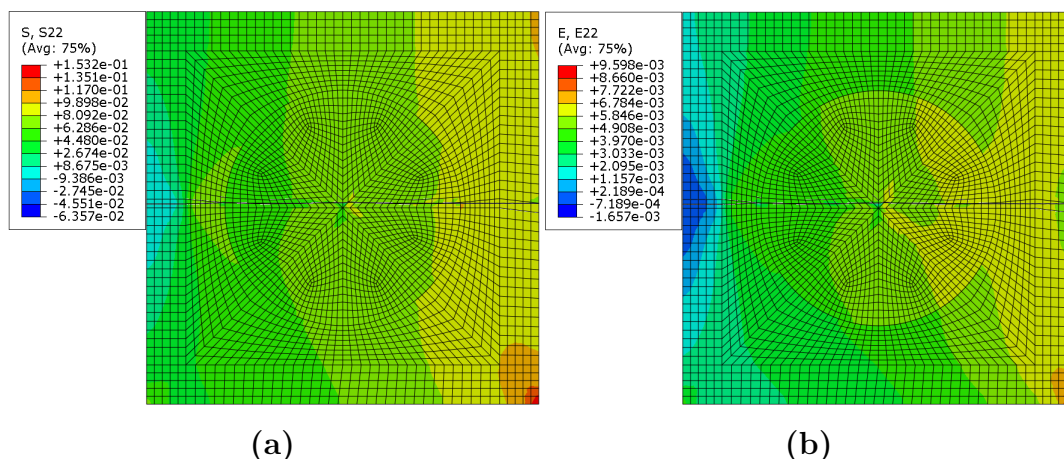


Figura 5.3: Modelo 01: (a) Mapa de Tensão (b) Configuração da Deformação  
Fonte: Autor

Da Figura 5.3(a) podemos inferir que, à medida que ocorre a propagação da trinca as tensões são acumuladas. Isso ocorre pelo fato de que quando a fissura vai abrindo, a região próxima à ponta da fissura precisa de uma taxa de liberação de energia maior para a realização da propagação. O que está diretamente relacionado com o exposto na Figura 5.3(b), pois com um maior agrupamento de tensões, maiores deformações são geradas.

À primeira vista, fica perceptível que o comportamento apresentado na Figura 5.3 ocorre de forma parecida nos dois casos (tensão e deformação). Esse comportamento fica mais notório quando é plotado a curva Tensão x Deformação. Na Figura 5.4 é mostrado o plot dessa curva para o Modelo 01 em duas situações, sendo a primeira representando o Modelo 01 sem o dano imposto inicialmente, já a segunda representa o comportamento com adição da fratura.

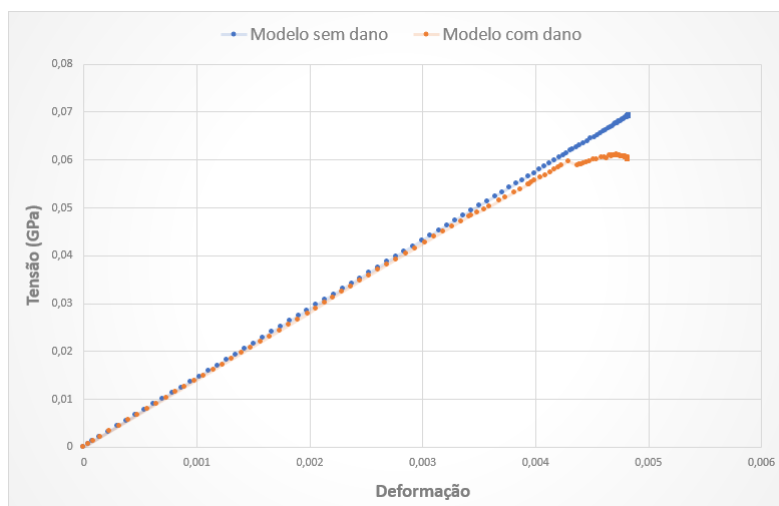


Figura 5.4: Modelo 01 - Curva Tensão x Deformação

Fonte: Autor

O Modelo 01 é formado por dois materiais diferentes, a matriz óssea e o ósteon, assim, ao analisar a Figura 5.4 podemos inferir que, em microescala, o comportamento do modelo com dano é muito parecido com o modo de como o modelo sem o dano age. Como o módulo de elasticidade desses dois materiais é bem parecido, e o dano ao percorrer os diferentes materiais não altera tanto o comportamento, fica claro que o modelo com dano para uma mesma tensão, acaba deformando mais que o modelo sem a fratura inicial.

### 5.1.2

#### Modelo 02 - Ósteon Radial sem Camada Cimentícia

O Modelo 02 é formado pela matriz óssea, ósteon e canal de Haver. Como mostrado no **Capítulo 4**, o módulo de elasticidade referente ao canal de Haver é muito baixo quando comparado aos demais materiais que compõem o modelo. Esse valor é da ordem de 100 vezes menor do que o módulo relativo à matriz óssea. É presumido que os elementos, que compõem a partição do canal no Modelo 02, se deformem bem mais que os demais. É possível verificar na Figura 5.5 os resultados obtidos na simulação.



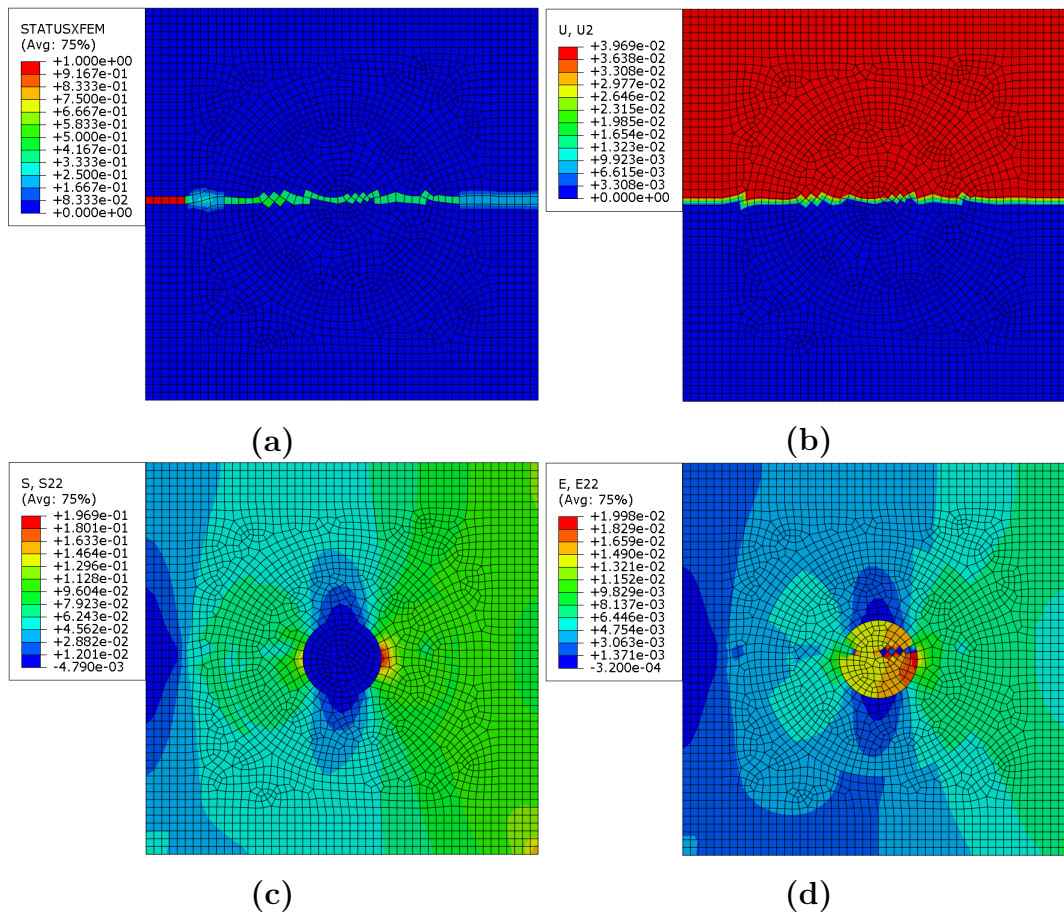


Figura 5.5: Modelo 02 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação

Fonte: Autor

A propagação da fratura pode ser observada na Figura 5.5(a), a qual é condizente com o caminho atribuído ao crescimento de trincas em placas sujeitas as mesmas condições de contorno. Já na Figura 5.5(b), é visto o deslocamento vertical dos elementos que compõem o modelo. Na Figura 5.5(c) temos o campo de tensão, enquanto na Figura 5.5(d) o campo de deformação. E, como esperado, os elementos que fazem parte do canal de Haver, para uma tensão baixa possui as deformações mais altas. Na Figura 5.6 pode ser vista a curva tensão x deformação para o modelo com e sem dano inicial, a qual evidencia essa relação.

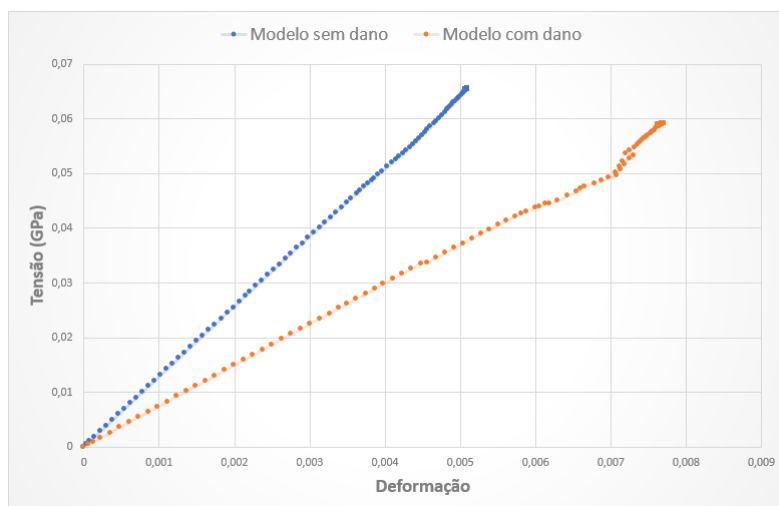


Figura 5.6: Modelo 02 - Curva Tensão x Deformação

Fonte: Autor

### 5.1.3

#### Modelo 03 - Ósteon Radial sem Canal de Haver

Para o terceiro modelo temos a inclusão da camada cimentícia, porém o canal de Haver não está presente, assim, de forma análoga aos modelos anteriores, a Figura 5.7 esquematiza os resultados obtidos na simulação. Onde na Figura 5.7(a) é vista o percurso da fratura inicial durante a análise, na Figura 5.7(b) é possível observar os deslocamentos gerados e nas Figuras 5.7(c) e (d) temos o campo de tensão e o de deformação, respectivamente.

De acordo com Gustafsson et al. [13], a presença da camada cimentícia acarreta ao modelo a possibilidade de resistir a maiores tensões antes do rompimento. Esta assertiva pode ser verificada ao analisar as Figuras 5.7 (c) e (d) e as Figuras 5.3 (a) e (b), pois as tensões resistidas são maiores e as deformações menores quando o modelo possui a camada cimentícia na sua composição. A Figura 5.8 traz a curva tensão x deformação gerada para as simulações referente ao Modelo 03, a qual pode ser observado que o comportamento para o modelo com dano é muito semelhante ao modelo sem o dano.



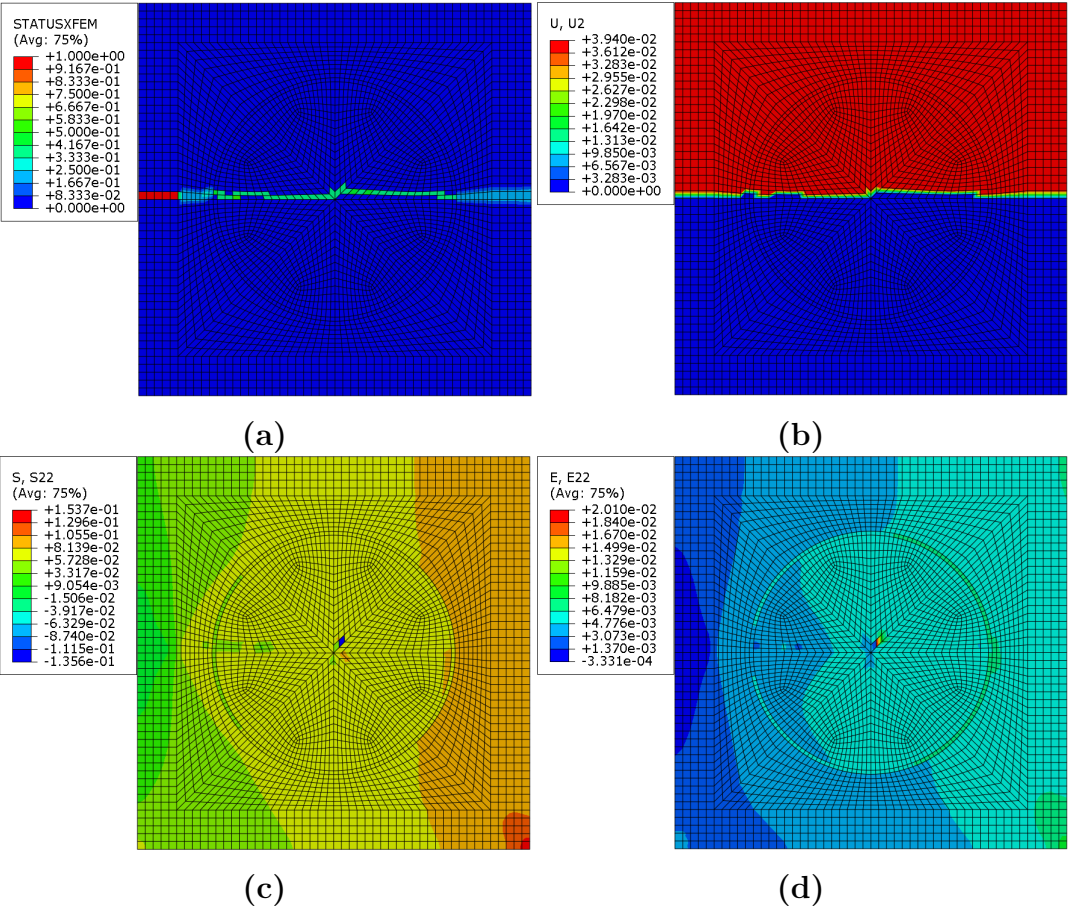


Figura 5.7: Modelo 03 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação

Fonte: Autor

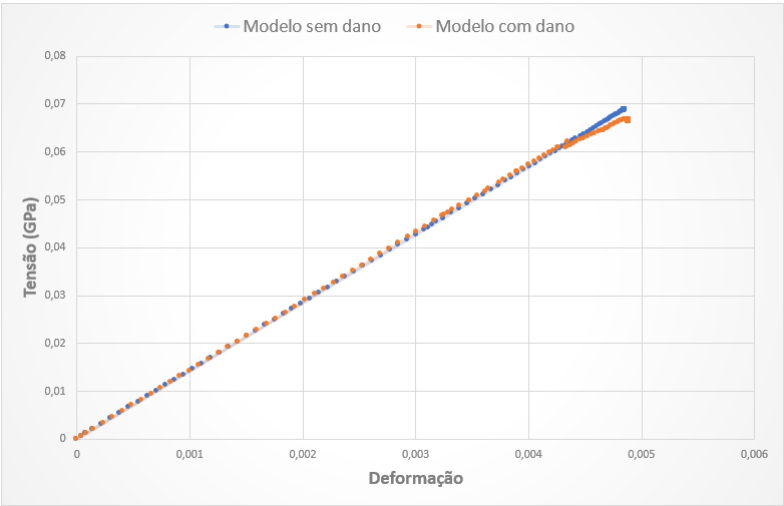


Figura 5.8: Modelo 03 - Curva Tensão x Deformação

Fonte: Autor

## 5.1.4

**Modelo 04 - Ósteon Radial Completo**

O quarto modelo representa um único ósteon na posição radial, com todas as camadas que o compõe presentes. Os resultados obtidos na simulação do Modelo 04 estão expostas na Figura 5.9, sendo (a) o caminho da propagação da fratura, (b) os deslocamentos finais, (c) as tensões na direção 2 e (d) as deformações verticais dos elementos. Já na Figura 5.10 tem-se a relação tensão-deformação encontrada.

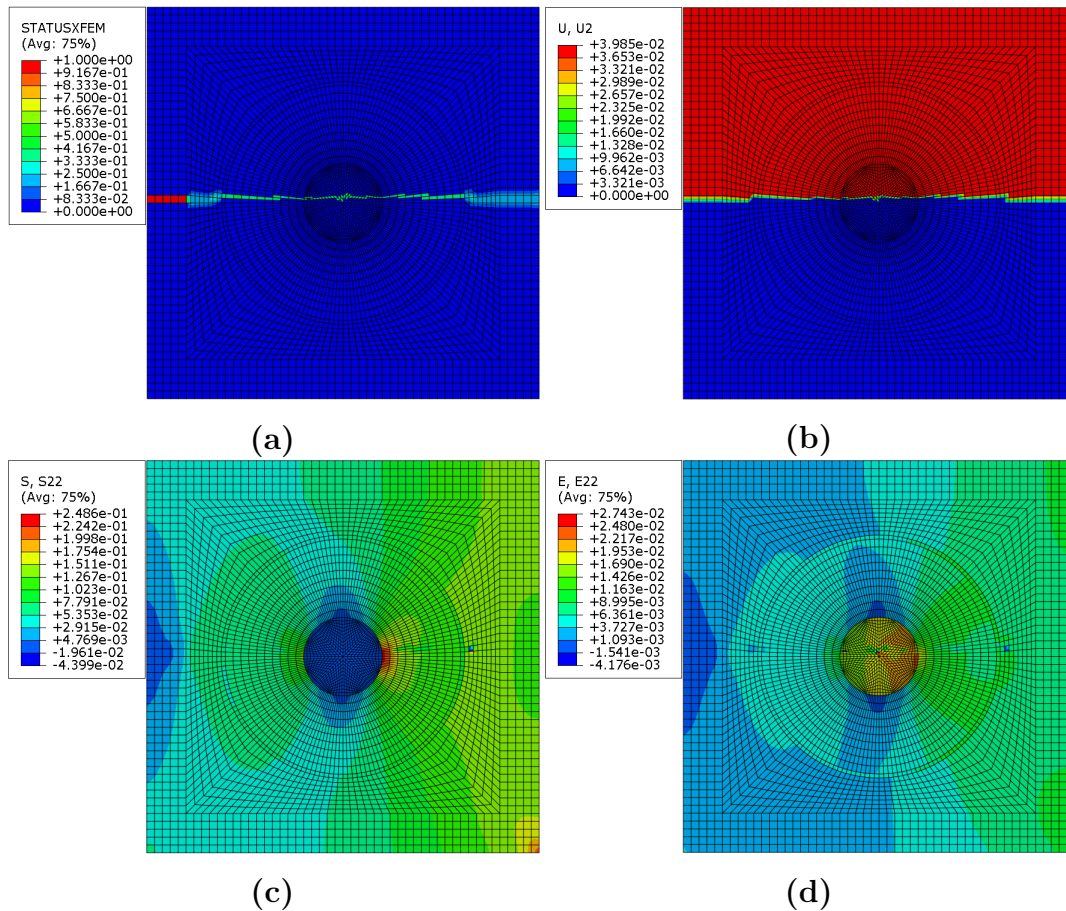


Figura 5.9: Modelo 04 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação

Fonte: Autor

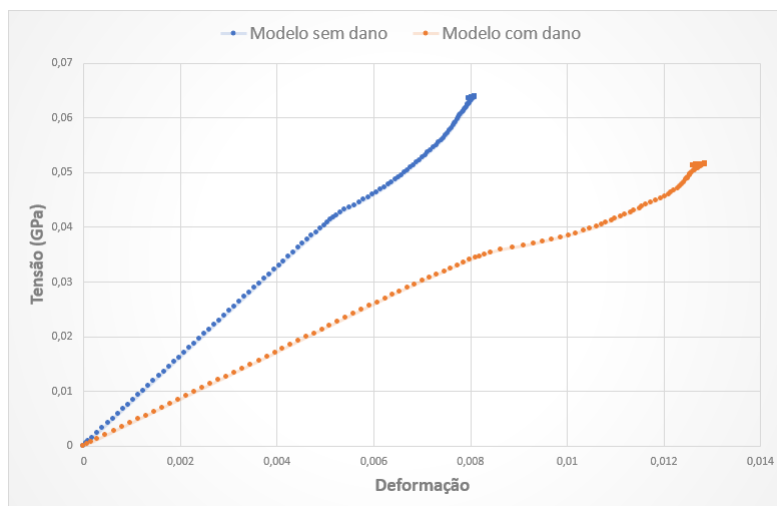


Figura 5.10: Modelo 04 - Curva Tensão x Deformação

Fonte: Autor

### 5.1.5

#### Modelo 05 - Ósteon Transversal Completo

A partir desta subseção, será estudado outros posicionamentos para o ósteon, sendo o Modelo 05 o estudo do ósteon na visão transversal, enquanto o Modelo 06 será analisada a posição longitudinal. Conforme os modelos anteriores, a Figura 5.11 compila os principais resultados e a Figura 5.12 traz a curva tensão–deformação.

Ao verificar a Figura 5.11(a), é observado uma deflexão no caminho natural da fratura, isto ocorre pois quando a fratura atravessa o ósteon em direção ao canal de Haver, ela passa por uma mudança brusca de materiais com módulos de elasticidades muito diferentes. Gustafsson et al. [84], explicam que, para modelos transversais, essa deflexão pode ser de até  $45^\circ$ , dependendo da largura do canal de Haver estipulado e do deslocamento imposto na análise. Já para os modelos radiais a deflexão não é tão acentuada, por conta do formato circular que faz com que as tensões sejam transmitidas de forma uniforme a partir ou em direção ao centro. Enquanto para modelos longitudinais, a deflexão é de baixa angulação, tendendo a se propagar com mais facilidade por todo o canal.

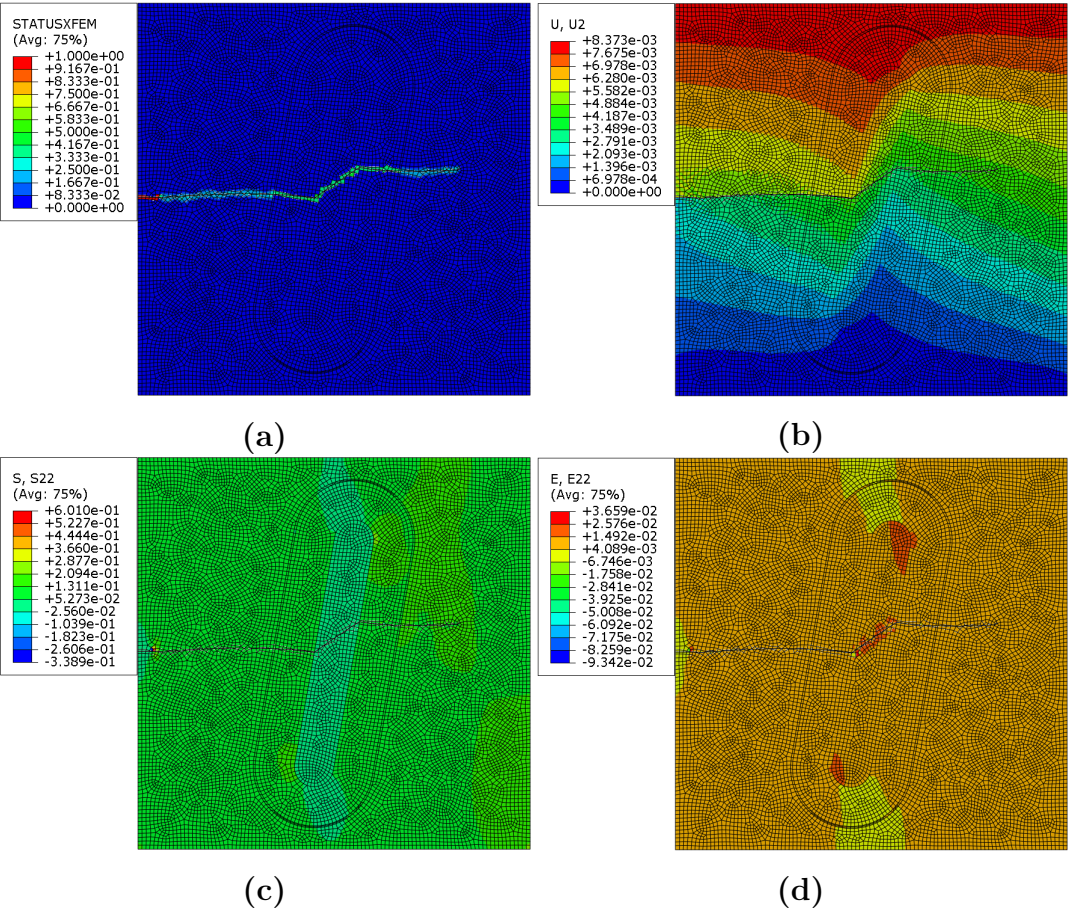


Figura 5.11: Modelo 05 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação

Fonte: Autor

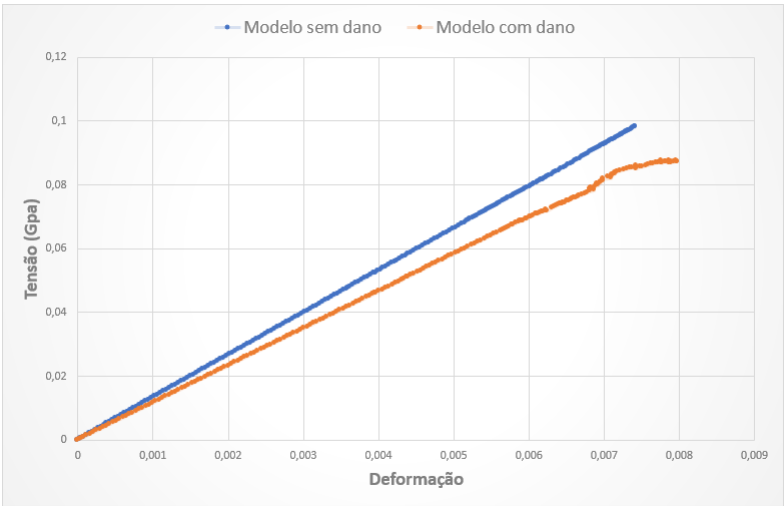


Figura 5.12: Modelo 05 - Curva Tensão x Deformação

Fonte: Autor



## 5.1.6

**Modelo 06 - Ósteon Longitudinal Completo**

O Modelo 06 é referente ao posicionamento longitudinal do ósteon, e como falado anteriormente, é esperado que ocorra uma pequena deflexão na propagação da fratura ao entrar em contato com o canal de Haver. Na Figura 5.13 estão presentes os resultados encontrados nessa simulação, com (a) representando o desenvolvimento da trinca original adotada, (b) os deslocamentos verticais, (c) o quadro de tensões e (d) a esfera de deformações obtidas.

Fica claro na Figura 5.13(a) a deflexão esperada, condizente com o que foi relatado por Gustafsson et al. [84]. Já a Figura 5.14, associa as tensões geradas com as deformações resultantes, tanto para o modelo sem o dano inicial como para o modelo com o dano pré-estabelecido.

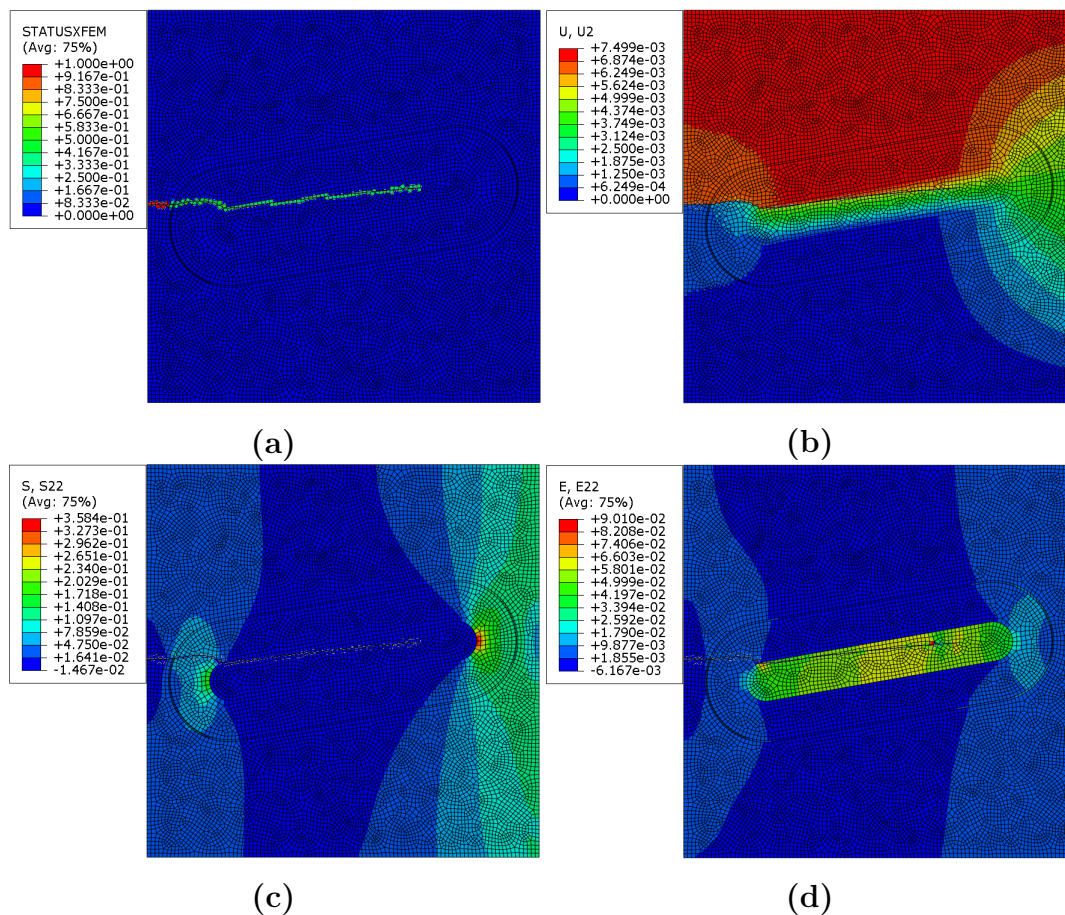


Figura 5.13: Modelo 06 – (a) Caminho da fratura (b) Deslocamentos na direção 2 (c) Campo de tensão (d) Configuração da deformação

Fonte: Autor

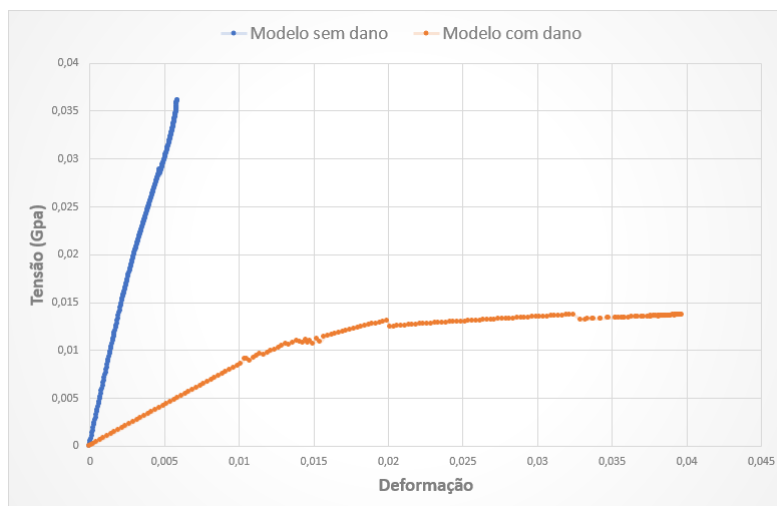


Figura 5.14: Modelo 06 - Curva Tensão x Deformação

Fonte: Autor

## 5.2

### Análises

Nesta etapa será apresentado o processo de validação e discussão dos resultados, estes serão elencados em três aspectos: a influência do canal de Haver, o papel da camada cimentícia, e a relação entre os posicionamentos do ósteon na estrutura óssea.

### 5.2.1

#### Processo de Validação

O processo de validação dos modelos apresentados, seguiram com base nos modelos propostos por Gustafsson et al. [13]. Desde já, deve-se esclarecer que no artigo Gustafsson et al. [13] não é discutido em detalhes como os modelos foram particionados e nem são mostradas as propriedades do “step” das análises. Assim, foram analisados modelos unitários simplificados de osso cortical compreendendo um ósteon embutido em uma matriz intersticial óssea e separados por uma fina camada cimentícia de  $5\mu m$ . O ósteon foi assumido como tendo  $150\mu m$  de diâmetro e  $750\mu m$  de comprimento e contendo um canal de Haver de  $50\mu m$  de largura.

As geometrias longitudinal e transversal foram de  $1 \times 1 mm^2$  com uma fissura inicial de  $100\mu m$  inserida na borda esquerda e a geometria radial foi de  $0,4 \times 0,4 mm^2$  com uma fissura inicial de  $40\mu m$  de comprimento. Perturbações foram introduzidas nos modelos para evitar condições perfeitamente simétricas: Os modelos dos ósteons nas direções longitudinal e transversal foram girados

10° e as rachaduras iniciais foram colocadas ligeiramente fora do ponto médio da borda esquerda em todos os modelos. A Figura 5.15 traz o esboço referente aos modelos propostos por Gustafsson et al. [13].

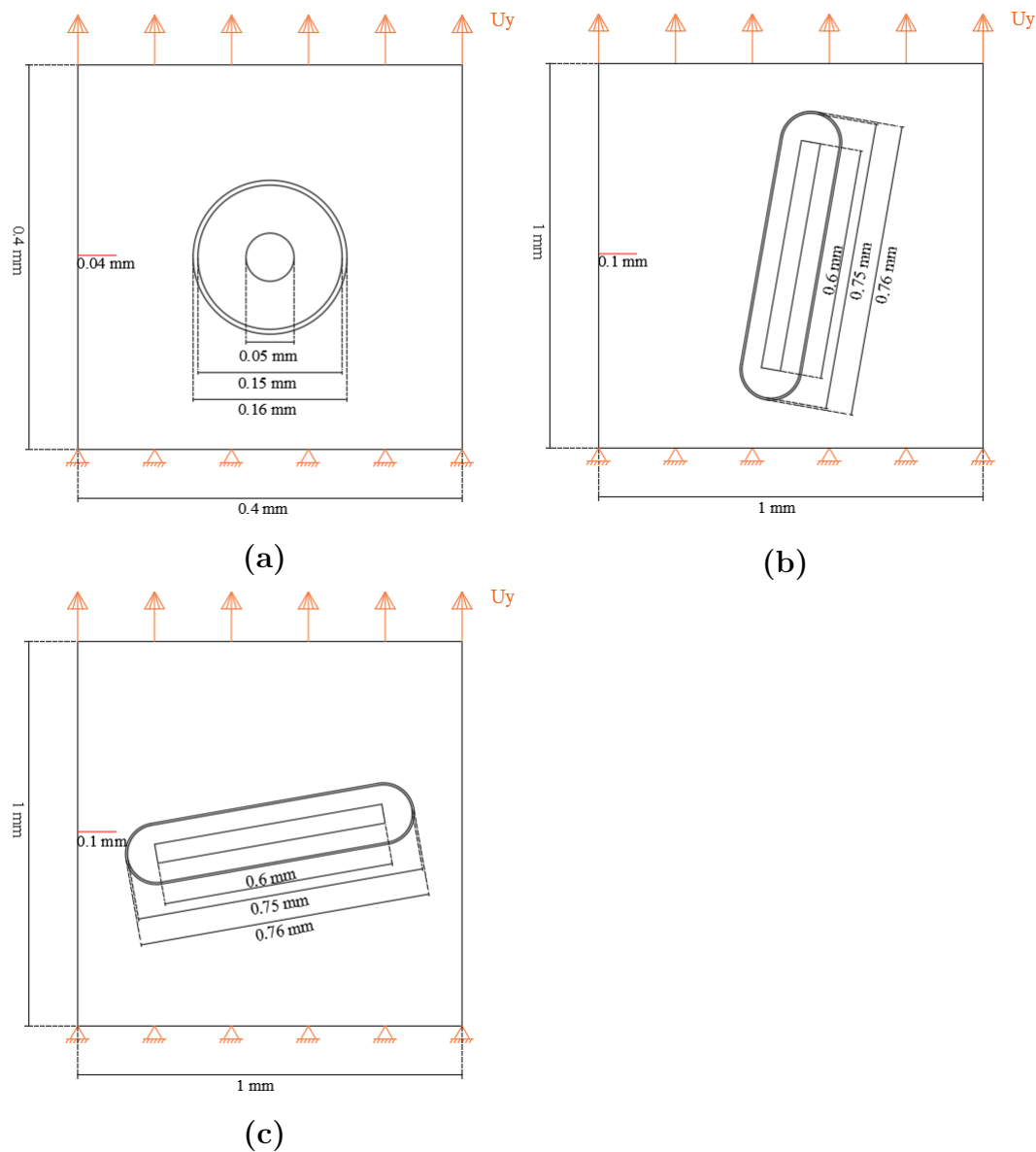


Figura 5.15: Modelo - (a) Radial (b) Transversal (c) Longitudinal

Fonte: Autor

Os elementos utilizados no artigo foram os mesmos adotados para esta dissertação (CPS4R), porém, como já mencionado, os autores não deixam claro o particionamento da malha. Então foi criada uma partição de malha que possuía os mesmos tamanhos de elementos mencionados, com a finalidade de obter uma proximidade com a quantidade de elementos expostos no artigo, embora que para o modelo transversal foi feito o uso de um número maior

de elementos. A Tabela 5.2 mostra a quantidade de elementos utilizados nos modelos do artigo e do processo de validação.

Tabela 5.2: Quantidade de elementos utilizados

Modelo	Radial	Transversal	Longitudinal
Gustafsson et al. [13]	11915	18555	27116
Autor	17664	32399	27526

Fonte: Autor

O processo para realização das análises ocorreu de forma semelhante aos do explanados na **Seção 4.2** do **Capítulo 4**. A Figura 5.16 mostra o caminho percorrido pelo dano ao longo da simulação, para os três modelos desenvolvidos com base no artigo. Já a Figura 5.17 mostra a propagação encontrada pelos autores, sendo que no texto não se faz menção ao caminho desenvolvido no modelo longitudinal.

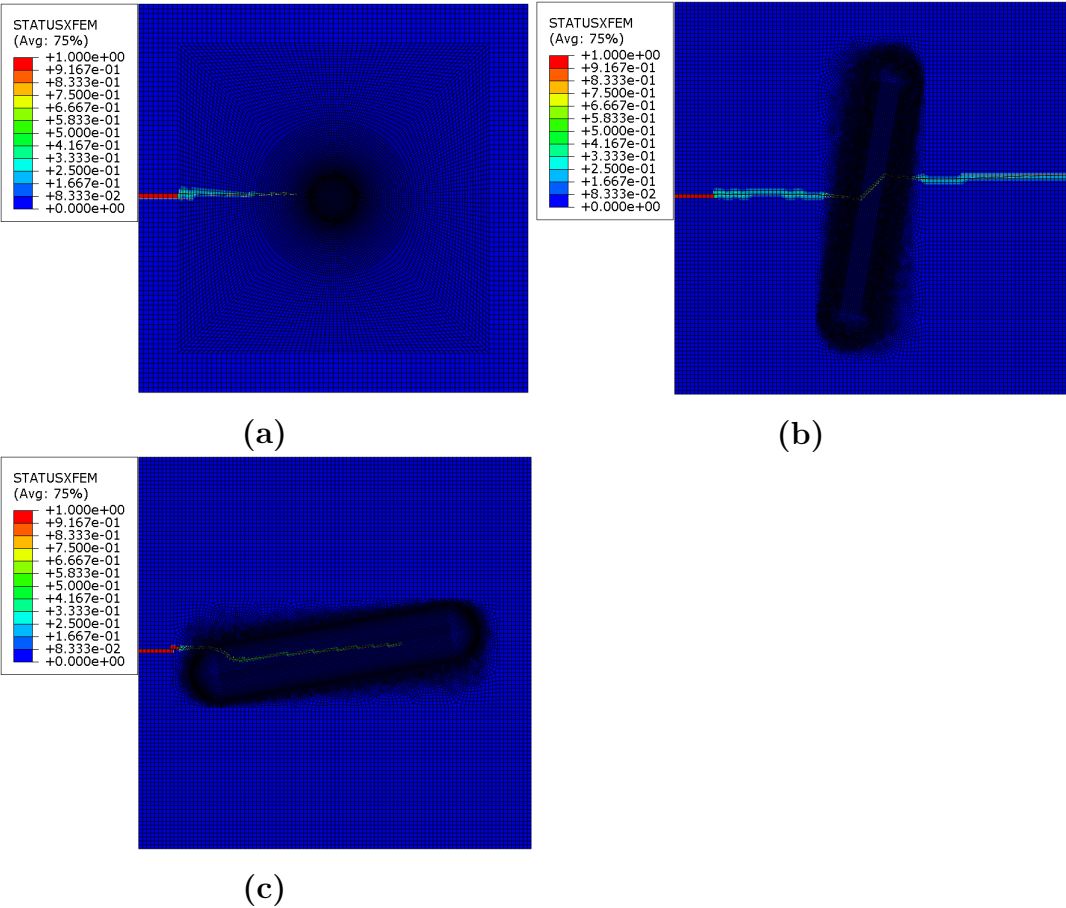


Figura 5.16: Caminho da fratura: Modelos desenvolvidos com base em Gustafsson et al. [13] - (a) Radial (b) Transversal (c) Longitudinal

Fonte: Autor



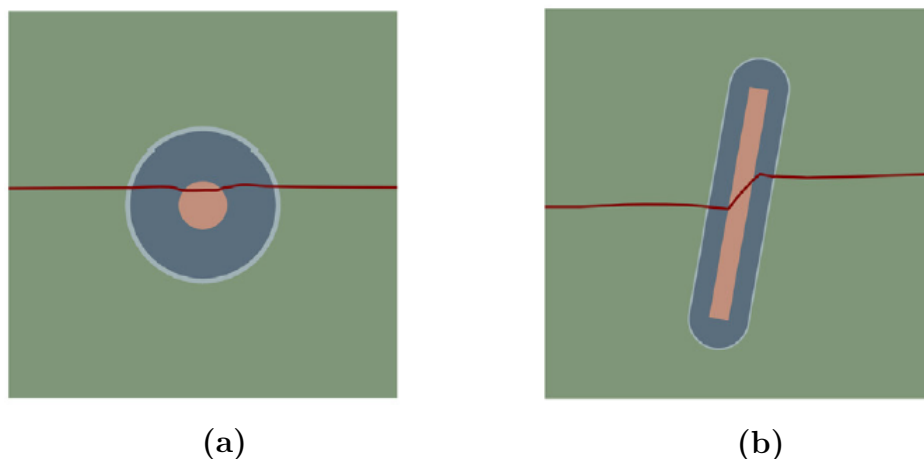


Figura 5.17: Caminho da fratura: Modelos desenvolvidos por Gustafsson et al.

- (a) Radial (b) Transversal

Fonte: Autor, adaptado de Gustafsson et al. [13]

Assumindo que, visualmente, a propagação da trinca ocorreu de maneira semelhante para os três casos, foi possível gerar gráficos tensão x deformação, os quais foram comparados com os modelos desenvolvidos nesta dissertação e explicados na seção 4.2. As Figuras 5.18, 5.19 e 5.20 mostram essas relações.

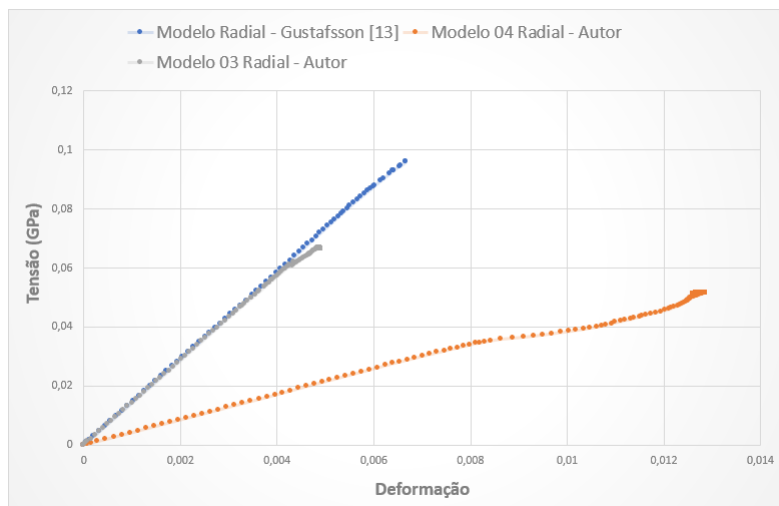


Figura 5.18: Curva Tensão x Deformação comparativa entre os modelos radiais desenvolvidos pelo o autor e os com base em Gustafsson et al.

Fonte: Autor

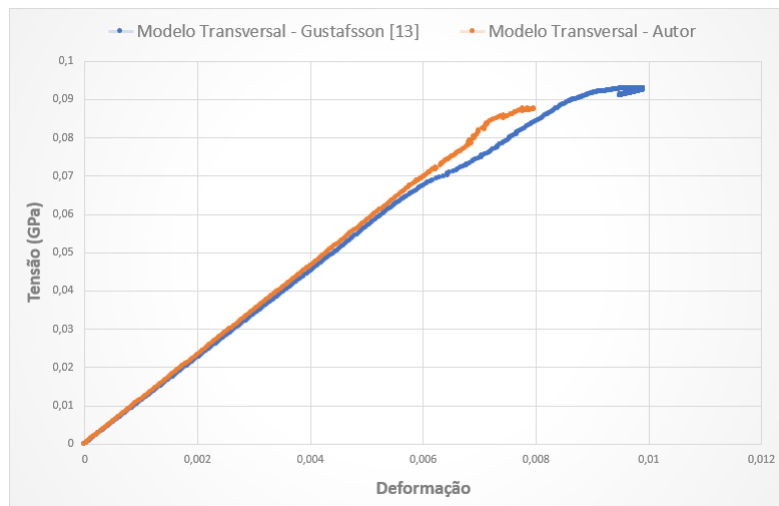


Figura 5.19: Curva Tensão x Deformação comparativa entre os modelos transversais desenvolvidos pelo o autor e os com base em Gustafsson et al.

Fonte: Autor

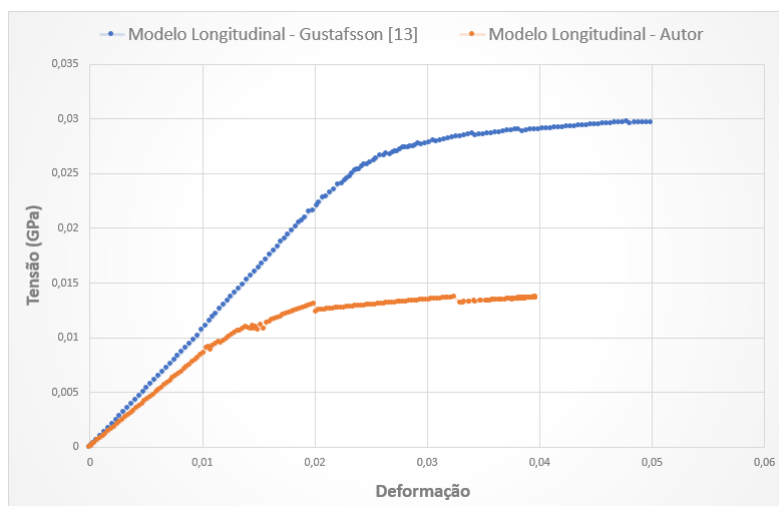


Figura 5.20: Curva Tensão x Deformação comparativa entre os modelos longitudinais desenvolvidos pelo o autor e os com base em Gustafsson et al.

Fonte: Autor

Fica visível que para os modelos transversais e longitudinais o comportamento gerado são semelhantes, principalmente para os modelos transversais. Já para o modelo radial, a resposta não foi muito similar, porém isso ocorreu por conta que a simulação parou antes da propagação completa da fratura, assim não chegou a passar pelo canal de Haver. Então, ao comparar com o Modelo 03 desenvolvido sem a presença desse canal, encontramos um comportamento igual, como pode ser visto na Figura 5.18(a).

### 5.2.2

#### Influência do Canal de Haver

Com os modelos validados e gerados todos os resultados principais, fez-se o estudo da influência dos materiais presentes na composição do espécime. Para estudar a importância do canal de Haver, foi comparado os comportamentos entre os Modelos 01 e 02 e entre os Modelos 03 e 04, visto que esses modelos são semelhantes entre si com a única diferença sendo a presença ou não do canal de Haver. As Figuras 5.21 e 5.22 exemplificam a comparação entre esses modelos fraturados e não fraturados.

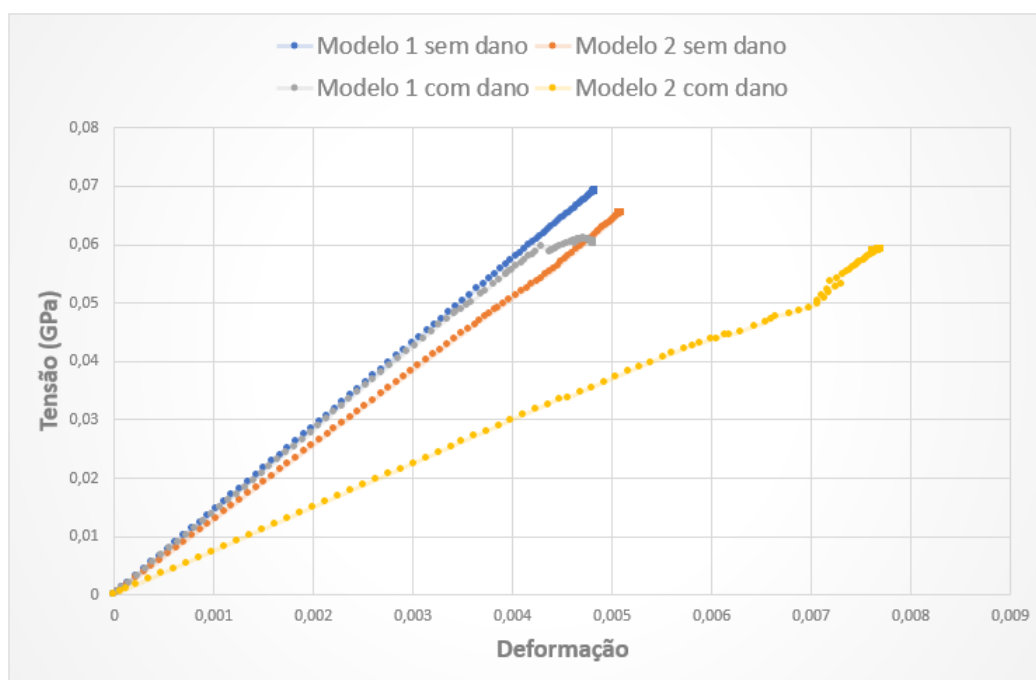


Figura 5.21: Análise comparativa da influência do Canal de Haver entre os Modelos 01 e 02

Fonte: Autor

Com base na figura logo acima, podemos verificar que para os modelos intactos, sem o dano inicial, o Modelo 02 já apresenta uma variação no comportamento, pois acaba se deformando mais em relação ao Modelo 01 para uma mesma faixa de tensão. Essa diferença fica ainda maior quando é visto o modelo danificado. O mesmo pode ser dito ao analisar a Figura 5.22, o comportamento do Modelo 03 com e sem dano são praticamente iguais quando comparado um com o outro, porém quando se é confrontado com o respectivo Modelo 04, vemos que o canal de Haver possibilita uma maior deformação para o mesmo nível de tensão aplicado.

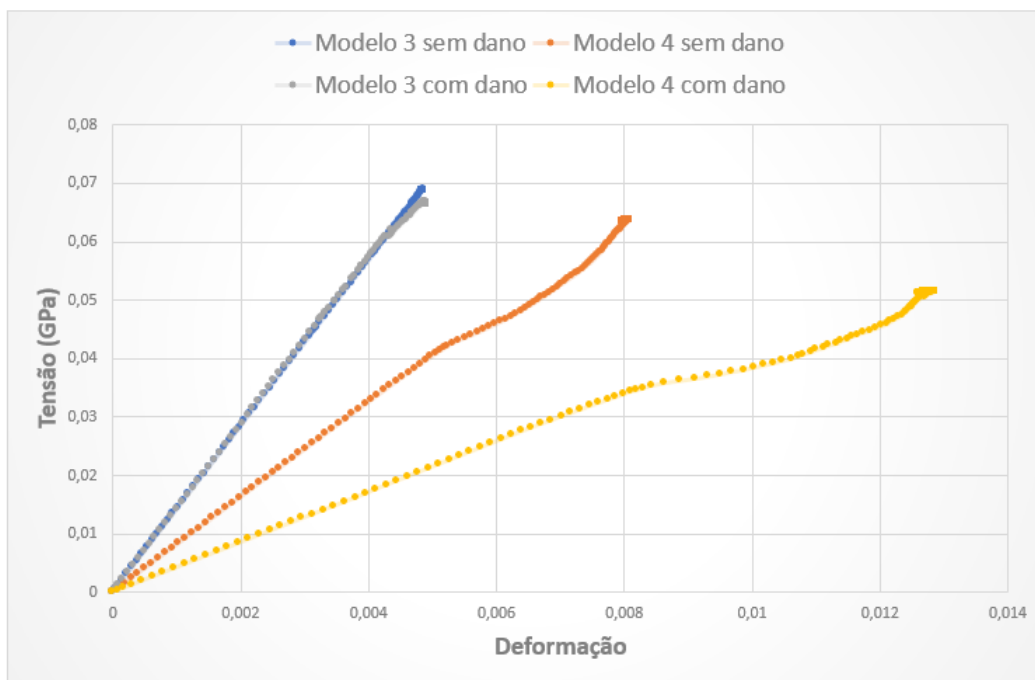


Figura 5.22: Análise comparativa da influência do Canal de Haver entre os Modelos 03 e 04

Fonte: Autor

### 5.2.3

#### Influência da Camada Cimentícia

O estudo da influência da camada cimentícia ocorreu de forma análoga ao estudo referente ao canal de Haver, a única diferença ocorreu em que desta vez foram analisados os Modelos 01 e 03 e os Modelos 02 e 04. A Figura 5.23 mostra a relação entre as tensões e deformações para os casos fraturados e não fraturados dos Modelos 1 e 3, já na Figura 5.24 é capaz de ser visto o papel da camada cimentícia nos Modelos 02 e 04. E por fim, a Figura 5.25 traz um comparativo entre os quatro modelos que possuem a presença do dano nas análises.

Da Figura 5.23, podemos inferir que a camada cimentícia apresenta um papel fundamental para ósteons que não possuem Canais de Haver, pois suas propriedades mecânicas quase não são alteradas. Com relação aos ósteons que possuem os canais, da Figura 5.24 pode ser visto que a camada cimentícia serve como uma espécie de contenção, fazendo com que ocorra maiores deformações antes da ruptura. Se analisarmos o comportamento com a tensão de 40MPa, podemos observar ainda na Figura 5.24, que o Modelo 04 sem o dano já deforma mais que o Modelo 02 e quando o dano é colocado na simulação numérica, fica claro que há um aumento de mais que o dobro na deformação. Essa afirmação

fica mais notória ao verificar a Figura 5.25, onde os modelos 01 e 02 não possuem camada cimentícia enquanto os Modelos 03 e 04 sim.



Figura 5.23: Análise comparativa da influência da camada cimentícia entre os Modelos 01 e 03

Fonte: Autor

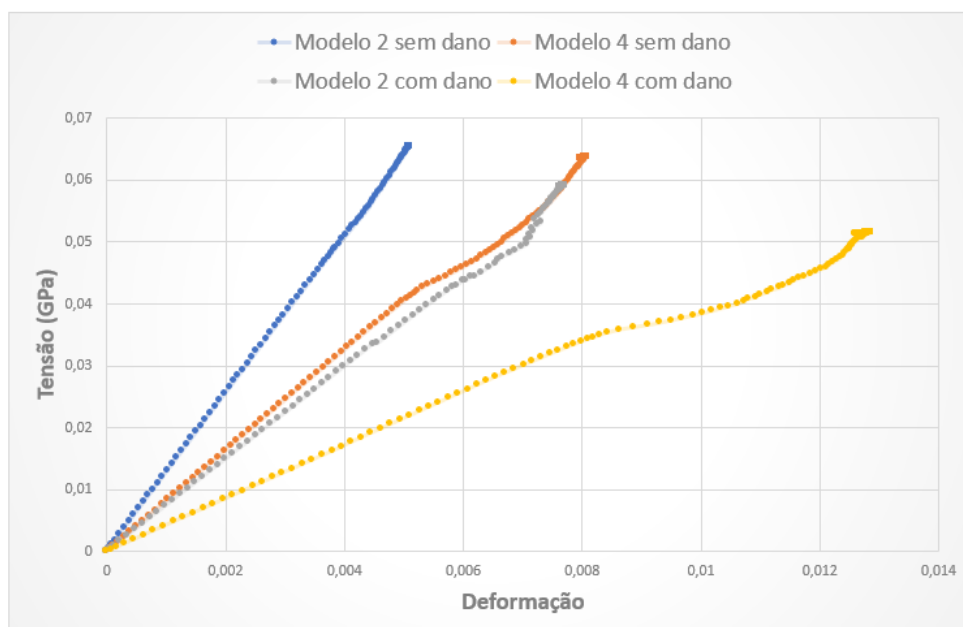


Figura 5.24: Análise comparativa da influência da camada cimentícia entre os Modelos 02 e 04

Fonte: Autor

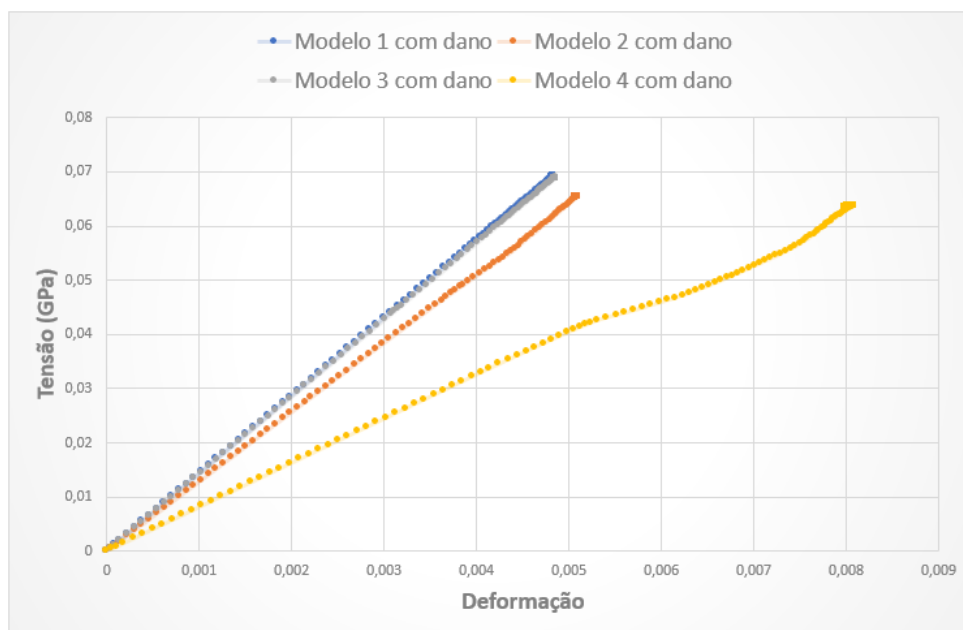


Figura 5.25: Análise comparativa da influência da camada cimentícia entre todos os Modelos Radiais

Fonte: Autor

#### 5.2.4

##### Influência da Posição do Ósteon

Para o estudo da influência das orientações do ósteons foram comparados os Modelos 04, 05 e 06 que são referentes aos modelos radial, transversal e longitudinal, respectivamente. No tocante que a Figura 5.26 ilustra o comportamento dos modelos não danificados, a Figura 5.27 elucida o confronto entre os modelos danificados.

Conforme pode ser observado nestas duas imagens, o modelo transversal possui a maior rigidez visto que, tanto para os modelos fraturados como para os modelos intactos, sofre a menor deformação com o mesmo nível de tensão aplicado. Já o modelo longitudinal, que sofre maior influência do canal de Haver, é o mais elástico devido a atração da fissura pelo canal, que a faz percorrer uma maior extensão do que nos modelos radial e transversal, enfraquecendo, assim, a estrutura óssea.

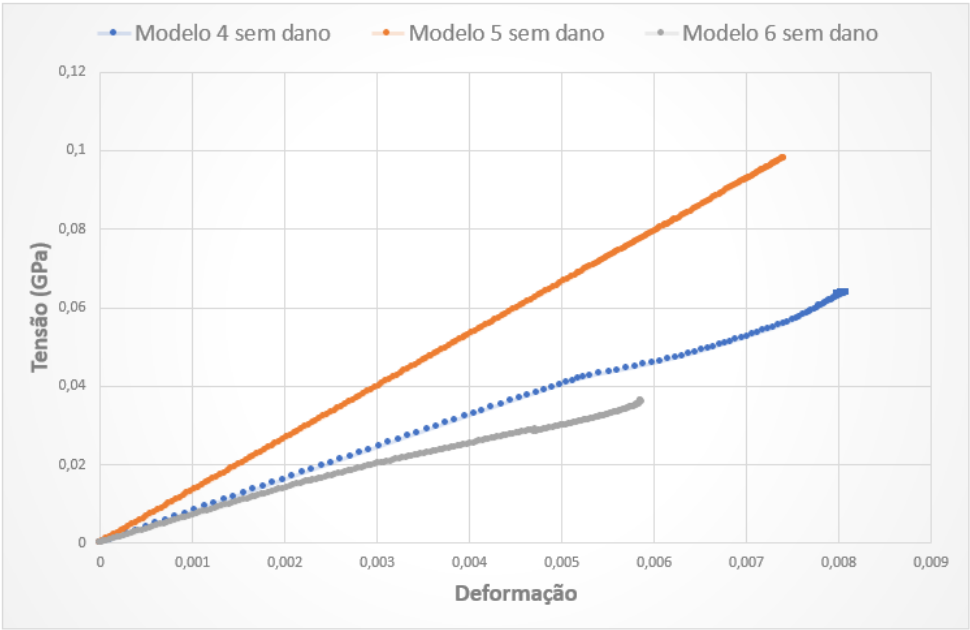


Figura 5.26: Análise comparativa da influência da orientação dos Ósteons nos Modelos Radial, Transversal e Logitudinal sem a presença de dano inicial  
Fonte: Autor

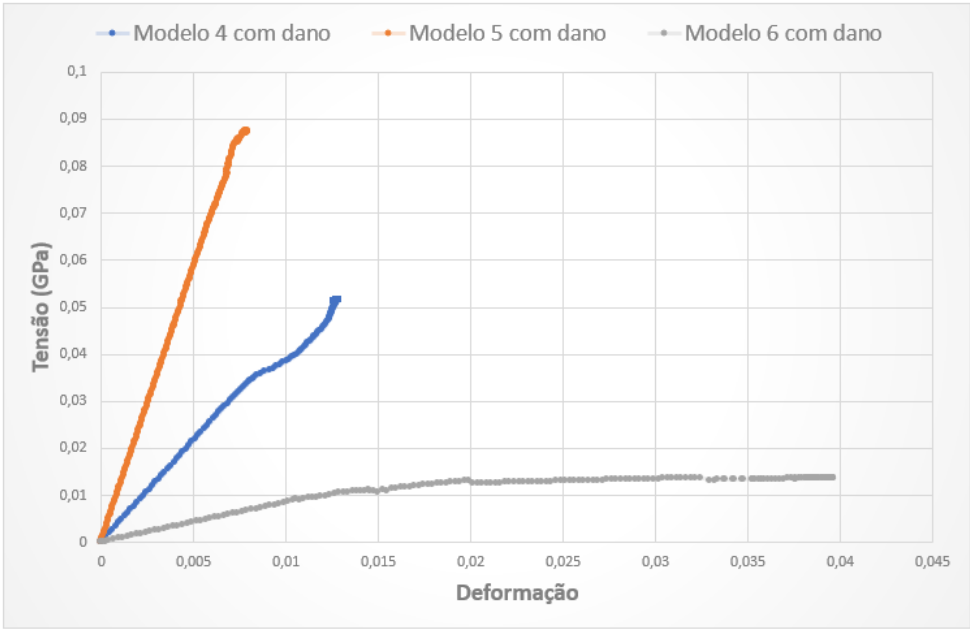


Figura 5.27: Análise comparativa da influência da orientação dos Ósteons nos Modelos Radial, Transversal e Logitudinal com a presença de dano inicial  
Fonte: Autor

O estudo apresentado sobre a modelagem da micromecânica óssea utilizando o método dos elementos finitos estendidos, determina a forma que alguns parâmetros e situações de interação alteram e influenciam o comportamento das tensões e deformações, bem como a propagação de uma trinca nos materiais que fazem parte de sua composição. As simulações trazem resultados importantes na busca pelo entendimento de como a microestrutura do osso reage no processo de fraturamento.

Para a revisão de literatura, inicialmente fez-se um breve resumo e um histórico das formulações presentes nas teorias clássicas da mecânica da fratura, bem como suas vertentes, sendo a Mecânica da Fratura Linear Elástica, Mecânica da Fratura Elastoplástica e Mecânica da Fratura Computacional. Posteriormente, realizou-se uma revisão sobre o osso, na qual foram abordadas todas as definições de seus componentes, desde a microestrutura até a macroestrutura, relatando os tipos de osso e os modos de fraturamento. Por fim, mostrou-se o processo de simulação, as descrições dos modelos e a revisão sobre os parâmetros mecânicos utilizados.

Ao todo, foram realizadas 19 simulações para 06 modelos diferentes, sendo: 05 simulações para o Modelo 01, com o intuito de estudar a convergência da malha e, após adotar a melhor malha, fez-se uso dos resultados obtidos para o Modelo 01 com dano; 05 referentes aos Modelos 02 à 06, com dano inicialmente incorporado; 06 análises do espécimes intactos, referentes aos Modelos 01 à 06; e outros 03 estudos com base no trabalho de Gustafsson et al. [13], referentes às orientações radial, transversal e longitudinal, para o processo de validação.

A princípio, o estudo da convergência de malha foi realizado, com este sendo somente para o Modelo 01; na Tabela 5.1, pode ser observado o tamanho e a quantidade de elementos para cada passo do refinamento. Adotou-se o tamanho base dos elementos da malha como  $0,01mm$ , pois, para esta dimensão, a fratura se propagou como o esperado e os resultados foram satisfatórios para as tensões e deformações. Além disso, houve um menor custo computacional em relação às outras malhas mais refinadas e, após a adoção das dimensões base dos elementos da malha, as simulações dos Modelos de 01 a 06 foram realizadas



para duas configurações iniciais – sem o dano e com o dano –, com finalidade de verificar a discrepância dos resultados entre estas duas configurações.

Para o processo de validação dos modelos, utilizou-se o trabalho de Gustafsson et al. [13] como base, por se tratar de um estudo com a maior riqueza de dados para a reprodução dos modelos em relação a outros com a mesma linha de ação. No entanto, algumas características dos modelos não foram citadas, como o processo de partição e construção da malha. Desta maneira, foram atribuídos alguns detalhes para que esses modelos pudessem ser reproduzidos e, assim, foram gerados os modelos radiais, transversais e longitudinais. Ao analisar os resultados obtidos em todas as simulações, foi constatado que os modelos desenvolvidos pelo autor desta dissertação correspondem aos modelos propostos por Gustafsson et al. [13]. E, com os modelos validados, três verificações puderam ser feitas: a influência do canal de Haver, o papel da camada cimentícia e a orientação dos ósteons.

Ao analisar a influência do canal de Haver nos Modelos 01 e 02 e os Modelos 03 e 04, foi verificado que o canal atribui ao espécime a capacidade de uma maior deformação para o mesmo nível de tensão aplicado, deixando-o mais frágil. Em relação à função da camada cimentícia, a análise ocorreu de forma análoga ao estudo do canal de Haver, comparando os Modelos 01 e 03 e os Modelos 02 e 04. Observou-se ainda, um claro efeito da camada cimentícia, que desempenha um papel fundamental na propagação de fissuras, atuando como barreira e prevenindo ou retardando o crescimento de fissuras.

Quanto a atribuição do posicionamento do ósteon na microestrutura, comparou-se os Modelos 04, 05 e 06, que representam a orientação radial, transversal e longitudinal, respectivamente. Verificou-se que o modelo transversal é o mais rígido, pois sofre a menor deformação com o mesmo nível de tensão aplicado, tanto para os modelos fraturados como para os modelos não fraturado. Nesse sentido, o modelo longitudinal é o mais elástico, pois sofre maior influência do canal de Haver e, com isso, enfraquece a estrutura óssea, permitindo a propagação da fissura com maior facilidade em seu interior.

Com isso, o presente trabalho tem como importância o entendimento do impacto de uma fratura na microestrutura óssea, que auxiliará possíveis pesquisas correlacionadas com o assunto abordado.

## 6.1

### Sugestões para trabalhos futuros

O comportamento da fratura dentro de uma matriz óssea depende de muitas variáveis, algumas delas podem ser determinadas através de uma modelagem simples em função de algumas propriedades do material. No

entanto, em alguns casos são precisos trabalhos com maior complexidade em suas análises. Assim, para dar continuidade ao tema apresentado, são propostas as seguintes sugestões:

- Estudar a influência de múltiplos ósteons interagindo simultaneamente, análise em mesoescala;
- Fazer um estudo em três dimensões para os casos analisados;
- Analisar em macroescala o comportamento de fraturas ósseas.

## Referências bibliográficas

- [1] CALLISTER, D. W; RETWISCH, D. G.. **Magnetic properties**. Materials Science and Engineering, An Introduction, 7th Ed. ed. John Willey & Sons, Inc, p. 19–56, 2007.
- [2] LAUNEY, MAXIMILIEN E; BUEHLER, M. J. R. R. O.. **On the mechanistic origins of toughness in bone**. Annual Review of Materials Research, 40:25–53, 2010.
- [3] WANG, RIZHI; GUPTA, H. S.. **Deformation and fracture mechanisms of bone and nacre**. Annual Review of Materials Research, 41:41–73, 2011.
- [4] KOESTER, KURT J; AGER, J. W. R. R.. **The true toughness of human cortical bone measured with realistically short cracks**. Nature materials, 7(8):672–677, 2008.
- [5] MOHSIN, SAHAR; O'BRIEN, F. J. L. T. C.. **Osteonal crack barriers in ovine compact bone**. Journal of anatomy, 208(1):81–89, 2006.
- [6] SKEDROS, J. G. E. A.. **Cement lines of secondary osteons in human bone are not mineral-deficient: New data in a historical perspective**. The Anatomical Record Part A: Discoveries in Molecular, Cellular, and Evolutionary Biology: An Official Publication of the American Association of Anatomists, 286(1):781–803, 2005.
- [7] FRATZL, P. E. A.. **Hindered crack propagation in materials with periodically varying young's modulus—lessons from biological materials**. Advanced Materials, 19(18):2657–2661, 2007.
- [8] SABET, F. A. E. A.. **Modelling of bone fracture and strength at different length scales: a review**. Interface focus, 6(1):20150055, 2016.
- [9] BELYTSCHKO, TED; BLACK, T.. **Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing**. International journal for numerical methods in engineering, 45(5):601–620, 1999.
- [10] MELENK, JENS M; BABUŠKA, I.. **The partition of unity finite element method: Basic theory and applications**. Computer methods in applied mechanics and engineering, 139(1-4):289–314, 1996.

- [11] ABDEL-WAHAB, A.; MALIGNO, A. R. ; SILBERSCHMIDT, V. V.. **Micro-scale modelling of bovine cortical bone fracture: Analysis of crack propagation and microstructure using x-fem**. Computational Materials Science, 52(1):128–135, 2012.
- [12] IDKAIDEK, ASHRAF; JASIUK, I.. **Cortical bone fracture analysis using xfem—case study**. International journal for numerical methods in biomedical engineering, 33(4):e2809, 2017.
- [13] GUSTAFSSON, A. E. A.. **An interface damage model that captures crack propagation at the microscale in cortical bone using xfem**. Journal of the mechanical behavior of biomedical materials, 90:556–565, 2019.
- [14] LI, SIMIN; ABDEL-WAHAB, A. S. V. V.. **Analysis of fracture processes in cortical bone tissue**. Engineering Fracture Mechanics, 110:448–458, 2013.
- [15] HERO, C.. **Microscopic anatomy of bone**. <https://www.coursehero.com/sg/anatomy-and-physiology/microscopic-anatomy-of-bone/>.
- [16] BURGE, R. E. A.. **Incidence and economic burden of osteoporosis-related fractures in the united states, 2005–2025**. Journal of bone and mineral research, 22(3):465–475, 2007.
- [17] NALLA, R. K. E. A.. **Fracture in human cortical bone: Local fracture criteria and toughening mechanisms**. Journal of biomechanics, 38(7):1517–1525, 2005.
- [18] KRUZIC, J. J. E. A.. **Indentation techniques for evaluating the fracture toughness of biomaterials and hard tissues**. Journal of the mechanical behavior of biomedical materials, 2(4):384–395, 2009.
- [19] BUDYN, E; HOC, T.. **Analysis of micro fracture in human haversian cortical bone under transverse tension using extended physical imaging**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 82(8):940–965, 2010.
- [20] JONVAUX, JULIEN; HOC, T. B. E.. **Analysis of micro fracture in human haversian cortical bone under compression**. International journal for numerical methods in biomedical engineering, 28(9):974–998, 2012.
- [21] SILVA, J.. **Análise da Propagação de Fendas por Fadiga-Fluência na Superliga de Níquel RR1000**. PhD thesis, Tese de Doutorado. Universidade Técnica de Lisboa, 2007.

- [22] MEDINA, J. A. H.. **Avaliação de Previsões de Fratura Elastoplástica**. PhD thesis, Tese de Doutorado. PUC-Rio, 2014.
- [23] HAAG, J.. **Propagação de trincas por fadiga em arames de alta resistência mecânica**. Trabalho de Conclusão de Curso - Departamento de Metalurgia, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul., 2012.
- [24] MACHADO, I. G.. **Falhas de estruturas de aço soldadas devido à reduzida ductilidade**. Soldagem & Inspeção, 18:391–403, 2013.
- [25] SILVA, M. A.. **Notas de aula: Metalurgia da conformação plástica dos metais**. Universidade Federal do Pará - Centro Tecnológico Curso de Graduação em Engenharia Mecânica., p. 46, 2013.
- [26] INGLIS, C. E.. **Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners**. Trans Inst Naval Archit, 55:219–241, 1913.
- [27] SATO, M. E. A.. **Modelagem de problemas da mecânica da fratura e propagação de trincas em fadiga**. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas., 2009.
- [28] GRIFFITH, A. A.. **Vi. the phenomena of rupture and flow in solids**. Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character, 221(582-593):163–198, 1921.
- [29] MELCHER, P. J. L.; CASTRODEZA, E.. **Tenacidade a fratura de aços estruturais que apresentam delaminações**. Dissertação de Mestrado., Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE., RJ, Brasil, 2014.
- [30] GRIFFITH, A. A.. **The theory of rupture**. In: FIRST INT. CONG. APPL. MECH, p. 55–63, 1924.
- [31] IRWIN, G. R.. **Fracturing of metals**. Proceedings of the ASM Symposium, (582-593):147–166, 1947.
- [32] WESTERGAARD, H.. **Bearing pressure and cracks**. Trans. ASME, J. Applied Mechanics, 6(49):399, 1939.
- [33] IRWIN, G. R.. **Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate**. Trans. ASME, J. Applied Mechanics, 24:361–364, 1957.
- [34] SILVEIRA, N. P. P.. **Simulação de propagação de trincas com o uso do método dos elementos de contorno**. Tese de Doutorado. Pós

- Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- [35] WELLS, A.. **Unstable crack propagation in metals: Cleavage and fast fracture**. In: PROCEEDINGS OF THE CRACK PROPAGATION SYMPOSIUM, volumen 1, 1961.
- [36] COTTRELL, A.. **Theoretical aspects of radiation damage and brittle fracture in steel pressure vessels**. Ing. Nucleare, 4, 1962.
- [37] STANDARD, B.. **Bs 7448: Fracture mechanics toughness tests—part i: method for determination of k<sub>ic</sub>, critical ctod and critical j values of metallic materials**, 1991.
- [38] ASTM. **E-1820: Standard test method for measurement of fracture toughness**, 2013.
- [39] ESHELBY, J. D.. **The force on an elastic singularity**. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 244(877):87–112, 1951.
- [40] RICE, J. R.. **A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks**. Journal of Applied Mechanics, 35:379–386, 1968.
- [41] VERA-TUDELA, C. A. R.; CORSI, M. F.. **Estudo das trincas retas com o método dos elementos de contorno, a função de green numérica e a técnica da dupla reciprocidade**. TEMA (São Carlos), 20:115–131, 2019.
- [42] SIH, G. C.. **Handbook of Stress-Intensity Factors**. Lehigh University, Institute of Fracture and Solid Mechanics, 1973.
- [43] ROOKE, D. P.; CARTWRIGHT, D. J.. **Compendium of stress intensity factors**. Procurement Executive, Ministry of Defence. H. M. S. O. 1976, 330 p(Book)., 1976.
- [44] MIRANDA, A. D. O.. **Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis**. 2003. 106 f. PhD thesis, Tese (Doutorado)-Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Pontifícia . . . , 2003.
- [45] BARBOSA, N. D. S.. **Avaliação do Fator de Intensidade de Tensões em Corpos Fraturados**. PhD thesis, PUC-Rio, 2020.

- [46] HENSHELL, R.; SHAW, K.. **Crack tip finite elements are unnecessary**. International journal for numerical methods in engineering, 9(3):495–507, 1975.
- [47] BARSOUM, R. S.. **On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics**. International journal for numerical methods in engineering, 10(1):25–37, 1976.
- [48] BUECKNER, H. F.. **The propagation of cracks and the energy of elastic deformation**. Transaction of the ASME, Series E, 80(6):1225–1230, 1958.
- [49] WROBEL, L. C.. **Integridade estrutural – mecânica da fratura computacional - parte 1**. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro., p. 14, 2019.
- [50] ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R. ; ZHU, J.. **The finite element method: Its basis and fundamentals 7th ed** elsevier, 2013.
- [51] COOK, R. D.; MALKUS, D. S. ; PLESHA, M. E.. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. John Willey Sons, 2001.
- [52] COELHO, G. D. C.. **Avaliação da integridade estrutural de um vaso de pressão danificado por trincas: análise numérica e adequação ao serviço**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Campina Grande, 2018.
- [53] KUNA, M.. **Finite Elements in Fracture Mechanics**, volumen 10. Springer, 2013.
- [54] SHIH, C.; MORAN, B. ; NAKAMURA, T.. **Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body**. International Journal of fracture, 30(2):79–102, 1986.
- [55] SANTANA, E. P. D.. **Análise do crescimento à fadiga, interação e coalescência de múltiplas trincas com o método dos elementos de contorno dual**. Dissertação (Mestrado). Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. 89p., 2015.
- [56] OWEN, D. R. J.; FAWKES, A.. **Engineering fracture mechanics: Numerical methods and applications**. Pineridge Press Ltd, 91 West Cross Lane, West Cross, Swansea, UK, 1983. 305, 1983.

- [57] MARTÍNEZ CONCEPCIÓN, E. R.. **Modelagem numérica de fraturamento hidráulico via método dos elementos finitos estendido**. Dissertação (Mestrado). Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental., 2015.
- [58] MOËS, N.; DOLBOW, J. ; BELYTSCHKO, T.. **A finite element method for crack growth without remeshing**. International journal for numerical methods in engineering, 46(1):131–150, 1999.
- [59] BENDEZÚ, M. A. L.. **Simulação Numérica do Fraturamento de Rocha por Explosão Considerando o Modelo de Zona Coesiva**. PhD thesis, PUC-Rio, 2015.
- [60] SUKUMAR, N.; MOËS, N.; MORAN, B. ; BELYTSCHKO, T.. **Extended finite element method for three-dimensional crack modelling**. International journal for numerical methods in engineering, 48(11):1549–1570, 2000.
- [61] BELYTSCHKO, T.; CHEN, H.; XU, J. ; ZI, G.. **Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment**. International journal for numerical methods in engineering, 58(12):1873–1905, 2003.
- [62] SILVA, P. A.. **Uma Implementação do Método Estendido dos Elementos Finitos para Análise de Propagação de Fraturas Bidimensionais**. PhD thesis, PUC-Rio, 2015.
- [63] SONG, J.-H.; AREIAS, P. M. ; BELYTSCHKO, T.. **A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 67(6):868–893, 2006.
- [64] GINER, E.; SUKUMAR, N.; TARANCÓN, J. ; FUENMAYOR, F.. **An abaqus implementation of the extended finite element method**. Engineering fracture mechanics, 76(3):347–368, 2009.
- [65] MARCO, M.; BELDA, R.; MIGUÉLEZ, M. H. ; GINER, E.. **A heterogeneous orientation criterion for crack modelling in cortical bone using a phantom-node approach**. Finite Elements in Analysis and Design, 146:107–117, 2018.
- [66] JUNQUEIRA, L.; CARNEIRO, J.. **Histologia básica: Texto & atlas**, 2013.



- [67] MUNDY, G.; OTHERS. **The effects of cytokines and growth factors on osteoblastic cells.** *Bone*, 17(2):S71–S75, 1995.
- [68] TEITELBAUM, S. L.. **Bone resorption by osteoclasts.** *Science*, 289(5484):1504–1508, 2000.
- [69] COHEN JR, M. M.. **The new bone biology: Pathologic, molecular, and clinical correlates.** *American journal of medical genetics Part A*, 140(23):2646–2706, 2006.
- [70] DANGELO, J. G.; FATTINI, C. A.. **Anatomia humana sistêmica e segmentar.** rev. São Paulo: Atheneu, 757, 2011.
- [71] SOBOTTA, J.. **Atlas de anatomia humana.** Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2013.
- [72] TORTORA, G. J.; DERRICKSON, B.. **Corpo humano: fundamentos de anatomia e fisiologia.** 8ª edição. Porto Alegre, 2012.
- [73] MOORE, K. L.; DALLEY, A. F. ; AGUR, A. M.. **Anatomia orientada para a clínica.** Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2014.
- [74] MÜLLER, M. E.; NAZARIAN, S. ; KOCH, P.. **Classification AO des fractures: les os longs.** Berlin: Springer-Verlag, 1987.
- [75] MEINBERG, E. G.; AGEL, J.; ROBERTS, C. S.; KARAM, M. D. ; KELLAM, J. F.. **Fracture and dislocation classification compendium—2018.** *Journal of orthopaedic trauma*, 32:S1–S10, 2018.
- [76] ZIMMERMANN, E. A.; BUSSE, B. ; RITCHIE, R. O.. **The fracture mechanics of human bone: Influence of disease and treatment.** *BoneKEy reports*, 4, 2015.
- [77] KOESTER, K.; BARTH, H. ; RITCHIE, R.. **Effect of aging on the transverse toughness of human cortical bone: Evaluation by r-curves.** *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, 4(7):1504–1513, 2011.
- [78] NALLA, R.; KRIZIC, J.; KINNEY, J.; BALOOCH, M.; AGER III, J. ; RITCHIE, R.. **Role of microstructure in the aging-related deterioration of the toughness of human cortical bone.** *Materials Science and Engineering: C*, 26(8):1251–1260, 2006.
- [79] MIRZAALI, M. J.; SCHWIEDRZIK, J. J.; THAIWICHAI, S.; BEST, J. P.; MICHLER, J.; ZYSSET, P. K. ; WOLFRAM, U.. **Mechanical properties**

- of cortical bone and their relationships with age, gender, composition and microindentation properties in the elderly. *Bone*, 93:196–211, 2016.
- [80] HERNLUND, E.; SVEDBOM, A.; IVERGÅRD, M.; COMPSTON, J.; COOPER, C.; STENMARK, J.; MCCLOSKEY, E. V.; JÖNSSON, B. ; KANIS, J. A.. **Osteoporosis in the european union: Medical management, epidemiology and economic burden.** *Archives of osteoporosis*, 8(1):1–115, 2013.
- [81] ZIMMERMANN, E. A.; SCHAIBLE, E.; BALE, H.; BARTH, H. D.; TANG, S. Y.; REICHERT, P.; BUSSE, B.; ALLISTON, T.; AGER, J. W. ; RITCHIE, R. O.. **Age-related changes in the plasticity and toughness of human cortical bone at multiple length scales.** *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(35):14416–14421, 2011.
- [82] ABAQUS/STANDARD. **User assistance.** SIMULIA, 2020.
- [83] MISCHINSKI, S.; URAL, A.. **Finite element modeling of microcrack growth in cortical bone.** *ASME. J. Appl. Mech.*, 78(4):041016 (9 pages), July 2011.
- [84] GUSTAFSSON, A.; WALLIN, M.; KHAYYERI, H. ; ISAKSSON, H.. **Crack propagation in cortical bone is affected by the characteristics of the cement line: a parameter study using an xfem interface damage model.** *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 18(4):1247–1261, 2019.