



**Luís Felipe dos Santos Ribeiro**

**Modelagem Mesoescala do Dano e Fratura em  
Concreto Reforçado com Fibras**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Deane de Mesquita Roehl

Coorientador: Dr. Eleazar Cristian Mejia Sanchez

**Rio de Janeiro, Brasil**

**Março de 2022**



**Luís Felipe dos Santos Ribeiro**

**Modelagem Mesoescala do Dano e Fratura em  
Concreto Reforçado com Fibras**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

**Prof<sup>a</sup>. Deane de Mesquita Roehl**

Orientadora  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

**Dr. Eleazar Cristian Mejia Sanchez**

Coorientador  
Instituto Tecgraf/PUC-Rio

**Prof<sup>a</sup>. Fernanda Lins Gonçalves Pereira**

Departamento de Engenharia Civil – UERJ

**Prof. Luís Antônio Guimarães Bitencourt Júnior**

Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica/USP- SP

**Prof. Luiz Fernando Campos Ramos Martha**

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 04 de março de 2022

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Luís Felipe dos Santos Ribeiro**

Graduou-se em Engenharia Civil pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG) em 2019. Em março de 2020, ingressou no Mestrado em Engenharia Civil ofertado pelo Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, na área de concentração Estruturas. No ano de 2021, passou a integrar o grupo de Modelagem e Simulação Multifísica do Instituto TECGRAF/PUC-Rio. Atualmente, desenvolve pesquisas na área de métodos numérico aplicados ao estudo multiescala de elementos compósitos cimentícios.

#### FICHA CATALOGRAFICA.

Ribeiro, Luís Felipe dos Santos

Modelagem Mesoescala do Dano e Fratura em Concreto Reforçado com Fibras - Luís Felipe dos Santos Ribeiro; orientadora: Deane de Mesquita Roehl; coorientador: Eleazar Cristian Mejia Sanchez. – 2022.

110 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2022.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Concreto reforçado com fibras. 3. Análise multiescala. 4. Métodos dos elementos finitos. I. Roehl, Deane de Mesquita. II. Mejia Sanchez, Eleazar Cristian. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

*À minha mãe, Flávia, e à minha madrinha, Huga, que fizeram de suas vidas uma luta diária pela minha educação.*

## Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus, que está comigo em todos os momentos da minha vida, provendo coragem e cultivando a fé para enfrentar cada uma das etapas.

À minha mãe, Flávia, por ter sido a melhor mãe que poderia ser, sem que nunca me faltasse nada.

Agradeço a todos os membros da minha família pelo amor doado, pelo incentivo e motivação nos dias difíceis.

À minha namorada, Amanda Scherer, que esteve ao meu lado durante essa fase e sempre me ouviu e apoiou nos momentos de desespero.

Aos meus grandes amigos, Emilio, Giuseppe, Isabella, Samuel, Daniela, Gabriel e Kennedy, por todos os momentos de descontração durante os dias difíceis. Estes sempre possibilitaram grandes momentos de alegria.

Aos que agradeço doravante, apesar de não os conhecer pessoalmente, eu os admiro de coração.

À minha orientadora Deane Roehl, por confiar em meu trabalho, por me ensinar um pouco mais a cada reunião e por toda a paciência e dedicação.

Ao Cristian Mejía, por estar SEMPRE disponível, por todo o suporte, sugestões e conselhos, fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas da PUC-Rio, em especial Marcello Congro que é uma grande motivação e inspiração para minha escolha de linha de pesquisa. Sua ajuda até aqui foi essencial, não tenho palavras para agradecer por tudo. Ao Francisco Dias, que apesar de nem sequer me conhecer, nunca disse não às minhas dúvidas. Vocês têm um coração imenso.

Aos amigos Syllas e Valdiny por todas as conversas, trabalhos em grupo compartilhados e reuniões para descontrair nos dias mais difíceis.

A todos os colegas que o Instituto Tecgraf/PUC-Rio me proporcionou.

À PUC-Rio e ao Instituto Tecgraf/PUC-Rio, por todos os auxílios e ferramentas concedidos, que possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Resumo

Ribeiro, Luis Felipe dos Santos; Roehl, Deane de Mesquita; Sanches, Eleazar Cristian Mejia. **Modelagem Mesoescala do Dano e Fratura em Concreto Reforçado com Fibras**. Rio de Janeiro, 2022. 111. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Compósitos cimentícios estão ganhando cada vez mais relevância na indústria da construção civil. No entanto, as diretrizes para o projeto do material compósito e dos seus elementos estruturais são ainda incipientes, pois mecanismos de ponte de transferência de forças providos pelas fibras ainda estão sob investigação. Este trabalho apresenta uma estratégia de modelagem de elementos finitos que leva em consideração a estrutura de nível mesoestrutural do material cimentício reforçado com fibras. Desta forma, quatro fases do material são consideradas no modelo numérico: agregados graúdos, argamassa, zona de transição interfacial (ZTI) e fibras. A argamassa e os agregados são modelados usando elementos contínuos triangulares com comportamento linear-elástico. As fibras são incluídas usando elementos de treliça unidimensionais acopladas a elementos bidimensionais contínuos. Uma técnica de fragmentação de malha é usada para introduzir elementos de interface nas arestas dos elementos de argamassa e na interface entre agregados e argamassa para representar a ZTI. O método *Take-and-Place*, proposto por Wriggers e Moftah (2006), foi adotado neste estudo para incluir agregados no modelo. Primeiro, os agregados são gerados seguindo uma curva de Fuller, que define um empacotamento entre os agregados perfeitos. Na segunda fase, os agregados são introduzidos no modelo garantindo a não sobreposição entre eles. Finalmente, as fibras são adicionadas. Para validar a metodologia proposta, testes experimentais foram simulados com sucesso em um *framework* de simulação numérica – GeMA. Por fim, o trabalho explora a influência do empacotamento fibra-agregado na resposta mecânica e nos padrões de fraturamento de compósitos cimentícios fibrosos.

## Palavras – Chave

Concreto Reforçado com Fibras, Análise Multiescala, Métodos dos Elementos Finitos

## Abstract

Ribeiro, Luis Felipe dos Santos; Roehl, Deane de Mesquita; Sanches, Eleazar Cristian Mejia. **Mesoscale Modelling of Damage and Fracture of Fiber Reinforced Concrete**. Rio de Janeiro, 2022. 111. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Fiber Reinforced Concrete (FRC) materials are gaining more relevance in the construction industry. However, the guidelines for the design of the composite material and of structural elements thereof are incipient and the stress bridging mechanisms are still under investigation. This work presents a finite element modelling strategy that takes into account the material meso-level structure. Four phases of the FRC material are considered in the model: coarse aggregates, mortar, interfacial transition zone (ITZ), and fibers. The mortar and aggregates are modelled using triangular linear elements with linear-elastic behavior. Fibers are included using one-dimensional truss elements which are coupled to the matrix through the technique proposed by Congro (2021). Zero-thickness interface elements are introduced at the interface between mortar elements, and at the interface between aggregates and mortar to represent the ITZ. The Take-and-Place method, obtained from Wriggers and Moftah (2006), was adopted in this study to include aggregates in the model. First, the aggregates are generated following a Fuller's curve that means a perfect aggregate package. In the second phase, the aggregates are placed in the model without overlapping. Finally, fibers were added. A mesh fragmentation technique is used to introduced zero-thickness interface elements at the interface between mortar elements, and at the interface between aggregates and mortar to represent the ITZ. To validate the proposed methodology, direct tensile test models were successfully reproduced in finite element analyses performed in an in-house framework – GeMA. Based on the obtained results, the authors could explore the influence of the fibers-aggregate packing in the mechanical response of the composite material.

## Keywords:

Fiber Reinforced Concrete, Multiscale Analysis, Finite Element Methods

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>17</b>
1.1	Motivação .....	17
1.2	Objetivos.....	19
1.3	Organização da Dissertação.....	20
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica .....</b>	<b>21</b>
2.1	Concreto Reforçado com Fibras .....	21
2.1.1	Breve Histórico .....	21
2.1.2	Composição.....	22
2.1.3	Classificação e Comportamento.....	25
2.2	Modelagem e Simulação Numérica em CRF.....	28
2.2.1	Modelos Homogêneos para Simulação do CRF .....	28
2.2.2	Modelos Numéricos bifásicos discretos.....	30
2.2.3	Modelos Numéricos Multifásicos Discretos .....	34
2.3	Observações finais .....	37
<b>3</b>	<b>Técnicas Numéricas para Modelagem de Dano e Fratura .....</b>	<b>38</b>
3.1	Modelagem da fratura em materiais compósitos cimentícios.....	38
3.2	Método dos Elementos Finitos – Elementos de Interface Coesiva...	39
3.2.1	Modelos de fratura coesiva .....	42
3.3	Modelo de Plasticidade Unidimensional para as fibras .....	45
3.4	Modelos Mesoescala bifásicos.....	47
3.4.1	Elementos finitos compósitos.....	48
3.5	Estudos de caso .....	49
3.5.1	Ensaio de Tração Direta - Le Hoang e Fehling (2017) .....	49
3.5.2	Ensaio de Flexão de 3 pontos – Cifuentes et al (2013) .....	53

<b>4</b>	<b>Metodologia Multifásica para Modelagem e Simulação do Concreto Reforçado com Fibras .....</b>	<b>56</b>
4.1	Pré-Processamento .....	56
	4.1.1 Gerador de agregados graúdos .....	56
	4.1.2 Geração de Fibras.....	59
	4.1.3 Gerador de malhas.....	63
4.2	Estudos de Caso .....	65
	4.2.1 Tração Direta.....	65
	4.2.2 Viga Entalhada Sujeita a Flexão de Três Pontos.....	70
	4.2.3 Ensaio de Tração Direta – Le Hoang e Fehling (2017).....	74
<b>5</b>	<b>Modelos Concorrentes Multifásicos .....</b>	<b>83</b>
	5.1.1 Estudo de Caso: Flexão de 3 pontos – Cifuentes <i>et. al.</i> (2013)	86
	5.1.2 Estudo de Caso: Flexão de 3 pontos – Bitencourt Jr. et al., (2019)	91
<b>6</b>	<b>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros .....</b>	<b>96</b>
6.1	Conclusões .....	96
6.2	Recomendações para trabalhos futuros.....	97
<b>7</b>	<b>Referências.....</b>	<b>99</b>

## Lista de Figuras

Figura 2.1 - Tipos de fibra de aço utilizadas em FRC. (adaptado de Wille, Naaman, 2012) .....	24
Figura 2.2: Descrição do mecanismo de uniformização da tensão devido à presença das fibras. (Adaptado de RILEM (2002)).....	25
Figura 2.3 - Comportamento constitutivo elastoplástico à tração do concreto com fibras. (a) Amolecimento; (b) Endurecimento.....	26
Figura 2.4. Curva de carga-deslocamento para comportamento de compósitos cimentícios submetidos à flexão; <i>Deflection Softening</i> (esquerda) e <i>Deflection Hardening</i> (direita).....	28
Figura 2.5: Determinação da curva tensão-deformação equivalente a partir da curva força de arrancamento-deslizamento da fibra. (adaptado de Cunha et al., 2011)) .....	32
Figura 3.1: Zona de processamento da fratura. Adaptada de (Cusatis, Cedolin, 2007).....	39
Figura 3.2: Representação esquemática de um corpo sujeito as forças internas (corpo) e externas (tração).....	40
Figura 3.3: Malha de elementos finitos bidimensional. ....	41
Figura 3.4: Lei coesiva exponencial característica .....	43
Figura 3.5: Exemplo de aplicações com uso de elementos de interface: modelo com malha refinada na região central e elementos de interface nas bordas dos elementos contínuos (esquerda). Configuração deformada com representação da fratura (descontinuidade) na região crítica (direita). Adaptada de Santos et al., (2021) .....	44
Figura 3.6. Diagrama tensão-deformação para modelo elastoplástico perfeito. ....	46
Figura 3.7: Representação esquemática de Elementos Finitos Compósitos. Adaptado de (Congro et al., (2021) .....	47
Figura 3.8: Malha e condições de contorno adotadas para modelo de tração direta (superior). Nuvem de fibras incluídas no modelo (inferior).....	50
Figura 3.9: Resultados comparativos entre respostas numéricas obtidas via metodologia ‘Compósitos’ e experimentais. ....	52

Figura 3.10: Configuração deformada do espécime modelado numericamente.....	52
Figura 3.11: Malha adotada para o ensaio proposto por Cifuentes et al., (2013) .....	53
Figura 3.12: Comparação entre respostas numéricas e experimentais para ensaio de flexão de três pontos. ....	54
Figura 3.13: Padrão de faturamento apresentado pelo modelo numérico usando a os elementos compósitos. ....	55
Figura 3.14: Padrões de propagação de fissuras em diferentes estágios: (a) durante a análise numérica; (b) durante o experimento de Cifuentes et al. (2013); (c) no final da análise numérica; (d) ao final do teste experimental de Cifuentes et al. (2013).....	55
Figura 4.1: Representação da mesoestrutura do concreto convencional. (a) Rodrigues, (2015) (b) Wang et al., (2020) (c) López et al., (2008a).....	58
Figura 4.2: Condições para posicionamento do agregado no modelo. (Adaptado de Wriggers et al., (2006)).....	59
Figura 4.3: Representação do processo de geração de fibras.....	60
Figura 4.4: Representação da mesoescala do compósito. ....	60
Figura 4.5: Representação esquemática do pré-processamento para geração de modelos compósitos.....	61
Figura 4.6: Representação da busca por nós de intersecção entre malhas. ..	62
Figura 4.7: Descrição do processo de geração de malhas. (a) Entidades geométricas. (b) Malha conforme seguindo geometria proposta. ....	63
Figura 4.8: Discretização de modelos multifásicos.....	64
Figura 4.9: Geometria, condições de contorno e malha elementos finitos. ..	66
Figura 4.10: Comparação entre respostas globais obtidas numericamente para o concreto com e sem fibras. ....	68
Figura 4.11: Comportamento da variável de dano. Mapas de dano para (a) 60% da carga de pico; (b) Carga de pico; (c) Fim da análise.....	68
Figura 4.12: Distribuição das tensões na direção do carregamento nos modelos de (a) CRF; (b) concreto simples. ....	69
Figura 4.13: Padrão de fraturamento dos modelos para o (a) CRF. (b) concreto simples. ....	70

Figura 4.14: Geometria, condições de contorno e dispersões de agregados e fibras. ....	71
Figura 4.15: Comportamento pós-pico global para vigas ensaiadas.....	72
Figura 4.16: Propagação da fratura durante a simulação. ....	73
Figura 4.17: Configuração deformada para as vigas ensaiadas composta por (a) concreto simples; (b) CRF.....	74
Figura 4.18: (a) Geometria do corpo de prova ensaiado e fases adotadas. (b) Representação gráfica das quatro fases isoladas. ....	75
Figura 4.19: Representação gráfica dos três modelos numéricos simulados: (a) modelo 1; (b) modelo 2; (c) modelo 3. ....	77
Figura 4.20: Resultados numéricos obtidos usando a formulação mesoescala multifásica com e sem fibras. ....	79
Figura 4.21: Configurações deformadas (20x) dos modelos (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) sem fibra.....	80
Figura 4.22: Visualização do processo de surgimento e propagação das microfraturas no modelo 3: (a) modelo 3 escala real; (b) Refinamento em fase 1(CMOD $\cong$ 0.1 mm) ; (c) Refinamento maior em fase 1; (d) Refinamento em fase 2(CMOD $\cong$ 0.25); (e) Refinamento maior em fase 2. ....	81
Figura 4.23: Comparativo entre respostas numéricas e experimentais até a falha do compósito. ....	82
Figura 5.1: Representação da técnica multiescala concorrente com: mesoescala multifásica (região verde); macroescala equivalente (região cinza). .	83
Figura 5.2: Representação do modelo de Counto em paralelo. Adaptado de Rodrigues (2015). ....	85
Figura 5.3: Descrição gráfica do processo de dupla homogeneização.....	86
Figura 5.4: Geometria e condições de contorno da viga.....	88
Figura 5.5: Malha adotada para estudo do ensaio experimental de Cifuentes et al., (2013). (a) malha total. (b) Refinamento na região da mesoescala. ....	88
Figura 5.6: Comparativo entre resposta numérica e experimental para modelos de flexão de 3 pontos. ....	90
Figura 5.7: Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito utilizando algumas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de flexão em 4 pontos de Marangon (2011). ....	90

Figura 5.8. Propagação da fratura na viga: (a) modelo bifásico; (b) Modelo multifásico; (c) Experimental. ....	91
Figura 5.9: Geometria do modelo e topologia das heterogeneidades adicionadas. ....	92
Figura 5.10: Malha e topologia das fibras e agregados para a representação na Mesoescala.....	93
Figura 5.11: Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito utilizando algumas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de flexão em 4 pontos de Bitencourt Jr. et al., (2019).....	94
Figura 5.12: Representação da propagação das fraturas e ativação das fibras em diferentes estágios da curva global de força-abertura de fratura para o ensaio de flexão de três pontos de Bitencourt Jr. et al., (2019). ....	95

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Propriedades mecânicas de tipologias comuns de fibras. (adaptado de (Adaptado de Bentur, Mindess, 2007) .....	23
Tabela 3.1: Propriedades mecânicas adotadas. ....	50
Tabela 3.2: Propriedades mecânicas adotadas para o ensaio de flexão de 3 pontos. ....	53
Tabela 3.3: Propriedades mecânicas dos elementos de interface coesivos..	53
Tabela 4.1: Parâmetros dos materiais.....	66
Tabela 4.2: Parâmetros adotados para o modelo de dano coesivo para cada fase.....	67
Tabela 4.3: Parâmetros dos materiais.....	71
Tabela 4.4: Parâmetros do modelo coesivo dos elementos de interface.....	72
Tabela 4.5: Propriedades e parâmetros mecânicos e geométricos das fibras. ....	76
Tabela 4.6: Propriedades e parâmetros físicos e geométricos dos agregados e da matriz de concreto.....	76
Tabela 4.7: Parâmetros adotados para o modelo de interface coesiva.....	78
Tabela 5.1: Propriedades homogeneizadas e de cada fase para primeira etapa de homogeneização seguindo modelo de Counto (1964).....	87
Tabela 5.2: Propriedades homogeneizadas e de cada fase para segunda etapa de homogeneização seguindo modelo de Voigt (1910).....	87
Tabela 5.3: Parâmetros adotados para o modelo de interface coesiva.....	89
Tabela 5.4: Propriedades mecânicas da argamassa e dos agregados referentes ao ensaio de flexão de 3 pontos de Bitencourt Jr. et al., (2019) e parâmetros equivalentes obtidos seguindo modelo de Counto (1964).....	92
Tabela 5.5: Propriedades homogeneizadas e de cada fase para segunda etapa de homogeneização seguindo modelo de Voigt (1910).....	92

*“É muito melhor arriscar coisas grandiosas, alcançar triunfos e glórias, mesmo expondo-se a derrota, do que formar fila com os pobres de espírito que nem gozam muito nem sofrem muito, porque vivem nessa penumbra cinzenta que não conhece vitória nem derrota.”*

**Theodore Roosevelt**

# 1

## Introdução

### 1.1

#### Motivação

Nos últimos anos, a utilização de materiais compósitos cimentícios vem ganhando notória relevância na engenharia estrutural devido ao desenvolvimento de materiais mecanicamente cada vez mais eficazes. Em conjunto com a demanda por novos materiais, os compósitos cimentícios fibrosos (CRFs) podem, ainda ser bem vistos quando aliados a uma medida sustentável que visa reutilizar materiais como reforço mecânico em matrizes predominantemente frágeis, como, por exemplo, polipropileno, fibras naturais, dentre outras. Portanto, inúmeras pesquisas têm sido realizadas mundialmente com o objetivo de estudar profundamente os mecanismos inerentes ao ganho de performance mecânica resultante da interação entre fibra e matriz.

Diversos ganhos podem ser observados no comportamento de compósitos quando fibras são adicionadas, dentre os quais destaca-se: o ganho de ductilidade e ganho de capacidade de absorção de energia denotado pela maior capacidade de sofrer deformações plásticas antes do colapso. Aliado a isso, muitas vezes observa-se o ganho de resistência residual após a matriz começar a fraturar. Então, as fibras são responsáveis por agir como uma barreira à propagação das fraturas, possibilitando que quando essas começam a se formar as concentrações de tensões nas pontas das fraturas, possam ser redistribuídas para regiões não danificadas. Portanto as fibras atuam também como pontes de transferência de tensões entre as fraturas (Naaman, 2018; Neville, 2011).

No Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio, estudos experimentais e numéricos têm sido desenvolvidos nos últimos anos com o intuito de compreender com profundidade o comportamento de materiais compósitos

cimentícios fibrosos. Esses estudos partem da investigação e da compreensão de diversos efeitos físicos locais inerentes ao comportamento da matriz e das fibras, assim como da interação entre ambos os materiais. Experimentalmente, diversos tipos de reforços fibrosos foram investigados, dentre os quais: fibras metálicas, fibras de polipropileno e fibras vegetais (Monteiro et al., 2018; Manfredi & Silva (2020) De Sá et al., 2020; Ferreira et al., 2021). Em contrapartida, outros autores do DEC/PUC-Rio atuam no desenvolvimento de metodologias numéricas e de ferramentas na área da Mecânica Computacional e Dano e Fratura em Materiais para modelagem e simulação do concreto e de compósitos cimentícios fibrosos (Rueda Cordero, 2019; Congro, 2020; Mejia et al., 2020; Moraes et al., 2020; Santos et al., 2021; Abreu et al., 2022). Desta forma, ao se aliar as investigações numéricas e experimentais, um grande número de pesquisas notórias tem sido desenvolvido visando compreender o efeito da adição de fibras e sua interação com as fraturas em diversas escalas de observação do comportamento dos compósitos cimentícios fibrosos.

Nas últimas décadas, a fim de analisar elementos estruturais compostos por CRF e determinar a seu comportamento global, diversos modelos matemáticos foram propostos. Entretanto, a propagação do dano e fratura em materiais cimentícios é um fenômeno físico multiescala, pois, se inicia na escala microscópica (microfissuras e poros) e propaga-se pela mesoestrutura até que se formem as microfissuras. A nível macroscópico, modelos de homogeneização aliados ao Método dos Elementos Finitos (MEF) foram empregados. Contudo, para investigar os os mecanismos de dano e propagação de fratura, formulações matemáticas mais robustas e metodologias mais refinadas que consideram a meso/microestrutura do CRF e tratam as heterogeneidades de forma discreta são demandas (Häussler-Combe et al., 2020; López et al., 2008; Tejchman & Bobiński 2013; e Jirásek & Bazant, 1995).

Na mesoescala, poucos são os estudos e modelos numéricos apresentados na literatura capazes de representar o CRF com a presença explícita das heterogeneidades (fibras e agregados) Naderi & Zhang (2020). Para tal deve-se considerar a construção de modelos multifásicos com a presença dos quatro componentes principais: argamassa, agregados, fibras e a zona de transição interfacial (ZTI). A ZTI é a região da interface entre os agregados e a pasta

cimentícia e tem dimensões variáveis entre  $1\mu m$  até  $100\mu m$ . Esta região é predominantemente mais porosa em resultado ao efeito parede resultante da diferença entre as dimensões do agregado e dos grãos de cimento. Tal diferença faz com que o agregado atue como uma mini parede que perturba a uniformidade da distribuição dos grãos de cimento, assim, uma região menos densa é formada no entorno do agregado, logo uma maior porosidade pode ser observada. Como consequência, a ZTI nos modelos numéricos é a grande responsável pelo surgimento das primeiras micro fraturas (Bazant & Planas, 1998; Mehta & Monteiro, 2006).

Portanto, visando estender a modelagem de materiais cimentícios compósitos ao nível mesoestrutural cujas fibras, argamassa, agregados e ITZs são simulados explicitamente, este trabalho apresenta uma metodologia robusta para gerar modelos multiescala multifásicos para investigação dos mecanismos de dano e sua influência no comportamento global de elementos estruturais de CRFs. Não somente, formulações matemáticas adicionais são descritas, como a formulação de acoplamento das fibras proposta por Congro (2020), a formulação de modelos de dano coesivo para simulação das fraturas com elementos de interface coesivos, assim como uma breve descrição a respeito da sua formulação.

## 1.2

### Objetivos

O objetivo deste trabalho é investigar o comportamento mecânico de elementos estruturais compostos por concreto reforçado com fibras (CRF) por meio de modelos numéricos multiescala multifásicos com duas fases (fibra e concreto) e com quatro fases (fibras, argamassa, agregado e ITZ) usando o MEF.

Neste sentido, de maneira a atingir o objetivo principal deste trabalho, alguns objetivos secundários são apresentados: desenvolver um algoritmo capaz de gerar os modelos mesoestruturais do concreto; estender a formulação de elementos compósitos visando incluir diferentes modelos constitutivos para as fibras. Não obstante, incluir esses avanços às fibras que cortam os elementos de interface; validar as formulações implementadas usando ensaios experimentais apresentados na literatura.

### 1.3

#### **Organização da Dissertação**

Este trabalho é constituído por sete capítulos descritos a seguir. Esta introdução compõe o Capítulo 1 do trabalho.

O Capítulo 2, apresenta os principais aspectos da composição e do comportamento de CRFs e os principais mecanismos físicos resultantes da adição das fibras são explanados. Nesse capítulo apresentam-se os trabalhos da literatura que contribuíram em diversas etapas da elaboração da metodologia multiescala apresentada neste.

Já o Capítulo 3 traz a descrição teórica das técnicas numéricas empregadas para simulação do dano e fratura em CRFs. Apresenta-se uma breve descrição sobre a formulação do MEF voltada para os elementos de interface aqui adotados e também de modelos de dano coesivo empregados. Em conjunto com essas formulações, uma breve descrição da formulação do elemento com fibras embebidas é também apresentada. Por fim, modelos numéricos bifásicos são apresentados e seus resultados discutidos.

As adaptações necessárias para estender a construção de modelos bifásicos para modelos multifásicos são apresentadas no Capítulo 4. Conceitos relacionados à geração aleatória de agregados, regras de não sobreposição entre as fases e geração das malhas de elementos finitos dos modelos são apresentados. Finalmente, o capítulo traz validações dos modelos multifásicos propostos.

No Capítulo 5, aplicações que consideram modelos com malhas concorrentes, ou seja, que aliam duas escalas (macroescala e mesoescala multifásica) são apresentadas. Ensaio experimentais em escala real são modelados numericamente e comparações entre as respostas numéricas e experimentais são feitas a fim de validar a metodologia aqui apresentada.

Finalmente, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 6.

## 2

### Fundamentação Teórica

#### 2.1

##### Concreto Reforçado com Fibras

Materiais compósitos são materiais cujas propriedades de dois ou mais materiais são combinadas de maneira a produzir um material primário com propriedades otimizadas, que não estão presentes em um único material. Ao longo dos últimos anos, a Engenharia Civil em conjunto a evolução da tecnologia dos materiais tem desenvolvido compósitos estruturais cada dia mais eficientes. Um dos materiais que mais tem se destacado é o concreto reforçado com fibra (CRF), cujas fibras atuam como um reforço estrutural eficaz promovendo um ganho de ductilidade, durabilidade e até mesmo de capacidade de carga em elementos de concreto armado. Desta forma, o capítulo a seguir apresenta uma breve revisão da literatura sobre o emprego de fibras como reforço estrutural em compósitos cimentícios.

##### 2.1.1

###### Breve Histórico

O uso de fibras como reforço na construção civil tem seu relato mais antigo no Egito Antigo nas Sagradas Escrituras, com o uso da fibra como recurso para a fabricação de tijolos (Êxodo 5, 6-7). Outras aplicações na antiguidade são relatadas em manuscritos, dentre as quais destacam-se o uso de pelos de cavalo, fibras de amianto e fibras de palha na concepção de blocos de argila (Naaman, 2018).

Historicamente, a técnica de adotar fibras como reforço fibroso também esteve presente na construção de importantes monumentos por grandes civilizações

do passado, como na construção da Muralha da China. (Casagrande, 2001 *apud* Congro, 2020).

Já em tempos mais recentes, Naaman (2000) relata as invenções do francês Joseph Louis Lambot no século XIX, que combinou malhas de ferro com cimento e apresentou as primeiras aplicações do que viria a se tornar o que chamamos de ferro-cimento e, posteriormente, concreto armado. Essa primeira ideia não tomou grandes proporções quanto ao seu uso naquela época, assim como várias outras aplicações daquele tempo. Esse período ficou marcado pelo surgimento de ideias e patentes que não ganharam relevância significativa quanto a sua aplicabilidade, como pode ser observado com a primeira patente de concreto reforçado com fibras apresentada por Berard em 1874.

A consolidação efetiva quanto ao emprego de CRF e o notório desenvolvimento tecnológico do mesmo veio a partir de meados da década de 1960, no trabalho de Romualdi e Mandel (1964). Eles estudaram o efeito de fibras curtas distribuídas uniformemente na resistência à tração e na ductilidade do concreto. Segundo Naaman (2018), esse trabalho é o ponto chave que motivou o início de estudos científicos para a compreensão do comportamento mecânico dos materiais compósitos fibrosos. Tal evolução contou com o surgimento, a consolidação e a expansão de métodos numéricos e experimentais modernos que possibilitaram a compreensão do comportamento e dos mecanismos resultantes da adição das fibras e sua interação com matrizes cimentícias (Figueiredo, 2011; Naaman, 2018).

Nas décadas seguintes, as fibras passaram a ser empregadas com notória frequência como um reforço mecânico eficiente para prover melhorias na performance de materiais cimentícios compósitos. Com essa estratégia, pesquisadores puderam desenvolver materiais com melhores resistências à tração, compressão e flexão com grandes ganhos em termos de performance estrutural.

### 2.1.2

#### **Composição**

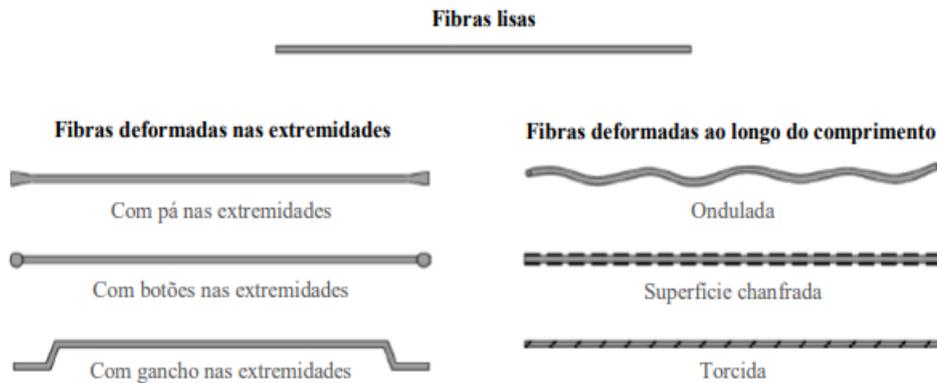
Diversos tipos de fibras têm sido utilizados na composição de CRF, atualmente. Essas são comumente classificadas segundo a sua composição física, como fibras de aço, polipropileno, vidro, carbono, sintéticas e naturais. Diversos

são os tipos de fibras naturais existentes, sendo as mais usuais as fibras de sisal, bambu, juta, dentre outras. A Tabela 2.1 apresenta propriedades geométricas e mecânicas das fibras mais comumente empregadas.

**Tabela 2.1 - Propriedades mecânicas de tipologias comuns de fibras. (Adaptado de Bentur, Mindess, 2007)**

<b>Material</b>	<b>Diâmetro (<math>\mu\text{m}</math>)</b>	<b>Densidade (<math>\text{g}/\text{cm}^3</math>)</b>	<b>Módulo de Elasticidade (GPa)</b>	<b>Resistência à Tração (GPa)</b>
Aço	5-500	7,84	190-210	0,5-2
Vidro	9-15	2,6	70-80	2-4
Amianto	0,002-0,5	2,6	160-200	3-3,5
Polipropileno	20-200	0,9	1-7,7	0,5-0,75
Kevlar	10	1,45	65-133	3,6
Carbono	9	1,9	230	2,6
Nylon	-	1,1	4,0	0,9
Acrílico	18	1,18	14-19,5	0,4-1,0
Polietileno	-	0,95	0,3	0,0007
Sisal	10-50	1-50	-	0,8

Quanto à geometria, inúmeras são as configurações existentes no mercado: fibras retas, deformadas, com ancoragem, onduladas, entre outras, Figura 2.1. As modificações adotadas visam aumentar a sua eficiência como reforço. As fibras metálicas, devido à sua alta resistência e módulo de elasticidade, podem ser empregadas como reforço primário garantindo uma maior capacidade de suporte de carga ao compósito. Elas também podem ser adotadas como reforço secundário em busca de reduzir o custo e a quantidade de armadura principal do elemento. Disto, provêm mecanismos de controle de fissuração, aumento de resistência ao impacto, resistência a altas temperaturas e também à umidade. (Bentur & Mindess, 2007; Congro, 2020)



**Figura 2.1 - Tipos de fibra de aço utilizadas em FRC (adaptado de Wille & Naaman, 2012).**

Fibras naturais e de vidro trazem a suscetibilidade a agentes agressivos presentes no meio que estão inseridas, não sendo tão viáveis quanto fibras de aço e sintéticas (ACI Committee 544, 2008). No caso das fibras de vidro, essas apresentam uma perda de durabilidade pela degradação química pelo hidróxido de cálcio presente na matriz, o que pode provocar perda de resistência e redução da área efetiva das fibras (Bentur & Mindess, 2007).

Fibras sintéticas são empregadas em sua maioria para atuar contra o surgimento de fissuras resultantes da retração, ou seja, não atuam como um reforço mecânico, mas, prioritariamente, como um reforço secundário (Bitencourt Júnior, 2015). Essas possuem uma grande aplicabilidade no mercado, mas trazem uma baixa resistência ao fogo, sensibilidade ao sol e oxigênio, e baixa aderência à matriz cimentícia. Portanto, para o uso seguro de fibras sintéticas, como polipropileno, são necessários alguns tratamentos em sua superfície para a melhora de seu desempenho (Cifuentes et al., 2013).

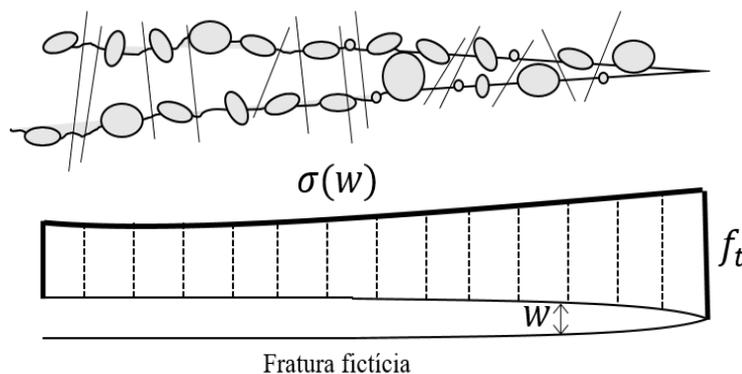
A resistência do compósito está diretamente ligada à resistência das fibras empregadas e ao teor volumétrico de fibra no compósito. Portanto, é fundamental que haja uma correta especificação da quantidade de fibras a ser adicionada à matriz tendo em vista a geometria das fibras, a forma e a resistência mecânica das mesmas. Não obstante, a resistência da matriz e a dimensão dos agregados empregados presentes na composição também são importantes fatores para o comportamento global final do compósito (Silveira, 2018).

### 2.1.3

#### Classificação e Comportamento

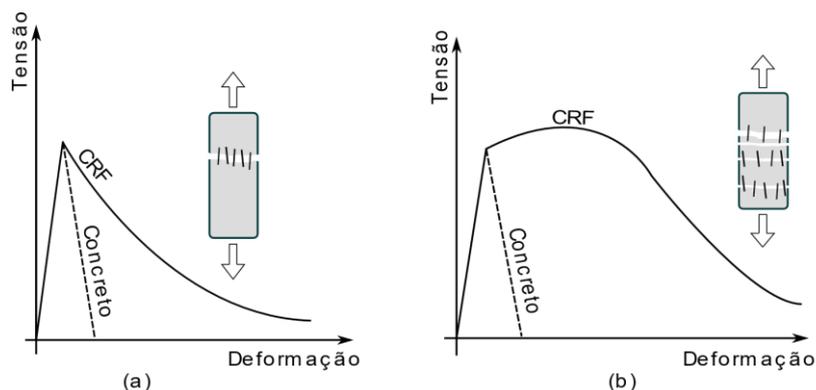
No concreto simples, a baixa resistência à tração é associada diretamente à sua reduzida capacidade de interromper a propagação das fissuras quando ele está submetido a solicitações de tração. Ao contrário da fissuração do concreto na compressão que ocorre pela união de inúmeras microfissuras, a fissuração na tração ocorre pela união de algumas poucas fraturas que surgem e não encontram barreiras na sua propagação (Mehta & Monteiro, 2006). As fibras, quando adicionadas, promovem não somente uma barreira para propagação das fissuras, mas também uma ponte entre as faces das mesmas, minimizando a concentração de tensões comumente observada nas pontas das fissuras, conforme ilustrado na Figura 2.2.

Os principais benefícios provenientes da adição de fibras em matrizes cimentícias são resultantes do mecanismo de transferência de tensões proporcionado pelas fibras que atravessam fissuras e atuam de maneira a redistribuir as tensões, reduzindo a concentração de tensões na ponta das fissuras e atuando contrariamente à abertura e propagação das fraturas. Esse efeito é definido como ponte de transferência de tensões ou em inglês *Fiber Bridging*.



**Figura 2.2: Descrição do mecanismo de uniformização da tensão devido à presença das fibras (Adaptado de RILEM, 2002).**

Dessa forma, visando propor uma classificação universal para o CRF, Naaman e Reinhardt (2006) propõem uma nomenclatura que tem em vista o comportamento elastoplástico do CRF, o que em termos da curva de tensão-deformação para corpos de prova tracionados, podem apresentar duas possíveis respostas: endurecimento (em inglês - *Strain Hardening*) e amolecimento (em inglês - *Strain Softening*), conforme ilustra a Figura 2.3.



**Figura 2.3 - Comportamento constitutivo elastoplástico à tração do concreto com fibras. (a) Amolecimento; (b) Endurecimento.**

No Brasil, Figueiredo (2011) apresenta uma classificação muito similar à supracitada. Entretanto, define que o teor volumétrico de fibras é o que determina como a curva constitutiva do CRF irá se comportar. Ou seja, um teor crítico é o limiar entre ambos os comportamentos: CRFs com teores volumétricos superiores ao crítico, observa-se o endurecimento, e CRFs com teores inferiores ao crítico, o comportamento de amolecimento será apresentado. A ideia de se determinar um volume crítico foi proposta inicialmente por Aveston et al., (1971), que idealizaram um compósito com comportamento elastoplástico perfeito, com fibras contínuas e alinhadas na direção do esforço principal.

O comportamento de CRFs com amolecimento é caracterizado pelo decaimento da rigidez global após o valor da resistência característica da matriz ser atingida. Neste momento as fibras começam a ser solicitadas e atuam restringindo a abertura das primeiras fraturas, garantindo um controle do processo de fissuração. Portanto, não se observa ganho de resistência em termos de capacidade de suporte de carga, mas sim, um ganho de ductilidade do material ilustrado pela maior deformação da peça antes da sua ruptura. Nesse sentido, é possível observar que as fibras restringem o acelerado processo de fissuração, mas sem retardar seu início, que é controlado estritamente pela resistência à tração da matriz. (Naaman 2018; Rokugo et al., 1989 e Wittmann et al., 1988)

Já em CRFs, cujo comportamento pós-pico apresenta o endurecimento, o reforço atua de maneira muito mais eficaz que no amolecimento. Observa-se ganho não só de ductilidade pós-pico, mas também de resistência pós-fissuração do material, representada pela tensão de ruptura do compósito ser maior que a tensão

de ruptura da matriz. Nesses materiais, comumente são observados elevados teores volumétricos de fibra que possibilitam um número mais elevado de fibras atravessando uma fissura. Portanto, observa-se que as tensões críticas provenientes da formação das primeiras fissuras são redistribuídas para regiões ainda íntegras da matriz e, desta forma, é possível observar múltiplas microfissuras em todo o corpo do compósito.

Cabe ressaltar que maiores teores volumétricos podem aumentar a performance do compósito; entretanto, elevados teores podem gerar efeitos negativos na trabalhabilidade e nas propriedades mecânicas endurecidas do CRF devido a um empacotamento inadequado entre as partículas e em um elevado volume de vazios. Desta forma, um teor ótimo é indicado para assegurar um comportamento dúctil ao CRF, e proporcionar um aumento satisfatório da resistência à tração e à flexão, sem prejuízos à performance do material. Muitos autores apontam o teor de 2% como ótimo. (Kang et al., 2014; Mehta & Monteiro, 2006; Oliveira, 2019; Yoo et al., 2013)

Em elementos sujeitos à flexão, quando o comportamento é medido em termos de força-deslocamento, Naaman & Reinhardt, (2006) apresentam uma classificação similar à apresentada para o comportamento à tração direta do compósito. Assim, a definição para o amolecimento é, em inglês, *Deflection Softening*, e para o endurecimento é *Deflection Hardening*. Nestas circunstâncias, características similares são apresentadas quanto ao comportamento da curva elastoplástica após se iniciar o processo de fissuração. Para materiais com o amolecimento, uma única fissura principal é observada e para materiais com endurecimento, múltiplas fissuras são observadas, conforme apresentado na Figura 2.4.

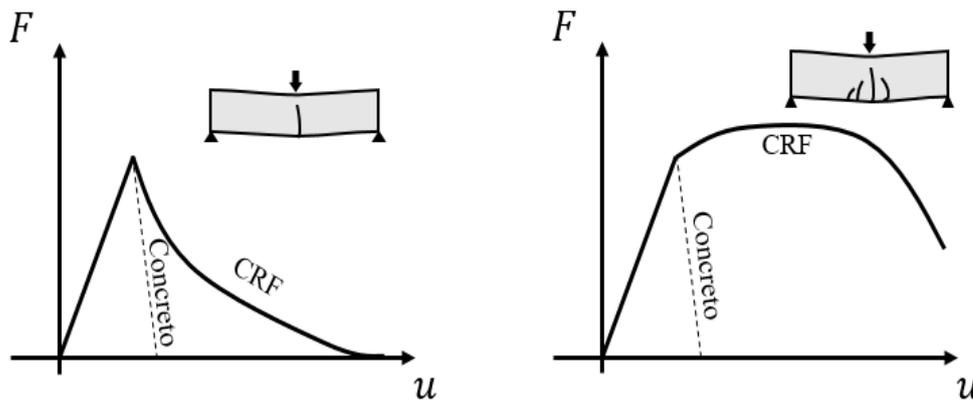


Figura 2.4. Curva de carga-deslocamento para comportamento de compósitos cimentícios submetidos à flexão; *Deflection Softening* (esquerda) e *Deflection Hardening* (direita).

## 2.2

### Modelagem e Simulação Numérica em CRF

Esta seção apresenta uma breve revisão da literatura a respeito de metodologias de modelagem numérica consolidadas que foram desenvolvidas ou adaptadas para serem empregadas na modelagem numérica de materiais compósitos cimentícios. Muitos modelos anteriormente aplicados na modelagem do comportamento mecânico e fratura do concreto, sofreram adaptações para que o efeito das fibras pudesse ser considerado. Atenção será dada a métodos cujas fibras são modeladas discretamente e o comportamento de cada uma é, então, considerado explicitamente no modelo. Tendo em vista que o escopo do presente trabalho é o estudo da influência da adição de fibras no comportamento à fratura de compósitos cimentícios fibrosos, os modelos que consideram a influência das fibras de maneira implícita, ou seja, por meio de modelos constitutivos equivalentes ou homogeneizados, são de menor interesse pois não são capazes de representar realisticamente os mecanismos locais durante o processo de dano.

#### 2.2.1

##### Modelos Homogêneos para Simulação do CRF

Muitos modelos numéricos foram empregados para simulação do comportamento do CRF como um material homogêneo. Esses modelos caracterizam-se pela adoção de formulações consolidadas para a determinação das

propriedades equivalentes do concreto tendo em vista a proporção entre os componentes (Allen, 2001; Callister, 2000).

Analicamente, a Regra das Misturas é a metodologia mais empregada na determinação das propriedades equivalentes de materiais compósitos. Portanto, modelos simples, porém consolidados, como o de Reuss (1929) e Voigt (1910), podem ser empregados para determinar as propriedades efetivas do CRF a partir do valor das propriedades mecânicas de cada componente e suas frações volumétricas. Outro modelo de grande eficácia para determinação das propriedades equivalentes do concreto a partir dos seus componentes foi proposto por Counto (1964). Ele apresenta uma união entre os modelos de Voigt e Reuss, em série e em paralelo, no qual excelentes respostas são obtidas quando simulados modelos numéricos com propriedades equivalentes obtidas a partir do mesmo.

Não obstante, a ideia de calcular numericamente as propriedades equivalentes do CRF, metodologias de homogeneização computacionais usando o método dos elementos finitos vêm sendo desenvolvidas (Lloberas-Valls et al., (2012); Proença e Pituba, (2003); Rodrigues (2015); e Tejchman e Bobiński (2013)). Para tal, modelos representativos em escala reduzida são simulados e as tensões ( $\sigma_i$ ) e deformações médias ( $\varepsilon_i$ ) obtidas em cada elemento finito são empregadas para o cálculo das propriedades homogêneas equivalentes. Para um elemento finito bidimensional as equações (1), (2), (3), (4) e (5) fornecem os valores equivalentes.

$$\sigma_k^{hom} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_{elem}} (A_i \sigma_i) \quad (1)$$

$$\varepsilon_k^{hom} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_{elem}} (A_i \varepsilon_i) \quad (2)$$

$$E^{hom} = \frac{\sigma_k^{hom}}{\varepsilon_k^{hom}} \quad (3)$$

$$\nu^{hom} = -\frac{\varepsilon_y^{hom}}{\varepsilon_x^{hom}} \quad (4)$$

$$G^{hom} = \frac{E^{hom}}{2(1 + \nu^{hom})} \quad (5)$$

onde  $A_i$  é a área de cada elemento finito,  $A$  é a área total do modelo. O módulo de elasticidade homogeneizado ( $E_{hom}$ ), o coeficiente de Poisson homogeneizado ( $\nu_{hom}$ ), e o módulo de elasticidade transversal ( $G_{hom}$ ) são então determinados.

Com o avanço das técnicas preditivas de inteligência artificial, estas têm sido empregadas à predição de propriedades equivalentes de compósitos a partir de um conjunto de respostas experimentais (Congro et al., 2021; Congro et al., 2019; Lee & Mosalam, 2004; Naderpour et al., 2010).

Ainda que os resultados de modelos homogeneizados apresentem respostas globais satisfatórias, efeitos locais referentes a interação entre fibras, agregados e os mecanismos de fraturamento não são representados. Desta forma, modelos numéricos com fibras modeladas discretamente são empregados no estudo da influência das fibras nos processos de dano e fratura em CRF.

### 2.2.2

#### Modelos Numéricos bifásicos discretos

Visando contornar as limitações de modelos macroscópicos e compreender o efeito das fibras no dano e fratura em compósitos, alguns autores propuseram modelos numéricos com a presença de fibras discretas, modeladas independentemente da matriz. O comportamento de cada componente passou a ser tratado de maneira individual, assim como a interação entre os mesmos. Desta forma, esta seção apresenta metodologias e conclusões obtidas em trabalhos de grande renome que modelaram o CRF como um material bifásico heterogêneo.

Em Pros et al., (2012) uma metodologia para acoplar o efeito de um grupo de fibras a uma malha de concreto predefinida foi apresentada. As fibras são modeladas discretamente sem que haja a necessidade de conformidade com a malha de concreto. O efeito da interação entre as fibras e o concreto é considerado por

meio da adaptação do modelo constitutivo da fibra, que após atingir a tensão crítica, passa a amolecer, simulando a perda da contribuição da fibra na rigidez do compósito devido ao arrancamento. Para tal, ensaios experimentais propostos por (Laranjeira et al., 2010) são adotados como referência para calibração de equações analíticas que representam o modelo constitutivo das fibras.

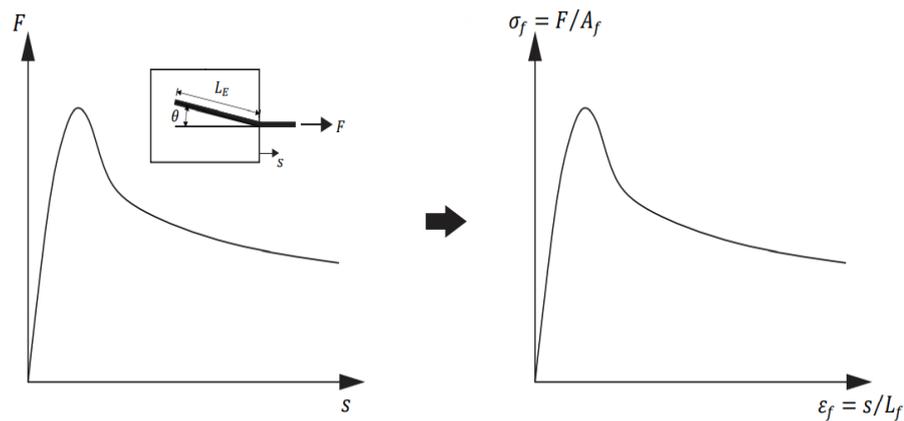
Cunha (2010), apresenta também uma abordagem de embutimento de elementos unidimensionais que representam as fibras, em elementos contínuos bidimensionais e tridimensionais, que representam a matriz. Tal metodologia é empregada por muitos autores para inclusão do efeito de barras de aço em elementos de concreto armado (Bitencourt et al., 2019; Oliveira, 2019b e Trindade et al., 2020). As fibras são modeladas por meio de um modelo constitutivo elastoplástico bi-linear. Este, todavia, é adaptado em acordo com o ângulo de inclinação em relação ao plano de corte da fibra – 0 a 15, 15 a 45 e 45 a 75 graus. Em seus modelos, Cunha adota fibras retas devido à maior simplicidade em se adaptar a curva de força-deslizamento para tensão-deformação. Maiores detalhes sobre essa formulação são apresentados em Cunha et al., (2011) e em Cunha et al., (2012).

Na metodologia proposta inicialmente por Cunha, um modelo constitutivo equivalente (Tensão na fibra ( $\sigma_f$ ) vs Deformação na fibra ( $\varepsilon_f$ )) é aplicado às fibras. Este é derivado de ensaios de arrancamento de fibras únicas (em inglês – *pullout test*) e é calculado de acordo com as equações (6) e (7).

$$\sigma_f = \frac{F}{A_f} \quad (6)$$

$$\varepsilon_f = \frac{s}{L_f} \quad (7)$$

onde  $F$  é a força aplicada absorvida pela fibra,  $s$  é o deslizamento e  $L_f$  é o comprimento de ancoragem da fibra. Portanto, o efeito da interação entre fibra e matriz é considerado implicitamente por meio da adaptação da curva Força-Deslizamento para a curva Tensão-Deformação, vide Figura 2.5.



**Figura 2.5: Determinação da curva tensão-deformação equivalente a partir da curva força de arrancamento-deslizamento da fibra (adaptado de Cunha et al., 2011).**

A metodologia proposta apresenta grandes benefícios, pois é adaptável para diferentes tipos de fibras (alinhadas, onduladas, ancoradas, entre outras), desde que existam estudos experimentais do comportamento da fibra submetida ao arrancamento para o tipo de fibra em questão.

Em uma abordagem similar para modelar materiais compósitos cimentícios, Oliveira (2019) realiza um estudo a respeito da obtenção de perfis de orientação de fibras e sua influência no comportamento de elementos de concreto de ultra desempenho reforçados com fibras de aço. Para tal, as fibras são modeladas como elementos de treliça tridimensionais e são embutidos em elementos sólidos. O efeito da interação entre fibra e matriz é adotado implicitamente via modelo constitutivo, de maneira similar à adotada por Cunha (2010). Modelos de tração direta e de flexão são analisados minuciosamente, pois, após determinada a posição das fibras com auxílio da técnica de correlação digital de imagem, estas são inseridas no modelo numérico. As respostas numéricas e experimentais apresentam boa acurácia quando comparadas entre si.

Radtke et al., (2010) consideram o efeito das fibras por meio da aplicação de forças nos nós de elementos de uma malha contínua de referência (malha da matriz) cujas fibras estão presentes. Estas forças discretas são obtidas a partir do valor dos deslocamentos nos nós que as forças discretas são aplicadas usando curvas de ensaios experimentais de arrancamento. A matriz é modelada usando uma formulação de dano contínuo não local para considerar o fraturamento da matriz. Um estudo paramétrico foi realizado para avaliar a extensão da área de contribuição das fibras e da região em que as forças discretas serão aplicadas. Os efeitos da

adição de fibras nos modelos podem ser observados por meio do ganho de ductilidade e deformabilidade no CRF. Em conjunto, o padrão de fraturamento do modelo é modificado, em que respostas com uma única fissura principal, passam a apresentar a formação de múltiplas microfissuras no modelo após a sua ruptura.

Em Bitencourt et al., (2019) o CRF é modelado adotando uma nova estratégia com uso de elementos finitos especiais de acoplamento (EFC). Os elementos contínuos que representam a malha, quando sobrepostos por uma malha de fibras discretas, são substituídos por EFC. O comportamento deste elemento especial é regido por uma lei constitutiva de dano que descreve a relação entre a tensão de cisalhamento (tensão de aderência) e deslizamento relativo entre a matriz e cada fibra de aço individualmente. Para representar a interação entre a fibra e a matriz, o nó da fibra é substituído por um nó adicional a ser alocado no EFC. Dessa forma, um deslocamento relativo obtido a partir da solução do problema geral de elementos finitos e a interpolação dos deslocamentos nodais do elemento contínuo bidimensional da matriz cimentícia que está sendo intersectado. Este deslocamento relativo representa o deslizamento da fibra relativo à matriz, e quando aplicado ao modelo constitutivo do EFC, fornece as forças internas e matriz de rigidez das fibras. Modelos numéricos de ensaios de tração direta e flexão são desenvolvidos para validar a formulação proposta. Estes, quando comparados a respostas experimentais apresentam boas respostas numéricas, mostrando a eficácia da abordagem com elementos de acoplamento. Maiores detalhes sobre essa técnica são apresentados em Bitencourt Jr. (2015)

Assim como Bitencourt et al., (2019), um novo modelo finito capaz de representar discretamente o efeito da adição da fibra a matriz cimentícia é desenvolvido por Congro et al., (2021). Em sua formulação, a compatibilidade entre a fibra e o elemento é estabelecida via método do mestre-escravo. Dessa forma, a rigidez da fibra é adicionada ao elemento contínuo que a fibra intersecta por meio de uma técnica de condensação estática, na qual, a contribuição da rigidez da fibra é feita através da interpolação via funções de forma do elemento contínuo da rigidez da fibra para graus de liberdade do elemento contínuo. O modelo apresenta grandes vantagens como a não limitação quanto ao número de fibras inseridas no modelo e a não necessidade de conformidade entre as malhas de fibras e matriz. Todavia, diferentemente dos demais trabalhos citados nessa seção, a principal desvantagem

desta formulação é que o modelo considera aderência perfeita entre fibra e matriz. Apesar de tal limitação, excelentes respostas numéricas são apresentadas, desde a obtenção do comportamento global dos modelos – força-deslocamento – até no estudo dos padrões de fraturamento que ocorrem durante o regime de fissuração dos modelos.

### 2.2.3

#### **Modelos Numéricos Multifásicos Discretos**

Ao passar dos anos, com a evolução tecnológica, metodologias numéricas que visam estudar o comportamento do concreto através da simulação numérica em escalas mais refinadas têm ganhado notória relevância. Modelos que representam o concreto como um conjunto de componentes na sua mesoestrutura de maneira explícita têm sido apresentados na literatura (Gimenes et al., 2020; Nguyen, 2011; Rodrigues et al., 2020; Unger & Eckardt, 2011; Wang et al., 2019).

Em abordagens multiescala o concreto é definido como um material compósito. Dentre os principais estudos, o concreto é modelado como um modelo trifásico composto por agregados graúdos, argamassa e zona de transição interfacial (ZTI), sendo esta responsável por representar a interação entre agregados e argamassa. Recentemente, estes modelos evoluíram para que as fibras sejam incorporadas de modo que o CRF também possa ser estudado segundo uma abordagem mesoestrutural multifásica (Wang et al., 2015).

Para que um modelo mesoscópico seja capaz de representar o comportamento mecânico de compósito CRF de maneira eficiente, o primeiro passo é a construção de modelos realísticos. Diversos foram os estudos que objetivaram desenvolver uma metodologia capaz de gerar mesoestruturas realistas. Wittmann, F.H. e Zaitsev (1981) propuseram o primeiro trabalho que modelou a mesoestrutura do concreto adotando agregados explícitos representados por polígonos dispersos aleatoriamente em uma matriz uniforme e homogênea. O trabalho objetivou por meio destes modelos estudar o efeito dos componentes da mesoestrutura na propagação das fraturas.

Häfner et al., (2006) apresentou um novo algoritmo capaz de gerar modelos mesoestruturais multifásicos usando uma técnica de baixo custo computacional que

consistia na superposição de grades representando a malha de concreto e a malha de agregados. Em seguida, um algoritmo complementar reconhecia os elementos sobrepostos. Os elementos da malha de concreto completamente sobrepostos tinham suas propriedades substituídas pelas propriedades dos agregados. Já os elementos que estavam parcialmente sobrepostos, passavam por um processo de homogeneização e tinha propriedades mecânicas equivalentes, no qual, segundo o autor, seria equivalente a representar a ZTI. Análises lineares bidimensionais foram realizadas para estudar o efeito das propriedades dos componentes mesoestruturais.

Wriggers e Moftah (2006) apresentam uma nova abordagem para representar o comportamento à fratura do concreto a partir de modelos mesoestruturais com malhas conformes. Dessa forma, agregados são gerados no domínio do modelo e a malha é gerada sem que haja necessidade de processos de homogeneização para elementos que compõe mais de uma fase. A metodologia proposta se tornou amplamente difundida nos anos seguintes para a geração e alocação dos agregados no modelo e ficou conhecida como “*Take-and-Place*”. Modelos tridimensionais foram desenvolvidos com os agregados em formatos esféricos. O processo de fraturamento do concreto foi adotado por meio de uma formulação de dano isotrópico aplicado à matriz e à ZTI. Por fim, as respostas numéricas obtidas para ensaios de compressão uniaxial apresentaram boa acurácia relativa a resultados experimentais apresentados na literatura.

Em López et al., (2008) o estudo do concreto submetido à tração foi modelado numericamente por meio de modelos mesoestruturais. Para representar o processo de fraturamento, elementos coesivos são empregados nas interfaces entre os elementos da matriz e na ZTI (interface entre agregados e matriz). Os agregados foram modelados como polígonos não regulares e a influência do teor volumétrico dos mesmos na resposta global foi investigada. Em um trabalho seguinte, López et al., (2008) estenderam a aplicação destes modelos a elementos de concreto submetidos a outras solicitações – compressão e flexão. Em ambos estudos, o uso de elementos de interface aplicados a modelos mesoestruturais proporcionaram uma excelente estratégia para representar o processo de fratura, desde o surgimento das primeiras microfissuras, formação de macrofissuras e, finalmente, ruptura dos modelos.

A abordagem 2D apresentada por López acima foi estendida por Caballero e López (2006) para a geração de modelos de concreto tridimensionais considerando a sua meso e microestrutura. Notórios avanços foram obtidos com a evolução da formulação na análise dos processos de fraturamento do concreto. Trabalhos seguintes modelaram o concreto sob diferentes solicitações, dentre os quais, tração direta e compressão uniaxial. As abordagens 3D mostraram-se eficazes ao reduzir a diferença entre as respostas no regime pós-pico dos modelos ensaiados com mesmas propriedades físicas, mas com dispersões de agregados diferentes. Portanto, estes modelos possibilitam minimizar as divergências observadas em modelos 2D, na representação do comportamento da fratura, justificado pela aleatoriedade dos modelos e da representação menos realística de modelos bidimensionais.

Em Etse e Caggiano, (2012) modelos multiescala para estudo do comportamento de CRF foram elaborados. Neste, o CRF é modelado composto por quatro fases: matriz (argamassa), agregados graúdos, zona de transição interfacial (ZTI) e fibras. Dessa forma, todas as heterogeneidades na escala das fibras foram consideradas no modelo proposto. Para modelar o processo de danificação, elementos de interface de espessura nula propostos por Caggiano, et al., (2012) foram introduzidos para modelar as zonas de fratura. Uma metodologia usando a regra das misturas é empregada para incorporar a contribuição das fibras que cortam os elementos de interface ao modelo por meio de propriedades equivalentes. Destaca-se o grande ganho dessa abordagem com múltiplas fases (heterogeneidades explícitas) na compreensão de efeitos locais no controle e propagação das fraturas em regiões críticas do modelo.

Usando uma abordagem mais refinada para representar a mesoescala, Wang (2015) considerou a presença de poros em seus estudos. Para estudar a influência das heterogeneidades na inicialização das fraturas, a geometria e as propriedades físicas dos poros e da ZTI foram variadas e, usando uma técnica de Monte Carlo, tal influência pôde ser investigada tanto quantitativamente quanto qualitativamente em seus trabalhos. Outros estudos foram apresentados por Wang visando compreender a influência dos demais parâmetros na construção de modelos mesoestruturais (Wang et al., (2019) e Wang et al., (2020).

Seguindo a estratégia de modelar o comportamento do CRF a partir de modelos mesoestruturais com heterogeneidades explícitas, Naderi e Zhang (2020), propõem o desenvolvimento de um *framework* capaz de construir modelos usando o MEF que contém quatro fases explícitas: agregados, fibras, ZTI e argamassa. Dentre as grandes evoluções propostas, destaca-se o uso de técnicas de triangulação Delaunay e decomposição Voronoi para geração de agregados com formas não regulares e tamanho ajustáveis para representar fielmente o formato e posicionamento das fibras e agregados. Outro importante aspecto do *framework* proposto é a capacidade de gerar fibras com diferentes formatos: retas, ancoradas nas pontas e onduladas. Os modelos gerados a partir do *framework* desenvolvido foram simulados numericamente e um estudo para o cálculo do valor do módulo de elasticidade do CRF foi realizado. Erros inferiores a 2% foram encontrados quando comparados valores numéricos e experimentais.

## 2.3

### Observações finais

A evolução das metodologias numéricas nos últimos anos mostra que cada uma destas é capaz de descrever com mais acurácia o comportamento de elementos estruturais compostos de CRF. Não só em termos de respostas globais, mas também dentro do estudo da propagação do dano e da fratura que é um efeito multiescala, conforme já mencionado. Não obstante, técnicas multiescala possibilitam a compreensão de efeitos físicos, difíceis de serem estudados em ensaios experimentais, como a interação entre fibras e agregadas na transferência de tensões entre as faces de fissuras como outros mecanismos locais adicionais que serão tratados nos capítulos a seguir.

### 3

## Técnicas Numéricas para Modelagem de Dano e Fratura

Este capítulo traz a descrição dos principais modelos numéricos adotados neste trabalho para modelar o comportamento estrutural de compósitos cimentícios reforçados com fibra. Neste será apresentada uma breve descrição das principais equações que regem os problemas físicos a serem estudados, dentre as quais: a formulação do Método dos Elementos Finitos aplicada a elementos de interface e os modelos constitutivos empregados para simulação do dano e fratura em compósitos. A metodologia proposta para considerar o efeito das fibras por meio de uma técnica de acoplamento entre elementos finitos convencionais. A teoria por traz de implementações computacionais complementares, como a formulação elastoplástica unidimensional adotada para representação do comportamento das fibras também é apresentada.

### 3.1

#### Modelagem da fratura em materiais compósitos cimentícios

Segundo Bazant e Planas (1998), as formulações matemáticas para simulação da propagação do dano e fratura em matérias quase-frágeis, podem ser divididas em quatro principais grupos apresentados na literatura. Estes são definidos como (i) modelos de fratura coesiva; (ii) modelos de fraturas de banda. (iii) modelos de dano não local. (iv) modelos mesoescala. Por simplicidade computacional e por conveniência referente ao enfoque principal deste trabalho – estudo do efeito da adição das fibras em materiais compósitos – as metodologias (i) e (iv) foram empregadas, e, portanto, serão apresentadas com profundidade nesta seção.

O processo de formação de fratura é então caracterizado por um processo dissipativo na ponta da fratura – zona de processamento da fratura (ZPF), conforme

apresentado na Figura 3.1. O comportamento mecânico da ZPF é apresentado com um ramo crescente até que se atinja a capacidade resistente do material, seguido de ramo de amolecimento que descreve a perda de integridade do material até a sua falha completa. O comportamento pós-pico do material é controlado predominantemente pela energia de fratura do material ( $G_f$ ), que corresponde à energia necessária para que as ligações atômicas sejam rompidas e a fratura seja formada. Em termos quantitativos, a energia de fratura é definida como a área sob o ramo de amolecimento no gráfico Tensão – Abertura de Fratura.

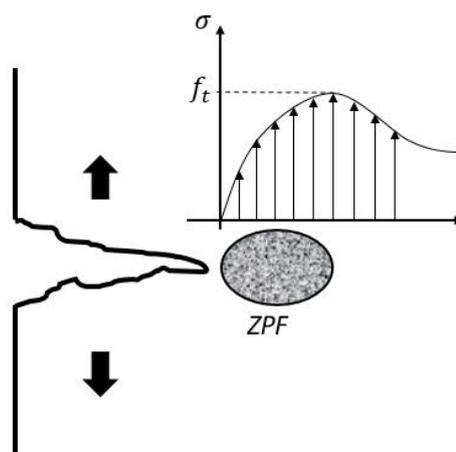


Figura 3.1: Zona de processamento da fratura (adaptada de Cusatis & Cedolin, 2007).

### 3.2

#### Método dos Elementos Finitos – Elementos de Interface Coesiva

Todas as simulações realizadas neste trabalho adotam o Método dos Elementos Finitos (MEF) como estratégia discretização espacial do domínio. O seu uso é justificado pela gama de possibilidades que o mesmo oferece para resolver equações diferenciais lineares e não lineares de meios contínuos e meios descontínuos.

Seja  $\Omega$  um meio contínuo sujeito as forças externas ( $T_{ext}$ ) ao longo do seu contorno ( $\Gamma$ ), cuja fratura tem seu contorno ( $\Gamma_f$ ) e está submetida a forças coesivas contrárias a sua abertura ( $T_c$ ), conforme apresentado na Figura 3.2. Este deve estar em equilíbrio em todos os pontos do seu domínio. O problema a ser resolvido pelo MEF formulado em termos de deslocamentos é encontrar um campo de

deslocamento  $\mathbf{u}$  que satisfaça o equilíbrio. Este pode ser determinado via Princípio dos Trabalhos Virtuais, conforme expresso na equação 8.

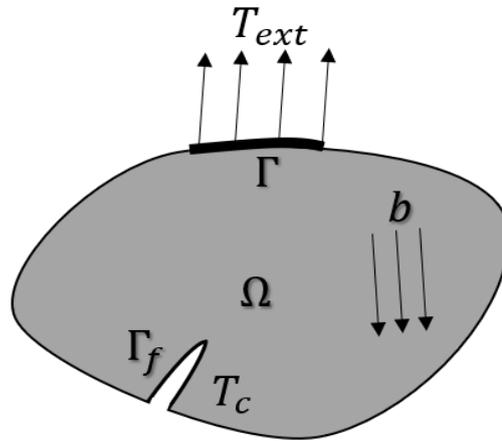
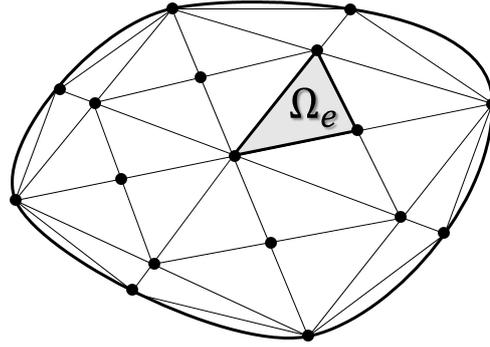


Figura 3.2: Representação esquemática de um corpo sujeito as forças internas (corpo) e externas (tração).

$$\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\sigma} dV + \int_{\Gamma_f} \delta \Delta : \mathbf{T}_c dS = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} : \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} : \mathbf{T}_{ext} dS \quad (8)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor de tensões de Cauchy,  $\mathbf{T}_c$  é a força coesiva ao longo da fratura,  $\mathbf{b}$  são as forças de corpo no domínio  $\Omega$ ,  $\mathbf{T}_{ext}$  são as forças externas no contorno  $\Gamma$ ,  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$  é a deformação virtual,  $\delta \Delta$  a abertura virtual da fratura e  $\delta \mathbf{u}$  o deslocamento virtual.

Para resolver este sistema de equações via MEF, o corpo é então discretizado segundo uma malha de elemento finitos, em que o domínio de cada elemento é dado por  $\Omega_e$ , Figura 3.3, cuja resposta global do problema é atingida com da soma da contribuição de cada um dos elementos finitos. Nas interfaces entre os elementos contínuos, elementos de interface coesivos são adicionados. Dessa forma, o campo de deslocamento do sólido é agora descrito pela interpolação dos deslocamentos nodais de cada elemento finito.



**Figura 3.3: Malha de elementos finitos bidimensional.**

O campo dos deslocamentos no interior de cada elemento finito ( $\mathbf{u}_e$ ) pode ser obtido pela interpolação dos seus deslocamentos nodais ( $\mathbf{d}_e$ ) com as funções de forma  $\mathbf{N}(x)$ , conforme apresentado na equação (9), na qual cada nó do elemento finito tem vinculado a si uma função de forma com valor unitário nas coordenadas do respectivo nó e valor nulo nas coordenadas dos demais nós.

$$\mathbf{u}(x) = \mathbf{N}(x) \cdot \mathbf{d}_e \quad (9)$$

A separação relativa do elemento de interface que representa a fratura  $\Gamma_f$  é obtida a partir dos deslocamentos nodais usando a matriz global de separação – deslocamento  $\mathbf{B}_{ci}$ .

$$\Delta = \mathbf{B}_{ci} \cdot \mathbf{d}_e \quad (10)$$

sendo  $\mathbf{B}_{ci}$  definida por

$$\mathbf{B}_{ci} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{R} \quad (11)$$

onde  $\mathbf{N}$  é a matriz de funções de forma,  $\mathbf{L}$  é a matriz que relaciona o vetor separação – deslocamento local e  $\mathbf{R}$  é a matriz de rotação do sistema local do elemento para o sistema global.

Assim, o vetor de forças internas ( $\mathbf{f}_c^{int}$ ) de um elemento de interface pode ser definido seguindo a equação 12.

$$\mathbf{f}_c^{int} = \int_{\Gamma_f} \mathbf{B}_{ci} \cdot \mathbf{T}_c \cdot dS \quad (12)$$

Por fim, o gradiente das forças internas resulta na matriz de rigidez tangente ( $\mathbf{K}_{ci}$ ) do elemento de interface.

$$K_{ci} = \frac{\partial f_c^{int}}{\partial \mathbf{u}} = \int_{\Gamma_f} \mathbf{B}_{ci}^T \cdot \mathbf{D}_c \cdot \mathbf{B}_{ci} dS \quad (13)$$

$\mathbf{D}_c$  é a matriz constitutiva do material, definida a partir da equação 14, que relaciona as forças coesivas aos deslocamentos relativos na superfície da fratura.

$$\mathbf{D}_c = \frac{\partial \mathbf{T}_c}{\partial \Delta} \quad (14)$$

### 3.2.1

#### Modelos de fratura coesiva

Os primeiros estudos a introduzirem o conceito de fraturas coesivas para representar diferentes processos não lineares localizados na região da fratura foram propostos por Barenblatt, (1962) e Dugdale, (1960). Fortemente embasado pela teoria inicial fornecida por estes autores, Hillerborg et al., (1976) estenderam o conceito de fraturas coesivas para representar o comportamento da degradação do concreto, modelo comumente denotado como modelo de fratura fictícia. Este comportamento é representado por uma lei coesiva apresentada em forma de uma curva de tração x abertura de fratura que apresenta um ramo ascendente até que a tração atuante seja igual à resistência do material. Em seguida, um ramo descendente representa a perda progressiva de rigidez do material devido ao processo de danificação do material.

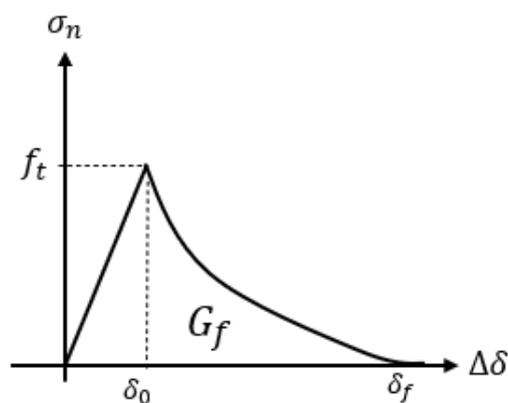
Segundo Bazant e Planas (1998), na década de 80 relevantes avanços foram apresentados quanto ao desenvolvimento de modelos de fratura coesiva, principalmente após observarem que as curvas tração x abertura quase sempre apresentavam o mesmo comportamento, ou seja, ramo linear seguido de amolecimento suave. Neste momento, outros trabalhos buscaram desenvolver expressões analíticas para definir os parâmetros que controlam o comportamento da curva de amolecimento. Alguns trabalhos que se destacaram são apresentados a seguir.

Diferentemente do trabalho pioneiro de Hillerborg et al., (1976), no qual o amolecimento foi descrito por um ramo linear, os trabalhos seguintes ficaram conhecidos por proporem curvas bilineares, trilineares e exponenciais. Dentre eles, Petersson, (1981); Rokugo et al., (1989); e Wittmann et al., (1988) propuseram

curvas bilineares semelhantes. Curvas trilineares foram propostas por Cho et al., (1984) e por Liaw et al., (1990). Por fim, curvas exponenciais foram propostas por Gopalaratnam, Shah S. P., (1985) e Reinhardt, (1984). Em 1991, o CEB-FIP Model Code (CEB, 1990) apresentou uma das primeiras regulamentações a respeito de um padrão de curva coesiva. Para tal, apresentaram uma curva de amolecimento em função do diâmetro máximo do agregado adotado na mistura. (Bazant e Planas, 1998).

Os trabalhos apresentados definiram como parâmetro chave para a definição das leis coesivas, a resistência à tração ( $f_t$ ) e a energia de fratura ( $G_f$ ). A obtenção destes pode ser via ensaios experimentais, como apresentado em Shah e Carpinteri (1991), ou combinando ensaios experimentais e modelos numéricos usando técnicas de análise inversa como em Bui (1994), ou modelos preditivos usando inteligência artificial, vide Congro, et al., (2021).

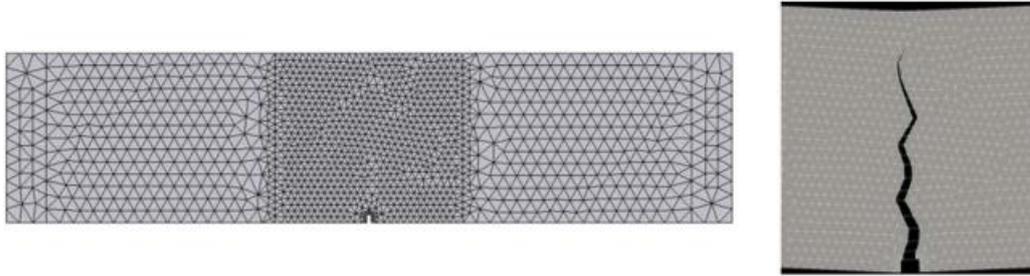
Os parâmetros adicionais referentes à abertura inicial e à abertura efetiva,  $\delta_0$  e  $\delta_f$  respectivamente, são obtidos usando os valores da resistência característica à tração e energia de fratura predefinidos.



**Figura 3.4: Lei coesiva exponencial característica**

A adoção de modelos coesivos em metodologias que adotam o MEF traz consigo a problemática de como abordar as descontinuidades no campo dos deslocamentos. Elementos de interface de alta razão de aspecto e espessura nula foram adotados por Congro et al., (2021), Caggiano, et al., (2012), Etse et al., (2012) e López et al., (2008). Estes são alocados nas interfaces entre elementos contínuos durante a construção do modelo e, portanto, são muito eficazes quando se conhece a região onde se formam as fraturas, conforme apresentado na Figura

3.5. Apesar desta estratégia demandar o desenvolvimento de técnicas de adaptação da malha para inserção dos elementos (fragmentação da malha, por exemplo), ela é facilmente incorporada aos códigos de elementos finitos tradicionais.



**Figura 3.5: Exemplo de aplicações com uso de elementos de interface: modelo com malha refinada na região central e elementos de interface nas bordas dos elementos contínuos (esquerda). Configuração deformada com representação da fratura (descontinuidade) na região crítica (direita). Adaptada de Santos et al., (2021)**

O modelo constitutivo de dano com amolecimento exponencial é aplicado aos elementos de interface adotados neste trabalho. Este foi proposto por Dávila et al., (2007). Portanto, o comportamento no primeiro estágio é definido a partir da rigidez inicial do elemento ( $K_0$ ), que correlaciona a tensão ( $\sigma^i$ ) à separação ( $\Delta\delta$ ) na respectiva direção ( $i$ ) da abertura, conforme a equação (15).

$$\sigma^i = K_0^i \cdot \Delta\delta \quad (15)$$

A equação (15) reescrita matricialmente é dada por

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = [D_c] \cdot \begin{Bmatrix} \Delta_s \\ \Delta_n \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Desta forma a matriz constitutiva tangente do material, definida a partir das rigidezes elásticas iniciais normal ( $K_n$ ) e tangencial ( $K_s$ ), é apresentada na equação (17).

$$[D_c] = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

A matriz  $D_c$  é mantida constante durante o regime linear elástico do material, ou seja, enquanto as tensões não atingem o critério de falha para o elemento. Aqui, o critério quadrático é empregado conforme a equação (18).

$$\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}}\right)^2 + \left(\frac{\langle\sigma_n\rangle}{\sigma_{n0}}\right)^2 = 1 \quad (18)$$

Um parâmetro  $\lambda$  é adotado para representar a descontinuidade promovida pela fratura por meio de uma função contínua controlada a partir dos deslocamentos normal e tangencial, definido conforme a equação (19).

$$\lambda = \sqrt{\langle\Delta_n\rangle^2 + (\Delta_s)^2} \quad (19)$$

Nesta,  $\Delta_n$  é o deslocamento no modo de falha I, na direção normal ao plano médio e  $\Delta_s$  é o deslocamento tangencial que considera os deslocamentos relativos aos modos II ( $\Delta_2$ ) e III ( $\Delta_3$ ) de falha.

$$\Delta_s = \sqrt{\langle\Delta_2\rangle^2 + \langle\Delta_3\rangle^2} \quad (20)$$

Uma vez atingido o critério de ruptura, inicia-se a evolução da variável de dano ( $D$ ). Os parâmetros que controlam a evolução do dano são definidos nas equações (21) e (22).

$$\sigma^i = \left\{ \begin{array}{ll} (1-D)K_0 \cdot \Delta\delta, & \delta_0 < \Delta\delta < \delta_f \\ 0, & \delta_f < \Delta\delta \end{array} \right\} \quad (21)$$

$$D = 1 - \left(\frac{\delta_0}{\Delta\delta}\right) \left(1 - \frac{1 - \exp\left(-\alpha \left(\frac{\Delta\delta - \delta_0}{\delta_f - \delta_0}\right)\right)}{1 - \exp(-\alpha)}\right) \quad (22)$$

Outros modelos constitutivos coesivos podem ser adotados para representar o comportamento dos elementos de interface mudando a lei de evolução do dano.

### 3.3

#### Modelo de Plasticidade Unidimensional para as fibras

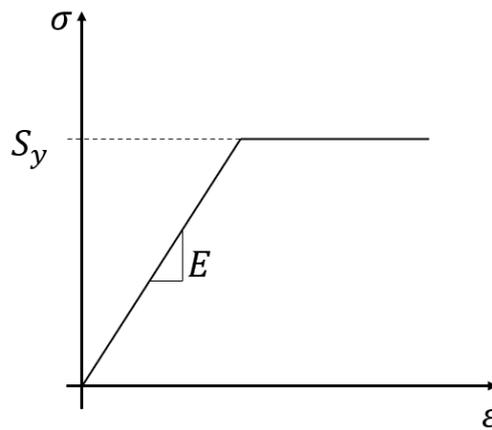
Um modelo constitutivo de plasticidade unidimensional é empregado para descrever o comportamento das fibras adicionadas nos compósitos. O modelo elastoplástico parte da consideração da decomposição aditiva das parcelas de deformação, equação (23), e da relação elástica linear, equação (24).

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (23)$$

$$\sigma = E \varepsilon_e = E(\varepsilon_t - \varepsilon_p) \quad (24)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade;  $\sigma$  é a tensão;  $\varepsilon_t$  é a deformação total;  $\varepsilon_p$  é a deformação plástica; e  $\varepsilon_e$  é a deformação elástica.

As deformações permanecem elásticas desde que a tensão atuante seja menor que a tensão de escoamento  $S_y$ , conforme apresentado na Figura 3.6. Considera-se que o descarregamento se dá em regime elástico com módulo de elasticidade do carregamento elástico.



**Figura 3.6. Diagrama tensão-deformação para modelo elastoplástico perfeito.**

A variação da variável interna ( $\dot{\gamma}$ ) é obtida da condição de carregamento/descarregamento, equação (25).

$$\dot{\gamma} > 0 \Rightarrow \dot{f} = 0, \text{ ocorre carregamento plástico} \quad (25)$$

Já para os casos de descarregamento, o material se comporta com a inclinação da reta linear elástica, na qual a variação da lei de fluxo é negativa e  $\dot{\gamma}$  é igual a zero.

$$\dot{f} < 0 \Rightarrow \dot{\gamma} = 0, \text{ ocorre descarregamento elástico} \quad (26)$$

Por fim, o comportamento elastoplástico completo do material e a determinação da irreversibilidade do fluxo plástico é completamente descrito com auxílio das condições de Kuhn-Tucker, equação (27), e a condição de consistência, equação (28).

$$\dot{f}(\sigma) \leq 0, \dot{\gamma} \geq 0 \text{ e } \dot{\gamma} \cdot \dot{f} = 0 \quad (27)$$

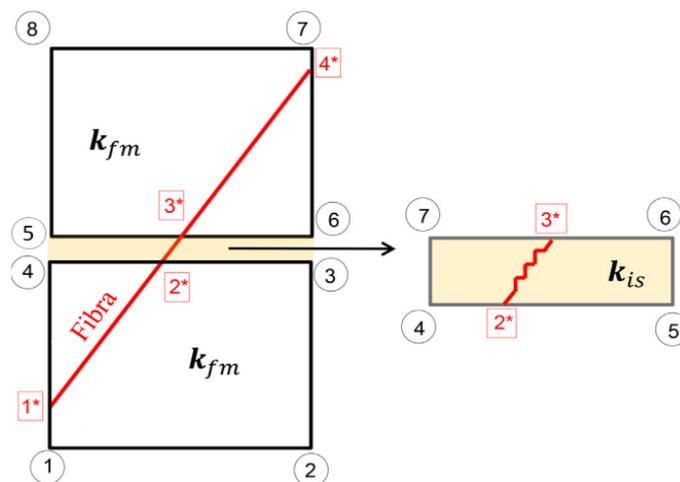
$$\dot{\gamma} \cdot \dot{f} = 0, \text{ se } \dot{f}(\sigma) = 0 \quad (28)$$

### 3.4

#### Modelos Mesoescala bifásicos

Esta seção apresenta uma proposta de modelagem de elementos estruturais de CRF por meio de elementos finitos especiais propostos por Congro (2020), doravante denominados Elementos Compósitos. Entretanto, estes serão aqui estendidos para contemplar uma maior gama de efeitos físicos locais inerentes ao comportamento dos componentes de compósitos cimentícios, como a adaptação do modelo constitutivo das fibras, podendo agora ser do tipo elastoplástico.

Nesta abordagem mesoescala os modelos são constituídos por duas fases: fibra e matriz. A matriz é definida por elementos finitos contínuos bidimensionais e as fibras são representadas por elementos de treliça unidimensionais, conforme apresentado na Figura 3.7 (esquerda). Elementos de interface coesivos são empregados de forma a representar os possíveis caminhos de fratura no modelo e, para tal, a formulação também propõe o acoplamento do efeito da fibra de maneira equivalente, Figura 3.7 (direita). Desta forma, o fenômeno de ponte de transferência de tensões resultante das fibras que cortam as fraturas pode ser então representado. Assim, têm-se dois novos elementos finitos cujas matrizes de rigidez locais são definidas como  $k_{fm}$  e  $k_{is}$ , ambos referentes ao elemento contínuo reforçado e ao elemento de interface reforçado, respectivamente.



**Figura 3.7: Representação esquemática de Elementos Finitos Compósitos (Adaptado de Congro et al, 2021).**

### 3.4.1

#### Elementos finitos compósitos

Para a determinação da matriz de rigidez dos novos elementos, o efeito da rigidez das fibras é acoplado à rigidez do elemento contínuo por meio de uma técnica baseada na associação de elementos finitos dissimilares, elementos finitos cujos graus de liberdade são diferentes ou dispostos de formas distintas (Cook (2002) *apud* Congro (2020)). Para tal, inicialmente é proposto um conjunto de restrições cinemáticas via Método Mestre-Escravo, que associam os deslocamentos das extremidades da fibra aos deslocamentos dos nós do elemento da matriz, por meio de uma matriz de acoplamento ( $\mathbf{T}_G$ ) apresentada na equação (29). Na construção da matriz  $\mathbf{T}_G$  é fundamental conhecer o ponto cuja fibra intersecta a aresta do elemento contínuo, definido pelos nós 1\*, 2\*, 3\* e 4\* na Figura 3.7.

$$\mathbf{T}_G = \begin{bmatrix} N_1^{n1} & N_2^{n1} & \dots & N_{ne}^{n1} \\ N_1^{n2} & N_2^{n2} & \dots & N_{ne}^{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_1^{ni} & N_2^{ni} & \dots & N_{ne}^{ni} \end{bmatrix} \quad (29)$$

sendo  $\mathbf{T}_G$  uma matriz cujas dimensões são  $n_i$  (número de nós) por  $n_e$  (número de graus de liberdade do elemento da matriz). Esta é constituída a partir das funções de forma do elemento contínuo ( $N_{ne}^{ni}$ ). Como exemplo, a matriz  $\mathbf{T}_G$  para um acoplamento entre um elemento Q4 e uma barra, seria do tipo 8x4, constituída pelas funções de forma do elemento Q4 avaliadas nos pontos de intersecção entre fibra e matriz.

As matrizes de rigidez locais da fibra e da matriz cimentícia são obtidas de acordo com a formulação generalizada do MEF, conforme apresentado no item inicial deste Capítulo. Já a matriz de rigidez dos elementos compósitos, é obtida por meio da equação (30), que expressa a técnica de condensação estática entre as matrizes de rigidez da matriz cimentícia ( $\mathbf{k}_m$ ) e a matriz de rigidez da fibra ( $\mathbf{k}_f$ ).

$$\mathbf{k}_{fm} = \mathbf{k}_m + [\mathbf{T}_G]^T \cdot [\mathbf{k}_f] \cdot [\mathbf{T}_G] \quad (30)$$

Os deslocamentos nos nós da barra são obtidos via interpolação linear dos deslocamentos nodais da matriz, usando as suas funções de forma avaliadas nas intersecções.

Todas as implementações computacionais destes novos elementos e as evoluções propostas em suas formulações por este trabalho foram desenvolvidas e testadas dentro do framework GeMA (Mendes, 2016).

### 3.5

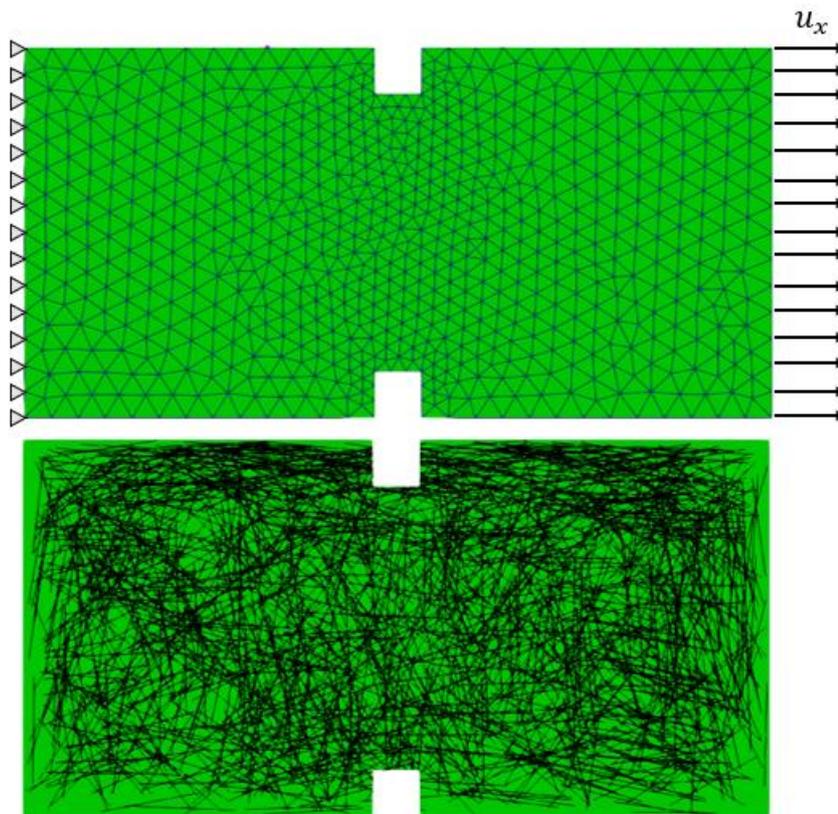
#### Estudos de caso

Para demonstrar a eficácia da estratégia compósita apresentada na seção anterior, dois estudos de caso serão apresentados a seguir. O primeiro exemplo é um modelo de tração direta proposto por Le Hoang e Fehling (2017). Este traz como propósito além da validação da metodologia apresentada, demonstrar o fluxograma de trabalho para geração dos modelos com fibras discretas dispersas randomicamente e, em seguida, ilustrar a influência da adição das fibras nos resultados obtidos. O segundo modelo será constituído por um ensaio de flexão de três pontos proposto por Cifuentes et al., (2013) validado por respostas obtidas experimentalmente.

#### 3.5.1

##### Ensaio de Tração Direta - Le Hoang e Fehling (2017)

O modelo de tração direta proposto por Le Hoang & Fehling (2017) para investigar o efeito do teor volumétrico e a razão de aspecto das fibras no comportamento a tração dos compósitos de ultra desempenho reforçado com fibras de aço é aqui simulado usando a formulação compósita bifásica. Para tal, adota-se um corpo de prova prismático de concreto, cujas dimensões são 80 x 40 x 40 mm, com teor volumétrico de fibras de 1,5%, resultando na dispersão de 360 fibras que foram adicionadas aleatoriamente no modelo. Estas apresentam diâmetro igual a 0,175 mm e o comprimento igual a 13 mm, conforme descrito pelos autores. A geometria do modelo, condições de contorno e a nuvem de fibras adicionada são apresentadas na Figura 3.8.



**Figura 3.8:** Malha e condições de contorno adotadas para modelo de tração direta (superior). Nuvem de fibras incluídas no modelo (inferior).

As propriedades mecânicas do concreto e das fibras consideradas são apresentadas na Tabela 3.1, bem como as propriedades adotadas para os elementos coesivos que simularam a propagação das fraturas.

**Tabela 3.1:** Propriedades mecânicas adotadas.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
$E_{concreto}$	50	GPa
$\nu_{concreto}$	0,2	-
$E_{aço}$	200	GPa
$K_{matriz}$	50	GPa/mm
$F_t^{matriz}$	7	MPa
$\Delta\delta$	4,0	mm

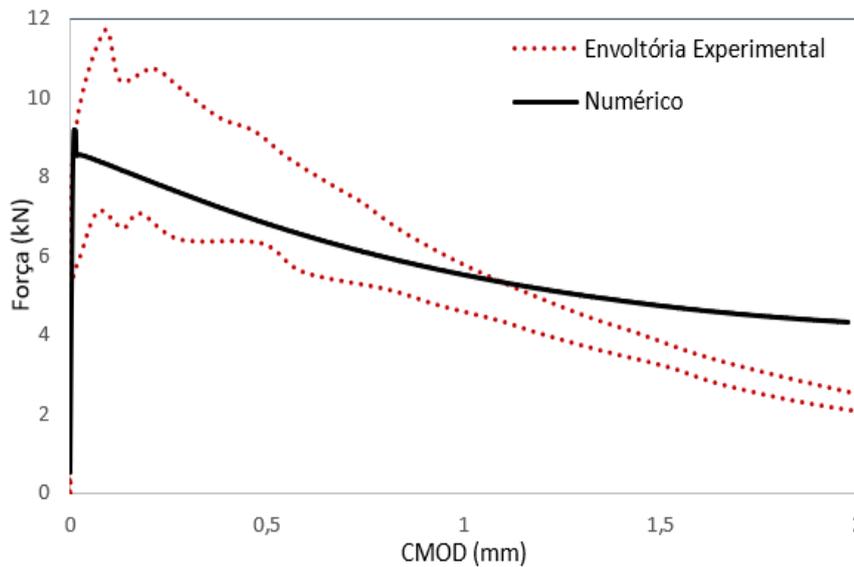
A malha construída para o modelo, Figura 3.8, é constituída por 1352 elementos contínuos triangulares, 1979 elementos de interface coesivos e 35788 elementos de treliça que simulam cada segmento de fibra intersectando cada elemento, ou seja, cada fibra foi discretizada com o mesmo número de elementos

contínuos que ela intersecta. A representação da danificação do material é realizada usando um modelo de dano coesivo exponencial aplicado aos elementos de interface, que são inseridos nas arestas de todos os elementos contínuos, desde que as mesmas estejam na borda entre 2 ou mais elementos. A escolha por inserir elementos de interface em todo o modelo se deu, visando capturar os diferentes padrões de fraturamento induzido pelas fibras.

Os elementos contínuos são considerados lineares elásticos em estado plano de tensões. Os parâmetros dos elementos de interface são calibrados de acordo com as respostas experimentais apresentadas por Le Hoang & Fehling (2017). As propriedades mecânicas seguem a relação ( $K_n = K_s = E \cdot 1000$ ) para que a rigidez artificial dos elementos de interface não influencie na resposta linear elástica do material, conforme já proposto por (Manzoli et al., 2012) e (Rueda Cordero et al., 2019). A energia de fratura ( $G_f \cong 15 \text{ N/m}$ ) foi calculada numericamente via regra dos trapézios empregada no cálculo da área sob a curva de tração x separação na fase do amolecimento. A resistência a tração da matriz ( $F_t^{matriz} \cong 9 \text{ MPa}$ ) foi obtida via observação do máximo valor de tensão curva de tração x separação fornecida. A separação efetiva ( $\Delta\delta \cong 2,5 \text{ mm}$ ) também foi determinada a partir da mesma curva. Por fim, o parâmetro que controla o decaimento exponencial do modelo coesivo ( $\alpha$ ) foi determinado analiticamente usando a equação (21) e a equação (22), visando ajustar a curva tração x separação e ao mesmo tempo garantir a energia de fratura calculada.

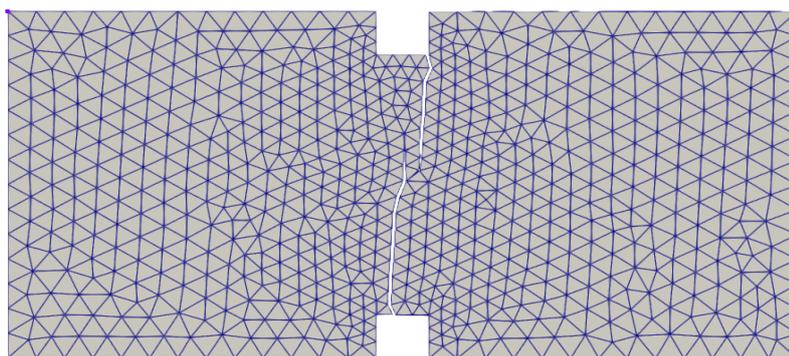
A resposta numérica obtida via formulação compósita bifásica é comparada aos dados experimentais na Figura 3.9. Aqui a abertura de fratura (CMOD, em inglês *Crack Mouth Opening Displacement*) em função da força aplicada é apresentada. Ressalta-se que, neste estudo, Le Hoang & Fehling (2017) elaboraram seis corpos de prova para cada razão de aspecto e teor de fibra estudados visando contornar problemas com a aleatoriedade topológica das fibras. Portanto, são apresentados os limites experimentais obtidos quando extraída as respostas mais rígida e mais flexível obtidas experimentalmente. A resposta numérica está condizente ao resultado experimental nas fases iniciais, pré-pico e fase de ativação das fibras, todavia, na fase final do carregamento a curva numérica passa a se comportar de maneira mais rígida que a curva experimental, pelo fato das fibras

seguirem contribuindo quando estas deveriam deslizar em relação a matriz e serem arrancadas.



**Figura 3.9: Resultados comparativos entre respostas numéricas obtidas via metodologia 'Compósitos' e experimentais.**

Apesar de teor de fibras relativamente alto (1,5%), o comportamento mecânico ainda é caracterizado como um comportamento de amolecimento, o que, caracteriza-se pela presença de uma única fratura principal no compósito. Neste caso, a fratura se propaga na região crítica central do modelo, induzida pela presença do entalhe. Duas fraturas se propagam de uma face à outra até se unirem e promoverem a ruptura do corpo de prova, conforme apresentado na Figura 3.10.

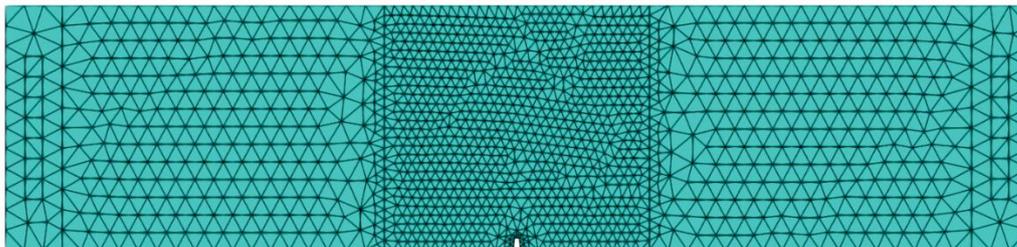


**Figura 3.10: Configuração deformada do espécime modelado numericamente.**

### 3.5.2

#### Ensaio de Flexão de 3 pontos – Cifuentes et al., (2013)

A segunda aplicação da formulação compósitos para modelo bifásicos, consiste em um ensaio experimental de flexão em três pontos proposto por Cifuentes et al., (2013). A malha considerada para a viga e as condições de contorno e carregamento são apresentados na Figura 3.11.



**Figura 3.11: Malha adotada para o ensaio realizado por Cifuentes et al., (2013)**

O entalhe apresenta a dimensão de 6x3 milímetros e as demais dimensões da viga são 540 x 120 x 60 milímetros. As propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 3.2, assim como o teor volumétrico de fibras ( $R_{fibers}$ ) e a área da seção transversal das fibras adotadas ( $A_{fibra}$ ).

**Tabela 3.2: Propriedades mecânicas adotadas para o ensaio de flexão de 3 pontos.**

$E_{matriz}$ (GPa)	$\nu_{matriz}$	$E_{fibra}$ (GPa)	$A_{fibra}$ (mm <sup>2</sup> )	$R_{fibras}$ (%)
30	0,2	9,5	0,00085	0,05

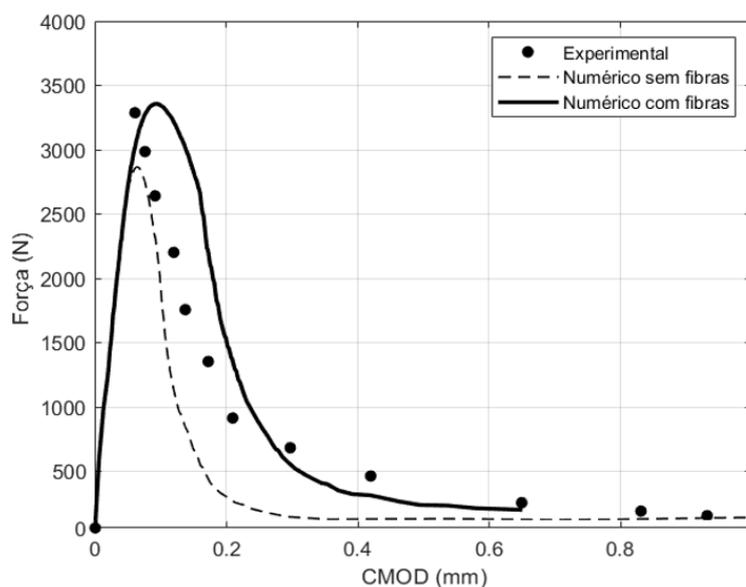
O estado plano de tensões é adotado para os elementos triangulares que somam ao total 1082 elementos lineares (CST) e 3246 nós, Figura 3.11. Elementos de interface foram adicionados nas bordas dos elementos contínuos contidos na região central para permitir a formação dos possíveis caminhos de fratura. O modelo constitutivo de dano coesivo com amolecimento exponencial foi empregado e suas propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 3.3.

**Tabela 3.3: Propriedades mecânicas dos elementos de interface coesivos.**

$K_n$ (GPa/m)	$K_s$ (GPa/m)	$f_t$ (MPa)	$\tau_s$ (MPa)	$\Delta\delta$ (mm)
30000	30000	3,0	3,0	0,06

$K_n$  e  $K_s$  são a rigidez normal e tangencial,  $f_t$  a tensão normal máxima,  $\tau_s$  a tensão cisalhante máxima e  $\Delta\delta$  o deslocamento efetivo máximo. Novamente, estes valores são determinados a partir da relação  $K_n = K_s = E/h$ ,  $h = 1$  mm, proposta por Manzoli et al., (2012).

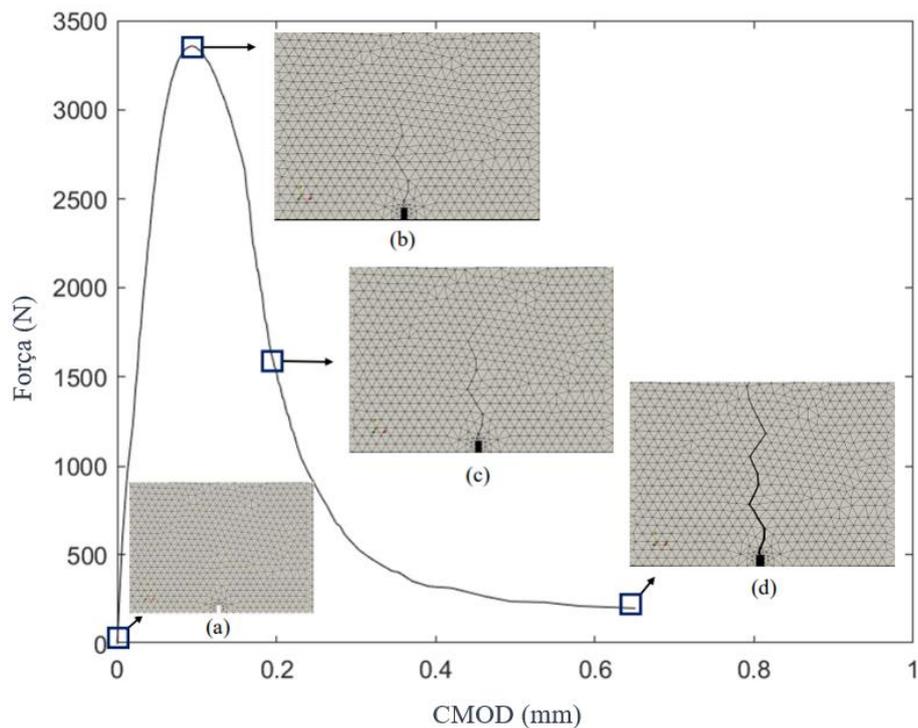
As respostas numéricas globais (força – deslocamento) obtidas para o modelo numérico com e sem fibras são comparadas ao resultado experimental apresentado por Cifuentes et al., (2013) na Figura 3.12. Os resultados encontrados demonstram boa acurácia em termos da carga de pico e uma adequada representação do comportamento pós-pico da estrutura.



**Figura 3.12: Comparação entre respostas numéricas e experimentais para ensaio de flexão de três pontos.**

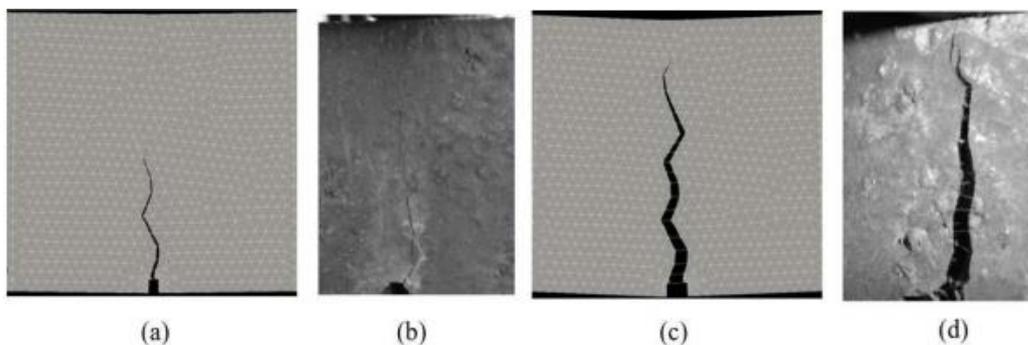
As curvas numéricas com e sem fibras ilustram a capacidade do modelo incorporar certas melhorias mecânicas ao comportamento do material, como o ganho de ductilidade ilustrado pela menor acentuação da curva pós-pico, diferente da curva do concreto simples, que cai abruptamente.

Os elementos de interface alocados para simular o processo de faturamento na viga representaram adequadamente a formação de uma única fratura principal característica de compósitos com baixos teores volumétricos de fibra, conforme apresentado na Figura 3.13.



**Figura 3.13: Padrão de faturamento apresentado pelo modelo numérico usando a os elementos compósitos.**

Este padrão de fraturamento apresenta uma grande similaridade quanto ao experimental de Cifuentes et al., (2013), vide Figura 3.14, expondo novamente a eficácia da estratégia proposta.



**Figura 3.14: Padrões de propagação de fissuras em diferentes estágios: (a) durante a análise numérica; (b) durante o experimento de Cifuentes et al. (2013); (c) no final da análise numérica; (d) ao final do teste experimental de Cifuentes et al. (2013).**

## 4

# Metodologia Multifásica para Modelagem e Simulação do Concreto Reforçado com Fibras

Este capítulo apresenta as etapas da metodologia proposta para geração de modelos multifásicos mesoestruturais para simulação numérica do comportamento do concreto reforçado com fibras (CRF). Os principais conceitos e técnicas adotados em cada etapa são apresentados, assim como a bibliografia complementar adotada para sua compreensão. Os métodos para geração da geometria da mesoestrutura do concreto, foram implementados neste trabalho.

### 4.1

#### Pré-Processamento

O modelo do concreto na mesoescala apresentado neste trabalho tem como fundamento incluir as heterogeneidades do concreto de maneira explícita no modelo, possibilitando, assim, estudar diretamente o efeito destas no comportamento global do concreto. Desta forma, a mesoestrutura do CRF é representada por quatro fases: matriz, agregados, zona de transição interfacial e fibras.

#### 4.1.1

##### Gerador de agregados graúdos

A primeira etapa é a geração dos agregados graúdos aleatoriamente na região que define o domínio do modelo. Para tal, uma adaptação do método *Take-*

*and-Place* proposto por Wriggers e Moftah, (2006) é empregada via rotina computacional auxiliar implementada no MATLAB.

Para tal, o processo é definido em duas etapas. A primeira fase consiste na obtenção do teor volumétrico de agregados retidos em cada faixa granulométrica da curva de dosagem. Este valor pode ser definido tanto a partir de dosagens de concreto predefinidas, quanto pela Lei de Fuller, conforme empregado por Wriggers e Moftah (2006). Desta forma, a curva característica de porcentagem de agregados retidos versus diâmetro da peneira pode ser expressa pela equação (31). A Lei de Fuller apresenta o teor volumétrico ideal para que se tenha uma compactação ótima entre os agregados.

$$P(d) = \left( \frac{d_i}{d_{max}} \right)^n \quad (31)$$

$P(d)$  é a porcentagem passante acumulada em uma peneira com abertura  $d_i$ ;  $d_{max}$  é o diâmetro máximo do agregado e  $n$  é uma constante avaliada entre 0,45 e 0,7.

Determinadas as porcentagens retidas em cada uma das faixas granulométricas, o volume de agregados em cada faixa ( $V_p$ ) pode ser facilmente determinado conhecendo o volume total do traço ( $V_t$ ) e o teor volumétrico de agregados ( $\varphi_{agg}$ ), conforme a equação (32).

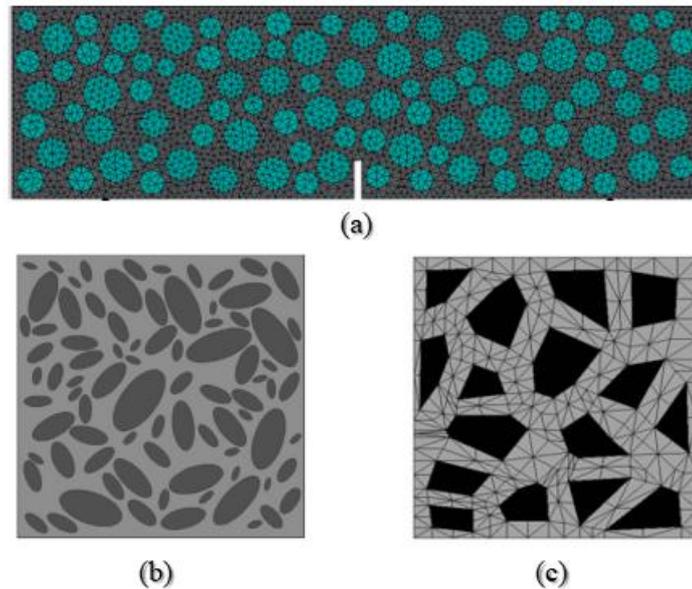
$$V_p[d_s, d_{s+1}] = \frac{P(d_s) - P(d_{s+1})}{P(d_{max}) - P(d_{min})} \cdot V_t \cdot \varphi_{agg} \quad (32)$$

Conhecidos os volumes retidos em cada faixa granulométrica, um grupo de agregados é gerado cujos diâmetros ( $d_{agg}^j$ ) são variáveis e estão no intervalo entre os valores das aberturas imediatamente inferior ( $d_i$ ) e superior ( $d_{i+1}$ ), conforme equação (33),

$$d_{agg}^j = d_i + \eta \cdot (d_{i+1} - d_i) \quad (33)$$

com  $\eta$  sendo um número aleatório entre zero e um. Além disso, a forma do agregado é definida, podendo ser circular ou um polígono regular. Muitos estudos empregaram a metodologia do *Take-and-Place* e diferentes geometrias foram testadas. Dentre os quais, Etse et al., (2012); López et al., (2008) e Nguyen et al.(2012) adotaram agregados quadrilaterais não regulares. Em Rodrigues et al., (2020) e Rodrigues (2015) foram empregados agregados octaédricos regulares.

Wang (2015) e Wang et al., (2020) adotaram esferas e elipses. Naderi & Zhang (2020) adotaram agregados não regulares realísticos para representar mais fielmente a geometria dos agregados. A geometria dos modelos propostos por alguns destes autores são apresentados na Figura 4.1.

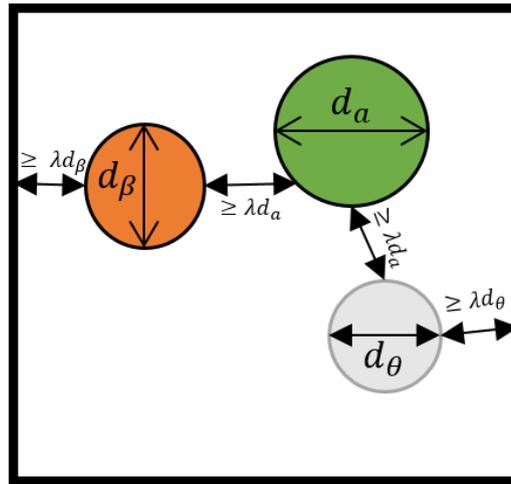


**Figura 4.1: Representação da mesoestrutura do concreto convencional. (a) Rodrigues (2015) (b) Wang et al., (2020), e (c) López et al., (2008a)**

A segunda etapa do processo consiste em alocar os agregados gerados dentro do domínio do modelo respeitando um conjunto de condições:

- i. Todo o agregado deve estar inteiramente dentro dos limites do domínio;
- ii. Não deve haver sobreposição com as partículas alocadas previamente;
- iii. Respeitar um distanciamento mínimo entre as partículas e a borda do modelo.

O espaçamento mínimo exigido entre os agregados e as bordas é resultante do efeito parede. Já os espaçamentos mínimos entre os agregados são justificados pela observação de seções transversais de elementos de concreto que apresentam um espaçamento proporcional ( $\lambda$ ) à dimensão das partículas, conforme apresentado por alguns autores. (Rodrigues et al., 2020; Gimenes (2020); Wang et al., 1999)). A Figura 4.2 apresenta como a dispersão deve ocorrer ser respeitada.



**Figura 4.2:** Condições para posicionamento do agregado no modelo. (Adaptado de Wriggers et al., 2006)

Dessa forma, para as condições propostas, um processo iterativo é realizado até que todos os agregados sejam alocados no modelo.

#### 4.1.2

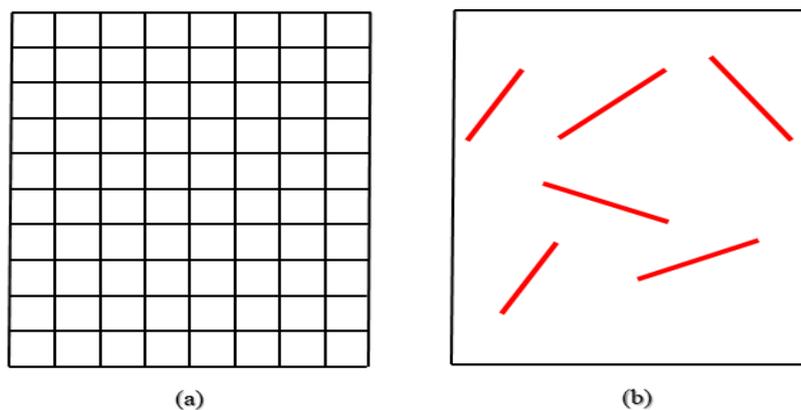
#### Geração de Fibras

Nos últimos anos, inúmeras técnicas têm sido apresentadas para determinar a distribuição de fibras em materiais compósitos cimentícios. Esse grande número de estudos é justificado, pois um dos fatores que mais prevalecem na determinação do comportamento do compósito é a randomicidade da dispersão de fibras no concreto. Dentre os principais aspectos que influenciam na dispersão das fibras estão as propriedades da matriz no estado fresco e o método de vibração empregado. (Bitencourt (2015); Mehta e Monteiro (2006)).

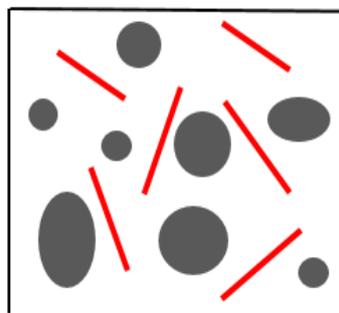
Comumente, o fator denominado com número de orientação ( $\eta$ ) é empregado na avaliação quantitativa da presença das fibras e da inclinação predominante das mesmas em uma determinada seção. Este parâmetro foi estudado para diferentes tipos e teores de fibras, assim como para diferentes geometrias de seção transversal nos trabalhos de Laranjeira et al., (2011) e Soroushian e Lee (1990).

Portanto, uma rotina computacional auxiliar foi elaborada no MATLAB para geração de uma nuvem de fibras – Figura 4.3(b) – sob uma malha de referência composta de elementos planos contínuos – Figura 4.3(a). Estas fibras são alocadas

randomicamente no interior do modelo sem que haja sobreposição com os agregados, conforme apresenta a Figura 4.4. Na estrutura de dados atual, apenas fibras retas são inseridas. Destaca-se que estas são eliminadas quando violam o contorno dos domínios preexistentes (agregados e limites do modelo). Neste caso uma nova é gerada visando respeitar todas as restrições. Tal procedimento é repetido até que o número de fibras pré-definido seja totalmente adicionado ao modelo

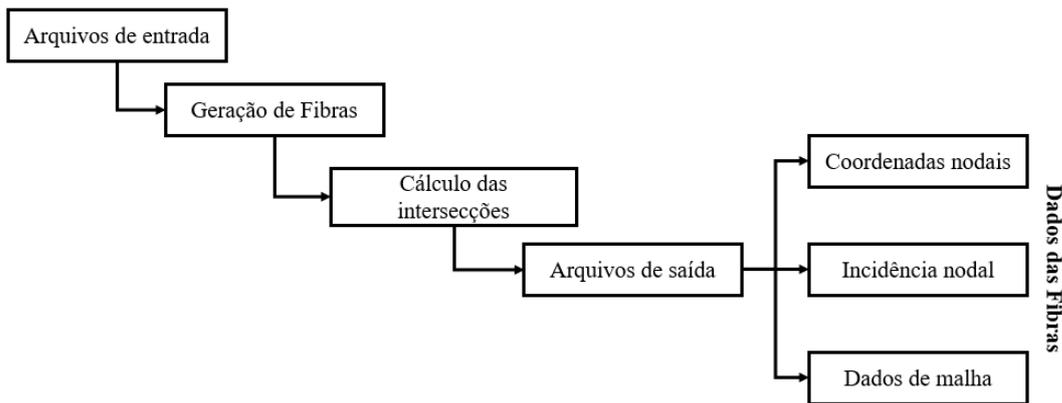


**Figura 4.3: Representação do processo de geração de fibras.**



**Figura 4.4: Representação da mesoescala do compósito.**

Uma representação das principais etapas da inserção de fibras no modelo é apresentada na Figura 4.5.



**Figura 4.5: Representação esquemática do pré-processamento para geração de modelos compósitos**

- Leitura de dados de entrada:

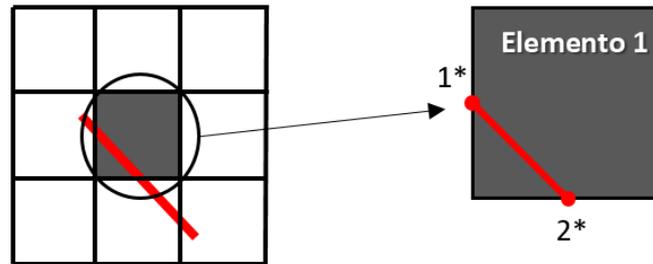
Os dados referentes à dosagem do CRF são passados como parâmetros de entrada, dentre eles o volume de concreto do modelo ( $V_t$ ), as propriedades geométricas das fibras para determinação do volume unitário ( $V_{uf}$ ) e o teor volumétrico de fibras ( $\varphi$ ). Dessa forma é possível determinar o número de fibras ( $n_f$ ) a ser inserido no modelo, calculado segundo a equação (34).

$$n_f = \frac{V_t}{V_{uf}} \cdot \varphi \quad (34)$$

Um dos importantes avanços deste trabalho é apresentado nesta seção, pois, apesar da bibliografia apresentar um número elevado de trabalhos que modelam a mesoestrutura do concreto, poucos são os trabalhos que modelam as fibras.

- Cálculo das intersecções entre as malhas:

Conhecidas as posições das fibras e as informações da malha de referência – coordenadas nodais e incidência nodal – uma nova rotina é empregada para determinar os elementos que são intersectados pelas fibras e as suas coordenadas de interseção com as arestas – 1\* e 2\*, conforme ilustra a Figura 4.6.



**Figura 4.6: Representação da busca por nós de intersecção entre malhas.**

Para a obtenção do ponto de intersecção entre fibra e elemento contínuo, um algoritmo de determinação de intersecção entre duas retas foi elaborado. Para cada reta é preciso definir dois pontos ( $P_{n1}^{ri}$  e  $P_{n2}^{ri}$ ) e um vetor de orientação ( $v_{fi}$ ). Portanto, uma fibra é selecionada e tratada como a reta inicial e seus nós são usados para definir os dois pontos necessários que também são empregados para determinar os cossenos diretores e, em seguida, o vetor de orientação desta reta.

A segunda reta é definida a partir das arestas e vértices do elemento contínuo. Assim, para um elemento contínuo quadrilateral, quatro retas são determinadas, sendo que a possível intersecção de cada uma com a primeira reta é avaliada individualmente.

Em seguida a solução de um sistema linear contendo as equações das retas determina se há ou não um ponto de intersecção entre ambas e suas respectivas coordenadas. Esse procedimento é repetido tantas vezes quantas arestas há no elemento contínuo e o segmento só é validado se duas intersecções forem identificadas para cada elemento avaliado.

Por fim, uma estrutura de dados armazena a identificação do elemento contínuo intersectado e as respectivas informações do segmento ou dos segmentos que o intersectam, definindo o elemento de fibra. Portanto, segmentos de fibra que não intersectam duas arestas são desconsiderados.

- Arquivos de saída

Como resultado dos passos anteriores, um arquivo de saída é fornecido com três novas listas no formato .lua que serão lidos em conjunto aos arquivos de entrada no modelo executado pelo GeMA. A primeira lista contém as coordenadas globais dos nós de intersecção. A segunda lista contém a incidência nodal de cada elemento

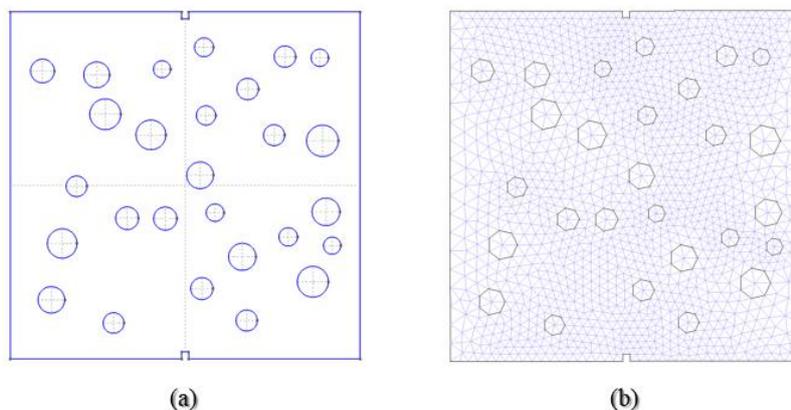
de treliça. E, por fim, a terceira lista é constituída pela identificação do elemento de treliça e seu correspondente elemento contínuo.

Finalmente, cabe destacar que para os casos em que as malhas de referência são constituídas por elementos de interface coesivos para representação dos caminhos de fratura, o processo de cálculo das intersecções de fibras é realizado duas vezes, uma para determinação das intersecções com os elementos contínuos e outra para determinação das intersecções com elementos de interface seguindo o fluxograma apresentado na Figura 4.5. Desta forma, dois arquivos de saída são gerados com as informações referentes a cada grupo de elementos.

### 4.1.3

#### Gerador de malhas

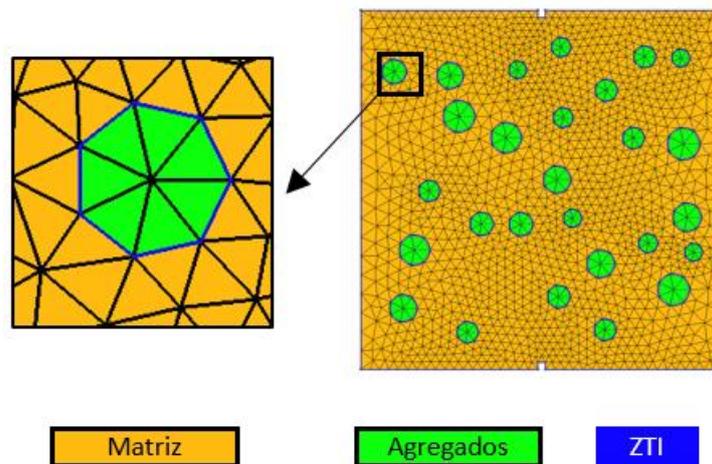
As rotinas computacionais mencionadas nos passos anteriores, foram adaptadas para gerar arquivos do tipo .geo – arquivo este reconhecido pelo software GMSH proposto por Geuzaine e Remacle (2009), adotado como gerador de malha, com informações referentes as entidades geométricas, Figura 4.7.



**Figura 4.7: Descrição do processo de geração de malhas. (a) Entidades geométricas. (b) Malha conforme seguindo geometria proposta.**

A malha gerada é constituída por três grupos de elementos que representam os agregados, matriz e ZTI, vide Figura 4.8. Neste trabalho, para geração dos agregados e da matriz, optou-se pela adoção de elementos triangulares lineares por demandarem menor custo computacional, como adotado também em Nguyen et al., (2012), Rodrigues (2015) e Unger & Eckardt (2011). A geometria dos agregados

foi definida por polígonos de 8 a 12 lados, seguindo as validações apresentadas por Peng et al., (2016), Gimenes et al., (2020) e Rodrigues et al., (2020).



**Figura 4.8: Discretização de modelos multifásicos.**

Para simular a propagação das fraturas na mesoestrutura, dois grupos de elementos de interface coesivos são introduzidos nas interfaces entre os elementos por meio de uma técnica de fragmentação da malha. O primeiro grupo possibilita a representação da propagação de fraturas entre os elementos da argamassa. Para tal, os parâmetros são definidos via ensaios experimentais. O segundo grupo de elementos de interface será introduzido nas faces comuns aos agregados e à matriz para representar a ZTI.

Conforme mencionado nas seções iniciais, a ZTI é a região do modelo mais frágil, onde a matriz apresenta maior porosidade e, conseqüentemente, menor rigidez. Desta forma, este segundo grupo apresenta propriedades mecânicas inferiores ao primeiro grupo. Portanto, a ZTI terá um importante papel na resposta mecânica do compósito, pois proporcionará a formação das primeiras microfissuras, que após o aumento das solicitações, resultaram no colapso do modelo.

Visto que a ZTI representa implicitamente uma região mais porosa do material, alguns trabalhos também consideram a presença dos poros explicitamente. Em Wang et al., (2019) os poros são adicionados e estão na mesma escala dos agregados menores. Neste estudo, o objetivo principal foi observar a influência da interação entre poros e agregados no comportamento de concreto.

## 4.2

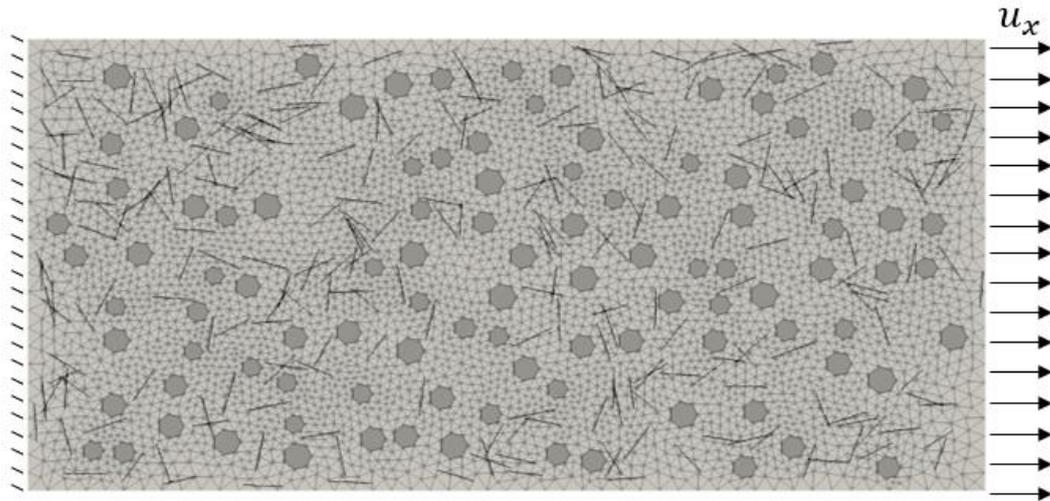
### Estudos de Caso

Um modelo de tração direita é apresentado inicialmente para que a metodologia multifásica seja demonstrada e os efeitos decorrentes da presença das heterogeneidades sejam estudados. Em seguida apresenta-se uma viga com as condições de contorno de um ensaio de flexão de três pontos. Por fim, o modelo proposto por Le Hoang e Fehling (2017b) será modelado e as metodologias bifásicas e multifásicas serão comparadas a título de se conhecer os benefícios de cada proposta.

#### 4.2.1

##### Tração Direta

O modelo inicial tem por objetivo avaliar a eficiência da metodologia proposta sob um ponto de vista qualitativo, referente à formação e propagação das fraturas e a sua interação frente às heterogeneidades no modelo, assim como quantitativo, tendo em vista as curvas globais de força-deslocamento obtidas para modelos com e sem a presença de fibras. Um bloco de lados medindo 200x100 mm e espessura igual a 100 mm, em estado plano de tensões, é simulado considerando o concreto simples e o concreto com fibras. Neste, o modelo é tracionado usando uma estratégia de deslocamentos prescritos na face da direita enquanto a face da esquerda é fixada, conforme apresentado na Figura 4.9. Um total de 27089 elementos são considerados na discretização do modelo, sendo 4767 elementos de treliça, 9250 elementos triangulares e 13072 elementos de interface coesivos presentes nos possíveis caminhos de fratura.



**Figura 4.9: Geometria, condições de contorno e malha elementos finitos.**

Neste modelo, 25% de agregados são adicionados à amostra usando a Lei de Fuller para determinação do volume de agregados em cada faixa granulométrica. No modelo com fibras, o teor de fibras adotado foi igual a 0,5%. As propriedades mecânicas para os materiais de cada uma das fases são apresentadas na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1: Parâmetros dos materiais**

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
$E_{matriz}$	18,5	<i>GPa</i>
$\nu_{matriz}$	0,0	-
$E_{agg}$	37	<i>GPa</i>
$\nu_{agg}$	0,0	-
$E_{fibra}$	200	<i>GPa</i>

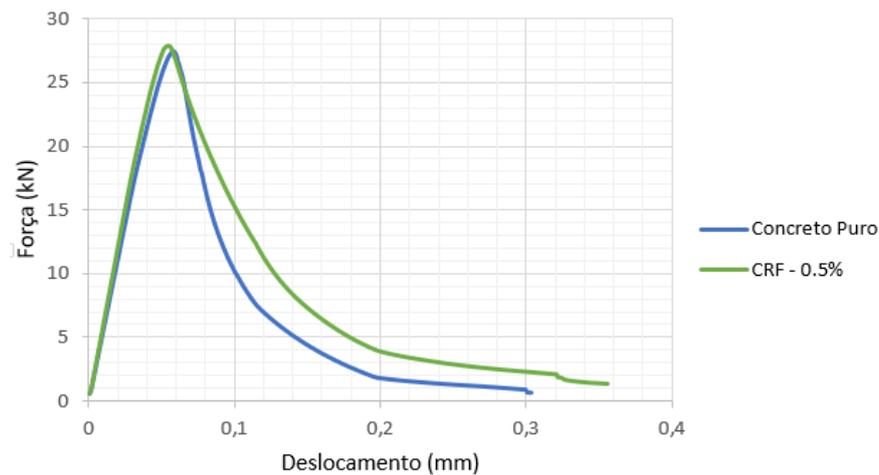
Para simular o processo de danificação da matriz, elementos de interface são adicionados nas bordas dos elementos contínuos e um modelo coesivo com amolecimento exponencial é então considerado. Os parâmetros mecânicos empregados nestes elementos coesivos são apresentados na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2: Parâmetros adotados para o modelo de dano coesivo para cada fase.**

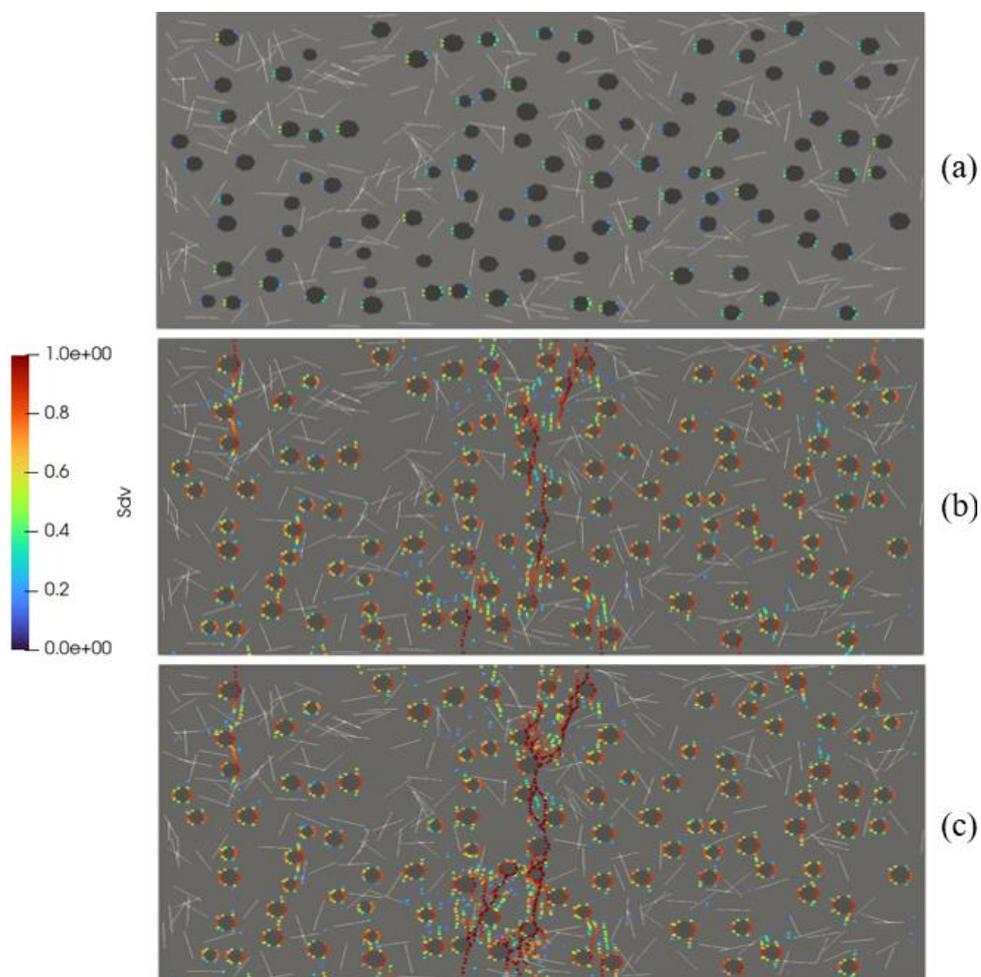
<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
$K_{matriz}$	18,5	<i>GPa/mm</i>
$K_{ZTI}$	18,5	<i>GPa/mm</i>
$G_f$	0,1	<i>N/mm</i>
$F_t^{matriz}$	3	MPa
$F_t^{ZTI}$	2	MPa

As respostas globais obtidas para o concreto simples e para o CRF em termos da força aplicada e deslocamento obtido são apresentadas na Figura 4.10. Ambas as curvas podem ser compreendidas como três estágios. O primeiro estágio é o comportamento linear elástico caracterizado por não haver nenhum processo de dano. Este estágio permanece linear até que a estrutura esteja carregada com aproximadamente 60% da carga de pico, nível para o qual a variável de dano começa a se manifestar na ZTI, Figura 4.11(a). Em um segundo momento, a carga segue aumentando, mas o modelo começa a sofrer dano. Observa-se um comportamento não linear que representa a perda de rigidez até que se atinja a carga de pico, Figura 4.11(b). O último estágio do carregamento, o ramo descendente não-linear, é caracterizado pela redução das tensões à medida que o deslocamento cresce, proporcionado pela propagação das fissuras no material até a ruptura, Figura 4.11(c).

Observa-se o efeito da adição das fibras na melhora da resposta mecânica do CRF em relação ao concreto simples tendo em vista o ganho de resistência residual no regime pós-pico da curva. Conforme já mencionado, o amolecimento apresentado na terceira fase do comportamento, apresenta um decaimento menos acentuado da curva do CRF, retratando o ganho de capacidade de absorção de energia do compósito e também uma maior deformabilidade do material. Pouca diferença pode ser observada no comportamento pré-pico, em que a rigidez inicial do compósito é caracterizada prioritariamente pelo comportamento da matriz e as fibras passam a atuar efetivamente no modelo apenas quando a matriz atinge a tensão de escoamento e as fraturas começam a se propagar.



**Figura 4.10: Comparação entre respostas globais obtidas numericamente para o concreto com e sem fibras.**

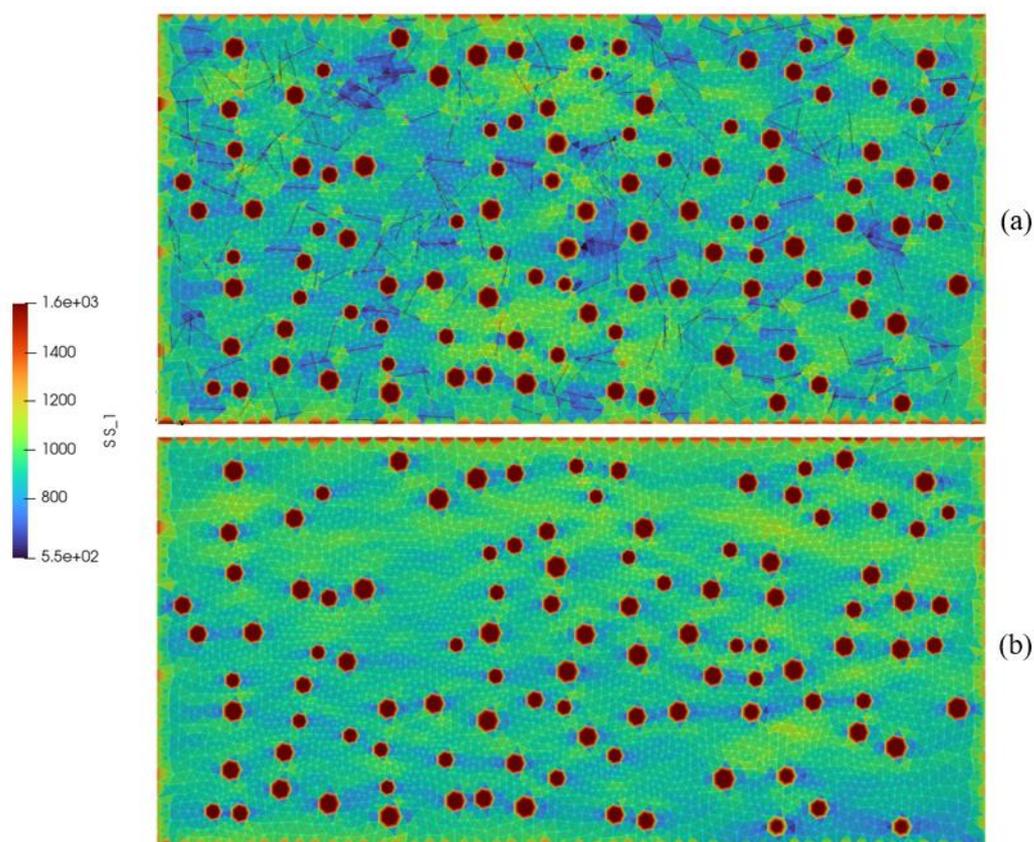


**Figura 4.11: Comportamento da variável de dano. Mapas de dano para (a) 60% da carga de pico; (b) Carga de pico; (c) Fim da análise.**

A transição entre o segundo e terceiro estágio do comportamento da peça é caracterizado pelo fenômeno da coalescência das fissuras, na qual as primeiras microfissuras formadas na ZTI propagam-se de maneira a se unirem e, desta forma,

se formam as microfissuras na matriz do compósito. (López et al., 2008; Mehta e Monteiro, 2006).

Outra abordagem para compreender o efeito da adição das fibras é mediante a comparação dos mapas de tensões. Com uma maior concentração de fibras, a tensão na matriz sofre um alívio, representado pelas regiões mais escuras no mapa. As fibras absorvem as tensões nestas regiões devido à sua maior rigidez, possibilitando a redistribuição das tensões na matriz. Na Figura 4.12 é também possível observar que tal alívio é tão mais efetivo quanto mais alinhada estiver a fibra com o carregamento.



**Figura 4.12: Distribuição das tensões (em kPa) na direção do carregamento nos modelos de (a) CRF; (b) concreto simples.**

A redistribuição de tensões apresentada é então responsável pela modificação do caminho da fratura e até mesmo no padrão de fraturamento observado no modelo. O concreto simples não encontra barreiras a propagação das primeiras microfissuras, o que faz com estas se propaguem pela interface dos agregados até ruptura da seção com a presença de uma única fratura principal, Figura 4.13(b). Já para o caso em que as fibras estão presentes, estas atuam como

uma barreira (reforço) contra a propagação das primeiras fissuras, possibilitando o surgimento de novas fraturas em regiões adjacentes. Isto promove o início de um mecanismo de múltiplo fissuramento, Figura 4.13(a). Este mecanismo leva, em termos globais, ao ganho de ductilidade da peça conforme já mencionado em seções anteriores.

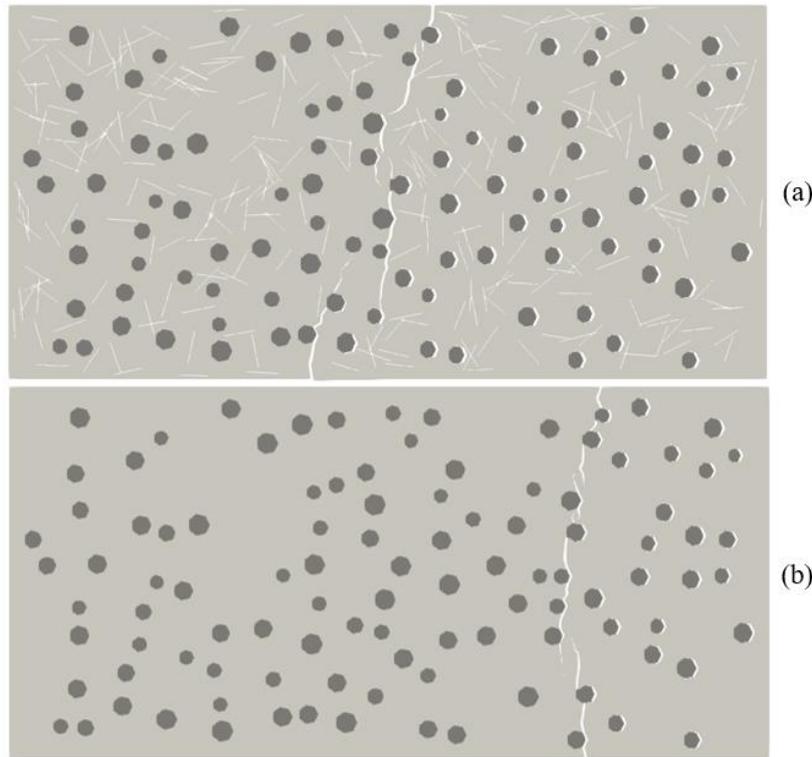


Figura 4.13: Padrão de fraturamento dos modelos para o (a) CRF e (b) concreto simples.

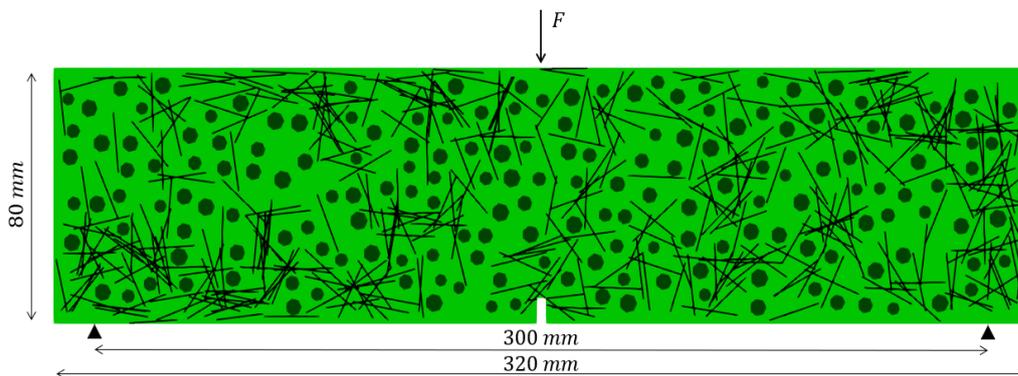
#### 4.2.2

##### Viga Entalhada Sujeita a Flexão de Três Pontos

Nesta seção, uma viga entalhada submetida a condições de carregamento referentes ao ensaio de flexão de três pontos é modelada. O objetivo deste modelo é avaliar não só o comportamento global da viga, mas também a capacidade da metodologia multifásica proposta representar a evolução do dano e a influência das heterogeneidades.

A geometria do modelo proposto é apresentada na Figura 4.14, com um teor volumétrico de agregados igual a 30% e um teor volumétrico de fibras igual a 1%. Os agregados são definidos a partir da curva de Fuller segundo uma faixa granulométrica de 2.75 a 9 mm. Neste modelo, 400 fibras com diâmetro de 1 mm

foram adicionadas. As dimensões do entalhe são de 8 x 3 mm, a espessura da viga é de 100 mm e o modelo adota o estado plano de tensões.



**Figura 4.14: Geometria, condições de contorno e dispersões de agregados e fibras.**

O modelo foi discretizado segundo uma malha 2D constituída de 28376 elementos. Os materiais das fibras, matriz e agregados foram considerados elástico linear com as propriedades mecânicas apresentadas na Tabela 4.3. Aos elementos de interface adicionados nos possíveis caminhos de fratura, foi atribuído comportamento de dano coesivo exponencial com as propriedades apresentadas na Tabela 4.4.

**Tabela 4.3: Parâmetros dos materiais**

Propriedade	Valor	Unidade
$E_{matriz}$	37	GPa
$\nu_{matriz}$	0,2	-
$E_{agg}$	54	GPa
$\nu_{agg}$	0,2	-
$E_{fibras}$	200	GPa

Tabela 4.4: Parâmetros do modelo coesivo dos elementos de interface.

Propriedade	Valor	Unidade
$K_{matriz}$	33	$GPa/mm$
$K_{ZTI}$	33	$GPa/mm$
$G_f$	0,07	$N/mm$
$F_t^{matriz}$	4,2	MPa
$F_t^{ZTI}$	2,6	MPa

A respostas globais pós-pico obtidas para os modelos com e sem fibras são apresentadas na Figura 4.15, pois diferenças relevantes só foram observadas no comportamento para este estágio do comportamento. Um ganho notório de resistência residual pode ser observado no CRF com um teor de fibra adicionado considerável. Não obstante, é possível observar também o ganho de capacidade de deformação da peça.

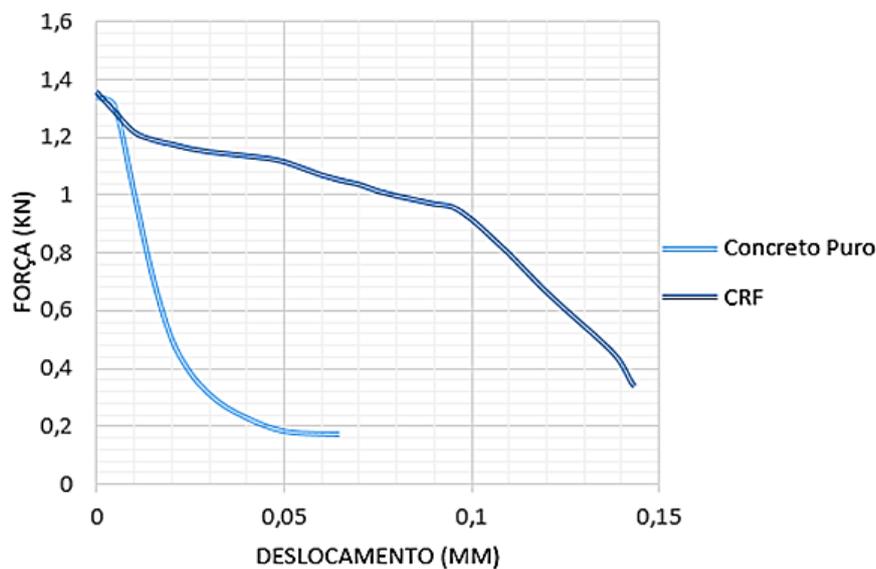
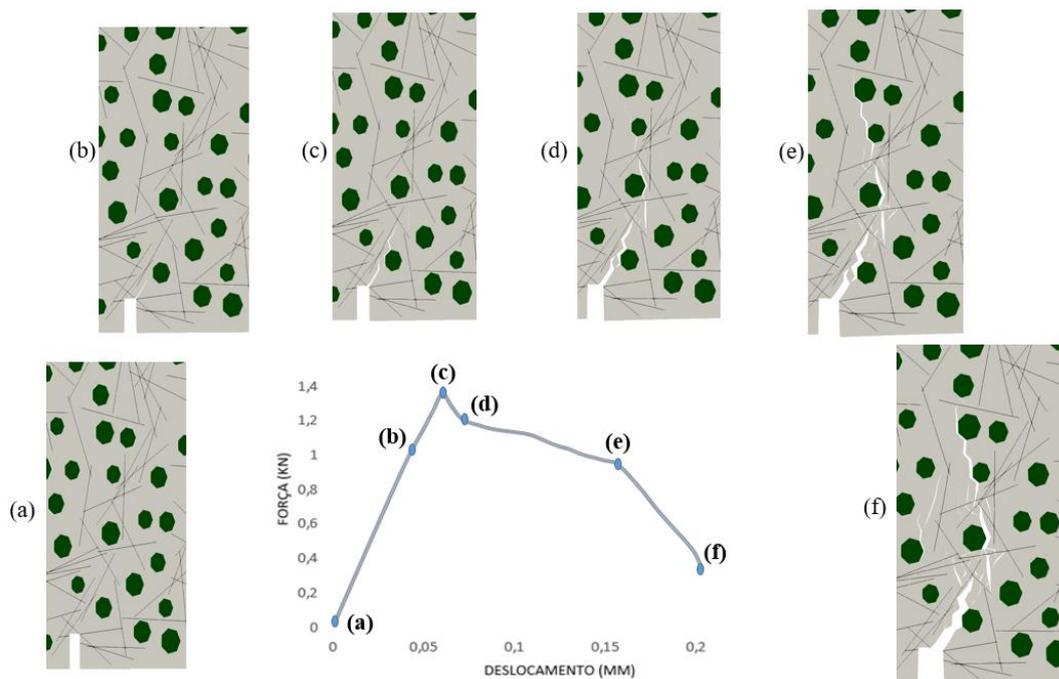


Figura 4.15: Comportamento pós-pico global para vigas ensaiadas.

Para o estudo dos efeitos locais que resultam no ganho de performance da viga devido à adição das fibras, uma imagem com foco na região central do modelo é apresentada na Figura 4.16.



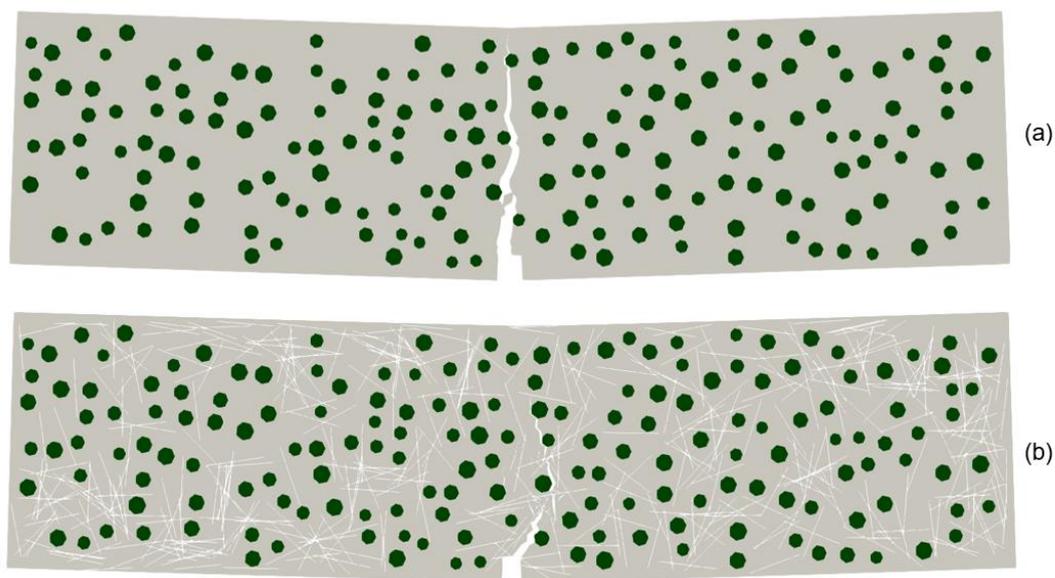
**Figura 4.16: Propagação da fratura durante a simulação.**

Inicialmente, para um carregamento de aproximadamente 70% da carga de pico (ponto (b) do gráfico apresentado na Figura 4.16), é possível observar o início do dano por meio da degradação da rigidez inicial que também resulta na formação da primeira fissura na região mais frágil do entalhe, conforme ilustra a Figura 4.16(b). Desta forma, o comportamento da viga passa a ser não linear.

Após o início da propagação das fraturas, o carregamento segue crescendo até que se atinja a carga máxima da viga, apresentada na Figura 4.16(c). A partir deste ponto, as fibras começam a ser solicitadas efetivamente e é possível observar o efeito das pontes de transferência de tensões introduzido pelas fibras no caminho da fratura. Graficamente, o ponto (d) ilustrado na curva global da Figura 4.16, mostra um enrijecimento no estágio inicial do amolecimento. Este é ilustrado pela Figura 4.16(d) quando a fratura principal encontra barreiras à sua propagação e, em seguida, a sua abertura.

Em seguida, no regime de amolecimento, a fratura continua a se propagar na região central (crítica) do modelo. Nota-se também que as fibras que interrompem a propagação da macrofissura inicial, promovem também uma redistribuição dos esforços fazendo com que novas microfissuras se formem em regiões adjacentes mais frágeis por não haver fibras, conforme ilustrado em todas as demais fases apresentadas na Figura 4.16.

No último estágio, onde não é possível observar mais a propagação efetiva da fratura principal, apenas a sua abertura e o surgimento de novas microfissuras, o amolecimento decorre mais acentuadamente como resultado do surgimento de inúmeras microfissuras. Esta maior perda de rigidez é ilustrada entre os pontos (e) e (f) da curva global. Por fim, a peça rompe e de maneira distinta à ruptura da peça de concreto simples (única fratura principal), conforme apresentado na Figura 4.17. O início de um mecanismo de múltiplo fraturamento já começa a ser observado, o que justifica o ganho de ductilidade do material quando as fibras são adicionadas à sua composição. As configurações deformadas das vigas para o concreto simples e reforçado com fibras, são apresentadas na Figura 4.17.

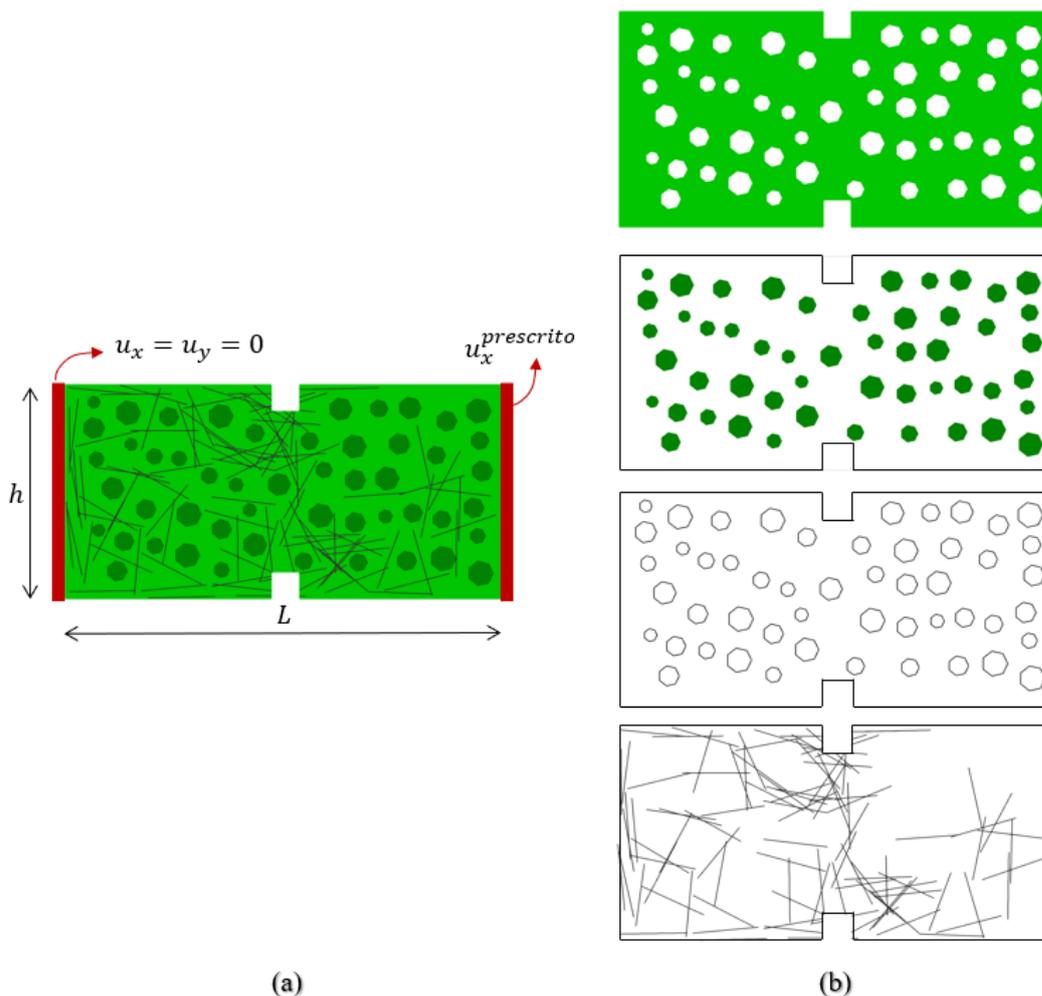


**Figura 4.17:** Configuração deformada para as vigas ensaiadas composta por (a) concreto simples; (b) CRF.

### 4.2.3

#### Ensaio de Tração Direta – Le Hoang e Fehling (2017)

O estudo experimental proposto por Le Hoang e Fehling (2017) e analisado no capítulo anterior, será agora abordado considerando a formulação multifásica mesoescala. Desta forma, os espécimes solicitados à tração direta serão agora modelados por quatro fases: fibras, agregados, matriz e ITZ, conforme apresentado na Figura 4.18.



**Figura 4.18:** (a) Geometria do corpo de prova ensaiado e fases adotadas. (b) Representação gráfica das quatro fases isoladas.

A Figura 4.18(a) apresenta a geometria do corpo de prova e as condições de contorno empregadas. O corpo de prova apresenta um comprimento  $L = 80$  mm, altura  $h = 40$  mm e espessura igual a 40 mm. Os entalhes possuem  $5 \times 5$  mm. Os deslocamentos na face da esquerda foram restringidos e na face da direita foram impostos deslocamentos horizontais.

O trabalho proposto por Le Hoang & Fehling (2017) objetivou investigar a influência de três diferentes teores de fibras e de três diferentes razões de aspecto das fibras no comportamento mecânico de concreto de alto desempenho reforçado com fibras. Portanto, uma vez que a topologia das fibras tem suma influência na resposta mecânica do compósito, seis espécimes foram gerados para cada teor e razão de aspecto de fibras. Para esta simulação o teor volumétrico de fibras de aço foi de 1,5%, cuja razão de aspecto é igual a 75,29 ( $L/d = 13/0,175$ ). As propriedades mecânicas e geométricas das fibras são apresentadas na Tabela 4.5.

**Tabela 4.5: Propriedades e parâmetros mecânicos e geométricos das fibras.**

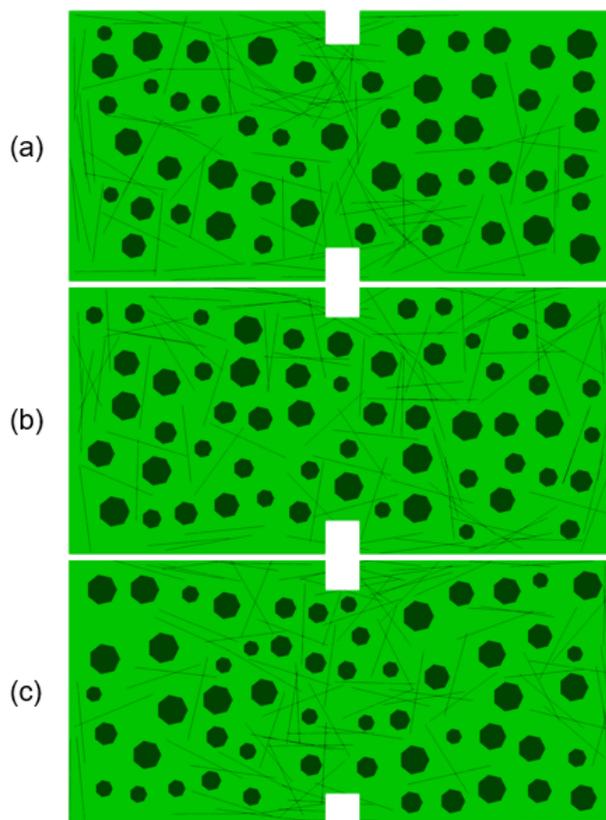
<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
$d_f$	0,175	mm
$l_f$	13	mm
Razão de aspecto	74,29	-
Densidade	7,8	$g/cm^3$
$E_f$	200	GPa
$f_t$	2500	MPa

Em decorrência da ausência da curva granulométrica de dosagem adotada experimentalmente, a teoria da curva de Fuller foi empregada. Já o diâmetro máximo dos agregados fornecido pelo autor foi de 8 mm. A composição do concreto definida a partir do teor volumétrico de agregados ( $R_{agg}$ ) e os parâmetros mecânicos médios obtidos por meio de ensaios de compressão axial aos 28 dias são apresentados na Tabela 4.6.

**Tabela 4.6: Propriedades e parâmetros físicos e geométricos dos agregados e da matriz de concreto.**

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
$R_{agg}$	40	%
$E_{agg}$	37	GPa
$\nu_{agg}$	0,3	-
$E_{mat}$	50	GPa
$\nu_{mat}$	0,2	-

Três diferentes dispersões foram consideradas com a finalidade de estudar o efeito da dispersão, compará-lo ao modelo experimental e validar a metodologia mesoescala multifásica proposta. As topologias dos modelos são apresentadas na Figura 4.19.



**Figura 4.19: Representação gráfica dos três modelos numéricos simulados: (a) dispersão 1; (b) dispersão 2; (c) dispersão 3.**

A Figura 4.19(a), dispersão 1, possui um total de 17528 nós e 13517 elementos finitos, sendo estes: 3599 elementos contínuos triangulares para representar a matriz; 357 elementos contínuos triangulares para representar os agregados; 4115 elementos unidimensionais para simular as fibras; 5098 elementos de interface para representar as fraturas na matriz; 357 elementos de interface nas faces entre agregados e matriz para representar a ZTI.

A dispersão apresentada na Figura 4.19(b), modelo 2, possui um total de 18803 nós e 14524 elementos finitos, sendo estes: 3864 elementos contínuos triangulares para representar a matriz; 392 elementos contínuos triangulares para representar os agregados; 4407 elementos unidimensionais para simular as fibras; 5469 elementos de interface para representar as fraturas pela matriz; 392 elementos de interface nas bordas entre agregados e matriz para representar a ZTI.

A terceira dispersão, Figura 4.19(c), possui um total de 18735 nós e 14471 elementos finitos, dentre os quais: 3857 são elementos contínuos triangulares para representar a matriz; 385 são elementos contínuos triangulares para representar os agregados; 4382 são elementos unidimensionais para simular as fibras; 5462 são

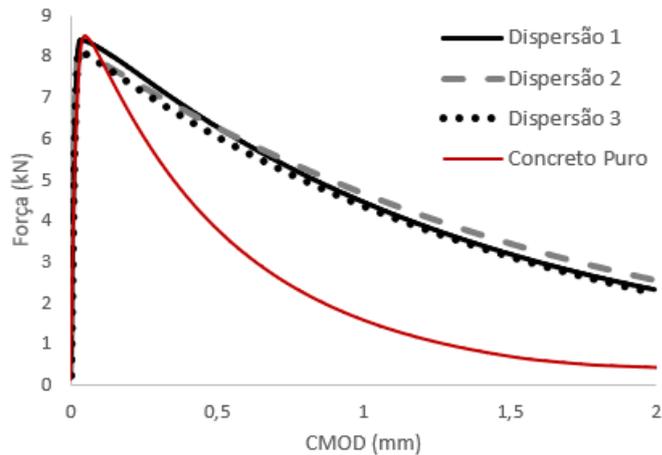
elementos de interface para representar as fraturas pela matriz; 385 são elementos de interface nas bordas entre agregados e matriz para representar a ZTI.

Conforme já mencionado, modelos de dano coesivos são adotados nos elementos de interface para representar o processo de fratura dos compósitos. Assim, como o estudo experimental trata de um modelo entalhado e que as respostas mecânicas fornecidas são a tensão x abertura de fratura, os parâmetros do modelo coesivo de dano, podem ser facilmente obtidos por meio das curvas experimentais. A rigidez inicial normal ( $K_n$ ) e a cisalhante ( $K_s$ ) são determinadas com a relação entre  $E/t$ , sendo  $t$  a espessura artificial dos elementos de interface comumente adotada como a resistência à tração do concreto ( $S_n = f_t$ ). A separação efetiva é o valor da abertura de fratura correspondente à tensão normal nula. Por fim, o parâmetro que controla o amolecimento ( $\alpha$ ) é ajustado visando calibrar a resposta numérica com a experimental. Os valores empregados são apresentados na Tabela 4.7.

**Tabela 4.7: Parâmetros adotados para o modelo de interface coesiva**

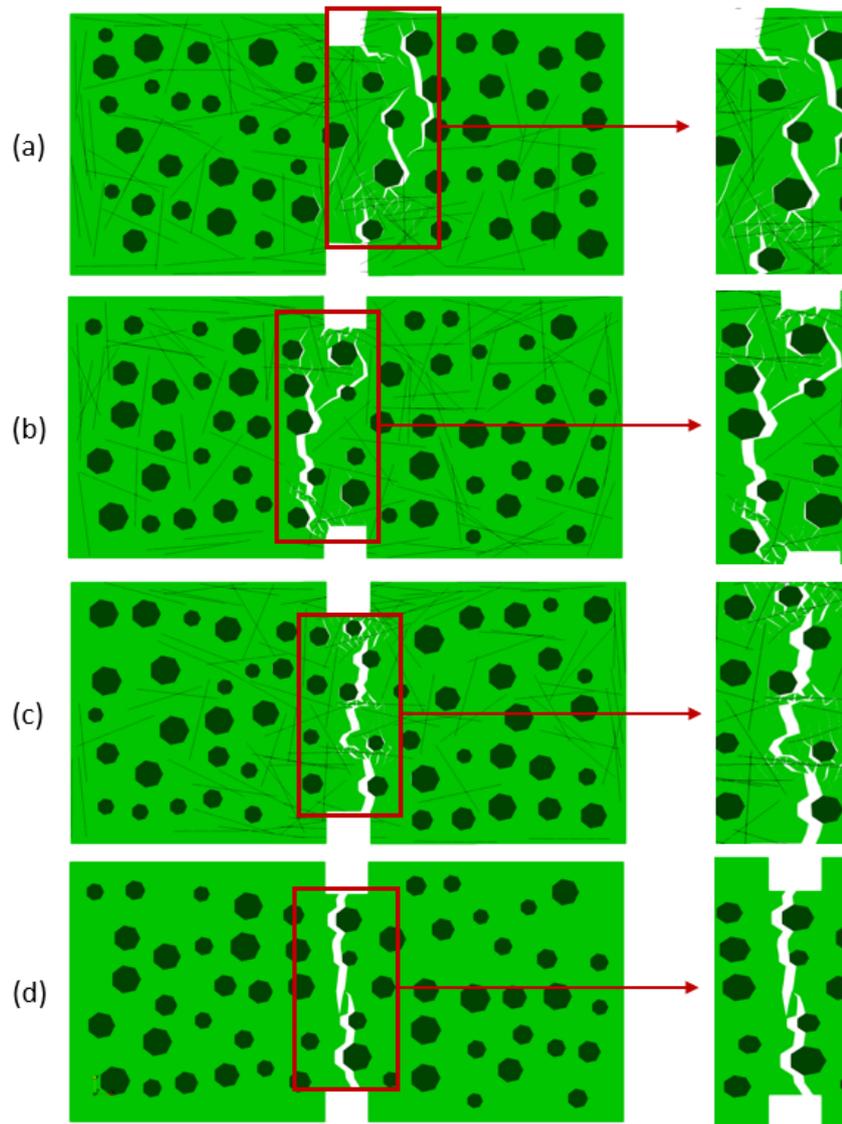
Propriedade	Valor	Unidade
$K_n = K_s$	50	GPa/mm
$f_t$	8	MPa
$e_d$	4,5	mm
$\alpha$	3,5	—

A fim de validar a metodologia mesoescala multifásica, um comparativo entre os resultados numéricos obtidos a partir dos modelos com e sem fibras foram comparados de modo a ilustrar o efeito da adição das fibras nos modelos, Figura 4.20. Um pequeno endurecimento pode ser observado nas dispersões 1 e 2, o que demonstra um sutil aumento da resistência dos compósitos em termos de capacidade de suporte de carga. Entretanto, são as alterações no comportamento do compósito durante o regime pós-pico que deixam evidente a melhoria da performance estrutural dos modelos quando estes contêm fibras. Logo, um efetivo ganho de deformabilidade é apresentado, o que resulta no aumento da ductilidade devido ao controle da fissuração promovido pelas fibras.



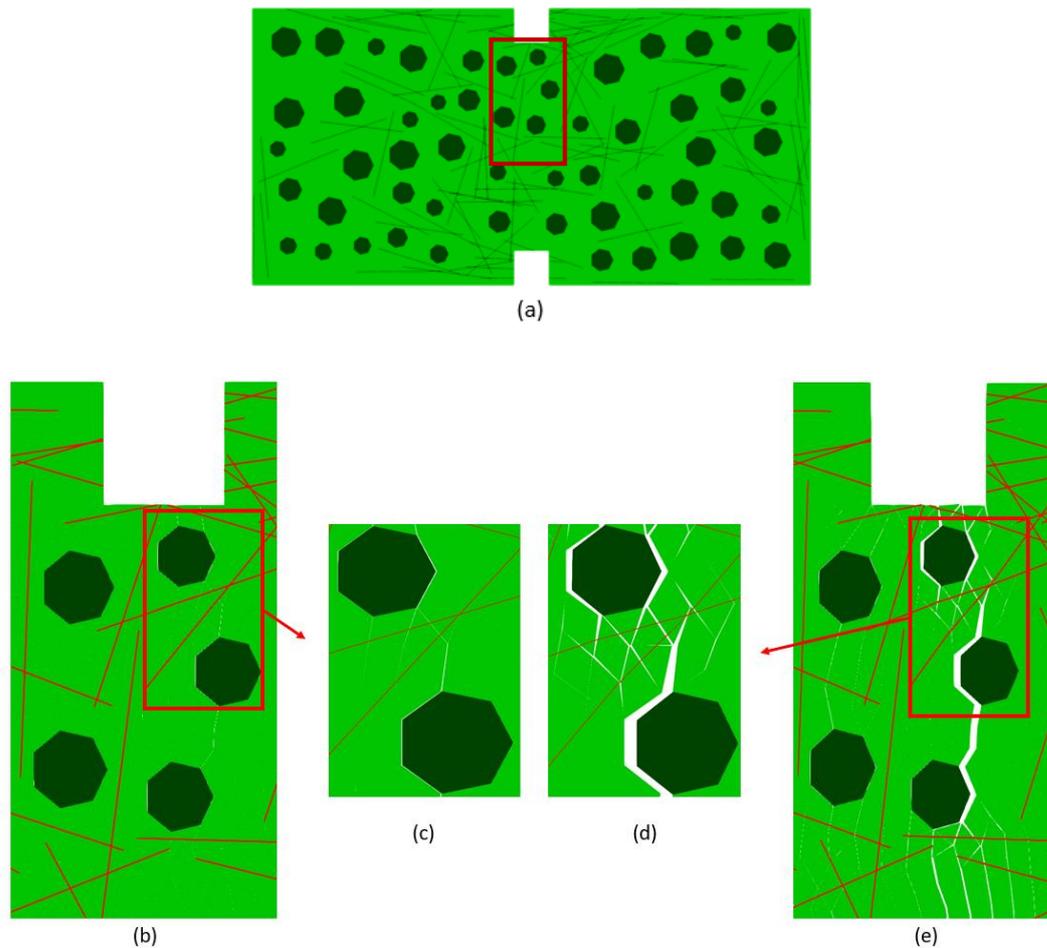
**Figura 4.20: Resultados numéricos obtidos usando a formulação mesoescala multifásica com e sem fibras.**

O efeito das pontes de transferência de tensões pode ser visto tanto na melhoria das respostas mecânicas globais, quanto no comportamento do processo de fissuração apresentado quando as configurações deformadas são plotadas. Na Figura 4.21 as deformadas são apresentadas e possibilitam observar o processo de formação de várias microfissuras resultantes da redistribuição das tensões nas regiões que apresentam maiores densidade de fibras. Desta maneira, tal região se torna mais rígida fazendo que a propagação das fraturas ocorra em regiões adjacentes mais frágeis o que resulta em um modo de falha mais dúctil.



**Figura 4.21: Configurações deformadas (20x) dos modelos (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) sem fibra.**

Por outro lado, esta metodologia também possibilita observar todo o processo de formação das fraturas: o surgimento das primeiras microfissuras na zona de transição interfacial dos agregados, conforme apresentado na Figura 4.22(c); a propagação destas pela matriz até a união com demais, Figura 4.22(c) e Figura 4.22(d); até a formação das microfissuras que levam ao colapso da estrutura, Figura 4.21(c).

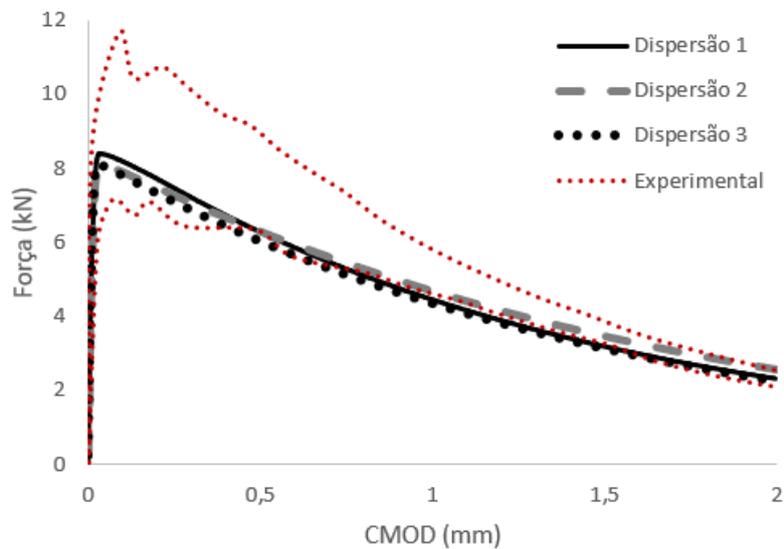


**Figura 4.22: Visualização do processo de surgimento e propagação das microfaturas no modelo 3: (a) modelo 3 escala real; (b) refinamento em fase 1(CMOD  $\cong$  0.1 mm) ; (c) refinamento maior em fase 1; (d) refinamento em fase 2(CMOD  $\cong$ 0.25); (e) refinamento maior em fase 2.**

A título de validação, a comparação entre os resultados numéricos e experimentais são plotadas em duas configurações em acordo aos resultados apresentados por Le Hoang e Fehling (2017). Assim sendo, a curva numérica é apresentada até a falha do compósito, Figura 4.23. A envoltória limitada pelas respostas mais rígida e mais flexível representam a resposta experimental.

Mediante a resposta completa, Figura 4.23, é possível observar a acurácia da resposta numérica nas etapas iniciais do carregamento até que se atinja a tensão de pico e nos primeiros estágios durante o regime de amolecimento. Contudo, após a abertura da fratura atingir valores mais altos, a curva numérica passa a progredir mais de forma mais rígida que os limites experimentais. Tal fato é justificado pela ausência do efeito de arrancamento da fibra em relação a matriz, que seguem contribuindo com a rigidez do compósito, mesmo quando a matriz vai se danificando e a fibra deveria ser arrancada. As dispersões 1 e 2 se mostraram mais

realistas em relação a resposta numérica, o que provavelmente se justificou por uma maior similaridade entre as topologias do experimento e do modelo numérico.



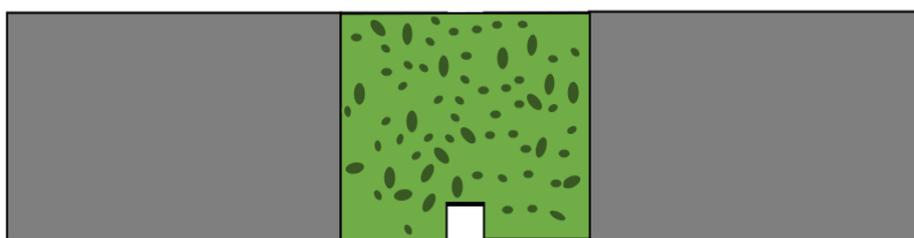
**Figura 4.23: Comparativo entre respostas numéricas e experimentais até a falha do compósito.**

Em relação ao comportamento pré-pico, cabe destacar que, apesar da topologia dos modelos serem diferentes, não há alterações relevantes. Em contrapartida, as curvas que representam o regime de fissuração apresentam diferenças. Portanto, ilustra-se a eficácia do modelo para o estudo da propagação das fraturas e formação de zonas de danificação.

O terceiro modelo (Figura 4.21(c)) foi o que se mostrou menos eficiente em termo do comportamento mecânico durante a fase de ativação das fibras, conforme pode ser observado na resposta global apresentada na Figura 4.23. É interessante observar que apesar do modelo conter o mesmo teor de fibras que os demais, a dispersão das fibras não promoveu um efetivo enrijecimento, o que levou à formação de um mecanismo de propagação mais próximo ao modelo sem fibras, Figura 4.21(d), ou seja, caracterizado por fratura única na região central. Tal fato leva ao amolecimento pouco mais acentuado apresentado na resposta global na Figura 4.23.

## 5 Modelos Concorrentes Multifásicos

Neste capítulo, a metodologia multifásica apresentada no capítulo anterior é adotada para modelagem de testes experimentais simulados por modelos numéricos em que duas escalas de modelagem são consideradas, sendo estes definidos como modelos concorrentes. Portanto, os modelos multiescala concorrentes são empregados com o objetivo de promover um estudo refinado do dano e propagação da fratura quando as regiões em que estes serão predominantes é conhecida. Desta forma, modelos mais refinados são empregados nas regiões com tensões mais elevadas e concentrações de tensões para que efeitos locais que levam à fratura do material possam ser investigados, conforme apresentado na Figura 5.1. Em contrapartida, nas regiões complementares modelos menos refinados e menos custosos computacionalmente são empregados sem perda da eficiência do modelo. Por fim, as diferentes escalas são resolvidas simultaneamente, mantendo as condições de equilíbrio global e compatibilidade em todo o modelo (Nguyen et al., 2012; Rodrigues, 2015; Unger e Eckardt, 2011).



**Figura 5.1: Representação da técnica multiescala concorrente com: mesoescala multifásica (região verde); macroescala equivalente (região cinza).**

O contínuo equivalente constitui as regiões complementares do modelo que não sofrerão diretamente com a propagação do dano. Suas propriedades são obtidas por meio de técnicas de homogeneização analíticas que adotam a teoria dos materiais compósitos. Desta forma, em linhas gerais, a propriedade equivalente é obtida das propriedades individuais de cada componente do compósito e de suas respectivas frações volumétricas.

Os modelos clássicos mais empregados historicamente são os de Voigt (1910) e Reuss (1929). Estes são descritos como associações em paralelo e em série entre os materiais, respectivamente. A diferença principal entre estes modelos são as condições de continuidade que cada um impõe. O modelo de Voigt assume que as deformações dos componentes são iguais e constantes entre si. Já o modelo de Reuss assume que as tensões são uniformes ao longo dos componentes. Ressalta-se que por simplificação, os modelos representam casos extremos, ou seja, casos em que todos os componentes se associam da mesma forma, o que para compósitos dispersos aleatoriamente, não condiz a realidade.

A partir das deformações constantes assumidas no modelo de Voigt, a associação em paralelo dos componentes assume uniformidade entre as deformações que resulta nos modelos matemáticos para determinação das propriedades equivalentes apresentado nas equações (35), (36).

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{mat} = \varepsilon_{ref} \quad (35)$$

onde  $\varepsilon_h$ ,  $\varepsilon_{mat}$  e  $\varepsilon_{ref}$  são as deformações do compósito, da matriz e do reforço, respectivamente.

$$\sigma_h = \sigma_{mat} * V_{mat} + \sigma_{ref} * V_{ref} \quad (36)$$

As tensões do compósito, da matriz e do reforço são, respectivamente,  $\sigma_{mat}$  e  $\sigma_{ref}$ ;  $V_{mat}$  e  $V_{ref}$  representam os teores volumétricos da matriz e do reforço, respectivamente.

Substituindo as tensões de cada componente pela lei de Hooke, obtém-se as propriedades equivalentes elásticas, conforme apresentado nas equações (37) e (38)

$$E_h = E_{mat} * V_{mat} + E_{ref} * V_{ref} \quad (37)$$

$$\nu_h = \nu_{mat} * V_{mat} + \nu_{ref} * V_{ref} \quad (38)$$

com  $E_h$ ,  $E_{mat}$  e  $E_{ref}$  os módulos de elasticidade e  $\nu_h$ ,  $\nu_{mat}$  e  $\nu_{ref}$  os coeficientes de Poisson do compósito, da matriz e do reforço, respectivamente

Já para o modelo Reuss, com tensões uniformes entre as fases do compósito, resultam as equações matemáticas (39) e (40) a seguir.

$$\sigma_h = \sigma_{mat} = \sigma_{ref} \quad (39)$$

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{mat} \cdot V_{mat} + \varepsilon_{ref} \cdot V_{ref} \quad (40)$$

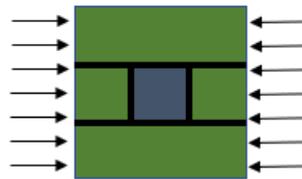
Novamente, substituindo as deformações na lei de Hooke, obtêm-se as propriedades dos compósitos, conforme as equações (41) e (42).

$$E_h = \frac{E_{ref} \cdot E_{mat}}{E_{ref} \cdot V_{mat} + E_{mat} \cdot V_{ref}} \quad (41)$$

$$\nu_h = \frac{\nu_{ref} \cdot \nu_{mat}}{\nu_{ref} \cdot V_{mat} + \nu_{mat} \cdot V_{ref}} \quad (42)$$

Cabe ressaltar que as teorias dos modelos de Reuss e Voigt são válidas apenas para o regime linear dos materiais e que estes modelos não levam em conta a presença de vazios, nem o efeito de perda de aderência das interfaces, considerando aderência perfeita entre a matriz e os reforços dispersos (Mehta, Monteiro, 2006).

Um modelo mais refinado é proposto por (Counto, 1964 *apud* Mehta & Monteiro, 2006); que concilia os modelos de Reuss e Voigt para representar uma inserção cúbica (agregado) envolto pela matriz, conforme ilustra a Figura 5.2.



**Figura 5.2: Representação do modelo de Counto em paralelo. Adaptado de Rodrigues (2015).**

Portanto, a combinação proposta por Counto resultou na equação (43) a seguir.

$$\frac{1}{E_h} = \frac{1 - \sqrt{V_{ref}}}{E_{mat}} + \frac{1}{\left(\frac{1 - \sqrt{V_{ref}}}{\sqrt{V_{ref}}}\right) E_{mat} + E_{ref}} \quad (43)$$

A partir dos modelos analíticos supracitados, as zonas macroscópicas presentes neste trabalho passaram por um processo de dois estágios de homogeneização. Em um primeiro momento, o modelo de Counto será empregado para determinar as propriedades equivalente obtidas a partir da combinação entre agregados e argamassa, correspondendo às propriedades do concreto. Em um

segundo momento, o modelo de Voigt será empregado em uma nova homogeneização usando as propriedades homogeneizadas do concreto e as propriedades mecânicas das fibras, assim como os respectivos teores volumétricos, para determinar as propriedades equivalentes do CRF, conforme representado graficamente na Figura 5.3 .

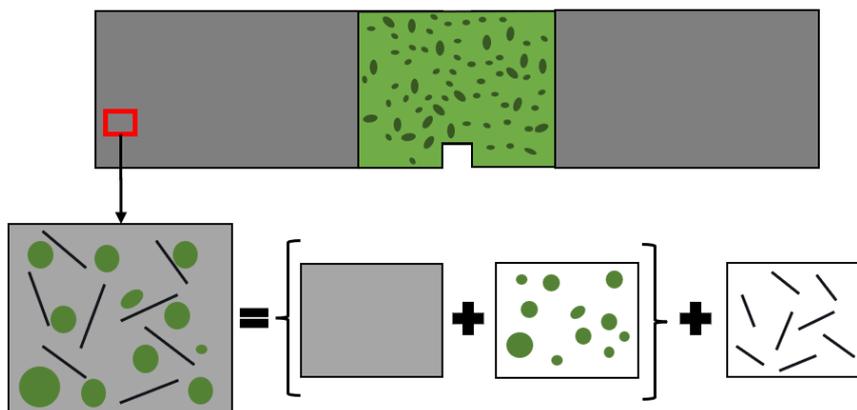


Figura 5.3: Descrição gráfica do processo de dupla homogeneização.

### 5.1.1

#### Estudo de Caso: Flexão de 3 pontos – Cifuentes et al., (2013)

O ensaio de flexão de três pontos realizado por Cifuentes et. al. (2017) é novamente modelado, entretanto, a metodologia mesoescala concorrente é agora adotada. Desta forma a região central próxima ao entalhe é discretizada segundo a metodologia mesoescala multifásica composta pelas quatro fases e as regiões complementares são modeladas segundo a teoria dos materiais compósitos, ou seja, por meio de um contínuo equivalente.

Neste estudo o concreto reforçado com fibras de polipropileno é considerado como a combinação entre quatro fases: argamassa, agregados, ZTI e fibras. A estratégia para a determinação das propriedades equivalentes segue de acordo com as duas etapas: homogeneização do concreto segundo o modelo em paralelo de Counto seguido de sua combinação com as fibras usando o modelo de Voigt.

Dada a ausência da curva granulométrica de dosagem experimental a lei de Fuller foi empregada. O teor de agregados adicionados foi de 65% e o teor volumétrico de fibras foi igual a 0,05%, conforme fornecido por Cifuentes et al.,

(2013). Portanto, a partir das propriedades mecânicas de cada fase e os seus respectivos teores volumétricos as propriedades equivalentes do concreto são determinadas, conforme apresentado na Tabela 5.1 e Tabela 5.2.

**Tabela 5.1: Propriedades homogeneizadas e de cada fase para primeira etapa de homogeneização seguindo modelo de Counto (1964).**

Propriedade	Valor	Unidade
$R_{agg}$	65	%
$E_{agg}$	37	GPa
$\nu_{agg}$	0,3	-
$E_{argamassa}$	20	GPa
$\nu_{argamassa}$	0,4	-
$E_{concreto}^{hom}$	29,75	GPa
$\nu_{concreto}^{hom}$	0,259	-

**Tabela 5.2: Propriedades homogeneizadas e de cada fase para segunda etapa de homogeneização seguindo modelo de Voigt (1910).**

Propriedade	Valor	Unidade
$R_{fibras}$	0,05	%
$E_{fibras}$	6	GPa
$S_y$	50	MPa
$\nu_{fib}$	0,2	-
$E_{concreto}^{hom}$	29,75	GPa
$\nu_{concreto}^{hom}$	0,259	-
$E_{CRF}^{hom}$	29,74	GPa
$\nu_{CRF}^{hom}$	0,26	-

O estudo experimental realizado por Cifuentes et al., (2013) consiste em uma viga em escala reduzida com comprimento total ( $L_{total}$ ) de 540 mm, e vão central entre apoios ( $L_{int}$ ) igual a 480 mm. A altura da viga ( $h$ ) é de 120 mm e a espessura ( $B$ ) é constante igual a 60 mm. A Figura 5.4 apresenta a geometria e as condições de contorno para a viga analisada experimentalmente. A região com modelagem na mesoescala multifásica da região central do espécime tem um comprimento ( $l_{meso}$ ) igual a 100 mm.

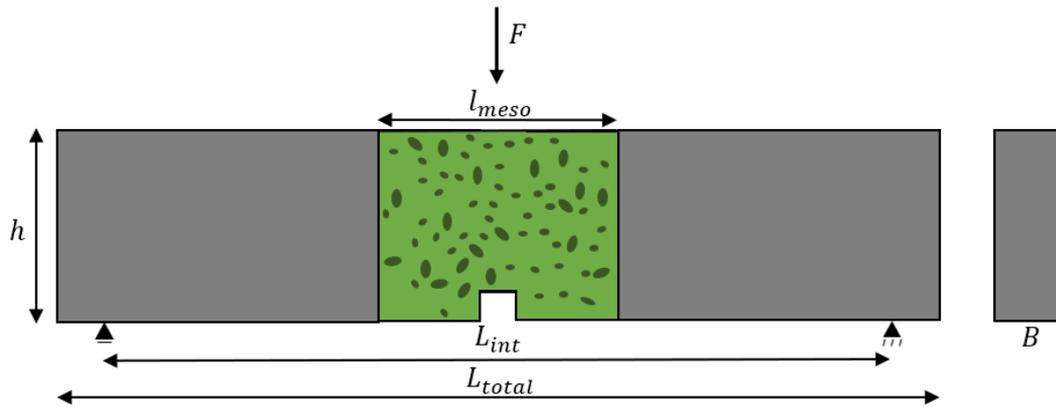


Figura 5.4: Geometria e condições de contorno da viga

O modelo numérico possui um total de 40371 nós e 29287 elementos finitos, dentre os quais 3690 são elementos contínuos triangulares adotados para representar a argamassa na mesoescala. Já na região da macroescala, 1260 elementos contínuos triangulares são empregados para representar o CRF homogeneizado. 301 elementos contínuos triangulares são adotados para representar os agregados. 18360 elementos unidimensionais para simular as fibras. 5375 elementos de interface para representar as fraturas nas interfaces dos elementos contínuos que representam a argamassa. Por fim, 301 elementos de interface nas bordas entre agregados e matriz representam a ZTI. A malha de elementos finitos empregada é apresentada na Figura 5.5.

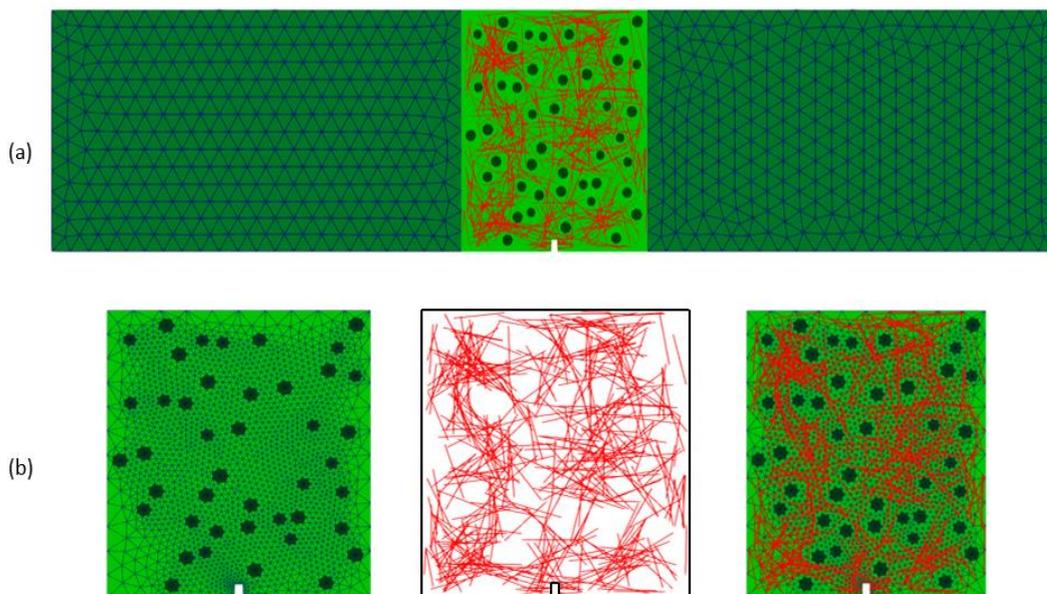


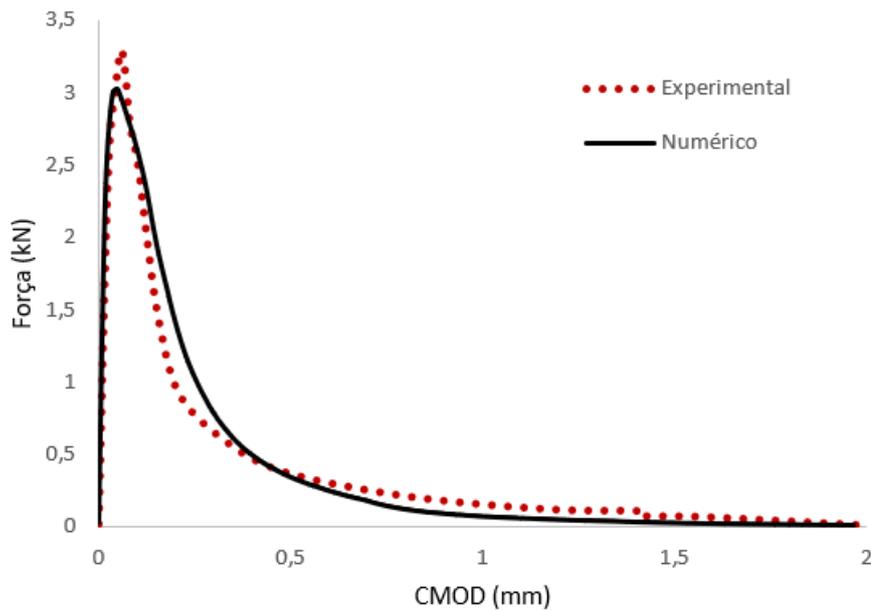
Figura 5.5: Malha adotada para estudo do ensaio experimental de Cifuentes et al., (2013). (a) malha total. (b) Refinamento na região da mesoescala.

Considerou-se estado plano de tensão, adotando um comportamento elástico linear para todos os elementos contínuos, o que faz com que as não linearidades do material fiquem a cargo apenas dos elementos de interface que foram modelados com um modelo de dano coesivo com amolecimento exponencial. Já as fibras foram modeladas com o comportamento elastoplástico perfeito. Os parâmetros empregados foram calibrados segundo as curvas experimentais fornecidas, portanto, a rigidez normal ( $K_n$ ) é determinada com a relação  $K_n = E/0.001$  (1mm). A resistência normal ( $S_n$ ) do modelo coesivo igual à resistência do concreto à tração ( $S_n = f_t$ ). A separação efetiva é obtida através da observação do gráfico que apresenta a abertura efetiva da fratura na ruptura. Já o parâmetro  $\alpha$  que controla o amolecimento e a resistência cisalhante ( $T_n$ ) são ajustados visando calibrar a resposta numérica com a experimental, haja vista que não são fornecidos diretamente. Os valores empregados são apresentados na Tabela 5.3.

**Tabela 5.3: Parâmetros adotados para o modelo de interface coesiva**

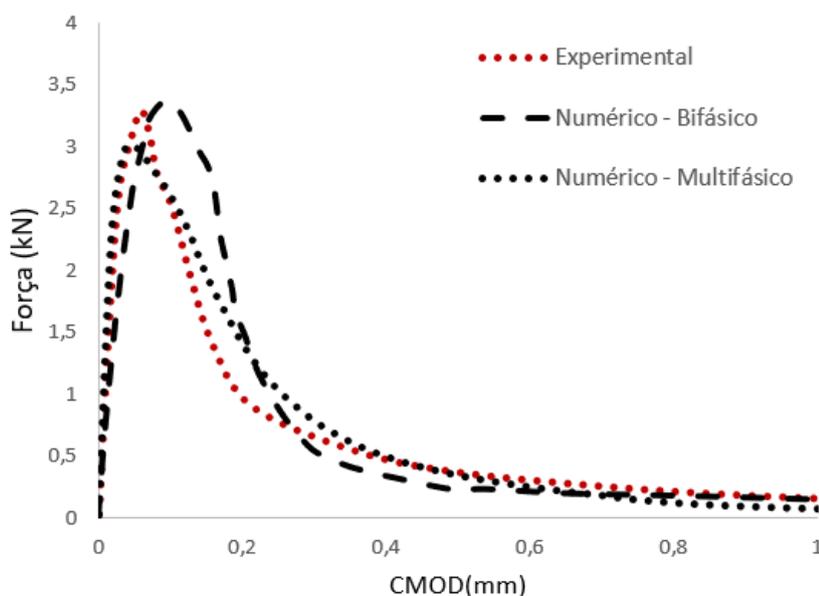
<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
$K_n^{matriz} = K_s^{matriz}$	50	GPa/mm
$S_n^{matriz} = f_t^{matriz}$	8	MPa
$T_n^{matriz}$	7	MPa
$ed^{matriz}$	4,5	mm
$\alpha^{matriz}$	3,5	—
$K_n^{ZTI} = K_s^{ZTI}$	50	GPa/mm
$S_n^{ZTI} = f_t^{ZTI}$	8	MPa
$T_n^{ZTI}$	7	MPa
$ed^{ZTI}$	4,5	mm
$\alpha^{ZTI}$	3,5	—

Os resultados numéricos obtidos por meio da formulação multifásica concorrente e a resposta obtida a partir do teste experimental apresentaram boa concordância no regime linear até a força máxima, sendo o modelo numérico capaz de prever com acurácia a resistência do CRF na flexão, conforme apresentado na Figura 5.6. Após a força máxima, o modelo numérico conseguiu representar a queda brusca da força, causada pela falha da matriz (surgimento da microfissura principal) seguida por um sensível ganho de deformabilidade, provocado pela ativação das fibras no modelo.



**Figura 5.6: Comparativo entre resposta numérica e experimental para modelos de flexão de 3 pontos.**

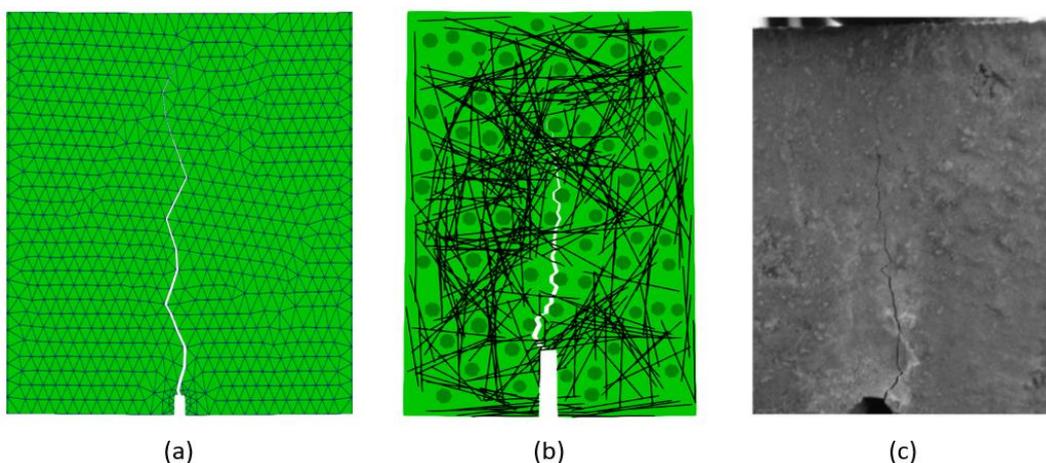
A Figura 5.7 apresenta as curvas de força – abertura de fratura para o comportamento global do compósito sob flexão de 3 pontos comparando as duas metodologias apresentadas neste trabalho: Mesoescala bifásica (propriedades específicas para o concreto e fibras modeladas explicitamente), e a proposta multifásica (concreto descrito como matriz, agregados e ZTI, e as fibras empregadas explicitamente).



**Figura 5.7: Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito utilizando algumas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de flexão em 4 pontos de Marangon (2011).**

A propagação da fratura principal obtida a partir do modelo multifásico é apresentada na Figura 5.8(b) e para o modelo bifásico, Figura 5.8(a), onde é possível observar a acurácia em relação ao teste experimental, Figura 5.8(c).

Destaca-se que a fratura resultante da metodologia bifásica é dependente da malha. Já no modelo multifásico, a fratura é induzida pela presença das zonas frágeis no entorno do agregado que representam a ZTI assim como a tendência da fratura de se propagar pelas regiões com menor densidade de fibras. Desta forma, a metodologia mesoescala multifásica se destaca pela possibilidade de se observar o efeito da topologia das heterogeneidades na propagação das fraturas.

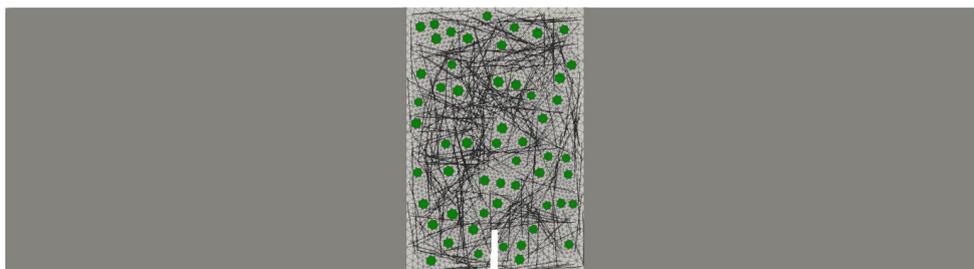


**Figura 5.8. Propagação da fratura na viga: (a) modelo bifásico; (b) Modelo multifásico; (c) Experimental.**

### 5.1.2

#### **Estudo de Caso: Flexão de 3 pontos – Bitencourt Jr. et al., (2019)**

Buscando por modelos que a presença das fibras seja mais significativa no comportamento global do compósito, um novo modelo de viga de concreto reforçado com fibras de aço sob flexão de três pontos é apresentado. Neste, fibras de aço são empregadas com um teor de 20 kg/m<sup>3</sup>, totalizando 425 fibras adicionadas ao modelo. Dado que as condições de contorno e carregamento são simétricas no ensaio de flexão de três pontos, sabe-se que a região crítica do modelo é localizada na região central da viga. Logo, a estratégia concorrente é adotada sendo a região central discretizada segundo a metodologia multifásica e as demais regiões segundo um contínuo equivalente homogeneizado, conforme apresentado na Figura 5.9.



**Figura 5.9: Geometria do modelo e topologia das heterogeneidades adicionadas.**

Portanto, assim como no modelo de Cifuentes et al., (2013) da seção anterior, as equações do modelo de Counto (1964) e Voigt (1910) são adotadas para cálculo das propriedades equivalentes da região homogeneizada. As propriedades mecânicas obtidas são apresentadas na Tabela 5.4 e Tabela 5.5.

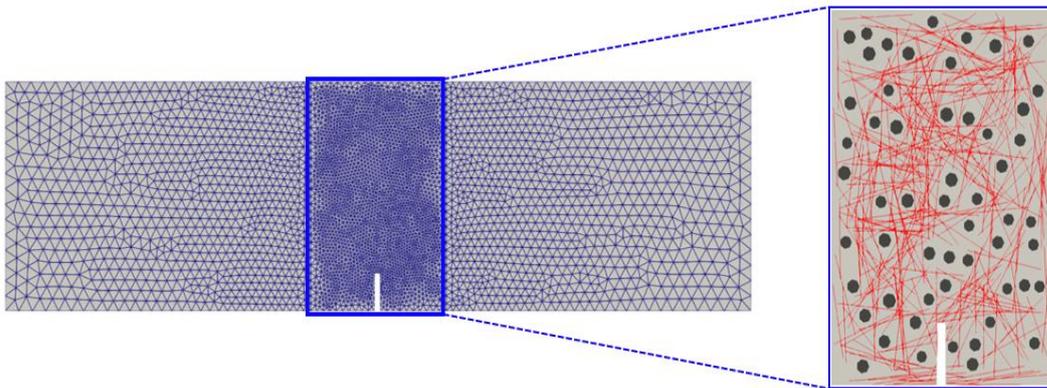
**Tabela 5.4: Propriedades mecânicas da argamassa e dos agregados referentes ao ensaio de flexão de 3 pontos de Bitencourt Jr. et al., (2019) e parâmetros equivalentes obtidos segundo modelo de Counto (1964).**

Propriedade	Valor	Unidade
$R_{agg}$	50	%
$E_{agg}$	47	GPa
$\nu_{agg}$	0,2	-
$E_{argamassa}$	20	GPa
$\nu_{argamassa}$	0,4	-
$E_{concreto}^{hom}$	37,5	GPa
$\nu_{concreto}^{hom}$	0,256	-

**Tabela 5.5: Propriedades homogeneizadas e de cada fase para segunda etapa de homogeneização seguindo modelo de Voigt (1910).**

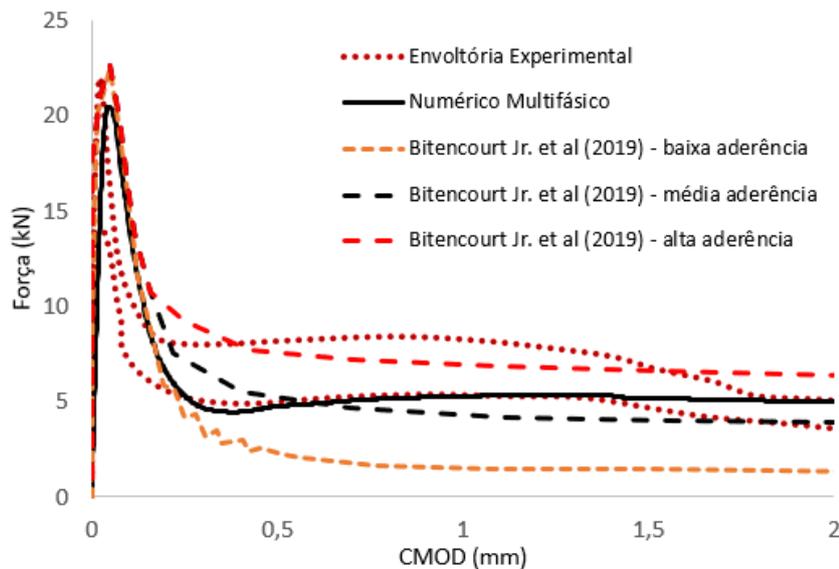
Propriedade	Valor	Unidade
$R_{fibras}$	0,5	%
$E_{fibras}$	210	GPa
$S_y$	1345	MPa
$\nu_{fib}$	0,2	-
$E_{concreto}^{hom}$	37,5	GPa
$\nu_{concreto}^{hom}$	0,256	-
$E_{CRF}^{hom}$	38,36	GPa
$\nu_{CRF}^{hom}$	0,26	-

A discretização do modelo conta com elementos triangulares lineares com integração reduzida para representar a argamassa, agregados e o contínuo equivalente. Elementos coesivos são adicionados em todas as interfaces dos elementos presentes na região central. Por fim, as fibras são discretizadas como elementos de treliça. A malha adotada é apresentada na Figura 5.10, assim como a topologia dos agregados e das fibras adicionadas.



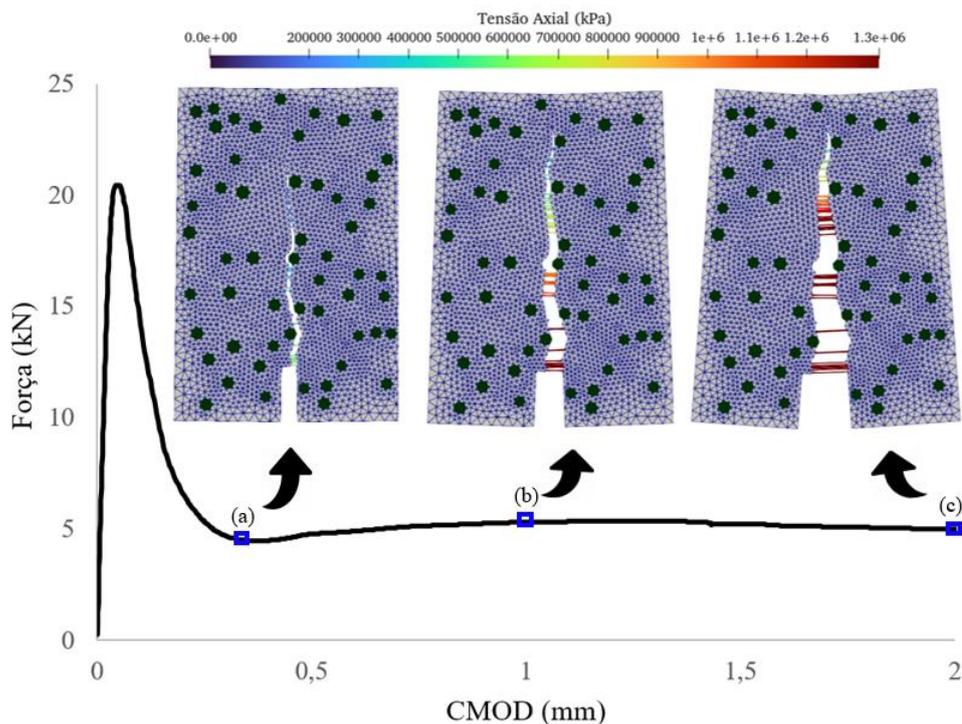
**Figura 5.10: Malha e topologia das fibras e agregados para a representação na Mesoescala.**

A Figura 5.11 apresenta as curvas de carga-abertura de fratura que ilustram o comportamento global do compósito. Nesta são comparadas as respostas numéricas obtidas por meio da metodologia multifásica e os resultados experimentais e numéricos de Bitencourt Jr. et al., (2019) que visou avaliar modelos de aderência com tensões críticas diferentes. A partir dos resultados obtidos com a metodologia multifásica é possível observar a concordância com as respostas experimentais, validando assim a metodologia aqui proposta. Além disso, é possível observar a concordância entre as respostas numéricas aqui obtidas e as apresentadas por Bitencourt Jr. et al., (2019).



**Figura 5.11: Curvas carga-deslocamento para o comportamento global do compósito utilizando algumas abordagens multiescala deste trabalho para o ensaio de flexão em 4 pontos de Bitencourt Jr. et al., (2019).**

A propagação da fratura é apresentada na Figura 5.12 que também destaca três etapas da simulação computacional em que o padrão de propagação da fratura principal possibilita observar alguns mecanismos decorrentes da presença de fibras atuando como pontes de transferência de tensão e, desta forma, atuando contra a abertura descontrolada da fratura. Destacam-se três mecanismos: **(a)** A danificação de uma grande faixa da matriz que promove a ativação das fibras que começam a contribuir efetivamente no comportamento global do compósito. Para baixos teores de fibra o comportamento inicial do compósito é majoritariamente controlado pelo comportamento frágil da matriz cimentícia. **(b)** A ativação das fibras tem um papel efetivo no controle da abertura da fratura. Apesar da seção central da viga estar largamente danificada, esta apresenta falha gradual, ao contrário do que acontece em concretos simples convencionais. **(c)** Em estágios avançados de abertura de fratura, as fibras atingem a tensão de escoamento ( $S_{y0} = 1345 \text{ MPa}$ ) e a curva global deixa de ganhar rigidez advinda da contribuição das fibras. Portanto, a sua inclinação reduz, ilustrando que o reforço fibroso tem uma capacidade limite no controle da propagação das fraturas, ligada a suas propriedades mecânicas.



**Figura 5.12: Representação da propagação das fraturas e ativação das fibras em diferentes estágios da curva global de força-abertura de fratura para o ensaio de flexão de três pontos de Bitencourt Jr. et al., (2019).**

Finalmente, a efetividade da formulação mesoescala multifásica para análise de compósitos cimentícios fibrosos é novamente ilustrada por meio das respostas numéricas apresentadas. Não só em termos quantitativos, mas também em termos qualitativos, é possível identificar e investigar a influência de efeitos locais inerentes ao comportamento à fratura dos compósitos. Dentre os principais efeitos, destacam-se: o controle da fissuração proposto pelas pontes de transferência de tensões; o comportamento elastoplástico das fibras; e o comportamento coesivo da matriz. Portanto, apesar do modelo não contemplar todos os efeitos locais atuantes em compósitos, pode-se concluir que a metodologia numérica apresentada é adequada para a investigação do comportamento não linear local e global de compósitos cimentícios reforçados com fibras.

## 6

### Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

#### 6.1

##### Conclusões

Este trabalho apresenta duas metodologias para modelagem numérica de materiais compósitos reforçados com fibras (CRF) a partir de modelos mesoestruturais. Inicialmente, o CRF é tratado como um material bifásico composto por concreto e fibras discretas explícitas. Em uma segunda metodologia, denominada multifásica, a fase do concreto é modelada segundo a sua mesoestrutura, ou seja, argamassa, agregados e zona de transição interfacial (ZTI). Para tal, as rotinas computacionais desenvolvidas para geração de agregados e nuvens de fibras randomicamente são apresentadas, assim como os processos complementares para geração de modelos de elementos finitos que simulem a mesoestrutura do CRF e considerem o efeito das fibras.

As principais heterogeneidades do CRF (agregados e fibras) são consideradas de maneira explícita nos modelos para que a interação entre estas e as fraturas possam ser investigadas. Desta forma, os resultados obtidos apresentaram com êxito a possibilidade de investigar as consequências de efeitos locais que controlam a propagação na resposta global dos modelos estruturais investigados.

Os modelos bifásicos usando a formulação de elementos finitos compósitos apresentaram boa concordância com resultados experimentais a nível do comportamento global dos compósitos.

Visando refinar a compreensão do comportamento dos compósitos, a metodologia multifásica foi então apresentada. Esta possibilitou observar que a resposta mecânica dos elementos no regime de pós-pico é sensível à dispersão dos agregados e das fibras, conforme relatado na literatura. Uma vez que a ZTI é representada explicitamente, a propagação da fratura que é um processo multiescala, foi bem representada por meio da formação das primeiras

microfissuras na ZTI. Esta, por sua vez, é modelada com propriedades menos rígidas de forma a representar a maior porosidade observada nas interfaces do agregado e matriz. Em seguida, estas microfissuras propagam-se se unindo (coalescência) até que microfissuras são observadas e o corpo de prova rompe.

Já a dispersão aleatória das fibras, que neste trabalho foi feita discretamente e explicitamente, possibilitou observar o efeito das pontes de transferência de tensões promovido pelas fibras que resultaram não só na redistribuição das tensões pela matriz cimentícia, como também na alteração dos caminhos de propagação das fraturas, sendo que estes buscaram se propagar por regiões com menores densidades de fibras.

Assim, em ambas as abordagens os efeitos da incorporação da fibra puderam ser representados por meio do ganho de performance dos modelos que as continham. A abordagem multifásica, apresenta-se como uma estratégia eficaz para representar efeitos locais referentes ao dano e à propagação de fraturas nos compósitos. Em contrapartida, um grande custo computacional decorrente do alto grau de refinamento pode ser contornado quando se conhece as regiões críticas do modelo e a abordagem concorrente pode ser empregada, adotando assim a mesoescala só em tais regiões.

Finalmente, haja vista o grande número de vantagens das metodologias aqui apresentadas, estas se mostram como uma ferramenta de grande utilidade para desenvolvimentos futuros que visam a compreensão de como as fraturas se propagam tendo em vista a topologia randômica da mesoestrutura dos compósitos cimentícios fibrosos.

## 6.2

### **Recomendações para trabalhos futuros**

Os resultados apresentados se mostraram muito eficazes para os primeiros testes e modelos desenvolvidos usando essa abordagem multifásica, portanto, visto que os códigos complementares foram aqui validados, estes podem ser aplicados a estudos mais avançados e específicos. Dentre os possíveis futuros estudos, destacam-se:

- i. Desenvolvimento de modelos numéricos e computacionais que considerem outras condições de carregamento, como ensaios de flexão de quatro pontos, ensaios de compressão, entre outros;
- ii. Aplicação das ferramentas desenvolvidas ao projeto e otimização de propriedades de compósitos reforçados com fibras;
- iii. Desenvolvimento de testes que considerem a presença dos poros como uma quinta fase do modelo para investigação de compósitos com altas densidade de fibras que resultam em uma maior porosidade do compósito;
- iv. Expansão do gerador de agregados para habilitar um maior número de geometrias possíveis para os agregados, proporcionando a possibilidade de gerar agregados com formatos mais reais.
- v. Extensão da formulação para que modelos na microescala que consideram os processos de hidratação e endurecimento do cimento;
- vi. Realização de um estudo estatístico por meio de um grande número de modelos com diversas topologias, para que o efeito das dispersões aleatórias possa ser investigado.
- vii. Extensão das metodologias de elementos compósitos e multiescala para representação de modelos tridimensionais.
- viii. Adaptação do GeMA para trabalhar com modelos multiescala adaptativos, ou seja, que considerem a macroescala em todo o modelo, entretanto, em regiões onde fraturas estão na iminência de acontecerem, o código adapte a malha para malhas mesoscópicas.

## 7

## Referências

BITENCOURT, A. G. L., MANZOLI, O. L., BITTENCOURT, T. N., et al., "Numerical modeling of steel fiber reinforced concrete with a discrete and explicit representation of steel fibers", **International Journal of Solids and Structures**, v. 159, p. 171–190, 2019. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2018.09.028. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.09.028>.

ABREU, R., MEJIA, C., ROEHL, D. "A comprehensive implicit substepping integration scheme for multisurface plasticity", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 123, n. 1, p. 5–40, 15 jan. 2022. DOI: 10.1002/nme.6826. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.6826>.

ACI COMMITTEE 544. **State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete - ACI544.1R-96**. . [S.l: s.n.], 2008.

ALLEN, D. "Homogenization principles and their application to continuum damage mechanics", **Composites Science and Technology**, v. 61, p. 2223–2230, 2001. .

AVESTON, J., COOPER, G. ., KELLY, A. "Single and multiple fracture". 1971. **Anais [...]** [S.l.], Conference on the Properties of Fiber Composites, 1971. p. 15–26.

BARENBLATT, G. I. "The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture", **Advances in Applied Mechanics**, v. 7, p. 55–129, 1962. .

BAZANT, Z. ., PLANAS, J. **Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials**. [S.l.], CRC Press LLC, 1998. v. 53.

BENTUR, A., MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious Composites**. Second Edi ed. [S.l.], Taylor & Francis, 2007. v. 1.

BITENCOURT JÚNIOR, L. A. G. **Numerical modeling of failure processes in steel fiber reinforced cementitious materials**. 187 f. Universidade de São Paulo, 2015. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3144/tde-16112015-150922/>.

BUI, H. . **Inverse Problems in the Mechanics of Materials: An Introduction**. [S.l.], CRC Press LLC, 1994.

CABALLERO, A., LÓPEZ, C. M. "A meso-level approach to the 3D numerical analysis of cracking and fracture of concrete materials", **Fatigue and Fracture Engineering Materials Structures**, v. 29, p. 979–991, 2006. .

CAGGIANO, A., ETSE, G., MARTINELLI, E. "Zero-thickness interface model formulation for failure behavior of fiber-reinforced cementitious composites", **Computers and Structures**, v. 9899, n. 0, p. 0–23, 2012. .

CALLISTER, W. . **Fundamentals of materials science and engineering**. London, Wiley, 2000.

CASAGRANDE, M. D. T. **Estudo do comportamento de um solo reforçado com fibras de polipropileno visando o uso como base de fundações superficiais**. 2001. 109 f. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2001.

CEB. **CEB-FIP Model Code 1990, final draft**. . [S.l: s.n.], 1990.

CHO, K. Z., KOBAYASHI, A. S., HAWKINS, N. M., et al., "Fracture process zone of concrete cracks", **Journal of Engineering and Mechanics**, v. 110, n. 8, p. 1174–1184, 1984. .

CIFUENTES, H., GARCÍA, F., MAESO, O., "Influence of the properties of polypropylene fibres on the fracture behaviour of low-, normal- and high-strength FRC", **Construction and Building Materials**, v. 45, p. 130–137, 2013. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2013.03.098. .

CONGRO, M. D. da S. **Modelagem Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais Compósitos Cimentícios em uma Abordagem Multiescala**. 2020. 163 f. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil, 2020.

CONGRO, M, MONTEIRO, V. M. ., BRANDÃO, A. L. ., et al., "Prediction

of the residual flexural strength of fiber reinforced concrete using artificial neural networks", **Construction and Building Materials**, v. 303, p. 124502, 2021. .

CONGRO, M, ROEHL, D., MEJIA, C. "Mesoscale computational modeling of the mechanical behavior of cement composite materials", **Composite Structures**, v. 257, n. July 2020, p. 113137, 2021. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.113137. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113137>.

CONGRO, M, SANCHEZ, E. C. M., ROEHL, D., et al., "Fracture modeling of fiber reinforced concrete in a multiscale approach", **Composites Part B: Engineering**, v. 174, n. May, p. 106958, 2019. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.106958. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.106958>.

COUNTO, U. J. "The effect of the elastic modulus of the aggregate on elastic modulus, creep and creep recovery of concrete", **Magazine of Concrete Research**, v. 16, n. 48, p. 129–138, 1964. .

CUNHA, V. M. C. F., BARROS, J. A. O., SENA-CRUZ, J. M. "A finite element model with discrete embedded elements for fibre reinforced composites", **Computers and Structures**, v. 94–95, p. 22–33, 2012. DOI: 10.1016/j.compstruc.2011.12.005. .

CUNHA, V. M. C. F., BARROS, J. A. O., SENA-CRUZ, J. M. "An integrated approach for modelling the tensile behaviour of steel fibre reinforced self-compacting concrete", **Cement and Concrete Research**, v. 41, n. 1, p. 64–76, 2011. .

CUNHA, V. M. do C. F. **Steel fibre reinforced self-compacting concrete (from micro-mechanics to composite behaviour)**. 2010. 365 f. University of Minho, 2010.

CUSATIS, G., CEDOLIN, L. "Two-scale study of concrete fracturing behavior", **Engineering Fracture Mechanics**, v. 74, n. 1–2, p. 3–17, 2007. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2006.01.021. .

DÁVILA, C. ., CAMANHO, P. ., TURON, A. **NASA / TP-2007-214869 Cohesive Elements for Shells**. . [S.l: s.n.], 2007.

DE ALENCAR MONTEIRO, V. M., LIMA, L. R., DE ANDRADE SILVA, F. "On the mechanical behavior of polypropylene, steel and hybrid fiber reinforced self-consolidating concrete", **Construction and Building Materials**, v. 188, p. 280–291, nov. 2018. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2018.08.103. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061818320427>.

DE SÁ, F. R. G., SILVA, F. de A., CARDOSO, D. C. T. "Tensile and flexural performance of concrete members reinforced with polypropylene fibers and GFRP bars", **Composite Structures**, v. 253, p. 112784, dez. 2020. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112784. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822320327100>.

DUGDALE, D. S. "Yielding of steel sheets containing slits", **Journal of Mechanics and Physics of Solids**, v. 8, p. 100–108, 1960. .

ETSE, G., CAGGIANO, A., VRECH, S. "Multiscale failure analysis of fiber reinforced concrete based on a discrete crack model", **International Journal of Fracture**, v. 178, n. 1–2, p. 131–146, 2012. DOI: 10.1007/s10704-012-9733-z. .

FERREIRA, S. R., MENDES DE ANDRADE, R. G., KOENDERS, E., et al., "Pull-out behavior and tensile response of natural fibers under different relative humidity levels", **Construction and Building Materials**, v. 308, p. 124823, nov. 2021. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2021.124823. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061821025757>.

FIGUEIREDO, A. D. de. **Concreto reforçado com fibras**. 2011. 256 f. Universidade de São Paulo, 2011.

GEUZAINÉ, C., REMACLE, J.-F. "Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 79, n. 11, p. 1309–1331, 10 set. 2009. DOI: 10.1002/nme.2579. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.2579>.

GIMENES, M. **Estudo do comportamento mecânico do concreto com agregado reciclado mediante modelagem multiescala pelo MEF**. 2020. 103 f. UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA, Unesp, 2020.

GIMENES, M., RODRIGUES, E. ., MAEDO, M. ., et al., "2D Crack

Propagation in High-Strength Concrete Using Multiscale Modeling", **Multiscale Science and Engineering**, v. 2020, n. 2, p. 169–188, 2020. .

GOPALARATNAM, V. S., SHAH S. P. "Softening response of plain concrete in direct tension.", **ACI Materials Journal**, v. 82, n. 3, p. 310–323, 1985.

HÄFNER, S., ECKARDT, S., LUTHER, T., et al., "Mesoscale modeling of concrete: Geometry and numerics", **Computers and Structures**, v. 84, n. 7, p. 450–461, 2006. .

HÄUSSLER-COMBE, U., SHEHNI, A., CHIHADDEH, A. "Finite element modeling of fiber reinforced cement composites using strong discontinuity approach with explicit representation of fibers", **International Journal of Solids and Structures**, v. 200–201, p. 213–230, 2020. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.04.036. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.04.036>.

HILLERBORG, A., MODÉER, M., PETERSSON, P. . "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", **Cement and Concrete Research**, v. 6, p. 773–782, 1976. .

JIRÁSEK, M., BAZANT, Z. . "Particle model for quasi-brittle fracture and application to sea ice", **Journal of Engineering mechanics**, v. 121, n. 9, p. 1016–1025, 1995. .

KANG, J., KIM, K., LIM, Y. M., et al., "Modeling of fiber-reinforced cement composites: Discrete representation of fiber pullout", **International Journal of Solids and Structures**, v. 51, n. 10, p. 1970–1979, 2014. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2014.02.006. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.02.006>.

LARANJEIRA, F., AGUADO, A., MOLINS, C. "Predicting the pullout response of inclined straight steel fibers", **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 43, n. 6, p. 875–895, 2010. .

LARANJEIRA, F., GRÜNEWALD, S., WALRAVEN, J., et al., "Characterization of the orientation profile of steel fiber reinforced concrete", **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 44, n. 6, p. 1093–1111,

2011. DOI: 10.1617/s11527-010-9686-5. .

LE HOANG, A., FEHLING, E. "Influence of steel fiber content and aspect ratio on the uniaxial tensile and compressive behavior of ultra high performance concrete", **Construction and Building Materials**, v. 153, p. 790–806, out. 2017b. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.07.130. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061817314733>.

LEE, T.-H., MOSALAM, K. M. "Probabilistic fiber element modeling of reinforced concrete structures", **Computers and Structures**, v. 82, p. 2285–2299, 2004. .

LIAW, B. M., JEANG, F. L., DU, J. J., et al., "Improved non-linear model for concrete fracture.", **Journal of Engineering and Mechanics**, v. 1106, n. 2, p. 429–445, 1990. .

LLOBERAS-VALLS, O., RIXEN, D. J., SIMONE, A., et al., "On micro-to-macro connections in domain decomposition multiscale methods", **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 225, p. 177–196, 2012. .

LÓPEZ, C. M., CAROL, I., AGUADO, A. "Meso-structural study of concrete fracture using interface elements. I: Numerical model and tensile behavior", **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 41, n. 3, p. 583–599, 2008a. DOI: 10.1617/s11527-007-9314-1. .

LÓPEZ, C. M., CAROL, I., AGUADO, A. "Meso-structural study of concrete fracture using interface elements . II: compression , biaxial and Brazilian test", **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 41, p. 601–620, 2008b. DOI: 10.1617/s11527-007-9312-3. .

MANFREDI, R. ., SILVA, F. . "Test methods for the characterization of polypropylene fiber reinforced concrete: A comparative analysis", **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 24, n. 3, p. 856–866, 2020. .

MANZOLI, O. L., GAMINO, A. L., RODRIGUES, E. "Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio.", **Computers and Structures**, v. 94–95, n. 0, p. 70–82, 2012. .

MEHTA, P. K., MONTEIRO, P. J. M. **Concrete: Microstructure, Properties and Materials**. Third Edit ed. [S.l.], McGraw-Hill, 2006.

MEJIA SANCHEZ, E. C., PAULLO MUÑOZ, L. F., ROEHL, D. "Discrete fracture propagation analysis using a robust combined continuation method", **International Journal of Solids and Structures**, v. 193–194, p. 405–417, 2020. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.02.002. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.02.002>.

MENDES, C. A. T. **GeMA, um novo framework para a prototipação, desenvolvimento e integração de simulações multifísicas e multiescala em grupos multidisciplinares**. 2016. 168 f. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2016.

MORA, D. ., OLIVER, J., HUESPE, A. . "Computational modeling of fiber-reinforced cement composites as a complex material.". 2011. **Anais [...]** [S.l: s.n.], 2011.

MORAES, I. J. G., ABREU, R. O. A., MEJIA, C., et al., "Numerical modeling of fracture propagation using continuum damage and cohesive crack models Numerical modeling of fracture propagation using continuum damage and cohesive crack models", **XLI CILAMCE – Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**, n. January 2021, 2020. .

NAAMAN, A. E. "Fiber reinforced concrete: five decades of progress", p. 35–56, 2018. DOI: 10.21452/bccm4.2018.02.01. .

NAAMAN, A. E., REINHARDT, H. W. "Proposed classification of HPFRC composites based on their tensile response", **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 39, n. 5, p. 547–555, 2006. DOI: 10.1617/s11527-006-9103-2. .

NAAMAN, A.E. **Ferrocement and Laminated Cementitious Composites**. Michigan, Techno Press, 2000.

NAAMAN, Antoine E. "Fiber reinforced concrete: five decades of progress", p. 35–56, 2018. DOI: 10.21452/bccm4.2018.02.01. .

NADERI, S., ZHANG, M. "A novel framework for modelling the 3D mesostructure of steel fibre reinforced concrete", **Computers and Structures**, v. 234, p. 106251, 2020. DOI: 10.1016/j.compstruc.2020.106251. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2020.106251>.

NADERPOUR, H., KHEYRODDIN, A., AMIRI, G. G. "Prediction of FRP-confined compressive strength of concrete using artificial neural networks.", **Composite Structures**, v. 92, p. 2817–2829, 2010. .

NEVILLE, A. . **Properties of Concrete**. 5<sup>a</sup> ed. [S.l.], Longman, 2011.

NGUYEN, V. P. **Multiscale failure modelling of quasi-brittle materials**. 2011. 248 f. University of Liège, 2011. Disponível em: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A1af168bf-7975-4044-8eb4-dd42216f7aaf>.

NGUYEN, V. P., STROEVEN, M., SLUYS, L. J. "Multiscale failure modeling of concrete: Micromechanical modeling, discontinuous homogenization and parallel computations", **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 201–204, p. 139–156, 2012. DOI: 10.1016/j.cma.2011.09.014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2011.09.014>.

OLIVEIRA, C. O. "Estudo numérico e experimental da distribuição das fibras de aço em vigas de UHPFRC", p. 157, 2019a. .

OLIVEIRA, C. O. **Estudo numérico e experimental da distribuição das fibras de aço em vigas de UHPFRC**. 2019b. 157 f. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2019.

PENG, Y., CHU, H., PU, J. "Numerical Simulation of Recycled Concrete Using Convex Aggregate Model and Base Force Element Method", **Advances in Materials Science and Engineering**, v. 2016, p. 10, 2016. .

PETERSSON, P. . **Crack Growth and Development of Fracture Zone in Plain Concrete and Similar Materials**. . Lund, Sweden., [s.n.], 1981.

PROENÇA, S. P. B., PITUBA, J. J. C. "A damage constitutive model accounting for induced anisotropy and bimodular elastic response", **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 1, p. 101–117, 2003. .

PROS, A., DIEZ, P., MOLINS, C. "Modeling steel fiber reinforced concrete: numerical immersed boundary approach and a phenomenological mesomodel for concrete-fiber interaction", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 90, p. 65–86, 2012. DOI: 10.1002/nme.3312. .

RADTKE, F. K. F., SIMONE, A., SLUYS, L. J. "A computational model for

failure analysis of fibre reinforced concrete with discrete treatment of fibres", **Engineering Fracture Mechanics**, v. 77, n. 4, p. 597–620, 2010. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2009.11.014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2009.11.014>.

REINHARDT, H. W. "Fracture mechanics of fictitious crack propagation in concrete", **Heron**, v. 29, n. 2, p. 2–42, 1984. .

REUSS, A. "Berechnung der Fließgrenzen von Mischkristallen auf Grund der Platizitätsbedingung für Einkristalle", **Math. Mech.**, v. 9, p. 49–58, 1929. .

RILEM. "TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete", **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 35, p. 262–278, 2002. .

RODRIGUES, E. A., MANZOLI, O. L., BITENCOURT, L. A. G. "3D concurrent multiscale model for crack propagation in concrete", **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 361, p. 112813, 2020. DOI: 10.1016/j.cma.2019.112813. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112813>.

RODRIGUES, E.A. **Um modelo multiescala concorrente para representar o processo de fissuração do concreto**. 2015. 192 f. Universidade de São Paulo, 2015.

ROKUGO, K., IWASA, M., SUZUKI, T., et al., "Testing methods to determine tensile strain softening curve and fracture energy of concrete", **Fracture Toughness and Fracture Energy: Test Methods for Concrete and Rock**, p. 153–163, 1989. .

ROMUALDI, J. P., MANDEL, J. A. "Tensile Strength of Concrete Affected by Uniformly Distributed and Closely Spaced Short Lengths of Wire Reinforcement", **Journal of the American Concrete Institute**, v. 61, p. 657–670, 1964. .

RUEDA CORDERO, J. A., MEJIA SANCHEZ, E. C., ROEHL, D., et al., "Hydro-mechanical modeling of hydraulic fracture propagation and its interactions with frictional natural fractures", **Computers and Geotechnics**, v. 111, p. 290–300, jul. 2019. DOI: 10.1016/j.compgeo.2019.03.020. Disponível em:

<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X19300953>.

RUEDA CORDERO, J. A., MEJIA SANCHEZ, E. C., ROEHL, D. "Hydromechanical modeling of unrestricted crack propagation in fractured formations using intrinsic cohesive zone model", **Engineering Fracture Mechanics**, v. 221, p. 106655, nov. 2019. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2019.106655. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S001379441930997X>.

SANTOS, L. F., CONGRO, M., MEJÍA, C., et al., "Flexural response of polypropylene fiber reinforced concrete using the fiber composite mode". 2021. **Anais [...]** Rio de Janeiro, Brasil, [s.n.], 2021. p. 1–7.

SHAH, S. P., CARPINTERI, A. **Fracture Mechanics Test Methods for Concrete. RILEM Report 5**. London, [s.n.], 1991.

SILVEIRA, P. H. T. T. **Estudo do concreto reforçado com fibras de aço e sua aplicação em dormentes ferroviários**. 2018. 160 f. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2018.

SOROUSHIAN, P., LEE, C.-D. "Distribution and orientation of fibers in steel fiber reinforced concrete", **ACI Materials Journal**, v. 87, n. 5, p. 433–439, 1990.

TEJCHMAN, J., BOBIŃSKI, J. **Continuous and Discontinuous Modeling of Fracture in Concrete Using FEM**. Berlin, Springer, 2013.

TRINDADE, Y. T., BITENCOURT, L. A. G., MONTE, R., et al., "Design of SFRC members aided by a multiscale model: Part I – Predicting the post-cracking parameters", **Composite Structures**, v. 241, n. January, p. 112078, 2020. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112078. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112078>.

UNGER, J. F., ECKARDT, S. "Multiscale Modeling of Concrete", **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 18, n. 3, p. 341–393, 2011. DOI: 10.1007/s11831-011-9063-8. .

VOIGT, W. **Lehrbuch der Kristallphysik: (mit Ausschluss der Kristalloptik)**. Bibliothec ed. New York, [s.n.], 1910.

WANG, J., JIVKOV, A. P., ENGELBERG, D. L., et al., "Parametric Study of Cohesive ITZ in Meso-scale Concrete Model", **Procedia Structural Integrity**,

v. 23, p. 167–172, 2019. DOI: 10.1016/j.prostr.2020.01.081. .

WANG, J., JIVKOV, A. P., LI, Q. M., et al., "Experimental and numerical investigation of mortar and ITZ parameters in meso-scale models of concrete", **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, v. 109, 2020. DOI: 10.1016/j.tafmec.2020.102722. .

WANG, X. "COMPUTATIONAL TECHNOLOGY FOR QUASI-BRITTLE MATERIALS A thesis submitted to the University of Manchester for the degree of", 2015. .

WANG, X., YANG, Z., JIVKOV, A. P. "Monte Carlo simulations of mesoscale fracture of concrete with random aggregates and pores: A size effect study", **Construction and Building Materials**, v. 80, p. 262–272, 2015. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2015.02.002. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.02.002>.

WANG, Z. M., KWAN, A. K. ., CHAN, H. . "Mesoscopic study of concrete I: generation of random aggregate structure and finite element mesh", **Computers and Structures**, v. 70, n. 5, p. 533–544, 1999. .

WILLE, K., NAAMAN, A. E. "Pullout Behavior of High-Strength Steel Fibers Embedded in Ultra-High-Performance Concrete.", **ACI Materials Journal**, v. 109, p. 479–487, 2012. .

WITTMANN, F. H. ., ZAITSEV, Y. . "Crack propagation and fracture of composite materials such as concrete". 1981. **Anais** [...] Cannes, [s.n.], 1981.

WITTMANN, F. H., ROKUGO, K., BRUHWILER, R., et al., "Fracture energy and strain softening of concrete as determined by means of compact tension specimens", **Materials and Structures/Materiaux et Constructions**, v. 21, p. 21–32, 1988. .

WRIGGERS, P., MOFTAH, S. O. "Mesoscale models for concrete: Homogenisation and damage behaviour", **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 42, n. 7 SPEC. ISS., p. 623–636, 2006. DOI: 10.1016/j.finel.2005.11.008. .

XIONG, Q., WANG, X., JIVKOV, A. P. "A 3D multi-phase meso-scale model for modelling coupling of damage and transport properties in concrete",

**Cement and Concrete Composites**, v. 109, p. 103545, 2020. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2020.103545. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2020.103545>.

YOO, D. Y., LEE, J. H., YOON, Y. S. "Effect of fiber content on mechanical and fracture properties of ultra high performance fiber reinforced cementitious composites", **Composite Structures**, v. 106, p. 742–753, 2013. DOI: 10.1016/j.compstruct.2013.07.033. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.07.033>.