



João José Venel Braga

**MODOS DE FALHA E PREVISÃO DA RESISTÊNCIA DE
VIGAS CASTELADAS DE AÇO DO TIPO LITZKA
TRAVADAS LATERALMENTE**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientadora: Prof.^a. Elisa Dominguez Sotelino

Coorientador: Prof. Daniel Carlos Taissum Cardoso

Rio de Janeiro

Setembro de 2021



João José Venel Braga

**MODOS DE FALHA E PREVISÃO DA RESISTÊNCIA DE
VIGAS CASTELADAS DE AÇO DO TIPO LITZKA
TRAVADAS LATERALMENTE**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof.^a. Elisa Dominguez Sotelino

Orientadora

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Daniel Carlos Taissum Cardoso

Coorientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Eduardo de Miranda Batista

Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ

Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

Prof. Paulo Batista Gonçalves

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 24 de setembro de 2021.

Todos os direitos reservados. É proibido a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da Universidade, do autor e do orientador.

João José Venel Braga

Graduou-se em Engenharia Civil (Universidade do Estado do Rio de Janeiro) em 2013. Kursou mestrado em Engenharia Civil na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 2015.

Ficha Catalográfica

Braga, João José Venel

Modos de falha e previsão da resistência de vigas casteladas de aço do tipo Litzka travadas lateralmente / João José Venel Braga ; orientadora: Elisa Dominguez Sotelino ; coorientador: Daniel Carlos Taissum Cardoso. – 2021.

226 f. : il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2021.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Vigas casteladas. 3. Flambagem local. 4. Flambagem do montante da alma. 5. Mecanismo de Vierendeel. 6. Instabilidade estrutural. I. Sotelino, Elisa Dominguez. II. Cardoso, Daniel Carlos Taissum. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CCD: 624

Agradecimentos

É um sonho que se realiza concluir o doutorado em Engenharia na PUC-Rio. Sou muito grato às muitas pessoas que me ajudaram nessa caminhada, mas principalmente aos meus orientadores Elisa e Daniel. Não teria como ter tido dois professores com tanta competência técnica e profissionalismo. Vocês são um exemplo para mim, e espero um dia retribuir o que vocês fizeram por mim. Sou muito abençoado por Deus por ter a minha família comigo neste momento especial, mesmo depois de tantos problemas que enfrentamos neste período. Também tenho que agradecer a todos os alunos, professores e funcionários que conheci na PUC-Rio e na UERJ durante a minha formação até finalizar o doutorado, e em especial aos alunos que fizeram parte do grupo de pesquisa de vigas casteladas. Por último, gostaria de agradecer a PUC-Rio, CNPq e Faperj pelos auxílios concedidos para a realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Braga, João José Venelno; Sotelino, Elisa Dominguez; Cardoso, Daniel Carlos Taissum. **Modos de falha e previsão da resistência de vigas casteladas de aço do tipo Litzka travadas lateralmente**. Rio de Janeiro, 2021. 226p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

As vigas casteladas estão sujeitas aos modos de falha devido a plastificação (plastificação do tê e mecanismo de Vierendeel) e flambagem (flambagem do montante da alma e flambagem do tê). O “tê” é a parte da seção transversal na localização da abertura e o “montante da alma” a região entre duas aberturas adjacentes. Esses modos de falha são tratados no manual do AISC (*Design Guide 31*) de vigas casteladas como modos individuais. Nesse manual, os esforços locais no tê são calculados através de uma analogia com a viga Vierendeel e a interação entre os modos de falha nessa região são considerados a partir de uma equação de interação. Embora estas verificações estejam coerentes, esse dimensionamento pode ser demasiadamente conservador por não considerar outros fatores como, por exemplo, a resistência pós-crítica. Todavia, estes fatores só podem ser considerados a partir de análises não lineares incluindo a não linearidade do material, não linearidade geométrica e imperfeição geométrica inicial. O presente trabalho tem por objetivo investigar os modos de falha das vigas casteladas do tipo Litzka travadas ao longo do comprimento, descartando assim, modos de falha por flambagem lateral com torção, usando o método dos elementos finitos. Neste trabalho, são avaliadas a influência da interação entre os elementos constituintes da seção transversal (isto é, mesa e alma), a interação entre modos de falha individuais

e a reserva de resistência pós-crítica. Foi desenvolvida uma equação semi-analítica relacionando os parâmetros não dimensionais da seção transversal e a razão momento/cortante. Desse modo, foi possível classificar uma dada viga castelada, com geometria e carregamento, quanto ao seu comportamento dominado pela flexão (viga longa) ou pelo cisalhamento (viga curta). Em conjunto com uma esbeltez não dimensional (dependendo da carga crítica e da carga de plastificação) inspirada no Método da Resistência Direta. A partir destes parâmetros foi possível definir um “mapa”, que permitiu ordenar os modos de falha em regiões predeterminadas. Finalmente, foi realizado um estudo paramétrico, variando a geometria da viga castelada e considerando diferentes razões momento/cortante. Com base nesses resultados foi proposta uma equação do tipo Winter para obter a capacidade a flexão e ao cisalhamento de vigas casteladas com geometrias usuais.

Palavras chave

Vigas casteladas; Flambagem local; Flambagem do montante da alma; Mecanismo de Vierendeel; Instabilidade estrutural; Estrutura de aço; Modelagem numérica.

Abstract

Braga, João José Venel; Sotelino, Elisa Dominguez; Cardoso, Daniel Carlos Taissum. **Failure modes and strength prediction of laterally braced Litzka-type steel castellated beams.** Rio de Janeiro, 2021. 226p. Ph.D Thesis – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Castellated beams may experience failure modes associated to plastification (plastification of the tee section and Vierendeel mechanism) and buckling (web-post buckling and tee torsional buckling). The term “tee” is used to refer to the section described by the portion of the web and the flange where there is an opening and “web-post” is the portion of the section between two adjacent openings. The AISC design Guide 31 addresses each of these modes separately. There, the local forces in the tee section are calculated by an analogy to a Vierendeel beam and the interaction between the failure modes in the tee section is accounted for by an interaction equation. Although this methodology is consistent, it can be excessively conservative because it does not account for other factors, such as, the post-buckling resistance. However, these factors can only be assessed when nonlinear simulations including both material and geometry nonlinearities and initial imperfection are considered. The present work aims to investigate the failure modes of laterally braced Litzka-type castellated beam using the finite element method. In this work, aspects such as mutual influence of the constituent parts to the behavior (i.e., flange and web), interaction of individual modes and post-buckling reserve of strength were evaluated. A semi analytical equation based on geometrical non dimensional parameters and on the ratio of moment and shear load was developed. This way, a given castellated beam could be classified by its geometry and load in relation to the flexure (long beam) or shear behavior (short beam). In addition, together with a non-dimensional slenderness (depending on the plastic and buckling loads) inspired in the Direct Strength Method, a “map” was created that allowed the organization

of the failure modes in pre-defined regions. Finally, a parametric study was carried out varying the geometry of the castellated beam and considering different ratios of moment to shear loads. Based on these results, a Winter-type equation was proposed to assess the load capacity of beams with typical geometries.

Keywords

Castellated beams; Local buckling; Web-post local buckling; Vierendeel mechanism; Structural stability; Steel structure; Numerical modeling.

Sumário

1.	Introdução	33
1.1	Introdução	33
1.2	Motivação.....	37
1.3	Objetivo	38
1.4	Escopo do trabalho	39
1.5	Estrutura do trabalho.....	40
2.	Conceitos básicos	42
2.1	Conceitos Básicos.....	42
2.2	Conceitos básicos sobre membros comprimidos	42
2.3	Flambagem global.....	42
2.4	Flambagem torcional e flambagem por flexo-torção	45
2.5	Estabilidade de colunas	47
2.6	Flambagem local.....	49
2.7	Interação modal	53
2.8	Conceitos básicos sobre membros fletidos	56
2.9	Classificação da seção transversal	57
2.10	Estabilidade de vigas de alma cheia à flexão.....	58
2.11	Flambagem da alma por cisalhamento	60
2.12	Recomendações para vigas casteladas (<i>Design Guide 31</i>).....	63
2.13	Cálculo das forças axiais e do momento fletor	63
2.14	Cálculo da capacidade axial dos tês superior e inferior	64
2.15	Cálculo da capacidade à flexão dos tês superior e inferior	65

2.16	Interação entre o esforço normal e o momento fletor nos tês	67
2.17	Flambagem do montante da alma.....	67
2.18	Método da Resistência Direta para dimensionamento de perfis formados a frio.....	69
3.	Trabalhos relacionados	72
3.1	Seções transversais compostas pela montagem de elementos de placas	73
3.2	Análise de placas discretas simplesmente apoiadas nos bordos	73
3.3	Análise discreta de placas considerando a restrição entre placas adjacentes.....	74
3.4	Consideração da seção completa	77
3.5	Flambagem local de placas com furos	80
3.6	Cargas críticas elásticas de colunas de perfil formados a frio com furo	85
3.7	Método da Resistência Direta perfis formados a frio com furo....	87
3.8	Imperfeições nas vigas casteladas	91
3.9	Influência das tensões residuais nas vigas casteladas	93
3.10	Mecanismo de Vierendeel.....	96
3.11	Flambagem do montante da alma.....	102
3.11.1	Influência do tipo de abertura.....	104
3.11.2	Representação simplificação do montante da alma.....	106
3.12	Plastificação do tê	108
3.13	Flambagem do tê	109
3.14	Flambagem lateral com torção.....	111
3.15	Interação dos modos de falha	113
3.16	Interação dos elementos constituintes da seção transversal	115

3.17	Interação entre modos de falha usando uma esbeltez generalizada	118
4.	Metodologia	123
4.1	Parâmetros adimensionais	123
4.1.1	Esbeltez generalizada λ e Parâmetro de carga χ	123
4.1.2	Razão momento/cortante	124
4.2	Influência da geometria e da razão do braço de alavanca pela altura da viga	125
4.3	Mapa dos modos de falha	128
4.4	Análise paramétrica	129
5.	Modelo numérico	134
5.1	Descrição do modelo numérico	134
5.1.1	Condições de contorno e carregamentos	134
5.1.2	Malha de elementos finitos	135
5.1.3	Análise de flambagem elástica	136
5.1.4	Análise não linear	139
5.1.5	Imperfeição geométrica inicial	139
5.1.6	Análise de sensibilidade da imperfeição inicial	140
5.1.7	Tensão residual	144
5.1.8	Propriedades dos materiais	144
5.2	Fluxograma com as análises numéricas	144
5.3	Análise de sensibilidade da malha de elementos finitos	145
5.4	Validação modelo numérico	147
6.	Estudo numérico da capacidade resistente de vigas casteladas ..	154
6.1	Análise de flambagem elástica	154

6.2	Análise considerando a não linearidade do material	156
6.3	Análise não linear completa	158
6.4	Curvas carga vs deslocamento	165
6.5	Resistência normalizada	172
6.6	Comparação do <i>Design Guide</i> (DG) com o Método dos Elementos Finitos (MEF) e a previsão usando a equação proposta	176
7.	Conclusões e trabalhos futuros	181
7.1	Conclusões	181
7.2	Trabalhos futuros	182
	Referências bibliográficas	184
	Apêndice A: As principais configurações de vigas com aberturas na alma	192
	Apêndice B: :Subrotina SIGINI para incluir a tensão residual	201
	Apêndice C: Dimensões da viga casteladas tipo Litzka utilizada na modelagem numérica	204
	Apêndice D: Resultados das análises numéricas geradas na pesquisa	212
	Apêndice E: Modos de falha obtidos nas análises numéricas geradas na pesquisa	218
	Apêndice F: Figuras da distribuição de tensão obtidas no estudo de sensibilidade da imperfeição geométrica inicial	225

Lista de figuras

Figura 1 - Processo de fabricação da viga castelada.....	34
Figura 2 – Edificação construída com vigas casteladas do tipo Angelina™ [1].....	34
Figura 3 – Vista do andar de um edifício garagem com vigas casteladas [2]	35
Figura 4 - Vista do estacionamento do shopping Tijuca localizado na cidade do Rio de Janeiro, Brasil [3].....	35
Figura 5 - Relação proporcional para a viga castelada do tipo Litzka em relação ao perfil original h	36
Figura 6 - Primeiro modo de flambagem de uma barra axialmente comprimida com a formação de uma meia onda.....	44
Figura 7 - Modo de flambagem global à flexão de uma coluna de seção I.....	44
Figura 8 - Comportamento da seção transversal T em relação aos modos globais: flambagem torcional e flambagem por flexo-torção.....	46
Figura 9 - Curva de resistência considerando condição ideal e condição observada em experimentos considerando a influência da imperfeição e da tensão residual.....	48
Figura 10 - Curva de resistência presente na AISC como função da esbeltez reduzida.	49
Figura 11 - Placa sujeita a um carregamento de compressão na direção x.....	50

Figura 12 – Fator k de flambagem de placas comprimidas em função da razão largura e comprimento	51
Figura 13 - Representação da resistência pós-crítica em um elemento de placa esbelta.....	52
Figura 14 - Efeito da flambagem local em placas isoladas a) placas apoiada-apoiada e b) placas apoiada-livre.....	52
Figura 15 – Interação modal para perfil C, adaptado de Rondal [20]	54
Figura 16 – Classificação de interação, adaptado de Rondal [20]	55
Figura 17 – Acoplamento modal pórticos, adaptado de Rondal [20]	55
Figura 18 - Acoplamento modal viga coluna sujeita, adaptado de Rondal [20].....	56
Figura 19 – Acoplamento modal em torres de transmissão <i>laced columns</i> (flambagem global e flambagem local), adaptado de Rondal [20].....	56
Figura 20 - Deformação associada a (a) flambagem local de uma viga sujeita a flambagem devido a flexão e (b) modo de flambagem de uma viga sujeita a flambagem lateral torcional.....	57
Figura 21 - Classificação do comportamento a flexão de vigas de alma cheia de acordo com a norma AISC [16].....	58
Figura 22 – Representação esquemática do gráfico de resistência adimensional de vigas de alma cheia sujeitas a flexão para a) alma (FLA) e b) mesa (FLM).	59
Figura 23 – Placa retangular sobre a ação de tensão de cisalhamento	61

Figura 24 - Flambagem de um painel longo devido ao cisalhamento, adaptado de Timoshenko & Gere [17].....	61
Figura 25 - Viga de seção cheia com enrijecedores na alma	62
Figura 26 - Representação esquemática do gráfico de resistência adimensional de vigas de alma cheia sujeitas a falha por cisalhamento	63
Figura 27 - Terminologia adotada para o cálculo da força axial em vigas casteladas não mistas.....	64
Figura 28 – Modelagem numérica para a flambagem do montante da alma	69
Figura 29 – Cargas críticas de flambagem local P_{cr1} , flambagem distorcional P_{crd} , e carga de escoamento P_y , adaptado de AISI [29]	71
Figura 30 - Análise com placas discretas assumindo condição de apoio simplificada, adaptado de Oliveira [6]	74
Figura 31 – Análise de placas discretas assumindo uma restrição rotacional entre as placas adjacentes, adaptado de Oliveira [6].	75
Figura 32 – Coeficiente de flambagem para placas retangulares para várias configurações de condições de contorno das bordas [32]	77
Figura 33 - Representação da análise da seção completa para uma seção $tê$	79
Figura 34 – Valor mínimo de k para uma coluna de seção I carregada centralmente [33].....	79
Figura 35 – Modos de flambagem local de placas com furo, adaptado de Moen & Schafer [39].....	81

Figura 36 – Comparação dos modos de flambagem para placas com vários furos com espaçamento relativamente ao comprimento da placa.....	82
Figura 37 – Diagrama de corpo livre da seção da placa com furo, adaptado de Moen & Schafer [39].....	84
Figura 38 – Previsão da carga crítica local de uma placa simplesmente apoiada com um único furo, adaptado de Moen & Schafer [39].....	84
Figura 39 – Modo de flambagem local no furo de uma coluna de perfil C formado a frio, adaptado de Moen & Schafer [40]	86
Figura 40 – Guia para modelagem da seção transversal no CUFSM, adaptado de Moen & Schafer [40].....	86
Figura 41 – Comparação da carga crítica da flambagem local no furos (CUFSM e o ABAQUS), adaptado de Moen & Schafer [40].....	87
Figura 42 – Modos de flambagem global para colunas formadas a frio com furos: a) por flexão na menor inércia; b) por flexão-torção; c) por flambagem distorcional; adaptado de Moen & Schafer [40].....	88
Figura 43 - Comparação da previsão usando o Método da Resistência Direta para a flambagem global, em relação aos resultados numéricos considerando uma coluna com furo, adaptado de Moen & Schafer [41].....	89
Figura 44 - Comparação da previsão usando o Método da Resistência Direta para interação da flambagem local/ global, em relação aos resultados numéricos considerando uma coluna com furo, adaptado de Moen & Schafer [41].....	90
Figura 45 - Comparação da previsão usando o Método da Resistência Direta para flambagem distorcional, em relação aos	

resultados numéricos considerando uma coluna com furo, adaptado de Moen & Schafer [41].	91
Figura 46 - Imperfeições iniciais nas vigas casteladas.	92
Figura 47 - Deflexão da alma do montante da alma inicial e na falha de vigas casteladas sujeita a flambagem, adapto de Redwood & Demirdjian [43].	93
Figura 48 - Gradiente de distribuição das tensões residuais nas vigas de alma cheia, adaptado de [45].	94
Figura 49 - Comparação da tensão residual na direção axial na alma da viga castelada devido ao processo de fabricação da viga castelada.	95
Figura 50 - Comparação da tensão residual na direção axial na mesa da viga castelada durante o processo de fabricação.	95
Figura 51 – Modo de falha devido ao mecanismo de Vierendeel, observado experimentalmente no trabalho de Halleux [48]	96
Figura 52 - Esforços globais na região do furo.	97
Figura 53– Diagrama de momentos fletores típicos de uma viga Vierendeel	97
Figura 54 – Indicação dos esforços globais e locais ao redor da abertura.	98
Figura 55 - Gráfico de interação para a formação das rótulas plásticas no lado de menor momento LMS e lado de maior momento HMS, adaptado de Chung et al. [49].	99
Figura 56 - Curva de interação proposta para a abertura circular [49]	100

Figura 57 – Área de cisalhamento considerando uma parcela da seção do tê, adaptado do trabalho de Chung et al. [50].....	101
Figura 58 – Compatibilização das curvas de interação M-V de diferentes curvas a partir do parâmetro v , adaptado de Chung et al. [50].....	102
Figura 59 – Biela comprimida no montante da alma das vigas casteladas	103
Figura 60 – Comparação do comprimento das bielas comprimidas l definidas por a) Panedpojaman et al. [8] e b) Lawson et al. [55]......	105
Figura 61 – Comprimento efetivo l_{ef} no montante da alma de aberturas com cantos arredondados[57].....	106
Figura 62 – Representação do montante da alma como uma cunha, adaptado de Aglan & Redwood [23].....	107
Figura 63 – Gráfico relacionando o coeficiente de flambagem devido ao cisalhamento k versus d_0/e	108
Figura 64 – Falha devido a plastificação do tê, adaptado de Halleux [48]	109
Figura 65 - Modo de flambagem do tê da viga castelada Litzka sujeita a flexão pura [61]	110
Figura 66 – Distorção da alma para o perfil C210-3600, adaptado do trabalho de Zirakian & Showkati [64].....	112
Figura 67 – Modos de falha das vigas com aberturas hexagonais com cantos arredondados, adaptado de [57]	114
Figura 68 - Capacidade à flexão versus esbeltez para um conjunto de ensaios experimentais, adaptado de Schafer & Peköz [24]	116

Figura 69 – Comparação dos métodos (a) da Largura Efetiva e (b) da Resistência Direta para um perfil C sujeito a compressão em função da esbeltez da alma (h/t), adaptado de Schafer [12]	118
Figura 70 – Mapa de interação dos modos de falha nas vigas de alma cheia; flambagem local LCB; flambagem lateral LTB; flambagem da alma devido ao cisalhamento SHB [76]	121
Figura 71 – Mapa dos modos de falha nas vigas casteladas com a indicação das regiões de interações dos modos de falha formados por perfis da série comerciais de vigas de alma cheia, adaptado de Linhares [77].....	122
Figura 72 - Representação esquemática dos nove modelos considerando diferentes rigidezas relativas entre a mesa e a alma	130
Figura 73 - Variação da esbeltez generalizada da seção transversal com a variação da espessura da mesa e da alma, seguindo a proporção $\xi = t_{ftw} = 1,0$	131
Figura 74 - Condições de contorno e carregamento aplicados (U_x , U_y e U_z aplicados paralelos aos eixos X, Y e Z, respectivamente) ..	135
Figura 75 - Malha de elementos finitos adotada.....	136
Figura 76 – a) Modo de flambagem e b) curva de assinatura obtida pelo programa GBTul para uma seção I submetida a flexão pura	138
Figura 77 - Modo de flambagem e momento crítico obtida pelo programa Abaqus para uma seção I submetida a flexão pura	138
Figura 78 - Forma e amplitude da imperfeição geométrica inicial consideradas nos modelos.....	141
Figura 79 – Análise de sensibilidade da magnitude da imperfeição inicial, ID viga = 13	143

Figura 80 – Análise de sensibilidade da magnitude da imperfeição inicial ID viga = 60	143
Figura 81 - Fluxograma das análises necessárias para obtenção dos parâmetros da esbeltez generalizada e do parâmetro de carga.....	145
Figura 82 - Análise de sensibilidade da malha de elementos finitos; comparação da carga crítica.	146
Figura 83 - Análise de sensibilidade da malha de elementos finitos; comparação do deslocamento vertical.	147
Figura 84 - Setup do ensaio experimental de Redwood & Demirdjian [43].....	149
Figura 85 – Comparação do (a) gráfico carga vs deslocamento lateral do modelo numérico e do ensaio experimental de Redwood & Demirdjian [43] e (b) indicação do modo de falha devido a flambagem do montante da alma obtido no modelo numérico.....	149
Figura 86 - Setup do ensaio experimental de D'Mello [56]	150
Figura 87 - Comparação do gráfico (a) carga vs deslocamento vertical do modelo numérico com o obtido no ensaio experimental de D'Mello [56] e (b) representação do modo de falha devido a flambagem do montante da alma no modelo numérico.....	150
Figura 88 – Dimensões das vigas com uma abertura analisadas experimentalmente (todas as dimensões em mm).....	152
Figura 89 – Comparação dos resultados dos modelos numéricos e dos ensaios experimentais obtidos por Redwood & McCutcheon [87] ...	153
Figura 90 - Modos de flambagem para as seções analisadas.	155
Figura 91 - Modos de flambagem obtidos na análise paramétrica: a) FMA para a viga 46 ($\beta = 5,5$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,0$); b) FT para a	

viga 56 ($\beta = 5,5$, $\eta = 1,0$, e $\xi = 1,0$); c) FMA para a viga 33 ($\beta = 3,0$, $\eta = 1,0$, $\xi = 1,8$).....	156
Figura 92 - Modos de falha para as seções analisadas.	157
Figura 93 – Modos de falha devido a plastificação obtido a partir de análises não lineares do material: a) PT para a viga 111 ($\beta = 8,5$, $\eta = 2,0$, $\xi = 1,4$); b) MV para a viga 13 ($\beta = 3,0$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,0$).....	158
Figura 94 – Gráfico típico dos modos de falha $K_p\beta/(\eta\xi) \times \lambda$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3$ versus λ	159
Figura 95 – Modos de falha típicos obtidos a partir da análise não linear completa para $\beta = 3,0$: a) MV para a viga 35 ($\lambda = 0,6$, $\eta = 1,0$, $\xi = 1,8$); b) MV + FMA para a viga 24 ($\lambda = 0,95$, $\eta = 2$, $\xi = 1,4$); c) FMA para a viga 42 ($\lambda = 1,98$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,8$).....	161
Figura 96 – Modos de falha típicos para a análise não linear para $\beta > 3,0$: a) PT para a viga 95 ($\lambda = 0,45$, $K_p\beta/\eta\xi = 2,83$); b) FT para a viga 97 ($\lambda = 1,70$, $K_b\beta\eta/\xi^3 = 1,42$)	162
Figura 97 – Acoplamento dos modos de falha obtidos na análise não linear completa: a) PT + MV para a viga 135 ($\lambda = 0,57$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,52$); b) PT + FT para a viga 119 ($\lambda = 0,86$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,67$); c) FT + FMA para a viga 156 ($\lambda = 1,98$, $K_b\beta\eta/\xi^3 = 0,64$).	164
Figura 98 – Mapa típico $K_p\beta/(\eta\xi)$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3$ versus λ	165
Figura 99 - Curva típica carga x deslocamento vertical normalizado para as vigas casteladas $\beta = 3$, MV para a viga 35 ($\lambda = 0,6$, $\eta = 1,0$, $\xi = 1,8$), MV+FMA para viga 24 ($\lambda = 0,95$, $\eta = 2$, $\xi = 1,4$) e FMA para a viga 42 ($\lambda = 1,98$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,8$).....	166
Figura 100 – Curva típica carga x deslocamento vertical normalizado para as vigas casteladas $\beta > 3$, PT pra a viga 95 ($\lambda = 0,45$, $K_p\beta/\eta\xi = 2,83$) e FT para a viga 97 ($\lambda = 1,7$, $K_b\beta\eta/\xi^3 = 1,42$).....	167

- Figura 101 – Curva típica carga x deslocamento vertical normalizado para as vigas casteladas $\beta > 3$, PT+MV para a viga 135 ($\lambda = 0,57$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,52$), FT+FMA para a viga 156 ($\lambda = 1,98$, $K_b\beta\eta/\xi^3 = 0,64$) e PT+FT para a viga 119 ($\lambda = 0,86$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,67$) 168
- Figura 102 – Acompanhamento das tensões de Von Mises ao longo da curva carga deslocamento para os modos MV, MV+FMA e FMA 170
- Figura 103 - Acompanhamento das tensões de Von Mises ao longo da curva carga deslocamento para os modos FT e PT..... 171
- Figura 104 - Acompanhamento das tensões de Von Mises ao longo da curva carga deslocamento para os modos PT+MV, FT+FMA e PT+FT. 172
- Figura 105 - Resistência normalizada χ , variando de 0,2 até 1,0, para as vigas representadas no mapa $K_p\beta/\eta\xi \times \lambda$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3$ 175
- Figura 106 – Equação proposta para a curva de resistência obtida a partir do gráfico da resistência normalizada χ versus esbeltez generalizada λ ; a) vigas “curtas”; b) “longas”. 175
- Figura 107 – Reta correspondente ao limite inferior dos dados do modelo numérico a partir dos dados linearizados em um gráfico no domínio logarítmico na base 10 176
- Figura 108 – Comparação do *Design Guide* (DG) com os resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) e a Eq. (92). 178
- Figura 109 – Comparação dos resultados do Método dos Elementos Finitos para os modos (PT, MV, PT+MV e MV+FMA) com a envoltória considerando a interação dos esforços axiais e de flexão nos tês..... 179
- Figura 110 – Comparação dos resultados do Método dos Elementos Finitos para os modos (FT, FT+FMA e PT+FT) com a envoltória considerando a interação dos esforços axiais e de flexão nos tês..... 180

Figura 111 - Processo de fabricação das vigas celulares	191
Figura 112 - Abertura retangular isolada utilizada para passagem de tubulação [7].....	192
Figura 113 - Vigas celulares com aberturas alongadas [89]	193
Figura 114 – Fechamento das aberturas nos apoios [42]	194
Figura 115 – Processo de fabricação das vigas expandidas	195
Figura 116 - Vigas casteladas expandidas com aberturas octogonais Al-Thabhawee & Mohammed [90]	195
Figura 117 – Viga com contos arredondados, adaptado de Ma [10].	196
Figura 118 - Processo de fabricação da viga Angelina™ [42].....	197
Figura 119 - Viga Angelina™ [42]	197
Figura 120 - Geometria da viga elíptica, adaptado de Tsavdaridis & D'Mello [52]	198
Figura 121 – Representação esquemática da viga Vierendeel e de uma treliça rotulada com diagonais.....	198
Figura 122 – Vista da ponte Pabellón [91] que consiste em uma viga Vierendeel, mostrando a vantagem da ausência dos montantes diagonais atrapalhando a vista interna.....	199

Lista de tabelas

Tabela 1 – Proposta para classificação do membro feita por Shokouhian & Shi [69].....	120
Tabela 2 - Dimensões das vigas casteladas consideradas no estudo paramétrico – casos bases.....	132
Tabela 3 – Análise de sensibilidade da imperfeição geométrica inicial ..	142
Tabela 4 - Número de elementos em cada um dos tipos de malhas analisadas	146
Tabela 5 - Validação do modelo numéricos com os resultados experimentais obtidos nos trabalhos de Redwood & Demirdjian [43] e D'Mello [56]	148
Tabela 6 – Propriedades dos matérias obtidas do ensaio de Redwood & McCutcheon [87].....	152
Tabela 7– Validação do modelo numérico com os resultados experimentais obtidos por Redwood & McCutcheon [87].....	152

Lista de Símbolos

S: Distância entre centros de duas aberturas

α : Ângulo da abertura Litzka

H: Altura total da viga castelada

h: Altura da abertura da viga castelada

L: Comprimento do vão da viga castelada

r: Raio nas aberturas de canto arredondado

R: Raio das aberturas elípticas

θ : Ângulo da abertura da viga elíptica

b_f : Largura da mesa da viga castelada

b_w : Altura da perna do te

t_f : Espessura da mesa

t_w : Espessura da alma

η : razão das larguras da mesa e da alma

ζ : razão das espessuras da mesa e da alma

d_0 : Altura da abertura da viga celular

a: Braço de alavanca do carregamento da viga

l_h : Comprimento crítico do te

P: carregamento axial de compressão

l: Comprimento da coluna biapoiada

P_{cr} : Carga crítica

M: Momento atuante

V: Cortante atuante

E: Módulo de elasticidade

G: Módulo de cisalhamento

J: Constante de torção

(N_y e N_z): Carga crítica de Euler nas direções y e z

σ_{cr} : Tensão crítica

r_0 : Raio polar de giração em torno do centro de cisalhamento

(x_0 e y_0): Coordenadas do centro de cisalhamento

I: Momento de inércia

L_0 : Comprimento efetivo flambagem local

L_z : Comprimento efetivo flambagem lateral

ρ : raio de giração

A: Área

C_w : Constante de empenamento

D: Rigidez a flexão de placas

λ : Esbeltez generalizada

λ_0 : Índice de esbeltez generalizada

χ : Parâmetro de carga

f_c : Resistência à compressão

f_y : Tensão de escoamento

P: Carregamento atuante

P_s : Força axial solicitante

P_r : Força axial resistente

M_y : Momento de escoamento

M_{pl} : Momento de plastificação

M_{vs} : Momento de Vierendeel solicitante

M_r : Momento resistente

M_v : Momento de Vierendeel

V_s : Cortante solicitante

e: Comprimento efetivo da abertura da viga castelada

K: Fator relativo à condição de contorno

S: Módulo elástico da seção transversal

λ_{pf} : Limite de esbeltez da mesa para seção compacta

λ_{rf} : Limite de esbeltez da mesa para seção semicompacta

M_n : Momento nominal

F_{te} : Capacidade à flambagem do tê seção semicompacta

F_{alma} : Capacidade à flambagem da alma do tê seção semicompacta

F_{cr} : Carga crítica de flambagem do tê

Q: Fator de forma

Q_s : Fator de forma para os elementos apoiados-livres

Q_a : Fator de forma para os elementos apoiados-apoiados

σ : Capacidade à compressão considerando o fator de forma Q

k_c : Fator de contribuição da rigidez da alma na flambagem da mesa

d : Distância entre centroides dos tês superior e inferior

\bar{b} : Projeção horizontal do corte inclinado da abertura

M_0 : Momento que leva a flambagem do montante da alma

P_{ne} : Capacidade nominal de flambagem global

P_{nl} : Capacidade nominal de flambagem local

P_{nd} : Capacidade nominal de flambagem distorcional

P_n : Capacidade nominal à compressão

P_{cre} : Carga crítica de flambagem global

P_{crl} : Carga crítica de flambagem local

P_{cra} : Carga crítica de flambagem distorcional

P_y : Carga referente a tensão de escoamento

P_{yliq} : Carga referente a tensão de escoamento na seção do furo

λ_c : Esbeltez relativa ao estado limite de flambagem global

λ_l : Esbeltez relativa ao estado limite de flambagem local/global

λ_d : Esbeltez relativa ao estado limite de flambagem distorcional

λ_{d1} : Limite de esbeltez relativa ao início do escoamento para o estado limite de flambagem distorcional para uma seção com furo

λ_{d2} : Limite de esbeltez relativa a flambagem inelástica para o estado limite de flambagem distorcional para uma seção com furo

P_2 : Carga referente ao início da flambagem inelástica para o estado limite de flambagem distorcional para uma seção com furo

T: Imperfeição do alinhamento das duas metades da viga castelada

f: Imperfeição da falta de planicidade da viga castelada

σ_{res} : Tensão residual

\bar{y} : Coordenada vertical do centroide

b: Largura para classificação do elemento de placa

t: Espessura para classificação do elemento de placa

b_e : Largura efetiva

N: Esforço normal de flexão

V_{sd} : Esforço cortante solicitante

$V_{0,Rd}$: Esforço cortante resistente de uma seção com aberturas

M_s : Momento solicitante

$M_{0,Rd}$: Momento resistente para uma seção com abertura

\bar{v} : Parâmetro acoplamento da capacidade ao cisalhamento

k: Coeficiente de flambagem elástica de placas

w: Campo de deslocamento assumido para a flambagem de placa

C: comprimento de meia onda

ϕ : Ângulo de rotação entre os elementos da mesa e da alma na flambagem

L_{furo} : Comprimento do furo

h_{furo} : Altura do furo

δ_{furo} : Imperfeição do furo em relação ao eixo da placa

b_c : Largura do furo

h_c : Altura da alma do perfil formado a frio

P_{teste} : Capacidade à compressão obtida em ensaios ou numericamente

\bar{k} : Coeficiente do comprimento efetivo

l_{ef} : Comprimento efetivo da coluna

s_0 : Largura do montante da alma

S' : Largura do montante da alma descontando a parte côncava da viga com cantos arredondados

V_h : Cortante horizontal na solda

$\sigma_{cr,w}$: Tensão crítica de flambagem elástica na alma

$\sigma_{cr,f}$: Tensão crítica de flambagem elástica na mesa

λ_{LT} : Esbeltez lateral

λ_{LC} : Esbeltez local

λ_G : Esbeltez generalizada

λ_f : Esbeltez da mesa

λ_w : Esbeltez da alma

λ_{f1} : Limite de esbeltez para mesa classe 1

λ_{w1} : Limite de esbeltez para alma classe 1

P_p : Carregamento plástico

P_u : Carga última

β : razão entre o braço de alavanca e altura total da viga

k_f : coeficiente de flambagem elástica da mesa

M_{cr} : momento crítico de flambagem elástica

$\bar{\alpha}$: coeficiente de variação do módulo elástico

k_w : coeficiente de flambagem elástica da alma

V_{cr} : cortante crítico

K_b : Coeficiente que relaciona os fenômenos não lineares na flambagem

K_p : Coeficiente que relaciona fenômenos não lineares na plastificação

Z : módulo plástico da seção transversal

ν : coeficiente de Poisson

N : esforço axial

K_p : coeficiente determinado empiricamente para a carga de plastificação

K_b : coeficiente determinado empiricamente para a carga de flambagem

p : expoente da equação potencial

c : coeficiente de proporcionalidade da equação potencial

Abreviaturas

AISC: American Institute of steel construction

AISI: American Iron and Steel Institute

EC3: Eurocode 3

LMS: Lado de menor momento

HMS: Lados de maior momento

LCB: Flambagem local

LTB: Flambagem lateral com torção

SHB: Flambagem da alma por cisalhamento

MV: Mecanismo de Vierendeel

PT: Plastificação do tê

FT: Flambagem do tê

FMA: Flambagem do montante da alma

MRD: Método da resistência direta

MEF: Método dos elementos finitos

cFSM: *constrained finite strip method*

GBT: *generalized beam theory*

1. Introdução

1.1 Introdução

O processo de fabricação das vigas casteladas consiste no recorte da alma em duas metades com um formato em zigue-zague e posterior soldagem das duas metades formando uma estrutura única com aberturas ao longo do comprimento, conforme mostrado na Figura 1. Ao final do processo de soldagem, a seção transversal apresenta um ganho de altura útil, cerca de 50 % maior do que a altura da seção original, e aberturas ao longo do comprimento. Desse modo, há um ganho de momento de inércia e, conseqüentemente, um ganho de capacidade à flexão, conservando o mesmo peso da viga original. Aliado ao contínuo avanço dos processos de automatização na fabricação, os custos atrelados ao processo de fabricação das vigas casteladas tendem a diminuir com o tempo. As vigas casteladas já são uma realidade, sendo utilizadas principalmente em estruturas que demandam grandes vãos, uma vez que os deslocamentos estão inversamente relacionados com o momento de inércia, proporcionando deslocamentos menores. A Figura 2 mostra um exemplo de uma edificação construída com vigas casteladas e a Figura 3 uma aplicação de vigas casteladas em edifícios garagem. No Brasil, as vigas casteladas também são utilizadas, como por exemplo no estacionamento do shopping tijuca na cidade do Rio de Janeiro, conforme mostrado na Figura 4. Além das vantagens estruturais, as aberturas ao longo da alma também são utilizadas para a passagem de tubulações de serviço, que podem propiciar uma otimização da altura útil entre a laje e o forro.

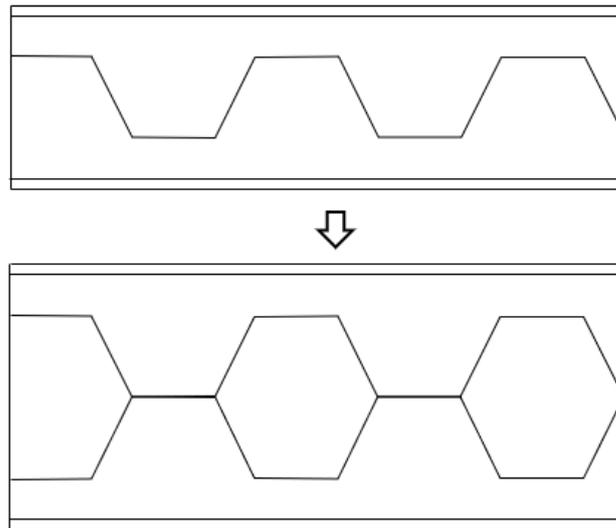


Figura 1 - Processo de fabricação da viga castelada.



Figura 2 – Edificação construída com vigas casteladas do tipo Angelina™ [1]



Figura 3 – Vista do andar de um edifício garagem com vigas casteladas [2]



Figura 4 - Vista do estacionamento do shopping Tijuca localizado na cidade do Rio de Janeiro, Brasil [3]

Nas vigas casteladas, a região do t \hat{e} é usada para referir-se à seção transversal acima e abaixo do furo e a região do montante da alma (*web-post*) para referir-se a

seção transversal entre aberturas adjacentes, conforme indicado na Figura 5, onde L é o comprimento da viga, t_f é a espessura da mesa, t_w a espessura da alma, b_f a largura da mesa e b_w a largura da alma. A viga castelada tipo Peiner-Schnittführung, mais conhecida como viga Litzka, refere-se a uma viga castelada com geometria do furo pré-definida e é a que tem seu uso mais estendido [4]. É um modelo tradicionalmente usado na Europa e possui as seguintes características: a altura da viga do H , equivale a 1,5 vezes a altura do perfil original e a altura da abertura h é igual a altura do perfil original. O passo, S , das aberturas em vigas casteladas é uma referência à distância entre duas aberturas adjacentes e, no caso das vigas Litzka, é igual a 1,5 da altura do perfil original. O trecho de solda, e , entre as aberturas e o trecho reto acima da abertura, l_h , são equivalentes à metade da altura do perfil original. O ângulo da abertura α é tal que $\text{tg}(\alpha) = 2$, correspondente a um ângulo de $63,4^\circ$, conforme mostrado na Figura 5.

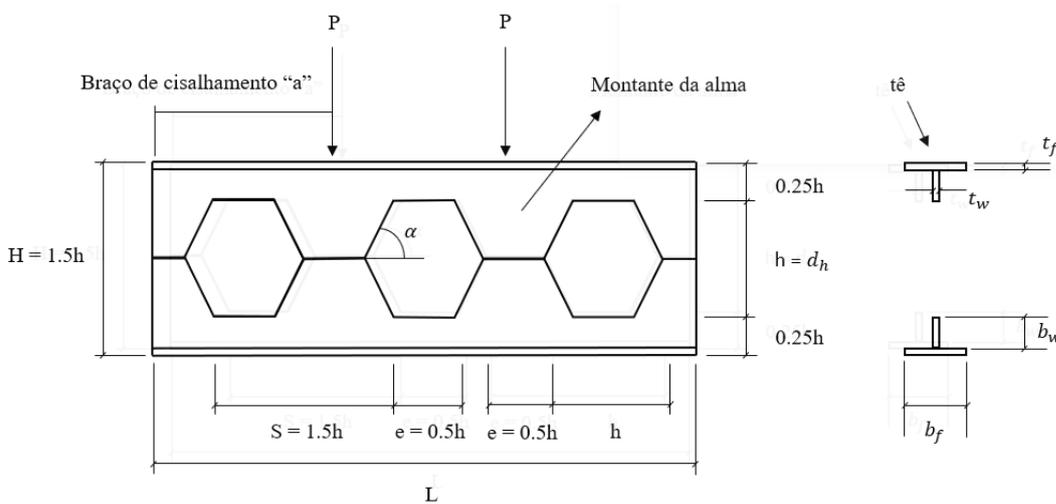


Figura 5 - Relação proporcional para a viga castelada do tipo Litzka em relação ao perfil original h

O Apêndice A apresenta informações adicionais sobre vigas com aberturas, por exemplo; as vigas celulares, viga Angelina™, viga expandida e outras. O apêndice mostra quando um determinado tipo de geometria da abertura é mais

vantajoso em relação aos demais, considerando diferentes aspectos, tais como: influência da concentração de tensão, processos de fabricação (com menor perda de material) e utilização dos espaços das aberturas para a passagem de tubulações de serviço.

1.2 Motivação

De acordo com Kerdal & Nethercot [5], os modos de falha das vigas casteladas estão associados à flambagem do montante da alma, formação do mecanismo de Vierendeel, plastificação da seção líquida – formada por tês – e flambagem lateral com torção. Mais recentemente, a flambagem do tê na zona comprimida também tem aparecido como um dos modos de falha relevantes a serem considerados [6]. No recentemente lançado manual de vigas casteladas da AISC [7], uma analogia com a viga Vierendeel é adotada para o dimensionamento de viga casteladas. As cordas dos tês acima e abaixo da abertura são consideradas como membros isolados e devem ser verificadas como membros sujeitos a combinação de ações axiais e de flexão locais, que surgem como consequência do momento e do cortante globais, respectivamente. Este processo permite a consideração da interação entre o mecanismo de Vierendeel, plastificação do tê e flambagem do tê de modo simplificado. Contudo, destaca-se que i) a equação adotada na norma para calcular a carga crítica de flambagem não considera adequadamente a interação entre as placas que compõem a seção transversal; ii) a seção do tê sujeita a flambagem torcional pode exibir resistência pós-crítica significativa e desconsiderar esse efeito pode tornar o dimensionamento demasiadamente conservador – o montante da alma também é considerado como um membro isolado e sua capacidade resistente a flexão é determinada sem considerar a restrição provocada pelo tê [8]; e iii) pode ocorrer uma interação entre diferentes modos de falha nas vigas casteladas, resultando em redução da capacidade resistente. Como exemplo, pode-se citar recente investigação sobre interação entre os modos de flambagem lateral com torção e distorcional [9], em que foi constatado que esse acoplamento pode provocar uma redução considerável da capacidade resistente quando comparada com a previsão pela norma Australiana.

Também pode ocorrer o acoplamento entre o mecanismo de Vierendeel e flambagem do momento da alma [10]. Em resumo, embora a analogia com a viga Vierendeel seja bem aceita pelos engenheiros para representação da viga castelada, a metodologia simplificada de dimensionamento considerando os esforços locais nas barras constituintes do sistema reticulado equivalente não é capaz de capturar os fenômenos complexos descritos anteriormente. Por outro lado, simulações numéricas considerando imperfeições geométricas e não-linearidade do material constituem boa alternativa para investigação do comportamento desses elementos.

1.3 Objetivo

No contexto discutido na seção anterior, o objetivo global da pesquisa consiste no desenvolvimento de uma metodologia de projeto que permita a consideração de diferentes fenômenos passíveis de ocorrência em uma viga castelada, a partir de resultados obtidos por análises não lineares completas por elementos finitos. Desde que essas equações sejam simples para a aplicação prática e não sejam demasiadamente conservadoras, elas podem ser utilizadas na prática da engenharia. Um método bem sucedido utilizado para perfis de aço formados a frio é o Método da Resistência Direta (*Direct Strength Method*) atualmente disponível no apêndice 1 da norma americana AISI (*American iron and steel institute*) [11]. De acordo com Schafer [12], o método permite a incorporação de fenômenos complexos, por exemplo, o acoplamento entre modos de falha, compatibilidade entre os elementos constituintes da seção transversal e a resistência pós-crítica em uma equação simples e eficiente. No Método da Resistência Direta, uma esbeltez não dimensional é calculada para cada modo de flambagem baseada na carga crítica e na carga de plastificação ou início de escoamento, ao invés da utilização das propriedades geométricas isoladas da mesa e da alma, isto é, razão largura e espessura. Em seguida, equações empíricas são usadas para determinar a capacidade dos membros. Esse método mostrou-se mais preciso que o Método da Largura Efetiva utilizado nos principais manuais de dimensionamento de estruturas metálicas AISC [11] e *Eurocode 3* [13]. No método da Resistência Direta, a carga crítica deve ser calculada externamente a partir de softwares específicos ou por

equações analíticas. Nesse trabalho foi utilizado o método dos elementos finitos através do software Abaqus™ [14] para determinação da carga crítica de flambagem elástica, carga de plastificação e também para as análises não lineares para determinar a carga última.

Alguns dos objetivos específicos do presente trabalho são:

- Desenvolver um modelo numérico tridimensional capaz de representar o comportamento não linear de uma viga castelada;
- Utilizar o conceito de esbeltez não dimensional similar ao do Método da Resistência Direta para analisar o comportamento desses elementos estruturais para diferentes esbeltezas;
- Analisar a influência da relação momento-cortante no comportamento de vigas casteladas;
- Analisar a influência da relação entre os elementos constituintes da seção transversal (mesa e alma) e do membro (tês e montante da alma) no comportamento global das vigas casteladas;
- Analisar a influência das interações entre diferentes modos de falha das vigas casteladas;
- Analisar a influência da resistência pós-crítica nos modos de flambagem das vigas casteladas;
- Desenvolver uma equação, utilizando o conceito do Método da Resistência Direta, para as vigas casteladas que consideram os comportamentos listados acima;

Os resultados encontrados neste trabalho para atender aos objetivos listados acima encontram-se publicados em uma revista internacional [15].

1.4 Escopo do trabalho

O presente trabalho é limitado em analisar as vigas casteladas do tipo Litzka contidas lateralmente de forma contínua ao longo de todo o seu comprimento. As vigas são não-mistas, e estão sujeitas a flexão em quatro pontos e simplesmente

apoiadas nos extremos. Os resultados obtidos nesse trabalho foram obtidos a partir de análises numéricas realizadas através do software Abaqus™ [14].

1.5

Estrutura do trabalho

No presente capítulo são abordados, de forma sucinta, o conteúdo, a motivação, e os objetivos da pesquisa.

No capítulo 2 são apresenta os conceitos básicos para a elaboração do trabalho mostrando as principais hipóteses de dimensionamento à compressão, flexão e cisalhamento de vigas de aço, dimensionamento de vigas casteladas e do dimensionamento utilizando o Método da Resistência Direta.

No capítulo 3 é apresentada a uma revisão bibliográfica sobre a influência da interação entre os elementos constituintes da seção transversal (mesa e alma) na flambagem elástica e na capacidade de colunas com e sem furos. Em seguida, foram mostrados os mecanismos envolvidos nos principais modos de falha das vigas casteladas. Por último, foram aprofundadas as discussões sobre os trabalhos relacionados a interação entre modos de falha.

No capítulo 4 foi apresentado o conceito de esbeltez generalizada, inspirada na esbeltez do Método da Resistência Direta, para analisar o comportamento da viga castelada para esbeltezas pequenas, intermediárias e grandes (isto é, algo similar a classificação de classes em compacta, semi-compacta e esbelta presente na AISC). Nessa seção também foi feita uma dedução do parâmetro semi-analítico para classificação dos comportamentos das vigas casteladas em curta e longas, com bases em parâmetros adimensionais da geometria da viga castelada e da relação momento cortante. Por último, foi definida uma metodologia utilizando parâmetros não dimensionais da seção transversal que foram utilizados como os parâmetros de controle da análise paramétrica.

No capítulo 5 foram apresentadas as considerações sobre a modelagem numérica das vigas casteladas. As condições de contorno, carregamento, validação

da malha de elementos finitos. Esta seção também contém a validação do modelo numérico frente a dois ensaios experimentais.

No capítulo 6 foram apresentados os resultados da análise paramétrica apresentada no capítulo 4. Foi mostrado que os resultados das análises de flambagem elástica e da análise não linear do material poderiam ser descritos pelos parâmetros deduzidos no capítulo 4. Depois, foi mostrado que a partir dos parâmetros adimensionais definidos no capítulo 4 e pela esbeltez generalizada, foi possível classificar os modos de falha em regiões bem delimitadas. Por último, foram propostas duas equações simples do tipo Winter para representar o comportamento das vigas casteladas curtas e longas.

No capítulo 7 foram apresentadas as conclusões obtidas a partir dos resultados apresentados nos capítulos anteriores. Neste capítulo, também são apresentadas recomendações para melhoria do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2. **Conceitos básicos**

Este Capítulo apresenta os conceitos básicos utilizados ao longo da pesquisa, consistindo numa revisão dos fundamentos relacionados à teoria da estabilidade importantes para a compreensão do comportamento de vigas e colunas dominadas pela flambagem.

2.1 **Conceitos Básicos**

2.2 **Conceitos básicos sobre membros comprimidos**

É importante relembrar os conceitos gerais de instabilidade de colunas, pois eles servem como base dos principais métodos de dimensionamento contidos nos manuais de dimensionamento de elementos com seções de alma cheia [13, 16] e que por sua vez subsidiam o manual de vigas casteladas [7].

2.3 **Flambagem global**

Uma coluna de comprimento l sujeita a uma força axial de compressão P , aplicada idealmente no centro de uma coluna perfeitamente reta está sujeita a flambagem global conforme mostrado na Figura 6. A solução para esse problema pode ser obtida a partir solução da equação diferencial mostrada na Eq. (1), onde E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia. A solução dessa equação diferencial para uma coluna biapoada, considerando o primeiro modo de

flambagem é mostrada na Eq. (2). À medida que a força P se aproxima da força de compressão dada pela Eq. (2), qualquer perturbação lateral vai produzir uma considerável deflexão lateral. Este valor limite para a carga de compressão é chamado de carga crítica e é denominado como P_{cr} [17]. Considerando-se o caso da coluna mostrada na Figura 6, o material da coluna é assumido como sendo perfeitamente elástica e a tensão não ultrapassando a tensão de escoamento f_y . Se a carga P for menor do que a carga crítica, a barra permanece reta e está sujeita apenas a carregamentos axiais. Esta forma reta de equilíbrio é estável, o que significa que se uma força lateral é aplicada e uma pequena deformação é produzida, a deflexão desaparece quando o carregamento lateral é removido e a barra retorna a sua forma reta. Se P é gradualmente aumentado, uma condição é atingida em que a forma reta de equilíbrio torna-se instável e uma pequena força lateral vai produzir uma deflexão que não desaparece quando a força lateral é removida. A carga crítica está associada à formação de uma meia onda, porém dependendo do número maior de ondas formadas, a carga associada ao modo aumenta substancialmente.

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (2)$$

Considerando a coluna perfeitamente reta com dupla simetria em x e y e livre para flambar em qualquer das direções. O modo de flambagem pode ser representado pela Figura 7, onde a direção y apresenta o menor momento de inércia, e, conseqüentemente o menor valor de EI_y . Caso a coluna estivesse restringida de tal modo que a flambagem fosse possível de ocorrer somente em uma direção, então EI , representaria a rigidez à flexão nesse plano.

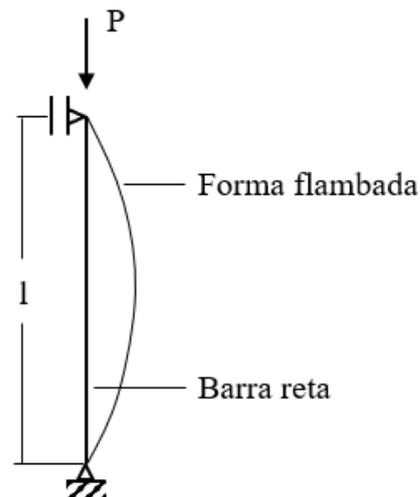


Figura 6 - Primeiro modo de flambagem de uma barra axialmente comprimida com a formação de uma meia onda.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1613091/CA

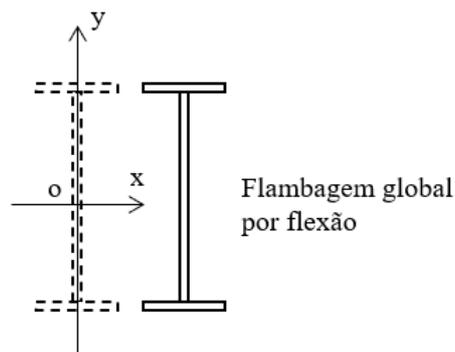


Figura 7 - Modo de flambagem global à flexão de uma coluna de seção I

A carga crítica associada ao modo de flambagem global por flexão é chamada também de carga crítica de Euler, N_{cr} , e é definida conforme Eq. (3), onde $L_{0,y}$ é o comprimento efetivo na referida direção. O comprimento efetivo depende das condições de contorno da coluna, que, para uma coluna biapoiada, é igual ao seu próprio comprimento.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_{0,y}^2} \quad (3)$$

Para fins de projeto, é mais conveniente referir-se à tensão crítica σ_{cr} ao invés da carga crítica, sendo a expressão da tensão crítica definida conforme Eq. (4), sendo λ a esbeltez do membro comprimido $\lambda = L_0/\rho$, onde ρ é igual ao raio de giração $\rho = \sqrt{I_y/A}$ e A é a área bruta da seção.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (4)$$

2.4

Flambagem torcional e flambagem por flexo-torção

Os membros comprimidos com seção transversal I geralmente são mais suscetíveis a flambagem por flexão, contudo seções t \hat{e} são geralmente sensíveis a flambagem torcional, devido à sua baixa rigidez à torção. Esse modo é caracterizado pela rotação de torção da seção em relação ao centro de cisalhamento, que nesse caso, coincide com o ponto de interseção da mesa com a alma do t \hat{e} . No entanto, para esse tipo de seção, o centro de cisalhamento não coincide com o centro geométrico e, portanto, a torção é acompanhada por flexão, no modo conhecido como flambagem por flexo-torção. O modo de flambagem por flexo-torção ocorre para perfis que não estejam travados ao longo do comprimento nas direções x e y , e caso a coluna esteja travada, ocorre a flambagem torcional, conforme mostrado na Figura 8. A equação da tensão crítica para a flambagem torcional é definida conforme Eq. (5) para seções com dupla simetria, sendo E o módulo de elasticidade, C_w a constante de empenamento, L_z o comprimento crítico, G o módulo de cisalhamento, J a constante de torção, A é a área bruta da seção e r_o o raio polar de giração em torno do centro de cisalhamento, definido conforme Eq. (6), onde I_x é o eixo de inércia na direção x e I_y é o eixo de inércia na direção y , sendo os eixos x e y indicados na Figura 8 e x_0 e y_0 são as coordenadas do centro de cisalhamento em relação ao centroide.

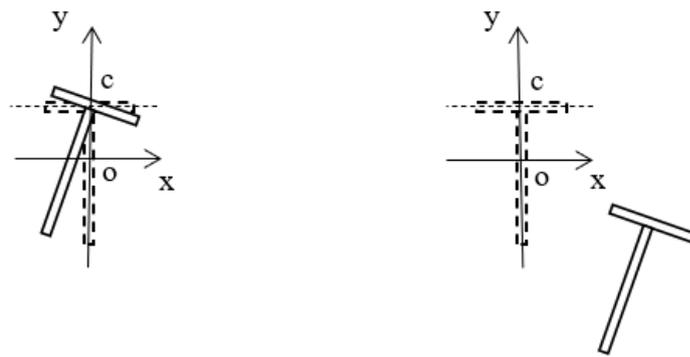
$$N_z = \left(\frac{\pi^2 E C_w}{L_z^2} + GJ \right) \frac{1}{A r_0^2} \quad (5)$$

$$\bar{r}_0 = x_0^2 + y_0^2 + \frac{(I_x + I_y)}{A} \quad (6)$$

Para seções com apenas um eixo de simetria, a tensão crítica de flambagem por flexo-torção é descrita pela Eq. (7), onde N_y é a carga crítica de flambagem global (conforme definido pela Eq. (4)), N_z é a carga crítica de flexo-torção (conforme definido pela Eq. (5)) e \bar{H} conforme definido pela Eq. (8), onde x_0 e y_0 são as coordenadas do centro de cisalhamento em relação ao centroide e r_0 é o raio polar de giração em torno do centro de cisalhamento, definido conforme Eq. (6).

$$N_z = \frac{(N_y + N_z)}{2\bar{H}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4N_y N_z \bar{H}}{(N_e + N_z)^2}} \right] \quad (7)$$

$$\bar{H} = 1 - \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{r_0^2} \quad (8)$$



Flambagem torcional

Flambagem por flexo torção

Figura 8 - Comportamento da seção transversal T em relação aos modos globais: flambagem torcional e flambagem por flexo-torção

2.5 Estabilidade de colunas

Foi assumido nas discussões anteriores que os elementos eram muito esbeltos, portanto, a flambagem permanece dentro do limite de proporcionalidade do material. Somente nessas condições as equações anteriores para a carga crítica são válidas. Para estabelecer um limite de aplicação para essas fórmulas, foi considerado um caso fundamental de uma barra comprimida, conforme mostrado na Figura 9. Dividindo-se a carga crítica da Eq. (2) pela área da seção transversal A e deixando-se $r = \sqrt{I/A}$, onde r representa o raio de giração. A tensão crítica σ_{cr} à compressão pode ser determinada conforme a Eq. (9). Por exemplo, para um elemento estrutural de aço com limite de proporcionalidade de 345 MPa. Se $l/r > 1$, a tensão crítica para a barra com esse material pode ser calculada conforme Eq. (9). Caso, $l/r \leq 1,0$, a tensão de compressão do elemento atinge o limite de escoamento antes da flambagem ocorrer, e, portanto, a Eq. (9) não pode ser usada. A Eq. (9), pode ser representada graficamente pela curva ACB, conforme mostrado na Figura 9, onde a tensão crítica é plotada em função de l/r . A curva se aproxima do eixo horizontal assintoticamente, e a tensão crítica próxima de zero à medida que l/r aumenta. A curva também é assintótica no eixo vertical, representado pela tensão última f_u , mas é aplicável nessa região somente enquanto a tensão crítica permanece abaixo do limite de proporcionalidade do material. A curva é plotada para o membro estrutural mencionado anteriormente, sendo o ponto C correspondente ao limite de proporcionalidade de 345 MPa. Portanto, somente a parte BC da curva pode ser usada. Desse modo, para $l/r \leq 1,0$, a tensão última f_y é representada pela reta DC, que equivale a tensão de escoamento do material. Portanto, a curva DCB representa a resistência da coluna para qualquer valor de l/r , sendo na literatura designada como situação perfeita. As curvas obtidas experimentalmente, incluem o efeito da tensão residual e das imperfeições geométricas que têm grande influência na resistência. Desse modo, o comportamento da curva de resistência da coluna é diferente da situação perfeita, conforme indicado esquematicamente na Figura 9. Pode-se observar a redução da

capacidade resistente das colunas à medida que as amplitudes de imperfeições e valores de tensões residuais aumentam.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(l/r)^2} \tag{9}$$

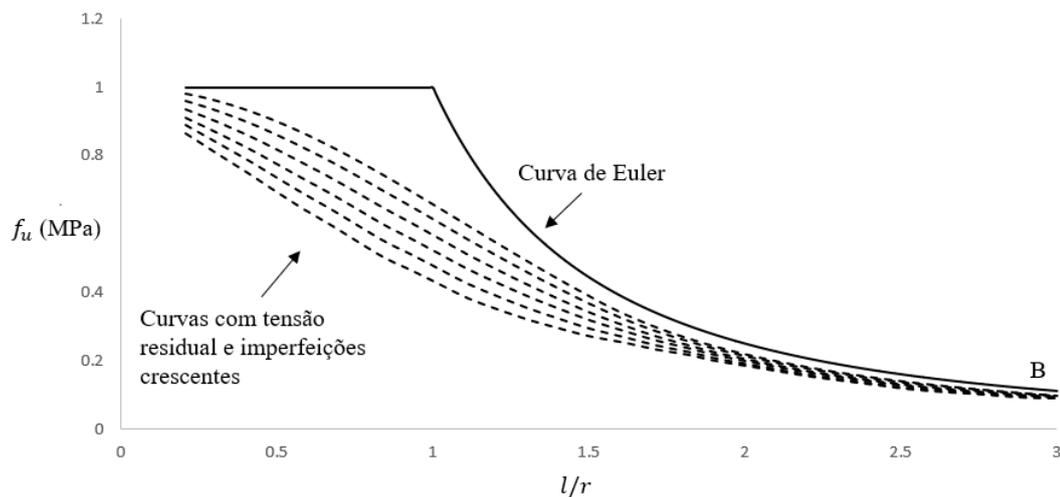


Figura 9 - Curva de resistência considerando condição ideal e condição observada em experimentos considerando a influência da imperfeição e da tensão residual.

Do ponto de vista prático, a norma AISC [16] considera uma única curva de resistência que leva em conta imperfeições em elementos estruturais com seções transversais usuais, enquanto que, para o *Eurocode 3* [13], são consideradas 5 curvas para representar diferentes seções transversais. No presente trabalho, apenas a formulação da AISC é apresentada como referência. Vale destacar que a norma brasileira para projeto de estruturas metálicas, NBR8800 [18], é, em sua maior parte, baseada na norma da AISC. A curva de resistência única presente na AISC é mostrada na Figura 10, sendo a metodologia adotada para a sua obtenção apresentada em Galambos [19]. Essa curva é descrita a partir do índice de esbeltez

reduzido λ_0 apresentado na Eq. (10), onde A é a área bruta da seção transversal, f_y é a tensão de escoamento do material e P_{cr} é a carga crítica de Euler determinada conforme Eq. (4).

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Af_y}{P_{cr}}} \tag{10}$$

A resistência à compressão do elemento comprimido f_u é descrita em relação ao parâmetro de carga adimensional χ , cuja relação com λ_0 é usualmente expressa de forma empírica para boa correlação com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura, conforme Eqs. (11) e (12).

$$\chi = 0,658^{\lambda_0^2} \rightarrow \lambda_0 \leq 1,5 \tag{11}$$

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \rightarrow \lambda_0 > 1,5 \tag{12}$$

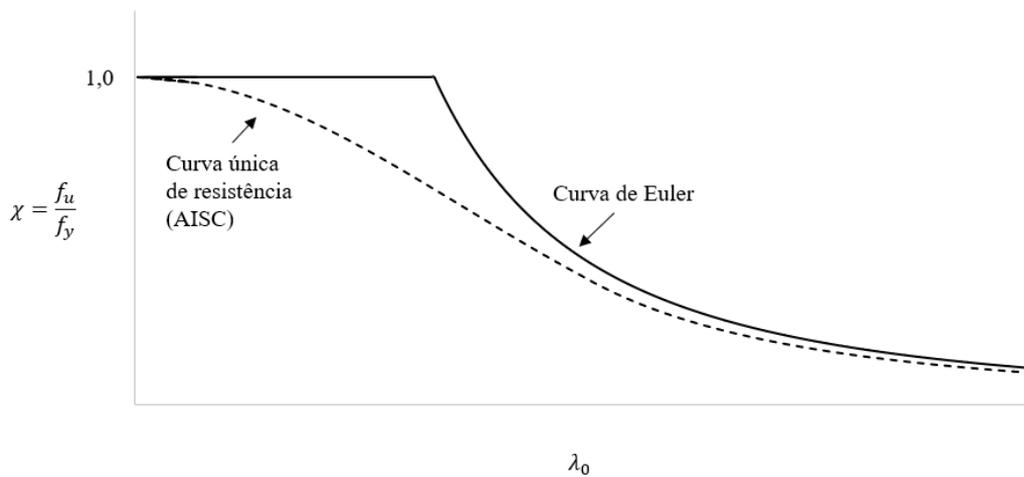


Figura 10 - Curva de resistência presente na AISC como função da esbelteza reduzida.

2.6 Flambagem local

A flambagem local em uma placa simplesmente apoiada em seus quatro bordos e comprimida uniformemente em uma direção é representada na Figura 11.

À medida que a força P é gradualmente aumentada, é atingida a condição onde a forma plana de equilíbrio da placa comprimida começa a se tornar instável. Esse carregamento é chamado de carga crítica, conforme foi explicado anteriormente para uma coluna axialmente comprimida. A carga crítica para um elemento de placa pode ser representada pela Eq. (13), onde \bar{a} é o comprimento e b , a largura da placa, D é a rigidez à flexão definida conforme Eq. (14), ν o coeficiente de Poisson e t a espessura. Se a largura da placa for mantida constante e for gradualmente alterado o fator antes dos parênteses na Eq. (13), mantém-se constante. O fator entre parênteses, chamado de coeficiente de flambagem k , varia com a razão \bar{a}/b , conforme mostrado na Figura 12. Nota-se que esse termo atinge o valor mínimo para a condição $\bar{a}/b = 1$, isto é, uma placa quadrada com $k = 4$. Para outras proporções da placa, a Eq. (13), pode ser reescrita conforme a Eq. (15).

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left(\frac{b}{\bar{a}} + \frac{\bar{a}}{b} \right)^2 \tag{13}$$

$$D = \frac{Et^2}{12(1 - \nu^2)} \tag{14}$$

$$P_{cr} = k \frac{\pi^2 D}{b^2} \tag{15}$$

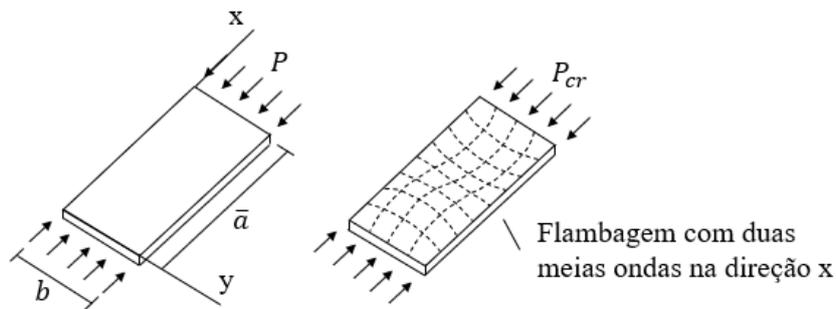


Figura 11 - Placa sujeita a um carregamento de compressão na direção x

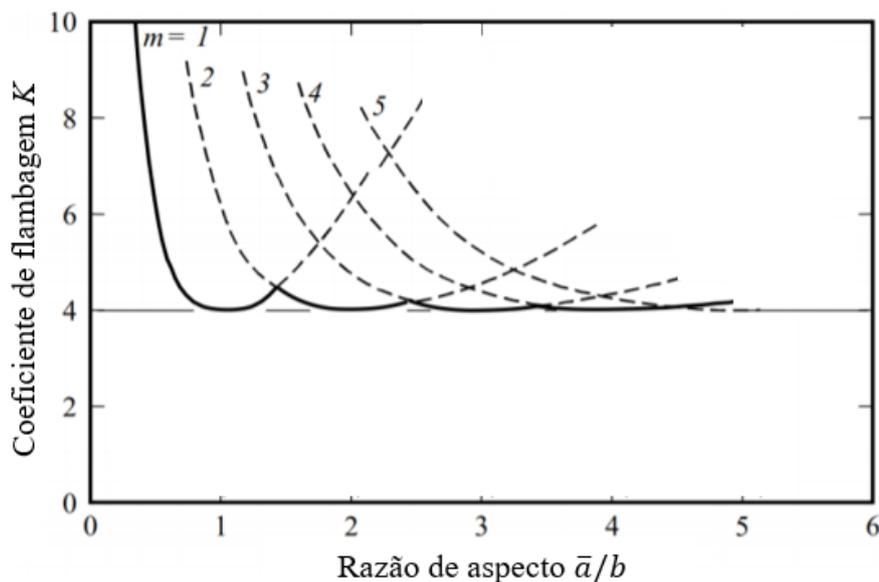


Figura 12 – Fator k de flambagem de placas comprimidas em função da razão largura e comprimento

O método clássico para consideração da flambagem local nas colunas é baseado na separação dos elementos da mesa e da alma em placas isoladas. Os elementos que apresentam razão entre a largura b e espessura t altos estão mais sujeitos à ocorrência de flambagem local, enquanto que, para razões baixas, estão mais sujeitos a plastificação. Para a alma de uma seção I, o elemento de placa é idealizado como apoiado-apoiado. Enquanto que, para a mesa, o elemento é classificado como apoiado-livre. A capacidade de uma placa esbelta comprimida com bordos apoiado-apoiado não é limitada pela carga crítica de flambagem local, uma vez que apresenta uma reserva de capacidade chamada de resistência pós-crítica. A Figura 13 ilustra, através de um gráfico carga P versus deslocamento axial Δ , a reserva de capacidade decorrente da redistribuição dos esforços para os bordos rígidos da placa. À medida que, o carregamento é progressivamente aumentado e a região central do elemento começa a apresentar deformações fora do seu plano. Para considerar a resistência pós-crítica, um dos métodos mais tradicionais é o Método da largura efetiva, que reduz a largura da placa, considerando a parcela que efetivamente responde à solicitação. A norma AISC considera a largura efetiva b_e a partir de uma distribuição simplificada, considerando um carregamento constante equivalente ao carregamento não linear, porém somente nas regiões próximas aos

bordos apoiados, conforme mostrado na Figura 14. Para a mesa, a influência da resistência pós-crítica não é relevante e a distribuição é considerada constante com um valor médio, conforme mostrado na Figura 14.

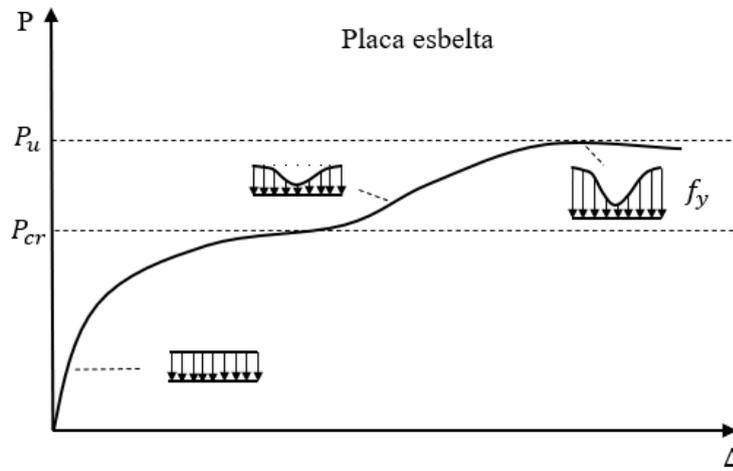


Figura 13 - Representação da resistência pós-crítica em um elemento de placa esbelta.

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1613091/CA

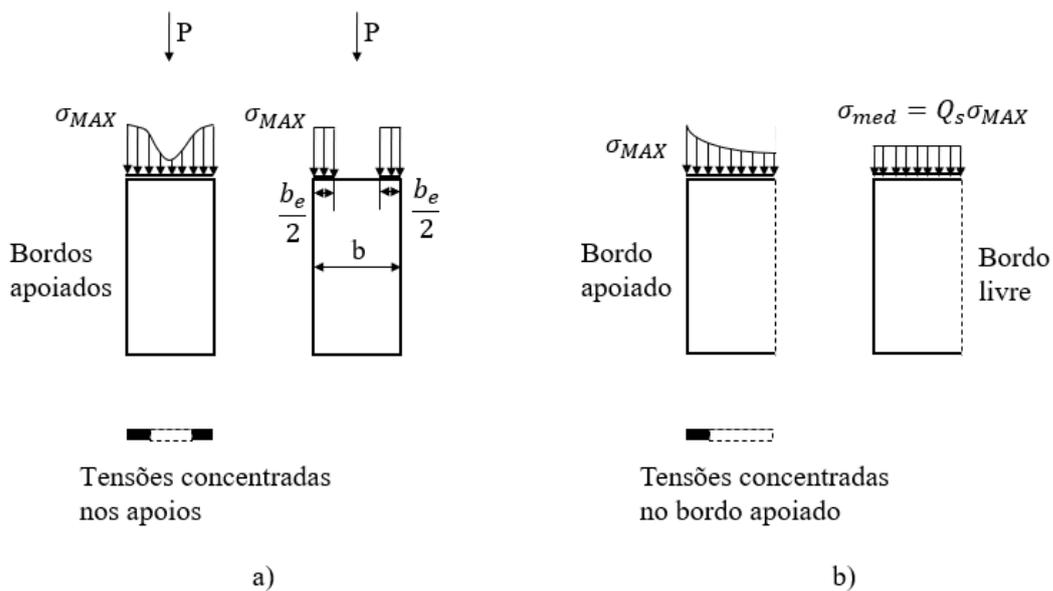


Figura 14 - Efeito da flambagem local em placas isoladas a) placas apoiada-apoiada e b) placas apoiada-livre.

O procedimento baseado no fator de forma ou fator Q , é usado para considerar a interação entre a flambagem global e local aplicando um fator Q que considera a influência da flambagem local no cálculo da capacidade resistente, conforme definido pela Eq. (16).

$$\sigma = \frac{N_c}{A_{ef}} = \frac{Q A_g f_c}{A_{ef}} \quad (16)$$

O fator Q é calculado como $Q = Q_s Q_a$, onde Q_s leva em consideração a influência da flambagem local nos elementos apoiado-livre e o fator Q_a leva em consideração a influência para os elementos apoiado-apoiado. O cálculo da largura efetiva b_e é calculado conforme definido pela Eq. (17), sendo E o módulo de elasticidade, $C = 0.34$ e b/t a esbeltez do elemento. O procedimento para determinar b_e é iterativo, pois a tensão na largura efetiva σ , presente na Eq. (16), é função de N_c , que por sua vez é função de b_e .

$$b_e = 1,92t \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \left[1 - \frac{C}{\frac{b}{t}} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right] \leq b \quad (17)$$

2.7 Interação modal

O modo de flambagem correspondente ao primeiro modo de flambagem é o crucial para o ponto de vista do comportamento global da coluna sujeita a flexo-compressão. Contudo, esta resposta deve ser também parcialmente afetada pelo modo de flambagem subsequente, principalmente, quando o valor da carga de flambagem desse modo subsequente está muito próxima da do anterior. A escolha da geometria da estrutura definida em projeto pode causar a proximidade dos dois modos. A Figura 15 mostra um caso onde a redução da carga de flambagem é resultado da influência do acoplamento entre a flambagem global e a flambagem por flexo torção para um perfil C sujeito a compressão. Essa redução da capacidade como resultado da influência da imperfeição é máxima próxima do ponto onde as cargas de bifurcação são iguais, também chamado de erosão. Nesse ponto é onde

ocorre a maior diferença entre a curva perfeita e a curva real, sendo que essa redução também é observada na vizinhança dessa região, conforme observado pelo comportamento da curva.

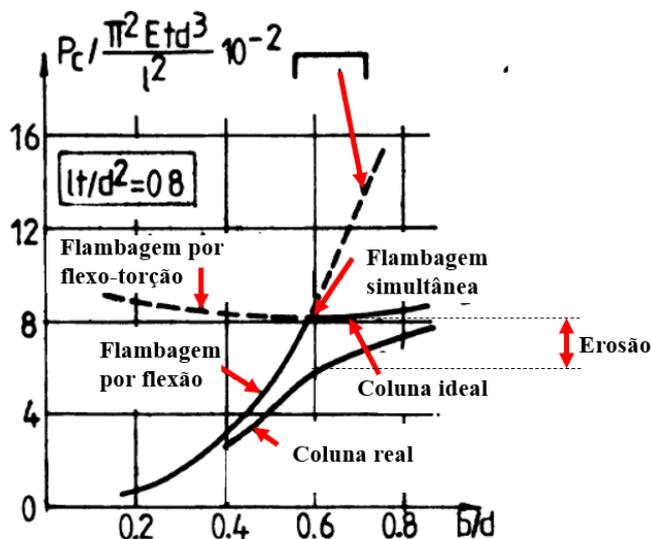


Figura 15 – Interação modal para perfil C, adaptado de Rondal [20]

Segundo Gioncu [21], a magnitude da erosão está relacionada com a classificação da interação, podendo ser fraca, moderada, forte ou muito forte. A Figura 16 mostra o comportamento da curva capacidade à flambagem versus deslocamento Δ , sendo muito importante saber a posição de cada acoplamento modal nessas classes de interação. O caso de um acoplamento fraco, é exemplificado como o caso de um pórtico simples destravado, que está livre para deslocar-se lateralmente, conforme mostrado na Figura 17. Os resultados dos estudos de Pignataro & Rizzi [22], mostraram que esse caso pertence a interação fraca, não sendo necessário nenhum método especial para o seu dimensionamento, uma vez que o fator de segurança é suficiente devido a erosão provocada pelo acoplamento. O caso de um acoplamento moderado, é exemplificado pelo caso de flambagem de uma viga coluna sujeita a interação entre a flambagem por flexão e a flambagem por flexo torção, quando ambos modos apresentam comprimento de meia onda iguais, conforme mostrado na Figura 18. O caso típico de uma

interação forte é o caso de colunas treliçadas usadas em torres de transmissão (*laced columns*) onde ocorre a flambagem global, correspondente a viga coluna como um todo, e a flambagem local, nas cordas dos membros, conforme mostrado na Figura 19. Esse comportamento pode ser interpretado como a situação no qual o desenvolvimento do segundo modo (flambagem local) reduz a rigidez axial dos travamentos e, portanto, enfraquece a capacidade do primeiro modo de flambagem (flambagem global). Nesse caso, o comportamento pós crítico desse tipo de acoplamento é instável, com grande erosão devido as imperfeições.

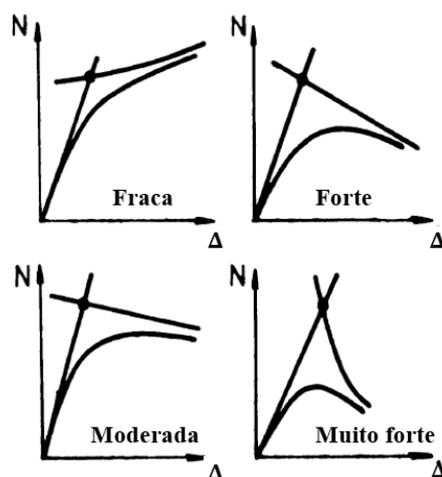


Figura 16 – Classificação de interação, adaptado de Rondal [20]

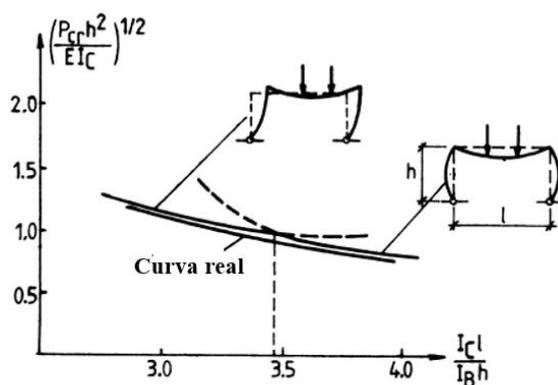


Figura 17 – Acoplamento modal pórticos, adaptado de Rondal [20]

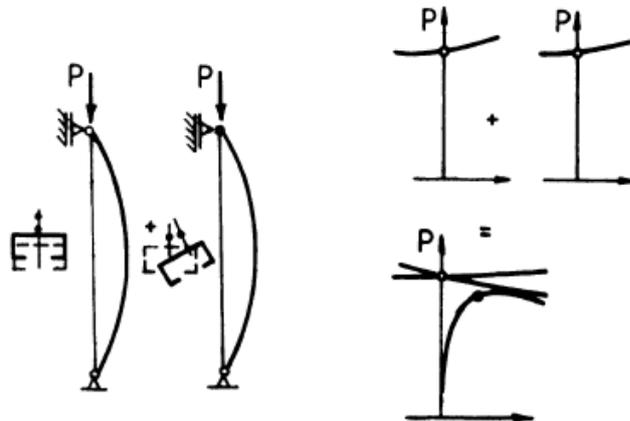


Figura 18 - Acoplamento modal viga coluna sujeita, adaptado de Rondal [20]

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1613091/CA

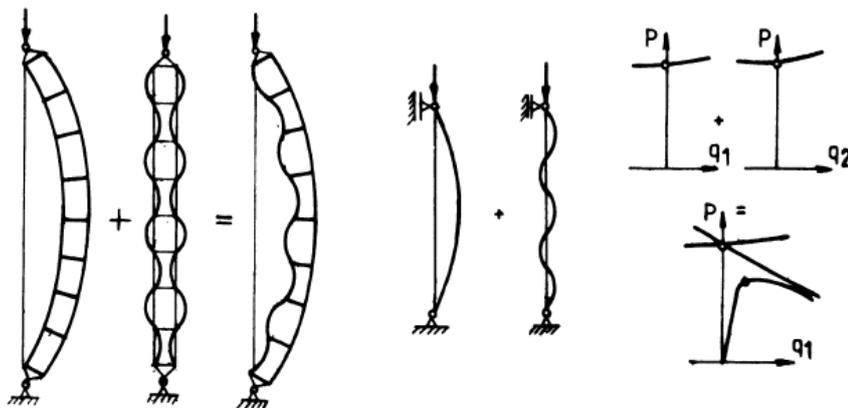


Figura 19 – Acoplamento modal em torres de transmissão *laced columns* (flambagem global e flambagem local), adaptado de Rondal [20]

2.8 Conceitos básicos sobre membros fletidos

A resistência de membros fletidos pode ser afetada pela flambagem local ou pela flambagem lateral. A flambagem local é a perda de estabilidade das chapas comprimidas que compõem o perfil, conforme mostrado na Figura 20.a, e que

provoca uma redução do momento resistente da seção. Na flambagem lateral, a viga perde seu equilíbrio no plano principal de flexão e passa a apresentar deslocamento lateral e rotação de torção, conforme mostrado na Figura 20.b.

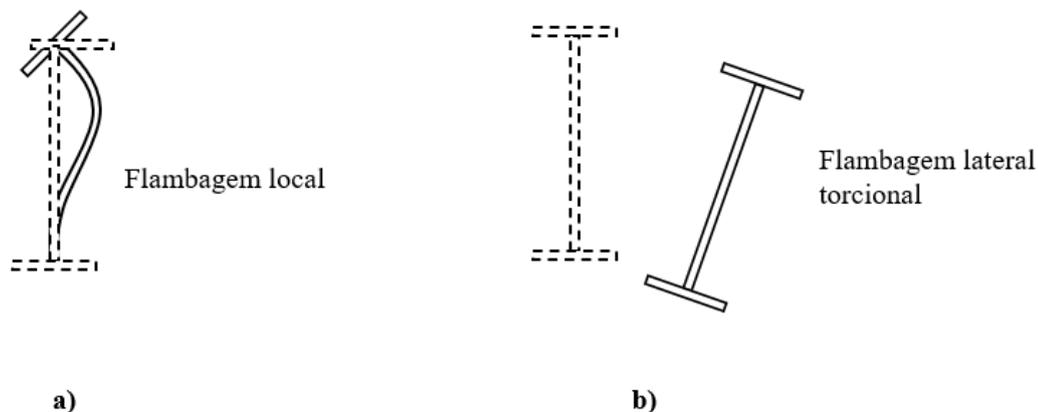


Figura 20 - Deformação associada a (a) flambagem local de uma viga sujeita a flambagem devido a flexão e (b) modo de flambagem de uma viga sujeita a flambagem lateral torcional

2.9 Classificação da seção transversal

A influência da flambagem local é considerada nos principais manuais de dimensionamento através do conceito de classificação da seção transversal em função da razão largura e espessura das placas constituintes. A norma AISC [16] considera três classes onde a influência da flambagem local na capacidade ao momento fletor é considerada, conforme indicado na Figura 21: A classe 1 consiste de seções compactas que atingem o momento de plastificação e exibem suficiente capacidade de rotação inelástica. A classe 2 consiste de seções semicompactas onde a flambagem local ocorre após o desenvolvimento do início da plastificação do material. A classe 3 consiste de seções esbeltas onde ocorre a flambagem local antes de atingir a tensão de escoamento. A norma Europeia [13] considera uma classe adicional ao da AISC, classe 4, que consiste de seções compactas com uma grande capacidade de rotação inelástica, devido a sua aplicação em carregamentos dinâmicos.

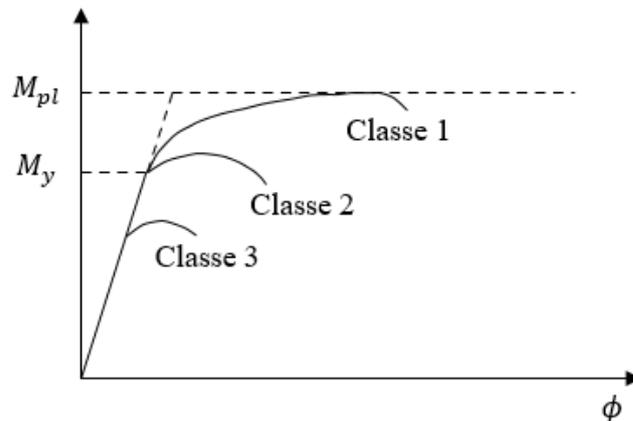


Figura 21 - Classificação do comportamento a flexão de vigas de alma cheia de acordo com a norma AISC [16]

2.10 Estabilidade de vigas de alma cheia à flexão

Esses comportamentos podem ser representados esquematicamente através do gráfico do momento último pela razão b/t . É interessante notar que o cálculo da resistência é realizado independentemente para a alma e para a mesa, como se fossem elementos desacoplados. As Eq. (18) e (19) definem os limites de esbelteza para a classe 1 para a mesa e alma, respectivamente sujeitos a flexão. Para os gráficos da Figura 22, esses valores foram calculados para um aço com módulo de elasticidade $E = 200,000$ MPa e tensão de escoamento $f_y = 345$ MPa. Na figura, os valores do momento último foram normalizados em relação ao momento de plastificação. Quando a relação b/t é menor que $(b/t)_p$, o comportamento é dominado pela plastificação da alma ou da mesa. A classe 3, que define o comportamento em relação a flambagem local, é delimitada através da relação $(b/t)_r$, definida conforme as Eqs. (20) e (21) para a alma e mesa, respectivamente. Esses valores também são plotados na Figura 22 para a alma e para a mesa. Observa-se que para valores intermediários de b/t entre $(b/t)_p$ e $(b/t)_r$ o comportamento é inelástico, representado pela classe 2 de comportamento. Para os perfis soldados, a classificação do limite $(b/t)_r$ para a mesa é mostrado na Eq. (22),

onde k_c é definido conforme Eq. (23) e compreendido entre 0,35 a 0,76. Sendo b a altura e t a espessura da alma. Esse valor atualiza o limite de esbelteza da mesa considerando o acoplamento com a alma. Contudo, embora exista esse fator k_c , o acoplamento entre a mesa e a alma não é levado em consideração nas principais normas de dimensionamento de estruturas metálicas.

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{p,alma} = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{18}$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{p,mesa} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{19}$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{r,alma} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{20}$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{r,mesa} = 0,83 \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)}} \tag{21}$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{r,mesa} = 0,95 \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)/k_c}} \tag{22}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t}} \tag{23}$$

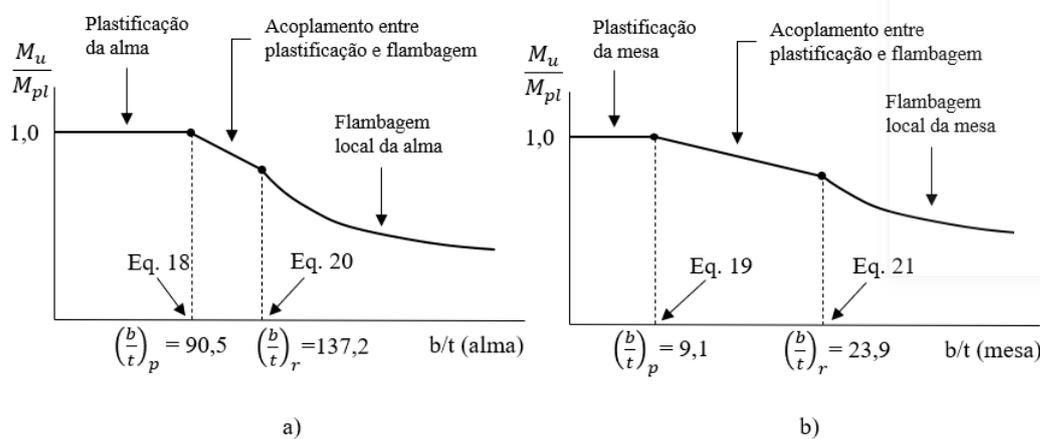


Figura 22 – Representação esquemática do gráfico de resistência adimensional de vigas de alma cheia sujeitas a flexão para a) alma (FLA) e b) mesa (FLM).

Finalmente, o comportamento da viga em relação a flexão é tomado igual ao comportamento isolado da placa que apresenta a menor capacidade. Por exemplo, para uma mesa classificada como esbelta e alma classificada como compacta, o membro terá o comportamento dominado pela mesa.

2.11 Flambagem da alma por cisalhamento

O dimensionamento da alma de vigas metálicas é basicamente devido a flambagem da alma sob a ação de tensões de cisalhamento. A tensão crítica de flambagem local elástica por cisalhamento de um painel de alma é dado por Timoshenko & Gere [17], conforme Eq. (24), onde D é a rigidez à flexão de placas, conforme mostrada na Eq. (14), e b e t a largura e espessura do painel, respectivamente. O valor de k é uma constante que depende da razão \bar{a}/b , onde \bar{a} é o comprimento e b a largura do painel. Para uma placa quadrangular k é igual a 9,4, conforme mostrado na Figura 23. Para o caso de placas retangulares a tensão crítica tende a diminuir com o aumento da razão \bar{a}/b , a para o caso de placas retangulares muito longas a tensão crítica ocorre para $k = 5,35$, sendo o modo de flambagem associado ao seu comportamento mostrado na Figura 24.

$$\tau_{cr} = k \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \quad (24)$$

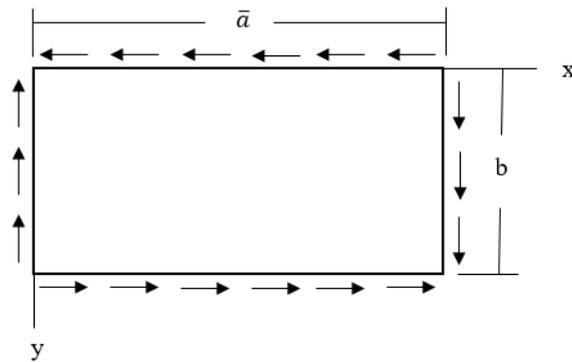


Figura 23 – Placa retangular sobre a ação de tensão de cisalhamento

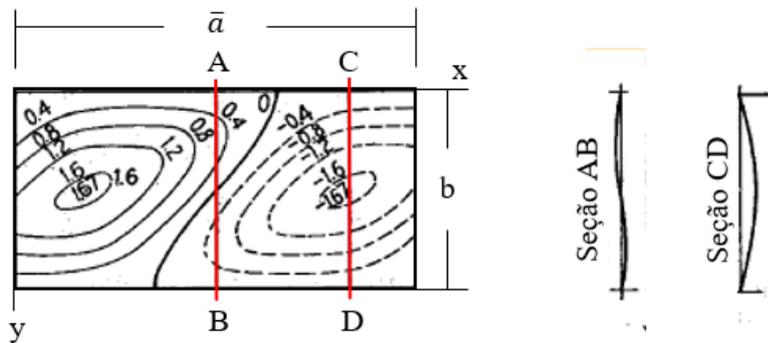


Figura 24 - Flambagem de um painel longo devido ao cisalhamento, adaptado de Timoshenko & Gere [17]

Nas vigas de alma cheia, os perfis soldados são mais suscetíveis a ocorrência de flambagem da alma por cisalhamento devido a sua aplicação com b/t da alma altos, quando comparados as seções de perfis laminados. Por esse motivo, geralmente nas vigas soldadas são utilizados enrijecedores na alma, formando vários painéis retangulares, conforme mostrado na Figura 25.

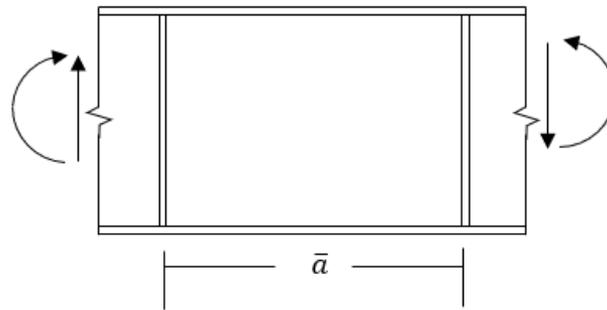


Figura 25 - Viga de seção cheia com enrijecedores na alma

A capacidade da alma em relação a b/t pode ser representada esquematicamente conforme mostrado na Figura 26, onde foi considerado um aço com módulo de elasticidade $E = 200,000$ MPa e tensão de escoamento de $f_y = 345$ MPa. A resistência na figura foi normalizada pela tensão cisalhante que provoca a falha por cisalhamento τ_u . Quando a razão b/t é maior do que a obtida pela Eq. (25), o comportamento é dominado pela flambagem elástica devido ao cisalhamento. Quando a razão b/t é menor do que a obtida pela Eq. (26), o comportamento é dominado pelo escoamento a cisalhamento e $\tau_v \approx 0,6f_y$. Quando a relação b/t está no intervalo entre os valores dados pelas Eqs. (25) e (26), o comportamento é representado por uma transição entre ambos.

$$\left(\frac{b}{t}\right)_r = 3,06 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (25)$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)_p = 2,46 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (26)$$

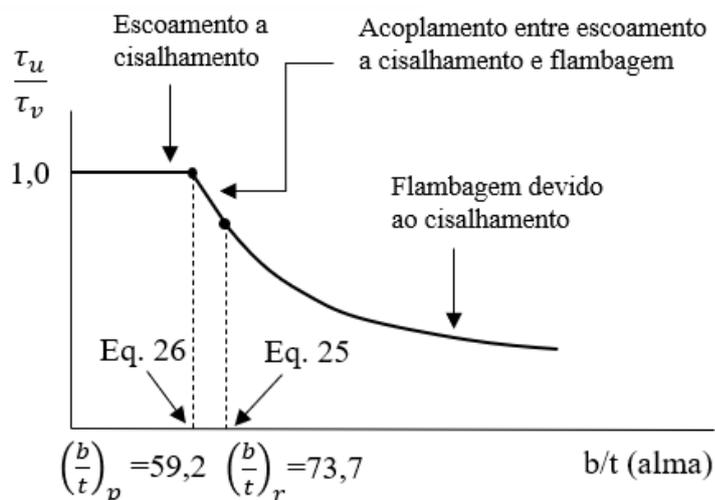


Figura 26 - Representação esquemática do gráfico de resistência adimensional de vigas de alma cheia sujeitas a falha por cisalhamento

2.12 **Recomendações para vigas casteladas (*Design Guide 31*)**

O *Design Guide 31* [7] é a norma de dimensionamento de vigas casteladas, lançado no ano de 2016 pela AISC. O procedimento de cálculo é bem simples, onde os esforços atuantes nos tês e no montante da alma podem ser obtidos a partir dos esforços globais (momento fletor M e cortante V). O cortante global passando pela seção dos tês gera um momento local e o momento global pode ser decomposto com um binário provocando esforço axial de tração e compressão nos tês superior e inferior. Os estados limites relevantes para uma viga não mista e com bordos comprimidos continuamente travados são a flambagem torcional do tê, flambagem da mesa, flambagem da alma e plastificação da seção.

2.13 **Cálculo das forças axiais e do momento fletor**

O passo inicial do procedimento da norma consiste no cálculo dos esforços locais atuando nos elementos dos tês superior e inferior a partir dos esforços globais atuantes na viga castelada [7]. A força axial solicitante P_s (tração ou compressão) é calculada dividindo-se o momento global M pela distância entre os centroides, d ,

do tê superior e do tê inferior conforme a Eq. (27). A força axial é assumida agindo uniformemente ao longo da seção transversal, conforme mostrado na Figura 27.

$$P_s = \frac{M}{d} \quad (27)$$

No caso de seções duplamente simétricas, o momento de local solicitante (chamado de momento de Vierendeel) M_{vs} é calculado dividindo igualmente o esforço cortante global V entre os tês superior e inferior e multiplicando-o pela metade da largura da abertura, $e/2$, conforme indicado na Eq. (28) e na Figura 27.

$$M_{vs} = \frac{Ve}{4} \quad (28)$$

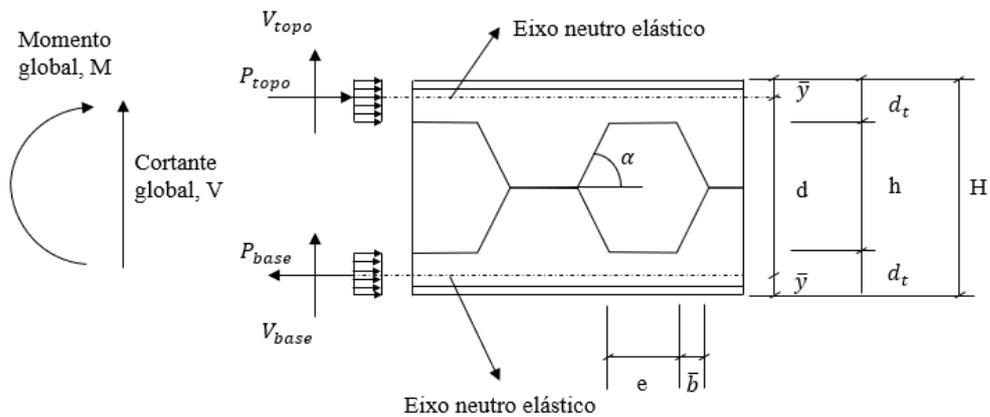


Figura 27 - Terminologia adotada para o cálculo da força axial em vigas casteladas não mistas

2.14

Cálculo da capacidade axial dos tês superior e inferior

A capacidade axial do tê superior e inferior é determinada com base nas recomendações apresentadas anteriormente. A verificação dos estados limite último

de flambagem do tê por flexão segue as Eqs. (11) e (12), dependendo do valor da esbeltez reduzida λ_0 calculada para o tê comprimido, sendo nesse caso determinado conforme a Eq. (29), onde L_0 é o comprimento efetivo, determinado conforme Eq. (30), e r o raio de giração do tê. O comprimento efetivo L_0 é função do coeficiente de flambagem K , função das condições de contorno, e do comprimento da abertura e .

$$\lambda_0 = \frac{L_0}{r} \quad (29)$$

$$L_0 = Ke \quad (30)$$

A verificação do estado limite último de flambagem do tê comprimido pode ser calculado conforme mostrado na Seção 2.4, quando sujeito aos estados últimos de flexo-torção, conforme a Eq. (7), ou estado último de torção, conforme Eq. (5). É importante mencionar que estado último de flexo-torção ocorre quando o tê comprimido não está continuamente travado lateralmente, caso contrário somente a flambagem torcional ocorre.

A verificação da tensão normal de tração do tê é feita a partir do estado limite último de início de plastificação da seção conforme Eq. (31), onde f_y é a tensão de escoamento do material e A_{te} a área do tê tracionado na seção crítica.

$$P_n = f_y A_{te} \quad (31)$$

2.15

Cálculo da capacidade à flexão dos tê superior e inferior

O cálculo da capacidade à flexão do tê é considerada como o menor dos valores obtidos de acordo com o estado limite de início de plastificação, flambagem local da mesa e flambagem local da alma do tê.

O estado limite último de início de plastificação é calculado conforme Eq. (32). Onde $S_{x,tê}$ é o módulo elástico da seção do tê no eixo de maior inércia, i.e., a razão entre o momento de inércia e o centroide da seção do tê (I_x/\bar{y}).

$$M_y = f_y S_{x,tê} \quad (32)$$

O estado limite último de flambagem local da mesa para seções semicompactas é determinado pela Eq. (33), onde M_p é o momento de plastificação, λ é a razão $b_f/(2t_f)$, λ_{pf} e λ_{rf} são os limites de esbeltez para plastificação e início de escoamento da mesa, determinados pelas Eqs. (34) e (35), respectivamente.

$$M_n = \left[M_p - (M_p - 0,7f_y S_{x,tê}) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \leq 1,6M_y \quad (33)$$

$$\lambda_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (34)$$

$$\lambda_{rf} = \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (35)$$

Para seções esbeltas, o momento nominal é determinado pela Eq. (36).

$$M_n = \frac{(0,7ES_{x,tê})}{\left(\frac{b_f}{2t_f}\right)^2} \quad (36)$$

O estado limite de flambagem local da alma do tê é determinado pela Eq. (37), onde a capacidade a flambagem F_{alma} é determinada pela Eq. (38) para seções semicompactas e $S_{y,tê}$ é o módulo elástico da alma no eixo de menor inércia, i.e., a razão entre o momento de inércia e a metade da espessura da alma ($I_y/(t_w/2)$).

$$M_n = F_{alma} S_{y,tê} \quad (37)$$

$$F_{alma} = \left(1,43 - 0,515 \frac{d_t}{t_w} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \right) f_y \quad (38)$$

Para seções esbeltas, a carga crítica de flambagem F_{cr} é determinada pela Eq. (39), onde d_t é igual a altura do tê.

$$F_{cr} = \frac{1,52E}{\left(\frac{d_t}{t_w}\right)^2} \quad (39)$$

2.16

Interação entre o esforço normal e o momento fletor nos tês

A interação entre o esforço normal e o momento fletor nos tês superior e inferior é determinada a partir da Eq. (40) caso $P/P_c \geq 0,2$ ou $P/P_c < 0,2$, onde P_s é a força axial solicitante atuante no tê, definido conforme Eq. (27), P_r é o esforço normal resistente, que é igual ao menor dos estados limites definidos na Seção 2.14. O momento fletor atuante no M_s é o momento solicitante, definido conforme Eq. (28), e M_r é o momento resistente, que é igual ao menor dos estados limites definidos na Seção 2.15.

$$\begin{cases} \frac{P_s}{P_r} + \frac{8 M_s}{9 M_r} \leq 1,0 \text{ para } \frac{P}{P_c} \geq 0,2 \\ \frac{P_s}{2P_r} + \frac{M_s}{M_r} \leq 1,0 \text{ para } \frac{P}{P_c} < 0,2 \end{cases} \quad (40)$$

2.17

Flambagem do montante da alma

O dimensionamento do montante da alma da vigas casteladas é feito de acordo como as equações empíricas calibradas a partir de ensaios numéricos realizados por Aglan & Redwood [23]. A capacidade do montante da alma é

governada pelo estado limite de flambagem lateral da alma, que é assumida como uma coluna sujeita a ação de dois momentos com sentidos opostos nos seus extremos e uma força de cisalhamento, conforme mostrado na Figura 28. Devido a sua simetria, apenas uma das metades do montante da alma pode ser considerada. A capacidade à flexão em relação a flambagem do montante da alma é definida a partir da razão M_0/M_p , sendo M_0 o momento associado a flambagem do montante da alma e M_p o momento de plastificação. As expressões empíricas de M_0/M_p foram calibradas para diferentes relações de ângulo α da abertura e razões e/t_w . Para reduzir o número de expressões apresentadas, são descritas apenas algumas dessas expressões (Eqs. (41) a (45)). Estas equações representam a regressão numérica dos resultados do caso para aberturas com ângulo de 60° considerando três esbeltezas do montante da alma e/t_w de 10, 20 e 30. Finalmente o momento nominal M_n é dado pela Eq. (41), onde M_p é dado pela Eq. (42), onde e é a largura do montante da alma, \bar{b} é a projeção horizontal do corte inclinado da abertura, conforme mostrado na Figura 28.

$$M_n = \frac{M_0}{M_p} M_p \tag{41}$$

$$M_p = 0,25t_w(e + 2\bar{b})^2 f_y \tag{42}$$

Para $e/t_w=10$ e $\alpha=60^\circ$:

$$\frac{M_0}{M_p} = 0,587(0,917)^{\frac{h}{e}} \leq 0,493 \tag{43}$$

Para $e/t_w=20$ e $\alpha=60^\circ$:

$$\frac{M_0}{M_p} = 1,96(0,699)^{\frac{h}{e}} \tag{44}$$

Para $e/t_w=30$ e $\alpha=60^\circ$:

$$\frac{M_0}{M_p} = 2,55(0,574)^{\frac{h}{e}} \tag{45}$$

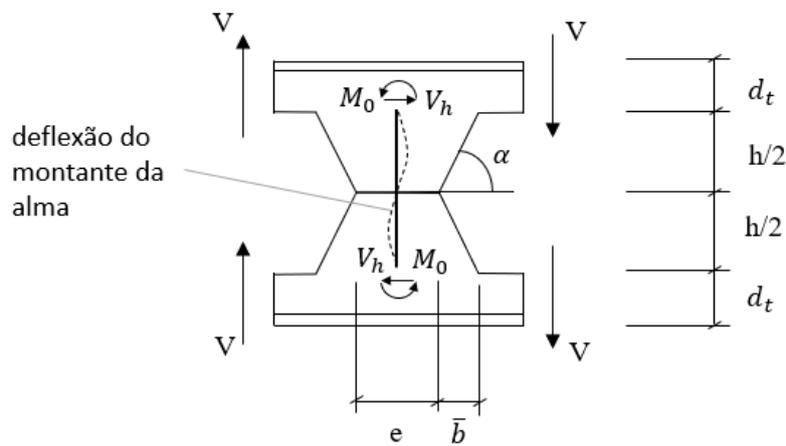


Figura 28 – Modelagem numérica para a flambagem do montante da alma

2.18

Método da Resistência Direta para dimensionamento de perfis formados a frio

O Método da Resistência Direta (*direct strength method*) está contido no apêndice 1 da norma americana de perfis formados a frio [11]. Esse método foi apresentado por Schafer & Peköz [24], como mais uma alternativa para o dimensionamento de perfis formados a frio, além do Método da Largura Efetiva. No Método da Resistência Direta (MRD), a capacidade é obtida diretamente a partir da carga crítica de flambagem elástica da seção transversal. A carga crítica de

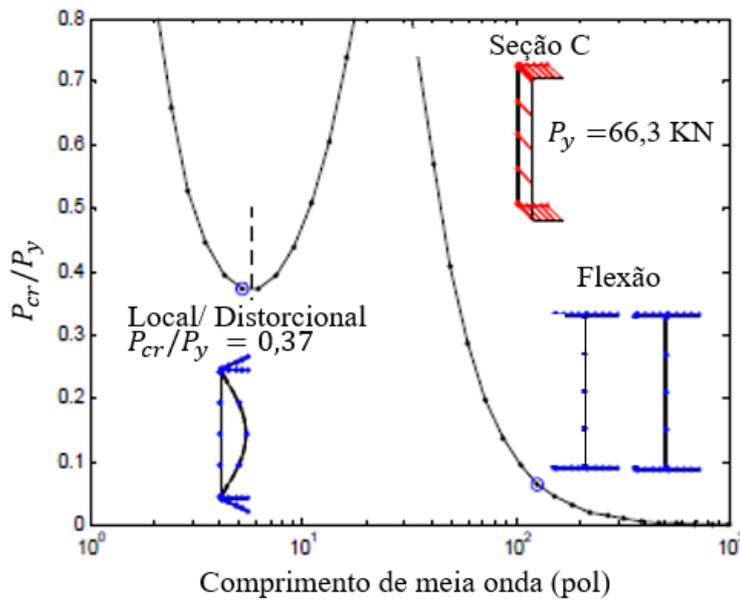
flambagem elástica dos modos de flambagem global, local e distorcional são dados de entrada [25], sendo que elas podem ser obtidas a partir das curvas de flambagem geradas por softwares gratuitos, por exemplo, CUFSM [26], GBTul [27] e FStr [28]. No manual do MRD [29] há um vasto material para dimensionamento de perfis formados a frio, servindo como um guia com vários exemplos de seções transversais mais comuns, sujeitas a diferentes carregamentos. Por exemplo, uma curva de assinatura para a seção C sujeita a compressão pura foi extraída desse manual e é mostrada na Figura 29. A carga crítica de flambagem elástica para a flambagem local P_{crl} e distorcional P_{crd} , são definidas pelos valores mínimos locais conforme identificados na figura. A carga crítica de flambagem global P_{cre} , pode ser obtida através da equação de Euler, considerando o comprimento efetivo adequado.

O primeiro passo do método é calcular a capacidade em relação à flambagem global P_{ne} , que é determinada conforme a Eq. (46). Nesse método são computados um parâmetro não dimensional para as esbeltezas para cada um dos modos de falha (global, local e distorcional), baseado na carga crítica P_{cr} e na carga de escoamento P_y . Para a flambagem global, a esbeltez $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$ é calculada com a carga de escoamento e a menor entre as cargas críticas de flambagem global P_{cre} (flambagem global devido à flexão, flambagem lateral ou flambagem lateral com torção). O passo seguinte é calcular a capacidade em relação a flambagem local/ global P_{nl} , conforme mostrado na Eq. (47). Nesse caso, a esbeltez local $\lambda_l = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$ é calculada com a capacidade à flambagem global P_{ne} e a carga crítica de flambagem local P_{crl} . O próximo passo é calcular a capacidade em relação a flambagem distorcional P_{nd} , determinada conforme a Eq. (48). A esbeltez distorcional $\lambda_d = \sqrt{P_y/P_{crd}}$ é calculada com a carga de escoamento P_y e a carga crítica de flambagem distorcional P_{crd} . Finalmente, a capacidade à compressão P_n é determinada pelo menor valor calculado entre P_{ne} , P_{nl} e P_{nd} .

$$P_{ne} = \begin{cases} (0,658\lambda_c^2)P_y \rightarrow \lambda_c \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_c^2}\right)P_y \rightarrow \lambda_c > 1,5 \end{cases} \quad (46)$$

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ne} \rightarrow \lambda_l \leq 0,776 \\ \left[1 - 0,15 \left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0,4} \right] \left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0,4} P_{ne} \rightarrow \lambda_l > 0,776 \end{cases} \quad (47)$$

$$P_{nd} = \begin{cases} P_y \rightarrow \lambda_d \leq 0,561 \\ \left[(1 - 0,25) \left(\frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0,6} \right] \left(\frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0,6} P_y \rightarrow \lambda_d > 0,561 \end{cases} \quad (48)$$



s

Figura 29 – Cargas críticas de flambagem local P_{crl} , flambagem distorcional P_{crd} , e carga de escoamento P_y , adaptado de AISI [29]

3.

Trabalhos relacionados

O objetivo do presente trabalho é desenvolver uma metodologia de projeto que permita considerar diferentes fenômenos passíveis de ocorrer nas vigas casteladas e que não são contemplados no manual de vigas casteladas (design Guide). Um dos pontos abordados na revisão realizada neste Capítulo é a influência benéfica que o acoplamento entre a mesa e a alma pode gerar na flambagem local dos elementos isolados, e que não é considerado nos principais manuais de dimensionamento AISC e EC3.

Outro ponto que abordado nesse Capítulo, foi a revisão sobre os comportamentos das vigas casteladas e celulares observados a partir de análise não lineares completas. Nessas análises seria possível observar a interação entre os modos de falha, porém esse campo não foi muito explorado pelos trabalhos existentes, com exceção do trabalho de Ellobody que observou uma interação entre o modo de flambagem lateral com o modo de flambagem distorcional. Ainda em relação as análises não lineares, algumas outras equações de semi-analíticas para a previsão da capacidade de modos de falha individuais foram desenvolvidas com base em análises paramétricas.

O terceiro ponto abordado nesse capítulo, é a revisão sobre o conceito de esbeltez não dimensional calculada para cada modo de flambagem, que é aplicada ao Método da Resistência Direta. Essa metodologia mostrou-se bem sucedida permitindo o entendimento do comportamento do conjunto como um todo, incluindo o acoplamento (mesa e a alma) e interação entre modos de falha. Ao final, são mostrados alguns trabalhos mais recentes que consideraram esbeltezas não dimensionais para gerar um mapa que permitiu a ordenação dos modos de falha das vigas em regiões bem definidas.

3.1

Seções transversais compostas pela montagem de elementos de placas

As seções estruturais de aço empregadas na prática da engenharia são compostas de elementos de placas arranjados em uma variedade de configurações. O comportamento desses tipos de membros é governado pela interação entre os elementos constituintes, assumindo que as conexões entre os elementos permanecem rígidas depois da flambagem. A flambagem local é um fenômeno muito comum nessas estruturas, quando são consideradas esbeltas. A derivação da solução exata para a flambagem local de seções transversais compostas pela montagem de várias placas é extremamente desafiadora devido à complexidade envolvendo a consideração da interação entre as placas conectadas. Para aplicações práticas, estas interações não são levadas em consideração em manuais de dimensionamento, geralmente produzindo um dimensionamento demasiadamente conservador na estimativa da carga crítica. Embora muitas outras propostas existam, estas podem ser classificadas em três grupos [30]: i) placas discretas com os lados simplesmente apoiados nas junções, negligenciando a restrição à rotação provocada pela continuidade do elemento; ii) placas discretas com molas rotacionais nas junções; iii) consideração da seção completa, com compatibilidade de rotação entre as paredes adjacentes. Nas próximas seções, é feita uma breve revisão da literatura considerando os estudos analíticos sobre a flambagem local de placas conectadas para cada um dos casos anteriormente citados.

3.2

Análise de placas discretas simplesmente apoiadas nos bordos

Neste tipo de análise, cada placa da seção transversal é considerada como um elemento distinto, sem nenhuma restrição rotacional provocada pelos elementos adjacentes. Portanto, a condição simplesmente apoiada é assumida onde os elementos de placa interceptam um ao outro. Finalmente, a carga crítica para cada elemento constituinte pode ser obtida a partir da Eq. (15), usando os coeficientes de flambagem apresentados na Figura 12. Por exemplo, para uma seção T submetida a uma tensão de compressão, cada metade das mesas é assumida como uma placa

longa sujeita a compressão no plano com um dos lados longitudinais livres e os outros simplesmente apoiados. A alma também é considerada como uma placa longa com condições de contorno similares, conforme ilustrado na Figura 30. Este processo leva a usual classificação dos elementos em relação a flambagem local da mesa e da alma, embora seus movimentos não sejam independentes. A maioria das normas, por exemplo a AISC [16] e NBR8800 [18], usam este método de análise para o projeto de estruturas de aço. Embora esse método resulte em equações simples e práticas, é considerado excessivamente conservador e poderia ser melhorado para gerar resultados mais precisos.

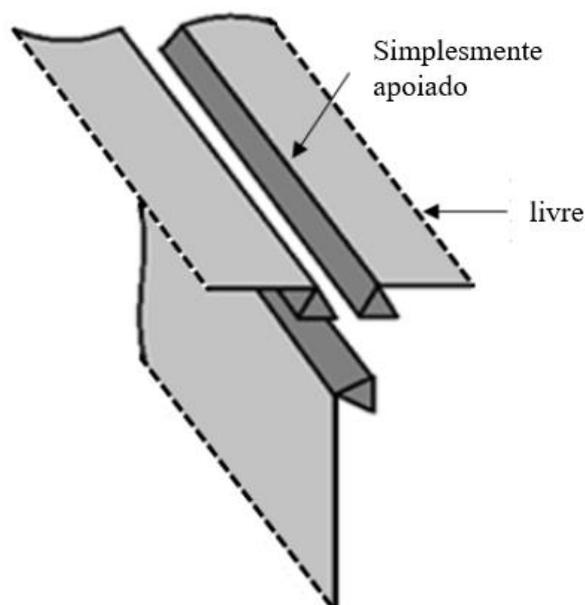


Figura 30 - Análise com placas discretas assumindo condição de apoio simplificada, adaptado de Oliveira [6]

3.3

Análise discreta de placas considerando a restrição entre placas adjacentes

Nesse método, cada elemento de placa compreendido na seção transversal vai ser analisado individualmente, mas nesse caso molas rotacionais são assumidas ao longo da junção das paredes. Contudo, esse método não garante a compatibilidade da rotação entre as placas adjacentes. Considerando-se novamente o caso da seção T, cada metade da mesa é considerada como uma placa com um dos lados livre e o outro elasticamente restringidos pela alma, conforme mostrado na Figura 31.

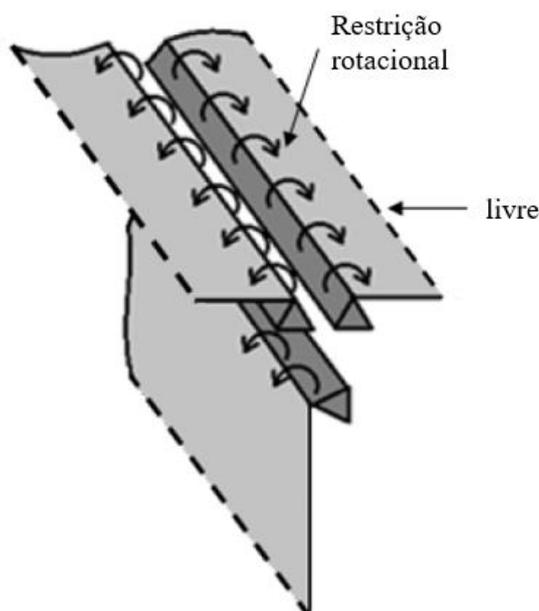


Figura 31 – Análise de placas discretas assumindo uma restrição rotacional entre as placas adjacentes, adaptado de Oliveira [6].

Esta metodologia foi primeiramente proposta por Bleich [31], que introduziu a formulação para determinar o coeficiente de restrição e obteve uma equação transcendente como solução do problema. Bleich enfatiza que, mesmo no caso de mesas finas e estreitas contidas no intervalo utilizado na indústria de perfis metálicos, a restrição causada pela mesa é significativa. As análises realizadas por Bleich consideraram proporcionalidade entre o momento na borda e o ângulo de rotação. Foi informado que o fator de proporcionalidade depende da dimensão da

estrutura restrita e também da tensão de compressão agindo nos elementos estruturais de suporte.

No caso limite quando as placas constituintes flambam simultaneamente (mesmas cargas críticas), não há nenhum efeito de restrição mútua, e cada placa comporta-se como uma placa simplesmente apoiada. A solução exata para esse problema é viável considerando-se a estabilidade da placa como um todo.

Timoshenko & Gere [17] obtiveram os valores de k de flambagem para um membro tendo uma seção T sujeita a compressão uniforme depois de resolver a equação transcendente para a alma. A rigidez da mesa foi assumida constante independentemente da magnitude do carregamento e foi representada por uma mola rotacional. Portanto, essa condição representa uma condição intermediária entre uma totalmente livre para rotacionar e uma condição rígida. Neste caso, o lado $y = 0$ foi considerado elasticamente restringido, enquanto o $y = b$ foi assumido livre.

Gerard & Becker [32], apresentaram uma revisão bastante abrangente relacionando flambagem e colapso de elementos de placas e desenvolveram ábacos para placas com restrições rotacionais. A Figura 32 é um resumo dos gráficos, para várias condições de contorno dos lados e restrições dos apoios, mostrando a variação do k de flambagem em função do comprimento da placa (\bar{a}/b).

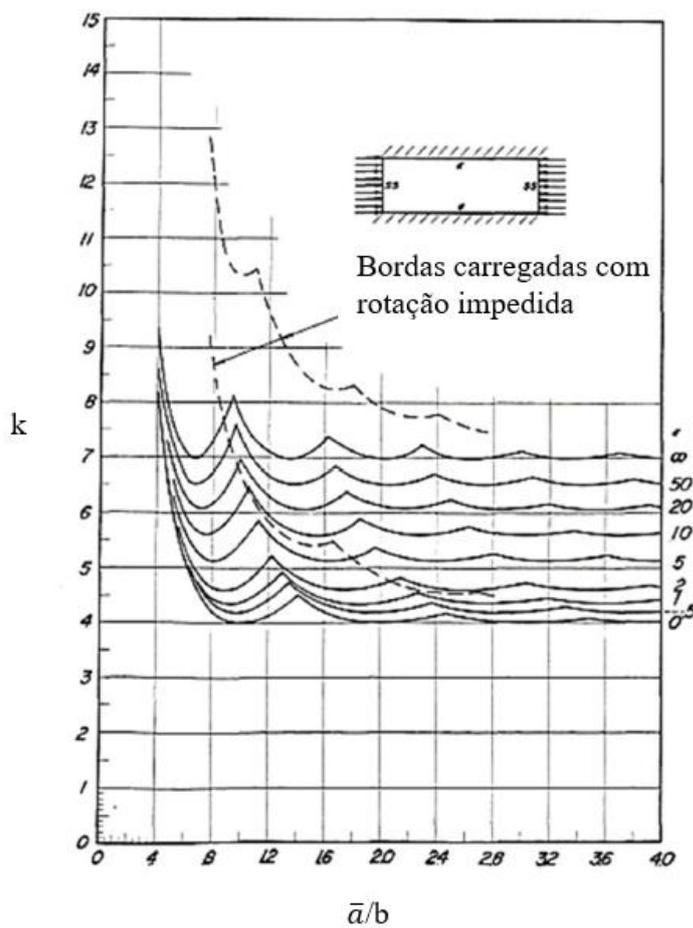


Figura 32 – Coeficiente de flambagem para placas retangulares para várias configurações de condições de contorno das bordas [32]

3.4

Consideração da seção completa

Este método consiste em analisar a seção como um todo, portanto levando em consideração a interação completa entre a mesa e a alma, conforme mostrado na Figura 33. A principal diferença entre esta abordagem e a anterior é a garantia da compatibilidade de rotação entre as paredes adjacentes. Em 1939, Stowell & Lundquist [33] usaram o método da energia para obter curvas para o coeficiente da carga crítica para diversos tipos de montagem da seção transversal e considerando o comportamento inelástico. A forma deformada w apresentada pela Eq. (49) e Eq. (50), foram assumidas para obter k de flambagem para cada seção transversal analisada. A Eq.(49), foi aplicada à placa restringida ao longo de ambos os bordos,

conforme a alma de um perfil U ou I. A Eq. (50) se aplica a placas restritas apenas ao longo de um dos bordos, como o caso da mesa de um perfil de seção I. Em ambas as equações A', B', C', e D' representam uma amplitude de deflexão arbitrária, onde y é a coordenada na direção vertical, x é a coordenada na direção longitudinal, b é a largura do membro, n é o número de meias ondas no comprimento C . Para os perfis de seção U, Z e I a amplitude de deflexão arbitrárias A', B', C' e D' podem ser relacionadas através da condição de compatibilidade de rotação (o ângulo das bordas ϕ são mantidos durante a flambagem) e através da condição de equilíbrio de momento em cada um dos bordos. As outras variáveis são ajustadas para obter a menor carga crítica. Não obstante, os autores não obtiveram uma equação explícita e a carga crítica é apresentada na forma de gráficos. A Figura 34 fornece os valores computados para o coeficiente k de flambagem plotados para diferentes valores de espessuras da mesa t_w e da alma t_f . Quando a largura da alma b_w é estreita em comparação com as larguras das mesas b_f , a instabilidade ocorre primeiro na mesa. À medida que a largura da alma aumenta, um ponto é atingido em que a alma se torna a parte mais esbelta da seção transversal, passando a governar o comportamento.

$$w = \left[4A' \frac{y}{b} \left(1 - \frac{y}{b} \right) + B' \operatorname{sen} \left(\frac{\pi y}{b} \right) \right] \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi x}{C} \right) \quad (49)$$

$$w = \left\{ C' \frac{y}{b} - \frac{D'}{3,889} \left[\left(\frac{y}{b} \right)^5 - 4,963 \left(\frac{y}{b} \right)^4 + 9,852 \left(\frac{y}{b} \right)^3 - 9,778 \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right] \right\} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi x}{C} \right) \quad (50)$$

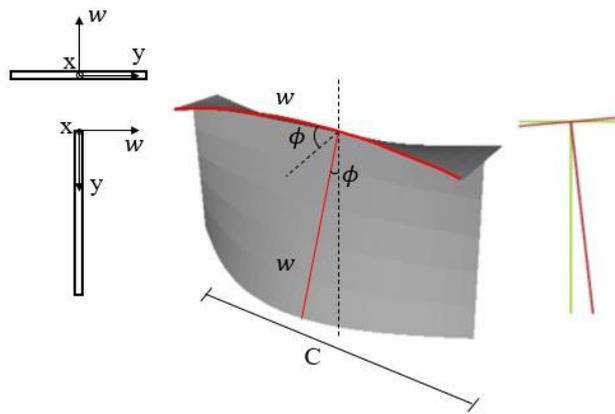


Figura 33 - Representação da análise da seção completa para uma seção tê

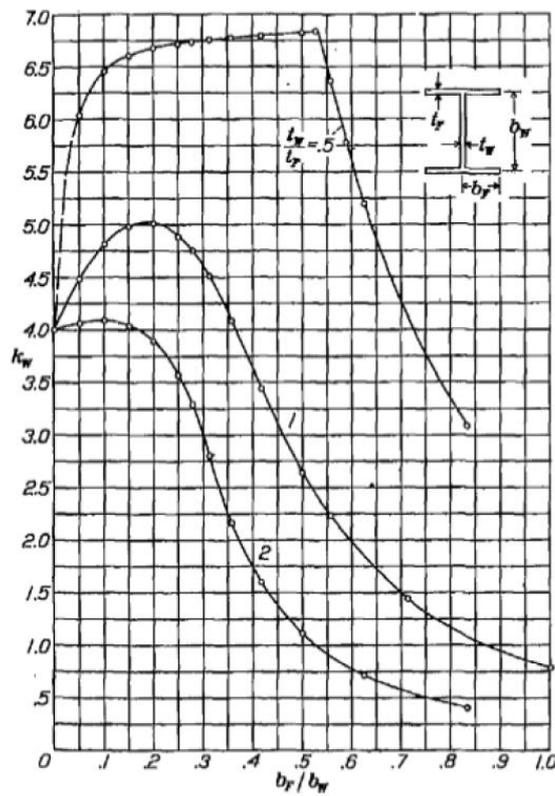


Figura 34 – Valor mínimo de k para uma coluna de seção I carregada centralmente [33]

Complementando a pesquisa apresentada por Stowell & Lundquist [33], Kroll et al. [34] apresentaram um estudo similar para tubos com seção I, Z e U. Kroll usou o princípio distribuição de momento (método de Cross) para obter gráficos para a carga crítica de flambagem local. Nesse método, descrito em detalhes por Stowell & Lundquist, um momento fictício por unidade de comprimento foi aplicado na interseção da placa e distribuído entre as placas de acordo com a rigidez relativa. De acordo com Kroll, este método proporciona melhores resultados do que o princípio da conservação da energia.

Cardoso [35] desenvolveram um estudo abrangente de seção típicas de perfis pultrudados reforçados com fibra polimérica. O método de energia de Rayleigh foi usado para determinar a carga crítica e uma deflexão aproximada, onde foi escolhida considerando a compatibilidade de rotação entre os elementos de placa. Os resultados foram comparados com análises numéricas usando o método das diferenças finitas [36] e bons resultados foram encontrados. Embora o material estudado tenha comportamento ortotrópico, o autor mostrou que o método também proporciona excelentes resultados para materiais isotrópicos. Dawe & Kulak [37] desenvolveram um procedimento computacional para estudar a flambagem local de vigas de seção I. Baseado na formulação energética para placa, este método permite determinar a tensão crítica considerando a interação entre a mesa e a alma, tensão residual e comportamento inelástico do material. Os resultados foram comparados com análises numéricas e experimentais, com uma boa correspondência entre os resultados encontrados.

3.5

Flambagem local de placas com furos

Moen & Schafer [38] conduziram um estudo onde análises de elementos finitos foram empregadas para investigar a influência do tamanho do furo e espaçamento no comportamento em relação à flambagem de seções de paredes finas. Baseado nos resultados, os autores foram capazes de propor uma equação simples para determinar a tensão crítica, σ_{cr} , dependendo da razão entre a altura do furo e a altura da alma, tanto em compressão no plano quanto flexão. No trabalho

mencionado, os autores também observaram dois possíveis modos de falha: i) flambagem de placa na região longe do furo (Figura 35.a); ou ii) flambagem local da alma sobre a abertura (Figura 35.b). Considerando-se furos grandes e placas longas, a flambagem ocorre na região da seção completa e a carga crítica tende a se aproximar da carga crítica de flambagem de placas sem furo. Quando a largura do furo é pequena relativa à largura da placa, a flambagem ocorre concentrada na localização do furo e a carga crítica tende a ser menor do que a carga crítica de placas sem furo.

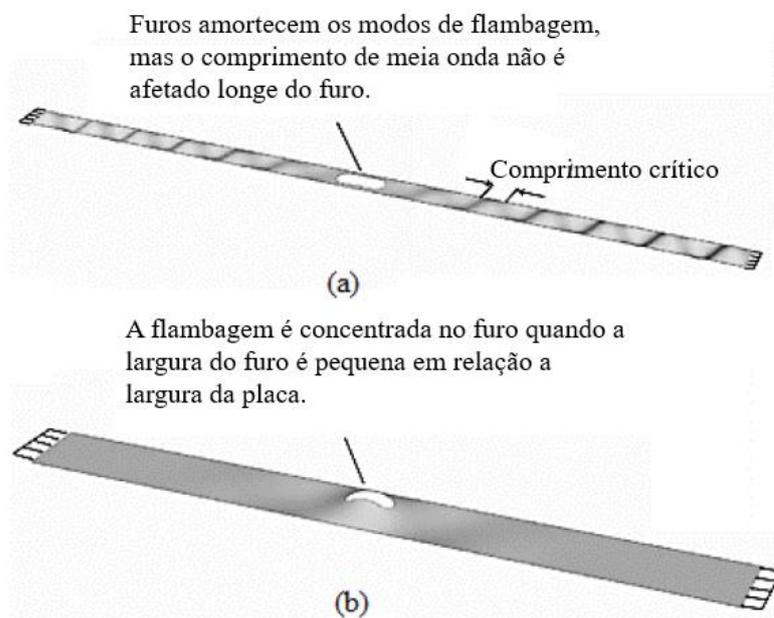


Figura 35 – Modos de flambagem local de placas com furo, adaptado de Moen & Schafer [39]

A influência do furo é mais sensível nos casos em que são analisadas placas com vários furos igualmente espaçados, conforme mostrado na Figura 36. Moen & Schafer [39] observaram que quando o espaçamento entre furos adjacentes é grande, o comportamento da placa assemelha-se ao comportamento anteriormente

mostrado na Figura 35. Contudo, à medida que o espaçamento diminui, ocorre uma diminuição ainda maior da carga crítica quando comparado ao caso de uma placa com somente um furo. Essa redução é provocada pela diminuição da rigidez à flexão no elemento de placa devido ao maior número de furos ao longo da alma, sendo esse modo de flambagem mostrado na Figura 36b. Contudo, para o caso de furos grandes, a flambagem ocorre entre os furos adjacentes, uma vez que a região do furo passa a ser mais rígida que a região entre as aberturas, conforme mostrado na Figura 36a. Nesse caso, o comprimento de meia ondas sofre influência dos contornos, e, portanto, a carga crítica passa a ser maior do que a de uma placa com furo.

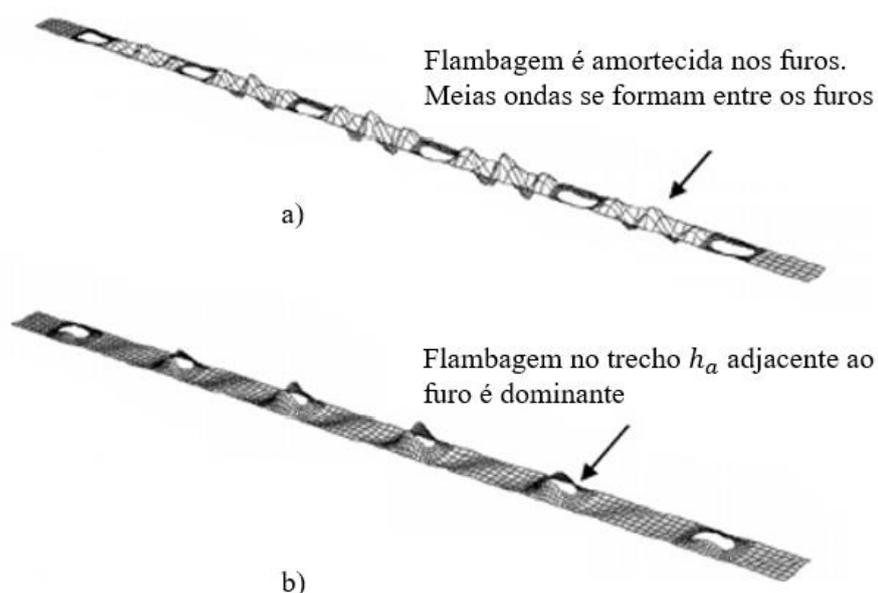


Figura 36 – Comparação dos modos de flambagem para placas com vários furos com espaçamento relativamente ao comprimento da placa.

Uma expressão para a tensão crítica de placas com furos foi desenvolvida baseada nas equações de flambagem de placas desenvolvidas por Timoshenko, conforme mostrado na Eq. (15). Quando o modo de flambagem ocorre longe do

furo, com a formação das meias ondas assumindo o comportamento de uma placa retangular longa uniformemente comprimida e simplesmente apoiada em seus quatro bordos. O valor do k de flambagem elástico para essa situação é considerado igual a 4,0. Por outro lado, quando a flambagem ocorre na seção do furo, a tensão crítica é determinada pela flambagem local no elemento da placa adjacente ao furo (região A ou B), conforme identificado na Figura 37. Os elementos A e B, são considerados apoiados em três dos seus quatro lados, sendo o quarto lado livre para deformar-se para fora do plano. Quando o furo não está centralizado na metade da altura da alma, a tensão crítica na seção do furo é o menor valor entre as regiões A e B (mínimo de σ_{cri} , sendo $i = A$ e B). Esses valores de tensão crítica, podem ser determinados conforme a Eq. (51), onde t é a espessura da placa, h_i a altura dos elementos de placa e k_i o coeficiente de flambagem elástica. O coeficiente de flambagem elástica k_i é determinado conforme a Eq. (52), onde k_i foi calibrado para considerar a influência do comprimento do furo L_{furo} : à medida que L_{furo} diminui em relação a largura h_i , a tensão crítica e k_i aumenta. Está foi uma melhoria em relação a AISI [11], que conservadoramente considerava $k = 0,425$, independentemente de L_{furo} . Quando $L_{furo} < 1,0$, o valor é conservadoramente considerado igual a 0,925.

Para comparar as tensões críticas do trecho com furo σ_{cri} em termos da tensão crítica da placa completa σ_{cr} , deve ser feito o equilíbrio de forças, considerando as áreas da seção líquida e bruta, conforme mostrado na Eq. (53). A Figura 38 relaciona a carga crítica, normalizada pela tensão crítica de uma placa sem furo $\sigma_{cr}/\sigma_{cr_sem_furo}$, versus a razão entre a largura da placa e do furo h/h_{furo} . A reta CG representa o ponto em que a tensão crítica é igual a de uma placa sem furo e a curva DEF representa a tensão crítica de flambagem local no furo, representado pela Eq. 55. Portanto, a tensão crítica em uma placa com um furo é igual ao menor dos valores entre as duas curvas, podendo assumir o valor máximo ao de uma placa sem furo. Esse comportamento é válido para o caso de uma placa com apenas um furo, ou quando o espaçamento entre dois furos adjacentes S respeitam a seguinte relação: $S/h_c \geq 1,5$ ou $S/L_{furo} \geq 2$. Além disso, a seguinte relação $|\delta_{furo}/h_c| \leq 0,15$ deve ser atendida para definir o limite de quando os furos estão desalinhados em relação ao eixo de simetria horizontal da placa, definido por δ_{furo} .

$$\sigma_{cri} = k_i \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{h_{ci}}\right)^2 \quad (51)$$

$$k_i = \begin{cases} 0,425 + \frac{0,2}{(L_{furo}/h_{ci})^{0,95} - 0,6} \rightarrow L_{furo}/h_{ci} \geq 1 \\ 0,925 \rightarrow L_{furo}/h_{ci} < 1 \end{cases} \quad (52)$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cri}(1 - h_{furo}/h_c) \quad (53)$$

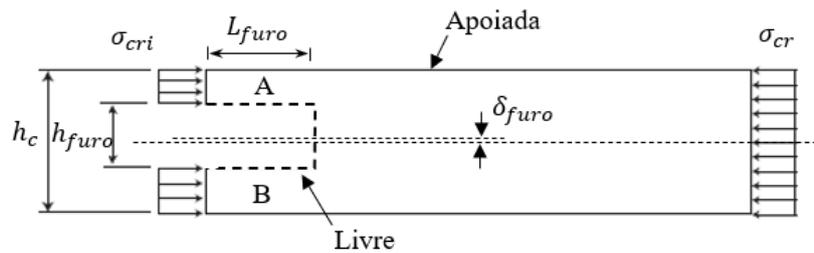


Figura 37 – Diagrama de corpo livre da seção da placa com furo, adaptado de Moen & Schafer [39]

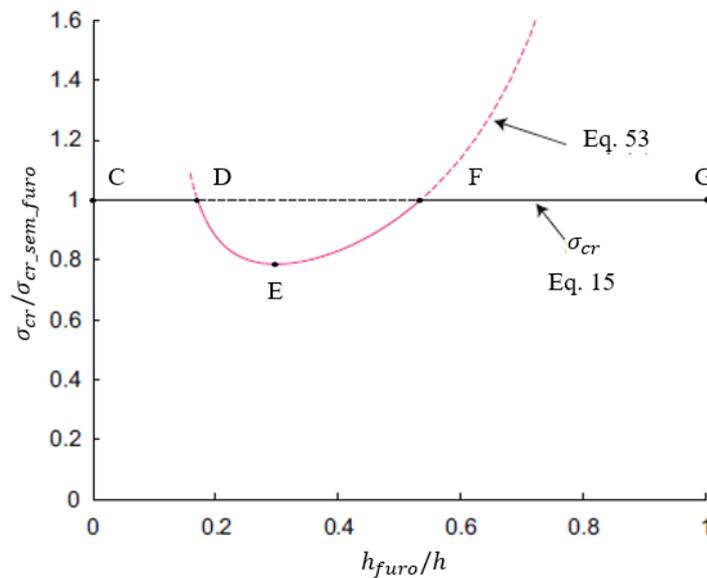


Figura 38 – Previsão da carga crítica local de uma placa simplesmente apoiada com um único furo, adaptado de Moen & Schafer [39]

3.6

Cargas críticas elásticas de colunas de perfil formados a frio com furo

Na Seção 3.5, foi discutida a influência do furo na tensão crítica de flambagem local de uma placa com furo, e, nesta seção é abordado com mais detalhes a influência conjunta do furo e a interação da mesa e alma na flambagem local, para dois casos diferentes: i) perfil C formada a frio com um furo na alma e ii) perfil C formado a frio com um furo na mesa, conforme mostrado na Figura 39.a e Figura 39.b, respectivamente. Em ambos os casos, a flambagem local ocorre essencialmente na alma com a mesa acompanhando a sua rotação, representando o comportamento da seção completa descrito na Seção 3.4. O software CUFISM [26] (baseado no método das faixas finitas) foi utilizado para a previsão aproximada da carga crítica de perfis formados a frio com furos, considerando a seção líquida restringida de forma a travar os deslocamentos na direção z nos nós dos cantos da seção transversal, somente para evitar o modo de flambagem distorcional, enquanto que ainda permite as deformações transversais, conforme mostrado na Figura 40.a. A única situação em que os cantos devem ser fixados em ambas as direções x e z , é quando existem dois elementos isolados (i.e. perfil C com furo na mesa, Figura 40.b). Uma vez definida as condições de contorno da seção transversal, uma análise de autovalores e autovetores é realizada, e uma curva relacionando a carga crítica e o comprimento crítico é obtida. O valor da carga crítica P_{cr} é identificado na curva pelo valor mínimo do comprimento crítico, desde que o comprimento crítico seja menor que o comprimento do furo L_{furo} . Caso contrário, o valor da carga crítica P_{cr} é igual ao valor correspondente ao comprimento do furo L_{furo} [40]. A Figura 41.a compara a carga crítica aproximada obtida pelo método das faixas finitas com a carga crítica calculada pelo AbaqusTM [14] (análise de flambagem elástica), para um intervalo da razão entre altura do furo e altura do perfil (h_{furo}/hc). Observa-se que para furos com altura pequena, designada pela curva AB, ocorre a flambagem na seção do furo. Para esse trecho, o método das faixas finitas da seção líquida é válido, uma vez que são próximos dos resultados obtidos pelo AbaqusTM. Para furos com altura grande, designado pela reta BC, ocorre a flambagem na região da seção

completa e, nesse caso, a simulação pelo método das faixas finitas considera a seção bruta. Para esse trecho os resultados também são adequados quando comparados com os do Abaqus™. A Figura 41.b mostra os resultados do exemplo do perfil formado a frio com furo na mesa, novamente os resultados são comparados com o Abaqus™ e pode-se observar que a previsão é adequada para todo o intervalo analisado. É interessante notar que a carga crítica local diminui, à medida que, a largura do furo b_{furo} aumenta. Demonstrando a importância da mesa na flambagem local da seção completa.

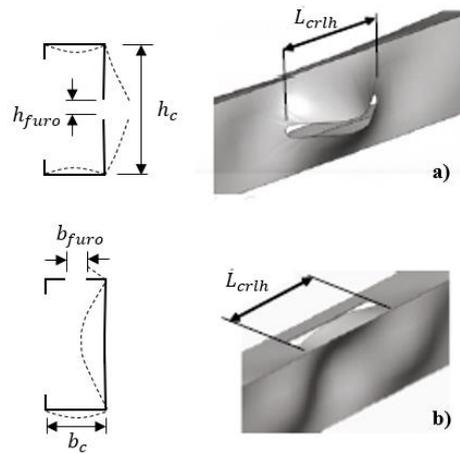


Figura 39 – Modo de flambagem local no furo de uma coluna de perfil C formado a frio, adaptado de Moen & Schafer [40]

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1613091/CA

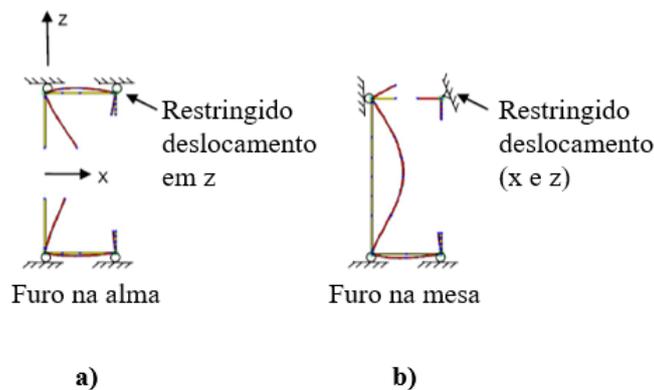


Figura 40 – Guia para modelagem da seção transversal no CUFSM, adaptado de Moen & Schafer [40]

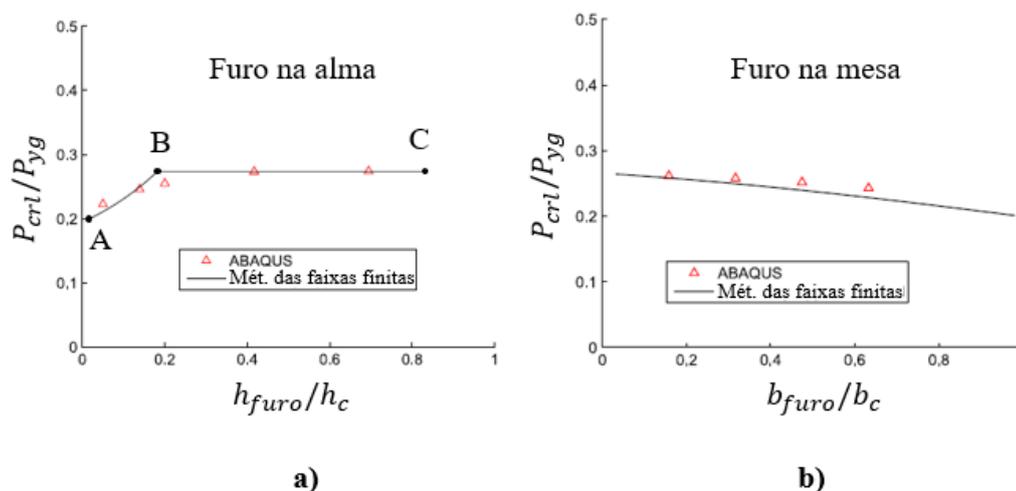


Figura 41 – Comparação da carga crítica da flambagem local no furos (CUFSM e o ABAQUS), adaptado de Moen & Schafer [40]

3.7

Método da Resistência Direta perfis formados a frio com furo

Os furos em seções estruturais são muito comuns em perfis formados a frio. Moen & Schafer [41], interessados em estender o Método da Resistência Direta (MRD) para perfis com furos, partiram do princípio que uma extensão válida do MRD para colunas com furos seria assumir que a carga crítica de flambagem elástica contemplasse a presença dos furos. Para resolver o problema do cálculo das cargas críticas para os modos de flambagem de colunas com furos, um conjunto de métodos simplificados foi desenvolvido por Moen & Schafer [40] incluindo procedimentos manuais e novas técnicas utilizando o método das faixas finitas, de modo a aproximar a carga crítica de flambagem local, flambagem distorcional e flambagem global. Os modos de flambagem para cada um desses casos mostrados Figura 42. Para o caso da flambagem local de colunas com furos esse procedimento foi mostrado na Seção 3.6. O objetivo era identificar quais as mudanças necessárias para as expressões do método existente, MRD, para estender sua viabilidade para colunas com furos. Para tanto, uma grande base de dados de ensaios experimentais dos últimos 30 anos foi reunida, contendo a capacidade de perfis formados a frio

com furo. Em seguida, a modelagem numérica de perfis formados a frio foi validada, para calcular a carga crítica de flambagem elástica de cada um dos ensaios, considerando a presença dos furos e as condições de contorno. Foi realizada uma análise paramétrica considerando a não linearidade do material, não linearidade geométrica e imperfeição geométrica inicial, para analisar a variação da capacidade para intervalos de tamanho do furo e espaçamento entre furos.

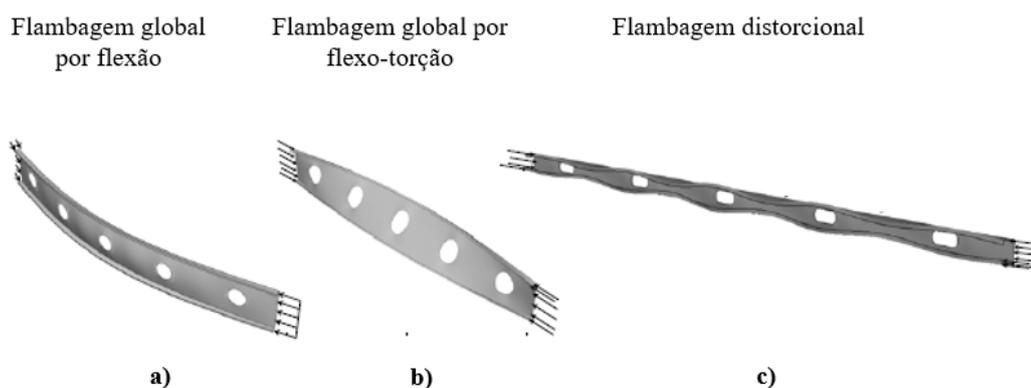


Figura 42 – Modos de flambagem global para colunas formadas a frio com furos: a) por flexão na menor inércia; b) por flexão-torção; c) por flambagem distorcional; adaptado de Moen & Schafer [40]

A Figura 43 mostra os resultados da curva de capacidade obtida através de modelos numéricos P_{teste} para o modo de flambagem global de colunas formados a frio com furos, e também a previsão da capacidade para o modo de flambagem global de acordo com o MRD. Os estudos da flambagem global mostraram que quando a esbeltez λ_c é alta (i.e., quando a flambagem elástica domina o comportamento), a carga crítica elástica, calculada considerando a presença do furo, pode ser usada com as expressões de cálculo do MRD atual com uma boa precisão. Quando a esbeltez λ_c é pequena, a flambagem inelástica e o escoamento na seção do furo limitam a capacidade P_{yliq} . Moen & Schafer [41] observaram que a capacidade para esbeltezas λ_c pequenas estão limitadas para a carga de escoamento da seção líquida P_{yliq} . A Figura 44, mostra a capacidade em relação a flambagem local/global para uma coluna com seção transversal 800S162-43, variando a altura do furo h_{furo} de modo a produzir P_{yliq}/P_y de 1,0 (sem furo), 0,8 e 0,65. Essa coluna

foi escolhida por ter uma predisposição a apresentar uma interação entre a flambagem local/ global [38]. Observa-se que a capacidade obtida nas simulações está de acordo com a capacidade P_{nl} prevista pelo MRD. A tendência de perda da capacidade da coluna à medida que o tamanho do furo aumenta, está corretamente prevista pelas expressões, porque P_{cre} e P_{crl} são calculados considerando a presença dos furos. Moen & Schafer [41], estudaram várias opções de modificações na previsão atual do MRD para incluir o efeito da limitação da capacidade na seção líquida do furo para pequenas esbeltezas. A melhor opção obtida pelos autores foi limitar a capacidade de flambagem local/global, Eq. (47), para a carga de escoamento na seção líquida P_{yliq} , quando a esbeltez local λ_l é pequena.

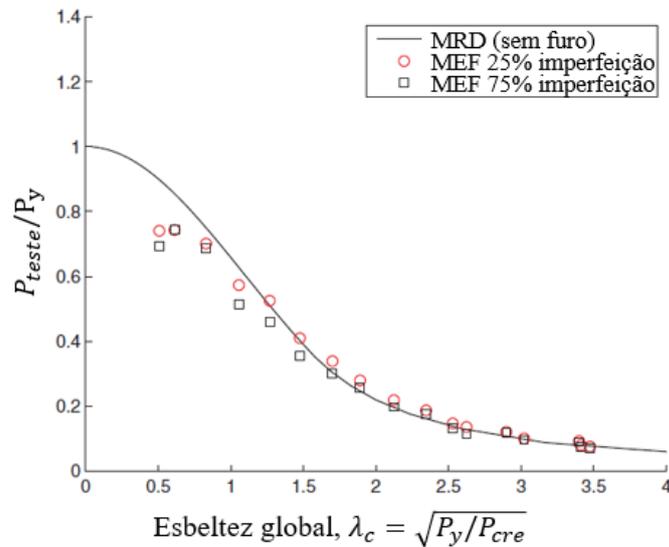


Figura 43 - Comparação da previsão usando o Método da Resistência Direta para a flambagem global, em relação aos resultados numéricos considerando uma coluna com furo, adaptado de Moen & Schafer [41]

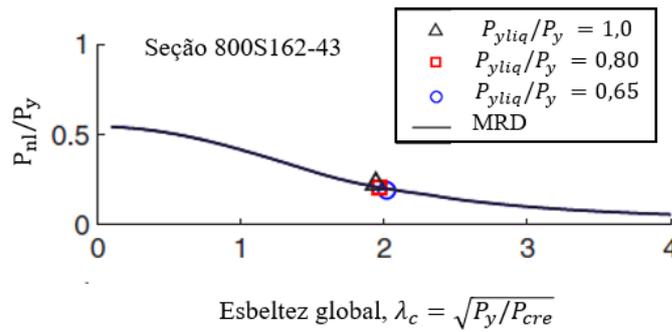


Figura 44 - Comparação da previsão usando o Método da Resistência Direta para interação da flambagem local/global, em relação aos resultados numéricos considerando uma coluna com furo, adaptado de Moen & Schafer [41].

A Figura 45 mostra os resultados da capacidade obtida através de modelos numéricos para o modo de flambagem distorcional. Da mesma forma que para a capacidade em relação a flambagem global e flambagem local/global, quando a esbeltez λ_d é alta, as expressões de cálculo do MRD atual oferecem uma boa precisão da capacidade. Quando a esbeltez λ_d é pequena, a flambagem inelástica e o escoamento na seção do furo limitam a capacidade e a expressão do MRD e precisam ser corrigidas para melhorar a previsão obtida para colunas com furos. Foi proposta uma modificação da Eq. (48) do MRD atual, considerando uma transição do regime elástico para o escoamento da seção do furo P_{yliq} , conforme mostrado na Eq. (54), onde $\lambda_{d1} = 0,561(P_{yliq}/P_y)$ e $\lambda_{d2} = 0,561[14(P_y/P_{yliq})^{0,4} - 13]$ e com P_{d2} determinado pela Eq. (55).

$$P_{nd} = \begin{cases} P_{yliq} \rightarrow \lambda_d < \lambda_{d1} \\ P_{yliq} - \left(\frac{P_{yliq} - P_{d2}}{\lambda_{d2} - \lambda_{d1}} \right) (\lambda_d - \lambda_{d1}) \rightarrow \lambda_{d1} < \lambda_d < \lambda_{d2} \\ \left(1 - 0,25 \left(\frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0,6} \right) \left(\frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0,6} P_y \rightarrow \lambda_d > \lambda_{d2} \end{cases} \quad (54)$$

$$P_{d2} = \left(1 - 0,25 \left(\frac{1}{\lambda_{d2}} \right)^{1,2} \right) \left(\frac{1}{\lambda_{d2}} \right)^{1,2} P_y \quad (55)$$

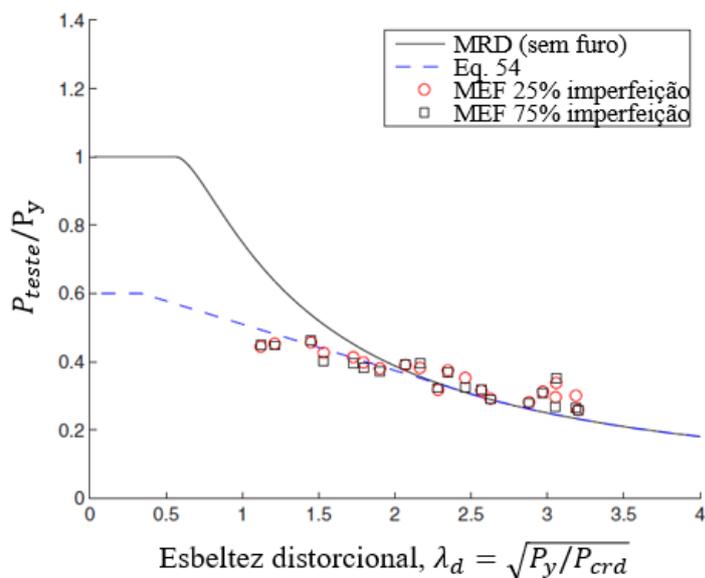


Figura 45 - Comparação da previsão usando o Método da Resistência Direta para flambagem distorcional, em relação aos resultados numéricos considerando uma coluna com furo, adaptado de Moen & Schafer [41].

3.8 Imperfeições nas vigas casteladas

As imperfeições iniciais nas vigas casteladas levam em consideração o efeito da impossibilidade de fabricação de elementos perfeitamente planos e seções perfeitamente simétricas. De acordo com o catálogo de vigas celulares [42], o limite aceitável da imperfeição devido a uma falta de planicidade da alma da viga castelada é igual a $H/100$ para perfis com altura H maior que 600mm ou 4mm para perfis com altura H menor que 600mm, conforme mostrado na Figura 46a. Outra fonte de imperfeição nas vigas casteladas é a falta de alinhamento dos perfis quando feita a soldagem dos perfis. O catálogo de vigas celulares [42] considera que o limite da falta de alinhamento T deve ser menor que 2mm, conforme mostrado na Figura 46b.

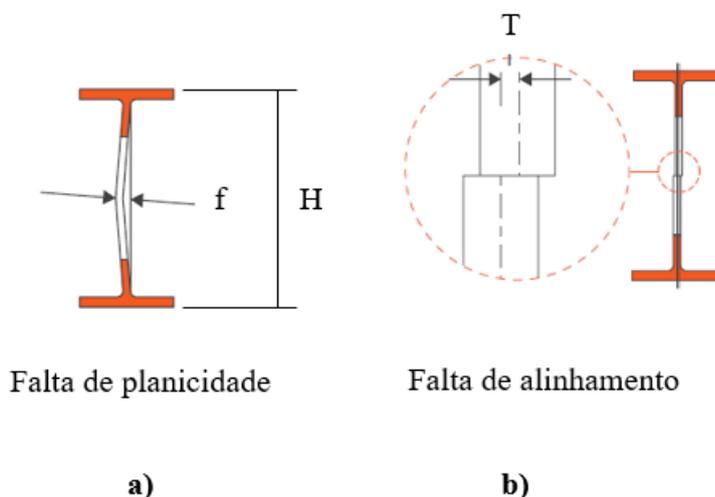


Figura 46 - Imperfeições iniciais nas vigas casteladas

A influência da imperfeição no comportamento de vigas casteladas deve ser considerada para a obtenção da capacidade, principalmente quando a viga é esbelta. No trabalho experimental realizado por Redwood & Demirdjian [43], a imperfeição geométrica inicial foi medida a partir de *strain gauges* em quatro pontos ao longo da altura do perfil, fornecendo informações quanto à forma da imperfeição geométrica inicial e quanto à sua amplitude inicial. A imperfeição medida devido à falta de planicidade foi de 2,7mm para um perfil de 380,5mm de altura H . Os ensaios realizados por Redwood & Demirdjian consistem em vigas com alma semicompacta com espessura de 3,56 mm, conferindo uma esbeltez H/t_w do montante da alma de 105,8 que é um valor entre o limite de flambagem de alma compacta λ_p e o limite de flambagem de alma esbelta λ_r , conforme AISC [44]. A diferença dos dois ensaios realizados por Redwood & Demirdjian consistia na amplitude da imperfeição que para a viga 10.a era de 2,7mm e para a viga 10.b de 1mm, em ambos os casos com apenas uma meia onda. Contudo, à medida que a viga era carregada, foi mobilizado o modo de flambagem do montante da alma com duas meias ondas, conforme mostrado na Figura 47. Em relação à carga última, a viga com a menor amplitude de imperfeição geométrica inicial, viga 10.b, foi a que apresentou a maior carga última igual a 100,9kN, enquanto que a carga última da viga 10.a foi de 92,7kN.

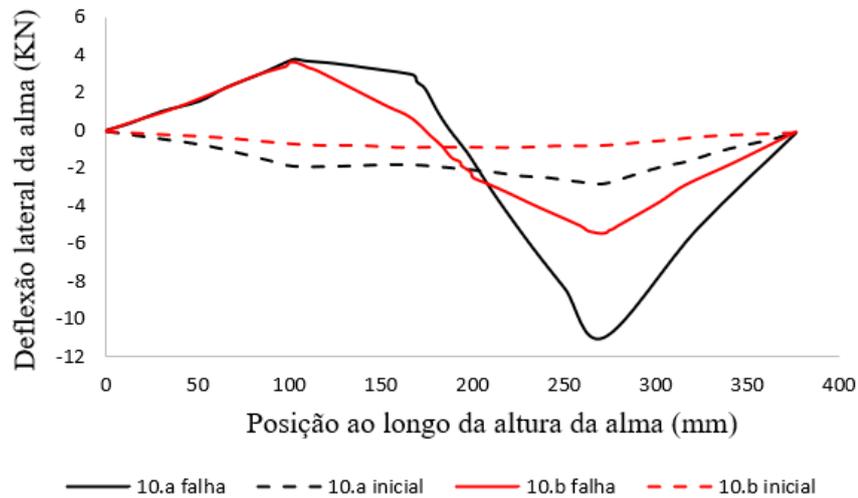


Figura 47 - Deflexão da alma do montante da alma inicial e na falha de vigas casteladas sujeita a flambagem, adapto de Redwood & Demirdjian [43]

3.9

Influência das tensões residuais nas vigas casteladas

As tensões residuais são tensões auto equilibradas que surgem devido ao efeito térmico de resfriamento e estão associadas a uma distribuição de tensões internas, sem a existência de carregamentos mecânicos externos. Os perfis laminados usuais apresentam tensão residual que são consideradas em projeto a partir da distribuição mostrada na Figura 48, onde surgem tensões residuais σ_{res} de compressão ou de tração da ordem de 30% ou 50% da tensão de escoamento σ_y do material dependendo da relação altura h e largura $2b$ da mesa [45].

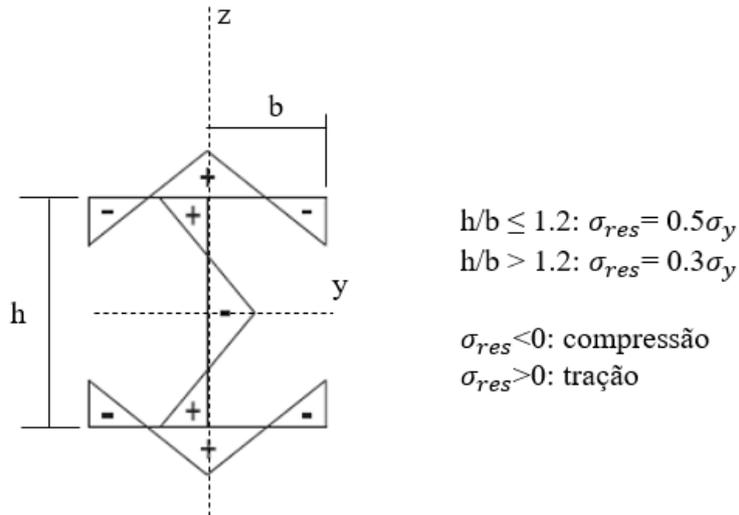


Figura 48 - Gradiente de distribuição das tensões residuais nas vigas de alma cheia, adaptado de [45].

O processo térmico na fabricação das vigas casteladas está associado ao recorte da alma e posterior soldagem, produzindo uma alteração significativa nas tensões residuais na mesa e no montante da alma. Sonck et al. [46] mediram experimentalmente a tensão residual nas vigas casteladas e celulares. O efeito cumulativo do processo térmico de corte (separação do perfil original em duas metades), e, posteriormente o processo térmico de soldagem das duas metades produziu um pico de tensão de tração na localização do corte, conforme mostrado na Figura 49, onde o eixo z representa a posição ao longo da altura do montante da alma da viga original e da viga castelada. À medida que se afasta dessa região de grande variação, as tensões no perfil original e no perfil castelado passam a ter uma distribuição de tensões residuais semelhantes, com compressão variando de 130 MPa até 10 MPa.

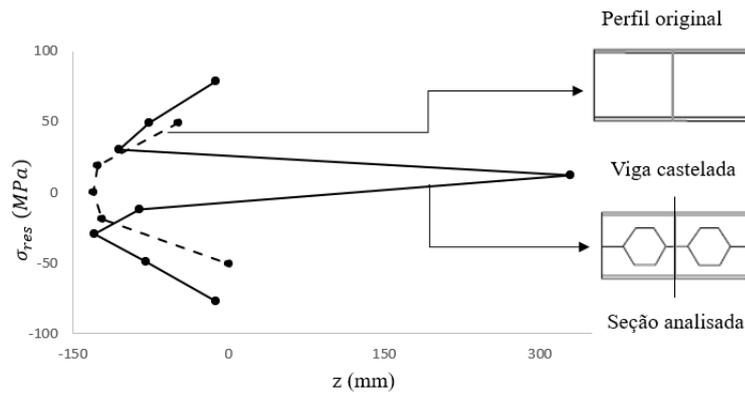


Figura 49 - Comparação da tensão residual na direção axial na alma da viga castelada devido ao processo de fabricação da viga castelada, adaptado de Sonck et al. [46]

A mudança da tensão residual na mesa devido ao processo de fabricação aumenta consideravelmente as tensões residuais σ_{res} de compressão na mesa. Quando comparadas as tensões no perfil original e na viga castelada, o aumento da tensão de compressão na ponta da mesa passa de aproximadamente 50 MPa para 100 MPa, conforme mostrado na Figura 50, onde y representa a variação ao longo da largura da mesa, sendo o eixo y indicados na Figura 50. A consideração desse novo gradiente com aumento significativo da tensão residual na mesa tem efeito deletério na resistência, podendo afetar o dimensionamento [47].

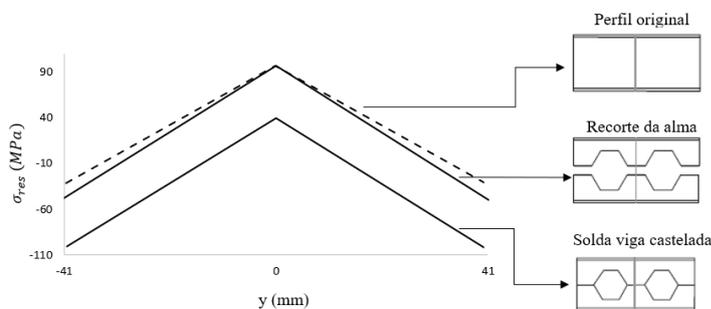


Figura 50 - Comparação da tensão residual na direção axial na mesa da viga castelada durante o processo de fabricação, adaptado de Sonck et al. [46]

3.10

Mecanismo de Vierendeel

O modo de falha devido ao mecanismo de Vierendeel nas vigas casteladas ocorre em função da plastificação dos tês devido ao momento fletor local, que normalmente é crítico em vigas casteladas com grandes aberturas produzidas a partir de perfis originais compactos. O mecanismo de Vierendeel nas vigas casteladas foi observado experimentalmente nos trabalhos de Halleux [48], onde foi observada a formação de quatro rótulas plásticas, na seção dos tês superior e inferior ao redor dos furos, causando a falha da viga na região mostrada na Figura 51.

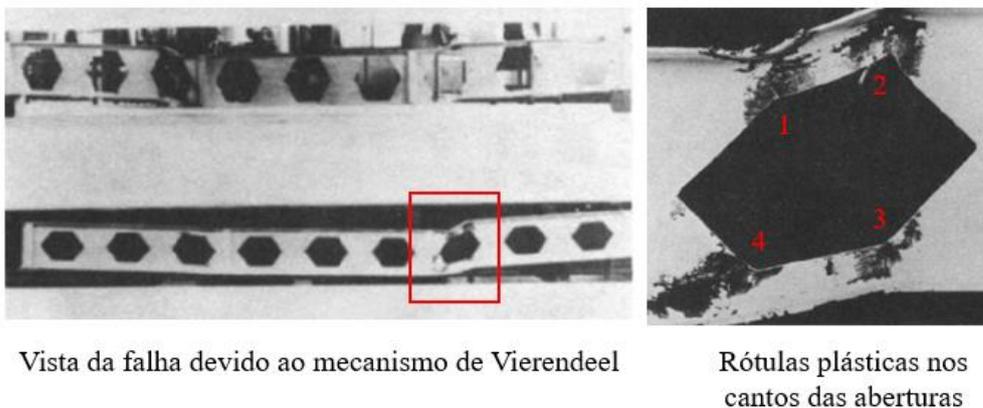


Figura 51 – Modo de falha devido ao mecanismo de Vierendeel, observado experimentalmente no trabalho de Halleux [48]

A Figura 52 ilustra os esforços globais atuantes na abertura, sujeita a ação conjunta de flexão e cortante e também são indicados os lados de menor momento (*low moment side* LMS) e maior momento (*high moment side* HMS). Devido a ação do cortante ao longo da abertura, os tês superior e inferior estão submetidos a ação de um momento local (momento de Vierendeel M_v), que varia linearmente ao longo dos tês. A Figura 53 ilustra uma distribuição típica do M_v nas vigas casteladas, a partir da analogia com a viga Vierendeel, onde também são destacadas as posições de HMS e LMS. No lado LMS, o M_v está tracionando a mesa superior e

comprimindo a mesa inferior, enquanto que no HMS, o M_v está comprimindo a mesa superior e tracionando a mesa inferior, devido a seção transversal nos banzos estarem invertidas, conforme mostrado na Figura 54. A Figura 54 também mostra a combinação dos esforços axial de compressão do tê superior e tração no tê inferior (oriundos da decomposição do momento global M) com os esforços axiais de flexão (oriundos do M_v). Essa combinação de esforços provocam a formação das rótulas plásticas seguindo um padrão antissimétrico, conforme mostrado na Figura 52.

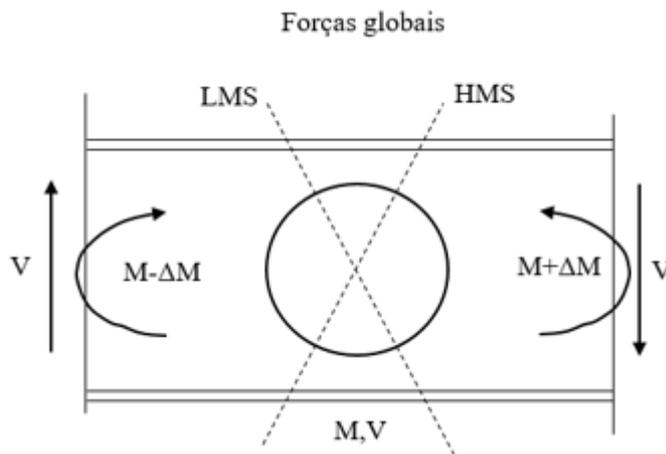


Figura 52 - Esforços globais na região do furo

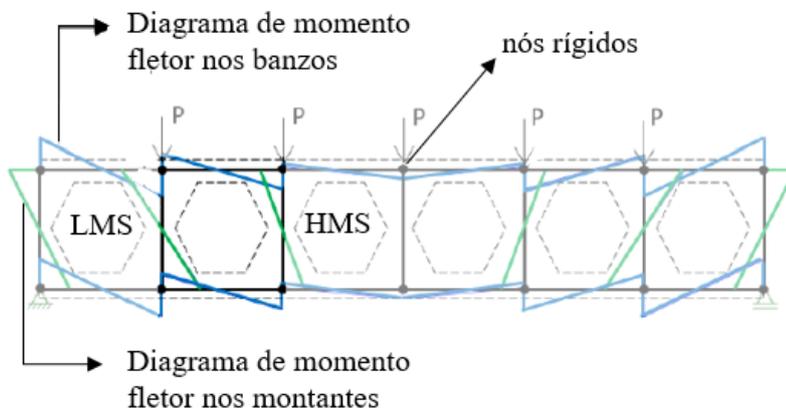


Figura 53– Diagrama de momentos fletores típicos de uma viga Vierendeel

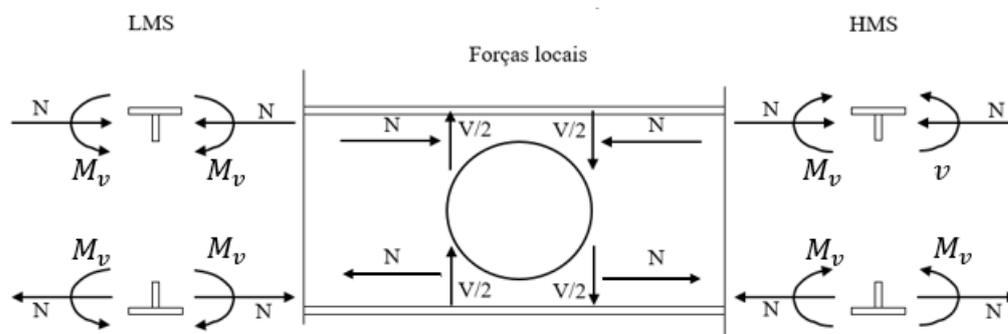


Figura 54 – Indicação dos esforços globais e locais ao redor da abertura.

A Figura 55 mostra a envoltória de capacidade dos tês nos lados de menor momento LMS e de maior momento HMS em função dos esforços globais (momento atuante de cálculo M_{Sd} e cortante atuante de cálculo V_{Sd}) normalizados (momento resistente de cálculo da seção com furo $M_{0,Rd}$ e cortante resistente de cálculo da seção com furo $V_{0,Rd}$), para avaliação da formação das rótulas plásticas, extraído do trabalho de Chung et al. [49] para a seção UB 457x152x52. A curva identificada por LMS representa a capacidade quando as duas rótulas das quatro rótulas plásticas são formadas (segundo o padrão antissimétrico mostrado na Figura 52 para LMS) e a curva HMS representa a capacidade quando as quatro rótulas plásticas são mobilizadas. De acordo com a base de dados pesquisada para a elaboração desse trabalho, a falha devido ao mecanismo de Vierendeel ocorre com a formação de quatro rótulas plásticas, porém Chung et al. [50], reportou que pode ocorrer a falha com a formação de apenas duas rótulas no lado de maior momento. Sendo essa situação quando o cortante global na abertura é alto, mas o momento global na abertura é pequeno [50].

A norma de vigas casteladas [7], utiliza o gráfico de interação proposto pela AISC de vigas colunas, utilizando os esforços locais (momento e normal) ao invés do globais (momento e cortante).

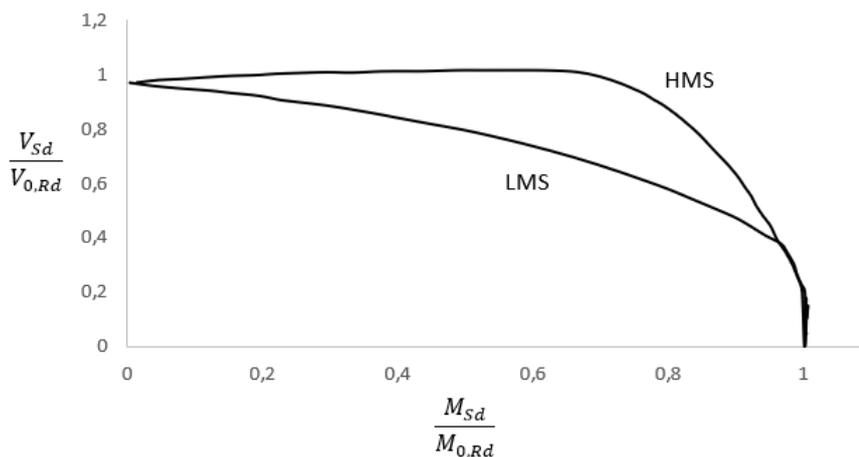


Figura 55 - Gráfico de interação para a formação das rótulas plásticas no lado de menor momento LMS e lado de maior momento HMS, adaptado de Chung et al. [49].

O comprimento do furo e , definido na Figura 5, tem uma grande influência no M_v , i.e. furos com comprimentos grandes, estão normalmente relacionados com M_v altos, devido ao maior braço de alavanca de cisalhamento, conhecido na literatura como comprimento efetivo (distância entre as rótulas plásticas). Desse modo, vigas com aberturas retangulares, estão associadas a grande comprimento efetivo, geralmente com comprimento do furo e com razão de aspecto de até 3:1. De acordo com American Institute of Steel Construction [7], para as vigas casteladas do tipo Litzka o comprimento efetivo é igual ao comprimento da abertura, e . Para as vigas celulares, o comprimento efetivo é determinado como a metade da altura da abertura, indicando que essa abertura é menos suscetível a apresentar a falha devido ao mecanismo de Vierendeel.

Para aberturas não convencionais como a viga Angelina™, o comprimento efetivo é alto e, desse modo, a falha devido ao mecanismo de Vierendeel é mais provável. Ma [10] estudou vigas com abertura hexagonais de cantos arredondados, que naturalmente provocam uma diminuição na concentração de tensão nos cantos das aberturas, onde foi observado uma modificação na posição das rótulas plásticas e conseqüentemente no comprimento efetivo, devido a essa característica da geometria.

Diversos trabalhos na literatura de vigas casteladas observaram que o gráfico de envoltória para o mecanismo de Vierendeel depende da geometria da abertura. Para aberturas circulares, Chung et al. [49] propuseram uma envoltória utilizando uma expressão empírica, conforme mostrado na Eq. (56), a fim de melhor se ajustar aos resultados numéricos obtidos a partir de uma análise paramétrica considerando diferentes razões momento/cortante. A Figura 56 mostra a curva não linear com expoente 2,5, curva tracejada, que apresentou uma boa precisão com os resultados numéricos [49].

$$\left(\frac{M_{Sd}}{M_{0,Rd}}\right)^{2,5} + \left(\frac{V_{Sd}}{V_{0,Rd}}\right)^{2,5} = 1 \quad (56)$$

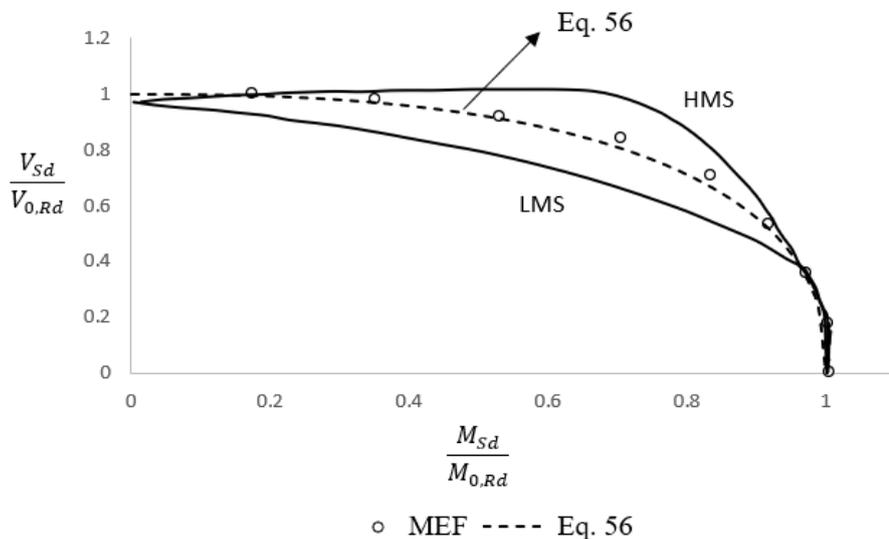


Figura 56 - Curva de interação proposta para a abertura circular [49]

Para diferentes geometrias de aberturas, o comprimento efetivo é alterado e, portanto, a envoltória desenvolvida para a abertura circular não se aplica para esses casos. Quanto maior o comprimento efetivo maior será o efeito no momento local aplicado na seção do tê. A partir de modelos numéricos, Liu & Chung [51] conseguiram determinar o comprimento efetivo para oito diferentes tipos de

abertura, a partir da observação e medição da distância entre as rótulas plásticas em cada um dos diferentes tipos de aberturas: c-hexagonal, hexagonal regular, circular, octogonal, quadrada, retangular (2:1), circular alongada com largura de $2d_0$ e $3d_0$, onde d_0 é a altura da abertura. Vale destacar que a abertura circular apresentou o menor comprimento efetivo, enquanto que a abertura alongada $3d_0$ apresentou os maiores comprimentos efetivos. Liu & Chung [51] observaram que o cálculo da capacidade ao cisalhamento da seção do tê era conservador ao considerar somente a perna do tê quando comparado aos resultados numéricos. Portanto, Liu & Chung [51] propuseram considerar, além da alma, uma parcela da mesa para o cálculo da área de cisalhamento, conforme mostrado na Figura 57. Chung et al. [50] também observaram que, para os diferentes tipos de aberturas estudadas, o comportamento da curva de interação não apresentava uma grande alteração na forma. Desse modo, Chung et al. [50] propuseram uma compatibilização das curvas de resistência em relação a capacidade ao cortante que permitiria a definição de uma curva de interação geral para todas as aberturas. A Figura 58 mostra esquematicamente a forma da curva de interação típica antes e depois de aplicar o parâmetro empírico de acoplamento da capacidade ao cisalhamento \bar{v} (*couple shear capacity*), que compatibiliza o eixo vertical da curva M-V, acoplando o comportamento para diferentes aberturas em uma única curva.

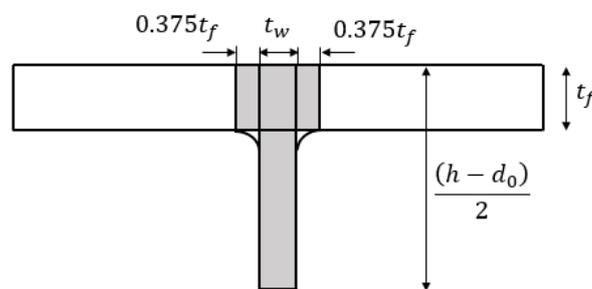


Figura 57 – Área de cisalhamento considerando uma parcela da seção do tê, adaptado do trabalho de Chung et al. [50]

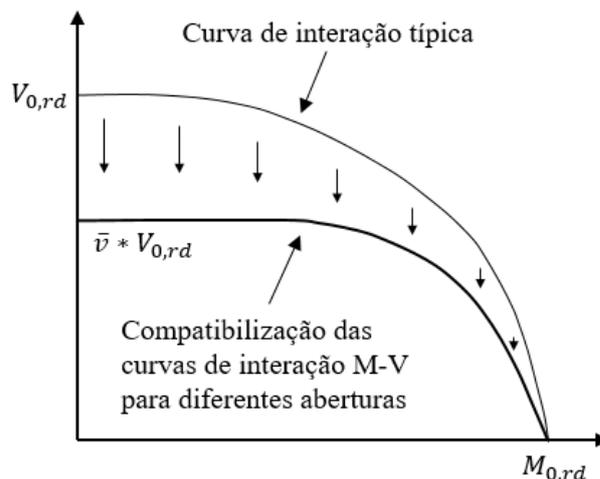


Figura 58 – Compatibilização das curvas de interação M-V de diferentes curvas a partir do parâmetro \bar{v} , adaptado de Chung et al. [50]

A abertura elíptica apresenta maior altura do que comprimento, diferenciando-a das aberturas circulares e hexagonais onde esses parâmetros estão naturalmente relacionados. Tsavdaridis & D'Mello [52] foram os primeiros a estudar esse tipo de abertura, onde foi observado que a curva de interação para abertura circular subestima significativamente a capacidade desse tipo de abertura devido ao aumento significativo da capacidade ao cisalhamento. Desse modo, Tsavdaridis [53] desenvolveu uma nova curva de interação para essa abertura.

3.11 Flambagem do montante da alma

Os esforços atuando no montante da alma são oriundos da transmissão do cortante dos tês superior e inferior que formam um sistema de biela e tirantes inclinadas que podem ocasionar a flambagem do montante da alma na zona comprimida, conforme mostrado esquematicamente na Figura 59. O método mais largamente utilizada para previsão da capacidade do montante da alma consiste na simplificação da geometria do montante da alma (*web post*) como uma coluna biapoiada e a capacidade é calculada a partir da aplicação das curvas de resistência

presentes na normas AISC e EC3. O comprimento da coluna é considerado como metade do tamanho da biela devido ao travamento provocado pelo tirante (metade da altura do montante da alma) impedindo o deslocamento para fora do plano, conforme mostrado na Figura 59. A formação obrigatória de duas meias ondas levantou o questionamento de Zhang [54] sobre a aplicação dessa metodologia pelo fato das curvas de resistência terem sido calibradas para o primeiro modo como apenas uma meia onda. A largura da biela b_e tem uma importância muito grande na determinação da capacidade, sendo determinada pela metade de largura do *web post* no seu trecho mais estreito [55].

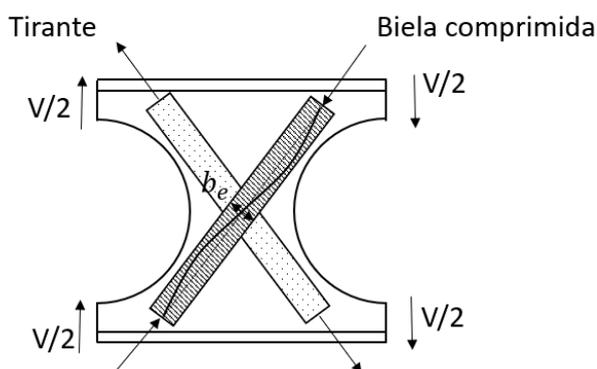


Figura 59 – Biela comprimida no montante da alma das vigas casteladas

A capacidade do montante da alma aumenta à medida que a razão entre a largura do montante da alma e a altura da abertura e/d_0 aumenta e a razão entre a altura da abertura e a espessura do montante da alma d_0/t_w diminui [23]. A utilização de aberturas pouco espaçadas muda a configuração do montante da alma, levando a montantes de alma com largura muito pequena e, para essas condições, D'Mello [56] observou que a previsão teórica obtida por Lawson et al. [55] era muito conservadora. A utilização de menores espessuras mostrou que a capacidade do montante da alma é muito mais sensível a variação da espessura do que a da largura [10].

3.11.1 Influência do tipo de abertura

Lawson et al. [55] desenvolveram uma metodologia aplicando o conceito de bielas para determinar a capacidade do montante da alma de vigas celulares. Panedpojaman et al. [8] observaram que a equação desenvolvida por Lawson et al. [55], majoravam a capacidade para aberturas poucas espaçadas (i.e. para $S/d_0 < 1,5$). A Figura 60, compara o comprimento das bielas l definida por Panedpojaman et al., Eq. (58), e Lawson et al., Eq. (57), para uma viga celular com aberturas pouco espaçadas, onde pode-se observar que o comprimento da coluna obtida por Panedpojaman et al. está de acordo com os pontos de concentração de tensão no montante da alma. Além disso, o comprimento da coluna obtida por Lawson et al. é consideravelmente maior. Panedpojaman et al. também incluiu no cálculo do comprimento efetivo l_{ef} a influência da distribuição de tensão ao redor da coluna, na região do montante da alma, e também levando em consideração a influência do $tê$. O comprimento efetivo é dado por $l_e = \bar{k}l$, sendo \bar{k} o coeficiente do comprimento efetivo, conforme Eq. (59), obtido a partir de uma análise paramétrica variando a relação S/d_0 e d_0/H .

$$l_{lawson} = 0,5\sqrt{s_0^2 + d_0^2} \quad (57)$$

$$l_{panedpojaman} = 0,5\sqrt{S^2 + d_0^2} \quad (58)$$

$$\bar{k} = 0,9 \frac{s}{d_0} \left(\frac{d_0}{H}\right)^2 \leq \min\left(1,15 \frac{d_0}{H}, 1,15\right) \quad (59)$$

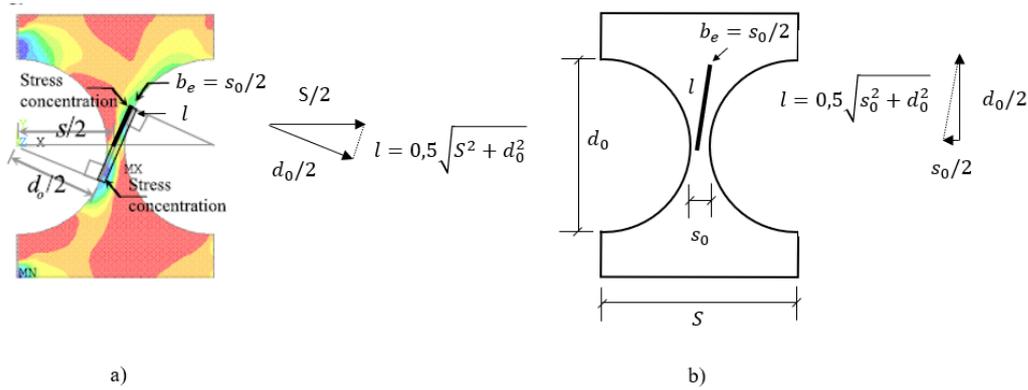


Figura 60 – Comparação do comprimento das bielas comprimidas l definidas por a) Panedpojaman et al. [8] e b) Lawson et al. [55].

Posteriormente, Wang et al. [57] propuseram uma modificação na equação de vigas casteladas com cantos arredondados para incluir o efeito benéfico da diminuição das concentrações de tensões. A largura efetiva foi redefinida para $b_e = 0,8S_0$ e o comprimento efetivo conforme mostrado na Eq. (60), onde S' é a largura do montante da alma descontando a parte côncava, conforme mostrado na Figura 61. D'Mello [56] propôs uma redefinição com comprimento efetivo para as aberturas elípticas que, devido aos cantos vivos no montante da alma, provocam uma elevada concentração de tensão no montante da alma. A largura efetiva para esse caso equivale a $b_e = 0,5S_0$ e o comprimento efetivo conforme mostrado na Eq. (61).

$$l_{ef} = 0,5\sqrt{S'^2 + d_0^2} \tag{60}$$

$$l_{ef} = 0,5\sqrt{d_0^2 + d_0^2} = 0,5\sqrt{2d_0} \approx 0,7d_0 \tag{61}$$

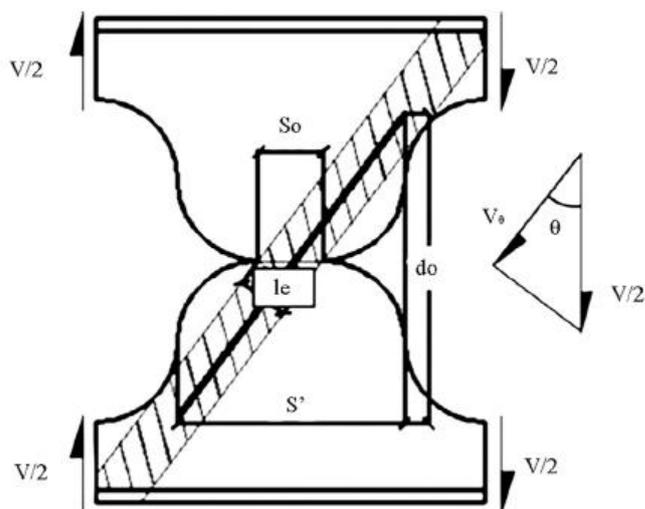


Figura 61 – Comprimento efetivo l_{ef} no montante da alma de aberturas com cantos arredondados[57]

3.11.2

Representação simplificação do montante da alma

Outra abordagem para obter a capacidade do montante da alma é através da análise do elemento básico mostrado na Figura 62 [23]. Esse modelo tira proveito da simetria, considerando o elemento como uma cunha representada somente pela metade superior do montante da alma e com um trecho estendido acima das aberturas. Desse modo, pode-se considerar que seus três apoios estão restringindo deslocamentos e não momentos, visto que são pontos de inflexão da linha elástica do modelo Vierendeel. Nessa abordagem, a região está em equilíbrio em relação ao cortante horizontal V_h , cortante vertical V e a força normal N . A partir do equilíbrio estático, pode-se mostrar que a razão entre o V/V_h é determinada conforme a Eq. (62). Redwood & Demirdjian [43] obtiveram o gráfico da Figura 63, a partir de análise de flambagem elástica, para diferentes razões de altura da abertura e largura do montante da alma, h/e , e razão de largura do montante da alma e espessura da alma e/t_w . O cortante vertical V é o que provoca a flambagem do montante da alma e ele pode ser obtido a partir do seguinte procedimento: 1) Ler o valor do k de flambagem a partir da Figura 63; 2) Usar a Eq. (62) para encontrar o cortante horizontal V_h no montante da alma; 3) Usar a Eq. (63) para transformar o cortante

horizontal V_h para o cortante vertical V (i.e. a capacidade em relação a flambagem do montante da alma).

Mais recentemente, a partir de resultados obtidos considerando a não linearidade completa usando o método dos elementos finitos, foi observado que os valores obtido por Redwood & Demirdjian [43] em seu trabalho original são muito conservadores para os casos de montante da alma esbeltos [10, 54].

$$V_h = k \frac{Eet_w}{(h/t_w)^2} \quad (62)$$

$$\frac{V}{V_h} = \frac{(H - 2\bar{y})}{s} \quad (63)$$

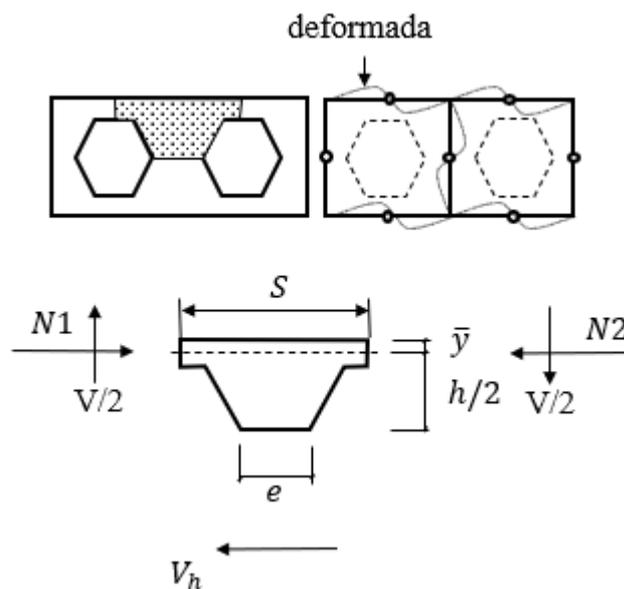


Figura 62 – Representação do montante da alma como uma cunha, adaptado de Aglan & Redwood [23]

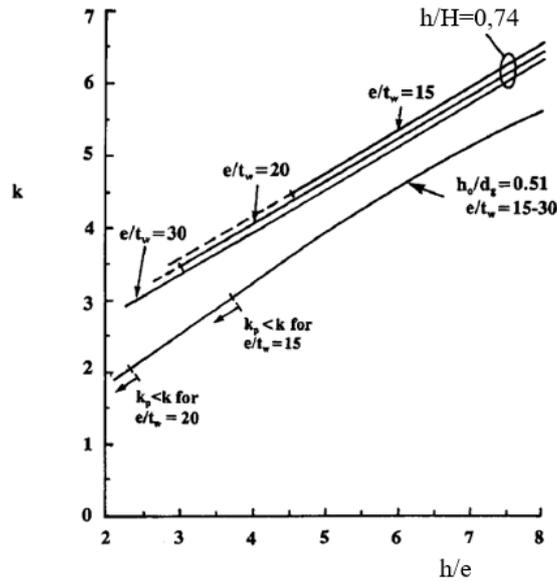


Figura 63 – Gráfico relacionando o coeficiente de flambagem devido ao cisalhamento k versus d_0/e

3.12 Plastificação do tê

Vigas casteladas submetidas a flexão pura estão sujeitas a plastificar na seção líquida, da mesma forma que uma viga de alma cheia. Em ambos os casos, a mesa é o principal elemento, conferindo grande parte da capacidade à flexão. Na viga castelada, a presença da abertura faz com que a contribuição da alma seja ainda menor. A seção transversal com abertura da viga castelada limita a capacidade da viga, pois nesse instante se configura a formação de uma rótula plástica nos tê superior e inferior. A plastificação do tê com a formação da rótula plástica foi observada nos ensaios experimentais [58, 48], conforme mostrado na Figura 64. Em ambos os ensaios, as vigas casteladas foram travadas ao longo do comprimento para impedir que o modo de flambagem lateral ocorresse, visto que esse modo é geralmente o modo crítico quando o travamento lateral não é adequado [59].

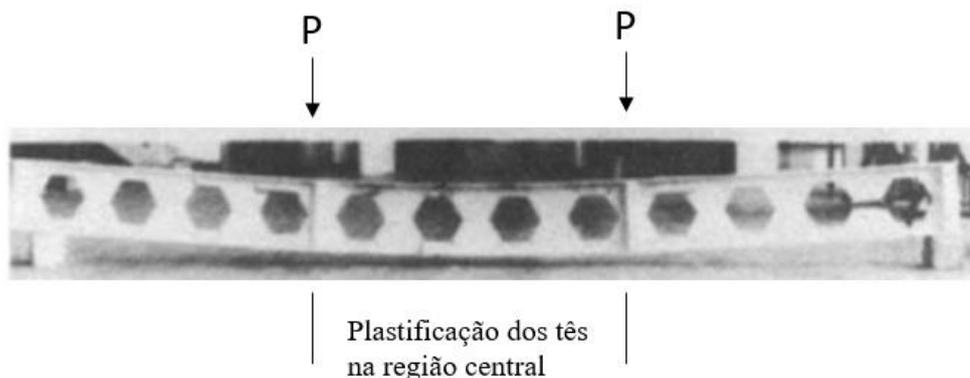


Figura 64 – Falha devido a plastificação do tampo, adaptado de Halleux [48]

Vigas submetidas a flexão simples normalmente são mais suscetíveis a falha pelo mecanismo de Vierendeel ou flambagem do montante da alma para as dimensões usuais de altura e espaçamentos das aberturas. Contudo, para vigas casteladas com aberturas pequenas, a plastificação do tampo, passa a ser relevante, embora esses tipos de seções sejam evitados pelo fato de não apresentarem ganhos significativos de momento de inércia. Chung et al. [49] observaram que a seção do tampo é maior à medida que a abertura se torna menor e, conseqüentemente, maior a capacidade ao cortante. Desse modo, vigas com aberturas pequenas normalmente falham por flexão, pois sua capacidade ao cortante é muito superior.

3.13

Flambagem do tampo

Vigas submetidas a flexão pura e travadas ao longo do comprimento podem apresentar flambagem do tampo comprimido, porém pouca atenção havia sido dada a esse modo de falha. Com a utilização cada vez maior de aços de alta resistência, a instabilidade do tampo pode se tornar relevante, em função da alteração dos limites de capacidade das placas constituintes [60]. Oliveira et al. [61] estudou a flambagem do tampo de vigas casteladas do tipo Litzka, onde foi observado - a partir de simulações numéricas - que as meias ondas são formadas acompanhando o comprimento das aberturas no tampo comprimido, enquanto que o tampo tracionado permanece praticamente

indeformado, conforme mostrado na Figura 65. Essa observação permitiu a utilização da deflexão do t \hat{e} superior para a derivação da equação de deflexão omitindo a parte inferior do t \hat{e} . Com base nessa simplificação, foi realizado o desenvolvimento da equação explícita para a carga crítica utilizando o método da energia a partir de uma deflexão viável, de modo a considerar a compatibilidade de deslocamentos entre a mesa e a alma. Foi obtida uma equação para a tensão crítica para a flambagem do t \hat{e} dominada pela alma $\sigma_{cr,w}$ e pela mesa $\sigma_{cr,f}$ conforme mostrado nas Eqs. (64) e (65), respectivamente. Essas equações foram validadas a partir de uma análise paramétrica focando no padrão das vigas casteladas do tipo Litzka com relação $\eta = b_f/b_w$ e $\xi = t_f/t_w$, variando de 0,5 até 4,0 e 1,0 até 1,8, respectivamente, com o objetivo de cobrir a faixa as relações usais de vigas Litzkas geradas a partir da série comercial de perfis laminados [62]. Foi mostrado que as equações propostas tem resultados que estão mais ajustados aos resultados obtidos pela análise numéricas do que a previsão fornecida pelo *Design Guide* de vigas casteladas [7], que prevê que a flambagem do t \hat{e} pode ser escrita conforme a Eq. (5) de flambagem do t \hat{e} comprimido travado ao longo do comprimento.

$$\sigma_{cr,w} = \frac{\pi^2 D_w}{b_w^2 t_w} \left[\frac{94,6 + 249\eta\xi^3 + 8,75\eta^3\xi^3 + 186\eta^2\xi^6}{126 + 42\eta^3\xi + 235\eta\xi^3 + 115\eta^2\xi^6} \right] \quad (64)$$

$$\sigma_{cr,f} = \frac{\pi^2 D_w}{b_w^2 t_w} \left[\frac{63,5 + 59,6\eta\xi^3 + 0,97\eta^3\xi^3}{105 + 35\eta^3\xi} \right] \quad (65)$$

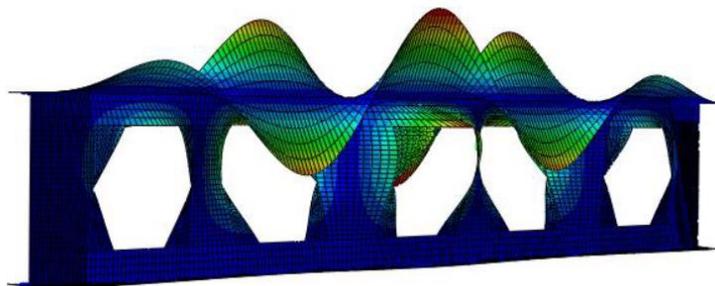


Figura 65 - Modo de flambagem do t \hat{e} da viga castelada Litzka sujeita a flexão pura [61]

Vigas esbeltas, classe 3 do *Eurocode 3* [13], com pequenos tamanhos de aberturas dos furos também podem apresentar a flambagem do tê [51]. Nesse caso, a flambagem local é controlada pela alma do tê, que aumenta à medida que a abertura diminui. Conseqüentemente, sua esbeltez, representada pela razão entre a altura e largura b_w/t_w , também aumenta.

3.14 Flambagem lateral com torção

Quando as vigas casteladas não têm sua mesa superior travadas lateralmente, o modo de flambagem lateral com torção pode se desenvolver, geralmente para vigas relativamente longas quando a influência do momento fletor é maior. O comportamento das vigas casteladas em relação a flambagem lateral é muito semelhante ao observado nas vigas de alma cheia [5]. A comparação das previsões teóricas obtidas para vigas de alma cheia poderiam ser utilizadas para as vigas casteladas, desde que as propriedades geométricas da seção fossem calculadas para uma seção com abertura [63]. Segundo Nethercot & Kerdal [63], as aberturas na alma não mostraram nenhuma interação com o modo distorcional, ou seja, ocorria a deflexão do membro para fora do plano simultaneamente com o giro da seção sem distorção da alma. Contudo, Zirakian & Showkati [64] observaram que pode ocorrer uma interação com o modo distorcional, conforme mostrado na Figura 66. Além dos deslocamentos dos nós da seção associados à flambagem lateral, a seção transversal apresentou mudança na forma. Posteriormente, Ellobody [9] observou que a interação do modo de flambagem lateral com o modo distorcional provocou uma diminuição considerável na capacidade das vigas casteladas esbeltas, tornando seu dimensionamento contra a segurança em alguns casos.

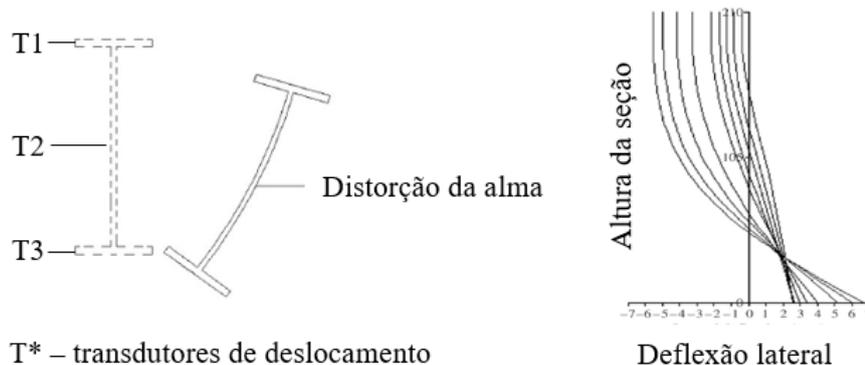


Figura 66 – Distorção da alma para o perfil C210-3600, adaptado do trabalho de Zirakian & Showkati [64]

O modo de falha devido a flambagem lateral costuma ser o modo de falha que apresenta a menor capacidade resistente dentre todos os modos de falha das vigas casteladas quando não há travamento lateral [59]. Ainda hoje não existe um consenso sobre qual curva de flambagem do *Eurocode 3* [13] que deve ser usada. Sonck & Belis [65] observaram que a capacidade das vigas celulares é impactada pelo gradiente de distribuição das tensões residuais que apresenta maior compressão na mesa, conforme mostrado na Figura 50. Além disso, as expressões clássicas para o cálculo do momento crítico são derivadas considerando o carregamento no centro de cisalhamento da seção transversal (que no caso da viga celular é igual ao centro geométrico). Para as vigas celulares essa hipótese não é válida, uma vez que a seção não é homogênea ao longo do comprimento, e não faz sentido aplicar um carregamento onde não existe material. Portanto, para as vigas celulares, uma hipótese mais razoável seria o carregamento aplicado no tê superior ou inferior, sendo o carregamento aplicado no tê superior a configuração de carregamento que causa a maior desestabilização. Ferreira et al. [66] estudaram a influência da posição do carregamento e a influência do gradiente de distribuição da tensão residual em vigas celulares. Os autores observaram que para um carregamento pontual aplicado no meio do vão, a curva de flambagem d do *Eurocode 3* [13] torna-se uma boa estimativa para a previsão da capacidade de vigas celulares sujeitas a flambagem lateral com torção.

Erdal & Saka [59] observaram em ensaios experimentais que, quando o travamento lateral não é contínuo, pode ocorrer a flambagem lateral entre os pontos de travamento lateral. Erdal & Saka [59] reportaram que quatro vigas ensaiadas com arranjos experimentais semelhantes, apresentaram diferentes modos de falha em função da variação do comprimento destravado. A flambagem do montante da alma ocorria para o menor espaçamento dos travamentos laterais enquanto que a flambagem lateral para os maiores espaços de travamento. Além da mudança no modo, foi observada redução significativa na capacidade para os casos governados por flambagem lateral.

3.15

Interação dos modos de falha

A maioria dos trabalhos de vigas casteladas são restritos ao estudo de um modo de falha isolado e não abordam de forma explícita uma possível interação entre modos de falha ocorrendo simultaneamente. A exceção encontrada na literatura de vigas casteladas foi o trabalho de Ellobody [9], que estudou a interação da flambagem lateral com a flambagem distorcional. Recentemente Ferreira et al. [67] mostraram que a partir de um modelo de inteligência artificial validado através de 768 modelos de elementos finitos, a capacidade devido ao modo de flambagem lateral e também do modo considerando a interação da flambagem lateral com a flambagem distorcional poderiam ser previstos adequadamente.

Cada vez mais perfis esbeltos e aços mais resistentes estão sendo usados para a fabricação das vigas casteladas, tornando a ocorrência de flambagem do tê comprimido e do montante da alma mais comuns. Quando as cargas críticas desses modos de flambagem se aproximam entre si, ou dos modos dominados pela plastificação (plastificação do tê e mecanismo de Vierendeel) deve ser verificada a interação entre eles. Embora a literatura existente de vigas casteladas não descreva explicitamente como interação, alguns trabalhos reportam uma transição onde a combinação entre dois modos de falha. Nos estudos paramétricos realizados por Wang et al. [57], a largura do montante da alma foi variada, aumentando a capacidade do montante da alma à medida que sua largura era progressivamente aumentada. Como consequência, ocorreu uma mudança no modo de falha, de flambagem do montante da alma para o mecanismo de Vierendeel. A Figura 67

representa o modelo que está exatamente nessa transição, onde Wang et al. [57] destacaram que ocorria tanto a formação das rótulas plásticas (características da falha devido ao mecanismo de Vierendeel), quanto grandes deslocamentos e tensões no montante da alma provocados pela flambagem. Contudo, não era objetivo do autor analisar a interação que ocorreu especificamente para essa geometria, e também não foi dada nenhuma informação adicional que pudesse observar se ocorria alguma redução da capacidade para essa geometria. Erdal & Saka [59] realizaram quatro ensaios com vigas casteladas com mesma geometria e carregamentos, apenas variando o espaçamento do travamento lateral adotado em cada um deles. Observou-se que quando o travamento era insuficiente para restringir o deslocamento lateral da mesa comprimida, era observado que o modo de flambagem lateral tornava-se dominante. Por outro lado, quando o espaçamento entre os travamentos era menor, o modo de falha mobilizado era o mecanismo de Vierendeel. O autor reportou que essa transição entre os modos de falha que ocorreu devido a escolha do espaçamento dos travamentos, promoveu uma considerável redução na capacidade da viga castelada. Contudo, o autor não deixou claro se a redução na capacidade foi devido a uma interação entre os modos de falha.

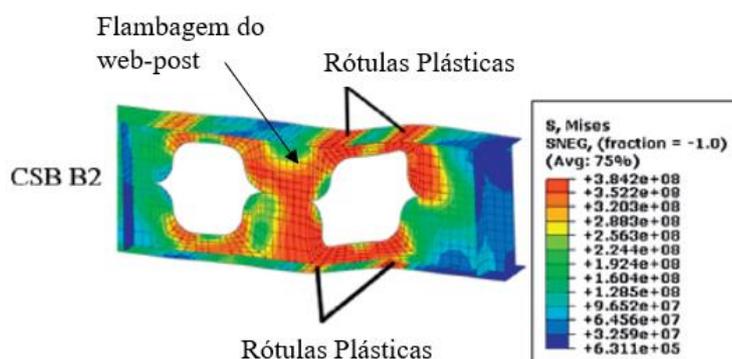


Figura 67 – Modos de falha das vigas com aberturas hexagonais com cantos arredondados, adaptado de [57]

3.16

Interação dos elementos constituintes da seção transversal

As normas de dimensionamento de estruturas metálicas AISC [16] e *Eurocode 3* [13] utilizam a classificação da esbeltez dos elementos mesa e alma a partir da razão entre a largura e a espessura para classificar o comportamento da seção dentre as seguintes opções: esbelta, compacta ou semcompacta. Gioncu & Petcu [68] e, mais recentemente, Shokouhian & Shi [69] questionaram essa classificação da seção feita independentemente para a mesa e alma, pois segundo os autores ignora a restrição mútua que um elemento exerce sobre o outro. Shokouhian & Shi [69] propõem a utilização de uma classificação mais abrangente, considerando o comportamento do membro ao invés da seção transversal para vigas de alma cheia. Segundo Gioncu [70], o comportamento do membro está associado ao comportamento da estrutura como um todo, incluindo a interação entre os elementos constituintes. A contribuição da rigidez relativa entre a mesa e a alma na flambagem da alma foi mostrada por Shokouhian & Shi [69] a partir de um estudo paramétrico variando a esbeltez da mesa. A capacidade de rotação última da estrutura, ductibilidade, diminuiu muito à medida que a esbeltez da mesa aumentava, mostrando que a mesa confere uma rigidez adicional ao membro quando ocorre a flambagem da alma. Comportamento similar foi observado quando ocorreu a flambagem da mesa considerando diferentes rigidezas relativas entre os elementos.

A norma de perfis formados a frio, no seu apêndice 1 AISC [16], apresenta um método bem sucedido intitulado método da Resistência Direta, que permite a consideração da compatibilidade entre placas que constituem a seção transversal (por exemplo, mesa e alma), além de outros fatores. O conceito fundamental por trás do método consiste no fato de que a capacidade do membro pode ser diretamente obtida em função da carga crítica de flambagem elástica para diferentes modos (local, global e distorcional) e da carga de escoamento. No método, um parâmetro não dimensional para a esbeltez é computado para cada modo de falha baseado na carga crítica e na carga de plastificação, ao invés de utilizar parâmetros geométricos, como por exemplo, a razão largura e espessura, que é o caso do Método da Largura Efetiva. O conceito por trás desse método foi bem ilustrado por Schafer & Peköz [24], que compilaram os resultados experimentais de 574

elementos de perfis formados a frio sujeitos à flexão, com seções transversais que incluíam seções C e Z. O momento crítico elástico de cada um dos ensaios foi calculado, considerando a seção completa, em seguida, a esbeltez de cada um dos elementos foi determinada considerando o menor dos momentos críticos de flambagem e o momento de escoamento. Na Figura 68, a esbeltez é plotada em relação a capacidade à flexão e normalizada pelo momento de escoamento (M_{teste}/M_y). Observa-se que apesar da grande diferença na geometria dos membros, a tendência observada permitiu que fosse definida uma equação para a previsão, que posteriormente foi utilizada pelo método da Resistência Direta.

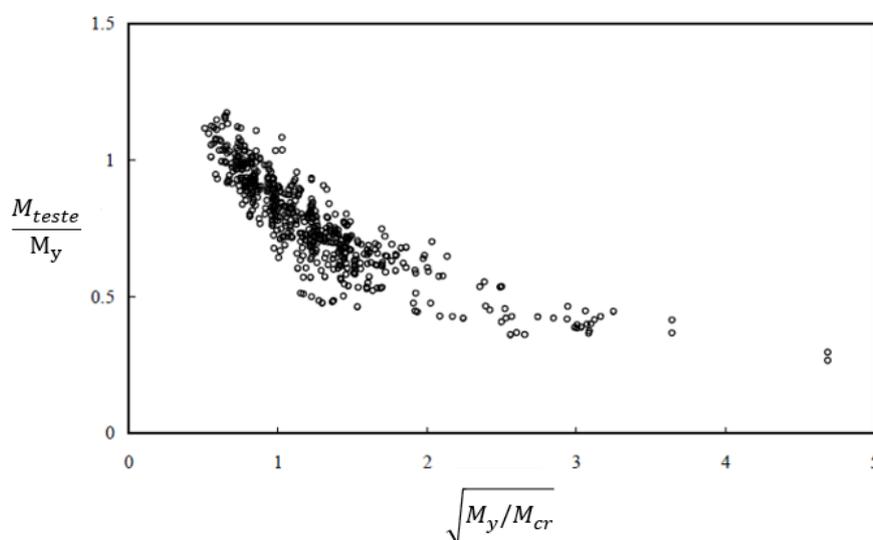


Figura 68 - Capacidade à flexão versus esbeltez para um conjunto de ensaios experimentais, adaptado de Schafer & Peköz [24]

As soluções clássicas para obter a carga crítica dos modos de flambagem global, local e distorcional podem se tornar desafiadoras e pode ignorar características mecânicas, como por exemplo, interação entre elementos e compatibilidade. Para remediar isso, pode-se utilizar soluções numéricas desenvolvidas com o método das faixas finitas. O método convencional das faixas finitas, promove uma maneira de determinar todos os modos de flambagem de perfis formados a frio sujeitos a tensões longitudinais (axial, flexão e combinação

entre ambas). O CUFSM [26] e o FStr [28] são programas gratuito que disponibilizam essa capacidade de calcular a carga crítica. No CUFSM [26] está disponibilizada uma extensão ao tradicional método das faixas finitas, chamado *constrained finite strip method* (cFSM), que promove uma forma de cálculo i) onde a solução da estabilidade é focada somente em um modo de flambagem dado (decomposição modal), ou ii) baseada no método tradicional de solução das faixas finitas, classificando em diferentes modos de flambagem fundamentais (identificação modal). Outro método utilizado para determinar a carga crítica elástica de perfis formados a frio é o método das vigas generalizadas GBT. O GBT é uma teoria para perfis formados a frio que incorpora deformações locais e discretiza a configuração deformada do membro em uma combinação linear de variados modos de deformação da seção transversal. A formulação também permite obter a contribuição de cada um dos modos de deformação na resposta, permitindo uma interpretação mais clara dos resultados. O GBTul [27] é um programa gratuito que disponibiliza a implementação numérica desse método.

A capacidade prevista em relação ao Método da Largura Efetiva e do Método da Resistência Direta são comparados em função da esbeltez da alma de uma coluna de seção C, conforme mostrado na Figura 69.a. À medida que a esbeltez da alma aumenta, o método da Largura Efetiva torna-se cada vez mais contra a segurança. Este comportamento é exacerbado pelo fato que para seções C, à medida que a alma se torna mais alta a largura da mesa se mantém praticamente constante, portanto, almas mais esbeltas estão fortemente correlacionadas com razões largura da alma e mesa alta (i.e. seção C estreitas). Este comportamento é devido principalmente a interação alma e mesa, e, uma vez que o Método da Largura Efetiva usa um procedimento em relação ao elemento, não importando quão alta a esbeltez da alma se torna, isto não influencia na resposta. Em contraste, o método da Resistência Direta, Figura 69.b, que inclui a interação completa da seção transversal (interação entre alma e mesa), tem uma melhor precisão ao longo de todo o intervalo de esbeltez da alma. Portanto, a inclusão da interação dos elementos é necessária para a previsão adequada da capacidade dessas colunas [12].

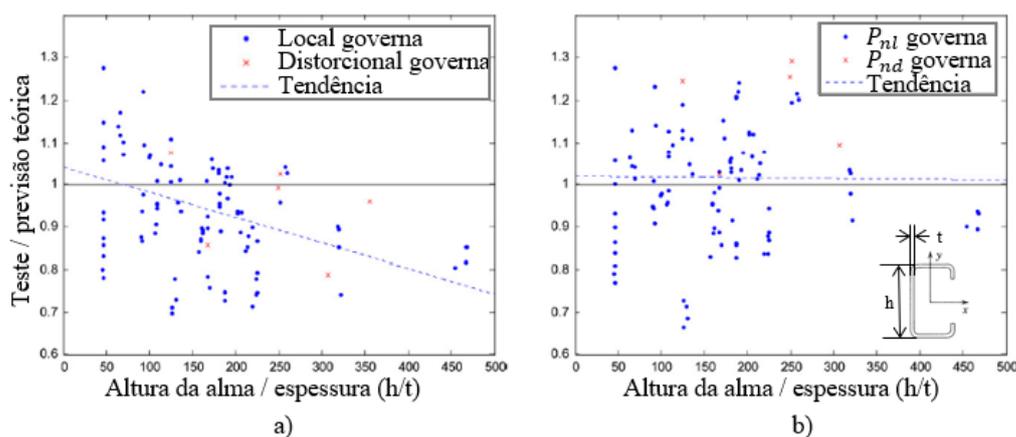


Figura 69 – Comparação dos métodos (a) da Largura Efetiva e (b) da Resistência Direta para um perfil C sujeito a compressão em função da esbelteza da alma (h/t), adaptado de Schafer [12]

3.17

Interação entre modos de falha usando uma esbelteza generalizada

A influência da conectividade da mesa e alma no cálculo da esbelteza da seção transversal foi primeiramente realizado por Kato [71]. Kato [71] desenvolveu uma equação semianalítica para a seção transversal que inicialmente foi bem aceita pela comunidade científica e, posteriormente, foi incluída na norma de dimensionamento de estruturas metálica Japonesa AIJ. A norma Japonesa é a única norma que utiliza uma classificação interativa para representar o comportamento do elemento estrutural em relação a esbelteza. O *Eurocode 3* [13] e AISC [16] utilizam a classificação através da razão largura por espessura. A formulação obtida por Kato [71] foi calibrada a partir de resultados experimentais de colunas curtas e espessas e passou a ser contestada para os cenários de vigas e vigas colunas. Kuhlmann [72], Daali & Korol [73] e Gioncu & Petcu [68] obtiveram resultados mais precisos para vigas, porém ainda considerando o colapso por plastificação. Formulações mais precisas para vigas esbelta foram desenvolvidas por Earls [74], que estudaram vigas de mesas largas sujeitas a flambagem local. Contudo, a interação entre flambagem local e flambagem lateral era o grande desafio [75, 74].

Segundo Earls [74], existia uma discrepância muito grande entre os resultados numéricos para diferentes valores de comprimento destravado. A interação entre os modos locais e flambagem lateral mostraram-se de grande importância, mas sua interação não é considerada pelos principais manuais de dimensionamento do mundo. Kemp [75] observou que a consideração de uma esbelteza generalizada definida como função de uma esbelteza local e uma esbelteza lateral, permitiu representar adequadamente o problema de maneira simples. Shokouhian & Shi [69] propuseram a substituição do tradicional método de classificação utilizando a razão largura e espessura da norma chinesa de dimensionamento de estruturas metálicas para o conceito de esbelteza generalizada proposto por Kemp [75].

A expressão obtida por Kemp [75] é mostrada na Eq. (66), definida como o produto de esbelteza da flambagem lateral com torção λ_{LT} e da esbelteza local λ_{LC} . A esbelteza local é definida conforme Eq. (67), função da esbelteza da mesa λ_f e a esbelteza da alma λ_w , definido conforme Eqs. (69) e (70), respectivamente, e ε definido conforme Eq. (71) (*Eurocode 3* [13]), e normalizados pelos valores limites da classe 1 da mesa λ_{f1} e da alma λ_{w1} , definidos conforme Eqs. (72) e (73). A esbelteza da flambagem lateral com torção λ_{LT} é definida conforme na Eq. (68), função do momento de plastificação M_p e do momento crítico de flambagem lateral M_{cr} . Os novos limites para a classificação das vigas utilizando a definição do membro são mostrados na Tabela 1.

$$\lambda_G = \lambda_{LT} \lambda_{LC} \quad (66)$$

$$\lambda_{LC} = \left(\frac{\lambda_f}{\lambda_{f1}} \right) \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_{w1}} \right) \quad (67)$$

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{M_p}{M_{cr}}} \quad (68)$$

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2\varepsilon t_f} \quad (69)$$

$$\lambda_w = \frac{b_w}{\varepsilon t_w} \quad (70)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (71)$$

$$\lambda_{f1} = 9\varepsilon \quad (72)$$

$$\lambda_{w1} = 72\varepsilon \quad (73)$$

Tabela 1 – Proposta para classificação do membro feita por Shokouhian & Shi [69]

	Classe 1	Classe 2	Classe 3
Flambagem local da mesa	$\lambda_f \leq 12,3$	$\lambda_f \leq 15,3$	$\lambda_f \leq 17,2$
Flambagem local da alma	$\lambda_w \leq 73$	$\lambda_w \leq 113$	$\lambda_w \leq 157$
Flambagem lateral com torção	$\lambda_{LT} \leq 0,2$	$\lambda_{LT} \leq 0,41$	$\lambda_{LT} \leq 0,55$
Esbelteza generalizada	$\lambda_{LC} \leq 0,07$	$\lambda_{LC} \leq 0,31$	$\lambda_{LC} \leq 0,43$

Shokouhian et al. [76] mostraram que a interação entre os modos de flambagem local da alma e flambagem local da mesa (LCA+SHB) ocorrem para os intervalos de esbeltezas local λ_{LC} entre 0,8 e 1,5. A interação entre os modos de flambagem lateral e os modos de flambagem local (LCB+LTB) ocorrem para os intervalos de esbeltez lateral de λ_{LT} entre 0,3 e 0,6, conforme mostrado na Figura 70. A partir dessas observação Shokouhian et al. [76] correlacionaram os modos de falha com os intervalos de esbeltezas local λ_{LC} e esbeltezas laterais λ_{LT} , permitindo mapear e prever quando cada um dos modos de falha das vigas de alma cheia poderiam ocorrer, conforme mostrado na Figura 70.

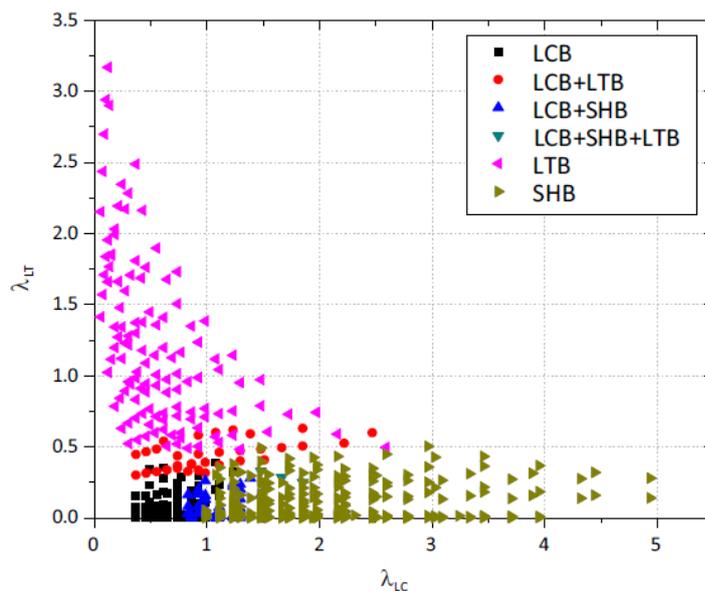


Figura 70 – Mapa de interação dos modos de falha nas vigas de alma cheia; flambagem local LCB; flambagem lateral LTB; flambagem da alma devido ao cisalhamento SHB [76]

Linhares [77] aplicou uma esbelteza inspirada no Método da Resistência Direta, Eq. (74), para considerar a influência dos modos locais interagindo na flambagem, onde M_p é o menor do momento de plastificação ou momento de Vierendeel e M_{cr} é o menor do momento crítico de flambagem do tê ou momento crítico de flambagem do montante da alma. Nesse trabalho foi gerado o gráfico da Figura 71, que relaciona a esbelteza generalizada com o parâmetro a/H , onde a é o vão de cisalhamento e H a altura das vigas. As seções escolhidas estão contidas no catálogo da Solesa de vigas casteladas, e são formadas por placas compactas. Foram analisadas 7 diferentes seções transversais, com altura total H variando de 222 mm até 925 mm. Um segundo conjunto de dados também foi analisado, onde a espessura da alma foi dividida pela metade para tornar as vigas mais esbeltas. Foi observado que para esbeltezas generalizadas λ menores que 0,9 os modos de falha dominados pela plastificação governam o comportamento (plastificação do tê - PT - e mecanismo de Vierendeel - MV). Enquanto que para valores de esbelteza generalizadas λ maiores que 1,1, são dominados pela flambagem (flambagem do montante da alma - FMA e flambagem do tê - FT). Para valores de a/H menores

que 6 foi observado que os modos de falha são dominados pelo cisalhamento (MV e FMA), enquanto que para a/H maiores que 8, são dominados pela flexão (PT e FT). Para valores de esbelteza generalizada λ entre 0,9 e 1,1, ocorre uma interação entre o mecanismo de Vierendeel e a flambagem do montante da alma (MV+FMA), quando $a/H < 6$, e a interação entre a plastificação do tê e flambagem do tê (PT+FT), quando $a/H > 8$. Para valores de a/H entre 6 e 8, e quando $\lambda < 0,9$, ocorre a interação entre os modos plastificação do tê e mecanismo de Vierendeel (PT+FT), já quando $\lambda > 1,1$, ocorre a interação entre os modos flambagem do tê e flambagem do montante da alma (FT+FMA). Finalmente, para o intervalo de $0,9 \leq \lambda \leq 1,1$ e $6 \leq a/H \leq 8$, ocorre uma interação entre os quatro modos de falha (PT+FT+MV+FMA).

$$\lambda = \sqrt{\frac{M_p}{M_{cr}}} \tag{74}$$

Na Figura 71, também são plotadas a capacidade das vigas através de linhas de tendências aproximadas interpolando os pontos do mapa. A capacidade foi mostrada em percentual da carga de plastificação, onde pode-se observar que a capacidade tende a diminuir com o aumento da esbelteza λ .

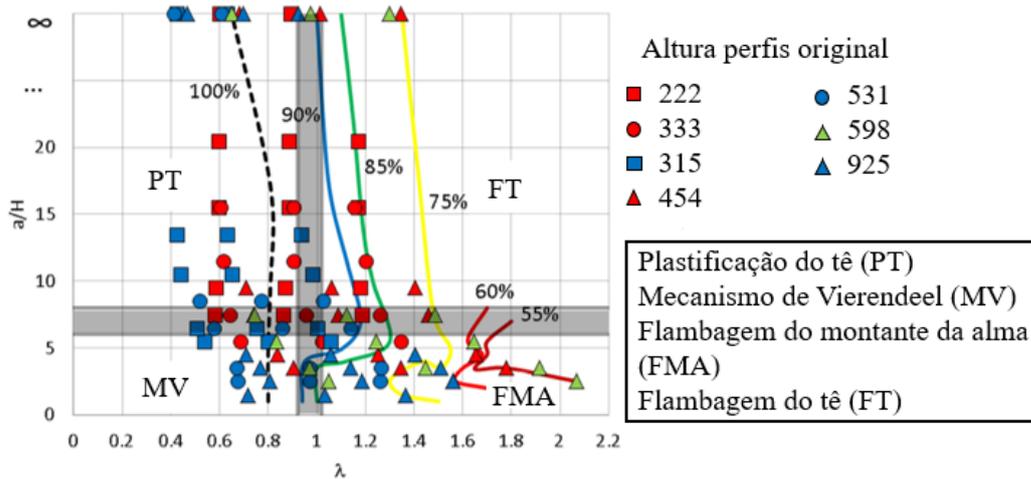


Figura 71 – Mapa dos modos de falha nas vigas casteladas com a indicação das regiões de interações dos modos de falha formados por perfis da série comerciais de vigas de alma cheia, adaptado de Linhares [77]

4. Metodologia

Nessa seção é explicada a metodologia adotada para investigar a interação entre modos de falha em vigas casteladas não mistas travadas lateralmente e sua influência na resistência à flexão. A metodologia proposta considera a geometria da viga castelada do tipo Litzka conforme mostrada na Capítulo 1 na Figura 5.

4.1 Parâmetros adimensionais

4.1.1 Esbeltez generalizada λ e Parâmetro de carga χ

Para investigar as vigas casteladas lateralmente travadas sujeitas a ação de carregamento em quatro pontos, dois parâmetros generalizados, chamados de esbeltez generalizada e parâmetro de carga não dimensional são adotados, conforme Eqs. (75) e (76), onde: P_p corresponde à força P necessária para produzir falha por plastificação da viga, i.e. por plastificação da seção do tê, formação do mecanismo de Vierendeel ou a interação de ambos; P_{cr} é a força crítica associada ao 1º modo de flambagem, seja ele flambagem do tê ou flambagem do montante da alma; e P_u é a carga última que leva em consideração o efeito da não linearidade do material, da não linearidade geométrica e da imperfeição geométrica inicial.

$$\lambda = \sqrt{\frac{P_p}{P_{cr}}} \quad (75)$$

$$\chi = \frac{P_u}{P_p} \quad (76)$$

É importante notar que λ tem a mesma definição independentemente do modo de flambagem, sendo aqui definida como uma esbeltez generalizada que representa o comportamento do conjunto, de modo semelhante ao que foi utilizado nos trabalhos que estudam a interação entre modos de falha [75, 76]. Além disso, é importante salientar que a força associada à plastificação P_p pode ser obtida considerando análise não linear do material, considerando um material elasto plástico perfeito, enquanto a carga crítica P_{cr} pode ser determinada a partir de análise de flambagem elástica (análise de autovalor e autovetor). Por outro lado, a determinação da força última P_u requer uma análise não linear completa, considerando as não linearidades do material e geométrica e imperfeição geométrica inicial.

4.1.2 Razão momento/cortante

A razão do momento fletor pelo cortante M/V é um outro importante parâmetro que influencia nos modos de falha nas vigas casteladas. Quando submetida à flexão em 4 pontos, a região crítica da viga é geralmente localizada no vão de cisalhamento, junto ao ponto de aplicação do carregamento, sendo esse carregamento representado esquematicamente na Figura 5 para a viga Litzka. Nesse trecho, os valores de força cortante e momento fletor globais são máximos e interagem na seção da abertura mais próxima. Quando a relação M/V é baixa, a falha se dá na abertura mais próxima da região de aplicação do carregamento no trecho sujeito a flexão simples, com a formação do mecanismo de Vierendeel ou flambagem do montante da alma. Por outro lado, para vigas com razão momento/cortante alta, a falha se dá na abertura localizada na zona de flexão pura, com a plastificação do tê ou a flambagem do tê.

Os modos de falha por formação do mecanismo de Vierendeel (MV) e flambagem do montante da alma (FMA) são mais prováveis de ocorrer em vigas com vãos menores onde o esforço cisalhante é mais relevante do que o esforço fletor, enquanto que, à medida que o comprimento do vão de cisalhamento a

aumenta, o momento começa a se tornar dominante e o modo de falha tende a ser predominantemente por plastificação do tê (PT) ou flambagem do tê (FT).

4.2

Influência da geometria e da razão do braço de alavanca pela altura da viga

Para avaliar a influência da geometria e da razão momento/cortante na resposta de uma viga sujeita a flexão em quatro pontos com vão de cisalhamento, a , foi realizada uma análise aproximada. Considerando o problema da flambagem do tê (FT), a tensão crítica pode ser escrita pela Eq. (77), conforme mostrado por Oliveira [6], onde k_f é o coeficiente de flambagem, E é o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson, e b_f e t_f são a largura e a espessura da mesa, respectivamente.

$$\sigma_{cr,f} = k_f \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^2 \quad (77)$$

O momento crítico elástico é igual a $M_{cr,f} = \sigma_{cr,f} S_x$, no qual S_x é o módulo elástico da seção transversal do tê (interceptando a abertura). Assumindo que o módulo elástico é principalmente influenciado pela área da mesa e a profundidade da alma, $S_x = \bar{\alpha} H b_f t_f$, com $\bar{\alpha}$ variando de 1,1 até 1,8 para as seções consideradas no presente trabalho. O cortante global correspondente ao $M_{cr,f}$ é determinado como $V_{cr,f} = M_{cr,f} / a$, resultando na Eq. (78).

$$V_{cr,f} = \bar{\alpha} \left[k_f \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \right] \left(\frac{t_f^3}{b_f} \right) \left(\frac{H}{a} \right) \quad (78)$$

Do mesmo modo, o cortante global associado com a flambagem do montante da alma (FMA) pode ser escrito conforme mostrado na Eq. (79). Essa equação é

baseada na simplificação adotada da geometria da viga castelada mostrada na seção 3.11 do presente trabalho, onde k_w é o coeficiente de flambagem, \bar{y} é a distância entre a face externa da viga e a linha de ação da força normal nos tês, H é a altura total da viga e S é o passo entre duas aberturas.

$$V_{cr,w} = \left[k_w \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{b_w} \right)^2 \right] t_w (S-h) \left(\frac{H-2\bar{y}}{S} \right) \quad (79)$$

Assumindo que $H-2\bar{y} \sim 0,9H$, e sabendo que, para a viga Litzka, $S-h = 2b_w$ e $S = H$, a Eq. (79) pode ser reescrita conforme mostrado na Eq. (80).

$$V_{cr,w} = 1,8 \left[k_w \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \right] \left(\frac{t_w^3}{b_w} \right) \quad (80)$$

A razão entre $V_{cr,w}/V_{cr,f}$ pode ser usada como um indicativo se o modo de falha dominante é o FT ($V_{cr,w}/V_{cr,f} > 1,0$) ou FMA ($V_{cr,w}/V_{cr,f} < 1,0$), conforme mostrado na Eq. (81), onde, $\eta = b_f/b_w$ e $\xi = t_f/t_w$ são parâmetros geométricos não dimensionais para representar o comportamento a flexão pura de vigas casteladas sujeitas a flambagem elástica [78, 61], conforme definido nas Eqs. (82) e (83), respectivamente. O comportamento de vigas casteladas submetidas a combinação de momento/cortante é bastante complexo e depende de diferentes relações geométricas, bem como, imperfeições iniciais e tensões residuais. Estas são consideradas adiante neste trabalho. A relação momento/cortante/ H β foi considerada a partir do parâmetro adimensional mostrado na Eq. (84), que correlaciona o vão de cisalhamento, a , com a altura da viga H . Enquanto o termo $\beta\eta/\xi^3$ é geralmente usado para uma viga específica, K_b é o coeficiente que incorpora uma complexa relação entre a geometria da mesa e da alma. A Figura 5 mostra a representação esquemática dos parâmetros definidos pela Eq. (84).

$$\frac{V_{cr,w}}{V_{cr,f}} = \frac{1,8k_w}{\bar{\alpha}k_f} \left[\frac{\left(\frac{b_f}{b_w}\right)}{\left(\frac{t_f}{t_w}\right)^3} \left(\frac{a}{H}\right) \right] = K_b \left(\beta \frac{\eta}{\xi^3} \right) \quad (81)$$

$$\eta = \frac{b_f}{b_w} \quad (82)$$

$$\xi = \frac{t_f}{t_w} \quad (83)$$

$$\beta = \frac{a}{H} \quad (84)$$

Considerando o problema da plastificação, o momento global de plastificação é dado por $M_{p,f} = Zf_y$, no qual $Z \sim 1,1 S_x$ é o módulo plástico e f_y é a tensão de escoamento do aço. E a força cortante associada ao momento que leva a plastificação do tê (PT) pode ser determinada de forma análoga ao que foi feito anteriormente, chegando-se à Eq. (85).

$$V_{p,f} = 1,1\bar{\alpha}b_f t_f \left(\frac{H}{a}\right) f_y \quad (85)$$

Para avaliar a resistência plástica associada ao mecanismo de Vierendeel, é geralmente assumido que, para uma viga simétrica, a força cortante V é distribuída igualmente para os tês superior e inferior. Então, o momento local produzido pelo cisalhamento transferido pelo tê ao longo do comprimento efetivo, é igual a $M_v = (V/2)L_h/2 = (V/2)b_w$. Assumindo que a influência do esforço normal agindo no tê tem pouca influência na formação da rótula plástica, e que o momento de plastificação resistente do tê é aproximadamente $M_{p,w} \sim b_w^2 t_w f_y / 2$, a força requerida para a formação do mecanismo do Vierendeel (MV) é dado pela Eq. (86).

$$V_{p,w} = b_w t_w f_y \quad (86)$$

A razão $V_{p,w}/V_{p,f}$ pode ser usada como um indicativo se a plastificação é governada pela PT ($V_{p,w}/V_{p,f} > 1,0$) ou MV ($\frac{V_{p,w}}{V_{p,f}} < 1,0$), conforme mostrado na Eq. (87), sendo K_p uma constante que relaciona os efeitos não lineares para a plastificação.

$$\frac{V_{p,w}}{V_{p,f}} = \frac{1}{1,1\alpha} \frac{1}{(b_f/b_w)(t_f/t_w)} \left(\frac{a}{H}\right) = K_p \left[\frac{\beta}{\eta\xi}\right] \quad (87)$$

4.3 Mapa dos modos de falha

Neste trabalho foi proposto um mapa $K_b[\beta\eta/\xi^3]$ ou $K_p[\beta/\eta\xi]$ versus λ , que permite identificar e compreender como ocorre a interação entre modos de falha em vigas casteladas. O termo $K_b[\beta\eta/\xi^3]$ permite a identificação dos modos de falha dominados pela flambagem (flambagem do montante da alma FMA ou flambagem do tê FT). Comparando-se os modos de flambagem obtidos a partir de um conjunto de análise de flambagem elástica é possível definir um valor aproximado de K_b onde ocorre a transição entre os modos de falha FMA e FT. O mesmo princípio pode ser aplicado para determinar o valor aproximado de K_p , que está associado a uma transição dos modos sujeitos a plastificação (plastificação do tê PT ou formação do mecanismo de Vierendeel MV). Neste caso, são realizadas análises não linearidade do material para obter os modos de falha. A partir do mapa $K_b[\beta\eta/\xi^3]$ ou $K_p[\beta/\eta\xi]$ versus λ , é possível representar esses quatro modos de falhas em regiões bem delimitados no plano cartesiano definidos pelos seus eixos vertical e horizontal. Para tanto, é necessário realizar um grande número de análises não lineares completas; considerando a não linearidade do material, não linearidade

geométrica, imperfeição geométrica inicial e tensão residual para obter a capacidade para um conjunto de pontos a fim de acomodar diferentes condições de geometrias (η e ξ), carregamentos (representadas pela razão momento/cortante/ H β) e esbeltez generalizada λ .

4.4 Análise paramétrica

A próxima etapa do presente trabalho consiste em gerar os dados a partir do modelo numérico validado. Um aspecto importante para ser considerado nesse trabalho foi definir uma metodologia racional para variar a esbeltez da viga castelada. A maioria dos trabalhos que se propuseram a realizar uma análise paramétrica da viga castelada para obter a capacidade resistente em relação ao montante da alma [8, 79] e ao tê [53], o fizeram alterando a geometria (por exemplo: largura da mesa b_f , altura total da viga casteladas H , altura das aberturas h , espessura da mesa t_f e espessura da alma t_w). A mesma abordagem precisa ser aplicada neste trabalho, porém com algumas diferenças para adaptar-se ao objetivo principal do trabalho que consiste no estudo das interações dos modos de falha. A variação da geometria da viga castelada foi considerada a partir dos parâmetros adimensionais η e ξ , definidos conforme Eq. (82) e Eq. (83). Os valores de η e ξ foram considerados variando de 1,0 a 3,0 e 1,0 a 1,8, respectivamente. Esses limites foram definidos para englobar toda a faixa de perfis comerciais utilizados para formar vigas do tipo Litzka, conforme extraído do catálogo da fabricante Solesa [62]. Para as análises realizadas neste trabalho foram escolhidos para η os valores de 1,0, 2,0 e 3,0, e para ξ os valores de 1,0, 1,4 e 1,8. A combinação desses 2 parâmetros analisados, gera uma matriz 3x3 de diferentes seções transversais, conforme mostrado esquematicamente na Figura 72. Cada geometria definida por seus parâmetros (η x ξ) foram objeto de estudo da análise paramétrica. Por exemplo, a viga formada pelas relações $\eta = 1,0$ e $\xi = 1,0$, foi analisada para diferentes esbeltezas a partir da variação da espessura da mesa t_f e da espessura da alma t_w ao mesmo tempo e mantendo a proporção $\xi = 1,0$, conforme mostrado esquematicamente na Figura 73. A esbeltez generalizada da seção transversal

aumenta com a diminuição da espessura da seção transversal. Essa técnica de parametrização mantém a relação das esbeltezas entre a mesa e a alma constante para uma mesma relação de η e ξ , mantendo sempre o mesmo modo de flambagem elástica, à medida que a esbeltez aumenta, conforme demonstrado nas Eqs. (88) e (92). Maiores detalhes sobre esse comportamento relatado são fornecidos na Seção 6.1 de resultados, que é antecipada apenas para justificar a escolha dessa técnica de parametrização dentre outras possíveis. Além disso, este procedimento resolve o problema relatado por Shokouhian et al. (2016) que reportam inconsistências na variação da esbeltez de uma viga alterando a largura ou espessura dos elementos de mesa e alma, sem uma correlação lógica entre eles.

$$\frac{\lambda_f}{\lambda_w} = \frac{b_f/2t_f}{b_w/t_w} = \frac{\eta}{2\xi} \tag{88}$$

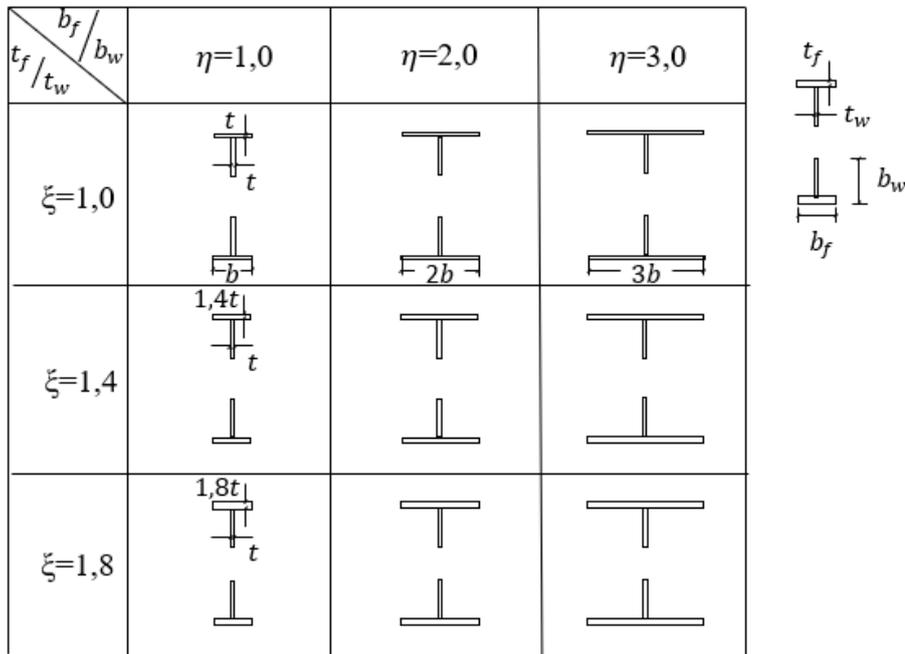


Figura 72 - Representação esquemática dos nove modelos considerando diferentes rigidezas relativas entre a mesa e a alma

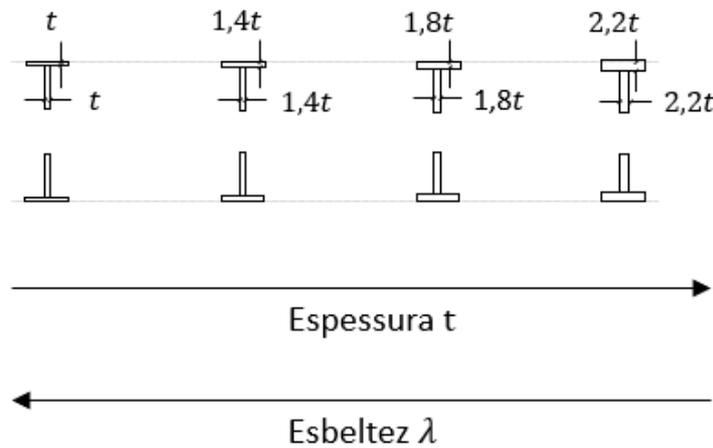


Figura 73 - Variação da esbelteza generalizada da seção transversal com a variação da espessura da mesa e da alma, seguindo a proporção $\xi = t_f/t_w = 1,0$

O objetivo é contemplar o maior número de variáveis nas análises paramétricas, considerando os principais parâmetros para o comportamento da viga castelada. Entre esses parâmetros, destaca-se ainda a relação M/V , que indica quando o esforço cortante é dominante em relação ao esforço de flexão. Os valores de $\beta = a/H$ adotados no presente trabalho foram de 3,0; 5,5; 8,5; 10,5, 15,5 e 20,5. Considerando a viga castelada de altura $H = 750$ mm adotada nas análises, esses valores foram obtidos variando-se o vão de cisalhamento a , a partir de três comprimentos de viga diferentes, a saber, $L = 6000$ mm, $L = 16500$ e $L = 18375$ mm. A Tabela 2 resume os dados utilizados para gerar os 54 casos base que englobam diferentes geometrias e valores de β utilizados para a geração dos modelos numéricos que serviram para a análise de dados desse trabalho. Cada um dos casos base descritos na Tabela 2 teve a sua esbelteza generalizada variada, alterando ao mesmo tempo, a espessura da mesa t_f e a espessura da alma t_w , para cinco diferentes esbeltezas, totalizando um total de 270 casos. Nos apêndices B e C são fornecidas duas tabelas adicionais que contêm as dimensões da seção transversal, parâmetro β e esbelteza generalizada λ para cada um dos 270 casos analisados neste trabalho. As análises necessárias para cada condição são

apresentadas adiante, na Seção 5.2, que mostra que são necessárias três análises numéricas para a obtenção da esbelteza generalizada λ e do parâmetro de carga χ .

Tabela 2 - Dimensões das vigas casteladas consideradas no estudo paramétrico – casos bases

Modelo [ξ : η : β]	ID Viga	a (mm)	L (mm)	b_f (mm)	t_w (mm) x t_f (mm)
1: 1: 3,0	1 - 5	2250	6000	125	(3,1 x 3,1); (4,5 x 4,5); (6,5 x 6,5); (9,3 x 9,3); (13,4 x 13,4)
1: 2: 3,0	6 - 10			250	
1: 3: 3,0	11 - 15			375	
1,4: 1: 3,0	16 - 20	2250	6000	125	(3,1 x 4,3); (4,5 x 6,3); (6,5 x 9,1); (9,3 x 13,0); (13,4 x 18,8)
1,4: 2: 3,0	21 - 25			250	
1,4: 3: 3,0	26 - 30			375	
1,8: 1: 3,0	31 - 35	2250	6000	125	(3,1 x 5,6); (4,5 x 8,1); (6,5 x 11,7); (9,3 x 16,7); (13,4 x 24,1)
1,8: 2: 3,0	36 - 40			250	
1,8: 3: 3,0	41 - 45			375	
1: 1: 5,5	46 - 50	4125	16500	125	(3,1 x 3,1); (4,5 x 4,5); (6,5 x 6,5); (9,3 x 9,3); (13,4 x 13,4)
1: 2: 5,5	51 - 55			250	
1: 3: 5,5	56 - 60			375	
1,4: 1: 5,5	61 - 65	4125	16500	125	(3,1 x 4,3); (4,5 x 6,3); (6,5 x 9,1); (9,3 x 13,0); (13,4 x 18,8)
1,4: 2: 5,5	66 - 70			250	
1,4: 3: 5,5	71 - 75			375	
1,8: 1: 5,5	76 - 80	4125	16500	125	(3,1 x 5,6); (4,5 x 8,1); (6,5 x 11,7); (9,3 x 16,7); (13,4 x 24,1)
1,8: 2: 5,5	81 - 85			250	
1,8: 3: 5,5	86 - 90			375	
1: 1: 8,5	91 - 95	6375	16500	125	(3,1 x 3,1); (4,5 x 4,5); (6,5 x 6,5); (9,3 x 9,3); (13,4 x 13,4)
1: 2: 8,5	96 - 100			250	
1: 3: 8,5	101 - 105			375	
1,4: 1: 8,5	106 - 110	6375	16500	125	(3,1 x 4,3); (4,5 x 6,3); (6,5 x 9,1); (9,3 x 13,0); (13,4 x 18,8)
1,4: 2: 8,5	111 - 115			250	
1,4: 3: 8,5	116 - 120			375	
1,8: 1: 8,5	121 - 125	6375	16500	125	(3,1 x 5,6); (4,5 x 8,1); (6,5 x 11,7); (9,3 x 16,7); (13,4 x 24,1)
1,8: 2: 8,5	126 - 130			250	
1,8: 3: 8,5	131 - 135			375	
1: 1: 10,5	136 - 140	7875	16500	125	(3,1 x 3,1); (4,5 x 4,5); (6,5 x 6,5); (9,3 x 9,3); (13,4 x 13,4)
1: 2: 10,5	141 - 145			250	
1: 3: 10,5	146 - 150			375	
1,4: 1: 10,5	151 - 155	7875	16500	125	
1,4: 2: 10,5	156 - 160			250	

1,4: 3: 10,5	161 - 165			375	(3,1 x 4,3); (4,5 x 6,3); (6,5 x 9,1); (9,3 x 13,0); (13,4 x 18,8)
1,8: 1: 10,5	166 - 170	7875	16500	125	(3,1 x 5,6); (4,5 x 8,1); (6,5 x 11,7); (9,3 x 16,7); (13,4 x 24,1)
1,8: 2: 10,5	171 - 175			250	
1,8: 3: 10,5	176 - 180			375	
1: 1: 15,5	181 - 185	11625	18375	125	(3,1 x 3,1); (4,5 x 4,5); (6,5 x 6,5); (9,3 x 9,3); (13,4 x 13,4)
1: 2: 15,5	186 - 190			250	
1: 3: 15,5	191 - 195			375	
1,4: 1: 15,5	196 - 200	11625	18375	125	(3,1 x 4,3); (4,5 x 6,3); (6,5 x 9,1); (9,3 x 13,0); (13,4 x 18,8)
1,4: 2: 15,5	201 - 205			250	
1,4: 3: 15,5	206 - 210			375	
1,8: 1: 15,5	211 - 215	11625	18375	125	(3,1 x 5,6); (4,5 x 8,1); (6,5 x 11,7); (9,3 x 16,7); (13,4 x 24,1)
1,8: 2: 15,5	216 - 220			250	
1,8: 3: 15,5	221 - 225			375	
1: 1: 20,5	226 - 230	15375	18375	125	(3,1 x 3,1); (4,5 x 4,5); (6,5 x 6,5); (9,3 x 9,3); (13,4 x 13,4)
1: 2: 20,5	231 - 235			250	
1: 3: 20,5	236 - 240			375	
1,4: 1: 20,5	241 - 245	15375	18375	125	(3,1 x 4,3); (4,5 x 6,3); (6,5 x 9,1); (9,3 x 13,0); (13,4 x 18,8)
1,4: 2: 20,5	246 - 250			250	
1,4: 3: 20,5	251 - 255			375	
1,8: 1: 20,5	256 - 260	15375	18375	125	(3,1 x 5,6); (4,5 x 8,1); (6,5 x 11,7); (9,3 x 16,7); (13,4 x 24,1)
1,8: 2: 20,5	261 - 265			250	
1,8: 3: 20,5	266 - 270			375	

5. Modelo numérico

5.1 Descrição do modelo numérico

Os dados do presente trabalho foram gerados a partir de simulações numéricas realizadas a partir do software de elementos finitos Abaqus™ [14]. Na literatura de vigas casteladas, esse programa foi utilizado para modelar diversos tipos de aberturas nas vigas casteladas [51, 52], permitindo diversos tipos de análises, entre elas a análise de flambagem elástica e análises considerando a não linearidade do material e a não linearidade geométrica, necessárias para a geração dos dados do presente trabalho.

O modelo numérico gerado nesse trabalho utilizou a geometria completa da viga castelada, ou seja, não foi utilizada nenhuma simetria que pudesse reduzir o tamanho do modelo numérico [80].

5.1.1 Condições de contorno e carregamentos

Em todas as simulações adotadas nesse trabalho, foi considerada a mesa superior travada lateralmente nos nós compartilhados entre a mesa e a alma, conforme mostrado na Figura 74. As condições de contorno das extremidades foram modeladas considerando o apoio vertical (UY) distribuído ao longo de toda a altura de modo a evitar a concentração de tensão. Os deslocamentos para fora do plano (UX) também foram restringidos nos apoios, distribuídos ao longo de toda a altura. O deslocamento axial (UZ) foi restringido nas extremidades da viga, no nó localizado na metade de sua altura.

Para evitar que a concentração de tensão na região no ponto de aplicação do carregamento, o carregamento vertical foi distribuído ao longo da altura da alma. Alguns autores incluíram enrijecedores na região dos apoios e nos pontos de aplicação do carregamento para evitar que pudesse ocorrer a flambagem devido a aplicação da força localizada [9, 52, 10]. Porém, nesse trabalho, preferiu-se não adotar enrijecedores com o objetivo de evita-se a introdução de pontos mais rígidos que pudessem influenciar os modos de falha.

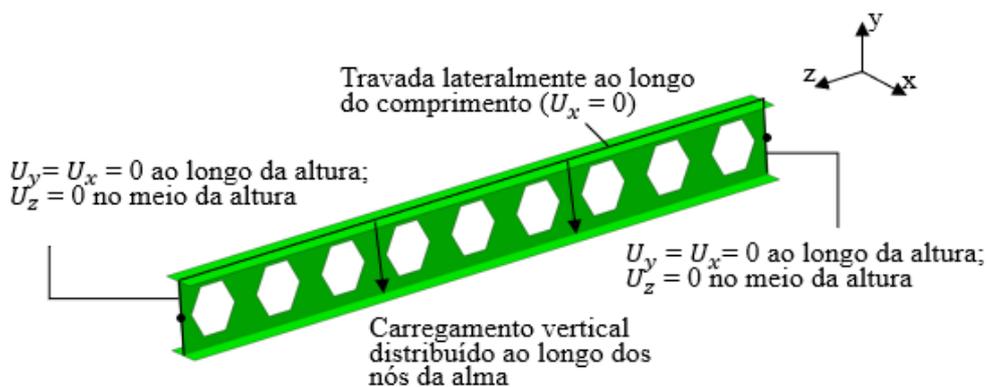


Figura 74 - Condições de contorno e carregamento aplicados (U_x , U_y e U_z aplicados paralelos aos eixos X, Y e Z, respectivamente)

5.1.2

Malha de elementos finitos

Adotou-se o elemento de casca com interpolação quadrática do tipo quadrangular S8R5 e triangular STRI65 na malha de elementos finitos. Na região dos furos que estão sujeitas a uma geometria mais irregular, foram utilizados os elementos triangulares que se ajustam melhor a esse tipo de contorno, conforme mostrado no detalhe 1 da Figura 75. A divisão da região das aberturas em elementos triangulares contribuiu com uma melhor densidade de elementos próximos aos cantos das aberturas, que são regiões onde a malha deve ser preferencialmente mais refinada devido a concentração de tensões e da irregularidade da geometria.

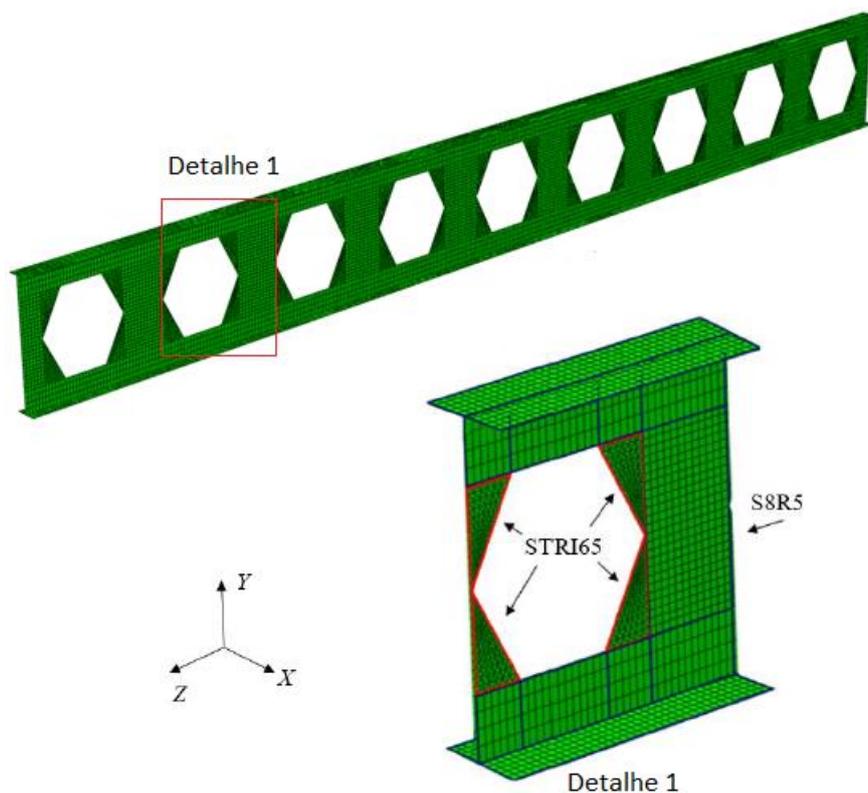


Figura 75 - Malha de elementos finitos adotada.

5.1.3 Análise de flambagem elástica

As primeiras análises realizadas durante o desenvolvimento do trabalho foram as análises de flambagem elástica, de vigas de seção I, onde as cargas críticas de flambagem elástica e os modos de flambagem foram comparados com resultados do programa GBTul [81]. O programa GBTul é um software desenvolvido pela Universidade de Lisboa, baseado na teoria de vigas generalizadas, uma teoria de barras considerando a deformação na seção transversal no plano e fora do plano (empenamento), e realiza análise de flambagem elástica e de vibração de membros formados por chapas finas. Este software permite a análise de membros com diferentes condições de contorno e carregamentos, incluindo forças concentradas e distribuídas. Vale destacar que os resultados obtidos com esse programa têm sido comparados de forma bem-sucedida com resultados obtidos pelos métodos dos elementos finitos e de faixas finitas. Assim, os resultados obtidos por este software

são consideradas confiáveis devido a sua grande utilização para obtenção da carga de bifurcação de seções transversais utilizadas no dimensionamento de perfis formados a frio. Além disso, o programa fornece a visualização gráfica da deformação 2D e 3D dos resultados. Os resultados gerados pela modelagem numérica pelo Abaqus™ são fortemente influenciadas pelas hipóteses de modelagem das condições de contorno, carregamentos e malha, por isso é necessário ter um resultado de referência para o utilizar na validação.

A base de dados de seções transversais do software GBTul considera a maioria dos tipos de seções formadas por vários tipos de seções transversais, por exemplo, seções C, W, T, I entre outras, mas não permite que sejam consideradas descontinuidades nas seções, tais como aberturas. Nesse caso, a validação em termos de modo de flambagem foi feita para uma viga de seção transversal do tipo I de alma cheia biapoiada sujeita a flexão pura. As dimensões utilizadas no modelo validado foram: altura da alma b_w igual a 500 mm, largura da mesa b_f igual a 165 mm, espessura da alma t_w e espessura da mesa t_f iguais a 2 mm. A Figura 76 mostra um gráfico de momento crítico *vs* comprimento de meia-onda extraído do GBTul, que é conhecido na literatura como “curva de assinatura”. Na Figura 76.b são mostrados três ramos representando os modos locais para 1, 2 e 3 meias ondas. Na Figura 76.a é mostrado a visualização 3D do modo obtido com a formação de uma meia onda de comprimento crítico igual a 350 mm. A curva azul representa o mínimo para diversas meias ondas que tende ao valor de $15,07E6$ Nmm para uma viga longa, ou seja, cuja condição de contorno não tem influência com a formação do comprimento da meia onda. A Figura 77 mostra o modelo numérico realizado no Abaqus com a mesma geometria da seção transversal da viga de alma cheia. O modelo foi gerado com um comprimento de 2 metros e o momento na extremidade foi aplicado simulando a flexão pura. Para simular a flexão pura, foi aplicado um momento unitário nos nós da metade da altura da seção transversal nos dois extremos da viga. O método mestre e escravo foi utilizado para garantir que a distribuição de deslocamentos ao longo da seção transversal, impondo uma compatibilidade de rotações entre os nós da alma. Portanto assumindo que as seções permanecem planas depois da deformação. Conforme pode-se observar na Figura

76, o momento crítico e o comprimento de meias ondas foram praticamente iguais ao obtido pelo GBTul, 350mm e 15,08E6 Nmm, respectivamente.

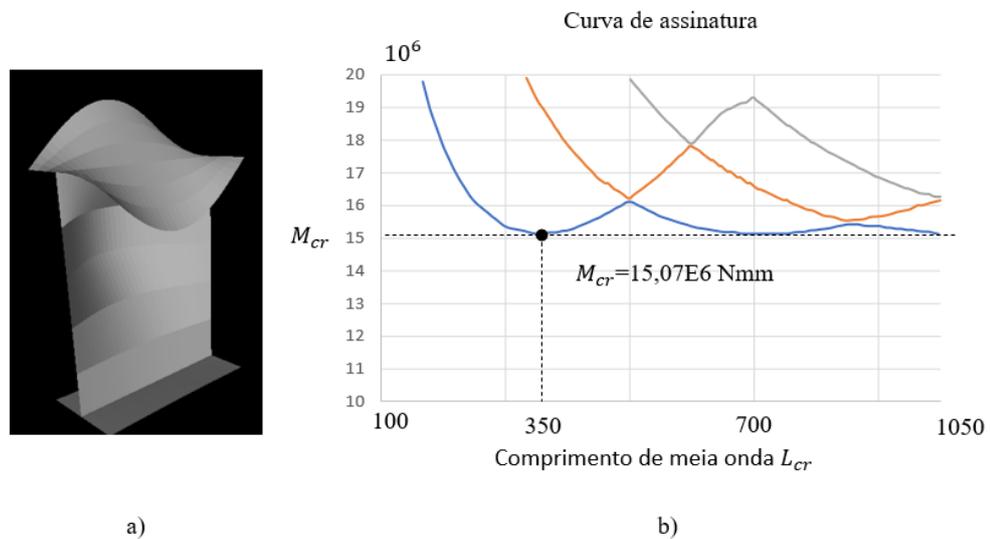


Figura 76 – a) Modo de flambagem e b) curva de assinatura obtida pelo programa GBTul para uma seção I submetida a flexão pura

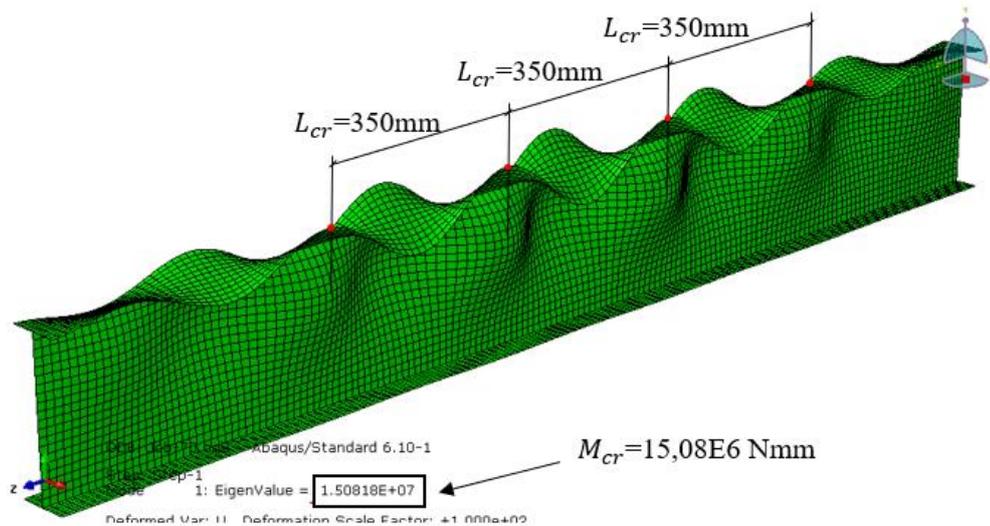


Figura 77 - Modo de flambagem e momento crítico obtida pelo programa Abaqus para uma seção I submetida a flexão pura

5.1.4 Análise não linear

Foi considerada a não linearidade geométrica usando o método de Newton-Raphson considerando grandes deslocamentos a partir do método modificado de Riks disponível na biblioteca do Abaqus™. Esse método permite que seja obtida toda a curva carga vs deslocamento, incluindo a fase ascendente e descendente. O ponto máximo da curva foi considerado como a capacidade resistente da viga castelada. Nos modelos realizados nesse trabalho foram realizadas análises não lineares completas, quando consideradas a não linearidade do material, não linearidade geométrica, imperfeições geométricas inicial e tensões residuais. Também foi realizada uma análise não linear considerando a não linearidade do material, porém, nesse caso, sem considerar imperfeições geométricas e tensões residuais para obtenção da carga de plastificação da viga castelada.

5.1.5 Imperfeição geométrica inicial

A imperfeição geométrica foi considerada na análise não linear. No presente trabalho, convencionou-se adotar a imperfeição com forma definida pelo primeiro modo de flambagem, obtido na análise de flambagem elástica. Essa estratégia foi adotada na maioria dos trabalhos numéricos que consideraram a imperfeição geométrica inicial [8, 82, 47]. Contudo, não há um consenso na literatura sobre a amplitude utilizada para a imperfeição geométrica inicial. O valor da amplitude utilizada nesse trabalho foi tomado como igual a $H/100$ que foi a tolerância encontrada em catálogos de fabricantes de vigas casteladas para a falta de planicidade do perfil, conforme mostrado na Figura 46. Soltani et al. [83] também utilizaram uma amplitude igual a $H/100$ e as medições experimentais realizadas por Redwood & Demirdjian [43] equivalem a uma amplitude de $H/400$ para uma imperfeição de 2,7 mm em um perfil de 380,5 mm. A título de comparação, existem trabalhos que consideram as imperfeições definidas como $t_w/200$, $H/500$, $H/200$ ou apenas igual a 1mm [56, 84, 8, 57].

5.1.6

Análise de sensibilidade da imperfeição inicial

Para as vigas casteladas são duas as possibilidades de modos de flambagem que podem ser obtidos nas análises de flambagem elástica: flambagem do montante da alma ou flambagem do tê. Na seção transversal do modo de flambagem do montante da alma ocorre a formação de duas meias ondas, com a mesa superior comprimida acompanhando a rotação da alma. O modo de flambagem do tê comprimido apresenta um giro da seção transversal em relação ao centro de cisalhamento. A metodologia adotada nesse trabalho considera apenas o primeiro modo como imperfeição geométrica inicial, portanto, as vigas sujeitas a flambagem do montante da alma consideraram a forma obtida pela análise de flambagem elástica com uma amplitude a ser determinada a partir de uma análise de sensibilidade à imperfeição, conforme mostrado esquematicamente na Figura 78**Erro! Fonte de referência não encontrada.**a. Caso o primeiro modo de flambagem seja a flambagem do tê, a amplitude da imperfeição adotada é considerada no maior ponto de deflexão na alma do tê, conforme mostrado esquematicamente na Figura 78**Erro! Fonte de referência não encontrada.**b. D esse modo, foi realizada uma análise de flambagem elástica para cada um dos modelos numéricos e observados manualmente cada um deles para determinar qual a imperfeição inicial deveria ser introduzida no modelo.

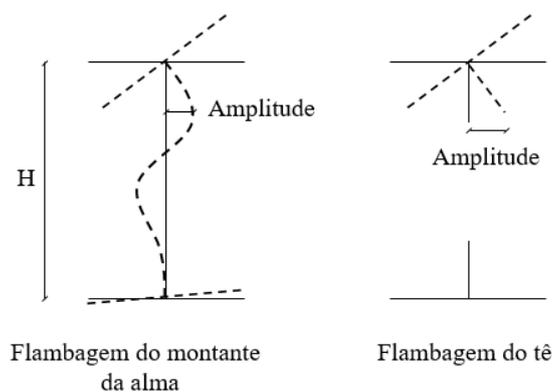


Figura 78 - Forma e amplitude da imperfeição geométrica inicial consideradas nos modelos

Uma análise de sensibilidade utilizando as amplitudes de H/100, H/200 e H/300 foi realizada para verificar a sensibilidade da estrutura em relação a magnitude da imperfeição geométrica. Essa análise foi feita para ambos os modos de flambagem da viga castelada. As vigas com geometria e carregamento definidas conforme $\eta = 1,0$, $\xi = 1,0$ e $\beta = 3,0$, falham devido a flambagem do montante da alma FMA, sendo obtido nas análises de flambagem elástica realizadas através do software de elementos finitos AbaqusTM. Por outro lado, as vigas com geometria e carregamento iguais a $\eta = 3,0$, $\xi = 1,0$ e $\beta = 5,5$, falham devido a flambagem do tê FT. A análise de sensibilidade consiste em realizar análises não lineares completas considerando a imperfeição geométrica inicial com a mesma forma do primeiro modo de flambagem, variando a magnitude da amplitude da imperfeição para os seguintes valores: H/100, H/200 e H/300. A Tabela 3 mostra a capacidade das vigas analisadas para três diferentes amplitudes da imperfeição geométrica. Observa-se que a amplitude de H/100 foi a que apresentou a menor capacidade em comparação com as amplitudes de H/200 e H/300. A redução da capacidade para H/100 em relação a estas duas amplitudes também é mostrada na Tabela 3. Para as vigas com o modo de flambagem dominado pela flambagem do montante da alma FMA, a diferença percentual entre elas foi muito pequena. A maior redução encontrada foi para a viga com ID = 13, que apresentou uma redução de 2,5 % para H/300. A Figura 79 mostra a curva carga vs deslocamento vertical no ponto de aplicação do carregamento para as três amplitudes analisadas. Pode-se observar que o comportamento da curva é praticamente igual em todos os casos, mostrando que o modo de falha dominado pela flambagem do montante da alma apresentou uma pequena influência da amplitude da imperfeição inicial. Para as vigas com o modo de flambagem dominados pelo modo de flambagem do tê FT, a redução da capacidade, calculada em relação as vigas com H/100, foi maior quando comparado ao modo de flambagem do montante da alma. Para a viga com ID = 60, a redução da capacidade foi de 12,2 %. A Figura 80 mostra a curva carga vs deslocamento vertical para as três amplitudes analisadas. É interessante notar, que a magnitude da

amplitude da imperfeição inicial, pode alterar o modo de falha da viga castelada. Para H/300, observa-se que ocorre uma interação entre a flambagem do tê e o mecanismo de Vierendeel, enquanto que para H/100, observa-se que o modo de falha é dominado apenas pela flambagem do tê. Como a amplitude da imperfeição do modelo H/100 é maior, esta viga tem uma redução maior na capacidade e, portanto, esta pequena variação da capacidade é suficiente para evitar que ocorra a interação com o outro modo de falha.

Com base na análise de sensibilidade realizada neste trabalho foi escolhida a amplitudes de H/100 para todos os modelos analisados ao longo desse trabalho. Para todos os casos esta amplitude gerou os resultados com a menor capacidade, estando, portanto, a favor da segurança.

Tabela 3 – Análise de sensibilidade da imperfeição geométrica inicial

ID VIGA	Carga última P_u (kN)			Variação H/100 %		Modo de flambagem	Modo de falha
	H/100	H/200	H/300	H/200	H/300		
11	31.1	31.1	31.2	-0.2%	-0.3%	FMA	FMA
12	61.9	62.5	62.6	-0.9%	-1.1%	FMA	FMA
13	128.4	130.6	131.7	-1.7%	-2.5%	FMA	FMA
14	206.9	207.4	207.7	-0.3%	-0.4%	FMA	MV+FMA
15	303.3	303.5	303.6	-0.1%	-0.1%	FMA	MV
56	29.8	29.9	29.9	-0.3%	-0.3%	FT	FMA+FT
57	64.2	64.2	64.2	0.0%	0.0%	FT	FMA+FT
58	124.2	128.9	129.3	-3.8%	-4.1%	FT	FT
59	200.9	216.8	220.0	-7.9%	-9.5%	FT	MV+FMA
60	321.7	361.0	360.8	-12.2%	-12.2%	FT	PT+FT

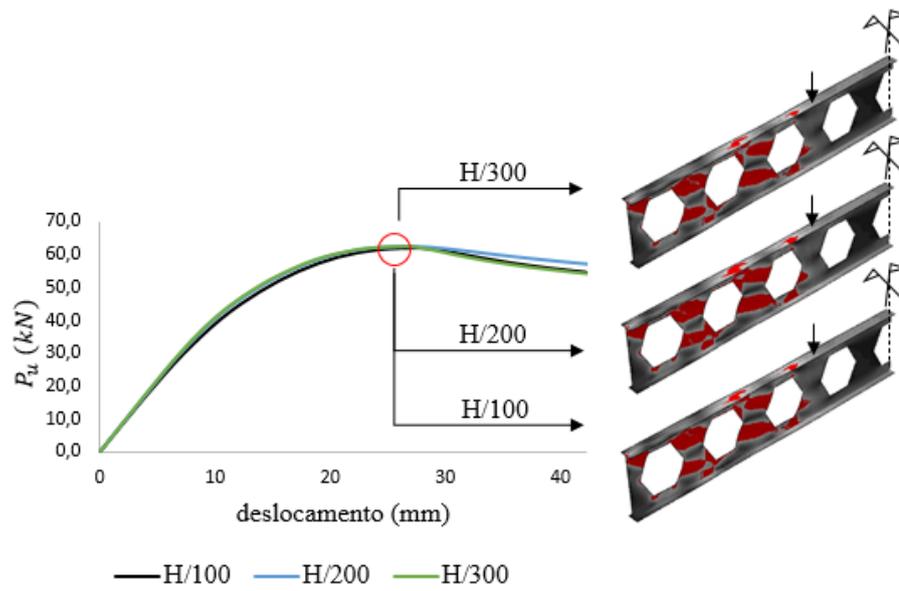


Figura 79 – Análise de sensibilidade da magnitude da imperfeição inicial, ID viga = 12

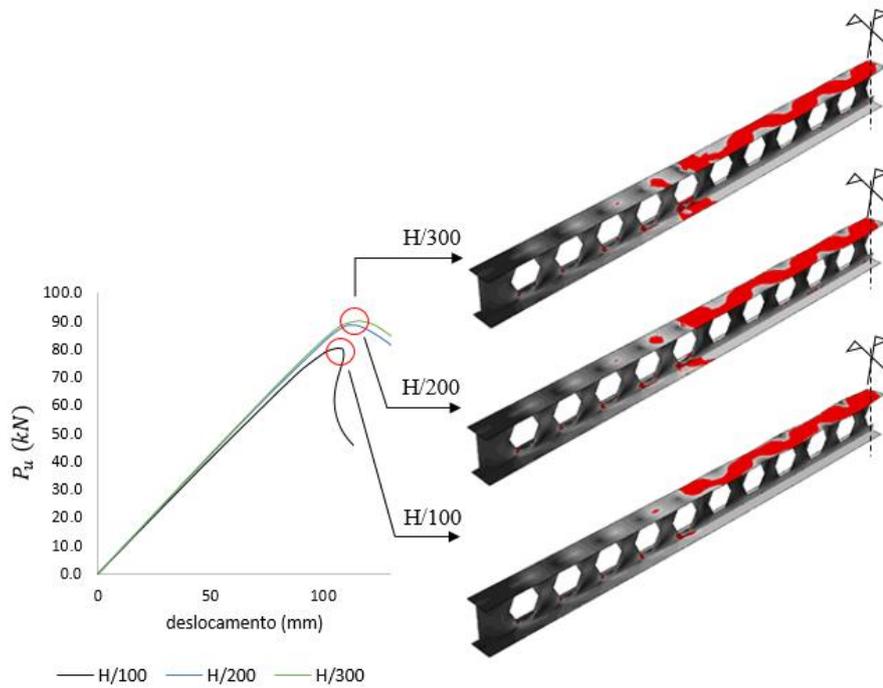


Figura 80 – Análise de sensibilidade da magnitude da imperfeição inicial ID viga = 60

5.1.7 Tensão residual

A tensão residual foi considerada na mesa e na alma do modelo numérico conforme o perfil de tensões mostrados na Figura 49 e Figura 50. No software Abaqus, a tensão residual pode ser incluída no modelo numérico através de uma opção nativa do Abaqus chamada “*predefined field*”. Contudo, essa opção permite apenas um gradiente de tensão constante ou linear e não uma distribuição não linear. Por esse motivo a tensão inicial foi incluída no modelo através de uma subrotina fortran chamada “SIGINI” disponível na documentação do Abaqus [85]. Essa subrotina é chamada no início da análise e define uma tensão inicial para cada elemento a partir de suas coordenadas. O número de componentes que podem ser definidas depende do tipo de elemento para o qual a subrotina é chamada, no caso do elemento de casca utilizado, poderiam ser definidas a tensão em seis componentes, porém somente foi pré-definida a tensão axial. O código fonte da subrotina utilizada nesse trabalho foi incluída no Apêndice B.

5.1.8 Propriedades dos materiais

Nas análises realizadas no presente trabalho, o aço foi considerado elástico perfeitamente plástico com tensão de escoamento f_y de 345 MPa e com módulo de elasticidade E de 200.000 MPa.

5.2 Fluxograma com as análises numéricas

Para a determinação dos parâmetros de esbeltez generalizada λ e o parâmetro de carga χ , foi necessária a determinação da carga crítica de flambagem elástica P_{cr} , da carga de plastificação P_p e da carga última da viga casteladas P_u , que foram obtidas a partir de análises numéricas. O fluxograma das análises numéricas realizadas e os objetivos de cada uma delas são mostrados esquematicamente na

Figura 81. Portanto, para a determinação da esbeltez generalizada $\lambda = \sqrt{P_p/P_{cr}}$, definida conforme Eq. (75), é necessário realizar uma análise de flambagem elástica e uma análise não linear do material para cada viga. Para a determinação do parâmetro de carga $\chi = P_u/P_p$, definido conforme Eq. (76), é adicionalmente necessário realizar uma análise não linear completa para cada viga, onde são consideradas a imperfeição geométrica, não linearidade do material e não linearidade geométrica.

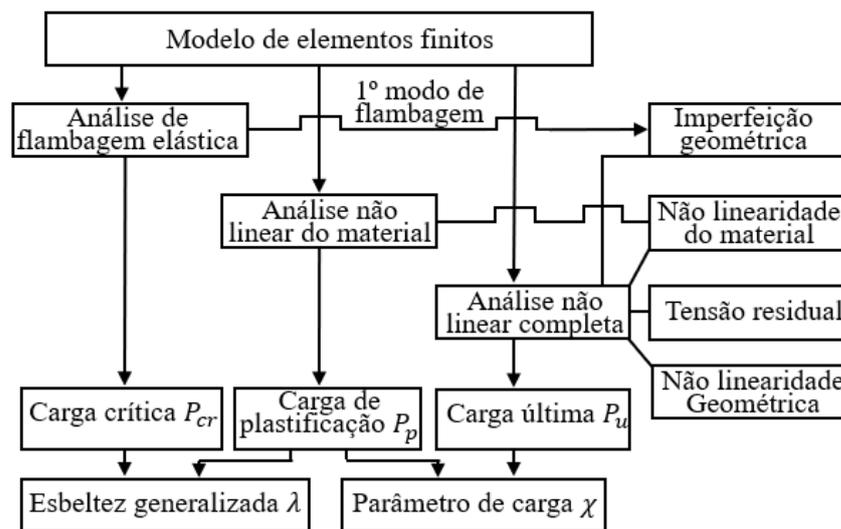


Figura 81 - Fluxograma das análises necessárias para obtenção dos parâmetros da esbeltez generalizada e do parâmetro de carga

5.3

Análise de sensibilidade da malha de elementos finitos

O estudo de sensibilidade da malha de elementos finitos foi realizado utilizando quatro diferentes tipos de malhas, sendo o número de elementos em cada uma das malhas analisadas mostrado na Tabela 4. A seção transversal utilizada para a análise de convergência foi $\eta = 2,0$, $\xi = 1,0$ e relação $MV/H = 3,0$. Foram feitos dois estudos de convergência da malha de elementos finitos: i) foi comparada a carga crítica obtida através de análise de flambagem e ii) foi comparado o

deslocamento vertical do nó localizado no ponto de aplicação do carregamento, localizado a 2,25 metros do apoio, obtido a partir de uma análise linear elástica para um carregamento igual a carga de plastificação P_p . Na Figura 82, pode-se observar que, à medida que a densidade da malha de elementos finitos aumenta, designada pelos tipos 1 até 4, ocorre uma clara convergência dos resultados. Para a Figura 83, observa-se novamente que os deslocamentos verticais tendem a apresentar uma convergência, à medida que a densidade da malha é progressivamente aumentada. Para a continuidade do trabalho foi adotada a malha do tipo 3, pois ela apresenta resultados muito próximos em relação a malha mais refinada, além de apresentar um número consideravelmente menor de elementos – com dimensões da ordem de aproximadamente 20 mm. A malha escolhida já havia sido apresentada na seção 5.1.2, junto com o tipo de elemento.

Tabela 4 - Número de elementos em cada um dos tipos de malhas analisadas

Malhas analisadas	Número de elementos
tipo 1	2372
tipo 2	5218
tipo 3	23328
tipo 4	55519

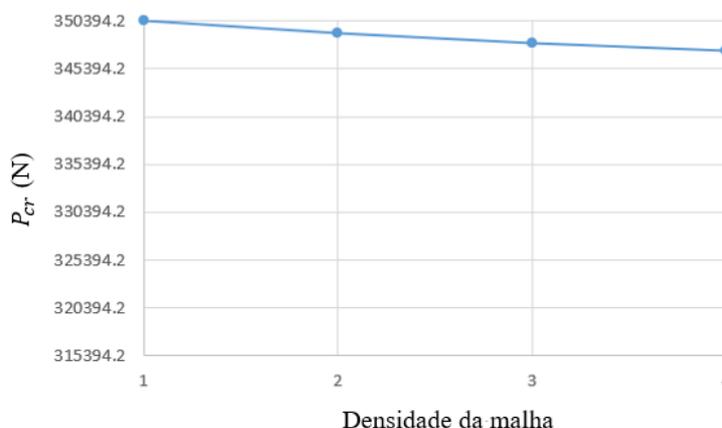


Figura 82 - Análise de sensibilidade da malha de elementos finitos; comparação da carga crítica.

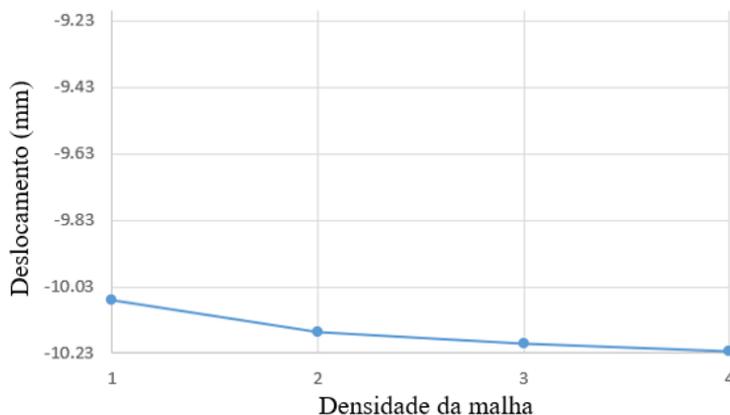


Figura 83 - Análise de sensibilidade da malha de elementos finitos; comparação do deslocamento vertical.

5.4 Validação modelo numérico

Para validação do modelo numérico não linear, foram comparados os resultados numéricos com resultados experimentais presentes na literatura de vigas casteladas. Na literatura existem ensaios experimentais de vigas casteladas e celulares sujeitas a flambagem lateral [86], flambagem do montante da alma [43, 56], mecanismo de Vierendeel [56] e flambagem distorcional [64]. Para validar a técnica de modelagem numérica adotada, os resultados obtidos com o Abaqus foram comparados com os resultados experimentais disponíveis em Redwood & Demirdjian [43], D'Mello [56] e Redwood & McCutcheon [87].

Nos ensaios experimentais de Redwood & Demirdjian [43], foram analisadas vigas casteladas com as almas mais esbeltas disponíveis na literatura que o autor pode encontrar em sua base de dados. Desse modo, pode-se verificar se o modelo numérico consegue capturar adequadamente o comportamento pós crítico que é esperado na flambagem do montante da alma. A Figura 84 mostra esquematicamente o setup do ensaio experimental da viga castelada, sendo o carregamento aplicado no meio do vão de 1220 mm. Durante o ensaio, a viga foi

travada na mesa superior em três pontos e na mesa inferior nos apoios, conforme mostrado na figura. Sobre a geometria, a distância entre as aberturas S é de 308 mm, b é igual a 76,2 mm, e é igual a 77,8 mm, a altura da abertura h é igual a 266,2 mm, a altura total da viga H é igual a 380,5 mm, a largura da mesa b_f é igual a 66,9 mm, a espessura da mesa t_f é igual a 4,49 mm, a alma do tê b_w é igual a 52,41 mm e a espessura da alma t_w é igual a 3,56 mm. A Tabela 5 compara a carga última obtida pelo modelo numérico e os resultados experimentais de Redwood, onde se pode observar que a diferença foi de 3,67%. Em relação a curva versus deslocamento lateral, foi observado que existe uma boa correlação entre os comportamentos.

No ensaio experimental de D'Mello [56], o setup do ensaio em vigas celulares é mostrado na Figura 86, onde a distância entre as aberturas S é de 409,5 mm, a altura da abertura d_o é igual a 315 mm, a altura total da viga H é igual a 449,8 mm, a largura da mesa b_f é igual a 152,4 mm, a espessura da mesa t_f é igual a 10,9 mm e a espessura da alma t_w é igual a 7,6 mm. A comparação da capacidade obtida no modelo numérico e a experimental obtida por Tsavdaridis & D'Mello [88] é mostrada na Tabela 5 e a comparação da curva carga versus deslocamento é mostrado na Figura 87. Mais uma vez, é possível destacar uma boa concordância entre os resultados, restando dessa forma validada a técnica de modelagem.

Tabela 5 - Validação do modelo numéricos com os resultados experimentais obtidos nos trabalhos de Redwood & Demirdjian [43] e D'Mello [56]

Ensaio	FEM (kN)	Experimental (kN)	Diferença	Modo de falha
Redwood	96,1	92,7	-3,67%	FMA
Tsavdaridis	293	288,7	-1,49%	FMA

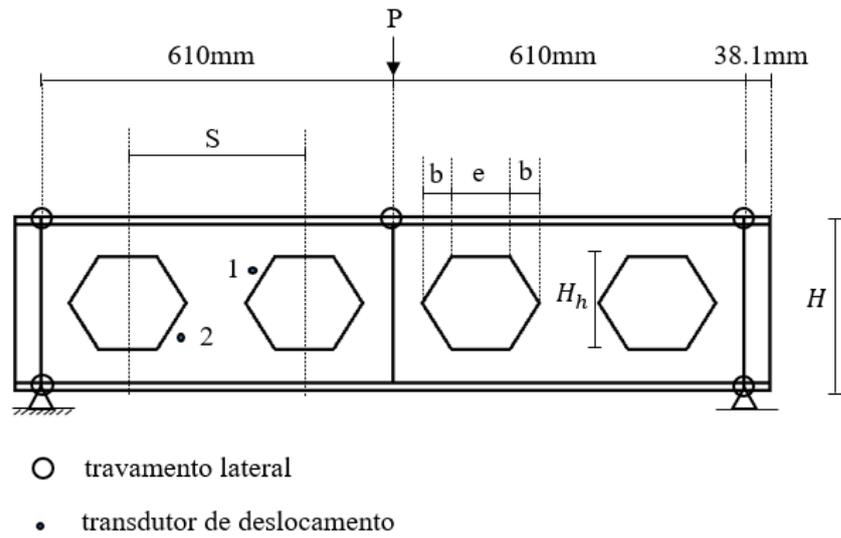


Figura 84 - Setup do ensaio experimental de Redwood & Demirdjian [43]

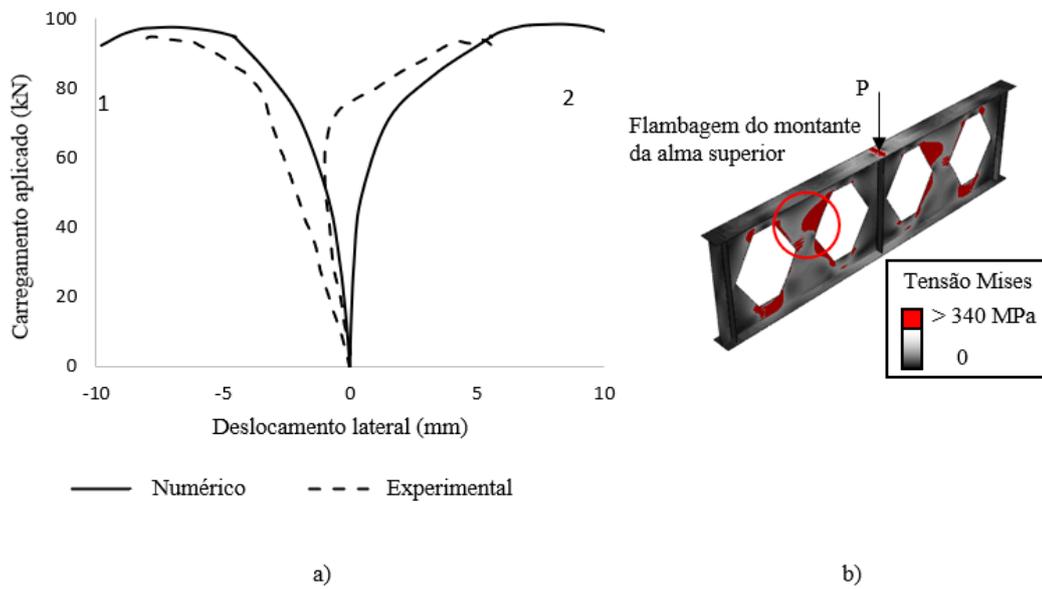


Figura 85 – Comparação do (a) gráfico carga vs deslocamento lateral do modelo numérico e do ensaio experimental de Redwood & Demirdjian [43] e (b) indicação do modo de falha devido a flambagem do montante da alma obtido no modelo numérico.

aplicado de acordo com o ilustrado na Figura 88. A configuração deste ensaio, com apenas uma abertura ao longo do comprimento da viga, permitiu variar a razão momento e cortante em função da posição da abertura ao longo do comprimento. Redwood & McCutcheon realizaram uma série de ensaios variando a posição da abertura, sendo neste trabalho, utilizadas apenas duas vigas do conjunto de ensaio experimental (identificadas como vigas 2A e 3A) sendo suas dimensões mostradas na Figura 88. As propriedades dos materiais obtidas numericamente nos trabalhos originais de Redwood & McCutcheon são: o módulo de elasticidade do aço E igual a 200,000 MPa; e a tensão de escoamento do aço, que são diferentes para a mesa e alma, conforme mostrado na Tabela 6. A comparação da capacidade à flexão do ensaio experimental e do modelo numérico são mostradas na Tabela 7, e a comparação da curva carga *vs* deslocamento vertical no centro do vão na Figura 89. Na Tabela 7 observa-se que a maior diferença na capacidade foi inferior a 5 % em ambos os ensaios (2A e 3A), e na Figura 89 pode-se observar que as inclinações das curvas obtida numericamente apresentaram uma boa conformidade com a obtida experimentalmente. No modelo 2A, quando o momento atinge um valor de aproximadamente 59 kNm são formadas duas rótulas plásticas no lado de maior momento (HMS) nos tês superior e inferior, conforme indicado na Figura 89.a. A partir deste ponto, a carga continua a ser incrementada até a formação das quatro rótulas que caracterizam o mecanismo de falha denominado mecanismo de Vierendeel (MV). Para o modelo 3A, a falha ocorre devido a plastificação da seção no trecho da seção transversal sem a presença da abertura, conforme indicado na Figura 89.b. Pode-se observar que não ocorre nenhum padrão de plastificação ao redor da abertura, diferentemente do que foi observado para a viga 2A. Esta diferença ocorre devido ao fato da viga 3A apresentar uma maior influência do momento fletor do que do cortante na seção da abertura, visto que para este caso a abertura está localizada mais distante do apoio do que a viga 2A. Esta relação entre o momento fletor e o cortante, pode ser expressa pelo parâmetro $(M/V)/H$, que é maior para a viga 3A, conforme indicado na Tabela 7.

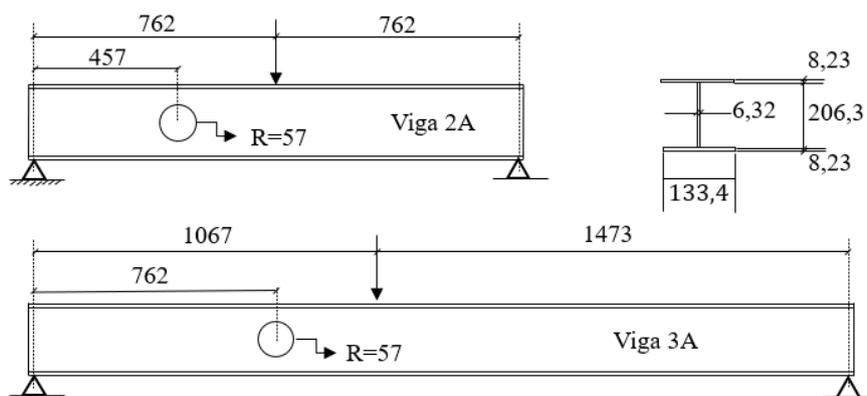


Figura 88 – Dimensões das vigas com uma abertura analisadas experimentalmente (todas as dimensões em mm)

Tabela 6 – Propriedades dos materiais obtidas do ensaio de Redwood & McCutcheon [87]

Propriedades dos materiais obtidas experimentalmente		Viga 2A	Viga 3A
Mesa	Tensão de escoamento (MPa)	352	311
	Tensão última (MPa)	503	576
Alma	Tensão de escoamento (MPa)	376	361
	Tensão última (MPa)	512	492

Tabela 7 – Validação do modelo numérico com os resultados experimentais obtidos por Redwood & McCutcheon [87]

Ensaio	FEM (kNm)	Experimental (kNm)	Diferença	Modo	(M/V)/H
Redwood & McCutcheon (2A)	65.3	63.0	-4.7%	MV	3.7
Redwood & McCutcheon (3A)	68.5	68.6	-2.1%	Plastificação	5.2

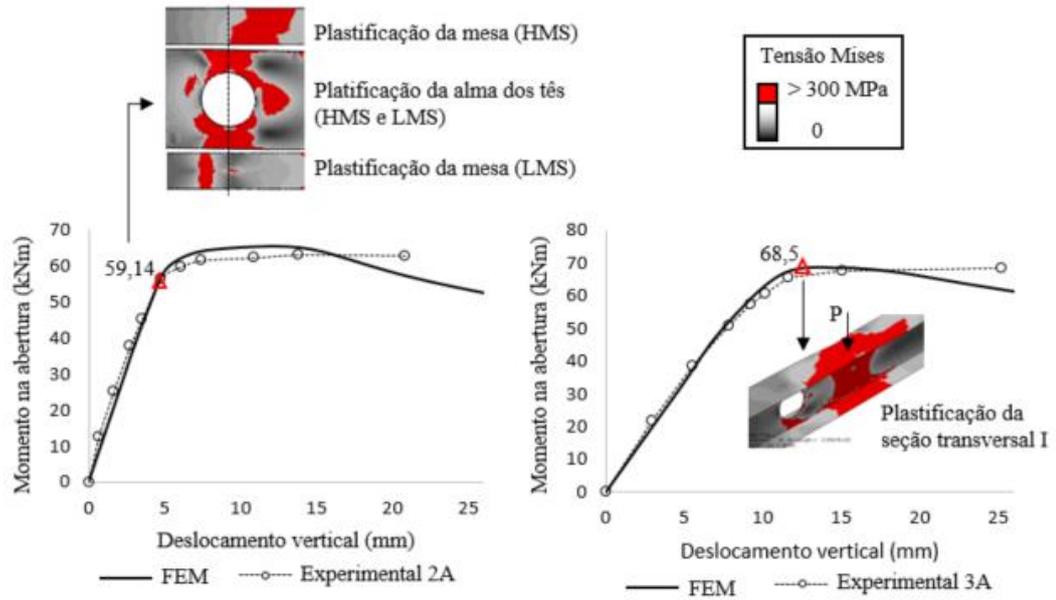


Figura 89 – Comparação dos resultados dos modelos numéricos e dos ensaios experimentais obtidos por Redwood & McCutcheon [87]

6.

Estudo numérico da capacidade resistente de vigas casteladas

Esta seção analisa os resultados obtidos a partir das análises numéricas utilizando o método dos elementos finitos, conforme inicialmente discutido na Seção 4.4. Foram realizadas análises elásticas de flambagem, análises não lineares considerando a não linearidade do material, e análises não lineares completas. Toda essa base de dados foi analisada em relação aos parâmetros de controle definidos pelas relações η e ξ (parâmetros geométricos) e β (razão momento/cortante/H) para vigas casteladas do tipo Litzka. Nos apêndices C, D e E podem ser consultados todos os resultados obtidos nesse trabalho.

6.1

Análise de flambagem elástica

Os modos de flambagem para as 54 vigas analisadas no estudo paramétrico são resumidos em um gráfico $\beta\eta/\xi^3$ x ID viga, conforme mostrado na Figura 90. Esses resultados referem-se às 9 combinações das relações $\eta = b_f/b_w$ e $\xi = t_f/t_w$ e aos 6 valores de $\beta = a/H$, sendo os parâmetros η , ξ e β , definidos conforme Eqs. (82), (83) e (84), respectivamente, e ilustrados na Figura 5. Nesse caso, a variação da esbeltez não influencia no modo de flambagem, somente no valor da carga crítica P_{cr} . Uma grande dependência de $\beta\eta/\xi^3$ pode ser notada, com a flambagem do montante da alma (FMA) dominando o comportamento para $\beta\eta/\xi^3 < 10,5$. Um exemplo típico de FMA é mostrado na Figura 91.c, típico dos casos onde $\beta = 3$. Pode ser observado que a maior flexão para fora do plano acontece próxima do tê comprimido e adjacente da abertura mais próxima do carregamento aplicado, onde a interação do momento global e cisalhamento é maior. Também pode ser notado que a mesa superior sofre uma rotação significativa, enquanto a mesa inferior permanece praticamente indeformada. Isto confirma que, mesmo para vigas dominadas pela flambagem devido ao cisalhamento, a interação entre partes da viga

pode ocorrer. Para o intervalo de $\beta\eta/\xi^3 > 16$, a flambagem do tê (FT) tende a governar o comportamento. De fato, o fenômeno torna-se dominante para vigas com $\beta > 3$, e mesas esbeltas (com valores grandes de η e pequenos de ξ). Uma vez que o momento é mais relevante nesses casos, o tê comprimido acima da abertura torna-se a região crítica, e, conforme mostrado na Figura 91.b, a flambagem ocorre na região de momento constante. Vigas com mesas estreitas, isto é, $\eta = 1,0$, são também mais suscetíveis a FMA, conforme mostrado na Figura 91.a (independentemente de um valor de $\beta > 3$), que pode ser explicado pela esbelteza reduzida da mesa do tê comprimido, com relação ao montante da alma tornando a carga crítica de FT maior que a do modo de FMA. A região de transição entre os modos de FT e FMA é delimitada pelos valores de $\beta\eta/\xi^3$ entre 10,5 e 17,5. Baseado nos resultados, $K_b = 1/12$ vai ser assumido como referência para a Eq. (81).

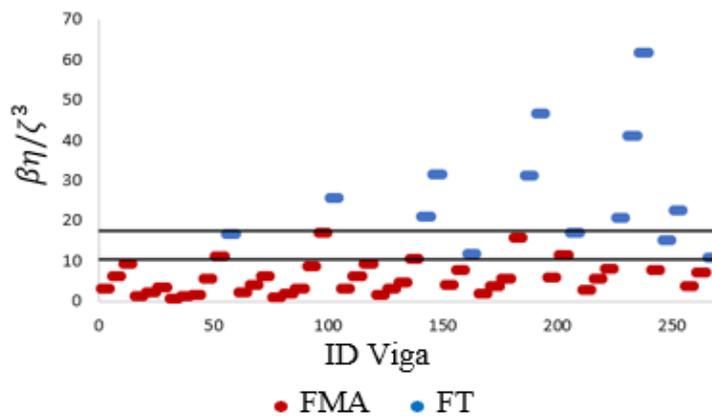


Figura 90 - Modos de flambagem para as seções analisadas.

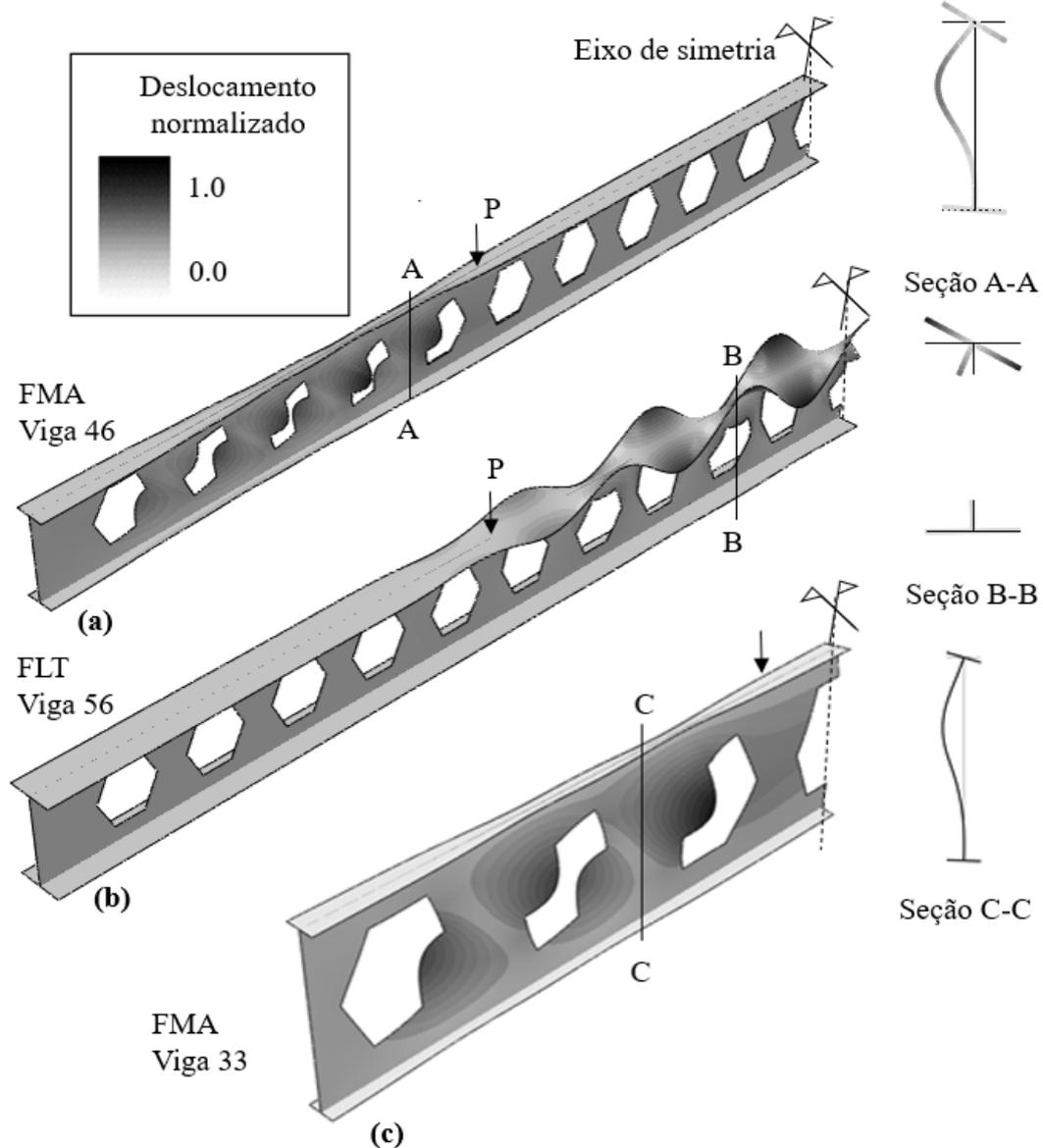


Figura 91 - Modos de flambagem obtidos na análise paramétrica: a) FMA para a viga 46 ($\beta = 5,5$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,0$); b) FT para a viga 56 ($\beta = 5,5$, $\eta = 1,0$, e $\xi = 1,0$); c) FMA para a viga 33 ($\beta = 3,0$, $\eta = 1,0$, $\xi = 1,8$)

6.2

Análise considerando a não linearidade do material

Os modos de falha obtidos a partir da análise não linear são apresentados na Figura 92 para o conjunto de 54 vigas com β , η e ξ analisados (novamente a variação da esbeltez não influi no modo de falha, somente no valor da capacidade)

e uma clara dependência do parâmetro $\beta/(\eta\xi)$ pode ser observada. Para $\beta/(\eta\xi) < 2,0$, o modo de plastificação é governado pela formação do mecanismo de Vierendeel (MV). Enquanto isso, a plastificação do tê (PT) ocorre para valores de $\beta/(\eta\xi) > 3,5$. Portanto, uma transição é observada para valores de $\beta/(\eta\xi)$ entre 2 e 3,5. Baseado nos resultados, um valor médio de $K_p = 1/3$ é assumido como referência na Eq. (81).

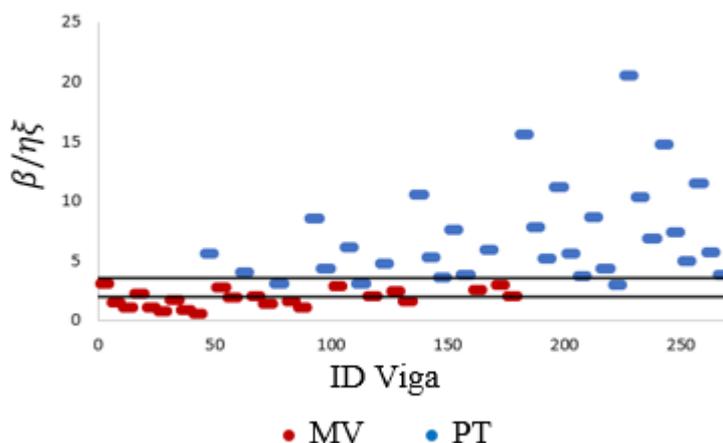


Figura 92 - Modos de falha para as seções analisadas.

A Figura 93.a ilustra o modo PT na região de flexão pura, enquanto a Figura 93.b mostra a formação do mecanismo de Vierendeel, caracterizado pela formação das quatro rótulas plásticas, ao redor das aberturas, e, principalmente, perto do ponto de aplicação do carregamento.

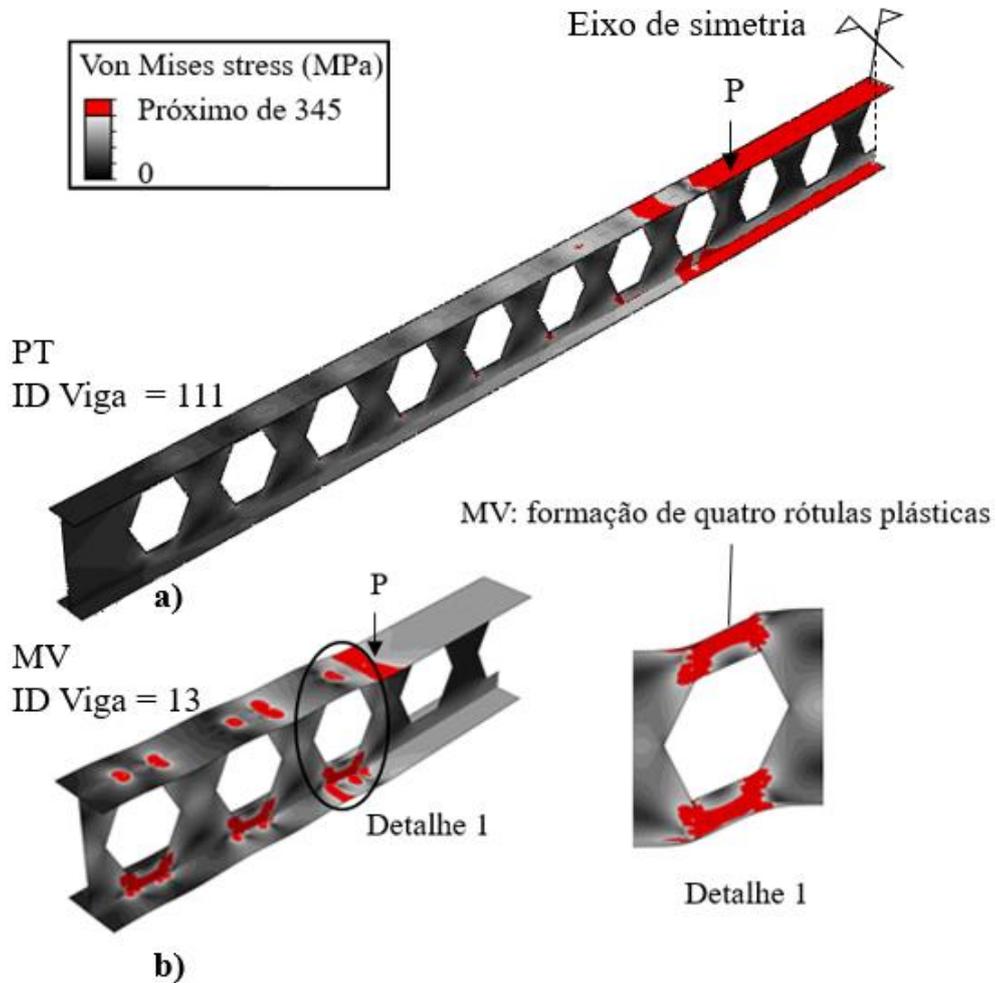


Figura 93 – Modos de falha devido a plastificação obtido a partir de análises não lineares do material: a) PT para a viga 111 ($\beta = 8,5$, $\eta = 2,0$, $\xi = 1,4$); b) MV para a viga 13 ($\beta = 3,0$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,0$)

6.3

Análise não linear completa

Com o carregamento plástico obtido nas análises anteriores, a esbeltez generalizada λ pode ser calculada para cada viga, a partir da Eq. (75 $\lambda = \sqrt{P_p/P_{cr}}$). Este parâmetro pode ser usado como um indicativo para verificar se o modo de falha é principalmente controlado pela flambagem ($\lambda > 1$: esbelto) ou plastificação ($\lambda \leq 1$: compacto). Adicionalmente, se $\lambda \leq 1$, foi visto que o parâmetro não dimensional $K_p\beta/(\eta\xi)$ pode ser usado para separar os modos de

falha devido a plastificação do tê ($k_p\beta/(\eta\xi) > 1$: longa) do modo de falha devido ao mecanismo de Vierendeel ($K_p\beta/(\eta\xi) \leq 1$). Do mesmo modo, para $\lambda > 1$, o parâmetro não dimensional $K_b\beta\eta/\xi^3$ pode ser usado para separar os modos de falha dominados pela mesa e pela alma ($K_b\beta\eta/\xi^3 > 1$: longa e $K_b\beta\eta/\xi^3 \leq 1$: curta), respectivamente. A terminologia “longa” e “curta” aqui adotada pretende diferenciar as vigas com modos de falha dominados pela flexão devido ao momento (flambagem do tê e plastificação do tê) e as dominadas por força cortante (flambagem do montante da alma e mecanismo de Vierendeel), respectivamente. A Figura 94 apresenta um mapa típico dos modos de falha construídos usando essa metodologia. Este gráfico foi desenvolvido com a intenção de servir de guia, mas pode não refletir os modos de falha reais, que podem ser fortemente influenciados por imperfeições e interação entre os modos de falha isolados, conforme será mostrado a seguir.

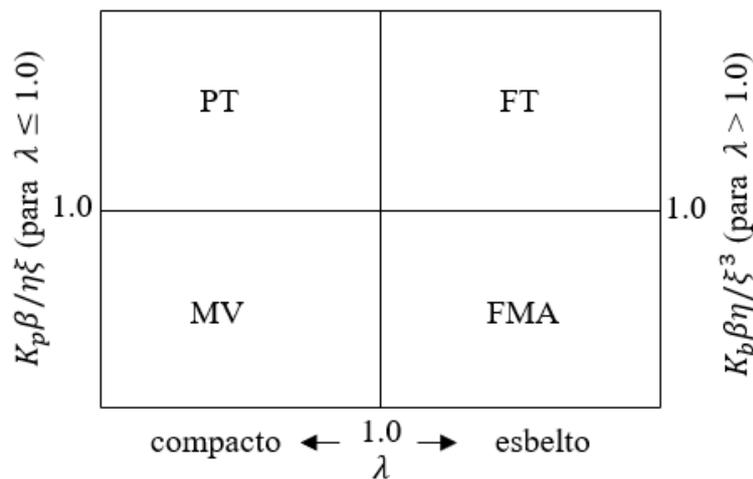


Figura 94 – Gráfico típico dos modos de falha $K_p\beta/(\eta\xi) \times \lambda$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3$ versus λ .

A Figura 95 e a Figura 96 mostram a distribuição de von Mises obtida a partir da análise não linear completa para os casos de $\beta = 3,0$ e $\beta > 3,0$, respectivamente, que são casos representativos para vigas curtas e longas. Considerando o caso de $\beta = 3,0$, três diferentes comportamentos podem ser identificados, dependendo da

esbeltez. Para esses casos, $K_p\beta/(\eta\xi)$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3$ foram tipicamente menores do que 1,0 (curtas), indicando o predomínio dos modos de falha associados ao cortante. Para seções com esbeltezas pequenas (seções compactas), o modo de falha é caracterizado pela formação de quatro rótulas plásticas perto dos tês superior e inferior, nos cantos das aberturas hexagonais, indicando o modo de falha governado pelo mecanismo de Vierendeel, conforme mostrado na Figura 95.a. Para vigas com maiores valores de esbeltez, Figura 95.c, a direção da tensão principal ao longo do montante da alma, segue um padrão diagonal, com considerável deslocamento para fora do plano. Deve ser ressaltado que a formação desses padrões de plastificação das diagonais indica uma redistribuição depois da flambagem ocorrer. Será mostrado adiante que esse comportamento está associado com uma reserva de resistência pós-crítica para o modo FMA. Finalmente, para o valor de λ próximo a 1,0, é possível observar uma interação entre ambos os modos de falha mencionados anteriormente, conforme mostrado na Figura 95.b.

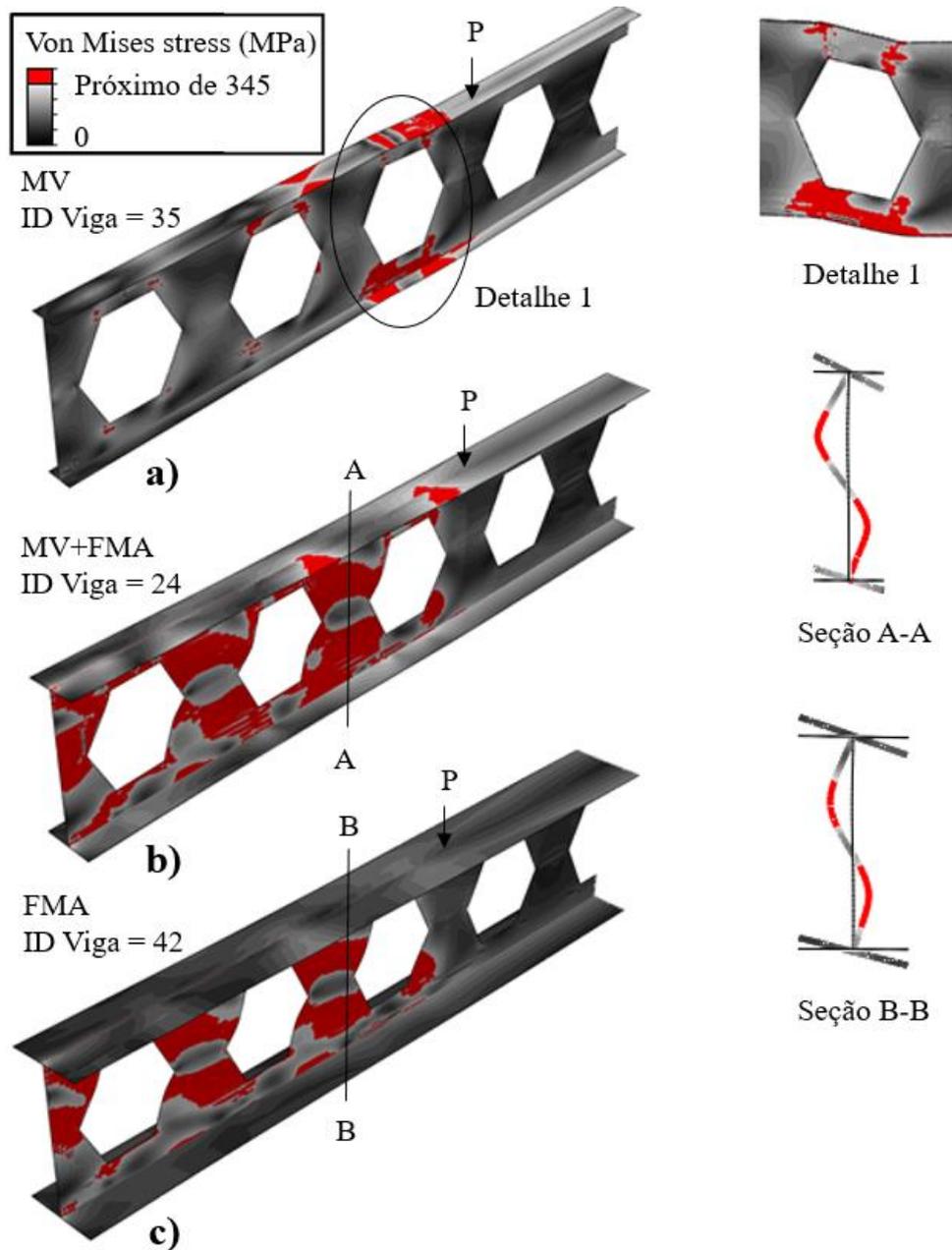


Figura 95 – Modos de falha típicos obtidos a partir da análise não linear completa para $\beta = 3,0$: a) MV para a viga 35 ($\lambda = 0,6$, $\eta = 1,0$, $\xi = 1,8$); b) MV + FMA para a viga 24 ($\lambda = 0,95$, $\eta = 2$, $\xi = 1,4$); c) FMA para a viga 42 ($\lambda = 1,98$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,8$)

Para valores de $\beta > 3$, a plastificação do tê (PT) na região de momento constante domina o comportamento para $\lambda < 1,0$ e $K_p\beta/\eta\xi > 1,0$ (compacta e longa), onde FT torna-se o modo de falha para $\lambda > 1,0$ e $K_b\beta\eta/\xi^3 \geq 1,0$ (esbelta e longa), conforme mostrado na Figura 96.a e na Figura 96.b, respectivamente.

Comparando a distribuição de tensão dos modos PT e o FT, para as seções A e C, respectivamente, pode ser notado que o t \hat{e} inferior n \hat{a} o atinge a tens \hat{o} de escoamento, confirmando que a FT ocorre anteriormente \grave{a} plastifica \tilde{c} o. \acute{E} importante salientar que no modo FT, o t \hat{e} comprimido atinge a tens \hat{o} de escoamento ap $\acute{o}s$ a ocorr \hat{e} ncia da flambagem, indicando que houve redistribui \tilde{c} o de tens \hat{o} e, portanto, resist \hat{e} ncia p $\acute{o}s$ -cr \acute{i} tica.

A Figura 98 mostra que, com base no mapa definido conforme $K_p\beta/(\eta\xi) \times \lambda$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3 \times \lambda$, pode-se prever com alguma assertividade os modos de falha PT, MV, FT e FMA.

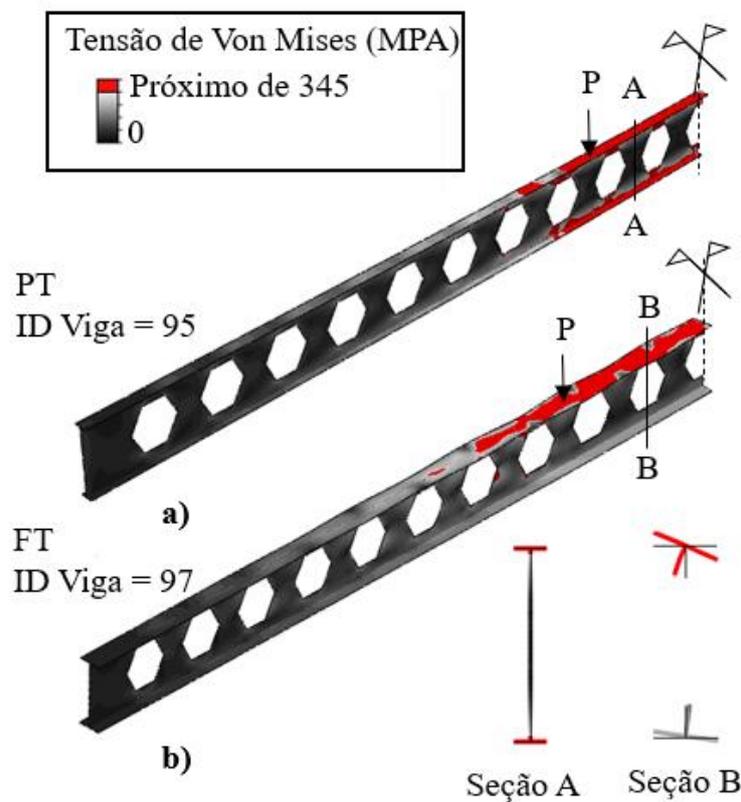


Figura 96 – Modos de falha t \acute{i} picos para a an \acute{a} lise n \hat{a} o linear para $\beta > 3,0$: a) PT para a viga 95 ($\lambda = 0,45$, $K_p\beta/\eta\xi = 2,83$); b) FT para a viga 97 ($\lambda = 1,70$, $K_b\beta\eta/\xi^3 = 1,42$)

O acoplamento entre força cortante e momento fletor nos modos de falha foram observados perto dos limites entre os quadrantes onde $K_p\beta/(\eta\xi) = 1$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3 = 1$ do mapa da Figura 98. Uma região bem delimitada onde ocorre a interação entre PT e MV foi observada para $\lambda < 1$ e $K_p\beta/(\eta\xi) = 1$. Na transição entre os quadrantes inferior esquerdo e superior esquerdo. Nesse caso, a PT ocorre na região de flexão pura e o MV ocorre na abertura próxima da aplicação do carregamento, conforme mostrado na Figura 97.a. Uma outra interação foi observada para a FT e FMA para algumas situações de $\lambda > 1$ e $k_b\beta\eta/\xi^3 = 1$. Isto é, próximo da transição entre os quadrantes inferior direito e superior direito; FT ocorre na região de flexão pura, enquanto a FMA ocorre na região de flexão simples próxima da aplicação do carregamento, conforme mostrado na Figura 97.c. Quando a carga última dos modos individuais PT e FT são próximas, isto é, λ é próximo de 1,0 e as vigas são relativamente longas, uma interação entre PT e FT pode ser observada (transição entre os dois quadrantes superiores). Neste caso, múltiplos comprimentos de meia onda são formados ao longo do trecho de flexão pura no tê superior, conforme mostrado na Figura 97.b. As seções “B” e “C” da Figura 97 mostram as deformações para fora do plano do montante da alma e o tê, que claramente são similares às aquelas mostradas na Figura 95, para os modos de flambagem do FMA e FT. Por último, o acoplamento entre o modo MV e PT, conforme mostrado na Figura 95.b, pode ser observado na transição entre os dois quadrantes inferiores.

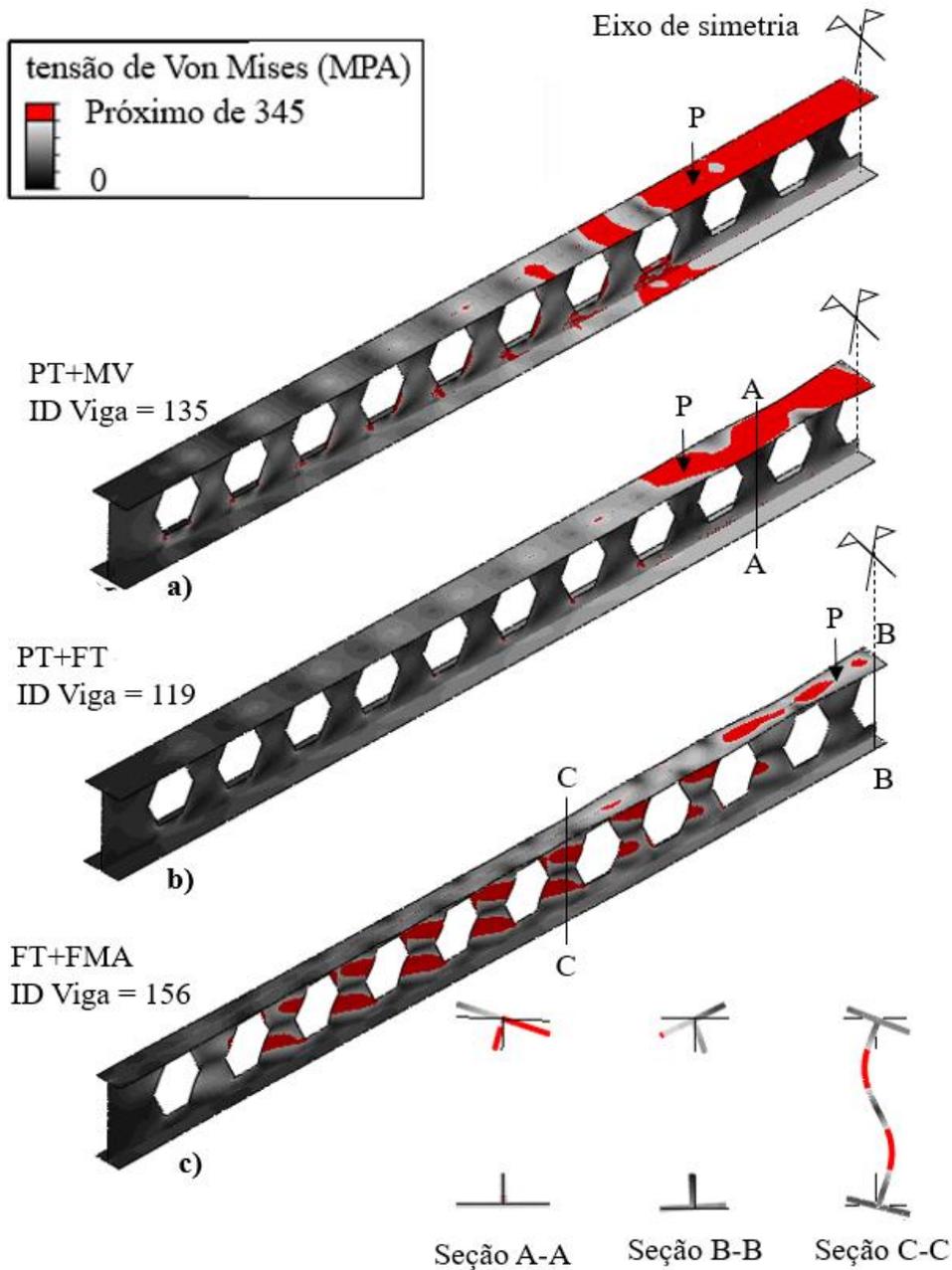


Figura 97 – Acoplamento dos modos de falha obtidos na análise não linear completa: a) PT + MV para a viga 135 ($\lambda = 0,57$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,52$); b) PT + FT para a viga 119 ($\lambda = 0,86$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,67$); c) FT + FMA para a viga 156 ($\lambda = 1,98$, $K_b\beta\eta/\xi^3 = 0,64$).

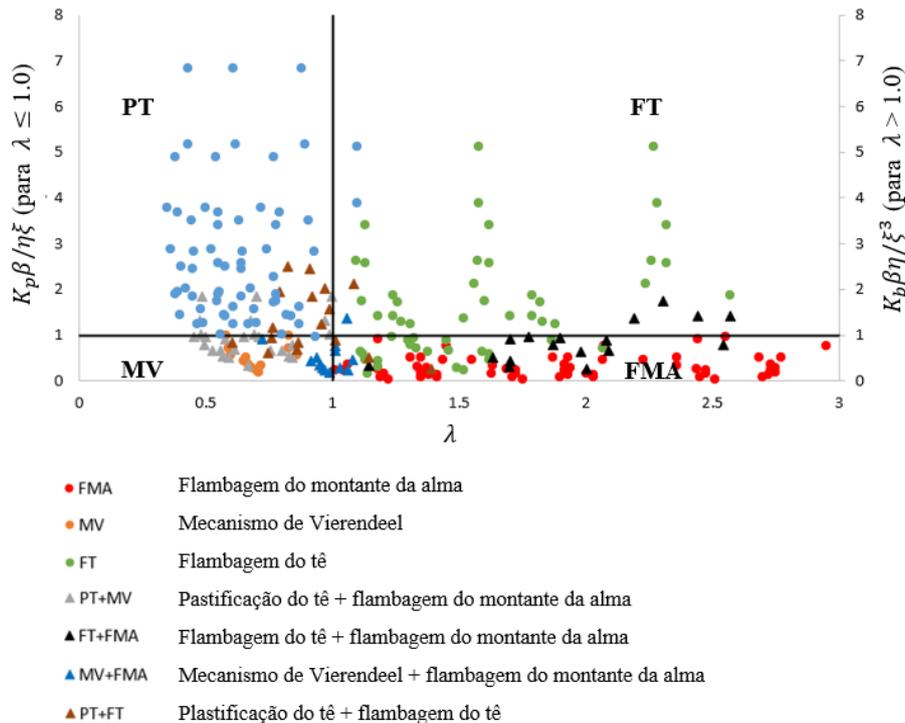


Figura 98 – Mapa típico $K_p \beta / (\eta \xi)$ ou $K_b \beta \eta / \xi^3$ versus λ .

6.4 Curvas carga vs deslocamento

As curvas carga vs deslocamento vertical para cada um dos modos de falha identificados no presente trabalho são mostradas na Figura 99 a Figura 101. A fim de facilitar a interpretação dos resultados, os gráficos mostrados são referentes às mesmas vigas identificadas das Figura 95 a Figura 97. O deslocamento vertical é referente ao ponto de aplicação do carregamento e normalizado pelo deslocamento máximo. A carga última P_u foi normalizada pela carga crítica P_{cr} . A Figura 99 mostra o primeiro conjunto dos gráficos referentes as vigas com $\beta = 3,0$, onde pode ocorrer MV, FMA ou um acoplamento entre os dois modos (MV+FMA). Conforme já demonstrado, o acoplamento pode ocorrer para valores de λ próximos de 1,0, (geralmente em um intervalo de 0,9 até 1,1) devido as cargas P_{cr} e P_p apresentarem valores próximos. Para o modo MV, enquanto o carregamento é progressivamente incrementado até aproximadamente $0,4P_{cr}$, observa-se um comportamento linear elástico. Para esse carregamento são formadas as quatro rótulas plásticas que

configuram a formação do mecanismo de Vierendeel, conforme mostrado na Figura 95.a. Para o modo FMA, pode-se observar que existe uma considerável resistência pós-crítica, onde a capacidade da viga foi de aproximadamente $1,4P_{cr}$. Para esse caso, observa-se que a curva carga x deslocamento é praticamente linear até aproximadamente $0,7P_{cr}$. Nesse carregamento a viga começa a interagir com a carga de bifurcação do modo de flambagem do montante da alma, e, conseqüentemente, o comportamento passa a ser não linear até a ruptura. O modo de FMA é mostrado na Figura 95.c, e conforme pode ser observado, a seção do montante apresenta uma grande área plastificada, indicando onde ocorre a redistribuição dos esforços devido a flambagem inelástica. Para o modo MV+FMA ocorre um acoplamento entre ambos os modos de falha. Para os casos em que o acoplamento com o MV não é observado nenhuma resistência pós-crítica, pois esta ocorre para esbeltezas próximas de 1,0. Para o caso mostrado na Figura 95.b, a esbeltez é igual a 0,95. Observa-se na Figura 99 que para o modo MV+FMA, a curva carga x deslocamento começa a apresentar um comportamento não linear próximo de $0,5P_{cr}$. Para um carregamento de aproximadamente $0,8P_{cr}$, é observada a falha com um comportamento muito menos dúctil do que o dos modos isolados.

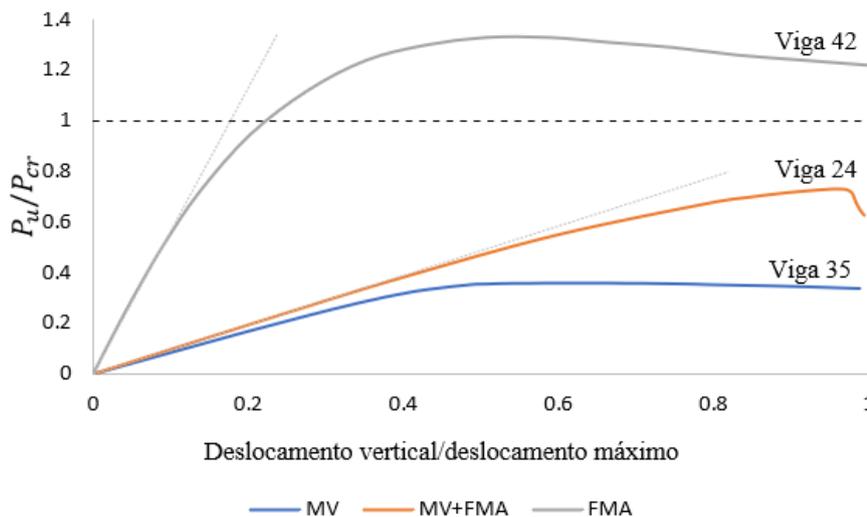


Figura 99 - Curva típica carga x deslocamento vertical normalizado para as vigas casteladas $\beta = 3$, MV para a viga 35 ($\lambda = 0,6$, $\eta = 1,0$, $\xi = 1,8$), MV+FMA para viga 24 ($\lambda = 0,95$, $\eta = 2$, $\xi = 1,4$) e FMA para a viga 42 ($\lambda = 1,98$, $\eta = 3,0$, $\xi = 1,8$)

Na Figura 100, são mostradas as curvas carga x deslocamento das vigas mostradas na Figura 96. Para o modo PT, observa-se um comportamento linear elástico até aproximadamente $0,2P_{cr}$. Depois a viga apresenta um comportamento dúctil até a perda de sua capacidade à flexão devido a formação de uma rótula nos tês superior e inferior. Em relação ao modo FT, observa-se um comportamento linear elástico até aproximadamente atingir o valor de P_{cr} , onde inicia-se a interação com a carga de bifurcação. A partir desse instante, o comportamento passa a ser não linear até atingir a capacidade da viga para um carregamento de aproximadamente $1,8P_{cr}$. Para o modo FT também é observada a resistência pós-crítica devido a redistribuição de tensões na mesa levando a flambagem inelástica, conforme pode ser observado na Figura 96.b. Para esse caso $\lambda = 1,7$, porém mais adiante será mostrado que para $\lambda > 1,5$ é observado de maneira consistente para todos os modelos realizados neste trabalho há a presença de resistência pós-crítica para as vigas esbeltas.

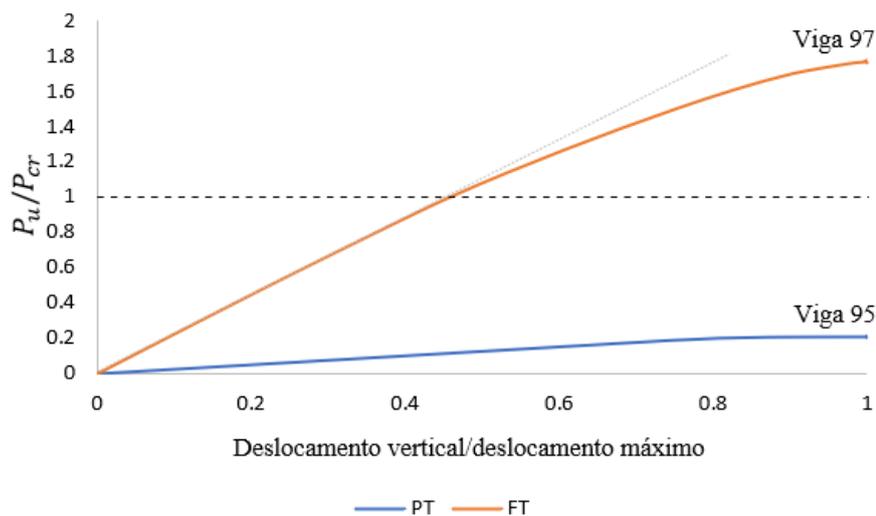


Figura 100 – Curva típica carga x deslocamento vertical normalizado para as vigas casteladas $\beta > 3$, PT pra a viga 95 ($\lambda = 0,45$, $K_p\beta/\eta\xi = 2,83$) e FT para a viga 97 ($\lambda = 1,7$, $K_b\beta\eta/\xi^3 = 1,42$).

A Figura 101 mostra os gráficos das curvas carga x deslocamento vertical normalizado para as vigas com $\beta > 3$ e que apresentaram acoplamento entre os modos de falha. Para o modo PT+MV, novamente o comportamento é dominado pela plastificação e por isso a curva carga x deslocamento apresenta um comportamento praticamente elástico até atingir a plastificação para um carregamento de aproximadamente $0,3P_{cr}$. A esbeltez para o modo PT+FT ($\lambda = 0,86$) é maior do que do modo PT + MV ($\lambda = 0,57$), aproximando-se mais da carga crítica P_{cr} . Finalmente, para FT+FMA, observa-se que a carga última é maior do que a carga crítica ($P_u/P_{cr} > 1,0$), sendo o comportamento linear até aproximadamente $1,2P_{cr}$. A partir desse instante, começa a ser observada uma não linearidade do comportamento devido a interação das duas cargas de bifurcação dos modos FT e FMA, conforme pode ser visto na Figura 97.c.

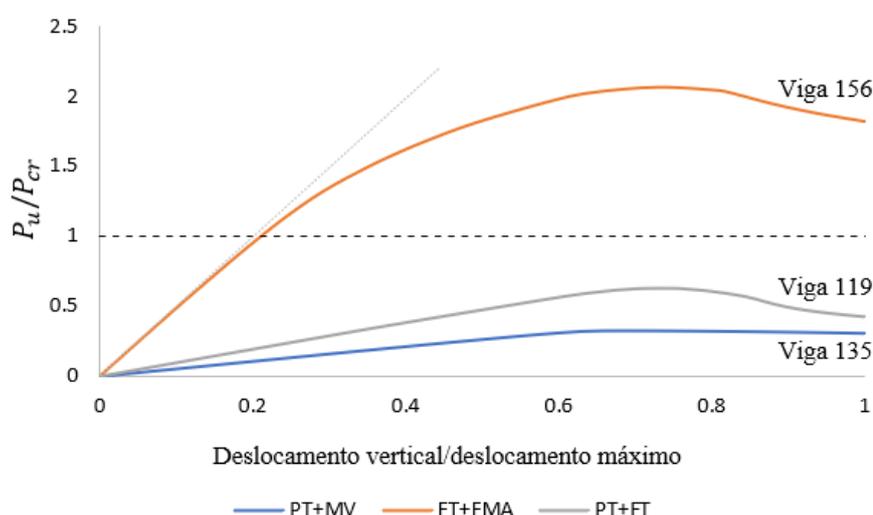


Figura 101 – Curva típica carga x deslocamento vertical normalizado para as vigas casteladas $\beta > 3$, PT+MV para a viga 135 ($\lambda = 0,57$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,52$), FT+FMA para a viga 156 ($\lambda = 1,98$, $K_p\beta\eta/\xi^3 = 0,64$) e PT+FT para a viga 119 ($\lambda = 0,86$, $K_p\beta/\eta\xi = 0,67$)

Foi feito um acompanhamento das tensões de Von Mises ao longo das curvas carga vs deslocamento que foram mostradas anteriormente nas Figura 99 até Figura 101. A partir destas curvas, alguns pontos foram selecionados para mostrar a

distribuição de tensões de Von Mises, e assim, permitir acompanhar a evolução da distribuição de tensões durante o carregamento. Na Figura 102 é reproduzida novamente a curva carga *vs* deslocamento para o modo de falha governado pela FMA e, adicionalmente, são mostradas as distribuições de tensões de Von Mises para três diferentes níveis de carga. Para o nível de carga $P_u/P_{cr} = 0,94$ observa-se que as tensões ultrapassam o valor de referência de 270 MPa (aproximadamente 80 % da tensão de escoamento igual a 345 MPa) primeiramente na região do montante da alma, nos trechos onde ocorre a maior deformação provocada pela formação das duas meias ondas. É interessante notar que esse aumento das tensões no montante tem início quando é atingida a carga de bifurcação, ou seja, quando $P_u/P_{cr} \sim 1$, sendo este comportamento característico de estruturas que apresentam uma reserva de resistência pós-crítica. À medida que o carregamento aumenta até o valor de $P_u/P_{cr} = 1,23$, as tensões no montante da alma atingem a tensão de plastificação e a viga atinge a sua carga última. Na Figura 102 também é reproduzida novamente a curva carga *vs* deslocamento para o MV, e também acompanhadas as tensões de Von Mises em três níveis de carregamento. À medida que o nível de carga aumenta, observa-se que as maiores tensões estão concentradas ao redor das aberturas, até que são formadas as quatro rótulas plásticas quando o carregamento atinge o nível de carga de $P_u/P_{cr} = 0,35$. Na Figura 102 é reproduzida novamente a curva carga *vs* deslocamento para o modo MV+FMA, e também acompanhadas as tensões de Von Mises. Os três níveis de cargas analisados mostram claramente que para o nível de carga intermediário, $P_u/P_{cr} = 0,54$, o padrão de distribuição de tensão indica que o modo de falha que tende a dominar o comportamento é o modo de falha devido a formação do mecanismo de Vierendeel. Contudo, analisando o nível de carga seguinte, $P_u/P_{cr} = 0,73$, que também é o carregamento último da viga, observa-se que ocorreu uma interação com o modo de falha de flambagem do montante da alma, que não era possível observar na imagem do nível de carga anterior. Na Figura 108 optou-se por mostrar uma pequena parte da viga castelada, na localização onde ocorre o mecanismo de plastificação. Essa mesma abordagem vai ser feita adiante para os outros modos de falha, porém no Apêndice F são mostradas as figuras completas da distribuição de tensões para cada um dos modos de falha mostrados.

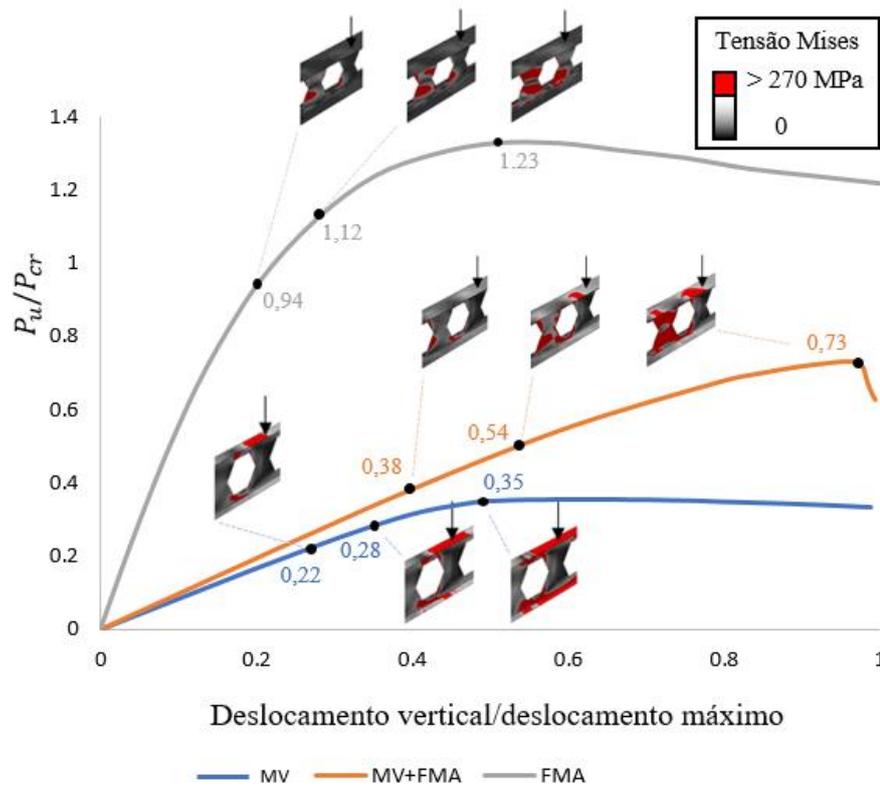


Figura 102 – Acompanhamento das tensões de Von Mises ao longo da curva carga deslocamento para os modos MV, MV+FMA e FMA

A Figura 103 mostra a comparação da tensão de Von Mises para o modo de flambagem do tê FT. Observa-se que a tensão ultrapassa o valor de referência de 270 MPa (aproximadamente 80 % da tensão de escoamento igual a 345 MPa) na mesa comprimida quando o nível de carga é igual a $P_u/P_{cr} = 1,27$. Isto indica que essas tensões altas na mesa comprimida são decorrentes da redistribuição de tensões que ocorrem devido ao processo de resistência pós-crítica na mesa. Por outro lado, as tensões na mesa tracionada permanecem baixas durante todo o carregamento. Na Figura 103 também é mostrada a comparação da tensão de Von Mises para o modo de plastificação do tê PT. Observa-se que a carga última é atingida quando são formadas as rótulas plásticas nos tês superior e inferior na zona de flexão pura. Essa condição é atingida quando o nível de carga P_u/P_{cr} atinge o valor de 0,20.

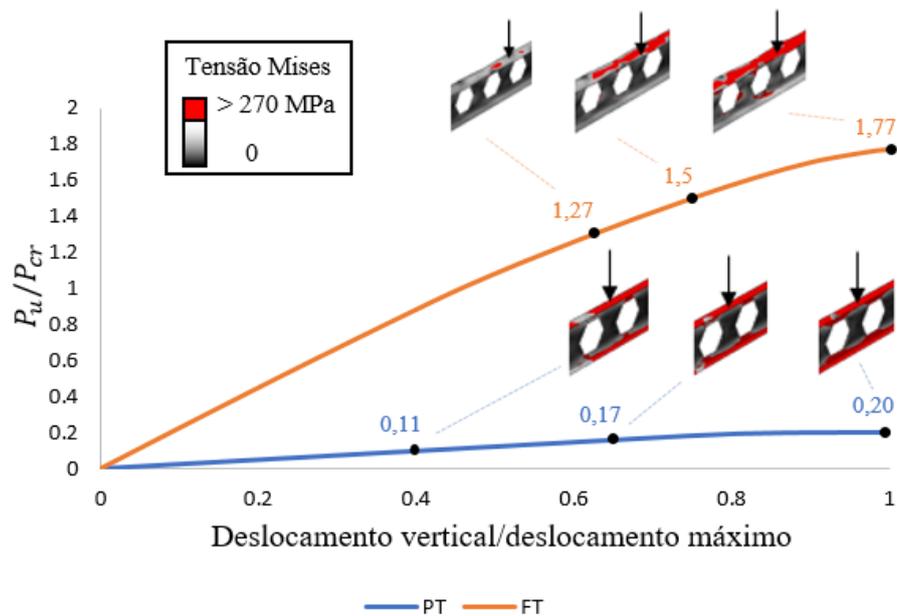


Figura 103 - Acompanhamento das tensões de Von Mises ao longo da curva carga deslocamento para os modos FT e PT.

A Figura 104 mostra a comparação da tensão de Von Mises para os modos de falha sujeitos a interação para as vigas com $\beta > 3,0$. Para o modo de falha sujeito a interação FT+FMA, observa-se que as tensões na mesa comprimida ultrapassam o valor de referência de 270 MPa (aproximadamente 80 % da tensão de escoamento igual a 345 MPa) para um nível de carga P_u/P_{cr} igual a 1,81. Quando o nível de carga P_u/P_{cr} é igual a 1,97, pode-se observar que o montante da alma também apresenta tensões que ultrapassam o valor de referência de 270 MPa. Indicando que a viga também está interagindo com a carga de bifurcação do modo de falha governado pela flambagem do montante da alma. Quando o carregamento atinge o valor de P_u/P_{cr} igual a 2,06 configura-se o modo de falha governado pela interação entre ambos os modos de falha. A Figura 104 mostra a comparação da tensão de Von Mises para o modo PT+FT. A análise do nível de carga P_u/P_{cr} igual a 0,56, que referente a um nível de carga anterior ao do ponto máximo da curva carga vs deslocamento, mostra que a tensão na mesa comprimida ultrapassa o valor de referência de 270 MPa, indicando a influência da flambagem do tê. Uma vez que a mesa tracionada permanece com as tensões baixas neste nível de carga. Por outro lado, quando o nível de carga atinge o pico da curva, $P_u/P_{cr} = 0,63$, observa-se

que tanto a mesa tracionada e a mesa comprimida atingem a tensão de plastificação, indicando que ocorre uma interação para esse modo de falha. A Figura 104 também mostra a distribuição de tensão para a interação dos modos PT+MV. Observa-se que enquanto o carregamento aumenta, ocorre a formação das rótulas plásticas ao redor da abertura mais próxima do ponto de aplicação do carregamento. Além disso, na região sujeita a flexão pura a tensão nos tês ultrapassam o valor de referência de 270 MPa para o nível de carga P_u/P_{cr} igual a 0,28, até a formação das rótulas plásticas para o nível de carga $P_u/P_{cr} = 0,32$

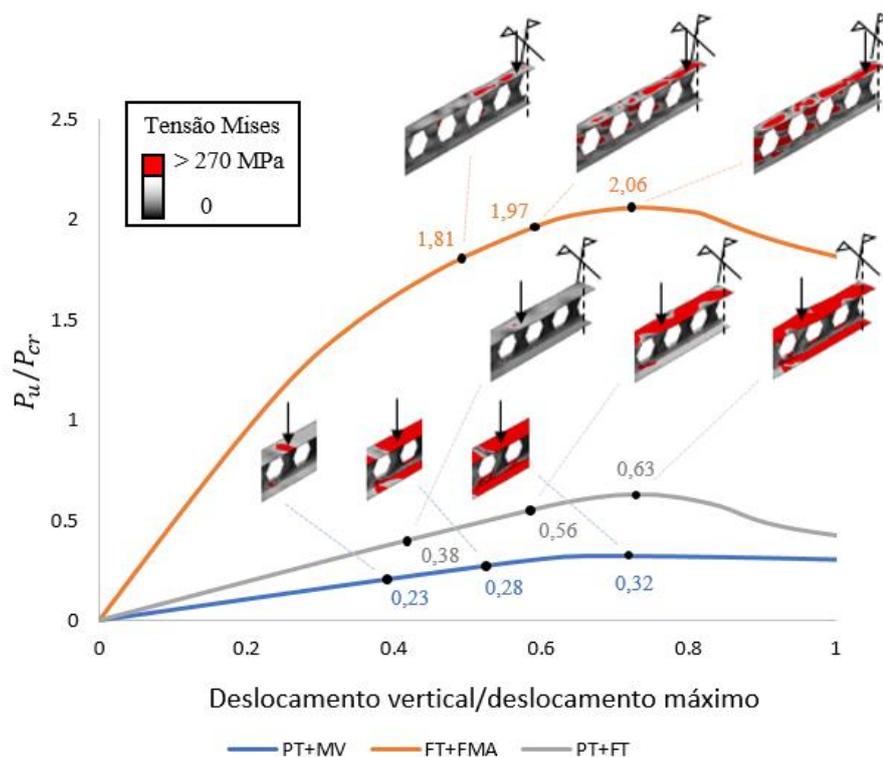


Figura 104 - Acompanhamento das tensões de Von Mises ao longo da curva carga deslocamento para os modos PT+MV, FT+FMA e PT+FT.

6.5 Resistência normalizada

A Figura 105 mostra a resistência normalizada obtida a partir das análises numéricas realizadas e plotadas no formato de mapa previamente discutido. Pode

ser notado que os valores de χ reduzem mais significativamente com o aumento da esbeltez generalizada na direção das vigas curtas, isto é, aquelas cujo modo de falha é controlado principalmente pela flambagem do montante da alma (FMA). Este comportamento pode ser mais claramente observado através da curva de resistência típica λ vs χ , conforme apresentado na Figura 106.a para as vigas classificadas como “curtas”. Nessa figura, a curva de resistência perfeita ($\chi = 1$ para $\lambda \leq 1$ e $\chi = 1/\lambda^2$ para $\lambda > 1$) também foi plotada como referência e pode ser visto que vigas com $\lambda > 1,5$ apresentam uma resistência pós-crítica consistente. Para as vigas classificadas como longas, a Figura 106.b mostra a resistência normalizada para membros esbeltos maiores que aquelas observadas para as vigas curtas. Esse comportamento confirma a capacidade pós-crítica superior das vigas com modos de falha dominados pela FT, que se assemelha à flambagem de placas. Por fim, a Figura 106 mostra ainda uma proposta de expressão para a resistência das vigas curtas e longas, baseada no formato de uma equação do tipo potencial, conforme mostrada na Eq. (92). Este tipo de equação é utilizado desde os primeiros estudos de perfis formados a frio desenvolvidas pelo professor George Winter, da Universidade de Cornell. Esta equação tem a mesma forma do limite inferior definidos pelos pontos obtidos na análise paramétrica realizada a partir da simulação numérica utilizando o Método dos Elementos Finitos. Na Eq. (92) p é chamado de expoente e c é chamado de constante de proporcionalidade. Existem diversas formas de determinar os valores de c e p , que minimizam os valores do erro a partir do conjunto de pontos. Contudo, o objetivo não é aplicar um método de minimização, como é o caso do método dos mínimos quadrados, e sim obter o limite inferior de todos os pontos. Portanto, foi adotada a seguinte metodologia, onde o problema foi primeiramente linearizado aplicando o logaritmo em ambos os lados da equação, conforme indicado na Eq. (90). Assumindo que $\bar{\chi} = \log_{10} \chi$, $\bar{\lambda} = \log_{10} \lambda$ e $\bar{c} = \log_{10} c$, a Eq. (91) é uma equação linear com inclinação p e que intercepta o eixo $\bar{\chi}$ em \bar{c} .

$$\chi = c\lambda^p \quad (89)$$

$$\begin{aligned}\log_{10} \chi &= \log_{10} c \lambda^p \\ \log_{10} \chi &= \log_{10} c + \log_{10} \lambda^p \\ \log_{10} \chi &= \log_{10} c + p \log_{10} \lambda\end{aligned}\quad (90)$$

$$\bar{\chi} = \bar{c} + p \bar{\lambda} \quad (91)$$

A Figura 107 mostra a reta traçada delimitando o limite inferior, traçado a fim de representar uma aproximação da previsão da carga última de vigas casteladas travadas lateralmente. Os pontos que não são representados pelo limite definido pela Eq. (91) são mostrados com um “x” vermelho, sendo que a maior parte destes pontos estão muito próximos do limite inferior e apenas poucos desses pontos estão fora da tendência global observada pelos demais pontos. Os parâmetros da Eq. (92) estão diretamente relacionados aos parâmetros definidos para a Eq. (91), sendo p e c igual -0,83 e 0.62 para a viga curta e -0.33 e 0.7 para a viga longa. A Figura 106 mostra o limite inferior da curva de resistência definida por λ vs χ .

$$\chi = \begin{cases} 1,0 & \text{para } \lambda < 0,559 \\ \frac{0,62}{\lambda^{0,83}} & \text{para } \lambda \geq 0,559 \end{cases} \text{ para vigas “curtas”}$$

$$\chi = \begin{cases} 1,0 & \text{para } \lambda < 0,338 \\ \frac{0,7}{\lambda^{0,33}} & \text{para } \lambda \geq 0,338 \end{cases} \text{ para vigas “longas”} \quad (92)$$

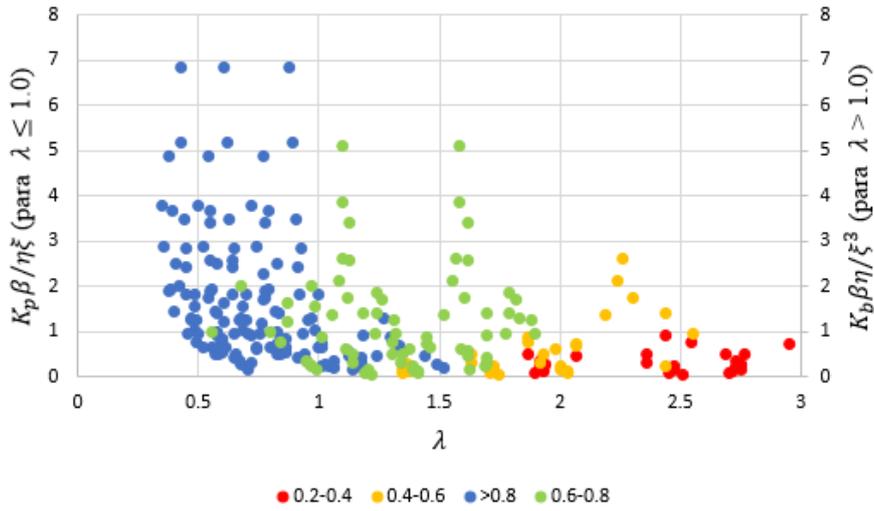


Figura 105 - Resistência normalizada χ , variando de 0,2 até 1,0, para as vigas representadas no mapa $K_p \beta / \eta \xi$ x λ ou $K_b \beta \eta / \xi^3$

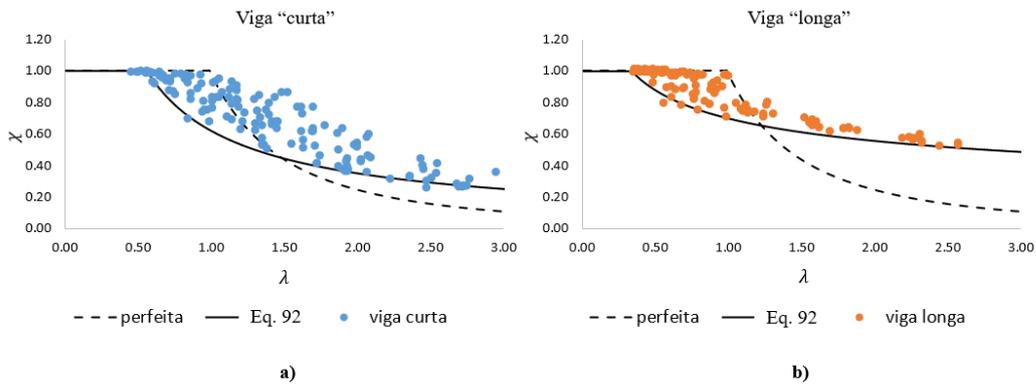


Figura 106 – Equação proposta para a curva de resistência obtida a partir do gráfico da resistência normalizada χ versus esbeltez generalizada λ ; a) vigas “curtas”; b) “longas”.

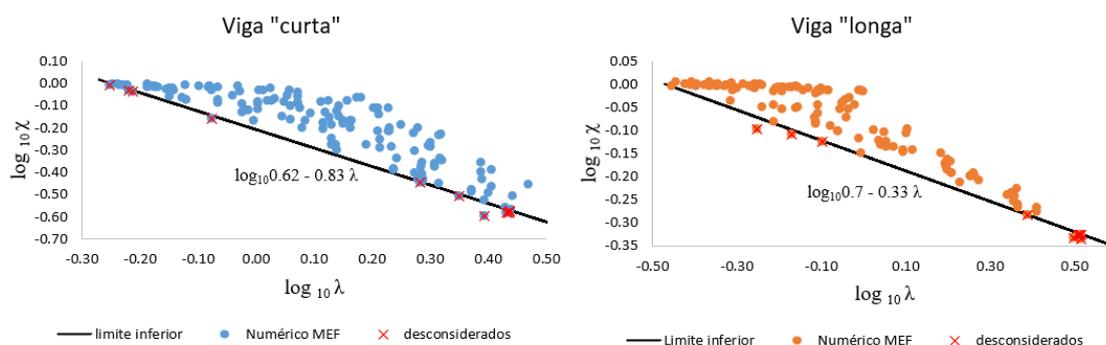


Figura 107 – Reta correspondente ao limite inferior dos dados do modelo numérico a partir dos dados linearizados em um gráfico no domínio logarítmico na base 10

6.6

Comparação do *Design Guide* (DG) com o Método dos Elementos Finitos (MEF) e a previsão usando a equação proposta

A Figura 108 mostra uma comparação do procedimento do *Design Guide* (DG) com alguns dos resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) que são representativos para cada modo de falha. Estes resultados selecionados são os mesmos escolhidos anteriormente na Figura 95, Figura 96 e Figura 97. Eles foram organizados em um gráfico onde no eixo vertical a carga última P_u é normalizada pela carga nominal P_n , e no eixo horizontal a esbeltez generalizada λ . A previsão do DG para os estados limites nos tês e no montante da alma representam os esforços locais nesses elementos, que podem ser facilmente transformados em uma carga global equivalente P_n , de modo a permitir a sua comparação com a carga P_u obtida pelo MEF.

A previsão do DG para os esforços atuando nos tês foi considerada como o menor dos valores obtidos para a plastificação dos tês ou a flambagem torcional do tê comprimido, conforme mostrado na Eq. (31) e Eq. (5), respectivamente. Foi observado que a plastificação do tê foi o pior caso para os modelos que apresentaram os modos (PT, MV, PT+MV, PT+FMA), enquanto que a flambagem torcional foi pior caso para os modos (FT, PT+FT e FT+FMA). Para o modo FMA,

o estado limite último de flambagem do montante da alma pode ser calculado conforme mostrado na Eq. (41), onde M_0 é o momento último e M_p o momento de plastificação do montante da alma.

A Figura 108 mostra que os modos (PT, PT+MV e MV) são dominados pela plastificação, e, neste caso a previsão fornecida pelo DG apresenta uma boa estimativa quando comparada aos resultados obtidos pelo MEF. Do mesmo modo, a previsão obtida neste trabalho também fornece uma boa previsão, sendo que esta foi calculada conforme Eq. (92). Para os casos dominados pela interação entre a carga de plastificação e a carga crítica (PT+FT e MV+FMA), observa-se que os resultados obtidos pelo MEF são menores do que a previsão obtida pelo DG. Esse foi um padrão observado para a interação destes modos de falha, indicando que está ocorrendo um fenômeno de erosão de capacidade, muito comum quando as cargas últimas dos dois modos são próximas, o que pode também ser observado pelo valor da esbeltez próxima de 1,0. Para o modo FT observa-se que o resultado obtido pelo MEF apresentou uma capacidade maior quando comparado ao DG. A previsão do DG considera que a capacidade é limitada pela flambagem torcional do t \hat{e} , porém nos modelos numéricos foi observado que existe uma grande resistência pós-crítica associada a esse modo de falha. Neste caso, a previsão obtida neste trabalho também considera essa parcela de resistência pós-crítica, sendo consistentemente maiores que o DG. A resistência pós-crítica tende a aumentar com a esbeltez, tornando a previsão deste trabalho menos conservadora do que a do DG. Para o caso FT+FMA, observa-se que também existe uma parcela de resistência pós-crítica relevante que não é considerada pelo DG. Neste caso, a previsão adotada nesse trabalho também considera aumento da capacidade, que tende a aumentar com a esbeltez. Para o modo FMA, a previsão obtida pelo DG foi contra a segurança quando comparada aos resultados obtidos pelo MEF. Não foi possível comparar adequadamente as equações contidas no DG com o MEF, pois o ângulo da abertura da viga Litzka é de 63,4 graus, enquanto que as equações presentes no DG englobam ângulos de até 62,5 graus. Além disso, a razão e/t_w máxima no DG é de 30, enquanto que os modelos analisados neste trabalho apresentaram e/t_w maiores (por exemplo, para a viga ID 42, a relação e/t_w foi de 55,5). Acredita-se que por consequência desses fatores, o DG apresentou resultados bastante diferentes quando comparado ao MEF.

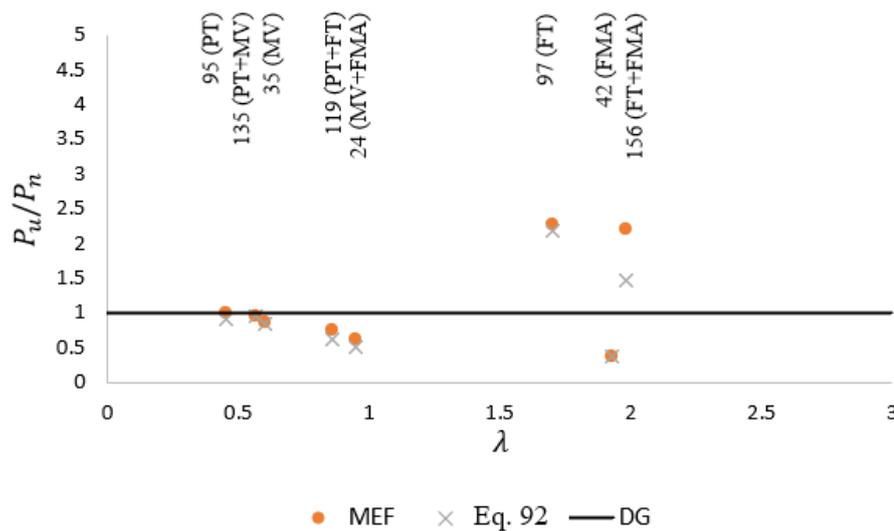


Figura 108 – Comparação do *Design Guide* (DG) com os resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) e a Eq. (92).

A Figura 109 mostra uma comparação dos resultados obtidos pelo MEF com a envoltória definida pela Eq. (40) do DG. Essa envoltória considera a interação dos esforços locais nos tês sujeitos à combinação dos esforços axiais e de flexão. No eixo x , o momento local M_v devido à ação do cortante passando pelo tê é normalizado pelo momento de início de escoamento do tê, conforme mostrado na Eq. (32). No eixo vertical, o esforço axial P_s nos tês devido ao momento global é normalizado pelo esforço axial que provoca a plastificação do tê, conforme mostrado na Eq. (31). Nesse gráfico foram plotados os resultados obtidos para o MEF para cada um dos modos de falha sujeitos a fenômenos de plastificação (PT, MV, PT+MV e MV+FMA). Observa-se que os modos de falha PT e PT+MV estão localizados na mesma região devido ao fato de seus comportamentos serem dominados pelo esforço axial no tê. Enquanto que o modo MV está localizado em uma área central do gráfico, onde a interação entre os esforços axiais e de flexão controlam o comportamento. Além disso, é possível observar que a previsão do DG é boa para esses casos. Para o modo MV+FMA, observa-se que os resultados obtidos pelo DG são contra a segurança, devido à redução da capacidade provocada pela interação entre os modos de falha.

A Figura 110 mostra a mesma envoltória para os modos de falha dominados pela flambagem (FT, FT+PT e FT+FMA). Nesse caso, o eixo vertical é normalizado pela carga crítica de flambagem torcional do tê, conforme mostrado na Eq. (5). E o eixo horizontal é normalizado pela carga crítica de flambagem da mesa (FLM) ou da alma (FLA), a que for menor entre elas, conforme mostrado na Seção 2.15. Para o modo FT, observa-se que praticamente todos os resultados estão acima do DG, mostrando que a previsão do DG é demasiadamente conservadora, pois não considera a influência da resistência pós-crítica. Observa-se que a maioria dos resultados se concentram próximos da região dominada pela flambagem torcional do tê, e poucos são os resultados localizados na região central ou onde a influência do momento é alta. Para o modo FT+FMA, as mesmas observações em relação a resistência pós-crítica do MEF e a previsão do DG podem ser aplicadas. Para o modo PT+FT observa-se que não existe influência da resistência pós-crítica, e os resultados obtido pelo MEF estão próximos aos do DG.

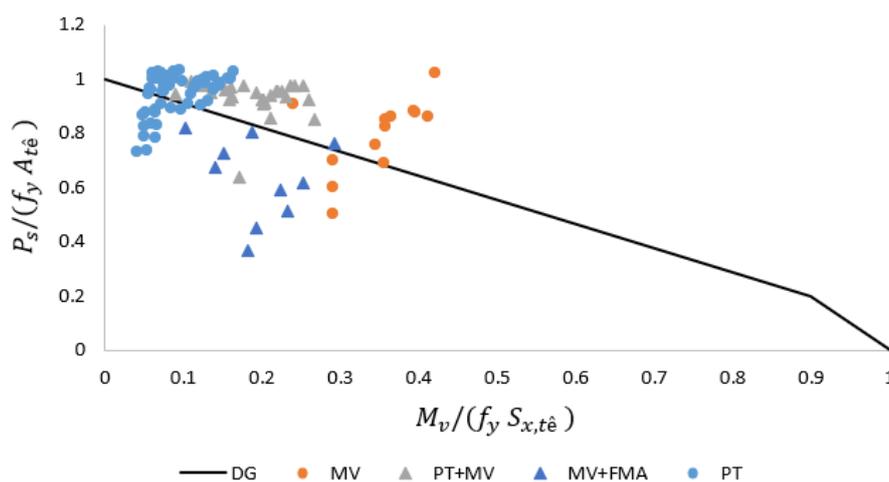


Figura 109 – Comparação dos resultados do Método dos Elementos Finitos para os modos (PT, MV, PT+MV e MV+FMA) com a envoltória considerando a interação dos esforços axiais e de flexão nos tês.

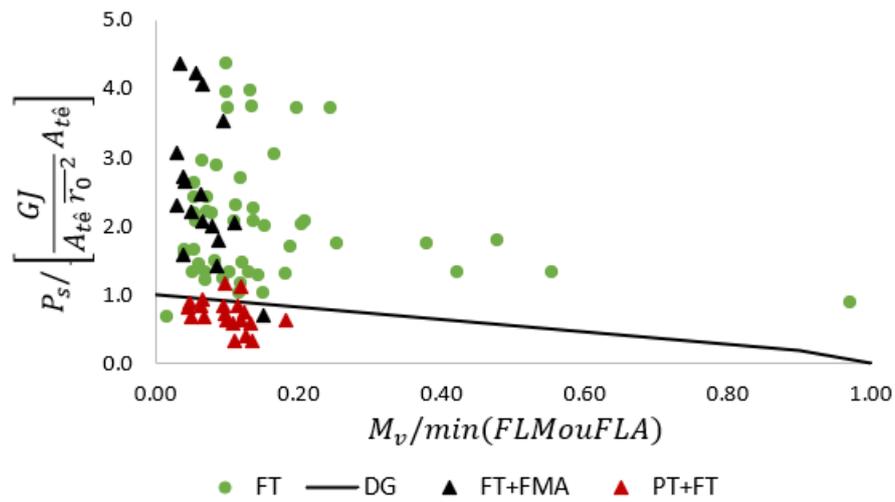


Figura 110 – Comparação dos resultados do Método dos Elementos Finitos para os modos (FT, FT+FMA e PT+FT) com a envoltória considerando a interação dos esforços axiais e de flexão nos tês.

7. Conclusões e trabalhos futuros

7.1 Conclusões

Neste trabalho foi mostrado que o comportamento das vigas travadas lateralmente do tipo Litzka pode ser descrito de maneira simples a partir do gráfico ($K_p\beta/\eta\xi$ ou $K_b\beta\eta/\xi^3$) versus λ , no qual a abcissa indica se o modo é governado por flexão ou cisalhamento – viga longa ou curta, respectivamente. Por outro lado, a esbeltez não generalizada λ indica se a falha é governada pela plastificação ou pela flambagem – compacta ou esbelta, respectivamente.

Os resultados do estudo paramétrico confirmam que os modos de falha de certas vigas podem ser razoavelmente previstos de acordo com a região do mapa ao qual ele pertence. Além disso, pode ser observado que a combinação dos modos de falha ocorre próximo das bordas entre quadrantes do “mapa”. Para $\lambda < 1,0$ ocorre PT + MV que está na proximidade das cargas de plastificação de ambos os modos de falha, enquanto que para $\lambda > 1$ ocorre FMA+FT que está associado à proximidade das cargas de bifurcação de ambos os modos de flambagem. Para valores de λ próximos de 1,0, ocorre PT+FT ou MV+FMA que está associada à proximidade das cargas de bifurcação e das cargas de plastificação dos respectivos modos. Essas interações são devido à combinação de vários efeitos não lineares envolvidos nesses comportamentos, por exemplo; não linearidades do material, não linearidade geométrica, imperfeições e tensões residuais.

A representação da resistência normalizada no mapa mostrou que a redução aumenta mais rapidamente com a esbeltez para as vigas curtas do que para as longas. Este resultado com uma grande reserva de resistência pós-crítica associado a flambagem do tê cujo comportamento assemelha-se a flambagem de placas. Além

disso, uma moderada reserva de resistência pós-crítica também foi observada para as vigas curtas sujeitas a flambagem do montante da alma.

Uma equação do tipo Winter para os casos das vigas curtas e longas, conforme mostrado na Eq. (92), foi proposta e foi mostrado que a Eq. (92) pode ser usada como a previsão do limite inferior de resistência de vigas casteladas do tipo litzka travadas lateralmente. A metodologia proposta nesse estudo necessita do cálculo da carga crítica P_{cr} e da carga de plastificação P_p para a viga analisada que pode ser determinada adequadamente usando um método numérico ou analítico.

A comparação dos resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos com o procedimento de cálculo do *Design Guide* DG e a Eq. (92) mostrou que o DG consegue prever adequadamente a capacidade para os modos de falha governados pela plastificação. Contudo, a previsão obtida para os modos de falha governados pela flambagem do montante da alma foi contra a segurança, enquanto que a previsão obtida para os modos de falha governados pela flambagem do tê foram conservadores, devido a norma não considerar a resistência pós-crítica associada a esse modo de falha.

7.2

Trabalhos futuros

- Para utilizar a equação proposta no presente trabalho as cargas críticas e as cargas de plastificação devem ser adequadamente calculadas para a determinação da esbeltez generalizada λ . Contudo, na literatura existem equações aproximadas para calcular esses parâmetros, por exemplo: carga crítica de flambagem do tê de vigas casteladas do tipo Litzka [6], a carga crítica de flambagem do montante da alma de vigas casteladas [23], carga devido a formação do mecanismo de Vierendeel para seções circular [49]. Caso fosse possível desenvolver equações precisas para cada um desses mecanismos, a esbeltez generalizada

poderia ser calculada diretamente. Caso essa seja uma hipótese válida, essas equações poderiam ser utilizadas para substituir o cálculo através de métodos mais complexos, tornando mais acessível a equação proposta neste trabalho para os projetistas da prática.

- Analisar a interação da flambagem lateral com os modos de flambagem local e as cargas de plastificação utilizando uma esbeltez generalizada global, similar a desenvolvida no trabalho realizado por Shokouhian et al. [76].
- Verificar se a equação proposta no presente trabalho é válida para outros tipos de aberturas, por exemplo; aberturas hexagonais com aberturas com padrão diferentes da Litzka, vigas casteladas com cantos arredondados, vigas celulares e vigas Angelina™.

Referências bibliográficas

1. NSC Angelina™ beams in use for construction. <http://www.newsteelconstruction.com/>, 15 Jun 2017. Disponível em: Acesso em: 08 ago 2021.
2. STRUCTURE, S. S. Disponível em: <<https://scherersteel.com/>> Acesso em: 08 ago 2021.
3. DIAS, B. V., **Modelagem por elementos finitos de vigas de aço casteladas e vigas casteladas expandidas**, Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro PUC-Rio, 2017.
4. CIMADEVILA, J. E.; GUTIÉRREZ, E. M.; RODRÍGUEZ, J. A. V. **Vigas Alveoladas**. 1.ed. Madri: Bellisco, 2000. p.167.
5. KIRDAL, D.; NETHERCOT, D. A. Failure modes for castellated beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.4, n.4, p.295-315, 1984.
6. OLIVEIRA, J. P. D., **Design equation for local buckling of castellated beams subjected to pure bending**, 2017. Thesis (Master degree) - School of Civil Engineering, Pontifical Catholic University, Rio de Janeiro, 2017.
7. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Steel Design Guide 31: Castellated and Cellular Beam Design**. United States of America, 2016.
8. PANEDPOJAMAN, P.; THEPCHATRI, T.; LIMKATANYU, S. Novel design equations for shear strength of local web-post buckling in cellular beams. **Thin-Walled Structures**, v.76, p.92-104, 2014.
9. ELLOBODY, E. Interaction of buckling modes in castellated steel beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.67, n.5, p.814-825, 2011.
10. MA, P. W. X. W. N. Vertical shear buckling capacity of web-posts in castellated steel beams with fillet corner hexagonal web openings. **Engineering Structures**, v.75, p.315-326, 2014.
11. AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. AISI-S100. **North american specification for the design of cold-formed steel structural members**. Washington D.C., 2006.
12. SCHAFER, B. W. Review: The Direct Strength Method of cold formed steel member design. **Journal of Constructional Steel Research**, v.64, p.766-778, 2008.
13. EUROPEAN STANDARD. **Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1 - General rules and rules for buildings**. 1993.
14. ABAQUS Finite Element Model - SIMULIA, 6.14.3: Dassault Systemes S.A., 2014.

15. BRAGA, J. J. V.; LINHARES, D. A.; CARDOSO, D. C. T.; SOTELINO, E. D. Failure mode and strength prediction of lateral braced castellated beams. **Jornal Construction of Steel Research**, v.184, p.1-12, 2021.
16. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Specification for structural Steel Buildings**. United States of America, 2016.
17. TIMOSHENKO, S.; GERE, J. M. **Theory of Elastic Stability**. 2ed. United States of America: McGraw-Hill, 1936. p.541.
18. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (NBR8800). **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.
19. GALAMBOS, T. V.; KETTER, R. L. Columns under combined bending and thrust. **Journal of Engineering Mechanics Division**, v.85, n.2, p.1-30, 1959.
20. RONDAL, J. **Couple Instabilities in Metal Structures** 1ed. United States of America: Springer, 1998. p.372.
21. GIONCU, V. General Report: General Theory of Couple Instability. **Thin-Walled Structures**, v.19, p.81-127, 1994.
22. PIGNATARO, M.; RIZZI, N. On the interaction between local and overall buckling of an asymmetric portal frame. **Meccanica**, v.18, p.92-96, 1983.
23. AGLAN, A. A.; REDWOOD, R. G. Web buckling in castellated beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2: Research and Theory**, v.57, p.307-320, 1974.
24. SCHAFFER, B. W.; PEKÖZ, T. DIRECT STRENGTH PREDICTION OF COLD-FORMED STEEL MEMBERS USING NUMERICAL ELASTIC BUCKLING SOLUTIONS. In: Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction, 1998, St. Louis, **Proceeding of the 14th International specialty conference on cold-formed steel structures**, Missouri: University of Missouri-Rolla, october 15-16. p.69-76.
25. SCHAFFER, B. W. Local, Distortional, and Euler buckling of thin-walled columns. **Journal of Structural Engineering**, v.128, n.3, p.289-299, 2002.
26. SCHAFFER, B. W.; ÁDÀNY, S. BUCKLING ANALYSIS OF COLD-FORMED STEEL MEMBERS USING CUFSM: CONVENTIONAL AND CONSTRAINED FINITE STRIP METHODS. In: International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 2006, Orlando, **Proceeding of the 18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structure**, Missouri: University of Missouri-Rolla, october 26 - 27. p.39-54.
27. BEBIANO, R.; SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. GBTUL- A CODE FOR THE BUCKLING ANALYSIS OF COLD-FORMED STEEL MEMBERS. In: International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 2008, St. Louis, **Proceeding of the 18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Missouri: University of Missouri-Rolla, october 14 - 15. p.61-79.

28. LAZZARI, J. A. D.; BATISTA, E. M. Finite strip method computer application for buckling analysis of thin-walled structures with arbitrary cross-sections. **REM-International Engineering Journal**, v.74, n.3, p.337-344, 2021.
29. AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **Direct strength method (DSM): Design guide**. United States of America, 2006.
30. CARDOSO, D. C. T.; HARIES, K. A.; BATISTA, E. D. Compressive Local Buckling of Pultruded GFRP I-Sections: Development and Numerical/Experimental Evaluation of an Explicit Equation. **Journal of Composites for construction**, v.19, n.2, 2014.
31. BLEICH, F. **Buckling strength of metal structures**. 1ed. New York: McGraw-Hill Inc., 1952. p.498.
32. GERARD, G.; BECKER, H. **Handbook of structural stability**. 1ed. New York: National advisory committee for aeronautics, 1957. p.106.
33. STOWELL, E. Z.; LUNDQUIST, E. E. Local Instability of Columns with I, Z, Channel and Rectangular-Tube Section. **Technical notes - National advisory committee for aeronautics**, v.743, 1939.
34. KROLL, W. D.; FISHER, G. P.; HEIMERL, G. J. **Charts for calculation of the critical stress for local instability of columns with I, Z, channel, and rectangular-tube**. 1ed. National Advisory Committee for aeronautics, 1943. p.29.
35. CARDOSO, D. C. T. Closed-form equations for compressive local buckling of pultruded thin-walled sections. **Thin-Walled Structures**, v.79, p.16-22, 2014.
36. LI, B.; SCHAFER, B. W. BUCKLING ANALYSIS OF COLD-FORMED STEEL MEMBERS WITH GENERAL BOUNDARY CONDITIONS USING CUFSM: CONVENTIONAL AND CONSTRAINED FINITE STRIP METHODS (FSM). In: International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 2010, Saint Louis, **Proceeding of the 20th international Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, Missouri: University of Missouri-Rolla, November 3 - 4.
37. DAWE, J. L.; KULAK, G. L. Plate instability of W shapes. **Journal of Structural Engineering**, v.110, n.6, p.14, 1984.
38. MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W., **Direct Strength Design of cold-Formed Steel Members with Perforations**, - Civil Engineering, Johns Hopkins University, Baltimore, 2009.
39. MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. Elastic buckling of thin plates with holes in compression or bending. **Thin-Walled Structures**, v.47, p.1597-1607, 2009.
40. MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. Elastic buckling of cold-formed steel columns and beams with holes. **Engineering Structures**, v.31, p.2812 - 2824, 2009.
41. MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. Direct Strength method for design of cold-formed steel columns with holes. **Journal of Structural Engineering**, v.137, n.5, p.559-570, 2011.

42. ARCELORMITTAL. **ACB and Angelina beams: a new generation of castellated beams**. United States of America, 2018.
43. REDWOOD, R.; DEMIRDJIAN, S. Castellated beam web buckling in shear. **Journal of Structural Engineering**, v.124, n.10, p.1202-1207, 1998.
44. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Steel Construction Manual by American Institute of Steel Construction**. United States of America, 2011.
45. EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK. **Publication no. 33: Ultimate Limit State Calculations of Sway Frames with Rigid Joints**. 1984.
46. SONCK, D.; IMPE, R. V.; BELIS, J. Experimental investigation of residual stresses in steel cellular and castellated members. **Construction and Building Materials**, v.54, p.512-519, 2014.
47. SONCK, D.; BELIS, J. Lateral-Torsional Buckling Resistance of Castellated Beams. **Journal of Structural Engineering**, v.143, n.3, 2017.
48. HALLEUX, P. Etude expérimentale et technique du comportement élastique des poutres métalliques à âme évidée. **Revue Française de Mécanique, Mémoires du Groupement pour l'Avancement des Méthodes d'Analyse des Contraintes**, v.18 et 19, p.123-140, 1966.
49. CHUNG, K. F.; LIU, T. C. H.; KO, A. C. H. Investigation on Vierendeel mechanism in steel beams with circular web openings. **Journal of Composites for construction**, v.57, p.467-490, 2001.
50. CHUNG, K. F.; LIU, C. H.; KO, A. C. H. Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: An empirical design method using a generalised moment-shear interaction curve,". **Journal of Constructional Steel Research**, v.59, n.9, p.1177-1200, 2003.
51. LIU, T. C. H.; CHUNG, K. F. Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: Finite element investigation. **Journal of Constructional Steel Research**, v.59, n.9, p.1159-1176, 2003.
52. TSAVDARIDIS, K. D.; D'MELLO, C. Optimisation of novel elliptically-based opening shapes of perforated steel beams. **Journal of Steel Research**, v.76, n.1, p.39-53, 2012.
53. TSAVDARIDIS, K. D., **Structural performance of perforated steel beams with novel web openings and with partial concrete encasement**, 2010. Thesis (PHD) - School of engineering and mathematical science, City University, London, 2010.
54. ZHANG, M. L. K. G. P. W. C. L. Y. Simplified method for prediction of elastic-plastic buckling strenght of web-post panels in castellated steel beams. **Steel and Composite Structures**, v.25, n.6, p.671-684, 2017.

55. LAWSON, R. M.; LIM, J.; SIMMS, S. J. H. W. I. Design of composite asymmetric cellular beams and beams with large web openings. **Journal of Constructional Steel Research**, v.62, p.614-629, 2006.
56. D'MELLO, K. D. T. C. Web buckling study of the behaviour and strength of perforated steel beams with different novel web opening shapes. **Journal of Constructional Steel Research**, v.67, p.1605-1620, 2011.
57. WANG, P.; WANG, X.; MA, N. Vertical shear buckling capacity of web-posts in castellated steel beams with fillet corner hexagonal web openings. **Engineering Structures**, v.75, p.315-326, 2014.
58. TOPRAC, A. A.; COOKE, B. R. An experimental investigation of open-web beams. **Welding Research Council Bulletin Series**, v.47, 1959.
59. ERDAL, F.; SAKA, M. P. Ultimate load carrying capacity of optimally designed steel cellular beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.80, p.355-368, 2013.
60. RASMUSSEN, K. J. R.; HANCOCK, G. J. Plate slenderness limits for high strength steel sections. **Journal of Constructional Steel Research**, v.23, p.73-96, 1992.
61. OLIVEIRA, J. P.; SOTELINO, E. D.; CARDOSO, D. C. T. Explicit Equations for Local Buckling of Castellated Beams Subjected to Pure Bending. **Journal of Constructional Steel Research**, 2018.
62. SOLESA. Catálogo vigas casteladas: Tabela de bitolas perfil WCS. Espírito Santo. p. 2
63. NETHERCOT, D. A.; KERDAL, D. Lateral-torsional buckling of castellated beams. **Structural Engineer**, v.60B, n.3, p.53-61, 1982.
64. ZIRAKIAN, T.; SHOWKATI, H. Distorcional Buckling of castellated beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.62, p.863-871, 2006.
65. SONCK, D.; BELIS, J. Lateral-torsional buckling resistance of cellular beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.105, p.119-128, 2015.
66. FERREIRA, F. P. V.; ROSSI, A.; MARTINS, C. H. LRFD for Lateral-Torsional Buckling Resistance of Cellular Beams according to the possible updating of EC3. **Journal of Constructional Steel Research**, v.153, p.222-242, 2019.
67. FERREIRA, F. P. V.; SHAMASS, R.; LIMBACHIYA, V.; TSAVDARIDIS, K. D.; MARTINS, C. H. Lateral-torsional buckling resistance prediction model for steel cellular beams generated by Artificial Neural Networks (ANN). **Thin-Walled Structures**, v.170, 2022.
68. GIONCU, V.; PETCU, D. Available Rotation Capacity of Wide-Frame Beams and Beam-Columns- Part-2-Experimental and Numerical Tests. **Journal of Constructional Steel Research**, v.43, n.1-3, p.219-244, 1997.

69. SHOKOUHIAN, M.; SHI, Y. Classification of I-section flexural members based on member ductility. **Journal of Constructional Steel Research**, v.95, p.198-210, 2014.
70. GIONCU, V. Framed Structures: Ductility and Seismic Response - General Report. **Journal of Constructional Steel Research**, v.55, p.125-154, 2000.
71. KATO, B. Rotation Capacity of H-Section Members as Determined by Local Buckling. **Journal of Constructional Steel Research**, v.13, p.95-109, 1989.
72. KUHLMANN, U. Definition of flange slenderness limits on the basis of rotation capacity values. **Journal of Constructional Steel Research**, v.14, n.1, p.21-40, 1989.
73. DAALI, M. L.; KOROL, R. M. Prediction of local buckling and rotation capacity at maximum moment. **Journal of Constructional Steel Research**, v.32, p.1-13, 1995.
74. EARLS, C. J. On inelastic failure of high strength steel I-shaped beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.49, p.1-24, 1999.
75. KEMP, A. R. Inelastic Local and Lateral Buckling Design Codes. **Journal of Structural Engineering**, v.122, n.4, p.374-382, 1996.
76. SHOKOUHIAN, M.; SHI, Y.; HEAD, M. Interactive buckling failure modes of hybrid steel flexural members. **Engineering Structures**, v.125, p.153-166, 2016.
77. LINHARES, D. A., **Mapping of Failure Modes and Resistance of Castellated Beams under Flexure**, 2018. Dissertation (Master) - School of Civil Engineering, Pontifical Catholic University, Rio de Janeiro, 2018.
78. BRAGA, J. J. V.; OLIVEIRA, J. P. D.; SOTELINO, E. D.; CARDOSO, D. C. T. DESIGN EQUATIONS FOR THE LOCAL BUCKLING OF SLENDER CONVENTIONAL I-SECTION AND CASTELLATED BEAMS UNDER PURE BENDING. In: Engineering Mechanics Institute Conference (EMI - ASCE), 2017, Rio de Janeiro,
79. LIU, B.; GUEDES SOARES, C. Experimental and numerical analysis of the crushing behaviour of stiffened web girders. **International Journal of Impact Engineering**, v.88, p.22-38, 2016.
80. SRIMANI, S. L.; DAS, P. K. Finite Element analysis of castellated beams. **Computer & Structures**, v.9, p.169-174, 1978.
81. GBTUL - Generalised Beam Theory Research Group at Lisbon, 1.0: University of Lisbon, 2010.
82. NAJAFI, M.; WANG, Y. C. Behaviour and design of steel members with web openings under combined bending, shear and compression. **Journal of Constructional Steel Research**, v.128, p.579-600, 2017.
83. SOLTANI, M. R.; BOUCHAR, A.; MIMOUNE, M. Nonlinear FE analysis of the ultimate behavior of steel castellated beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v.70, p.101-114, 2012.

84. DURIF, S.; BOUCHAR, A.; VASSART, O. Experimental tests and numerical modeling of cellular beams with sinusoidal openings. **Journal of Constructional Steel Research**, v.82, p.72-87, 2013.
85. DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. **Abaqus user subroutine reference guide**. 2014.
86. SONCK, D.; NSEIR, J.; LO, M.; SOMJA, H.; VASSART, O.; BOISSONNADE, N. LATERAL TORSIONAL BUCKLING OF CELLULAR STEEL BEAMS. In: Annual Stability Conference, 2012, Grapevine, **Proceedings of the Structural Stability Research Council**, Texas: April 18-21. p.8-21.
87. REDWOOD, R. G.; MCCUTCHEON, J. O. Beam testes with unreinforced web openings. **Journal of Structural Division**, v.94, n.1, p.1-17, 1968.
88. TSAVDARIDIS, K. D.; D'MELLO, C. Web buckling study of the behaviour and strength of perforated steel beams with different novel web opening shapes. **Jornal of Constructional Steel Research**, v.67, p.1605-1620, 2011.
89. ASDWESTOK Vigas celulares com aberturas alongadas. Disponível em: <<http://www.asdwestok.co.uk>> Acesso em: 26 jul. 2021.
90. AL-THABHAWEE, H. W.; MOHAMMED, A. EXPERIMENTAL STUDY FOR STRENGTHENING OCTOGONAL CASTELLATED STEEL BEAMS USING CIRCULAR AND OCTOGONAL RINGS STIFFENERS. In: International Conference on Civil and Environmental Engineering Technologies, 2019, Najaf, **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, Iraq: IOP Publishing, April 3–24.
91. FERER, A. Pabellón-Puente. Disponível em: <<http://alarciaferrer.com.ar/>> Acesso em: 26 jul. 2021.

Apêndice A: As principais configurações de vigas com aberturas na alma

Viga Celular

A viga celular consiste no recorte da alma utilizando duas linhas de corte. Depois de soldadas, as duas metades resultantes formam uma viga com aberturas circulares ao longo do comprimento. Do mesmo modo que as vigas casteladas, a viga celular apresenta um ganho de altura em relação ao perfil original, porém, devido ao duplo recorte na alma, ocorre uma perda adicional que não existe no processo de fabricação das vigas casteladas, conforme mostrado na Figura 111.

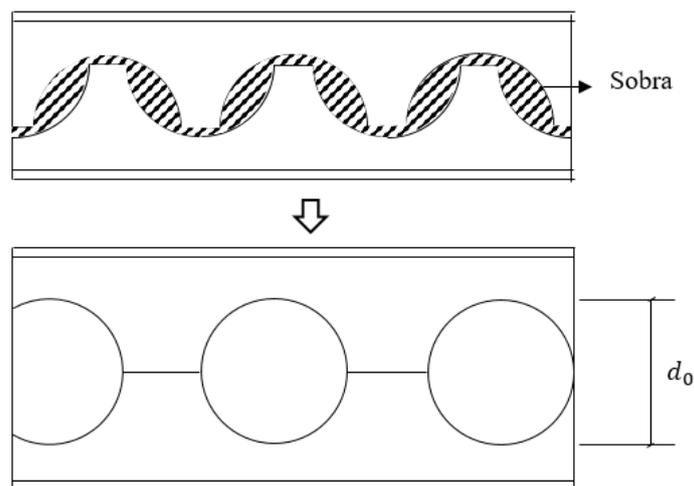


Figura 111 - Processo de fabricação das vigas celulares

Viga com abertura retangular

As vigas com aberturas retangulares também podem ser fabricadas utilizando o processo de recorte da alma seguindo o mesmo procedimento adotado para as

vigas casteladas e celulares. Contudo, as aberturas retangulares são mais comuns de serem utilizadas como aberturas isoladas na alma para a passagem de tubulações de serviço, conforme mostrado na Figura 112. As aberturas retangulares são evitadas pois apresentam grande concentração de tensões ao redor das aberturas, contribuindo negativamente com a capacidade da seção. As aberturas retangulares normalmente respeitam a relação de aspecto comprimento e largura de 1 até 3, tornando possível a passagem de arranjos de tubulações mais largos do que é possível com as aberturas hexagonais e circulares.



Figura 112 - Abertura retangular isolada utilizada para passagem de tubulação [7]

Viga com abertura alongada

A alternativa adotada para a passagem de arranjos de tubulações maiores nas vigas celulares é adotar as aberturas alongadas. As aberturas alongadas consistem no aumento da abertura através do recorte de duas aberturas adjacentes, conforme mostrado na Figura 113. O comprimento desse tipo de abertura é equivalente ao de aberturas retangulares, porém apresentam a vantagem de ter os cantos arredondados que reduzem a concentração de tensões nos cantos das aberturas.



Figura 113 - Vigas celulares com aberturas alongadas [89]

Viga com reforço nas aberturas

Um dos casos onde pode ser necessário reforçar as aberturas, é o caso das aberturas alongadas que se encontram em regiões de alto cortante, conforme mostrado na Figura 113. A abertura alongada próxima ao apoio apresenta um reforço nos tês superior e inferior, enquanto que em aberturas alongadas sujeitas a um cortante menor, i.e., próximas ao meio do vão, pode não ser necessária a utilização dos reforços na seção do tê. Nos apoios das vigas casteladas, as aberturas também podem ser fechadas para aumentar a resistência ao cortante, conforme mostrado na Figura 114.



Figura 114 – Fechamento das aberturas nos apoios [42]

Viga expandida

A resistência a flexão das vigas casteladas pode ser aumentada incluindo uma chapa entre as duas metades da viga recortada antes de realizar a soldagem, conforme mostrado na Figura 115 e na Figura 116. Como resultado, são formadas aberturas octogonais e um acréscimo adicional na altura das vigas expandidas em relação à viga castelada.

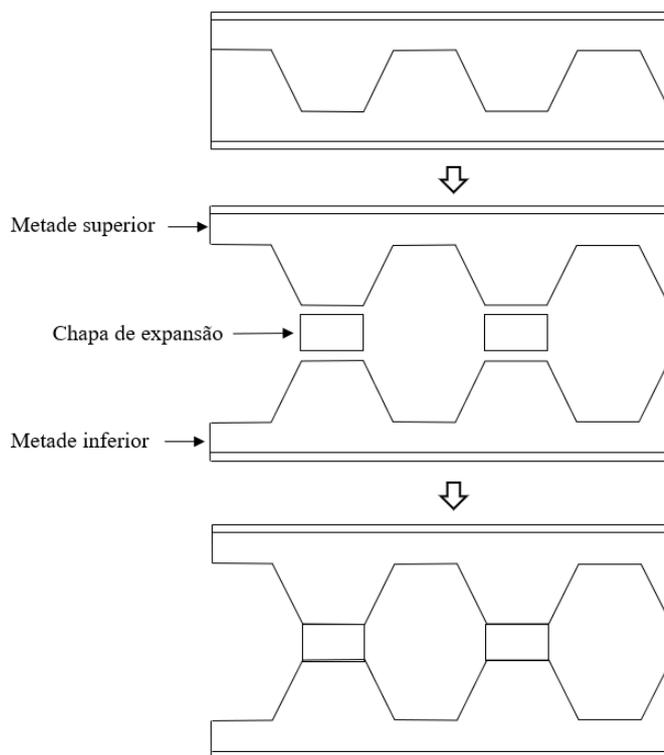


Figura 115 – Processo de fabricação das vigas expandidas



Figura 116 - Vigas casteladas expandidas com aberturas octogonais Al-Thabhawe & Mohammed [90]

Viga com cantos arredondados

A viga com cantos arredondados consiste na utilização de um recorte da alma com cantos arredondados, ao invés de cantos vivos obtidos das aberturas retangulares. A concentração de tensão nos cantos da abertura da viga com cantos

arredondados pode ser equivalente à concentração de tensão das vigas celulares, quando considerado um raio r de pelo menos 15 mm [10], conforme mostrado na Figura 117. Além disso, a fabricação da viga com cantos arredondados é feita com apenas uma linha de corte sendo mais econômica do que o recorte duplo da viga celular (gerando uma sobra que é descartada no final do processo).

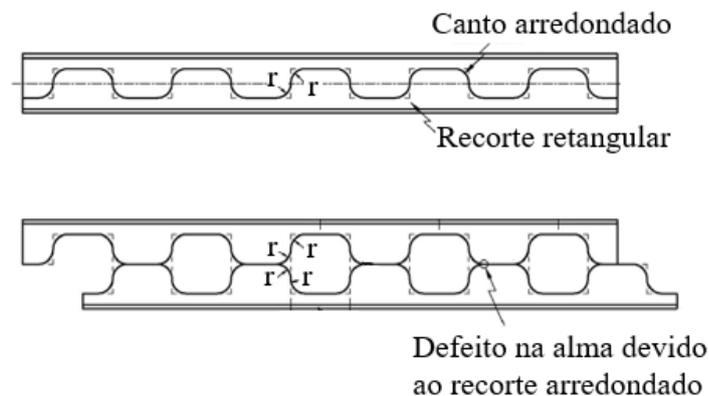


Figura 117 – Viga com cantos arredondados, adaptado de Ma [10].

Viga Angelina™

A viga Angelina™ é patenteada pela ArcelorMittal e utiliza um recorte da alma com um trecho senoidal e outro reto gerando uma abertura mais larga que as aberturas tradicionais, conforme mostrado na Figura 118 e Figura 119. A silhueta da abertura motivou sua comparação com uma boca, sendo esse o motivo para seu nome Angelina (em homenagem a atriz Angelina Jolie). Os cantos suaves presentes nesse tipo de abertura contribuem para diminuir a concentração de tensão dos cantos das aberturas. O número e o tamanho das linhas de solda são menores e, portanto, mais econômica do que as aberturas com cantos arredondados.

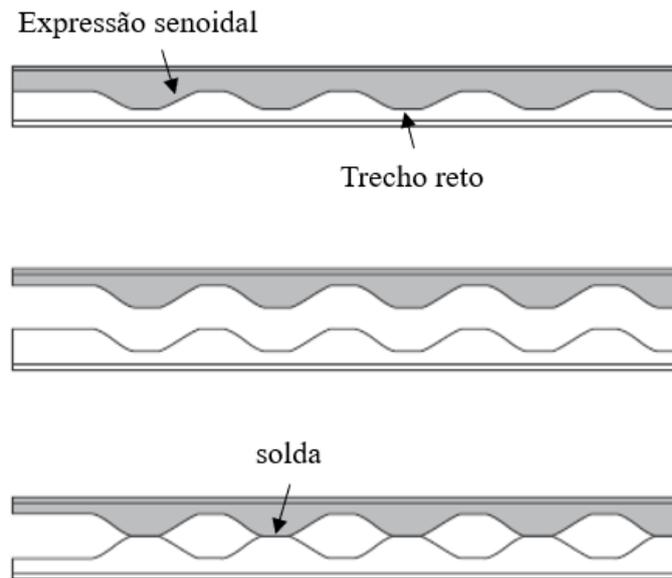


Figura 118 - Processo de fabricação da viga Angelina™ [42]



Figura 119 - Viga Angelina™ [42]

Viga Elíptica

A viga elíptica é uma alternativa às aberturas isoladas na alma buscando otimizar a distribuição de esforços. Essa abertura consiste em uma abertura formada por semicírculos de raio R com o ângulo da abertura θ . Essa abertura

conseguem ser mais eficientes do que as aberturas circulares isoladas quando comparadas com aberturas com a mesmas áreas [52].

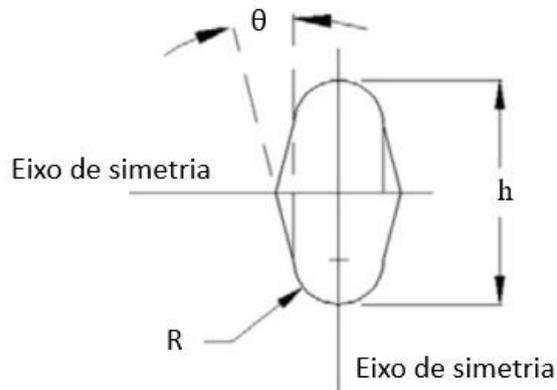


Figura 120 - Geometria da viga elíptica, adaptado de Tsavdaridis & D'Mello [52]

Viga Vierendeel

A viga Vierendeel apresenta características funcionais similares as vigas casteladas permitindo estruturas com grandes vãos e também permitindo um melhor aproveitamento dos espaços abertos na estrutura. A Viga Vierendeel é composta por uma treliça de nós rígidos formada apenas por banzos e montantes verticais, dispensando o uso de diagonais, conforme mostrado na Figura 121.

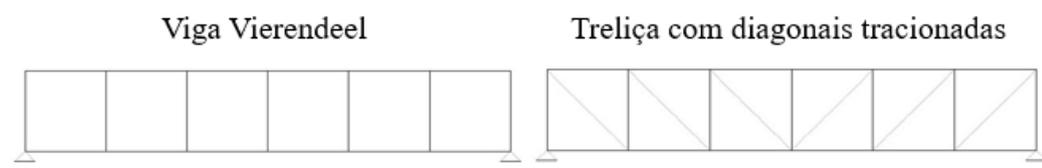


Figura 121 – Representação esquemática da viga Vierendeel e de uma treliça rotulada com diagonais

A viga Vierendeel foi patenteada no final do século XIX, porém seu uso passou a ser difundido somente a partir do advento dos métodos de cálculo de estruturas hiperestáticas através do Processo de Cross, por volta de 1930. A Figura 122 mostra a Pabellón-Puente localizada na cidade de Córdoba na Argentina, ocupando uma área de 85 m² e apoiada sobre duas paredes de concreto. A Figura 122 mostra que a integração visual com o ambiente externo foi possível devido a utilização da viga Vierendeel, uma vez que a ausência das diagonais permitiu a utilização de grandes vãos livres gerando uma ampla vista através das janelas.



Vista externa

Vista interna

Figura 122 – Vista da ponte Pabellón [91] que consiste em uma viga Vierendeel, mostrando a vantagem da ausência dos montantes diagonais atrapalhando a vista interna.

Apêndice B: Subrotina SIGINI para incluir a tensão residual

```
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
C  
DIMENSION TIME(2)  
C  
CHARACTER xoutdir * 255,xsigma * 255  
INTEGER loutdir,lsigma  
  
C WRITE(*,*) xsigma(1:lsigma)  
  
IF (LOP.EQ.0) THEN  
  Write (*,*) 'Opening files'  
  
  CALL GETOUTDIR(xoutdir,loutdir);  
  
  xsigma = xoutdir(1:loutdir) // '\sigma.txt'  
  lsigma = loutdir + len('/sigma.txt')  
  
  write (*,*) xsigma(1:lsigma)  
  
  OPEN(80,file=  
& xsigma(1:lsigma)  
& ,form='formatted',status='old')  
  
C If this subroutine is call at end of analysis  
  ELSE IF (LOP.EQ.3) THEN  
    Write (*,*) 'Closing files'  
    CLOSE(80)  
  
  ENDIF  
  RETURN  
  END  
  
C  
SUBROUTINE SIGINI (SIGMA,COORDS,NTENS,NCRDS,NOEL,NPT,LAYER,  
& KSPT,LREBAR,REBARN)  
C  
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
C  
DIMENSION SIGMA (NTENS) ,COORDS (NCRDS)  
CHARACTER*80 REBARN
```

```

C User variable for input
  INTEGER NUM_ELEM, NUM_GAUSS, I
  REAL SIG(6)
c      WRITE(*,*) NOEL,' ' NUM Gauss',NPT

      I=0
C Read Sigma.txt
  10 IF (NTENS.EQ.3) THEN
      READ (80,*,ERR=99,END=20)
NUM_ELEM,NUM_GAUSS,SIG(1),SIG(2)
      & ,SIG(3)
      ELSE IF (NTENS.EQ.4) THEN
      READ (80,*,ERR=99,END=20)
NUM_ELEM,NUM_GAUSS,SIG(1),SIG(2)
      & ,SIG(3),SIG(4)
      ELSE IF (NTENS.EQ.6) THEN
      READ (80,*,ERR=99,END=20)
NUM_ELEM,NUM_GAUSS,SIG(1),SIG(2)
      & ,SIG(3),SIG(4),SIG(5),SIG(6)
      ELSE
      WRITE(*,*) 'Sigini',NTENS
      GOTO 99
      ENDIF
C      WRITE(*,*) '2D NUM_ELEM',NUM_ELEM,NOEL,' ' NUM
Gauss',NUM_GAUSS,NPT

      IF (ABS(COORDS(2)).GT.374.0 .AND.ABS(COORDS(2)).LT.376.0)
THEN
      SIGMA(1)=0
      SIGMA(2)=-ABS(COORDS(1))*150/62.5+50
      ELSE IF (ABS(COORDS(2)).GT.0 .AND.ABS(COORDS(2)).LT.375.0)
THEN
      IF (ABS(COORDS(2)).GT.0.0 .AND.ABS(COORDS(2)).LT.30.0)
THEN
      SIGMA(1)=-0.2114*ABS(COORDS(2))**2-
0.2921*ABS(COORDS(2)) + 102.96
      ELSE IF (ABS(COORDS(2)).GT.30.0) THEN
      SIGMA(1)=0.4658*ABS(COORDS(2)) - 125.0
      SIGMA(2)=0
      ENDIF
      ENDIF
      GOTO 99

  20 IF(I.EQ.0) THEN

```

```
        REWIND(80)
c      WRITE (*,*) 'Rembobinage',NOEL
        I=I+1
        GOTO 10
    ELSE
        WRITE (*,*) 'Sigini: Element',NOEL,' Not found', NPT
        GOTO 99
    ENDIF

99 CONTINUE
    END
```

Apêndice C: Dimensões da viga casteladas tipo Litzka utilizada na modelagem numérica

A seguinte tabela fornece as dimensões da seção transversal das vigas casteladas do tipo Litzka, bem como seu ID. A partir do ID da viga pode-se consultar os resultados das análises numéricas realizadas neste trabalho a partir das planilhas fornecidas nos anexos C e D.

ID	d (mm)	dh (mm)	bw (mm)	bf (mm)	tw (mm)	tf (mm)	η	ξ
1	750	500	125	125	3,1	3,1	1,00	1,00
2	750	500	125	125	4,5	4,5	1,00	1,00
3	750	500	125	125	6,5	6,5	1,00	1,00
4	750	500	125	125	9,3	9,3	1,00	1,00
5	750	500	125	125	13,4	13,4	1,00	1,00
6	750	500	125	250	3,1	3,1	2,00	1,00
7	750	500	125	250	4,5	4,5	2,00	1,00
8	750	500	125	250	6,5	6,5	2,00	1,00
9	750	500	125	250	9,3	9,3	2,00	1,00
10	750	500	125	250	13,4	13,4	2,00	1,00
11	750	500	125	375	3,1	3,1	3,00	1,00
12	750	500	125	375	4,5	4,5	3,00	1,00
13	750	500	125	375	6,5	6,5	3,00	1,00
14	750	500	125	375	9,3	9,3	3,00	1,00
15	750	500	125	375	13,4	13,4	3,00	1,00
16	750	500	125	125	3,1	4,3	1,00	1,40
17	750	500	125	125	4,5	6,3	1,00	1,40
18	750	500	125	125	6,5	9,1	1,00	1,40
19	750	500	125	125	9,3	13,0	1,00	1,40
20	750	500	125	125	13,4	18,8	1,00	1,40
21	750	500	125	250	3,1	4,3	2,00	1,40
22	750	500	125	250	4,5	6,3	2,00	1,40
23	750	500	125	250	6,5	9,1	2,00	1,40
24	750	500	125	250	9,3	13,0	2,00	1,40
25	750	500	125	250	13,4	18,8	2,00	1,40
26	750	500	125	375	3,1	4,3	3,00	1,40
27	750	500	125	375	4,5	6,3	3,00	1,40
28	750	500	125	375	6,5	9,1	3,00	1,40
29	750	500	125	375	9,3	13,0	3,00	1,40

30	750	500	125	375	13,4	18,8	3,00	1,40
31	750	500	125	125	3,1	5,6	1,00	1,80
32	750	500	125	125	4,5	8,1	1,00	1,80
33	750	500	125	125	6,5	11,7	1,00	1,80
34	750	500	125	125	9,3	16,7	1,00	1,80
35	750	500	125	125	13,4	24,1	1,00	1,80
36	750	500	125	250	3,1	5,6	2,00	1,80
37	750	500	125	250	4,5	8,1	2,00	1,80
38	750	500	125	250	6,5	11,7	2,00	1,80
39	750	500	125	250	9,3	16,7	2,00	1,80
40	750	500	125	250	13,4	24,1	2,00	1,80
41	750	500	125	375	3,1	5,6	3,00	1,80
42	750	500	125	375	4,5	8,1	3,00	1,80
43	750	500	125	375	6,5	11,7	3,00	1,80
44	750	500	125	375	9,3	16,7	3,00	1,80
45	750	500	125	375	13,4	24,1	3,00	1,80
46	750	500	125	125	3,1	3,1	1,00	1,00
47	750	500	125	125	4,5	4,5	1,00	1,00
48	750	500	125	125	6,5	6,5	1,00	1,00
49	750	500	125	125	9,3	9,3	1,00	1,00
50	750	500	125	125	13,4	13,4	1,00	1,00
51	750	500	125	250	3,1	3,1	2,00	1,00
52	750	500	125	250	4,5	4,5	2,00	1,00
53	750	500	125	250	6,5	6,5	2,00	1,00
54	750	500	125	250	9,3	9,3	2,00	1,00
55	750	500	125	250	13,4	13,4	2,00	1,00
56	750	500	125	375	3,1	3,1	3,00	1,00
57	750	500	125	375	4,5	4,5	3,00	1,00
58	750	500	125	375	6,5	6,5	3,00	1,00
59	750	500	125	375	9,3	9,3	3,00	1,00
60	750	500	125	375	13,4	13,4	3,00	1,00
61	750	500	125	125	3,1	4,34	1,00	1,40
62	750	500	125	125	4,5	6,3	1,00	1,40
63	750	500	125	125	6,5	9,1	1,00	1,40
64	750	500	125	125	9,3	13,02	1,00	1,40
65	750	500	125	125	13,4	18,76	1,00	1,40
66	750	500	125	250	3,1	4,34	2,00	1,40
67	750	500	125	250	4,5	6,3	2,00	1,40
68	750	500	125	250	6,5	9,1	2,00	1,40
69	750	500	125	250	9,3	13,02	2,00	1,40
70	750	500	125	250	13,4	18,8	2,00	1,40
71	750	500	125	375	3,1	4,3	3,00	1,40
72	750	500	125	375	4,5	6,3	3,00	1,40

73	750	500	125	375	6,5	9,1	3,00	1,40
74	750	500	125	375	9,3	13,0	3,00	1,40
75	750	500	125	375	13,4	18,8	3,00	1,40
76	750	500	125	125	3,1	5,6	1,00	1,80
77	750	500	125	125	4,5	8,1	1,00	1,80
78	750	500	125	125	6,5	11,7	1,00	1,80
79	750	500	125	125	9,3	16,7	1,00	1,80
80	750	500	125	125	13,4	24,1	1,00	1,80
81	750	500	125	250	3,1	5,6	2,00	1,80
82	750	500	125	250	4,5	8,1	2,00	1,80
83	750	500	125	250	6,5	11,7	2,00	1,80
84	750	500	125	250	9,3	16,7	2,00	1,80
85	750	500	125	250	13,4	24,1	2,00	1,80
86	750	500	125	375	3,1	5,6	3,00	1,80
87	750	500	125	375	4,5	8,1	3,00	1,80
88	750	500	125	375	6,5	11,7	3,00	1,80
89	750	500	125	375	9,3	16,7	3,00	1,80
90	750	500	125	375	13,4	24,1	3,00	1,80
91	750	500	125	125	3,1	3,1	1,00	1,00
92	750	500	125	125	4,5	4,5	1,00	1,00
93	750	500	125	125	6,5	6,5	1,00	1,00
94	750	500	125	125	9,3	9,3	1,00	1,00
95	750	500	125	125	13,4	13,4	1,00	1,00
96	750	500	125	250	3,1	3,1	2,00	1,00
97	750	500	125	250	4,5	4,5	2,00	1,00
98	750	500	125	250	6,5	6,5	2,00	1,00
99	750	500	125	250	9,3	9,3	2,00	1,00
100	750	500	125	250	13,4	13,4	2,00	1,00
101	750	500	125	375	3,1	3,1	3,00	1,00
102	750	500	125	375	4,5	4,5	3,00	1,00
103	750	500	125	375	6,5	6,5	3,00	1,00
104	750	500	125	375	9,3	9,3	3,00	1,00
105	750	500	125	375	13,4	13,4	3,00	1,00
106	750	500	125	125	3,1	4,34	1,00	1,40
107	750	500	125	125	4,5	6,3	1,00	1,40
108	750	500	125	125	6,5	9,1	1,00	1,40
109	750	500	125	125	9,3	13,02	1,00	1,40
110	750	500	125	125	13,4	18,76	1,00	1,40
111	750	500	125	250	3,1	4,34	2,00	1,40
112	750	500	125	250	4,5	6,3	2,00	1,40
113	750	500	125	250	6,5	9,1	2,00	1,40
114	750	500	125	250	9,3	13,02	2,00	1,40
115	750	500	125	250	13,4	18,8	2,00	1,40

116	750	500	125	375	3,1	4,3	3,00	1,40
117	750	500	125	375	4,5	6,3	3,00	1,40
118	750	500	125	375	6,5	9,1	3,00	1,40
119	750	500	125	375	9,3	13,0	3,00	1,40
120	750	500	125	375	13,4	18,8	3,00	1,40
121	750	500	125	125	3,1	5,6	1,00	1,80
122	750	500	125	125	4,5	8,1	1,00	1,80
123	750	500	125	125	6,5	11,7	1,00	1,80
124	750	500	125	125	9,3	16,7	1,00	1,80
125	750	500	125	125	13,4	24,1	1,00	1,80
126	750	500	125	250	3,1	5,6	2,00	1,80
127	750	500	125	250	4,5	8,1	2,00	1,80
128	750	500	125	250	6,5	11,7	2,00	1,80
129	750	500	125	250	9,3	16,7	2,00	1,80
130	750	500	125	250	13,4	24,1	2,00	1,80
131	750	500	125	375	3,1	5,6	3,00	1,80
132	750	500	125	375	4,5	8,1	3,00	1,80
133	750	500	125	375	6,5	11,7	3,00	1,80
134	750	500	125	375	9,3	16,7	3,00	1,80
135	750	500	125	375	13,4	24,1	3,00	1,80
136	750	500	125	125	3,1	3,1	1,00	1,00
137	750	500	125	125	4,5	4,5	1,00	1,00
138	750	500	125	125	6,5	6,5	1,00	1,00
139	750	500	125	125	9,3	9,3	1,00	1,00
140	750	500	125	125	13,4	13,4	1,00	1,00
141	750	500	125	250	3,1	3,1	2,00	1,00
142	750	500	125	250	4,5	4,5	2,00	1,00
143	750	500	125	250	6,5	6,5	2,00	1,00
144	750	500	125	250	9,3	9,3	2,00	1,00
145	750	500	125	250	13,4	13,4	2,00	1,00
146	750	500	125	375	3,1	3,1	3,00	1,00
147	750	500	125	375	4,5	4,5	3,00	1,00
148	750	500	125	375	6,5	6,5	3,00	1,00
149	750	500	125	375	9,3	9,3	3,00	1,00
150	750	500	125	375	13,4	13,4	3,00	1,00
151	750	500	125	125	3,1	4,34	1,00	1,40
152	750	500	125	125	4,5	6,3	1,00	1,40
153	750	500	125	125	6,5	9,1	1,00	1,40
154	750	500	125	125	9,3	13,02	1,00	1,40
155	750	500	125	125	13,4	18,76	1,00	1,40
156	750	500	125	250	3,1	4,34	2,00	1,40
157	750	500	125	250	4,5	6,3	2,00	1,40
158	750	500	125	250	6,5	9,1	2,00	1,40

159	750	500	125	250	9,3	13,02	2,00	1,40
160	750	500	125	250	13,4	18,8	2,00	1,40
161	750	500	125	375	3,1	4,3	3,00	1,40
162	750	500	125	375	4,5	6,3	3,00	1,40
163	750	500	125	375	6,5	9,1	3,00	1,40
164	750	500	125	375	9,3	13,0	3,00	1,40
165	750	500	125	375	13,4	18,8	3,00	1,40
166	750	500	125	125	3,1	5,6	1,00	1,80
167	750	500	125	125	4,5	8,1	1,00	1,80
168	750	500	125	125	6,5	11,7	1,00	1,80
169	750	500	125	125	9,3	16,7	1,00	1,80
170	750	500	125	125	13,4	24,1	1,00	1,80
171	750	500	125	250	3,1	5,6	2,00	1,80
172	750	500	125	250	4,5	8,1	2,00	1,80
173	750	500	125	250	6,5	11,7	2,00	1,80
174	750	500	125	250	9,3	16,7	2,00	1,80
175	750	500	125	250	13,4	24,1	2,00	1,80
176	750	500	125	375	3,1	5,6	3,00	1,80
177	750	500	125	375	4,5	8,1	3,00	1,80
178	750	500	125	375	6,5	11,7	3,00	1,80
179	750	500	125	375	9,3	16,7	3,00	1,80
180	750	500	125	375	13,4	24,1	3,00	1,80
181	750	500	125	125	3,1	3,1	1,00	1,00
182	750	500	125	125	4,5	4,5	1,00	1,00
183	750	500	125	125	6,5	6,5	1,00	1,00
184	750	500	125	125	9,3	9,3	1,00	1,00
185	750	500	125	125	13,4	13,4	1,00	1,00
186	750	500	125	250	3,1	3,1	2,00	1,00
187	750	500	125	250	4,5	4,5	2,00	1,00
188	750	500	125	250	6,5	6,5	2,00	1,00
189	750	500	125	250	9,3	9,3	2,00	1,00
190	750	500	125	250	13,4	13,4	2,00	1,00
191	750	500	125	375	3,1	3,1	3,00	1,00
192	750	500	125	375	4,5	4,5	3,00	1,00
193	750	500	125	375	6,5	6,5	3,00	1,00
194	750	500	125	375	9,3	9,3	3,00	1,00
195	750	500	125	375	13,4	13,4	3,00	1,00
196	750	500	125	125	3,1	4,3	1,00	1,40
197	750	500	125	125	4,5	6,3	1,00	1,40
198	750	500	125	125	6,5	9,1	1,00	1,40
199	750	500	125	125	9,3	13,0	1,00	1,40
200	750	500	125	125	13,4	18,8	1,00	1,40
201	750	500	125	250	3,1	4,3	2,00	1,40

202	750	500	125	250	4,5	6,3	2,00	1,40
203	750	500	125	250	6,5	9,1	2,00	1,40
204	750	500	125	250	9,3	13,02	2,00	1,40
205	750	500	125	250	13,4	18,76	2,00	1,40
206	750	500	125	375	3,1	4,34	3,00	1,40
207	750	500	125	375	4,5	6,3	3,00	1,40
208	750	500	125	375	6,5	9,1	3,00	1,40
209	750	500	125	375	9,3	13,02	3,00	1,40
210	750	500	125	375	13,4	18,76	3,00	1,40
211	750	500	125	125	3,1	5,58	1,00	1,80
212	750	500	125	125	4,5	8,1	1,00	1,80
213	750	500	125	125	6,5	11,7	1,00	1,80
214	750	500	125	125	9,3	16,74	1,00	1,80
215	750	500	125	125	13,4	24,12	1,00	1,80
216	750	500	125	250	3,1	5,58	2,00	1,80
217	750	500	125	250	4,5	8,1	2,00	1,80
218	750	500	125	250	6,5	11,7	2,00	1,80
219	750	500	125	250	9,3	16,7	2,00	1,80
220	750	500	125	250	13,4	24,1	2,00	1,80
221	750	500	125	375	3,1	5,6	3,00	1,80
222	750	500	125	375	4,5	8,1	3,00	1,80
223	750	500	125	375	6,5	11,7	3,00	1,80
224	750	500	125	375	9,3	16,7	3,00	1,80
225	750	500	125	375	13,4	24,1	3,00	1,80
226	750	500	125	125	3,1	3,1	1,00	1,00
227	750	500	125	125	4,5	4,5	1,00	1,00
228	750	500	125	125	6,5	6,5	1,00	1,00
229	750	500	125	125	9,3	9,3	1,00	1,00
230	750	500	125	125	13,4	13,4	1,00	1,00
231	750	500	125	250	3,1	3,1	2,00	1,00
232	750	500	125	250	4,5	4,5	2,00	1,00
233	750	500	125	250	6,5	6,5	2,00	1,00
234	750	500	125	250	9,3	9,3	2,00	1,00
235	750	500	125	250	13,4	13,4	2,00	1,00
236	750	500	125	375	3,1	3,1	3,00	1,00
237	750	500	125	375	4,5	4,5	3,00	1,00
238	750	500	125	375	6,5	6,5	3,00	1,00
239	750	500	125	375	9,3	9,3	3,00	1,00
240	750	500	125	375	13,4	13,4	3,00	1,00
241	750	500	125	125	3,1	4,34	1,00	1,40
242	750	500	125	125	4,5	6,3	1,00	1,40
243	750	500	125	125	6,5	9,1	1,00	1,40
244	750	500	125	125	9,3	13,02	1,00	1,40

245	750	500	125	125	13,4	18,76	1,00	1,40
246	750	500	125	250	3,1	4,34	2,00	1,40
247	750	500	125	250	4,5	6,3	2,00	1,40
248	750	500	125	250	6,5	9,1	2,00	1,40
249	750	500	125	250	9,3	13,02	2,00	1,40
250	750	500	125	250	13,4	18,8	2,00	1,40
251	750	500	125	375	3,1	4,3	3,00	1,40
252	750	500	125	375	4,5	6,3	3,00	1,40
253	750	500	125	375	6,5	9,1	3,00	1,40
254	750	500	125	375	9,3	13,0	3,00	1,40
255	750	500	125	375	13,4	18,8	3,00	1,40
256	750	500	125	125	3,1	5,6	1,00	1,80
257	750	500	125	125	4,5	8,1	1,00	1,80
258	750	500	125	125	6,5	11,7	1,00	1,80
259	750	500	125	125	9,3	16,7	1,00	1,80
260	750	500	125	125	13,4	24,1	1,00	1,80
261	750	500	125	250	3,1	5,6	2,00	1,80
262	750	500	125	250	4,5	8,1	2,00	1,80
263	750	500	125	250	6,5	11,7	2,00	1,80
264	750	500	125	250	9,3	16,7	2,00	1,80
265	750	500	125	250	13,4	24,1	2,00	1,80
266	750	500	125	375	3,1	5,6	3,00	1,80
267	750	500	125	375	4,5	8,1	3,00	1,80
268	750	500	125	375	6,5	11,7	3,00	1,80
269	750	500	125	375	9,3	16,7	3,00	1,80
270	750	500	125	375	13,4	24,1	3,00	1,80

Apêndice D: Resultados das análises numéricas geradas na pesquisa

A seguinte planilha fornece os resultados das análises não lineares realizadas (P_{cr} , P_p e P_u), a esbeltez generalizada λ , o parâmetro de carga χ , e o parâmetro.

ID	P _{cr} (N)	P _p (N)	P _u (N)	η	ξ	λ	χ	β
1	1,19E+04	7,06E+04	3,10E+04	1,00	1,00	2,44	0,44	3,00
2	3,54E+04	1,02E+05	6,20E+04	1,00	1,00	1,69	0,61	3,00
3	1,05E+05	1,47E+05	1,28E+05	1,00	1,00	1,18	0,87	3,00
4	3,12E+05	2,14E+05	2,07E+05	1,00	1,00	0,83	0,97	3,00
5	9,22E+05	3,09E+05	3,03E+05	1,00	1,00	0,58	0,98	3,00
6	1,32E+04	1,01E+05	3,16E+04	2,00	1,00	2,77	0,31	3,00
7	3,94E+04	1,47E+05	6,42E+04	2,00	1,00	1,93	0,44	3,00
8	1,17E+05	2,12E+05	1,38E+05	2,00	1,00	1,35	0,65	3,00
9	3,48E+05	3,09E+05	2,85E+05	2,00	1,00	0,94	0,92	3,00
10	1,29E+06	5,61E+05	5,47E+05	2,00	1,00	0,66	0,97	3,00
11	1,33E+04	1,16E+05	4,04E+04	3,00	1,00	2,95	0,35	3,00
12	3,98E+04	1,70E+05	7,84E+04	3,00	1,00	2,07	0,46	3,00
13	1,18E+05	2,48E+05	1,56E+05	3,00	1,00	1,45	0,63	3,00
14	3,52E+05	3,62E+05	3,00E+05	3,00	1,00	1,01	0,83	3,00
15	1,04E+06	5,38E+05	5,10E+05	3,00	1,00	0,72	0,95	3,00
16	1,40E+04	8,40E+04	3,08E+04	1,00	1,40	2,45	0,37	3,00
17	4,16E+04	1,22E+05	6,33E+04	1,00	1,40	1,71	0,52	3,00
18	1,24E+05	1,76E+05	1,36E+05	1,00	1,40	1,19	0,77	3,00
19	3,67E+05	2,55E+05	2,48E+05	1,00	1,40	0,83	0,97	3,00
20	1,08E+06	3,71E+05	3,64E+05	1,00	1,40	0,59	0,98	3,00
21	1,54E+04	1,17E+05	3,21E+04	2,00	1,40	2,75	0,27	3,00
22	4,59E+04	1,70E+05	6,57E+04	2,00	1,40	1,93	0,39	3,00
23	1,37E+05	2,49E+05	1,41E+05	2,00	1,40	1,35	0,57	3,00
24	4,06E+05	3,65E+05	2,96E+05	2,00	1,40	0,95	0,81	3,00
25	1,20E+06	5,36E+05	5,20E+05	2,00	1,40	0,67	0,97	3,00
26	1,60E+04	1,21E+05	3,30E+04	3,00	1,40	2,75	0,27	3,00
27	4,78E+04	1,79E+05	6,64E+04	3,00	1,40	1,94	0,37	3,00
28	1,42E+05	2,66E+05	1,42E+05	3,00	1,40	1,37	0,53	3,00
29	4,22E+05	4,01E+05	3,01E+05	3,00	1,40	0,97	0,75	3,00
30	1,25E+06	6,07E+05	5,73E+05	3,00	1,40	0,70	0,94	3,00

31	1,53E+04	9,66E+04	3,10E+04	1,00	1,80	2,51	0,32	3,00
32	4,56E+04	1,40E+05	6,39E+04	1,00	1,80	1,75	0,46	3,00
33	1,36E+05	2,03E+05	1,38E+05	1,00	1,80	1,22	0,68	3,00
34	4,02E+05	2,96E+05	2,83E+05	1,00	1,80	0,86	0,96	3,00
35	1,19E+06	4,30E+05	4,21E+05	1,00	1,80	0,60	0,98	3,00
36	1,66E+04	1,21E+05	3,19E+04	2,00	1,80	2,70	0,26	3,00
37	4,95E+04	1,79E+05	6,63E+04	2,00	1,80	1,90	0,37	3,00
38	1,47E+05	2,66E+05	1,42E+05	2,00	1,80	1,35	0,53	3,00
39	4,37E+05	3,99E+05	2,99E+05	2,00	1,80	0,96	0,75	3,00
40	1,29E+06	6,00E+05	5,78E+05	2,00	1,80	0,68	0,96	3,00
41	1,72E+04	1,27E+05	3,29E+04	3,00	1,80	2,72	0,26	3,00
42	5,11E+04	1,91E+05	6,80E+04	3,00	1,80	1,93	0,36	3,00
43	1,52E+05	2,89E+05	1,43E+05	3,00	1,80	1,38	0,50	3,00
44	4,51E+05	4,45E+05	3,03E+05	3,00	1,80	0,99	0,68	3,00
45	1,33E+06	6,80E+05	5,95E+05	3,00	1,80	0,71	0,87	3,00
46	9,91E+03	4,23E+04	1,50E+04	1,00	1,00	2,07	0,35	5,50
47	2,95E+04	6,10E+04	5,10E+04	1,00	1,00	1,44	0,84	5,50
48	8,77E+04	8,72E+04	8,39E+04	1,00	1,00	1,00	0,96	5,50
49	2,60E+05	1,27E+05	1,25E+05	1,00	1,00	0,70	0,99	5,50
50	7,65E+05	1,81E+05	1,82E+05	1,00	1,00	0,49	1,01	5,50
51	1,08E+04	6,41E+04	2,55E+04	2,00	1,00	2,44	0,40	5,50
52	3,21E+04	9,26E+04	5,83E+04	2,00	1,00	1,70	0,63	5,50
53	9,54E+04	1,33E+05	1,08E+05	2,00	1,00	1,18	0,81	5,50
54	2,83E+05	1,48E+05	1,37E+05	2,00	1,00	0,72	0,93	5,50
55	8,37E+05	2,79E+05	2,75E+05	2,00	1,00	0,58	0,99	5,50
56	8,57E+03	8,46E+04	3,93E+04	3,00	1,00	3,14	0,46	5,50
57	2,56E+04	1,22E+05	7,05E+04	3,00	1,00	2,19	0,58	5,50
58	7,61E+04	1,76E+05	1,24E+05	3,00	1,00	1,52	0,71	5,50
59	2,26E+05	2,53E+05	2,01E+05	3,00	1,00	1,06	0,79	5,50
60	6,70E+05	3,71E+05	3,22E+05	3,00	1,00	0,74	0,87	5,50
61	1,28E+04	5,14E+04	2,65E+04	1,00	1,40	2,00	0,52	5,50
62	3,82E+04	7,40E+04	5,85E+04	1,00	1,40	1,39	0,79	5,50
63	1,13E+05	1,07E+05	1,03E+05	1,00	1,40	0,97	0,97	5,50
64	3,36E+05	1,54E+05	1,52E+05	1,00	1,40	0,68	0,99	5,50
65	9,88E+05	2,22E+05	2,21E+05	1,00	1,40	0,47	0,99	5,50
66	1,46E+04	8,11E+04	2,63E+04	2,00	1,40	2,36	0,32	5,50
67	4,35E+04	1,16E+05	5,91E+04	2,00	1,40	1,63	0,51	5,50
68	1,29E+05	1,69E+05	1,34E+05	2,00	1,40	1,14	0,79	5,50
69	3,84E+05	2,45E+05	2,39E+05	2,00	1,40	0,80	0,97	5,50
70	1,14E+06	3,55E+05	3,49E+05	2,00	1,40	0,56	0,98	5,50
71	1,49E+04	1,08E+05	2,99E+04	3,00	1,40	2,69	0,28	5,50
72	4,46E+04	1,56E+05	6,13E+04	3,00	1,40	1,87	0,39	5,50
73	1,33E+05	2,26E+05	1,40E+05	3,00	1,40	1,31	0,62	5,50

74	3,94E+05	3,28E+05	2,91E+05	3,00	1,40	0,91	0,89	5,50
75	1,17E+06	4,93E+05	4,74E+05	3,00	1,40	0,65	0,96	5,50
76	1,45E+04	5,99E+04	2,54E+04	1,00	1,80	2,03	0,42	5,50
77	4,33E+04	8,67E+04	5,69E+04	1,00	1,80	1,42	0,66	5,50
78	1,29E+05	1,26E+05	1,22E+05	1,00	1,80	0,99	0,97	5,50
79	3,82E+05	1,81E+05	1,79E+05	1,00	1,80	0,69	0,99	5,50
80	1,12E+06	2,62E+05	2,60E+05	1,00	1,80	0,48	0,99	5,50
81	1,59E+04	9,72E+04	2,92E+04	2,00	1,80	2,47	0,30	5,50
82	4,73E+04	1,41E+05	5,75E+04	2,00	1,80	1,72	0,41	5,50
83	1,41E+05	2,04E+05	1,28E+05	2,00	1,80	1,20	0,63	5,50
84	4,18E+05	2,95E+05	2,73E+05	2,00	1,80	0,84	0,92	5,50
85	1,24E+06	4,29E+05	4,21E+05	2,00	1,80	0,59	0,98	5,50
86	1,64E+04	1,22E+05	3,25E+04	3,00	1,80	2,73	0,27	5,50
87	4,89E+04	1,79E+05	6,54E+04	3,00	1,80	1,92	0,36	5,50
88	1,46E+05	1,58E+05	1,32E+05	3,00	1,80	1,04	0,83	5,50
89	4,33E+05	3,89E+05	2,86E+05	3,00	1,80	0,95	0,74	5,50
90	1,28E+06	5,72E+05	5,49E+05	3,00	1,80	0,67	0,96	5,50
91	7,68E+03	3,28E+04	1,90E+04	1,00	1,00	2,07	0,58	8,50
92	2,28E+04	4,05E+04	3,39E+04	1,00	1,00	1,33	0,84	8,50
93	6,79E+04	5,84E+04	5,46E+04	1,00	1,00	0,93	0,93	8,50
94	2,01E+05	8,42E+04	8,29E+04	1,00	1,00	0,65	0,98	8,50
95	5,90E+05	1,21E+05	1,21E+05	1,00	1,00	0,45	1,00	8,50
96	7,94E+03	4,74E+04	2,46E+04	2,00	1,00	2,44	0,52	8,50
97	2,37E+04	6,84E+04	4,19E+04	2,00	1,00	1,70	0,61	8,50
98	7,05E+04	9,84E+04	7,21E+04	2,00	1,00	1,18	0,73	8,50
99	2,09E+05	1,47E+05	1,19E+05	2,00	1,00	0,84	0,81	8,50
100	6,17E+05	2,05E+05	1,83E+05	2,00	1,00	0,58	0,89	8,50
101	5,57E+03	5,77E+04	2,72E+04	3,00	1,00	3,22	0,47	8,50
102	1,66E+04	8,31E+04	4,81E+04	3,00	1,00	2,24	0,58	8,50
103	4,95E+04	1,20E+05	8,08E+04	3,00	1,00	1,56	0,67	8,50
104	1,47E+05	1,73E+05	1,31E+05	3,00	1,00	1,09	0,76	8,50
105	4,36E+05	2,51E+05	2,12E+05	3,00	1,00	0,76	0,85	8,50
106	1,09E+04	4,37E+04	2,37E+04	1,00	1,40	2,00	0,54	8,50
107	3,24E+04	6,29E+04	4,49E+04	1,00	1,40	1,39	0,71	8,50
108	9,62E+04	9,06E+04	6,92E+04	1,00	1,40	0,97	0,76	8,50
109	2,84E+05	1,31E+05	1,02E+05	1,00	1,40	0,68	0,78	8,50
110	8,34E+05	1,48E+05	1,47E+05	1,00	1,40	0,42	0,99	8,50
111	1,29E+04	7,17E+04	2,39E+04	2,00	1,40	2,36	0,33	8,50
112	3,84E+04	1,02E+05	5,73E+04	2,00	1,40	1,63	0,56	8,50
113	1,14E+05	1,49E+05	1,03E+05	2,00	1,40	1,14	0,69	8,50
114	3,38E+05	2,16E+05	1,62E+05	2,00	1,40	0,80	0,75	8,50
115	9,98E+05	3,12E+05	2,48E+05	2,00	1,40	0,56	0,80	8,50
116	1,16E+04	7,51E+04	2,59E+04	3,00	1,40	2,54	0,35	8,50

117	3,46E+04	1,21E+05	6,02E+04	3,00	1,40	1,87	0,50	8,50
118	1,03E+05	1,76E+05	1,17E+05	3,00	1,40	1,31	0,67	8,50
119	3,06E+05	2,27E+05	1,93E+05	3,00	1,40	0,86	0,85	8,50
120	9,04E+05	3,40E+05	3,12E+05	3,00	1,40	0,61	0,92	8,50
121	1,34E+04	5,50E+04	2,40E+04	1,00	1,80	2,03	0,44	8,50
122	3,97E+04	7,96E+04	5,41E+04	1,00	1,80	1,42	0,68	8,50
123	1,18E+05	1,15E+05	8,15E+04	1,00	1,80	0,99	0,71	8,50
124	3,49E+05	1,66E+05	1,47E+05	1,00	1,80	0,69	0,89	8,50
125	1,03E+06	2,39E+05	2,20E+05	1,00	1,80	0,48	0,92	8,50
126	1,53E+04	9,36E+04	2,35E+04	2,00	1,80	2,47	0,25	8,50
127	4,56E+04	1,35E+05	5,60E+04	2,00	1,80	1,72	0,41	8,50
128	1,36E+05	1,39E+05	1,29E+05	2,00	1,80	1,01	0,93	8,50
129	4,03E+05	2,84E+05	1,98E+05	2,00	1,80	0,84	0,70	8,50
130	1,19E+06	2,91E+05	2,87E+05	2,00	1,80	0,49	0,99	8,50
131	1,58E+04	1,18E+05	3,11E+04	3,00	1,80	2,73	0,26	8,50
132	4,72E+04	1,73E+05	6,23E+04	3,00	1,80	1,92	0,36	8,50
133	1,40E+05	1,58E+05	1,32E+05	3,00	1,80	1,06	0,83	8,50
134	4,17E+05	2,85E+05	2,71E+05	3,00	1,80	0,83	0,95	8,50
135	1,23E+06	3,99E+05	3,97E+05	3,00	1,80	0,57	1,00	8,50
136	6,55E+03	2,29E+04	1,36E+04	1,00	1,00	1,87	0,60	10,50
137	1,95E+04	3,28E+04	2,70E+04	1,00	1,00	1,30	0,82	10,50
138	5,79E+04	4,74E+04	4,38E+04	1,00	1,00	0,90	0,93	10,50
139	1,71E+05	6,82E+04	6,71E+04	1,00	1,00	0,63	0,98	10,50
140	5,02E+05	9,89E+04	9,82E+04	1,00	1,00	0,44	0,99	10,50
141	6,60E+03	3,51E+04	2,08E+04	2,00	1,00	2,31	0,59	10,50
142	1,97E+04	5,06E+04	3,43E+04	2,00	1,00	1,60	0,68	10,50
143	5,85E+04	7,31E+04	5,73E+04	2,00	1,00	1,12	0,78	10,50
144	1,73E+05	1,05E+05	9,49E+04	2,00	1,00	0,78	0,90	10,50
145	5,11E+05	1,52E+05	1,49E+05	2,00	1,00	0,54	0,98	10,50
146	4,48E+03	4,75E+04	2,23E+04	3,00	1,00	3,26	0,47	10,50
147	1,34E+04	6,83E+04	3,89E+04	3,00	1,00	2,26	0,57	10,50
148	3,98E+04	9,84E+04	6,53E+04	3,00	1,00	1,57	0,66	10,50
149	1,18E+05	1,42E+05	1,06E+05	3,00	1,00	1,10	0,75	10,50
150	3,51E+05	2,04E+05	1,73E+05	3,00	1,00	0,76	0,85	10,50
151	9,65E+03	2,78E+04	2,14E+04	1,00	1,40	1,70	0,77	10,50
152	2,87E+04	3,99E+04	3,60E+04	1,00	1,40	1,18	0,90	10,50
153	8,51E+04	5,81E+04	5,61E+04	1,00	1,40	0,83	0,97	10,50
154	2,51E+05	8,34E+04	8,28E+04	1,00	1,40	0,58	0,99	10,50
155	7,36E+05	1,20E+05	1,20E+05	1,00	1,40	0,40	1,00	10,50
156	1,15E+04	4,50E+04	2,37E+04	2,00	1,40	1,98	0,53	10,50
157	3,42E+04	6,46E+04	4,84E+04	2,00	1,40	1,37	0,75	10,50
158	1,02E+05	9,32E+04	8,39E+04	2,00	1,40	0,96	0,90	10,50
159	3,01E+05	1,35E+05	1,32E+05	2,00	1,40	0,67	0,98	10,50

160	8,87E+05	1,95E+05	1,93E+05	2,00	1,40	0,47	0,99	10,50
161	9,51E+03	6,20E+04	2,52E+04	3,00	1,40	2,55	0,41	10,50
162	2,83E+04	8,93E+04	5,80E+04	3,00	1,40	1,77	0,65	10,50
163	8,43E+04	1,29E+05	9,40E+04	3,00	1,40	1,24	0,73	10,50
164	2,50E+05	1,86E+05	1,52E+05	3,00	1,40	0,86	0,82	10,50
165	7,39E+05	2,68E+05	2,49E+05	3,00	1,40	0,60	0,93	10,50
166	1,23E+04	3,26E+04	2,35E+04	1,00	1,80	1,63	0,72	10,50
167	3,66E+04	4,76E+04	4,43E+04	1,00	1,80	1,14	0,93	10,50
168	1,09E+05	6,83E+04	6,68E+04	1,00	1,80	0,79	0,98	10,50
169	3,21E+05	9,85E+04	9,77E+04	1,00	1,80	0,55	0,99	10,50
170	9,41E+05	1,42E+05	1,41E+05	1,00	1,80	0,39	0,99	10,50
171	1,48E+04	5,47E+04	2,31E+04	2,00	1,80	1,92	0,42	10,50
172	4,42E+04	7,91E+04	5,58E+04	2,00	1,80	1,34	0,71	10,50
173	1,31E+05	1,14E+05	1,10E+05	2,00	1,80	0,93	0,97	10,50
174	3,90E+05	1,65E+05	1,63E+05	2,00	1,80	0,65	0,99	10,50
175	1,15E+06	2,38E+05	2,36E+05	2,00	1,80	0,45	0,99	10,50
176	1,54E+04	7,63E+04	2,38E+04	3,00	1,80	2,23	0,31	10,50
177	4,58E+04	1,10E+05	5,84E+04	3,00	1,80	1,55	0,53	10,50
178	1,36E+05	1,58E+05	1,36E+05	3,00	1,80	1,08	0,86	10,50
179	4,04E+05	2,29E+05	2,24E+05	3,00	1,80	0,75	0,98	10,50
180	1,20E+06	3,30E+05	3,28E+05	3,00	1,80	0,53	0,99	10,50
181	4,69E+03	1,56E+04	9,89E+03	1,00	1,00	1,83	0,63	15,50
182	1,39E+04	2,26E+04	1,81E+04	1,00	1,00	1,27	0,80	15,50
183	4,14E+04	3,24E+04	2,97E+04	1,00	1,00	0,89	0,91	15,50
184	1,22E+05	4,69E+04	4,60E+04	1,00	1,00	0,62	0,98	15,50
185	3,58E+05	6,74E+04	6,83E+04	1,00	1,00	0,43	1,01	15,50
186	4,47E+03	2,42E+04	1,32E+04	2,00	1,00	2,32	0,55	15,50
187	1,33E+04	3,48E+04	2,24E+04	2,00	1,00	1,62	0,64	15,50
188	3,96E+04	5,02E+04	3,75E+04	2,00	1,00	1,13	0,75	15,50
189	1,75E+05	7,23E+04	6,34E+04	2,00	1,00	0,64	0,88	15,50
190	3,46E+05	1,04E+05	1,01E+05	2,00	1,00	0,55	0,98	15,50
191	3,04E+03	3,26E+04	1,52E+04	3,00	1,00	3,27	0,47	15,50
192	9,06E+03	4,69E+04	2,66E+04	3,00	1,00	2,28	0,57	15,50
193	2,70E+04	6,76E+04	4,64E+04	3,00	1,00	1,58	0,69	15,50
194	8,03E+04	9,71E+04	7,23E+04	3,00	1,00	1,10	0,74	15,50
195	2,38E+05	1,40E+05	1,17E+05	3,00	1,00	0,77	0,83	15,50
196	7,23E+03	1,91E+04	1,47E+04	1,00	1,40	1,62	0,77	15,50
197	2,15E+04	2,75E+04	2,43E+04	1,00	1,40	1,13	0,88	15,50
198	6,37E+04	3,95E+04	3,80E+04	1,00	1,40	0,79	0,96	15,50
199	1,88E+05	5,71E+04	5,71E+04	1,00	1,40	0,55	1,00	15,50
200	5,49E+05	8,23E+04	8,28E+04	1,00	1,40	0,39	1,01	15,50
201	8,56E+03	3,09E+04	1,94E+04	2,00	1,40	1,90	0,63	15,50
202	2,55E+04	4,45E+04	3,29E+04	2,00	1,40	1,32	0,74	15,50

203	7,57E+04	6,40E+04	5,64E+04	2,00	1,40	0,92	0,88	15,50
204	2,24E+05	9,25E+04	9,05E+04	2,00	1,40	0,64	0,98	15,50
205	6,59E+05	1,33E+05	1,34E+05	2,00	1,40	0,45	1,00	15,50
206	6,45E+03	4,27E+04	2,29E+04	3,00	1,40	2,57	0,54	15,50
207	1,92E+04	6,16E+04	3,88E+04	3,00	1,40	1,79	0,63	15,50
208	5,72E+04	8,86E+04	6,35E+04	3,00	1,40	1,24	0,72	15,50
209	1,70E+05	1,28E+05	1,01E+05	3,00	1,40	0,87	0,79	15,50
210	5,01E+05	1,84E+05	1,65E+05	3,00	1,40	0,61	0,90	15,50
211	9,68E+03	2,25E+04	1,93E+04	1,00	1,80	1,52	0,86	15,50
212	2,88E+04	3,23E+04	3,05E+04	1,00	1,80	1,06	0,95	15,50
213	8,54E+04	4,68E+04	4,58E+04	1,00	1,80	0,74	0,98	15,50
214	2,52E+05	6,75E+04	6,72E+04	1,00	1,80	0,52	1,00	15,50
215	7,36E+05	9,71E+04	9,78E+04	1,00	1,80	0,36	1,01	15,50
216	1,30E+04	3,76E+04	2,28E+04	2,00	1,80	1,70	0,61	15,50
217	3,88E+04	5,43E+04	4,46E+04	2,00	1,80	1,18	0,82	15,50
218	1,15E+05	7,83E+04	7,58E+04	2,00	1,80	0,82	0,97	15,50
219	3,41E+05	1,12E+05	1,13E+05	2,00	1,80	0,57	1,00	15,50
220	1,00E+06	1,62E+05	1,60E+05	2,00	1,80	0,40	0,99	15,50
221	1,20E+04	5,27E+04	2,38E+04	3,00	1,80	2,09	0,45	15,50
222	3,58E+04	7,60E+04	5,20E+04	3,00	1,80	1,46	0,68	15,50
223	1,07E+05	1,10E+05	8,91E+04	3,00	1,80	1,01	0,81	15,50
224	3,16E+05	1,58E+05	1,51E+05	3,00	1,80	0,71	0,95	15,50
225	9,29E+05	2,29E+05	2,27E+05	3,00	1,80	0,50	0,99	15,50
226	3,59E+03	1,19E+04	7,65E+03	1,00	1,00	1,82	0,64	20,50
227	1,07E+04	1,71E+04	1,34E+04	1,00	1,00	1,26	0,78	20,50
228	3,17E+04	2,46E+04	2,17E+04	1,00	1,00	0,88	0,88	20,50
229	9,33E+04	3,52E+04	3,37E+04	1,00	1,00	0,61	0,96	20,50
230	2,73E+05	5,13E+04	5,10E+04	1,00	1,00	0,43	0,99	20,50
231	3,40E+03	1,83E+04	9,95E+03	2,00	1,00	2,32	0,54	20,50
232	1,01E+04	2,64E+04	1,68E+04	2,00	1,00	1,62	0,64	20,50
233	3,01E+04	3,82E+04	2,80E+04	2,00	1,00	1,13	0,73	20,50
234	8,92E+04	5,49E+04	4,74E+04	2,00	1,00	0,78	0,86	20,50
235	2,64E+05	8,00E+04	8,00E+04	2,00	1,00	0,55	1,00	20,50
236	2,31E+03	2,48E+04	1,15E+04	3,00	1,00	3,27	0,46	20,50
237	6,90E+03	3,56E+04	2,00E+04	3,00	1,00	2,27	0,56	20,50
238	2,06E+04	5,14E+04	3,35E+04	3,00	1,00	1,58	0,65	20,50
239	6,11E+04	7,40E+04	5,45E+04	3,00	1,00	1,10	0,74	20,50
240	1,81E+05	1,07E+05	8,80E+04	3,00	1,00	0,77	0,82	20,50
241	5,67E+03	1,43E+04	1,10E+04	1,00	1,40	1,59	0,77	20,50
242	1,69E+04	2,07E+04	1,48E+04	1,00	1,40	1,11	0,71	20,50
243	4,99E+04	3,00E+04	2,84E+04	1,00	1,40	0,77	0,95	20,50
244	1,47E+05	4,31E+04	4,28E+04	1,00	1,40	0,54	0,99	20,50
245	4,29E+05	6,26E+04	6,26E+04	1,00	1,40	0,38	1,00	20,50

246	6,63E+03	2,35E+04	1,45E+04	2,00	1,40	1,88	0,62	20,50
247	1,97E+04	3,38E+04	2,43E+04	2,00	1,40	1,31	0,72	20,50
248	5,86E+04	4,88E+04	4,13E+04	2,00	1,40	0,91	0,85	20,50
249	1,73E+05	7,02E+04	6,72E+04	2,00	1,40	0,64	0,96	20,50
250	5,08E+05	1,02E+05	1,01E+05	2,00	1,40	0,45	0,99	20,50
251	4,90E+03	3,25E+04	1,73E+04	3,00	1,40	2,57	0,53	20,50
252	1,46E+04	4,69E+04	2,93E+04	3,00	1,40	1,79	0,63	20,50
253	4,34E+04	6,73E+04	4,78E+04	3,00	1,40	1,24	0,71	20,50
254	1,29E+05	9,72E+04	7,67E+04	3,00	1,40	0,87	0,79	20,50
255	3,81E+05	1,41E+05	1,17E+05	3,00	1,40	0,61	0,83	20,50
256	7,71E+03	1,70E+04	1,47E+04	1,00	1,80	1,49	0,86	20,50
257	2,29E+04	2,45E+04	2,27E+04	1,00	1,80	1,03	0,93	20,50
258	6,80E+04	3,54E+04	3,42E+04	1,00	1,80	0,72	0,97	20,50
259	2,00E+05	5,11E+04	5,03E+04	1,00	1,80	0,50	0,98	20,50
260	5,84E+05	7,36E+04	7,30E+04	1,00	1,80	0,35	0,99	20,50
261	1,09E+04	2,87E+04	1,75E+04	2,00	1,80	1,62	0,61	20,50
262	3,26E+04	4,10E+04	3,42E+04	2,00	1,80	1,12	0,83	20,50
263	9,66E+04	5,94E+04	5,74E+04	2,00	1,80	0,78	0,97	20,50
264	2,86E+05	8,59E+04	8,54E+04	2,00	1,80	0,55	0,99	20,50
265	8,37E+05	1,24E+05	1,24E+05	2,00	1,80	0,38	1,00	20,50
266	9,25E+03	4,02E+04	2,39E+04	3,00	1,80	2,08	0,59	20,50
267	2,76E+04	5,79E+04	3,94E+04	3,00	1,80	1,45	0,68	20,50
268	8,19E+04	8,35E+04	6,35E+04	3,00	1,80	1,01	0,76	20,50
269	2,42E+05	1,20E+05	1,07E+05	3,00	1,80	0,70	0,89	20,50
270	7,13E+05	1,74E+05	1,69E+05	3,00	1,80	0,49	0,97	20,50

Apêndice E: Modos de falha obtidos nas análises numéricas geradas na pesquisa

A seguinte planilha fornece os modos de falha obtidos pelas análises de flambagem elástica, análise não linear do material e análise não linear completa, respectivamente. Além do parâmetro $K_p\beta/\eta\xi$ e do parâmetro $K_b\beta\eta/\xi^3$. É importante ressaltar que os modos foram identificados a partir da inspeção visual do autor do trabalho.

ID	Modo de flambagem	Modo de plastificação	Modo de falha	$K_p\beta/\eta\xi$	$K_b\beta\eta/\xi^3$
1	FMA	MV	FMA	1,00	0,25
2	FMA	MV	FMA	1,00	0,25
3	FMA	MV	FMA	1,00	0,25
4	FMA	MV	MV	1,00	0,25
5	FMA	MV	MV	1,00	0,25
6	FMA	MV	FMA	0,50	0,50
7	FMA	MV	FMA	0,50	0,50
8	FMA	MV	FMA	0,50	0,50
9	FMA	MV	MV+FMA	0,50	0,50
10	FMA	MV	MV	0,50	0,50
11	FMA	MV	FMA	0,33	0,75
12	FMA	MV	FMA	0,33	0,75
13	FMA	MV	FMA	0,33	0,75
14	FMA	MV	MV+FMA	0,33	0,75
15	FMA	MV	MV	0,33	0,75
16	FMA	MV	FMA	0,71	0,09
17	FMA	MV	FMA	0,71	0,09
18	FMA	MV	FMA	0,71	0,09
19	FMA	MV	MV	0,71	0,09
20	FMA	MV	MV	0,71	0,09
21	FMA	MV	FMA	0,36	0,18
22	FMA	MV	FMA	0,36	0,18
23	FMA	MV	FMA	0,36	0,18
24	FMA	MV	MV+FMA	0,36	0,18
25	FMA	MV	MV	0,36	0,18
26	FMA	MV	FMA	0,24	0,27
27	FMA	MV	FMA	0,24	0,27
28	FMA	MV	FMA	0,24	0,27
29	FMA	MV	MV+FMA	0,24	0,27
30	FMA	MV	MV	0,24	0,27

31	FMA	MV	FMA	0,56	0,04
32	FMA	MV	FMA	0,56	0,04
33	FMA	MV	FMA	0,56	0,04
34	FMA	MV	MV	0,56	0,04
35	FMA	MV	MV	0,56	0,04
36	FMA	MV	FMA	0,28	0,09
37	FMA	MV	FMA	0,28	0,09
38	FMA	MV	FMA	0,28	0,09
39	FMA	MV	MV+FMA	0,28	0,09
40	FMA	MV	MV	0,28	0,09
41	FMA	MV	FMA	0,19	0,13
42	FMA	MV	FMA	0,19	0,13
43	FMA	MV	FMA	0,19	0,13
44	FMA	MV	MV+FMA	0,19	0,13
45	FMA	MV	MV	0,19	0,13
46	FMA	PT	FMA	1,83	0,46
47	FMA	PT	FMA	1,83	0,46
48	FMA	PT	MV+PT	1,83	0,46
49	FMA	PT	MV+PT	1,83	0,46
50	FMA	PT	MV+PT	1,83	0,46
51	FMA	MV	FMA	0,92	0,92
52	FMA	MV	FMA+FT	0,92	0,92
53	FMA	MV	FMA	0,92	0,92
54	FMA	MV	MV+FMA	0,92	0,92
55	FMA	MV	MV+PT	0,92	0,92
56	FT	MV	FMA+FT	0,61	1,38
57	FT	MV	FMA+FT	0,61	1,38
58	FT	MV	FT	0,61	1,38
59	FT	MV	MV+FMA	0,61	1,38
60	FT	MV	PT+FT	0,61	1,38
61	FMA	PT	FMA	1,31	0,17
62	FMA	PT	FMA	1,31	0,17
63	FMA	PT	MV+PT	1,31	0,17
64	FMA	PT	MV+PT	1,31	0,17
65	FMA	PT	MV+PT	1,31	0,17
66	FMA	MV	FMA	0,65	0,33
67	FMA	MV	FMA	0,65	0,33
68	FMA	MV	FMA+FT	0,65	0,33
69	FMA	MV	MV+PT	0,65	0,33
70	FMA	MV	MV+PT	0,65	0,33
71	FMA	MV	FMA	0,44	0,50
72	FMA	MV	FMA	0,44	0,50
73	FMA	MV	FMA	0,44	0,50

74	FMA	MV	MV+FMA	0,44	0,50
75	FMA	MV	MV	0,44	0,50
76	FMA	PT	FMA	1,02	0,08
77	FMA	PT	FMA	1,02	0,08
78	FMA	PT	MV+PT	1,02	0,08
79	FMA	PT	MV+PT	1,02	0,08
80	FMA	PT	MV+PT	1,02	0,08
81	FMA	MV	FMA	0,51	0,16
82	FMA	MV	FMA	0,51	0,16
83	FMA	MV	FMA	0,51	0,16
84	FMA	MV	MV+PT	0,51	0,16
85	FMA	MV	MV+PT	0,51	0,16
86	FMA	MV	FMA	0,34	0,24
87	FMA	MV	FMA	0,34	0,24
88	FMA	MV	FMA	0,34	0,24
89	FMA	MV	MV+PT	0,34	0,24
90	FMA	MV	MV+PT	0,34	0,24
91	FMA	PT	FT	2,83	0,71
92	FMA	PT	FT	2,83	0,71
93	FMA	PT	PT	2,83	0,71
94	FMA	PT	PT	2,83	0,71
95	FMA	PT	PT	2,83	0,71
96	FMA	PT	FMA+FT	1,42	1,42
97	FMA	PT	FT	1,42	1,42
98	FMA	PT	FT	1,42	1,42
99	FMA	PT	PT	1,42	1,42
100	FMA	PT	PT	1,42	1,42
101	FT	MV	FMA+FT	0,94	2,13
102	FT	MV	FT	0,94	2,13
103	FT	MV	FT	0,94	2,13
104	FT	MV	PT+FT	0,94	2,13
105	FT	MV	PT+FT	0,94	2,13
106	FMA	PT	FMA+FT	2,02	0,26
107	FMA	PT	PT+FT	2,02	0,26
108	FMA	PT	PT+FT	2,02	0,26
109	FMA	PT	PT	2,02	0,26
110	FMA	PT	PT	2,02	0,26
111	FMA	PT	FMA	1,01	0,52
112	FMA	PT	FMA+FT	1,01	0,52
113	FMA	PT	PT+FT	1,01	0,52
114	FMA	PT	PT	1,01	0,52
115	FMA	PT	PT	1,01	0,52
116	FMA	MV	FMA+FT	0,67	0,77

117	FMA	MV	FMA+FT	0,67	0,77
118	FMA	MV	FT	0,67	0,77
119	FMA	MV	PT+FT	0,67	0,77
120	FMA	MV	MV+PT	0,67	0,77
121	FMA	PT	FMA	1,57	0,12
122	FMA	PT	FMA	1,57	0,12
123	FMA	PT	PT+FT	1,57	0,12
124	FMA	PT	PT	1,57	0,12
125	FMA	PT	PT	1,57	0,12
126	FMA	MV	FMA	0,79	0,24
127	FMA	MV	FMA	0,79	0,24
128	FMA	MV	FMA	0,79	0,24
129	FMA	MV	MV+PT	0,79	0,24
130	FMA	MV	MV+PT	0,79	0,24
131	FMA	MV	FMA	0,52	0,36
132	FMA	MV	FMA	0,52	0,36
133	FMA	MV	FMA	0,52	0,36
134	FMA	MV	MV+PT	0,52	0,36
135	FMA	MV	MV+PT	0,52	0,36
136	FMA	PT	FT	3,50	0,88
137	FMA	PT	FT	3,50	0,88
138	FMA	PT	PT	3,50	0,88
139	FMA	PT	PT	3,50	0,88
140	FMA	PT	PT	3,50	0,88
141	FT	PT	FMA+FT	1,75	1,75
142	FT	PT	FT	1,75	1,75
143	FT	PT	FT	1,75	1,75
144	FT	PT	PT	1,75	1,75
145	FT	PT	PT	1,75	1,75
146	FT	PT	FMA+FT	1,17	2,63
147	FT	PT	FT	1,17	2,63
148	FT	PT	FT	1,17	2,63
149	FT	PT	FT	1,17	2,63
150	FT	PT	PT+FT	1,17	2,63
151	FMA	PT	FMA+FT	2,50	0,32
152	FMA	PT	FT	2,50	0,32
153	FMA	PT	PT+FT	2,50	0,32
154	FMA	PT	PT	2,50	0,32
155	FMA	PT	PT	2,50	0,32
156	FMA	PT	FMA+FT	1,25	0,64
157	FMA	PT	FT	1,25	0,64
158	FMA	PT	PT+FT	1,25	0,64
159	FMA	PT	PT	1,25	0,64

160	FMA	PT	PT	1,25	0,64
161	FT	MV	FMA	0,83	0,96
162	FT	MV	FMA+FT	0,83	0,96
163	FT	MV	FT	0,83	0,96
164	FT	MV	PT+FT	0,83	0,96
165	FT	MV	PT+FT	0,83	0,96
166	FMA	PT	FMA	1,94	0,15
167	FMA	PT	FT	1,94	0,15
168	FMA	PT	PT+FT	1,94	0,15
169	FMA	PT	PT	1,94	0,15
170	FMA	PT	PT	1,94	0,15
171	FMA	MV	FMA	0,97	0,30
172	FMA	MV	FMA	0,97	0,30
173	FMA	MV	PT	0,97	0,30
174	FMA	MV	MV+PT	0,97	0,30
175	FMA	MV	MV+PT	0,97	0,30
176	FMA	MV	FMA	0,65	0,45
177	FMA	MV	FMA	0,65	0,45
178	FMA	MV	MV+FMA	0,65	0,45
179	FMA	MV	MV+PT	0,65	0,45
180	FMA	MV	MV+PT	0,65	0,45
181	FMA	PT	FT	5,17	1,29
182	FMA	PT	FT	5,17	1,29
183	FMA	PT	PT	5,17	1,29
184	FMA	PT	PT	5,17	1,29
185	FMA	PT	PT	5,17	1,29
186	FT	PT	FT	2,58	2,58
187	FT	PT	FT	2,58	2,58
188	FT	PT	FT	2,58	2,58
189	FT	PT	PT	2,58	2,58
190	FT	PT	PT	2,58	2,58
191	FT	PT	FT	1,72	3,88
192	FT	PT	FT	1,72	3,88
193	FT	PT	FT	1,72	3,88
194	FT	PT	PT	1,72	3,88
195	FT	PT	PT	1,72	3,88
196	FMA	PT	FT	3,69	0,47
197	FMA	PT	FT	3,69	0,47
198	FMA	PT	PT	3,69	0,47
199	FMA	PT	PT	3,69	0,47
200	FMA	PT	PT	3,69	0,47
201	FMA	PT	FMA+FT	1,85	0,94
202	FMA	PT	FT	1,85	0,94

203	FMA	PT	PT+FT	1,85	0,94
204	FMA	PT	PT	1,85	0,94
205	FMA	PT	PT	1,85	0,94
206	FT	PT	FMA+FT	1,23	1,41
207	FT	PT	FT	1,23	1,41
208	FT	PT	FT	1,23	1,41
209	FT	PT	PT	1,23	1,41
210	FT	PT	PT	1,23	1,41
211	FMA	PT	FT	2,87	0,22
212	FMA	PT	PT+FT	2,87	0,22
213	FMA	PT	PT	2,87	0,22
214	FMA	PT	PT	2,87	0,22
215	FMA	PT	PT	2,87	0,22
216	FMA	PT	FMA+FT	1,44	0,44
217	FMA	PT	FT	1,44	0,44
218	FMA	PT	PT	1,44	0,44
219	FMA	PT	PT	1,44	0,44
220	FMA	PT	PT	1,44	0,44
221	FT	PT	FMA+FT	0,96	0,66
222	FT	PT	FT	0,96	0,66
223	FT	PT	PT+FT	0,96	0,66
224	FT	PT	MV+PT	0,96	0,66
225	FT	PT	MV+PT	0,96	0,66
226	FT	PT	FT	6,83	1,71
227	FT	PT	FT	6,83	1,71
228	FT	PT	PT	6,83	1,71
229	FT	PT	PT	6,83	1,71
230	FT	PT	PT	6,83	1,71
231	FT	PT	FT	3,42	3,42
232	FT	PT	FT	3,42	3,42
233	FT	PT	FT	3,42	3,42
234	FT	PT	PT	3,42	3,42
235	FT	PT	PT	3,42	3,42
236	FT	PT	FMA+FT	2,28	5,13
237	FT	PT	FT	2,28	5,13
238	FT	PT	FT	2,28	5,13
239	FT	PT	PT	2,28	5,13
240	FT	PT	PT	2,28	5,13
241	FMA	PT	FT	4,88	0,62
242	FMA	PT	FT	4,88	0,62
243	FMA	PT	PT	4,88	0,62
244	FMA	PT	PT	4,88	0,62
245	FMA	PT	PT	4,88	0,62

246	FT	PT	FT	2,44	1,25
247	FT	PT	FT	2,44	1,25
248	FT	PT	PT+FT	2,44	1,25
249	FT	PT	PT	2,44	1,25
250	FT	PT	PT	2,44	1,25
251	FT	PT	FT	1,63	1,87
252	FT	PT	FT	1,63	1,87
253	FT	PT	FT	1,63	1,87
254	FT	PT	PT	1,63	1,87
255	FT	PT	PT	1,63	1,87
256	FMA	PT	FT	3,80	0,29
257	FMA	PT	PT+FT	3,80	0,29
258	FMA	PT	PT	3,80	0,29
259	FMA	PT	PT	3,80	0,29
260	FMA	PT	PT	3,80	0,29
261	FMA	PT	FT	1,90	0,59
262	FMA	PT	FT	1,90	0,59
263	FMA	PT	PT	1,90	0,59
264	FMA	PT	PT	1,90	0,59
265	FMA	PT	PT	1,90	0,59
266	FT	PT	FMA+FT	1,27	0,88
267	FT	PT	FT	1,27	0,88
268	FT	PT	PT+FT	1,27	0,88
269	FT	PT	PT	1,27	0,88
270	FT	PT	PT	1,27	0,88

Apêndice F: Figuras da distribuição de tensão obtidas no estudo de sensibilidade da imperfeição geométrica inicial

As seguintes figuras mostram a distribuição de tensão das vigas para os três níveis de carga analisado na curva carga vs deslocamento.

