

4 Estudos sobre Ductilidade de Vigas Reforçadas

4.1. Introdução

Este capítulo apresenta alguns estudos teóricos e experimentais encontrados na literatura sobre vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono, com ênfase na determinação da ductilidade dessas vigas.

São apresentadas nestes estudos algumas definições de índice de ductilidade de flecha e de curvatura, assim como o índice de ductilidade energética de vigas reforçadas.

Na maioria dos estudos constatou-se que a ductilidade dos elementos estruturais reforçados com materiais compósitos com fibras é menor do que em elementos estruturais usuais de concreto armado. Verificou-se o aumento da rigidez das vigas reforçadas em relação às vigas de controle. Dependendo da solução de reforço adotada, o aumento da resistência é alcançado com a diminuição da ductilidade.

São apresentados neste capítulo seis estudos sobre vigas reforçadas com polímeros reforçados com fibras, analisando-se o comportamento à flexão e à força cortante, e a variação da rigidez e da ductilidade dessas vigas em relação às vigas de referência de concreto armado.

4.2. Estudo de BENCARDINO (2002)

BENCARDINO (2002) estudou experimentalmente vigas de concreto armado reforçadas com manta de fibra de carbono e apresenta resultados obtidos nos ensaios de vigas reforçadas à flexão e à força cortante. Duas séries de vigas foram ensaiadas por meio de cargas aplicadas em quatro pontos. As vigas de ambas as séries foram armadas com aço com tensão de escoamento $f_{yk} = 540MPa$. Em cada série foi ensaiada uma viga de referência sem reforço.

As principais variáveis das vigas de referência, nas duas séries analisadas, foram a resistência do concreto e a quantidade de estribos. Na primeira série foram usadas duas camadas de tecido de fibra de carbono na zona tracionada, com o tecido envolvendo a zona de tração e as faces verticais das vigas. Na segunda série de ensaios, as vigas foram reforçadas externamente com quatro camadas de tecido de fibra de carbono na zona tracionada, com ancoragens adicionais nas extremidades do reforço.

As seis vigas possuíam seção transversal com as dimensões $140\text{ mm} \times 300\text{ mm}$, com armaduras de compressão e de tração composta de $2\phi 16\text{ mm}$.

O tecido bidirecional de fibras de carbono formava uma trama flexível. A orientação do reforço foi de modo a ter-se 70 % das fibras na direção das deformações e 30 % na outra direção.

As vigas eram simplesmente apoiadas com um vão de 4800 mm , e com duas cargas concentradas simétricas. Os ensaios foram realizados sob condições de controle de deslocamento, com imposição de flecha no meio do vão. As cargas aplicadas foram monitoradas com precisão de carga de $0,1\text{ kN}$.

Os resultados obtidos mostram que as vigas reforçadas com manta apresentaram melhor desempenho estrutural que as vigas não reforçadas. As vigas reforçadas apresentaram cargas mais altas que as vigas de controle quando as fissuras à flexão ficaram visíveis. As medidas de deformação mostraram que as vigas reforçadas perderam a ação do compósito em aproximadamente 60% a 70% das cargas de ruptura. Esse tipo de reforço conduz a um aumento na capacidade de carga última e na rigidez à flexão, quando comparadas com as vigas de referência. Foram observadas reduções significativas nas flechas, nas curvaturas, e nas ductilidades.

As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram os resultados experimentais obtidos nesse trabalho. As ductilidades foram definidas por esse autor pelas seguintes expressões:

➤ ductilidade de flecha:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (4.1)$$

- ductilidade de curvatura:

$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (4.2)$$

- ductilidade energética:

$$\mu_E = \frac{E_u}{E_y} \quad (4.3)$$

onde:

Δ_u = flecha na carga última;

Δ_y = flecha no início do escoamento da armadura longitudinal;

ϕ_u = curvatura para carga última;

ϕ_y = curvatura no início do escoamento da armadura longitudinal;

E_u = área sob o diagrama carga-flecha até a carga última;

E_y = área sob o diagrama carga-flecha até a tensão de escoamento da armadura longitudinal (energia elástica).

Tabela 4.1 - Índices de ductilidade.

Viga	Resistência do concreto aos 28 dias (MPa)	Carga de Ruptura (kN)	Ductilidade de Flecha μ_{Δ}	Ductilidade de Curvatura μ_{ϕ}	Ductilidade Energética μ_E
A3	29,5	57,20	6,97	10,28	15,70
A3.4	35,4	101,26	2,93	5,13	5,84
A3.5	36,7	133,09	2,87	2,89	6,00
C1	21,0	45,00	6,61	5,52	13,75
C1.1	21,9	90,03	3,02	3,56	6,42
C1.2	22,1	102,29	1,99	2,31	3,42

Tabela 4.2 – Relação de ductilidade entre as vigas reforçadas e a viga de referência.

Viga	Ductilidade de Flecha	Ductilidade de Curvatura	Ductilidade Energética
A3	1,00	1,00	1,00
A3.4	0,42	0,50	0,37
A3.5	0,41	0,28	0,38
C1	1,00	1,00	1,00
C1.1	0,46	0,64	0,47
C1.2	0,30	0,42	0,25

4.3. Estudo de MACHIDA e MARUYAMA (2002)

Em MACHIDA e MARUYAMA (2002) a análise da ductilidade de estruturas reforçadas com fibras foi realizada por meio das prescrições do Japanese Strucutral Civil Engineers (JSCE).

De acordo com esse trabalho, tem-se que os laminados de polímeros reforçados com fibras (FRP) melhoram a resistência à força cortante nos elementos de concreto armado e promovem o confinamento do concreto, resultando num aumento na capacidade de deformação. Esses autores relatam que as recomendações da *fib* descrevem os efeitos de confinamento do concreto em termos da relação tensão vs. deformação específica, e que as prescrições JCSE indicam diretamente como obter um ganho de deformação específica (ou flecha) nos elementos de concreto armado solicitados à força cortante.

A sistemática do JSCE para avaliar a capacidade de deformação adota um coeficiente de ductilidade μ . O coeficiente da capacidade de resistência à força cortante e coeficiente da capacidade de flexão, determinam a ductilidade do elemento. A equação prescrita é a seguinte:

$$\mu_{fd} = \frac{\left[\frac{1,16(0,5V_C + V_S)}{V_{mu}} \cdot \left\{ 1 + \alpha_0 \frac{\varepsilon_{fu} \rho_f}{V_m / (Bz)} \right\} + 3,58 \right]}{\gamma_{bf}} \leq 10 \quad (4.4)$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{s_f B} \quad (4.5)$$

onde :

μ_{fd} - coeficiente de ductilidade;

V_C - parcela da força cortante resistida pelo concreto;

V_S - parcela da força cortante resistida pelo aço;

V_{mu} - força cortante relativa à carga última na flexão;

B - largura do elemento;

z_0 - braço de alavanca;

ε_{fu} - deformação específica última da FRP (Fiber reinforced polymers);

ρ_f - taxa geométrica do reforço;

γ_{bf} - coeficiente de segurança.

A equação 4.4 foi obtida por meio da análise de dados experimentais para alguns materiais, como mostrado na Figura 4.1.

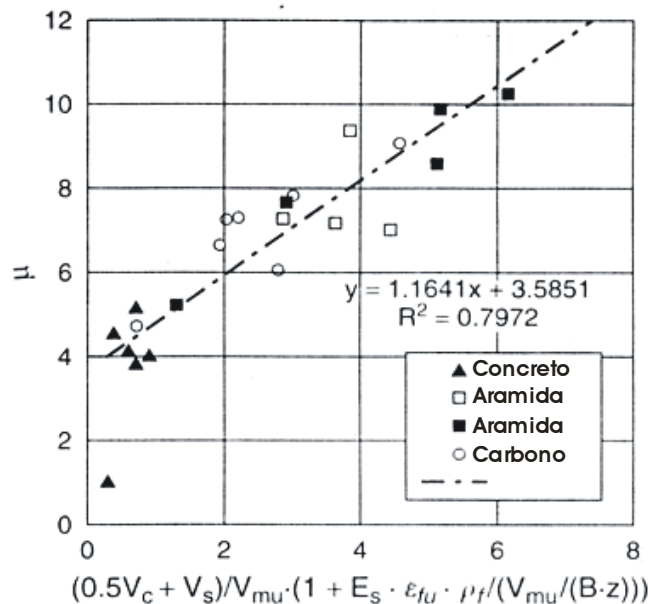


Figura 4.1 – Índice de Ductilidade pela norma da JSCE; adaptada de MACHIDA e MARUYAMA (2002).

Esse trabalho mostra que os tipos de ruptura em estruturas de concreto reforçadas com polímeros reforçados com fibras (PRF) são frágeis, a menos que algumas medidas especiais sejam adotadas. A ductilidade das estruturas reforçadas com PRF é menor do que em estruturas usuais de concreto armado.

4.4. Estudo de DUTHINH e STARNES (2001)

DUTHINH e STARNES (2001) estudaram o reforço de vigas de concreto armado com polímero reforçado com fibras de carbono (CFRP). Foram testadas à flexão sete vigas de concreto armadas internamente com aço e externamente com polímero reforçado com fibras de carbono, aplicadas após a fissuração do concreto. Os resultados obtidos mostram que CFRP é muito eficaz para reforço à flexão. Comparadas com uma viga de concreto armado com altas taxas de armadura, as vigas reforçadas com aço e compósito de fibra de carbono possuem

capacidade de deformação adequada, mas com tipos de ruptura frágeis. Esses autores mostram que envolver as extremidades da manta de FRP, combinado com o adesivo de ligação é um procedimento muito eficaz para ancorar o laminado.

Os objetivos principais desse estudo foram avaliar se o comportamento à flexão das vigas de concreto reforçadas com aço e compósito de fibra de carbono é suficientemente dúctil e determinar o acréscimo da resistência à flexão devido ao reforço.

Foi ensaiada uma série de sete vigas, que foram fortemente armadas à força cortante para assegurar que a ruptura ocorresse somente devido à flexão. Na maioria dos casos, o reforço foi realizado com a aplicação de laminados de carbono após o aparecimento das primeiras fissuras, mais ou menos em torno de um terço da carga última da viga de concreto armado. Para as vigas 4a e 4b, o reforço foi feito a uma carga cerca de 68% e 52%, respectivamente, da carga última da viga de referência.

O reforço externo seguiu os procedimentos recomendados pelos fabricantes. A manta (ou laminado) de fibra de carbono foi deixado para curar durante 24 horas. As Tabelas 4.3 e 4.4 mostram as propriedades dos materiais utilizados.

Tabela 4.3 – Propriedades do laminado de carbono.

Resistência à tração	2400 MPa
Módulo de elasticidade	155 GPa
Volume de fibra	> 68 %
Espessura	1,2 mm
Comprimento	50 mm
Deformação específica última	1,9 %

Tabela 4.4 – Propriedades do adesivo.

Resistência na ligação concreto – concreto	22,0 MPa (2 dias, cura seca) 21,3 MPa (14 dias, cura úmida)
Resistência à tração (7 dias)	24,8 MPa
Resistência ao cisalhamento (14 dias)	24,8 MPa
Deformação específica última	1 %

Esses autores desenvolveram um programa computacional para calcular o momento e a curvatura das vigas de concreto sob momento constante, com armadura interna de aço e externa de compósito de fibra de carbono. Para uma dada posição da linha neutra, o programa assume um valor de deformação específica à compressão do concreto na extremidade da seção ε_{cM} , com a qual calcula-se a curvatura da viga, as deformações específicas, as tensões e as forças no concreto, no aço e no reforço de compósito de fibra de carbono. Foram admitidas as hipóteses:

- seções planas;
- o concreto possui uma curva parabólica de tensão-deformação específica;
- o reforço é colado para um determinado momento fletor.

Se o equilíbrio não é satisfeito, um novo valor de ε_{cM} é assumido, e a iteração é repetida. Porém, se o equilíbrio é satisfeito, uma nova posição da linha neutra é assumida e a iteração é repetida. O programa admite a ruptura do concreto por esmagamento, ou a ruptura do reforço por tração. Ressalta-se que o momento último e a curvatura do aço das vigas de concreto armado foram calculados por meio da norma ACI 318-99.

Essa pesquisa mostra que as deformações medidas no meio do vão permitem efetuar o cálculo da curvatura da viga e da deformação específica do concreto à compressão. Esse valor é adicionado à medida inicial de deformação do laminado.

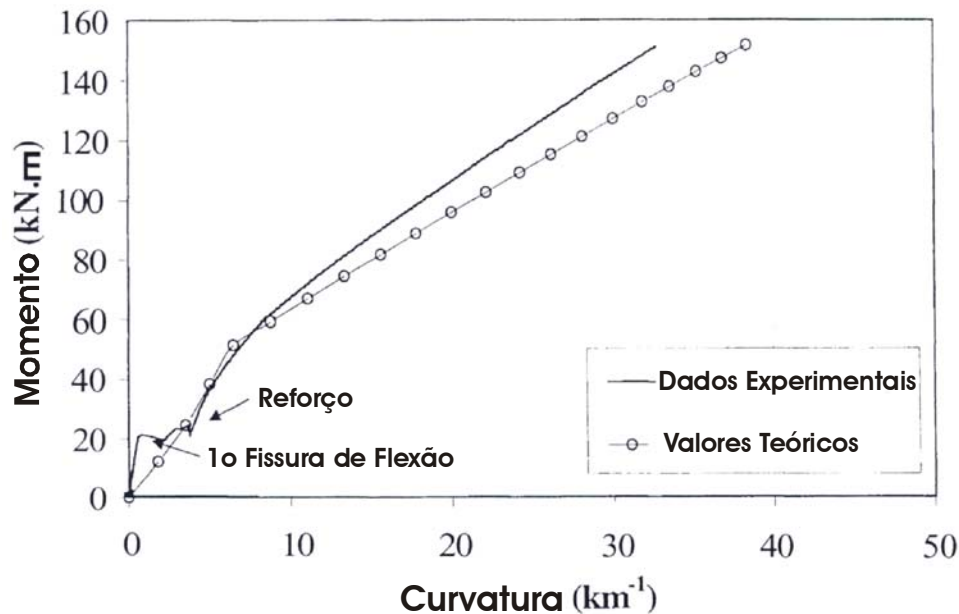


Figura 4.2 – Momento x curvatura para os valores experimentais e valores teóricos; adaptada de DUTHINH e STARNES (2001)

Como conclusões desse estudo:

- A aplicação de laminados de fibra de carbono é efetiva para reforço à flexão de vigas de concreto armado, desde que seja garantida uma ancoragem adequada para o laminado. Num caso (viga 4b), a viga reforçada foi 3,33 vezes mais resistente que a viga sem reforço, cuja capacidade resistente foi calculada pela norma ACI 318-95. Com o acréscimo da armadura de aço, a resistência adicional obtida com o reforço externo de carbono diminui. A Tabela 4.5 mostra os resultados obtidos, sendo:

M_v - momento último da viga de referência;

M_u - momento último da viga reforçada;

ε_{LM} - deformação específica máxima do laminado (na ruptura da viga);

ϕ_v - curvatura última calculada para a viga de concreto armado;

ϕ_u - curvatura última da viga reforçada;

ϕ_{vb} - curvatura ultima calculada para a viga de concreto armado.

Tabela 4.5 – Resultados de DUTHINH e STARNES (2001).

Vigas	M_v kN.m	M_u kN.m	$\frac{M_u}{M_v}$	ε_{LM} 10^{-3}	ϕ_v km^{-1}	$\frac{\phi_u}{\phi_{vb}}$
4a	44,0	93,5	2,13	10,07	113	1,75
4b	45,0	151	3,36	9,88	111	1,86
5	80,1	117	1,46	6,62	62,2	1,43
6	99,2	148	1,49	7,80	46,9	1,41
7 N	136	179	1,32	6,23	33,6	1,69
8 N	172	204	1,19	6,10	26,7	1,45
9	207	213	1,03	-	22,2	1,09
10	252	-	-	-	17,5	1,00

- Comparando-se com a curvatura de uma viga, com taxa de armadura de 75% da taxa de armadura de uma seção normalmente armada, as vigas armadas com aço e reforçadas com polímeros reforçados com fibras de carbono, possuem adequada capacidade de deformação, ressaltando-se o tipo de ruptura frágil obtido.
- O envolvimento com adesivo é bastante efetivo na ancoragem do laminado de FRP.

4.5. Estudo de GRACE et al. (2002)

No estudo de GRACE et al. (2002) foi realizada a análise de vigas de concreto armado reforçadas com um novo material compósito, contendo dois tipos de fibras de carbono e um tipo de fibra de vidro, de maneira a se conseguir uma maior ductilidade do que a obtida nos compósitos tradicionais. A ductilidade desse novo tecido desenvolvido foi estudada por meio do ensaio de oito vigas reforçadas à flexão com o tecido híbrido e por quatro vigas similares reforçadas, uma viga com placa, outra com tecido e duas com lâminas de fibra de carbono. O objetivo foi comparar o comportamento da viga reforçada com o material compósito híbrido com as demais vigas reforçadas com material convencional. A resina epóxi utilizada para a impregnação do material na superfície do concreto foi diferente para o reforço com material híbrido e para o reforço com material convencional. Na Tabela 4.6 são apresentadas as propriedades mecânicas das fibras utilizadas no reforço das vigas ensaiadas, e na Tabela 4.7 são apresentadas as características das resinas utilizadas na aplicação do reforço.

Tabela 4.6- Propriedades mecânicas* das fibras utilizadas.

Tipo de Fibra	Descrição	Módulo de Elasticidade GPa	Resistência à Tração MPa	Deformação Específica na Ruptura %
Carbono 1	Fibras com elevado módulo	379	1324	0,35
Carbono 2	Fibras com alto módulo	231	2413	0,9 a 1,0
Vidro	Fibras de vidro (E-glass)	48	1034	2,1

* as propriedades são baseadas em 60% da fração de volume da fibra.

Tabela 4.7 - Propriedades das resinas epóxi.

Tipo de Epóxi	Resistência à Tração MPa	Deformação Específica Última %	Resistência à Compressão MPa
A	66,6	4,4	109,2
B	68,9	2,0	86,2

* resina epóxi tipo A para tecido híbrido;

* resina epóxi tipo B para material convencional.

As treze vigas de concreto armado reforçadas possuíam seção transversal $152 \times 254 \text{ mm}$ e comprimento 2744 mm . A armadura de flexão era composta por duas barras de $\phi 16 \text{ mm}$ na parte inferior da viga, e $2 \phi 9,5 \text{ mm}$ na parte superior. Para evitar ruptura por força cortante, as vigas foram reforçadas com estribos de $\phi 9,5 \text{ mm}$ espaçados de 102 mm . A tensão de escoamento da armadura longitudinal foi 415 MPa e a resistência à compressão do concreto no período do ensaio foi $55,2 \text{ MPa}$. A Figura 4.3 mostra as dimensões das vigas, o detalhamento das armaduras e os pontos de aplicação da carga.

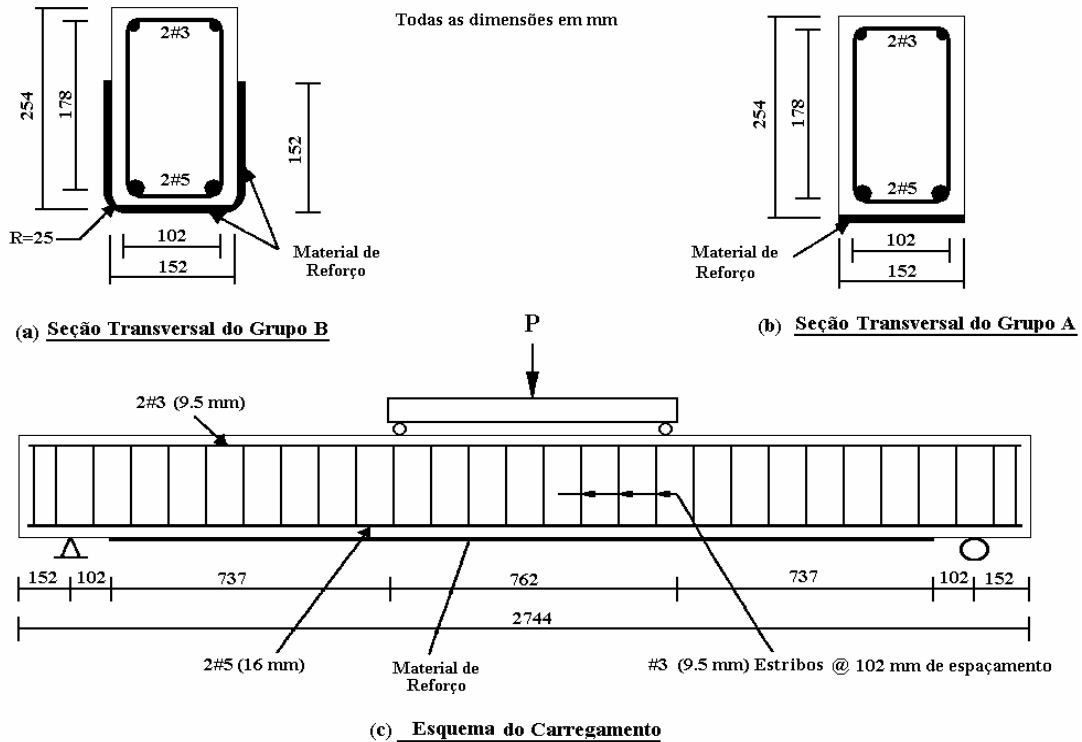


Figura 4.3 – Parâmetros geométricos das vigas ensaiadas; adaptada de GRACE et al. (2002).

Esses ensaios mostraram que:

- as curvas $P \times \delta$ relativas aos ensaios das treze vigas, com exceção da viga C-2, apresentaram dois trechos lineares, o primeiro até o escoamento e o segundo do escoamento até a ruptura;
- as vigas reforçadas com material compósito híbrido apresentaram cargas de escoamento mais elevadas e alcançaram índices de ductilidade maiores que os das vigas reforçadas com material convencional;
- a viga C-2 rompeu por força cortante, de modo brusco e sem ductilidade, mas com um acréscimo de 61% na resistência à flexão.
- as vigas reforçadas com lâminas de fibra de carbono não apresentaram significativa perda de ductilidade, mas apresentaram perda de carga de escoamento.
- o uso dos materiais compósitos, do tipo polímeros reforçados com fibras, em sistemas de reforço à flexão para estruturas de concreto, nem sempre melhoram o patamar de escoamento das vigas reforçadas. Em algumas aplicações o reforço pode provocar uma ruptura frágil, ou um insignificante

aumento de carga de escoamento da viga reforçada, ou ainda, as duas situações.

Esses autores calcularam os índices de ductilidade para as vigas por meio da expressão $\frac{\delta_u}{\delta_y}$, onde δ_u, δ_y são as flechas na ruptura e quando do escoamento da armadura longitudinal, respectivamente. A Tabela 4.8 mostra uma comparação dos resultados das vigas ensaiadas.

Tabela 4.8 – Comparação dos resultados das vigas ensaiadas.

Viga	Sistema de Reforço	Carga de Escoamento (kN)	Flecha de Escoamento δ_y (mm)	Carga de Ruptura (kN)	Flecha de Ruptura δ_u (mm)	$\frac{\delta_u}{\delta_y}$	Deformação Específica do PRF na ruptura (%)
VR	sem reforço	82,3	14,0	95,7	49,5	3,55	-
C-1	lamina de fibra de carbono	85,9	13,2	101,9	28,4	2,15	1,10
C-2	placa de fibra de carbono	-	-	132,6	16,0	1,00	0,33
C-3	tecido de fibra de carbono	107,7	13,5	134,4	22,1	1,64	0,67
H-50	tecido híbrido (t=1.0 mm)	97,9	15,2	114,8	35,6	2,33	1,55
H-75	tecido híbrido (t=1.5 mm)	113,9	13,7	130,8	29,2	2,13	0,74

4.6. Estudo de PARRA e BENLLOCH (2001)

Esta pesquisa experimental analisa o comportamento a flexão de vigas reforçadas com compósitos de fibra de carbono. Foram ensaiadas oito vigas bi-apoiadas de seção transversal retangular: duas vigas de controle, quatro reforçadas usando-se fitas (ou tiras) de fibra de carbono e as outras duas após a colagem das fitas na região de tração das vigas, as extremidades foram fixadas com tecido de fibra de carbono.

As armaduras de flexão foram de dois tipos, A e B, sendo 500 MPa a tensão de escoamento do aço. Todas as vigas foram testadas até a ruptura. As

vigas foram reforçadas com fitas (tiras) de fibra de carbono, que mostraram um comportamento elástico até a ruptura. As propriedades mecânicas dos materiais de reforço são apresentadas na Tabela 4.9, e o detalhamento das mesmas é mostrado na Figura 4.4.

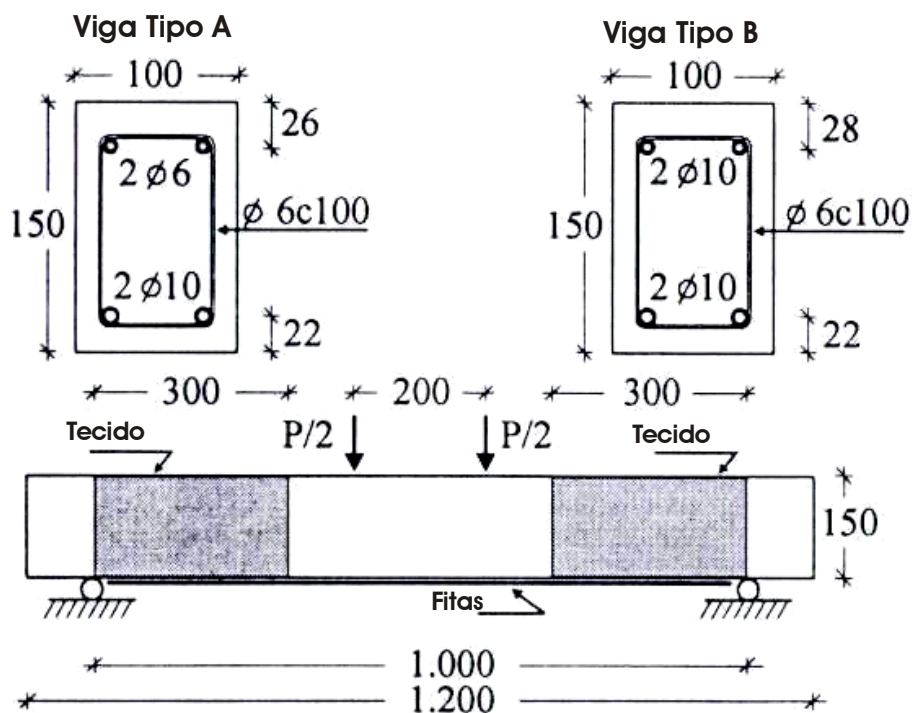


Figura 4.4 – Detalhamento das vigas ensaiadas; adaptada de PARRA e BENLLOCH (2001).

Tabela 4.9 – Propriedades mecânicas dos materiais de reforço.

Propriedades	Tira ou Fita	Tecido	Resina Epóxi Fita ou Tira	Resina Epóxi Tecido
Resistência à Compressão (MPa)	2600	3500	-	30
Módulo de Elasticidade (MPa)	165000	230000	12800	3800
Deformação de Ruptura (%)	1,7	1,5	-	-
Dimensões (mm)	50 x 1,2	305 x 0,13	-	-

As vigas de controle romperam por flexão com esmagamento do concreto na zona de compressão, com excesso de fissuras na zona de tração. As vigas reforçadas apenas com tiras de fibra de carbono apresentaram o mesmo

comportamento, quase linear até a ruptura que ocorreu de forma frágil devido ao descolamento da fibra de carbono na extremidade. Todas essas vigas mostraram fissuras devido à força cortante, causadas por insuficiência de armadura transversal.

Um outro aspecto importante apresentado em todas as vigas reforçadas em relação às vigas de controle foi o aumento da rigidez. Para cargas elevadas todas as vigas reforçadas apresentaram flechas menores devido a um incremento de rigidez. As cargas de ruptura em todas as vigas reforçadas foram maiores que as cargas das duas vigas de controle.

Para calcular a ductilidade das vigas ensaiadas alguns índices de ductilidade foram definidos em função das características estruturais, como a flecha no meio do vão e a área sob a curva do gráfico carga x flecha, sendo esta a medida da energia de deformação. Esses índices foram definidos como:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (4.6)$$

$$\mu_E = \frac{E_u}{E_y} \quad (4.7)$$

onde:

Δ_u – flecha no meio do vão relativa à carga última;

Δ_y – flecha no meio do vão relativa ao escoamento da armadura longitudinal;

E_u – área sob o gráfico carga x flecha para a carga última;

E_y – área sob o gráfico carga x flecha relativa ao escoamento da armadura longitudinal (energia elástica).

Os índices de ductilidade calculados e a relação da ductilidade entre as vigas reforçadas e as vigas de controle sem reforço, são mostrados na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Resultados dos ensaios das vigas e os índices de ductilidade.

Vigas	Carga de Ruptura (kg)	Modo de Ruptura	Índices de Ductilidade		Relação de Ductilidade	
			Flecha μ_{Δ}	Energia μ_E	Flecha	Energia
A-C	5904	Flexão	1,97	2,68	1,00	1,00
A-S1	8003	Peeling-off	1,05	1,99	0,54	0,41
A-S2	8585	Peeling-off	1,00	1,00	0,51	0,37
A-SF	8303	Peeling-off e ruptura do tecido	2,94	4,78	1,49	1,78
B-C	6126	Flexão	2,32	3,41	1,00	1,00
B-S1	7163	Peeling-off	1,01	1,01	0,43	0,30
B-S2	7710	Peeling-off	1,03	1,05	0,44	0,31
B-SF	7753	Peeling-off e ruptura do tecido	2,36	3,36	1,02	0,98

* S1 e S2 são vigas reforçadas apenas com tiras ou fitas de fibra de carbono;

* SF representa as vigas reforçadas com tiras ou fitas, mas que são ancoradas com tecido de fibra de carbono.

Esses ensaios mostraram que:

- as vigas que foram reforçadas apenas com tiras de fibra de carbono e as vigas que foram reforçadas com tiras e tecido de fibra de carbono, apresentaram incremento similar de rigidez e capacidade de carga;
- as vigas reforçadas com tiras e tecido apresentaram um comportamento dúctil similar, ou melhor que as vigas não-reforçadas, enquanto as vigas reforçadas somente com tiras mostraram uma redução da ductilidade;
- as duas partes reforçadas com tecido tiveram uma notável influência no desempenho estrutural, melhorando a capacidade de carga, modificando o comportamento estrutural, a rigidez, a ductilidade, e o modo de ruptura;
- dependendo da solução de reforço adotada, o aumento da resistência pode ser alcançado com a diminuição da ductilidade.

4.7.

Estudo de EL MIHILMY e TEDESCO(2000)

Esta pesquisa apresenta um estudo sobre as flechas de vigas de concreto armado reforçadas com polímeros reforçados com fibras (PRF). Foram propostas algumas equações para o cálculo das flechas, as quais foram comparadas com as flechas medidas nos ensaios das vigas.

As flechas últimas de vigas de concreto armado convencionais representam cerca de 5 a 12 vezes a flecha devida à carga de escoamento da armadura longitudinal. Entretanto, a flecha última de vigas reforçadas com polímeros reforçados com fibras (PRF) geralmente é em torno de 2 a 5 vezes a flecha devida à carga de escoamento da armadura longitudinal. A curva típica de carga x flecha para vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de PRF coladas pode ser separada em três estágios lineares distintos (Figura 4.5). Estes três estágios básicos da curva de carga x flecha são representados da seguinte forma:

➤ **Estágio 1**

$$\text{Pré-Fissuração} \Rightarrow M < M_{CR}$$

➤ **Estágio 2**

$$\text{Fissuração} \Rightarrow M_{CR} \leq M \leq M_y$$

➤ **Estágio 3**

$$\text{Pós-Fissuração} \Rightarrow M_y < M < 0,9M_u$$

onde:

M_{CR} – momento de fissuração;

M_y – momento correspondente ao escoamento da armadura longitudinal;

M_u – momento último;

M – momento de serviço.

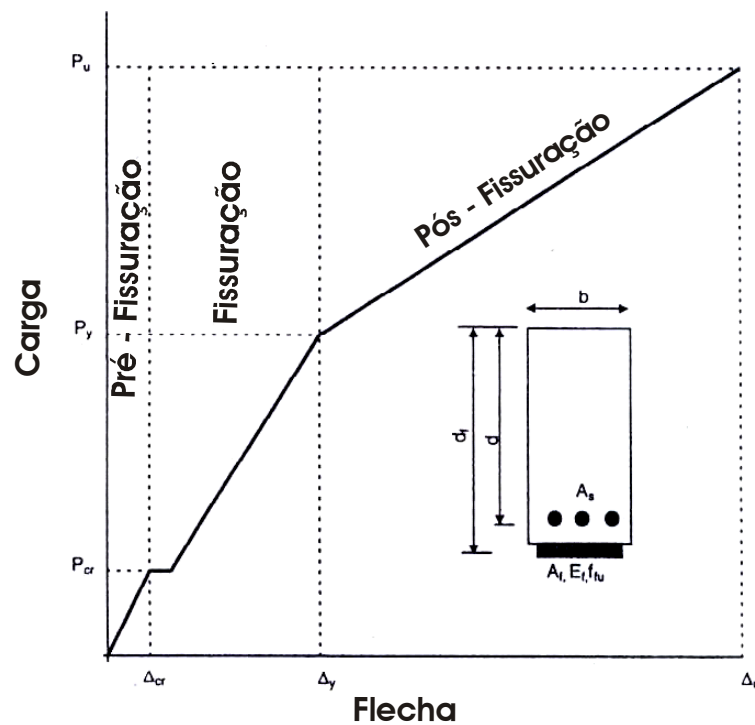


Figura 4.5 – Curva carga x flecha teórica para vigas de concreto armado reforçadas com polímeros reforçados com fibras (PRF); adaptada de EL MIHILMY e TEDESCO (2000).

➤ Pré-Fissuração

Neste estágio são usadas equações elásticas para se obter as flechas das vigas reforçadas, admitindo-se o momento de inércia transformado da seção não-fissurada I_g que inclui a contribuição do reforço. As equações elásticas podem ser usadas para o momento de serviço menor que o momento de fissuração ($M < M_{CR}$), então:

$$M_{CR} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (4.8)$$

onde:

f_r – módulo de ruptura do concreto ($0,62\sqrt{f_c'} \text{ MPa}$);

y_t – distância do centro da seção transversal para a fibra na tração;

I_g – momento de inércia da seção não-fissurada incluindo a lâmina de PRF.

➤ Fissuração

Se o momento de serviço for maior que o momento de fissuração, a viga fissura no meio do vão e a rigidez à flexão da viga diminui. Nas regiões de momentos menores, onde não há fissuras no concreto, o momento de inércia é aproximadamente igual ao momento de inércia da seção transversal não-fissurada I_g . Nas seções onde aparecem fissuras de tração discretas, o momento de inércia da seção transversal é aproximadamente o momento de inércia da seção fissurada I_{CR} . Entretanto, entre o aparecimento dessas fissuras, o momento de inércia corresponde a um valor entre os valores extremos de I_g e I_{CR} . Este momento de inércia efetivo depende da extensão da fissura, da distribuição do carregamento, da contribuição de resistência à tração do concreto. A aproximação mais aceita para estimar o momento de inércia efetivo foi desenvolvida por Branson e adaptada pela norma ACI 318-99. Esta equação empírica é baseada em análises estatísticas de medidas de flechas obtidas em ensaios, e é escrita como:

$$I_e = I_{CR} + (I_g - I_{CR}) \left(\frac{M_{CR}}{M_a} \right)^3 \quad (4.9)$$

onde:

I_e – momento de inércia efetivo;

I_g – momento de inércia da seção não-fissurada incluindo a lâmina de PRF;

I_{CR} – momento de inércia da seção fissurada;

M_{CR} – momento de fissuração;

M_a – momento máximo do vão.

As flechas calculadas para as vigas reforçadas com PRF, utilizando-se a equação proposta por Branson com as propriedades das seções transformadas, são geralmente menores que as observadas experimentalmente, ou seja, a inércia efetiva é superestimada.

A equação proposta para se obter o momento de inércia é baseada no fato de que o momento de inércia quando do escoamento da armadura longitudinal é

aproximadamente igual ao momento de inércia da viga fissurada. A equação proposta para momento de inércia efetivo é dada por:

$$I_e = I_{CR} \left(1 + \left(1 - \frac{M}{M_y} \right)^3 \right) \text{ para } M_{CR} \leq M \leq M_y \quad (4.10)$$

sendo

$$M_y = E_c I_{CR} \varphi_Y = \frac{f_y I_{CR}}{n(d - c)} \quad (4.11)$$

e

$$\varphi_Y = \frac{\varepsilon_y}{d - c} \quad (4.12)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (4.13)$$

onde:

d – altura útil;

c – altura da linha neutra analisando-se seção fissurada;

φ_y – curvatura de escoamento;

ε_y – deformação específica de escoamento da armadura longitudinal;

E_c – módulo de elasticidade do concreto;

As flechas calculadas com a equação proposta por EL MIHILMY e TEDESCO (2000) apresentam boa concordância com os dados dos ensaios, para o estágio de fissuração e de escoamento da armadura longitudinal.

➤ Pós – Fissuração

As vigas de concreto armado convencionais neste estágio são consideradas como tendo alcançado sua capacidade de carga última, mas as vigas reforçadas podem apresentar uma capacidade adicional de carga, dependendo da taxa de armadura, da área de seção transversal do PRF e da resistência à tração do mesmo. Usar o método proposto pelo ACI para calcular as flechas neste estágio de pós-

fissuração acarreta erros. Portanto, o cálculo das flechas pode ser realizado por meio da integração da curvatura ao longo do comprimento da viga. O cálculo da curvatura no estágio pós-fissuração é complicado, devido a não-linearidade apresentada na relação tensão-deformação específica do concreto para este estágio. O cálculo pode ser simplificado admitindo-se que a relação momento-curvatura da viga reforçada é uma relação bi-linear (Figura 4.6).

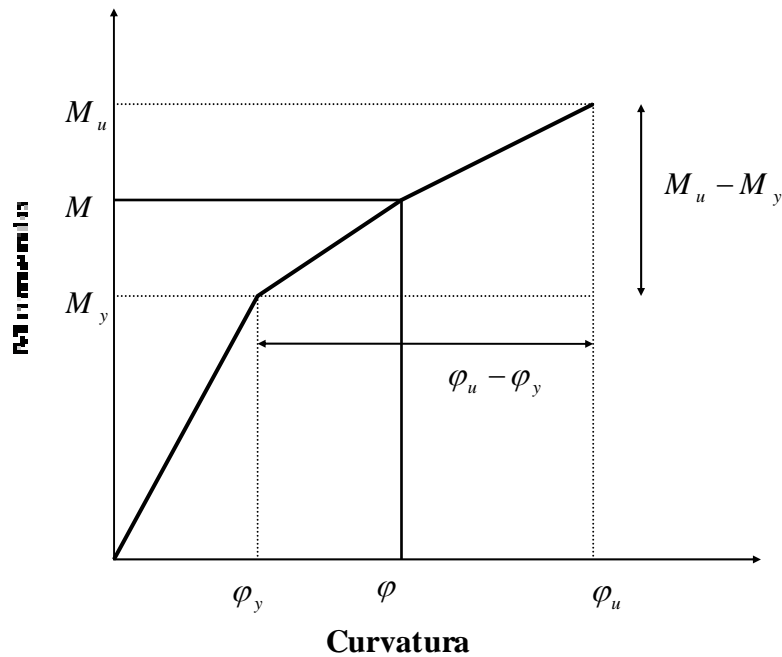


Figura 4.6 – Relação de momento x curvatura para vigas reforçadas com PRF; adaptada de EL MIHILMY e TEDESCO (2000).

O cálculo da curvatura, quando do escoamento da armadura longitudinal, é realizado usando-se uma interpolação linear entre a curvatura relativa ao escoamento φ_y , e a curvatura última φ_u , seguindo-se:

$$\varphi = \varphi_y + \frac{(M - M_y)}{(M_u - M_y)} (\varphi_u - \varphi_y) \quad (4.14)$$

onde M_y e φ_y são obtidos pelas equações 4.11 e 4.12, e φ_u é dada por

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \quad (4.15)$$

Após a determinação da curvatura máxima na seção da viga, o cálculo da flecha é realizado utilizando-se as equações elásticas clássicas, onde o momento efetivo de inércia neste estágio é dado por:

$$I_e = \frac{M}{\phi E_c} \quad (4.16)$$