

1

Introdução

A ampla aplicação das vigas repousando sobre uma fundação elástica na modelagem de alguns problemas de engenharia tem sido um grande incentivo para o desenvolvimento de estudos ligados a esses elementos estruturais. O objetivo principal da análise dinâmica é o projeto de estruturas seguras e estáveis, que devem satisfazer critérios relacionados à prevenção de movimentos dinâmicos excessivos tanto da fundação quanto da estrutura que está interagindo com esta.

O estudo da vibração diz respeito aos movimentos oscilatórios de corpos e às forças que lhes são associadas. Considerando que a maior parte das estruturas está sujeita a um certo grau de vibração, torna-se indispensável, portanto, a determinação do seu comportamento oscilatório.

Ao longo das décadas passadas o aumento da esbeltez das estruturas levou ao crescimento da demanda por estudos sobre o comportamento oscilatório de elementos esbeltos tais como chaminés, torres, mastros etc. Como resultado da ação dos ventos e de terremotos, segundo Vandeghen e Alexandre (1969), em 1952 problemas em estruturas devidos a vibrações em estacas de aço são pela primeira vez mencionadas na literatura científica.

Os sistemas oscilatórios podem ser caracterizados como lineares, onde prevalece o princípio da superposição e estão bem desenvolvidos os métodos matemáticos disponíveis para o seu estudo, e não lineares, cujos métodos de análise são bem menos conhecidos e de difícil aplicação.

Voltando-se para a situação da coluna semi-enterrada, tem-se que a metodologia usual para a formulação do problema de interação fundação elástica - estrutura é incluir a reação da fundação na equação diferencial da coluna. Diversos modelos de fundação são encontrados na literatura sendo o modelo linear de Winkler o mais usado devido à sua simplicidade e à boa qualidade dos resultados apresentados (Andrade, 1993).

No modelo de Winkler considera-se que a reação da fundação em um ponto da coluna depende somente da deflexão desta naquele mesmo ponto. A relação entre a reação e a deflexão é feita através de um parâmetro de rigidez característico de cada tipo de solo cujo cálculo pode ser encontrado, por exemplo, em Poulos (1980).

A expressão matemática que define os deslocamentos dinâmicos de um sistema é denominada de equação de movimento e, neste trabalho, sua obtenção ocorre a partir do “Princípio de Hamilton” que leva à função de Lagrange do sistema. De acordo com Leipholz (1970) esse princípio é usado principalmente no estudo de oscilações não lineares. Ressalta-se aqui que o estudo de sistemas não-lineares passa pela compreensão de um sistema linear que geralmente se traduz em uma simplificação de um problema não-linear.

Quando o sistema é linear, a aplicação do “Princípio de Hamilton” origina para sistemas contínuos equações diferenciais parciais lineares que podem ser resolvidas pelo Método da Separação das Variáveis. Esta metodologia aplicada ao problema de vibrações tem a sua solução relacionada à resolução de um problema de autovalor de onde são obtidos as frequências naturais do sistema e os respectivos modos de vibração.

Sistemas não-lineares possuem uma abordagem diferenciada com relação ao caso linear. A não-linearidade presente no sistema coluna-solo tem origem na própria geometria da coluna cuja deformada é descrita por relações deformação-deslocamento não-lineares, como pode ser visto, por exemplo, em Timoshenko (1961).

As equações diferenciais de movimento, que definem um sistema oscilatório não-linear, exigem que os métodos analíticos de obtenção das soluções sejam substituídos por métodos aproximados como o Método de Galerkin-Urabe e o Método do Balanço Harmônico, dentre outros (Lynch, 2001; Perko, 2001). A partir dos métodos aproximados, obtêm-se as relações amplitude – frequências de vibração e curvas de ressonância não-lineares, tornando-se possível a análise dinâmica quantitativa.

A análise qualitativa tem como marco inicial o encontro dos pontos em que a estabilidade pode ser ganha ou perdida que são denominados de pontos fixos. A determinação destes pontos é realizada através da resolução de um sistema de equações diferenciais de primeira ordem cuja origem é a equação de movimento

do sistema. Pequenas mudanças qualitativas nestes pontos podem causar uma mudança qualitativa da topologia do retrato fase em um determinado ponto de instabilidade estrutural, denominado de ponto crítico ou ponto de bifurcação.

Trabalhos realizados por Poincaré (1890) e posteriormente por Birkhoff (1927) e Lyapunov (1949), entre outros, relatam, em especial, algumas ferramentas de análise qualitativa da estabilidade com a determinação dos pontos de equilíbrio dinâmico, além do uso de critérios para a caracterização de sua estabilidade e a sua variação com o incremento de valor de um determinado parâmetro que pode ser vista em um diagrama de bifurcação (apud Santee., 1999).

1.1. Motivação

A motivação para o estudo de colunas semi-enterradas é a sua intensa utilização como elemento de sustentação de estruturas apoiadas sob os mais diferentes tipos de solos. A crescente utilização, também, em estruturas off-shore vem demandando estudos nesta área ampliando ainda mais o interesse na determinação do comportamento vibratório linear e não linear destes elementos.

Cabe ressaltar que, embora a análise de vigas sobre base elástica seja um tema bastante estudado na literatura, raras são as referências sobre estacas semi-enterradas, objeto de estudo dessa dissertação.

1.2. Objetivos

O presente trabalho está inserido na linha de pesquisa em Instabilidade e Dinâmica das Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio tendo sua formulação iniciada por Andrade (1993) através da dissertação de mestrado intitulada “Instabilidade e Vibrações de Colunas Esbeltas Sobre Base Elástica”. Estudos anteriores sobre vibrações não-lineares em sistemas dinâmicos, também serviram de base para o desenvolvimento desta pesquisa (Santee, 1999; Del Prado, 2001).

Este trabalho tem como objetivo aprofundar o estudo paramétrico do sistema linear e estabelecer o comportamento do sistema não-linear, abordando aspectos gerais ligados à estabilidade dinâmica.

1.3.

Organização do Trabalho

O capítulo 2 apresenta a formulação necessária para a obtenção do funcional de energia, tanto para o caso linear quanto para o caso não-linear, formulado a partir do “Princípio de Hamilton”. O capítulo 3 refere-se à dedução das equações diferenciais para os trechos enterrado e desenterrado da coluna considerando o funcional do caso linear e à obtenção das soluções destas equações a partir de um estudo detalhado da equação característica de cada equação diferencial. A resolução do problema de autovalor permite, no capítulo 4, o estudo da influência dos parâmetros relativos à rigidez da fundação, carregamento e altura da coluna nas frequências naturais e modos de vibração. O capítulo 5 apresenta a formulação para a resolução das equações diferenciais obtidas a partir do funcional de energia não-linear através dos métodos aproximados de Galerkin-Urabe e do Balanço Harmônico. No capítulo 6, têm-se os resultados da análise não-linear para a vibração livre e para a vibração forçada, com ênfase nos aspectos relativos às frequências, amplitudes de vibração e análise da estabilidade. Por fim, no capítulo 7, são apresentadas as conclusões e algumas sugestões para a continuação deste trabalho de pesquisa.