

2

Dimensionamento de Vigas de Edifícios de Concreto Armado

2.1

Introdução

Neste capítulo são apresentados os métodos e as rotinas utilizados para o dimensionamento de vigas de edifícios de concreto armado seguindo as prescrições da nova norma brasileira ABNT NBR 6118, 2003 [3]. Os esforços solicitantes de cálculo são calculados pelo programa FTOOL (análise linear elástica) de acordo com o carregamento proposto e a seção bruta de concreto, procurando-se a armadura disposta em duas bordas (superior e inferior).

As seções transversais consideradas neste trabalho são: retangular, T, L e I, todas com altura constante. As seções T são freqüentes, pois, de um modo geral, as nervuras das vigas estão solidariamente ligadas às lajes. Entretanto, a mesa só participa do esquema resistente da seção quando estiver comprimida.

Os procedimentos adotados para o dimensionamento das seções de concreto armado submetidas à flexão composta reta foram baseados nos seis domínios de deformação (Figura 2.3) que podem ser agrupados em domínios maiores, chamados de regiões (Figura 2.4). O método de dimensionamento utilizado é o de Ferreira da SILVA Jr [2], relativo às zonas de solicitação. Os algoritmos são capazes de identificar a região em que se encontra a peça e, através de procedimentos diretos ou iterativos, de dimensionar a peça para qualquer combinação de força e momento. O método só trabalha com momentos positivos. Assim, para momentos negativos o programa gira a seção internamente para que o método possa ser utilizado.

A convenção de sinais adotada é:

- forças e tensões de compressão: sinal positivo;
- forças e tensões de tração: sinal negativo.

Por coerência, os encurtamentos serão positivos e os alongamentos negativos. O momento fletor é positivo quando traciona a borda inferior da seção e comprime a borda superior.

Embora a convenção internacional de sinais para forças e tensões seja o contrário, SANTOS [4] [5] considera a convenção acima mais adequada ao cálculo de concreto armado.

2.2

Hipóteses Básicas

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], as hipóteses básicas admitidas no dimensionamento de uma seção transversal de concreto armado, submetida à flexão simples ou composta, são as seguintes:

- Admite-se que uma seção transversal ao eixo do elemento estrutural indeformado permanece plana após as deformações do elemento (hipótese de Bernoulli). O resultado é uma distribuição linear das deformações normais ao longo da altura das seções transversais.
- Admite-se a existência de uma aderência perfeita entre o concreto e o aço. Com isso, as armaduras vão estar sujeitas às mesmas deformações do concreto que as envolve.
- A distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, definido na Figura 2.1, com a máxima tensão de compressão igual a $0.85f_{cd}$, sendo f_{cd} a resistência à compressão de cálculo do concreto. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura $0.8x$ (onde x é a profundidade da linha neutra), com a seguinte tensão:
 - $0.85f_{cd}$ no caso de a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
 - $0.8f_{cd}$ no caso contrário.

Devido à facilidade do cálculo automático pelo computador, o diagrama parábola-retângulo do concreto é o utilizado no dimensionamento.

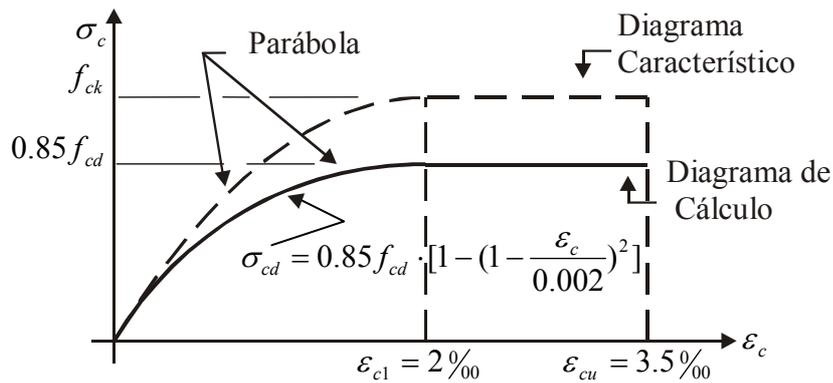


Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação para o concreto, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

onde:

- f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias;
- σ_c - tensão à compressão no concreto;
- σ_{cd} - tensão de cálculo do concreto;
- ε_c - deformação específica do concreto;
- ε_{c1} - deformação específica do concreto na borda inferior;
- ε_{cu} - deformação específica de ruptura do concreto comprimido.

- A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação indicado na Figura 2.2, para os aços com ou sem patamar de escoamento;

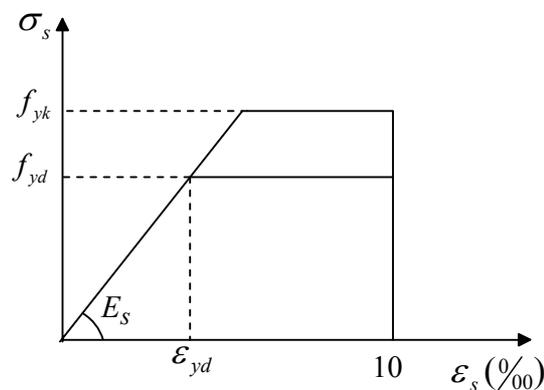


Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação para o aço, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

sendo:

$$|\varepsilon_{yd}| = \frac{|f_{yd}|}{E_s} \quad (2.1)$$

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \varepsilon_{sd} \quad 0 \leq |\varepsilon_{sd}| \leq |\varepsilon_{yd}| \quad (2.2)$$

$$\sigma_{sd} = f_{yd} \quad |\varepsilon_{sd}| > |\varepsilon_{yd}| \quad (2.3)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.4)$$

onde:

- f_{yd} - resistência de cálculo do aço à tração;
- f_{yk} - resistência característica do aço;
- γ_s - coeficiente de minoração da resistência do aço;
- ε_{yd} - deformação específica de cálculo de escoamento do aço;
- σ_s - tensão normal de tração na armadura;
- σ_{sd} - tensão normal solicitante de cálculo;
- ε_s - deformação específica do aço;
- E_s - módulo de elasticidade do aço.
- ε_{sd} - deformação específica de cálculo do aço;

- O estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 2.3.

2.3

Domínios de Deformação

O Estado Limite Último (ELU), correspondente ao esgotamento da capacidade resistente de uma seção transversal, pode ocorrer por ruptura do concreto ou por uma deformação excessiva da armadura. Admite-se a

ocorrência do ELU quando a distribuição das deformações ao longo da altura h de uma seção transversal se enquadrar em um dos domínios da Figura 2.3. Modificando a posição da linha neutra e girando esta em relação a pontos fixos chamados de pólos de rotação (ou pólos de ruína), pode-se distinguir seis regiões (domínios) para as configurações deformadas últimas convencionais:

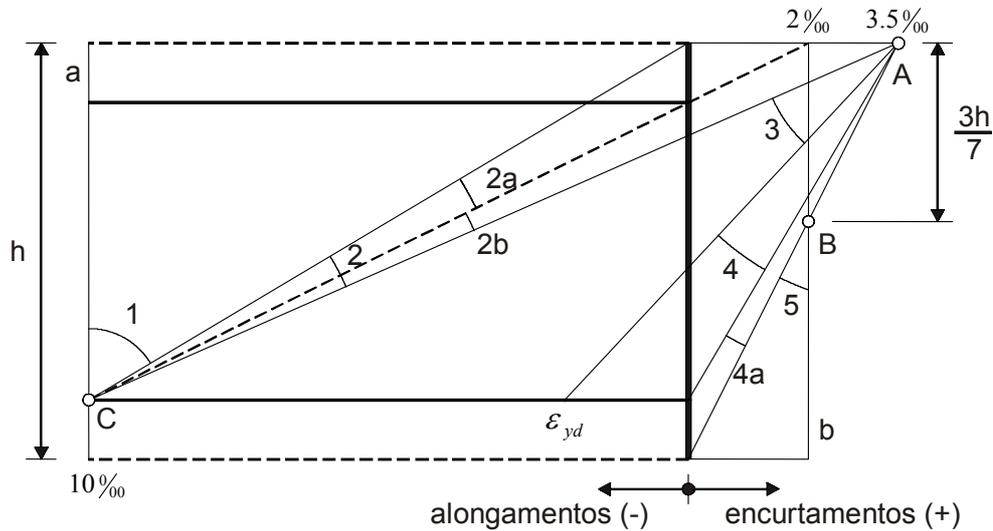


Figura 2.3 – Domínios de deformações, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

- Reta a: tração uniforme;
- Domínio 1: tração não uniforme (flexo-tração) sem tensões de compressão;
- Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\varepsilon_c < 3,5\text{‰}$) e com o máximo alongamento permitido para as armaduras ($\varepsilon_s = 10\text{‰}$);
- Domínio 3: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$);
- Domínio 4: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e o aço tracionado sem escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$);
- Domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- Domínio 5: compressão não uniforme (flexo-compressão), sem tensões de tração;
- Reta b: compressão uniforme.

Segundo SANTOS [4] [5], do ponto de vista do dimensionamento, dos seis domínios de deformação somente as regiões correspondentes aos três pólos de ruína interessam. É a partir da determinação destes pólos que se estabelece a distribuição de deformações em todos os pontos da seção transversal, isto é, as equações de compatibilidade que caracterizam a deformação específica ao longo da seção. Há três regiões, determinadas pelos três pólos de ruína, como pode ser visto na Figura 2.4:

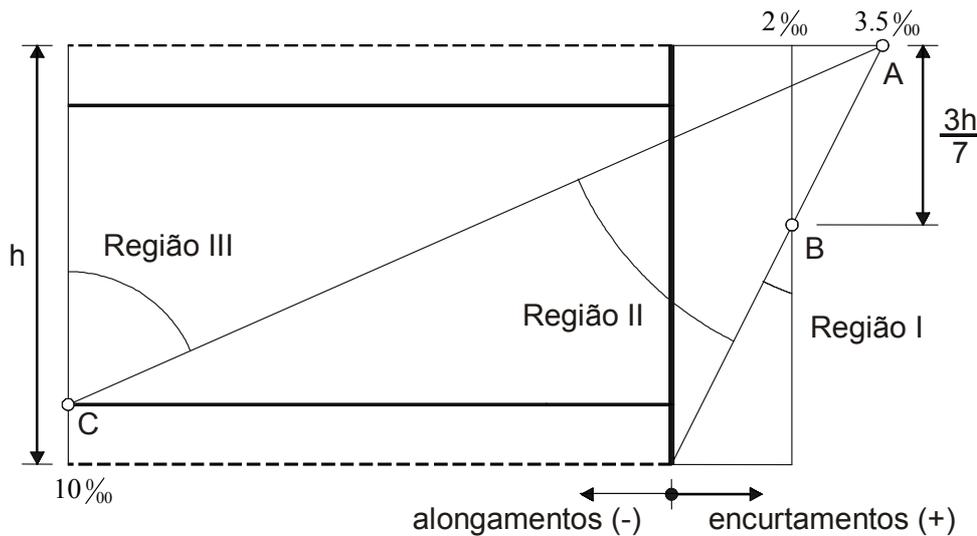


Figura 2.4 – Regiões de deformação, adaptada de SANTOS [4].

- Região I: determinada pelo pólo de ruína B (esmagamento do concreto em seções totalmente comprimidas), ou seja, quando a deformação na fibra situada a $3h/7$ da borda mais comprimida atingir o valor $2‰$, sendo h a altura da seção;
- Região II: determinada pelo pólo de ruína A (esmagamento do concreto em seções parcialmente comprimidas), quando a deformação na fibra mais comprimida atingir o valor $3.5‰$;
- Região III: determinada pelo pólo de ruína C (deformação excessiva da armadura), quando a deformação na armadura mais tracionada atingir o valor $10‰$.

2.4

Parâmetros Adimensionais

2.4.1

Seção Retangular

Os coeficientes adimensionais utilizados na dedução das expressões para o dimensionamento de seções transversais retangulares estão descritos a seguir, segundo SANTOS [4]. As notações encontram-se na Figura 2.5 e na Figura 2.6.

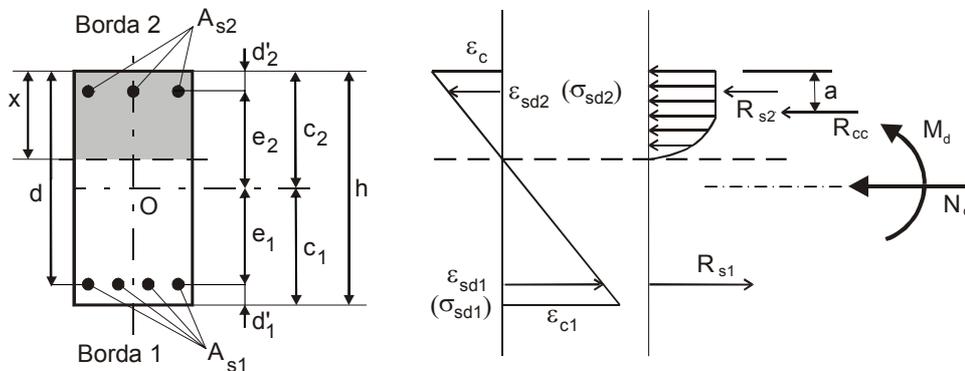


Figura 2.5 – Armadura em duas bordas – seção, deformações, tensões e resultantes, adaptada de SANTOS [4].

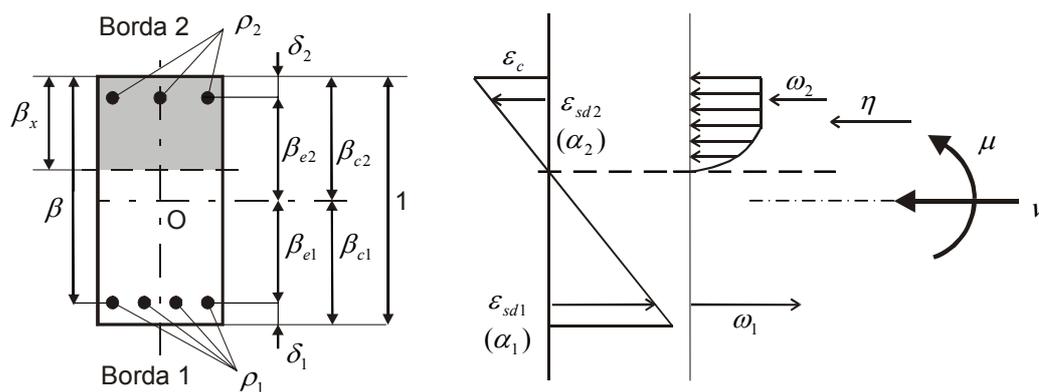


Figura 2.6 – Parâmetros reduzidos adimensionais para o dimensionamento.

$$\beta_x = \frac{x}{h} \quad (2.5)$$

$$\beta = \frac{d}{h} \quad (2.6)$$

$$\beta_{e1} = \frac{e_1}{h} \quad \beta_{e2} = \frac{e_2}{h} \quad (2.7)$$

$$\beta_{c1} = \frac{c_1}{h} \quad \beta_{c2} = \frac{c_2}{h} \quad (2.8)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{A_c} \quad \rho_2 = \frac{A_{s2}}{A_c} \quad (2.9)$$

$$\delta_1 = \frac{d'_1}{h} \quad \delta_2 = \frac{d'_2}{h} \quad (2.10)$$

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{sd1}}{\sigma_{cd}} \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_{sd2}}{\sigma_{cd}} \quad (2.11)$$

$$\omega_1 = \frac{R_{s1}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad \omega_2 = \frac{R_{s2}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.12)$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.13)$$

$$\eta' = \frac{R_{cc} \cdot a}{\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h} \quad (2.14)$$

$$\nu = \frac{N_d}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.15)$$

$$\mu = \frac{M_d}{\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h} \quad (2.16)$$

$$\text{onde } \sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.17)$$

sendo:

- β - distância do centro geométrico da armadura tracionada à borda mais afastada da seção, reduzida adimensional;
- d - altura útil da seção;
- β_x - profundidade relativa da linha neutra, reduzida adimensional;
- β_{e1} - distância do centro geométrico da seção à camada inferior de barras, reduzida adimensional;
- e_1 - distância do centro geométrico da seção à camada inferior de barras;
- β_{e2} - distância do centro geométrico da seção à camada superior de barras, reduzida adimensional;
- e_2 - distância do centro geométrico da seção à camada superior de barras;
- β_{c1} - distância do centro geométrico da seção à borda inferior, reduzida adimensional;
- c_1 - distância do centro geométrico da seção à borda inferior;
- β_{c2} - distância do centro geométrico da seção à borda superior, reduzida adimensional;
- c_2 - distância do centro geométrico da seção à borda superior;
- ρ_1 - taxa geométrica de armadura inferior;
- ρ_2 - taxa geométrica de armadura superior;
- A_{s1} - área da armadura longitudinal inferior;
- A_{s2} - área da armadura longitudinal superior;
- A_c - área da seção transversal;
- δ_1 - distância do centro geométrico da armadura inferior à borda inferior, reduzida adimensional;
- δ_2 - distância do centro geométrico da armadura superior à borda superior, reduzida adimensional;
- d'_1 - distância do centro geométrico da armadura inferior à borda inferior;
- d'_2 - distância do centro geométrico da armadura superior à borda superior;
- α_1 - relação entre a tensão de cálculo na armadura inferior e a tensão de cálculo no concreto;

- α_2 - relação entre a tensão de cálculo na armadura superior e a tensão de cálculo no concreto;
- σ_{sd1} - valor de cálculo da tensão no aço da armadura inferior;
- σ_{sd2} - valor de cálculo da tensão no aço da armadura superior;
- ω_1 - resultante de tensões na armadura inferior, reduzida adimensional;
- ω_2 - resultante de tensões na armadura superior, reduzida adimensional;
- R_{s1} - resultante de tensões na armadura inferior;
- R_{s2} - resultante de tensões na armadura superior;
- η - força normal resistente do concreto (resultante de compressão do concreto), reduzida adimensional;
- η' - momento fletor resistente do concreto, em relação à borda mais encurtada, reduzido adimensional;
- R_{cc} - resultante de tensões de compressão no concreto;
- a - distância de R_{cc} à borda mais próxima da seção;
- ν - força normal reduzida adimensional;
- N_d - força normal de cálculo;
- μ - momento fletor reduzido adimensional;
- M_d - momento fletor de cálculo;
- γ_c - coeficiente de minoração da resistência do concreto;

Pela Figura 2.6 pode-se concluir que:

$$\beta_{c2} = \beta_{e2} + \delta_2 = 1 - \beta_{c1} = 1 - \beta_{e1} - \delta_1 \quad (2.18)$$

onde:

$$\beta_{e1} = 1 - \delta_1 - \beta_{c2} \quad \beta_{e2} = \beta_{c2} - \delta_2 \quad (2.19)$$

2.4.2

Seção Retangular Vazada

A seguir são apresentadas algumas definições de parâmetros adimensionais complementares para o dimensionamento de uma seção

retangular vazada, de acordo com SANTOS [4] e a Figura 2.7 e Figura 2.8. A seção T é um caso particular da seção vazada, com $h_2 = 0$ ($\delta_{h2} = 0$).

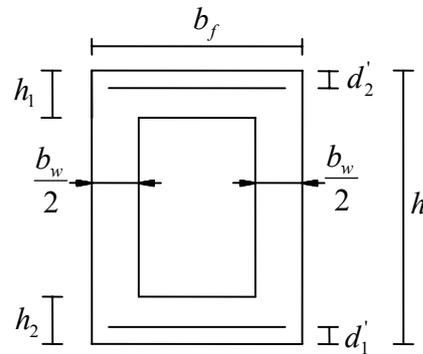


Figura 2.7 – Parâmetros relacionados a seção retangular vazada, adaptado de SANTOS [4].

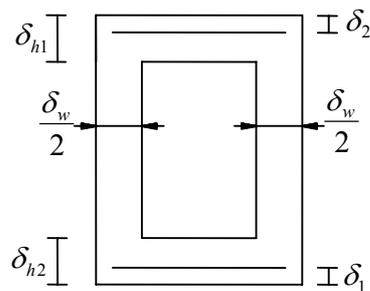


Figura 2.8 – Parâmetros reduzidos adimensionais de uma seção retangular vazada.

$$\delta_w = \frac{b_w}{b_f} \quad (2.20)$$

$$\delta_{h1} = \frac{h_1}{h} \quad (2.21)$$

$$\delta_{h2} = \frac{h_2}{h} \quad (2.22)$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} \quad (2.23)$$

$$\eta_r = \frac{R_{cc,r}}{\sigma_{cd} \cdot A_r} \quad (2.24)$$

$$\eta_v = \frac{R_{cc,v}}{\sigma_{cd} \cdot A_v} \quad (2.25)$$

$$\eta' = \frac{R_{cc} \cdot a}{\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h} \quad (2.26)$$

$$\eta'_r = \frac{R_{cc,r} \cdot a_r}{\sigma_{cd} \cdot A_r \cdot h} \quad (2.27)$$

$$\eta'_v = \frac{R_{cc,v} \cdot a_v}{\sigma_{cd} \cdot A_v \cdot (h - h_1 - h_2)} \quad (2.28)$$

Com as definições de δ_w , δ_{h1} e δ_{h2} , pode-se escrever:

$$A_v = b_f \cdot (1 - \delta_w) \cdot h \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \quad (2.29)$$

$$A_c = b_f \cdot h \cdot [1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})] \quad (2.30)$$

$$A_r = b_f \cdot h \quad (2.31)$$

$$A_c = A_r - A_v \quad (2.32)$$

sendo:

δ_w - largura da alma da seção, reduzida adimensional;

b_w - largura da alma da seção;

b_f - largura da mesa da seção retangular vazada;

δ_{h1} - espessura da mesa superior da seção retangular vazada, reduzida adimensional;

h_1 - espessura da mesa superior da seção retangular vazada;

δ_{h2} - espessura da mesa inferior da seção retangular vazada, reduzida adimensional;

- h_2 - espessura da mesa inferior da seção retangular vazada;
- η - força normal resistente do concreto (resultante de compressão do concreto), reduzida adimensional;
- R_{cc} - resultante de compressão no concreto, na seção retangular vazada;
- A_c - área da seção transversal (retangular vazada);
- η_r - resultante de compressão no concreto, na seção retangular cheia, reduzida adimensional;
- $R_{cc,r}$ - resultante de compressão no concreto, na seção retangular cheia;
- A_r - área da seção retangular cheia de mesmo contorno externo ou mesmo perímetro;
- η_v - resultante de compressão no concreto, no retângulo vazio, reduzida adimensional;
- $R_{cc,v}$ - resultante de compressão no concreto, no retângulo vazio (que haveria se ele não fosse vazio);
- A_v - área do retângulo vazio;
- η' - momento fletor resistente do concreto, em relação à borda mais encurtada, reduzido adimensional;
- a - distância de R_{cc} à borda mais próxima da seção retangular vazada;
- η'_r - momento fletor resistente do concreto, na seção retangular cheia, reduzido adimensional;
- a_r - distância de $R_{cc,r}$ à borda superior;
- η'_v - momento fletor resistente do concreto, no retângulo vazio, reduzido adimensional;
- a_v - distância de $R_{cc,v}$ à borda superior do retângulo vazio;

2.5

Equações de Compatibilidade

As equações de compatibilidade fornecem a deformação em qualquer ponto da seção transversal, em função de duas grandezas previamente conhecidas (deformação no pólo de ruptura e a posição da linha neutra). A

deformação longitudinal específica de uma fibra distante y da linha neutra (LN) é dada por $\varepsilon_x = ky$ (sendo k uma constante), ou seja, as deformações são constantes ao longo de uma fibra da seção (lei de Navier).

Para garantir a hipótese de solidariedade perfeita entre cada barra de aço e o concreto que a envolve, a deformação longitudinal específica de uma barra da armadura é igual à deformação do concreto adjacente a esta.

A seguir são apresentadas as equações de compatibilidade deduzidas em SANTOS [4]. Nestas equações, uma fibra genérica (onde está localizado o centro geométrico de um grupo de barras de aço) é definida pela distância d_i ao bordo superior e a deformação desta fibra é denominada ε_{sdi} .

- Região I – O diagrama de deformações é apresentado na Figura 2.9, onde x é a profundidade da linha neutra. O encurtamento na borda superior e inferior é dado por ε_c e ε_{c1} , respectivamente. Engloba o domínio 5.

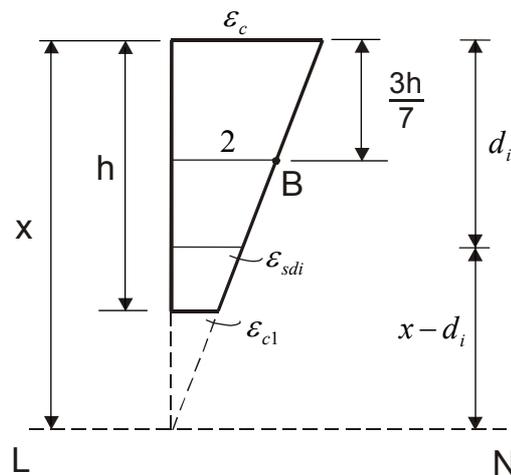


Figura 2.9 – Deformações na região I, adaptada de SANTOS [4].

Utilizando os parâmetros adimensionais do item 2.4 e fazendo uma semelhança de triângulos, pode-se escrever:

$$\varepsilon_c = \frac{14 \cdot \beta_x}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.33)$$

$$\varepsilon_{c1} = \frac{14 \cdot (\beta_x - 1)}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.34)$$

e, a partir de (2.33) e (2.34):

$$\beta_x = \frac{3 \cdot \varepsilon_c}{7 \cdot \varepsilon_c - 14} \quad (2.35)$$

$$\beta_x = \frac{3 \cdot \varepsilon_{c1} - 14}{7 \cdot \varepsilon_{c1} - 14} \quad (2.36)$$

A deformação ε_{sdi} é dada por:

$$\varepsilon_{sdi} = \varepsilon_c \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x} = \frac{14 \cdot (\beta_x - \beta_i)}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.37)$$

sendo β_i a distância da camada i de barras à borda superior, reduzida adimensional ($\beta_i = d_i / h$).

- Região II – Refere-se ao pólo A ($\varepsilon_c = 3.5\%$). O diagrama de deformações é apresentado na Figura 2.10. Engloba os domínios 3, 4 e 4a.

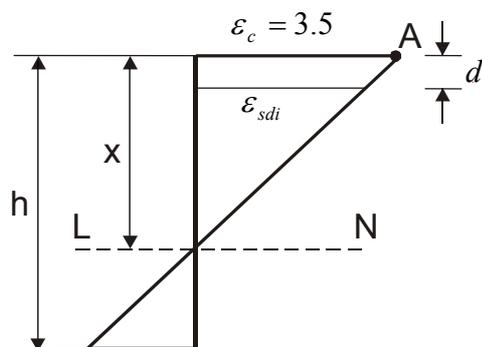


Figura 2.10 – Deformações na região II, adaptada de SANTOS [4].

Pela semelhança de triângulos chega-se a:

$$\frac{3.5}{x} = \frac{\varepsilon_{sdi}}{x - d_i} ; \varepsilon_{sdi} = 3.5 \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x} \quad (2.38)$$

- Região III – Refere-se ao pólo C ($\varepsilon_{sd} = 10\%$). O diagrama de deformações é apresentado na Figura 2.11. Engloba os domínios 1 e 2.

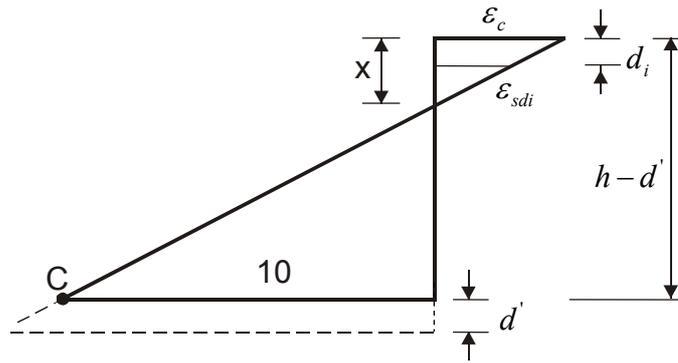


Figura 2.11 – Deformações na região III, adaptada de SANTOS [4].

$$\varepsilon_{sdi} = 10 \cdot \frac{(x - d_i)}{h - d' - x} = 10 \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{1 - \delta - \beta_x} \quad (2.39)$$

Sendo $\delta = d'/d$. Relacionando ε_c e β_x vem que:

$$\varepsilon_c = \frac{10 \cdot \beta_x}{1 - \delta - \beta_x} \quad (2.40)$$

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_c \cdot (1 - \delta)}{\varepsilon_c + 10} \quad (2.41)$$

E ainda, levando a relação de ε_c/β_x da eq. (2.40) para a eq. (2.39), vem que:

$$\varepsilon_{sdi} = \frac{\varepsilon_c}{\beta_x} \cdot (\beta_x - \beta_i) \quad (2.42)$$

2.6

Limites entre Domínios

Conhecendo-se o valor de β_x é fácil determinar em que domínio se encontra a peça. Portanto, é importante conhecer o valor de β_x correspondente ao limite entre dois domínios.

Generalizando a eq. (2.41) tem-se:

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_c \cdot (1 - \delta)}{\varepsilon_c - \varepsilon_s} \quad (2.43)$$

onde ε_c e ε_s entram com seus sinais.

No limite entre os domínios 1 e 2: $\varepsilon_s = -10\text{‰}$ e $\varepsilon_c = 0$, logo:

$$\beta_{x\text{lim}1-2} = 0 \quad (2.44)$$

No limite entre os domínios 2 e 3 (limite entre as regiões III e II):
 $\varepsilon_s = -10\text{‰}$ e $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$:

$$\beta_{x\text{lim}2-3} = \frac{3.5}{13.5} \cdot (1 - \delta) \quad (2.45)$$

O limite entre os domínios 3 e 4 corresponde, nas vigas, ao limite entre as peças sub-armadas e super-armadas. Neste caso: $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$ e $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$:

$$\beta_{x\text{lim}3-4} = \frac{3.5 \cdot (1 - \delta)}{3.5 + |\varepsilon_{yd}|} \quad (2.46)$$

No limite entre os domínios 4a e 5 (limite entre as regiões II e I):
 $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$ e $\varepsilon_s = 0$:

$$\beta_{x\text{lim}4a-5} = 1 \quad (2.47)$$

2.7

Resultante de Compressão do Concreto

A resultante R_{cc} de tensões de compressão no concreto e a sua posição (definida pela distância a , Figura 2.12) são obtidas pelas eq. (2.48) e (2.49), onde σ'_c é a tensão de compressão em uma fibra genérica, a uma distância y da borda superior, b é a largura da seção no nível y e dy a espessura da área elementar no mesmo nível.

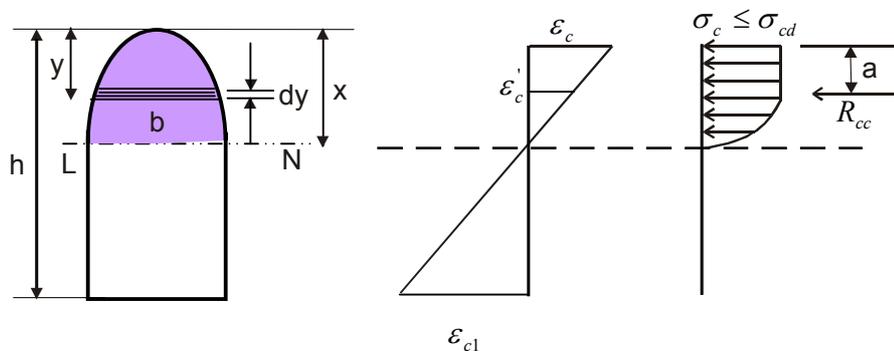


Figura 2.12 – Resultante R_{cc} e sua posição, adaptada de SANTOS [4].

$$R_{cc} = \int_0^x \sigma'_c \cdot b \cdot dy \quad (2.48)$$

$$R_{cc} \cdot a = \int_0^x \sigma'_c \cdot b \cdot y \cdot dy \quad (2.49)$$

Se x for maior que h (linha neutra fora da seção), a integral passa a variar de 0 a h .

Com o objetivo de modificar as variáveis de integração das eq. (2.48) e (2.49), define-se uma nova grandeza, a curvatura, dada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c3}}{c} \quad (2.50)$$

onde $(\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c3})$ é a diferença entre as deformações existentes em duas fibras quaisquer com $\varepsilon_{c2} \geq \varepsilon_{c3}$, c a distância entre as duas fibras e r o raio de curvatura na seção. Como a curvatura é uma grandeza com dimensão, para se trabalhar com grandezas adimensionais define-se uma curvatura adimensional θ :

$$\theta = h \cdot \frac{1}{r} \quad (2.51)$$

Utilizando-se a eq. (2.5), (2.50), (2.51) e de acordo com a Figura 2.12, a curvatura pode ser definida como função da posição da linha neutra pela relação:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - 0}{x} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (2.52)$$

$$\theta = h \cdot \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_c}{\beta_x} \quad (2.53)$$

A deformação ε'_c numa fibra genérica, a uma distância y da borda superior, pode ser definida como:

$$\varepsilon'_c = \varepsilon_c \cdot \frac{x-y}{x} \quad (2.54)$$

A Figura 2.13 mostra que o encurtamento mínimo ε_{c0} de uma fibra da seção é:

$$\varepsilon_{c0} = 0 \quad (2.55)$$

para $x \leq h$, $\varepsilon_c \leq \theta$ ou $\beta_x \leq 1$

e

$$\varepsilon_{c0} = \varepsilon_c \cdot \frac{x-h}{x} \quad (2.56)$$

para $x > h$, $\varepsilon_c > \theta$ ou $\beta_x > 1$

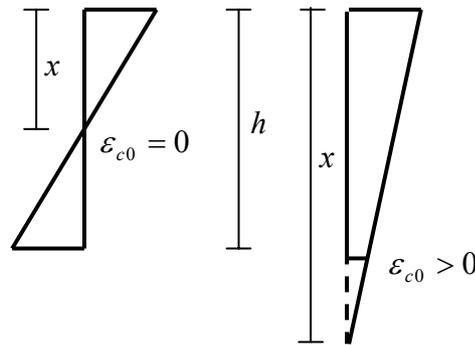


Figura 2.13 – Encurtamento mínimo ε_{c0} , adaptada de SANTOS [6].

Isolando y na eq. (2.54) e considerando as eq. (2.5) e (2.53), chega-se

a:

$$y = \frac{h}{\theta} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon'_c) \quad (2.57)$$

e, derivando-se em relação a ε'_c :

$$dy = -\frac{h}{\theta} \cdot d\varepsilon'_c \quad (2.58)$$

Como σ'_c , y e dy são funções de ε'_c , b é função de y e, portanto, de ε'_c , pode-se integrar as eq. (2.48) e (2.49) de ε_c a ε_{c0} .

2.7.1

Resultante de Compressão do Concreto para Seção Retangular

Nas equações a seguir utiliza-se $\varepsilon'_c = 1000\varepsilon'_c$. Sendo $\varepsilon'_c \leq 2\%$, σ'_c é dado por:

$$\sigma'_c = \sigma_{cd} \cdot \frac{\varepsilon'_c}{4} \cdot (4 - \varepsilon'_c) \quad (2.59)$$

Na seção retangular, b é constante e igual a b_w e $A_c = b_w \cdot h$; dy é dado pela eq. (2.58). Aplicando (2.48) e integrando de ε_c a ε_{c0} , vem que:

$$R_{cc} = \int_{\varepsilon_c}^{\varepsilon_{c0}} \sigma_{cd} \cdot \left(\varepsilon_c' - \frac{\varepsilon_c'^2}{4} \right) \cdot b_w \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) \cdot d\varepsilon_c' \quad (2.60)$$

Utilizando-se a definição de η (eq. (2.13)) em (2.60) e integrando-se, tem-se:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c'^2 \cdot (6 - \varepsilon_c) - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (6 - \varepsilon_{c0})}{12 \cdot \theta} \quad (2.61)$$

De acordo com (2.49) e levando em conta (2.57) e (2.58):

$$R_{cc} \cdot a = \int_{\varepsilon_c}^{\varepsilon_{c0}} \sigma_{cd} \cdot \left(\varepsilon_c' - \frac{\varepsilon_c'^2}{4} \right) \cdot b_w \cdot \frac{h}{\theta} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c') \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) d\varepsilon_c' \quad (2.62)$$

Usando a definição de η' (eq. (2.14)) e integrando-se, vem que:

$$\eta' = \frac{\varepsilon_c^3 \cdot (8 - \varepsilon_c) - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (24 \cdot \varepsilon_c - 16 \cdot \varepsilon_{c0} - 4 \cdot \varepsilon_c \cdot \varepsilon_{c0} + 3 \cdot \varepsilon_{c0}^2)}{48 \cdot \theta^2} \quad (2.63)$$

No caso de $\varepsilon_c' > 2\text{‰}$, $\sigma_c' = \sigma_{cd}$. A integral da eq. (2.48) será dividida em duas partes:

$$R_{cc} = \int_{\varepsilon_c}^2 \sigma_{cd} \cdot b_w \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) \cdot d\varepsilon_c' + \int_2^{\varepsilon_{c0}} \sigma_{cd} \cdot \left(\frac{4 \cdot \varepsilon_c' - \varepsilon_c'^2}{4} \right) \cdot b_w \cdot \left(-\frac{h}{\theta} \right) \cdot d\varepsilon_c' \quad (2.64)$$

resultando em:

$$\eta = \frac{12 \cdot \varepsilon_c - 8 - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (6 - \varepsilon_{c0})}{12 \cdot \theta} \quad (2.65)$$

Da mesma forma, para η' , tem-se que:

$$\eta' = \frac{16 - 32 \cdot \varepsilon_c + 24 \cdot \varepsilon_c^2 - \varepsilon_{c0}^2 \cdot (24 \cdot \varepsilon_c - 4 \cdot \varepsilon_{c0} \cdot (\varepsilon_c + 4) + 3 \cdot \varepsilon_{c0}^2)}{48 \cdot \theta^2} \quad (2.66)$$

2.7.2

Resultante de Compressão do Concreto para Seção Retangular Vazada

O cálculo de η e η' para a seção retangular vazada pode ser muito trabalhoso, oferecendo um grande número de casos e sub-casos. Entretanto, ele é consideravelmente simplificado quando se aproveitam os resultados obtidos da seção retangular cheia.

O problema é dividido em dois casos. A linha neutra pode estar na mesa comprimida (1^o caso) ou cortar a alma da seção (2^o caso):

$$1^{\text{o}} \text{ caso} \left\{ \begin{array}{l} x \leq h_1 \\ \beta_x \leq \delta_{h1} \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\theta} \leq \delta_{h1} \end{array} \right\} \quad (2.67)$$

$$2^{\text{o}} \text{ caso} \left\{ \begin{array}{l} x > h_1 \\ \beta_x > \delta_{h1} \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{\theta} > \delta_{h1} \end{array} \right\} \quad (2.68)$$

No caso da linha neutra estar na mesa superior, a seção é tratada como se fosse uma seção retangular cheia, de área $b_f \cdot h$. Assim, pode-se escrever:

$$R_{cc} = R_{cc,r} \quad (2.69)$$

$$\eta \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c = \eta_r \cdot \sigma_{cd} \cdot A_r \quad (2.70)$$

$$\eta = \eta_r \cdot \frac{A_r}{A_c} = \frac{\eta_r}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.71)$$

Para o cálculo de η' têm-se:

$$R_{cc} \cdot a = R_{cc,r} \cdot a_r \quad (2.72)$$

$$\eta' \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h = \eta'_r \cdot \sigma_{cd} \cdot A_r \cdot h \quad (2.73)$$

$$\eta' = \eta'_r \cdot \frac{A_r}{A_c} = \frac{\eta'_r}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.74)$$

Pode-se concluir que para o cálculo de η e η' referentes a uma seção retangular vazada, determinam-se os valores de η_r e η'_r referentes à seção retangular cheia de mesma largura b_f e de mesma altura h .

No caso da linha neutra atingir a alma, têm-se:

$$R_{cc} = R_{cc,r} - R_{cc,v} \quad (2.75)$$

$$\eta \cdot A_c = \eta_r \cdot A_r - \eta_v \cdot A_v \quad (2.76)$$

$$\eta = \frac{\eta_r - \eta_v \cdot (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.77)$$

$$R_{cc} \cdot a = R_{cc,r} \cdot a_r - R_{cc,v} (a_v + h_1) \quad (2.78)$$

$$\eta' \cdot A_c \cdot h = \eta'_r \cdot A_r \cdot h - \eta'_v \cdot A_v \cdot (h - h_1 - h_2) - \eta_v \cdot A_v \cdot h_1 \quad (2.79)$$

$$\eta' = \frac{\eta'_r - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \cdot [(1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \cdot \eta'_v + \delta_{h1} \cdot \eta_v]}{1 - (1 - \delta_w) \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2})} \quad (2.80)$$

Os coeficientes η_r e η'_r são calculados pelas expressões do item 2.7.1 referentes à seção retangular cheia, pois esta possui a mesma altura h da vazada. Assim, para a seção retangular vazada também vale o par ε_c e θ .

Já o retângulo vazio tem posição e altura diferentes da seção retangular vazada. Os coeficientes η_v e η'_v também são calculados com as expressões do item 2.7.1 mas para ε_c^* (Figura 2.14) e θ^* .

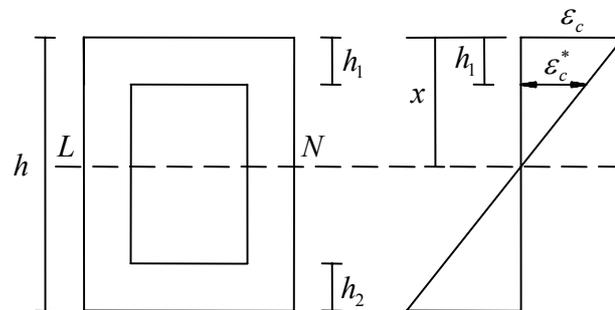


Figura 2.14 – Encurtamento ε_c^* , adaptada de SANTOS [4].

Utilizando-se as eq. (2.50) e (2.51) e a Figura 2.14 têm-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_c^*}{h_1} \quad (2.81)$$

$$\theta = h \cdot \frac{1}{r} = (\varepsilon_c - \varepsilon_c^*) \cdot \frac{h}{h_1} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_c^*}{\delta_{h1}} \quad (2.82)$$

onde ε_c^* é o encurtamento na borda superior do retângulo vazio.

De acordo com a eq. (2.82), pode-se tirar a relação:

$$\varepsilon_c^* = \varepsilon_c - \theta \cdot \delta_{h1} \quad (2.83)$$

Considera-se que para a seção retangular cheia, retangular vazada e o retângulo vazio a curvatura é a mesma:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_r} = \frac{1}{r_v} \quad (2.84)$$

$$\theta = h \cdot \frac{1}{r} = h \cdot \frac{1}{r_r} = h \cdot \frac{1}{r_v} \quad (2.85)$$

$$\theta^* = (h - h_1 - h_2) \cdot \frac{1}{r_v} = (h - h_1 - h_2) \cdot \frac{\theta}{h} \quad (2.86)$$

onde r_r é o raio de curvatura da seção retangular cheia, r_v é o raio de curvatura do retângulo vazio e θ^* é a curvatura adimensional no retângulo vazio.

De acordo com a eq. (2.86) obtém-se:

$$\theta^* = \theta \cdot (1 - \delta_{h1} - \delta_{h2}) \quad (2.87)$$

Assume-se que em todas as fórmulas deduzidas para o cálculo dos coeficientes η e η' a curvatura θ seja não nula. No caso particular de compressão uniforme, onde $\theta = 0$, tais fórmulas não são aplicáveis. ε_c' é considerado constante e igual a ε_c , de modo que:

$$R_{cc} = \frac{1000\varepsilon_c}{4} \cdot (4 - 1000\varepsilon_c) \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c \quad (2.88)$$

$$\eta = \frac{1000\varepsilon_c}{4} \cdot (4 - 1000\varepsilon_c) \quad (2.89)$$

$$R_{cc} \cdot a = \eta \cdot \sigma_{cd} \cdot S_2 = \eta \cdot \sigma_{cd} \cdot A_c \cdot c_2 \quad (2.90)$$

$$\eta' = \eta \cdot \frac{c_2}{h} = \beta_{c2} \cdot \eta \quad (2.91)$$

onde S_2 é o momento estático da área A_c em relação à borda superior.

2.8

Estado Limite Último (ELU)

Todas as expressões deduzidas no item anterior podem ser utilizadas para o dimensionamento ou verificação de seções de concreto armado, desde que o estado limite último seja respeitado.

Para obter os valores dos coeficientes η e η' , é necessário conhecer o valor da curvatura θ , que será obtida em função da posição da linha neutra (β_x).

Com isso, é preciso se conhecer o valor do β_x de referência localizado no limite entre os domínios 2 e 3 (Figura 2.3). É um valor de comparação, que corresponde a uma ruptura considerada para referência da mudança de pólos de rotação. Assim, da eq. (2.45) obtém-se:

$$\beta_{x,ref} = \frac{3.5 \cdot (1 - \delta)}{13.5} \quad (2.92)$$

- se $\beta_x > 1$ (região I), o critério de ruptura corresponde ao domínio 5. O pólo está sobre a vertical da deformação $\varepsilon_c = 2\text{‰}$.

$$\theta = \frac{14}{7 \cdot \beta_x - 3} \quad (2.93)$$

- se $\beta_x \leq \beta_{x,ref}$ (região III), o critério de ruptura corresponde ao domínio 2. O pólo se encontra em $\varepsilon_{sd} = 10\text{‰}$.

$$\theta = \frac{10}{1 - \delta - \beta_x} \quad (2.94)$$

- se $\beta_{x,ref} < \beta_x \leq 1$ (região II), os critérios de ruptura correspondem aos domínios 3, 4 e 4a. O pólo se encontra em $\varepsilon_c = 3.5\text{‰}$.

$$\theta = \frac{3.5}{\beta_x} \quad (2.95)$$

2.9

Flexão Composta Reta – Dimensionamento com Armadura em Duas Bordas

Para o dimensionamento à flexão normal composta das seções transversais das vigas, os esforços solicitantes de cálculo, N_d e M_d , calculados pelo programa FTOOL, são aplicados no centro geométrico da seção de concreto. O momento M_d é suposto positivo quando traciona a borda inferior e comprime a borda superior. O dimensionamento à flexão composta restringe-se ao caso apresentado na Figura 2.15: armaduras colocadas nas faces de largura b_w . A flexão normal simples decorrerá deste estudo como um caso particular.

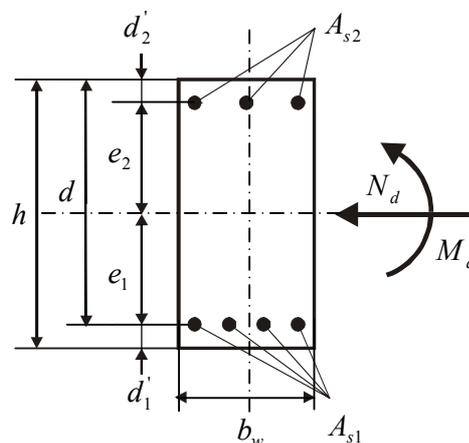


Figura 2.15 – Dimensionamento, adaptada de SANTOS [5].

Para a sistematização do dimensionamento das seções de concreto armado submetidas à flexão, será utilizado o trabalho de Jayme Ferreira da Silva Jr [2], relativo às zonas de sollicitação. Este método distribui os esforços atuantes dentro de zonas de dimensionamento criadas em função de valores dos esforços normais e momentos fletores resistentes. Em função da locação dos pontos dentro destas regiões, são determinadas as equações das taxas das armaduras ρ_1 e ρ_2 (SANTOS [4] [5] e BARBOSA [7] [8]). Inicialmente, esse processo referia-se apenas à seção retangular com armadura em duas bordas. Posteriormente foi generalizado por SANTOS [4] [5] para uma seção qualquer e com eixo de simetria.

SILVA Jr [2]. mostrou a existência de seis zonas de sollicitação. Cada ponto do plano da Figura 2.16, definido pelo par (ν, μ) , conforme as eq. (2.15) e (2.16), pertence a uma determinada zona, que é definida pelas armaduras (tração e compressão) e pelo número de faces a serem armadas (uma, duas ou nenhuma).

2.9.1

Zonas de Sollicitação

Colocando os valores ν como abscissas e μ (considerado sempre positivo) como ordenadas, o semi-plano formado pelo conjunto de pontos (ν, μ) pode ser dividido em seis regiões ou zonas de sollicitação, conforme a Figura 2.16 e segundo SANTOS [4] e BARBOSA [7] [8].

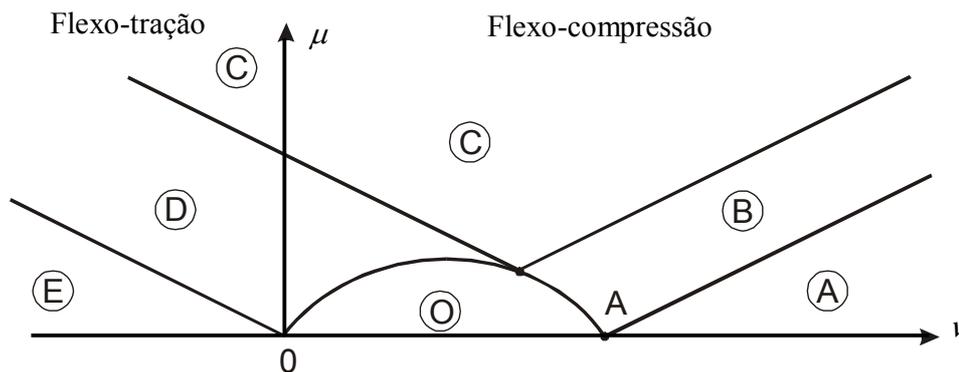


Figura 2.16 – Zonas de sollicitação, adaptada de SANTOS [5].

- **Zona A:** as duas armaduras, A_{s1} e A_{s2} (inferior e superior, respectivamente) são comprimidas;
- **Zona B:** é a transição entre as zonas A e C; tem-se somente a armadura A_{s2} (armadura comprimida pelo momento fletor atuante); a outra, A_{s1} , é mínima de norma;
- **Zona C:** a armadura A_{s1} é tracionada e a armadura A_{s2} é comprimida;
- **Zona D:** é a transição entre as zonas C e E; só há uma armadura (A_{s1}) tracionada; o esforço resistente de compressão é fornecido apenas pelo concreto;
- **Zona E:** as duas armaduras (A_{s1} e A_{s2}) são tracionadas;

- **Zona O:** não há necessidade de armadura (só a mínima de norma); a seção foi superdimensionada.

2.9.2

Determinação de β_x

Como será visto a seguir, nas zonas A, C e E o número de incógnitas (três incógnitas - A_{s1} , A_{s2} , β_x) é maior que o número de equações de equilíbrio (duas equações). Se não se fixar previamente a posição da linha neutra haverá um caso de multiplicidade de soluções. Por este motivo, o valor de β_x tem que ser escolhido e, da infinidade de soluções possíveis, deve-se escolher a mais econômica:

- Zona A: $\beta_x \rightarrow \infty$, isto é, a deformação é constante e igual a 2‰ em toda a seção (reta b dos domínios), conforme a Figura 2.17.
- Zona C: $\beta_x = \beta_{x,\text{lim}}$, onde $\beta_{x,\text{lim}}$ é igual ao β_x correspondente ao limite entre os domínios 3 e 4, conforme a eq. (2.46) e a Figura 2.17.

A nova norma brasileira, ABNT NBR 6118, 2003 [3], recomenda que para melhorar a ductilidade das estruturas nas regiões de apoio das vigas, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes limites:

$$\frac{\beta_x}{\beta} = \frac{x}{d} \leq 0.50 \text{ para } f_{ck} \leq 35\text{MPa} \quad (2.96)$$

$$\frac{\beta_x}{\beta} = \frac{x}{d} \leq 0.40 \text{ para } f_{ck} > 35\text{MPa} \quad (2.97)$$

sendo $\beta = \frac{d}{h}$, definido no item 2.4.

- Zona E: $\beta_x \rightarrow -\infty$, isto é, a deformação é constante e igual a 10‰ em toda a seção (reta a dos domínios), conforme a Figura 2.17.

Nas zonas B e D só há uma incógnita com relação à armadura. A segunda incógnita, β_x , tem valor único e determinável por equação de equilíbrio. Devido à agilidade e facilidade do cálculo automático pelo computador, β_x é calculado por tentativas, de maneira que os esforços solicitantes (já conhecidos) se aproximem ao máximo dos esforços resistentes. Na zona B, β_x varia de

$\beta_{x,\text{lim}}$ até o infinito. Na zona D, varia de $\beta_{x,\text{lim}}$ até $-\infty$, sendo suficiente variar de $\beta_{x,\text{lim}}$ a zero pois, de fato, a partir de $\beta_x = 0$, os coeficientes η e η' são nulos.

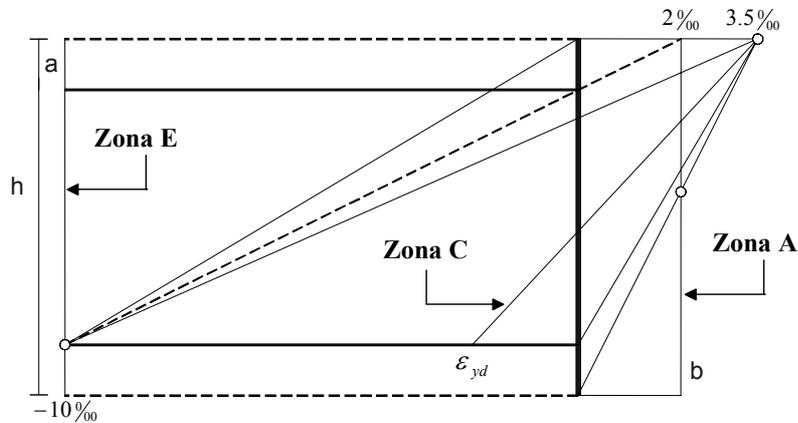


Figura 2.17 – Relação entre os domínios de deformação e as zonas de solicitação, adaptada de BARBOSA [7].

2.9.3

Equações de Equilíbrio

As equações de equilíbrio apresentadas nesta seção fornecem as taxas geométricas de armadura superior e inferior, ρ_1 e ρ_2 , respectivamente. As áreas de aço são obtidas a partir das equações:

$$A_{s1} = \rho_1 \cdot A_c \quad (2.98)$$

$$A_{s2} = \rho_2 \cdot A_c \quad (2.99)$$

2.9.3.1

Equações de Equilíbrio para Zona A

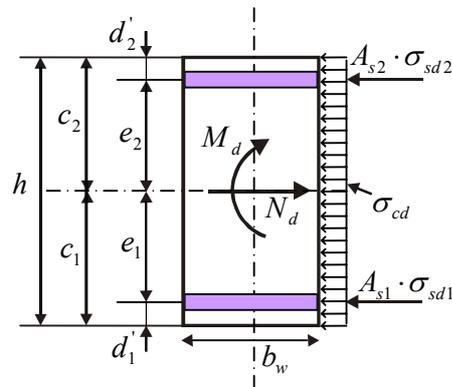


Figura 2.18 – Esforços solicitantes e resistentes – zona A.

Segundo a Figura 2.18, o equilíbrio das forças normais:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = \sigma_{cd} \cdot b_w \cdot h + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.100)$$

onde N_d é o esforço solicitante de cálculo e N_{Rd} é o esforço resistente de cálculo. O equilíbrio de momentos em relação à borda superior fornece:

$$M_d = N_d \cdot c_2 - A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d'_1) - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d'_2 - \sigma_{cd} \cdot b_w \cdot h \cdot c_2 \quad (2.101)$$

Para que as equações de equilíbrio fiquem na forma adimensional, divide-se ambos os membros das eq. (2.100) e (2.101) por $\sigma_{cd} \cdot A_c$ e por $\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h$, respectivamente:

$$v = 1 + \rho_1 \cdot \alpha_1 + \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.102)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} - \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) - \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 - \beta_{c2} \quad (2.103)$$

Considerando ρ_1 e ρ_2 como incógnitas, o sistema formado pelas eq. (2.102) e (2.103) fornece:

$$\rho_1 = \frac{\beta_{e2} \cdot v - \mu - \beta_{e2}}{\alpha_1 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.104)$$

$$\rho_2 = \frac{\beta_{e1} \cdot v + \mu - \beta_{e1}}{\alpha_2 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.105)$$

2.9.3.2

Equações de Equilíbrio para Zona B

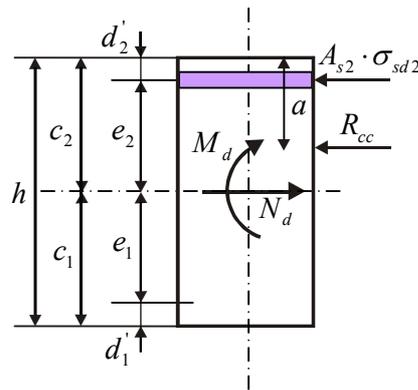


Figura 2.19 – Esforços solicitantes e resistentes – zona B.

Por definição da zona B:

$$\rho_1 = 0 \quad (2.106)$$

As equações de equilíbrio, pela Figura 2.19:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = R_{cc} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.107)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d'_2 - R_{cc} \cdot a \quad (2.108)$$

Dividindo os membros das eq. (2.107) e (2.108) por $\sigma_{cd} \cdot A_c$ e por $\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h$ respectivamente, as equações de equilíbrio tomam a forma adimensional:

$$v = \eta + \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.109)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} - \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 - \eta' \quad (2.110)$$

As equações fornecem:

$$\rho_2 = \frac{v - \eta}{\alpha_2} \quad (2.111)$$

2.9.3.3

Equações de Equilíbrio para Zona C

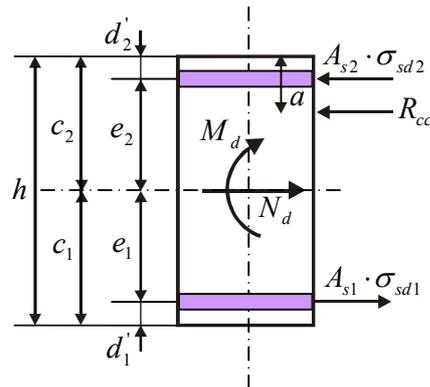


Figura 2.20 – Esforços solicitantes e resistentes – zona C.

Segundo a Figura 2.20, as equações de equilíbrio podem ser escritas:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = R_{cc} - A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.112)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d_1) - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d_2 - R_{cc} \cdot a \quad (2.113)$$

Passando as equações de equilíbrio para a forma adimensional:

$$v = \eta - \rho_1 \cdot \alpha_1 + \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.114)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} + \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) - \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 - \eta' \quad (2.115)$$

Na zona C, como $\beta_x = \beta_{x,lim}$:

$$\eta = \eta_{lim} \quad \text{e} \quad \eta' = \eta'_{lim}$$

sendo:

η_{lim} - valor de η para $\beta_x = \beta_{x,lim}$;

η'_{lim} - valor de η' para $\beta_x = \beta_{x,lim}$

Resolvendo o sistema de duas equações, resulta:

$$\rho_1 = \frac{\mu - \beta_{e2} \cdot v - \delta_2 \cdot \eta_{\text{lim}} + \eta'_{\text{lim}}}{\alpha_1 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.116)$$

$$\rho_2 = \frac{\beta_{e1} \cdot v + \mu - (1 - \delta_1) \cdot \eta_{\text{lim}} + \eta'_{\text{lim}}}{\alpha_2 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.117)$$

2.9.3.4

Equações de Equilíbrio para Zona D

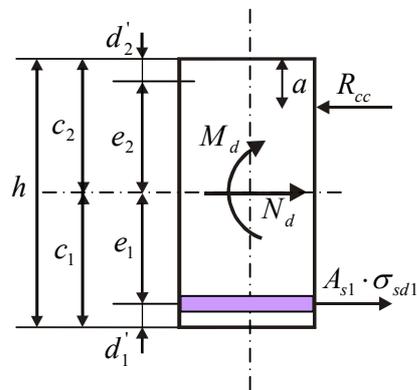


Figura 2.21 – Esforços solicitantes e resistentes – zona D.

Por definição da zona D:

$$\rho_2 = 0 \quad (2.118)$$

As equações de equilíbrio, pela Figura 2.21:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = R_{cc} - A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \quad (2.119)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d'_1) - R_{cc} \cdot a \quad (2.120)$$

Colocando as equações na forma adimensional:

$$v = \eta - \rho_1 \cdot \alpha_1 \quad (2.121)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} + \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) - \eta' \quad (2.122)$$

As equações fornecem:

$$\rho_1 = \frac{\eta - v}{\alpha_1} \quad (2.123)$$

2.9.3.5

Equações de Equilíbrio para Zona E

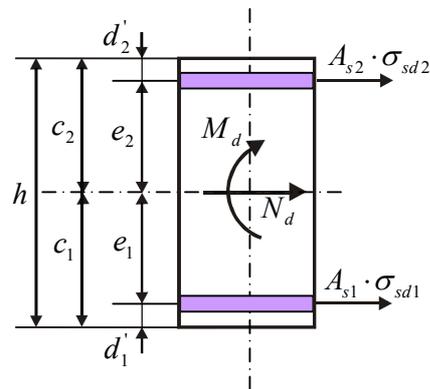


Figura 2.22 – Esforços solicitantes e resistentes – zona E.

De acordo com a Figura 2.22, as equações de equilíbrio podem ser escritas:

$$N_d = N_{Rd}$$

$$N_d = -A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} - A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (2.124)$$

$$M_d = N_d \cdot c_2 + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h - d_1') + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot d_2' \quad (2.125)$$

Na forma adimensional, as equações podem ser escritas como:

$$v = -\rho_1 \cdot \alpha_1 - \rho_2 \cdot \alpha_2 \quad (2.126)$$

$$\mu = v \cdot \beta_{c2} + \rho_1 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \delta_1) + \rho_2 \cdot \alpha_2 \cdot \delta_2 \quad (2.127)$$

Resolvendo o sistema de duas equações, resulta:

$$\rho_1 = \frac{-\beta_{e2} \cdot v + \mu}{\alpha_1 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.128)$$

$$\rho_2 = \frac{-\beta_{e1} \cdot v - \mu}{\alpha_2 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2)} \quad (2.129)$$

2.9.3.6

Equações de Equilíbrio para Zona O

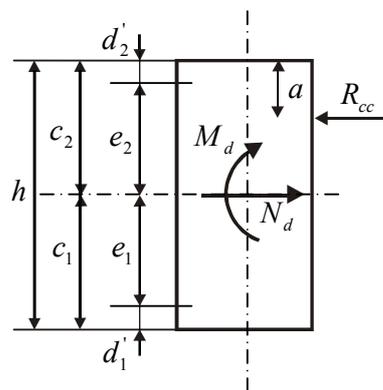


Figura 2.23 – Esforços solicitantes e resistentes – zona O.

Na zona O os esforços de cálculo são pequenos em relação às dimensões fixadas para a seção. O concreto resiste sozinho. Não há necessidade de armadura. Considerando $v = v_O$ e $\mu = \mu_O$ como os esforços internos reduzidos no limite da zona O, as equações de equilíbrio de acordo com a Figura 2.23 são:

$$v_O = \eta \quad (2.130)$$

$$\mu_O = \beta_{c2} \cdot v_O - \eta' = \beta_{c2} \cdot \eta - \eta' \quad (2.131)$$

$$\rho_1 = 0 \quad (2.132)$$

$$\rho_2 = 0 \quad (2.133)$$

2.9.4

Limites entre as Zonas

As fronteiras entre as zonas de sollicitação são determinadas pela equação da reta existente entre cada zona, e pode ser encontrada através das equações de equilíbrio e condições de contorno.

De acordo com a Figura 2.24:

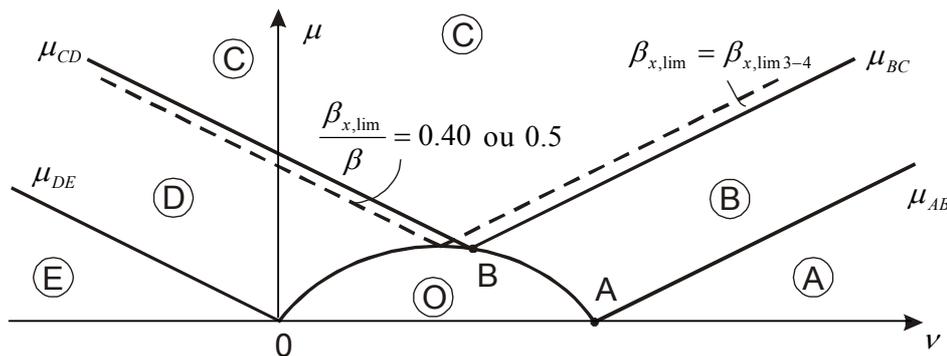


Figura 2.24 – Limite entre as zonas de sollicitação, adaptada de KAEFER [1].

- Limite entre as zonas A e B

Chamando de μ_{AB} os valores de μ relativos ao limite entre as zonas A e B e substituindo $\rho_1 = 0$ na eq. (2.104), obtém-se:

$$\mu_{AB} = \beta_{e2} \cdot v - \beta_{e2} \quad (2.134)$$

μ_{AB} é uma reta de coeficiente angular β_{e2} . Pode-se determinar a abscissa v_A do ponto A. Segundo (2.134), quando $\mu_{AB} = 0$:

$$v_A = 1 \quad (2.135)$$

- Limite entre as zonas B e C

Substituindo $\rho_1 = 0$ na eq. (2.116):

$$\mu_{BC} = \beta_{e2} \cdot v + \delta_2 \cdot \eta_{lim} - \eta'_{lim} \quad (2.136)$$

- Limite entre as zonas C e D

Para encontrar a equação da reta limite entre as zonas C e D, basta igualar a eq. (2.117) a zero, obtendo:

$$\mu_{CD} = -\beta_{e1} \cdot v + (1 - \delta_1) \cdot \eta_{lim} - \eta'_{lim} \quad (2.137)$$

- Limite entre as zonas D e E

Como na Zona D $\rho_2 = 0$, substituindo este valor na eq. (2.129) obtém-se para o limite entre as zonas D e E a equação:

$$\mu_{DE} = -\beta_{e1} \cdot v \quad (2.138)$$

- Coordenadas do ponto B

Para encontrar as coordenadas do ponto B basta procurar a interseção entre as retas BC e CD da Figura 2.24. Fazendo $\mu_{BC} = \mu_{CD}$:

$$v_B = \eta_{lim} \quad (2.139)$$

Levando este valor de v_B para as eq. (2.136) e (2.137):

$$\mu_B = \beta_{c2} \cdot \eta_{lim} - \eta'_{lim} \quad (2.140)$$

- Limite da zona O

Na zona O os parâmetros μ_O , η e η' dependem de β_x . A curva limite é dada pelas Equações paramétricas (2.130) e (2.131) e será determinada ponto a ponto. Observa-se que:

1. a curva passa pela origem O. Para $\beta_x = 0$, $\eta = \eta' = 0$, e resulta em

$$v_O = \mu_O = 0;$$

2. a curva passa pelo ponto A. Para $\beta_x \rightarrow \infty$, $\eta = 1$, $v_O = 1 = v_A$ e

$$\mu_O = \beta_{c2} - \beta_{c2} = 0;$$

3. A curva passa pelo ponto B.

2.9.5

Determinação da Zona de Solicitação

Dado um ponto no plano da Figura 2.16, definido pelo par $(v$ e $\mu)$, a determinação da zona de solicitação é feita dividindo o gráfico das zonas em três trechos, conforme a Figura 2.25.

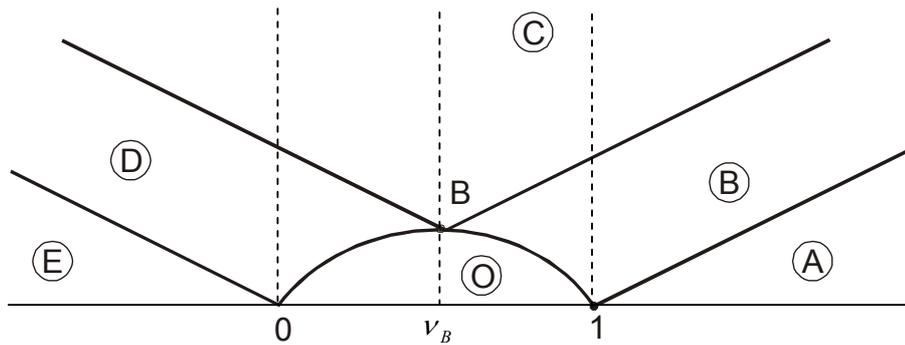


Figura 2.25 – Trechos para pesquisa da zona, adaptada de SANTOS [4].

Se $\nu > 1$, de acordo com a Figura 2.25 há três possibilidades: o ponto pode pertencer à zona A, B ou C, conforme o valor de μ . Se $\mu \geq \mu_{BC}$, o ponto pertence à zona C. Caso contrário pertencerá à zona A ou B, conforme a comparação de μ com μ_{AB} .

No caso de $\nu < 0$, as zonas possíveis são: E, D ou C, conforme o valor de μ . Se $\mu \geq \mu_{CD}$, trata-se da zona C; se $\mu \geq \mu_{DE}$, trata-se da zona D; caso contrário, trata-se da zona E.

Se $\mu \leq \mu_O$ o ponto pertence à zona O. Caso contrário, com o auxílio de ν_B , investiga-se o lado em que se encontra o ponto. Se estiver à direita de ν_B , ele pode pertencer à zona B ou C, conforme a comparação de μ com μ_{BC} . Se estiver à esquerda, pode pertencer à zona D ou C. No caso de $\nu = \nu_B$ o ponto pertence à zona C.

2.9.6

Valores Limites para Armaduras Longitudinais de Vigas

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], a armadura mínima de tração na flexão é:

$$A_{s,\min} = \omega_{\min} \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \geq 0.0015 \cdot A_c \quad (2.141)$$

onde A_c é a área da seção transversal de concreto, f_{cd} a resistência de cálculo do concreto, f_{yd} a resistência de cálculo do aço e ω_{\min} a taxa mecânica mínima de armadura dada pelos valores segundo a Tabela 2.1:

Tabela 2.1 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	ω_{\min}
Retangular	0.035
T (mesa comprimida)	0.024
T (mesa tracionada)	0.031

A norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] também recomenda que a soma das armaduras de tração e compressão não deve ter valor maior que $4\%A_c$, calculada na região fora da zona de emendas:

$$(A_{s1} + A_{s2}) \leq 0.04 \cdot A_c \quad (2.142)$$

2.9.7

Metodologia de Cálculo

Dados os parâmetros geométricos da seção transversal, a altura útil d e os esforços de cálculo N_d e M_d , o cálculo de ρ_1 e ρ_2 segue a seguinte metodologia, de acordo com SANTOS [4] [5]:

1. calculam-se os coeficientes adimensionais ν e μ conforme as eq. (2.15) e (2.16);
2. determinam-se os limites entre as zonas de acordo com o item 2.9.4 ;
3. verifica-se em que zona se encontra a solicitação dada a partir da localização do ponto (ν , μ);
4. fixa-se ou determina-se o valor de β_x conforme o item 2.9.2 ;
5. tendo β_x , têm-se η , η' , as deformações e conseqüentemente as tensões, α_1 e α_2 ;
6. calculam-se as taxas geométricas de armadura e as áreas de aço, conforme o item 2.9.3
7. verificam-se as áreas de aço mínima e máxima conforme o item anterior.

2.10

Dimensionamento à Força Cortante

Para o dimensionamento das seções transversais das vigas à força cortante são utilizados neste trabalho os conceitos e as considerações da norma ABNT NBR 6118, 2003 [3]. Essas considerações são aplicáveis às peças lineares com armaduras de cisalhamento e nas quais $b_w \leq 5d$, sendo b_w e d a largura e a altura útil da seção transversal, respectivamente. Considera-se que a armadura transversal é constituída por estribos verticais, pois apesar dos estribos inclinados a 45° reduzirem a compressão na biela de concreto, estes últimos acarretam dificuldades construtivas.

Para a obtenção da armadura transversal, a nova norma brasileira continua baseando-se no modelo em treliça associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural. No entanto, o cálculo, assim como as verificações necessárias, passaram a ser efetuados em termos de forças atuantes ao invés de tensões, como era feito na antiga norma ABNT NBR 6118, 1978 [9].

2.10.1

Cálculo da Resistência

As condições fixadas pela norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] para elementos lineares admitem dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com modelo em treliça. Neste trabalho adotou-se somente o modelo de cálculo I.

O modelo de cálculo I admite diagonais de compressão inclinadas de 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independentemente de V_{Sd} , onde:

- V_c - parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça;
- V_{Sd} - força cortante solicitante de cálculo, na seção.

A resistência do elemento estrutural deve ser considerada satisfatória quando são atendidas as seguintes condições:

1) Para evitar o esmagamento da biela de compressão, a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} não pode exceder a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto V_{Rd2} .

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (2.143)$$

Se a condição não for atendida, deve-se alterar as dimensões da seção transversal da peça.

2) A força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} não deve exceder a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal V_{Rd3} .

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \quad (2.144)$$

2.10.2

Verificação da Compressão Diagonal do Concreto

Pelo modelo de cálculo I, V_{Rd2} é dada por:

$$V_{Rd2} = 0.27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (2.145)$$

onde:

α_{v2} - fator de efetividade do concreto:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (2.146)$$

com f_{ck} em *MPa*.

2.10.3

Cálculo da Armadura Transversal

A força cortante resistente de cálculo relativa à tração diagonal pode ser definida como:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2.147)$$

sendo V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

Para elementos estruturais de concreto armado a parcela V_c pode ter os seguintes valores:

$$V_c = 0 \quad (2.148)$$

para elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$$V_c = V_{c0} \quad (2.149)$$

na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_c = V_{c0} \cdot \left(1 + \frac{M_o}{M_{Sd,max}}\right) \leq 2 \cdot V_{c0} \quad (2.150)$$

na flexo-compressão, onde M_o é o valor do momento fletor que anula a tensão normal na borda tracionada e $M_{Sd,max}$ é o momento fletor máximo solicitante no trecho considerado.

V_{c0} é o valor de referência para V_c quando a inclinação da biela de compressão é igual a 45° , e pode ser definido como:

$$V_{c0} = 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (2.151)$$

onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (2.152)$$

$$f_{ctk,inf} = 0.7 \cdot f_{ctm} \quad (2.153)$$

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (2.154)$$

sendo:

- f_{ctd} - resistência de cálculo do concreto à tração direta;
- $f_{ctk,inf}$ - resistência característica inferior à tração do concreto;
- f_{ctm} - resistência média do concreto à tração direta;
- f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto.

A parcela da força cortante resistida pela armadura transversal, V_{sw} , é calculada pela seguinte expressão:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (2.155)$$

Adotando-se estribos verticais, $\alpha = 90^\circ$, obtém-se:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} \quad (2.156)$$

onde:

- A_{sw} - área da seção transversal dos estribos;
- α - ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;
- s - espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} ;
- f_{ywd} - resistência de cálculo ao escoamento da armadura transversal passiva.

Adota-se para a tensão na armadura transversal f_{ywd} o valor da tensão de escoamento f_{yd} que não deve ser maior que $435MPa$ (igual à tensão de escoamento dos aços $CA-50$). Logo, mesmo que o aço empregado seja o $CA-60$, o cálculo dos estribos deve ser feito com o aço $CA-50$.

2.10.4

Dimensionamento da Armadura Transversal

A parcela de força cortante resistida pela armadura transversal é dada por:

$$V_{sw} \geq \max(V_{Sd} - V_c; 0) \quad (2.157)$$

A armadura transversal necessária por unidade de comprimento, A_{spm} , pode ser obtida a partir da eq. (2.156):

$$A_{spm} \geq \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{f_{ywd} \cdot 0.9 \cdot d} \quad (2.158)$$

2.10.5

Armadura Mínima

Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], todos os elementos lineares submetidos à força cortante devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos, com taxa geométrica mínima:

$$\rho_{sw,min} = \frac{A_{sw,min}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen}\alpha} \geq 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (2.159)$$

adotando $\alpha = 90^\circ$, obtém-se:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{0.2 \cdot b_w \cdot f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (2.160)$$

onde f_{ywk} é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal.

2.10.6

Espaçamento entre os Estribos

Uma vez determinada a área dos estribos por metro de comprimento da viga, $A_{spm} (cm^2 / m)$, deve-se escolher o diâmetro das barras e calcular o seu espaçamento. Utilizando-se estribos com dois ramos (estribos simples) e sendo $A_{\phi,t}$ a área da seção da barra escolhida, o espaçamento s pode ser obtido através da equação:

$$s \leq 2 \cdot \frac{A_{\phi,t}}{A_{spm}} \quad (2.161)$$

Se a área da armadura calculada for muito grande, o emprego de estribos simples exigirá barras com diâmetro elevado, o que aumenta o trabalho de dobramento das mesmas. Neste caso pode-se adotar estribos duplos que possuem quatro ramos, tendo, portanto, o dobro da seção dos estribos simples.

O espaçamento máximo, s_{max} , medido ao longo do eixo da viga, segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], é dado por:

$$V_{Sd} \leq 0.67 \cdot V_{Rd2} \quad (2.162)$$

$$s_{max} = 0.6 \cdot d \leq 300mm$$

$$V_{Sd} > 0.67 \cdot V_{Rd2}$$

$$s_{\max} = 0.3 \cdot d \leq 200mm \quad (2.163)$$

2.11

Decalagem e Ancoragem da Armadura Longitudinal

Para vigas de concreto armado, quando a armadura longitudinal de tração for determinada através do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, os efeitos provocados pelos esforços de cisalhamento que causam a inclinação das fissuras podem ser substituídos no cálculo pela decalagem (deslocamento axial) do diagrama de armadura. Usualmente este efeito é considerado fazendo-se o lançamento da armadura longitudinal a partir do diagrama de momentos fletores deslocado (decalado). Entretanto, o mesmo efeito é obtido quando se desloca o diagrama de armadura (Figura 2.26). Neste trabalho, achou-se mais conveniente por questões de implementação computacional trabalhar com a decalagem do diagrama de armadura necessária, que para vigas sem esforço normal acompanha o diagrama de momentos fletores (Figura 2.26). Assim, o diagrama deve ser deslocado de um comprimento a_1 , dado pela eq. (2.164), no sentido desfavorável, de modo que a área do diagrama fique aumentada, como indicado na Figura 2.26. A figura também mostra, como exemplo, o diagrama de armadura para um determinado diâmetro de barra de aço adotado no dimensionamento (armadura adotada).

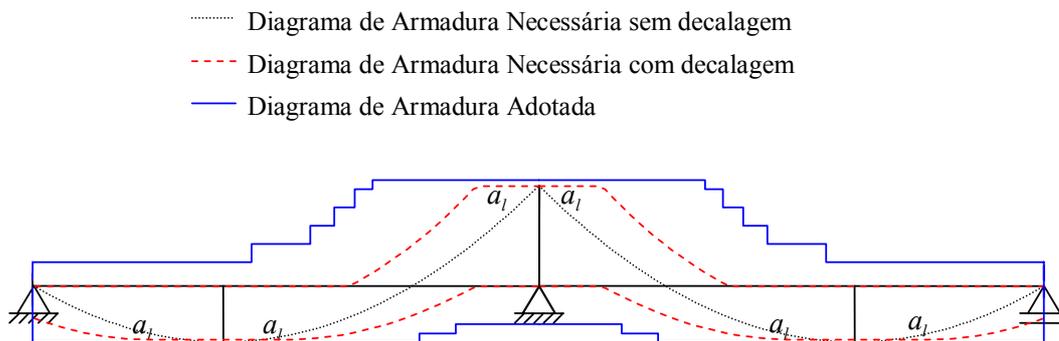


Figura 2.26 – Diagrama de armadura longitudinal deslocado de a_1 .

$$a_l = d \cdot \left[\frac{V_{sd,max}}{2 \cdot (V_{sd,max} - V_c)} \cdot (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right] \quad (2.164)$$

Na eq. (2.164), $V_{sd,max}$ é a força cortante de cálculo máxima no trecho considerado e α é o ângulo de inclinação da armadura transversal. No caso de vigas com banzos paralelos, o deslocamento a_l pode ser considerado constante nos trechos em que a força cortante tem o mesmo sinal. Quando a armadura transversal é formada por estribos verticais, $\alpha = 90^\circ$:

$$a_l = d \cdot \left[\frac{V_{sd,max}}{2 \cdot (V_{sd,max} - V_c)} \right] \leq d \quad (2.165)$$

sendo

$$a_l \geq 0.5 \cdot d \quad \text{no caso geral} \quad (2.166)$$

Depois que o diagrama de armadura longitudinal for deslocado de um comprimento a_l , é necessário somar a este valor o comprimento de ancoragem básico l_b , obtido da relação:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq \begin{cases} 10 \cdot \phi \\ 10cm \end{cases} \quad (2.167)$$

sendo f_{bd} o valor de cálculo da tensão última de aderência e ϕ o diâmetro da barra. Neste trabalho foi considerado somente o comprimento de ancoragem reta (sem ganchos).

O valor último da tensão de aderência de cálculo, f_{bd} , é definido na norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] em função da qualidade da aderência. Considera-se em boa situação quanto à aderência os trechos das barras que estejam em uma das posições seguintes:

- com inclinação maior que 45° sobre a horizontal (não é o caso deste trabalho);
- horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que localizadas no máximo $30cm$ acima da face inferior da peça ou da junta de concretagem mais próxima, quando $h < 60cm$; ou desde que localizadas no mínimo $30cm$ abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima, quando $h \geq 60cm$ (Figura 2.27).

B = boa aderência
M = má aderência

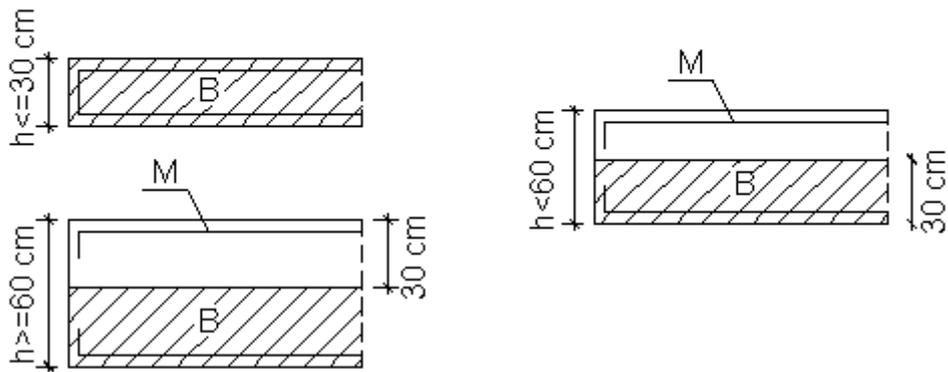


Figura 2.27 – Posições de boa e de má aderência, adaptada de ARAÚJO [10].

Os trechos das barras em outras posições e quando do uso de formas deslizantes devem ser considerados em situação de má aderência.

f_{bd} é obtido pela seguinte expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (2.168)$$

com f_{ctd} definido pela eq. (2.152) e os coeficientes η definidos de acordo com a Tabela 2.2, Tabela 2.3 e Tabela 2.4:

Tabela 2.2 – Valores para o coeficiente η_1

Tipo de barra	η_1
Lisa (CA – 25)	1.0
Entalhada (CA – 60)	1.4
Alta aderência (CA – 50)	2.25

Tabela 2.3 – Valores para o coeficiente η_2

Situação de aderência	η_2
Boa aderência	1.0
Má aderência	0.7

Tabela 2.4 – Valores para o coeficiente η_3

Diâmetro da barra (mm)	η_3
$\phi \leq 32$	1.0
$\phi > 32$	$\frac{132 - \phi}{100}$

Considerando os valores $\eta_1 = 2.25$ (para barras nervuradas), $\eta_2 = 1.0$ (para situações de boa aderência) e $\eta_3 = 1.0$ (para barras com $\phi \leq 32$ mm), combinando as eq. (2.152), (2.153) e (2.154), chega-se à:

$$f_{bd} = 0.42 \cdot (f_{cd})^{2/3}, \text{ em MPa} \quad (2.169)$$

Considerando apenas os casos usuais em que $\phi \leq 32$ mm, para as situações de boa aderência, a tensão de cálculo f_{bd} é dada por:

$$f_{bd} = k \cdot 0.42 \cdot (f_{cd})^{2/3} \quad (2.170)$$

onde $k = 1.0$ para barras nervuradas, $k = 0.62$ para barras entalhadas e $k = 0.44$ para barras lisas.

Para as barras em situações de má aderência, a eq.(2.170) deve ser multiplicada por 0.7.

A nova norma ABNT NBR 6118, 2003 [3] recomenda, conforme a Figura 2.28, que na armadura longitudinal de tração dos elementos estruturais solicitados por flexão simples, o trecho de ancoragem da barra deve ter início no ponto *A* do diagrama decalado. Se a barra não for dobrada, o trecho de ancoragem deve prolongar-se além do ponto *B*, no mínimo 10ϕ .

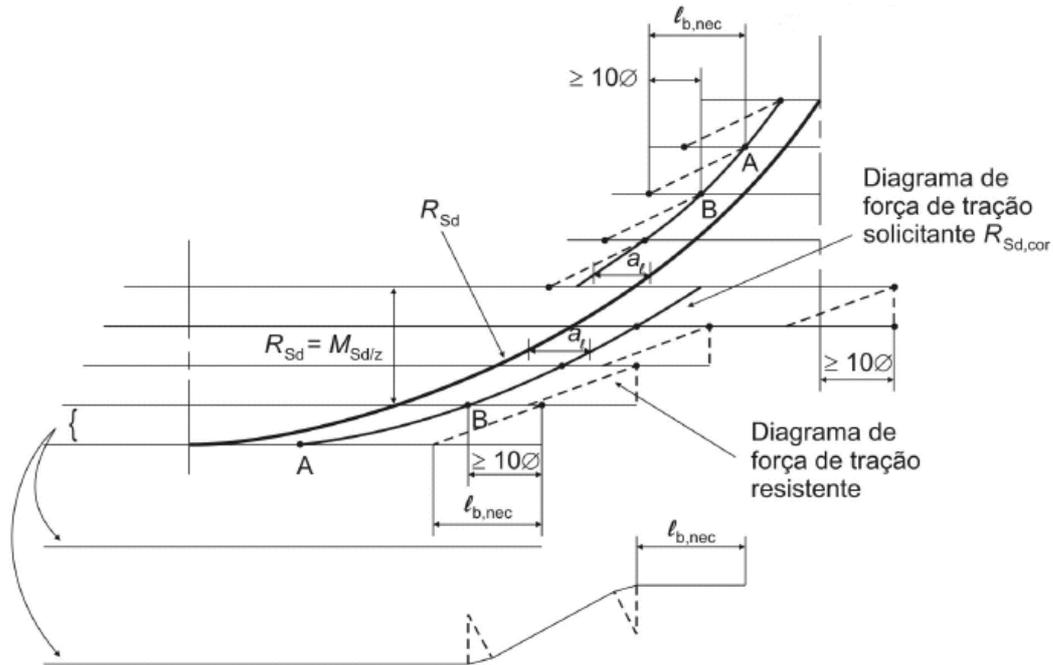


Figura 2.28 – Cobertura da envoltória de momentos fletores, adaptada da ABNT NBR 6118, 2003 [3].

Condição A: a extremidade da barra tem que ultrapassar pelo menos l_b de seu ponto *A*, ponto teórico de início de sua ancoragem;

Condição B: a extremidade da barra tem que ultrapassar 10ϕ de seu ponto *B*, ponto teórico de fim de sua ancoragem.

Conforme será visto no próximo capítulo, no presente trabalho foi utilizada, como simplificação, a decalagem em degraus, uma vez que o objetivo do programa desenvolvido não é detalhar a armadura de uma maneira refinada, mas sim auxiliar a verificação, apresentar uma avaliação do consumo de aço no pré dimensionamento.