

## Rafaella Villela Sampaio

Análise computacional de escavações subterrâneas em maciço rochoso fraturado com avaliação da poropressão nas descontinuidades

## Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pósgraduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Raquel Quadros Velloso

Coorientador: Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Rio de Janeiro Julho de 2021



## Rafaella Villela Sampaio

# Análise computacional de escavações subterrâneas em maciço rochoso fraturado com avaliação da poropressão nas descontinuidades

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pósgraduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof.<sup>a</sup> Raquel Quadros Velloso

Orientadora

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Coorientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Rodrigo Peluci de Figueiredo

Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

Prof.<sup>a</sup> Andrea Ferreira Borges

Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da autora, da orientadora e da universidade.

## Rafaella Villela Sampaio

Graduou-se em Engenharia Civil pela PUC-Rio em 2017. Ingressou no Mestrado em Engenharia Civil com ênfase em Geotecnia na PUC-Rio em 2018. Atua desde 2019 no Grupo de Tecnologia e Engenharia de Petróleo (GTEP/PUC-Rio) como pesquisadora na área experimental de geomecânica.

Ficha Catalográfica

### Sampaio, Rafaella Villela

Análise computacional de escavações subterrâneas em maciço rochoso fraturado com avaliação da poropressão nas descontinuidades / Rafaella Villela Sampaio; orientadora: Raquel Quadros Velloso; coorientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr. – 2021.

78 f.: il. color.; 30 cm

Dissertação (mestrado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2021.

## Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Escavações. 3. Poropressão. 4. Maciço rochoso fraturado. 5. Método dos elementos discretos. I. Velloso, Raquel Quadros. II. Vargas Júnior, Eurípedes do Amaral. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD: 624

## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores, Professora Raquel Velloso e Professor Eurípedes Vargas, pelos conhecimentos que dividiram comigo, pelo apoio, compreensão, e por terem me guiado nessa caminhada.

À Jose Adelmar de Mello Franco por ter disponibilizado os dados necessários para o estudo de caso dos túneis da ViaRio e por todas as discussões sobre o tema.

À minha família, sem a qual eu não teria chegado até aqui. Em especial à minha mãe, por todo amor e por sempre ter lutado pela minha educação, acima de qualquer dificuldade.

Aos meus queridos amigos Beatriz Rodrigues, Bruno Pires, Cristina Oliveira, Douglas Pinto, Gabriela Ernandes, Jéssica Marotti, Marcela Strongylis, Pedro Roque e Rômulo Carvalho por todo o companheirismo, por terem compartilhado comigo os momentos mais difíceis e também os mais alegres e que eu levarei para o resto da vida.

Aos colegas de trabalho, pelo incentivo e pela convivência diária, e em especial ao Guilherme Righetto por todo o apoio que me deu durante este período.

A todos que participaram da Comissão Examinadora.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

#### Resumo

Sampaio, Rafaella Villela; Velloso, Raquel Quadros; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral. **Análise computacional de escavações subterrâneas em maciço rochoso fraturado com avaliação da poropressão nas descontinuidades.** Rio de Janeiro, 2021. 78p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O objetivo deste trabalho foi o de verificar a influência da modificação no campo de tensões ao redor de uma escavação em um maciço rochoso fraturado, observando a ocorrência do fechamento de fraturas e a redução da condutividade hidráulica na região ao redor da escavação. São apresentadas inicialmente as características básicas que devem ser consideradas ao analisar problemas em maciços rochosos fraturados e apontados os possíveis efeitos de uma escavação neste tipo de material. Uma breve revisão bibliográfica mostra alguns tipos de técnicas de análises numéricas disponíveis para simulação de problemas em meios descontínuos, com ênfase no método dos elementos discretos e, em especial, no método dos elementos distintos (DEM), empregado no software UDEC da Itasca Consulting Group Inc., utilizado neste trabalho. As simulações utilizam um acoplamento hidromecânico, onde o macico é representado por um conjunto de blocos e as descontinuidades são tratadas como contornos dos blocos, sendo o fluxo permitido apenas no interior das fraturas. Foi utilizado um modelo hipotético com escavação circular para validação da modelagem a partir de soluções analíticas presentes na literatura. Além disso, foi realizado um estudo de caso real, de dois túneis localizados em uma importante via na cidade do Rio de Janeiro. A análise paramétrica do problema mostra a influência da modificação de algumas variáveis importantes neste tipo de fenômeno. Por fim, foram analisados os resultados de todos os casos, com suas considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

#### Palavras-chave

Escavações; poropressão; maciço rochoso fraturado; método dos elementos discretos.

#### **Abstract**

Sampaio, Rafaella Villela; Velloso, Raquel Quadros (Advisor); Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Co-advisor). **Numerical modeling of excavations in a jointed rock mass with the evaluation of pore-water pressure in the discontinuities.** Rio de Janeiro, 2021. 78p. MSc Dissertation – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work aims to verify the influence of the stress field changing around an excavation in a jointed rock mass, noticing the fracture closure and the hydraulic conductivity decrease in the region surrounding the excavation. At first, the basic characteristics that should be considered in jointed rock masses analyses are presented, pointing out the potential effects caused by excavations in such materials. A brief literature review presents some types of numerical analysis techniques available for discontinuous medium modeling, focusing on the discrete elements methods and, specifically, in the distinct element method (DEM), applied in the UDEC software by Itasca Consulting Group Inc., which was utilized in this work. The simulations make use of a hydromechanical coupling, being the rock mass represented by an assembly of blocks. The water flow takes place among the discontinuities, which are treated as blocks' boundaries. A hypothetical model was used for modeling validation by comparison with analytical solutions from the literature. Besides that, it was accomplished a real case study of two tunnels located at an important road in Rio de Janeiro city. The parametric analyses of the problem show the influence of changing some important variables in this type of phenomenon. At last, all the results have been discussed, with final considerations and future works suggestions.

## Keywords

Excavations; pore pressure; jointed rock mass; distinct element method.

## Sumário

| 1. Introdução   | 12 |
|---|----|
| 1.1 Objetivo  | 12 |
| 1.2 Organização da Dissertação                                    | 13 |
| 2. Túneis em maciço rochoso fraturado                             | 14 |
| 2.1. Maciço rochoso fraturado                                     | 14 |
| 2.2. Efeitos da escavação em maciços rochosos fraturados          | 22 |
| 3. Modelagem numérica em meios descontínuos                       | 30 |
| 3.1. Métodos de análise numérica em meios descontínuos            | 30 |
| 3.2. Método dos elementos distintos ( <i>DEM</i> )                | 34 |
| 4. Análise numérica de escavações em maciço fraturado             | 45 |
| 4.1. Modelo hipotético para validação da modelagem                | 45 |
| 4.2. Estudo de caso real dos túneis da ViaRio na cidade do Rio de |    |
| Janeiro   | 50 |
| 5. Resultados   | 52 |
| 5.1. Modelo hipotético  | 52 |
| 5.2. Estudo de caso dos túneis da ViaRio                          | 58 |
| 6. Conclusões   | 73 |
| 6.1. Sugestões para trabalhos futuros                             | 74 |
| Referências Bibliográficas  | 75 |

## Lista de figuras

| Figura 1. Exemplo de famílias de fraturas separando o maciço rochoso                             |    |
|--|----|
| em um conjunto de blocos. (Press et al., 2006)   | 15 |
| Figura 2. Propriedades geométricas das descontinuidades. (Belleza                                |    |
| Villafuerte, 2016 adaptado de Hudson & Harrison, 1997.)  | 17 |
| Figura 3. Deslocamento normal ( $\Delta v$ ) e tangencial ( $\Delta u$ ) em ensaio de            |    |
| cisalhamento direto em descontinuidade rugosa. (Adaptado de                                      |    |
| Goodman, 1989.)  | 18 |
| Figura 4. Deslocamento normal ( $\Delta v$ ) em relação à tensão normal ( $\sigma$ )             |    |
| aplicada no ensaio de cisalhamento direto, mostrando uma tendência                               |    |
| assintótica para um valor de máximo fechamento da fratura (vmc).                                 |    |
| (Adaptado de Goodman, 1989)  | 19 |
| Figura 5. Relação entre tensão e deformação de fraturas. (Adaptado                               |    |
| de Bandis <i>et al.</i> , 1983)  | 20 |
| Figura 6. Estado de tensões ao redor de uma escavação de acordo                                  |    |
| com a solução de Kirsch. (Goodman, 1989.)  | 23 |
| Figura 7. Tipo de ruptura comumente observada em escavações em                                   |    |
| maciço rochoso com estruturas horizontais. (Goodman, 1989.)                                      | 25 |
| Figura 8. Análise de estabilidade de escavação em maciço rochoso                                 |    |
| fraturado com ângulo de atrito da descontinuidade $\varphi_{\boldsymbol{j}}.$ As zonas de        |    |
| flexão e deslizamento são delimitadas pelas retas AA e BB, de                                    |    |
| inclinação $\varphi_{j}$ em relação à normal aos planos e que tangenciam a                       |    |
| escavação. (Adaptado de Goodman, 1989)   | 25 |
| Figura 9. Perda de carga e vazão dentro ( $\Delta h_L$ e $q_L$ ) e fora ( $\Delta h_w$ e $q_m$ ) |    |
| da região de raio b, afetada por uma escavação de raio a. A região                               |    |
| sofre uma redução da condutividade hidráulica de k <sub>m</sub> para k <sub>L</sub> devido       |    |
| ao fechamento das fraturas após a escavação. (Adaptado de  |    |
| Fernandez & Moon, 2010a)   | 27 |
| Figura 10. Comparação entre resultados da distribuição de  |    |
| poropressão obtidos nas análises numéricas, na solução analítica                                 |    |

| proposta e na solução analítica original. (Adaptado de Fernandez &            |    |
|---|----|
| Moon, 2010b)  | 28 |
| Figura 11. Comparação de valores de poropressão entre casos onde              |    |
| (a) não ocorre diminuição da condutividade hidráulica do maciço e (b)         |    |
| onde ocorre redução de 99% na condutividade. (Adaptado de Mello               |    |
| Franco, 2017)   | 29 |
| Figura 12. Exemplo de aplicação do método de meio contínuo                    |    |
| equivalente e identificação de um volume elementar representativo             |    |
| (VER). (Adaptado de Jing & Stephansson, 2007)                                 | 31 |
| Figura 13. Possibilidade de combinação entre métodos contínuos e              |    |
| descontínuos para representar o meio em diferentes escalas como,              |    |
| por exemplo, distante e próximo de uma escavação. (Adaptado de                |    |
| Jing & Stephansson, 2007)   | 33 |
| Figura 14. Cálculos durante um ciclo de tempo no método dos                   |    |
| elementos distintos. (Adaptado de Itasca Consulting Group Inc, 2014)          |    |
|   | 35 |
| Figura 15. Esquema de cálculo de forças e deslocamentos no <i>DEM</i>         |    |
| seguindo a indicação das setas. (Itasca Consulting Group Inc, 2014)           | 36 |
| Figura 16. Método de detecção de contatos por definição de domínios           |    |
| entre pontos de contato adjacentes. (Adaptado de Itasca Consulting            |    |
| Group Inc, 2014)  | 38 |
| Figura 17. Modelo de descontinuidades Coulomb slip. (Adaptado de              |    |
| Itasca Consulting Group Inc, 2014)  | 39 |
| Figura 18. Contatos e domínios presentes nas descontinuidades.                |    |
| (Itasca Consulting Group Inc, 2014)   | 42 |
| Figura 19. Relação entre a variação da tensão normal à fratura $(\sigma n)$ e |    |
| sua abertura (a). (Itasca Consulting Group Inc, 2014)                         | 43 |
| Figura 20. (a) Malha de diferenças finitas e (b) detalhe da região            |    |
| próxima à escavação, onde a malha foi refinada.                               | 46 |
| Figura 21. Tensões <i>in situ</i> e condições de contorno oedométrica e de    |    |
| fluxo, definidas em metade do bloco, considerando sua simetria.               | 47 |
| Figura 22. Exemplo de gráfico de máxima força desbalanceada <i>versus</i>     |    |
| ciclos computados, para monitoramento do equilíbrio mecânico do               |    |
| modelo.   | 48 |

| rigura 23. Exemplo de granco de monitoramento de valores de         |    |
|---|----|
| poropressão em fraturas ao longo da spring-line versus o número de  |    |
| ciclos computados.  | 49 |
| Figura 24. Geometria do problema para análise dos túneis da ViaRio. |    |
|   | 51 |
| Figura 25. (a) Tensões horizontais atuando no modelo após a         |    |
| escavação, com detalhe (b) da região próxima à escavação.           | 52 |
| Figura 26. (a) Tensões verticais atuando no modelo após a           |    |
| escavação, com detalhe (b) da região próxima à escavação.           | 53 |
| Figura 27. Poropressões (a) antes e (b) depois da escavação, e (c)  |    |
| vetores indicando fluxo para o interior do túnel.                   | 54 |
| Figura 28. (a) Fechamento de abertura das fraturas, com detalhe (b) |    |
| para a região próxima à escavação.                                  | 55 |
| Figura 29. Relação hiperbólica entre tensão normal à fratura e      |    |
| fechamento de abertura.   | 56 |
| Figura 30. Comparação entre a distribuição de poropressão ao longo  |    |
| da spring-line obtidos na modelagem e na solução analítica.         | 57 |
| Figura 31. Tensões horizontais (a) antes e (b) depois da escavação, |    |
| com (e) detalhe da região próxima aos túneis. Tensões verticais (c) |    |
| antes e (d) depois da escavação com (f) detalhe da região próxima   |    |
| aos túneis.   | 59 |
| Figura 32. Vetores de deslocamento dos blocos após as escavações    | 60 |
| Figura 33. Fechamento da abertura das fraturas (a) ao redor das     |    |
| escavações, com (b, c) detalhes para as regiões próximas aos túneis |    |
| da esquerda (E) e da direita (D).                                   | 61 |
| Figura 34. Efeito de redução da poropressão ao redor das            |    |
| escavações.   | 62 |
| Figura 35. Distribuição de poropressão ao longo de uma linha        |    |
| horizontal passando pelo centro dos túneis (a) da esquerda e (b) da |    |
| direita.  | 62 |
| Figura 36. (a) Distribuição de poropressão ao redor da escavação e  |    |
| (b) vazões no maciço rochoso, para os casos com e sem o             |    |
| fechamento das fraturas.  | 63 |

| Figura 37. Tensões (a, b, c) horizontais e (d, e, f) verticais após a    |    |
|--|----|
| escavação, para diferentes valores de rigidez normal e cisalhante das    |    |
| fraturas.  | 65 |
| Figura 38. Valores de fechamento de abertura das fraturas para           |    |
| diferentes valores de rigidez normal e cisalhante.                       | 66 |
| Figura 39. Distribuição de poropressão ao longo de uma linha             |    |
| horizontal passando pelo centro da escavação da esquerda, para           |    |
| diferentes valores de rigidez normal e cisalhante das fraturas.          | 67 |
| Figura 40. Vazão no interior das fraturas após a escavação, para         |    |
| diferentes valores de abertura inicial das descontinuidades do modelo.   |    |
|  | 68 |
| Figura 41. Tensões (a, b) horizontais e (c, d) verticais para dois casos |    |
| diferentes de espaçamento das fraturas.                                  | 69 |
| Figura 42. Vetores de deslocamento para os casos com espaçamento         |    |
| de (a) 0,5 m e (b) 1,0 m.  | 69 |
| Figura 43. Distribuição de poropressão ao longo de uma linha             |    |
| horizontal passando pelo centro da escavação da direita, para dois       |    |
| valores de espaçamento das fraturas.                                     | 70 |
| Figura 44. Vazões no maciço para o caso com espaçamento de (a)           |    |
| 0,5 m e (b) 1,0 m.   | 70 |
| Figura 45. Distribuição de poropressão ao longo de uma linha             |    |
| horizontal passando pelo centro da escavação da direita, para dois       |    |
| valores de espaçamento das fraturas.                                     | 72 |

## 1 Introdução

As escavações em maciços rochosos fraturados representam parte importante dos problemas de engenharia geotécnica. Neste tipo de meio, as descontinuidades possuem grande influência no comportamento mecânico do maciço, principalmente em maciços muito fraturados, onde as interseções dessas fraturas formam blocos, que podem deslizar entre si e até se desprender do restante do maciço. Em meios onde ocorre a influência de algum fluido, como em casos de escavações abaixo do nível d'água, as descontinuidades representam um caminho preferencial para o fluxo, especialmente quando a rocha sã possui baixa permeabilidade. Sendo assim, neste tipo de análise, a condutividade hidráulica do maciço é influenciada pela deformação decorrente do comportamento mecânico, que altera a abertura das fraturas de modo impactar no fluxo entre elas. Do mesmo modo, a pressão de fluido atuante no interior da fratura é levada em consideração nos cálculos referentes ao comportamento mecânico do sistema. A influência entre esses fenômenos e a ocorrência simultânea deles, requerer análises que utilizem algum tipo de acoplamento hidromecânico para que sejam obtidos resultados coerentes com o fenômeno físico real.

Em termos de análises computacionais, técnicas de meios descontínuos, como o método dos elementos discretos, podem ser aplicadas para uma melhor previsão do comportamento de maciços rochosos fraturados. Neste tipo de simulação, os corpos são independentes e se movimentam de acordo com as forças presentes em seus contornos e as cargas externas aplicadas, e por isso são permitidos grandes deslocamentos e rotações.

## 1.1 Objetivo

O presente trabalho tem por objetivo analisar numericamente o efeito das escavações na modificação do campo de tensões do maciço rochoso fraturado e

como essa modificação afeta o problema de fluxo. Para isso, um modelo hipotético foi utilizado para validar a modelagem do fenômeno e em seguida foram feitas as análises de um caso real de túneis em uma importante rodovia no Rio de Janeiro.

## 1.2 Organização da Dissertação

Este trabalho foi dividido de acordo com os seguintes assuntos:

- O Capítulo 2 apresenta uma revisão sobre maciços rochosos fraturados e os efeitos de escavações subterrâneas neste tipo de meio, tanto do ponto de vista mecânico quanto de fluxo;
- O Capítulo 3 apresenta alguns tipos de análises numéricas para meios descontínuos, com foco em métodos de elementos discretos, especialmente no método dos elementos distintos, utilizado nas modelagens desta dissertação;
- O Capítulo 4 apresenta a geometria, parâmetros e outros detalhes considerados nas modelagens realizadas;
- O Capítulo 5 apresenta a discussão dos resultados das simulações;
- O Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para estudos futuros.

# 2 Túneis em maciço rochoso fraturado

# 2.1. Maciço rochoso fraturado

No estudo do comportamento de materiais geotécnicos são feitas algumas simplificações do meio que pode ser considerado, por exemplo, como homogêneo, contínuo, isotrópico, elástico e linear, e embora estas simplificações sejam úteis para modelagens numéricas, nem sempre são uma boa representação do problema, gerando um grande impacto nas análises e nas previsões de comportamento. Em meios rochosos, raramente essas condições ideais são encontradas, a heterogeneidade, por exemplo, pode ser observada ao longo do maciço devido às variações de propriedades, como a porosidade da rocha. Outro fator importante a ser observado é a anisotropia, causada não só por características geológicas como acamamentos e foliações, mas também por estruturas como dobras, falhas e fraturas que ocorrem naturalmente em maciços rochosos, durante fenômenos como os movimentos tectônicos (Press *et al.*, 2006).

De acordo com Jaeger *et al.* (2007), o tipo de estrutura geológica mais comumente encontrada em rochas são as fraturas, ou juntas, caracterizadas por fissuras ao longo das quais não houve movimentação significativa entre as massas de rocha separadas pela descontinuidade. Essas estruturas geralmente ocorrem em grupos, também chamados de famílias, com fraturas aproximadamente paralelas entre si e com espaçamento e comprimento aproximadamente constantes. É comum que os maciços rochosos apresentem famílias de fraturas em diferentes direções, o que transforma o meio contínuo em um conjunto de blocos que podem deslizar ao longo dessas descontinuidades (Figura 1), além de criar um caminho preferencial para o fluxo de fluidos.

O comportamento mecânico e de fluxo em um maciço fraturado são basicamente controlados pelas características de suas descontinuidades, sendo assim, um projeto de engenharia neste tipo de material parte de uma caracterização

adequada destas estruturas. As principais características (Figura 2) a serem mapeadas no maciço são, de acordo com a ISRM (1978):



Figura 1. Exemplo de famílias de fraturas separando o maciço rochoso em um conjunto de blocos. (Press *et al.*, 2006)

- Mergulho: ângulo entre o plano horizontal e a linha de maior inclinação no plano da fratura;
- Direção de mergulho: direção da projeção horizontal da linha de maior inclinação do plano da fratura, medida no sentido horário a partir do norte verdadeiro;
- Espaçamento: distância média entre fraturas adjacentes de uma mesma família;
- Persistência: medida da extensão da fratura, ou seja, do comprimento do traço da descontinuidade, geralmente obtido em faces expostas do maciço;

- Rugosidade: medida da ondulação da superfície da fratura. A partir
  do perfil de rugosidade medido é obtido o parâmetro JRC (joint
  roughness coefficient) que influencia diretamente na resistência ao
  cisalhamento do meio fraturado;
- Resistência da parede: resistência à compressão simples da parede da descontinuidade, JCS (joint compressive strength), parâmetro também utilizado na avaliação da resistência ao cisalhamento do maciço;
- Abertura e material de preenchimento: distância entre os blocos de rocha separados por uma fratura. A descontinuidade aberta pode estar preenchida por algum material, que deve ser adequadamente caracterizado, uma vez que este pode influenciar na resistência e na permeabilidade do maciço;
- Condições de fluxo: análise das condições hidrogeológicas do local, vazão de água nas fraturas, identificação de barreiras impermeáveis, previsão da interação da obra de engenharia com o fluxo de água no maciço, avaliação da necessidade de ensaios de permeabilidade;
- Número de famílias: a quantidade de famílias de fraturas que se intersectam no maciço rochoso influencia diretamente na sua estabilidade. Quanto maior o número de famílias, maior a capacidade do maciço se deformar sem envolver a ruptura da rocha intacta;
- Tamanho dos blocos: governado pela combinação de espaçamento, persistência, orientação e número de família de fraturas, o tamanho dos blocos também influencia na estabilidade do maciço rochoso, uma vez que blocos maiores em geral formam um maciço mais estável.

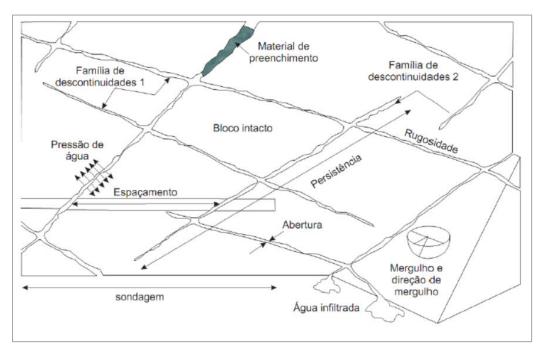


Figura 2. Propriedades geométricas das descontinuidades. (Belleza Villafuerte, 2016 adaptado de Hudson & Harrison, 1997.)

Do ponto de vista de deformabilidade, um maciço rochoso fraturado sofre grande influência de processos que causam a abertura ou fechamento das fraturas, bem como movimentos de deslizamento dos blocos ao longo dessas descontinuidades. parâmetros que definem o comportamento deformabilidade das descontinuidades são a rigidez normal (kn) e a rigidez ao cisalhamento (k<sub>s</sub>). A Figura 3 mostra um exemplo de ensaio de cisalhamento direto em uma amostra com descontinuidade rugosa, para obtenção dos parâmetros de deformabilidade da fratura. Durante o ensaio, é mantida uma carga axial (N) constante e aplicada uma carga tangencial crescente (T). Nota-se que além do deslocamento ao longo do plano da fratura (Δu), a rugosidade gera um efeito de dilatação, que é independente das rigidezes da fratura e ocorre à medida que a parte superior da amostra se desloca verticalmente (Δv) devido à inclinação provocada pela ondulação na superfície. A rigidez ao cisalhamento da fratura é calculada conforme a eq. (1).

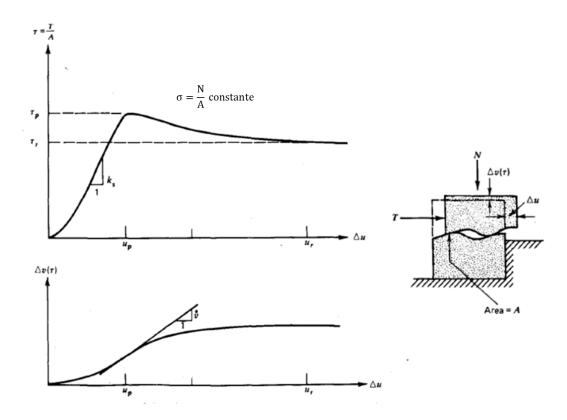


Figura 3. Deslocamento normal ( $\Delta v$ ) e tangencial ( $\Delta u$ ) em ensaio de cisalhamento direto em descontinuidade rugosa. (Adaptado de Goodman, 1989.)

$$k_{s} = \frac{\Delta \tau}{\Delta u} \tag{1}$$

Onde:

 $k_s$ : rigidez ao cisalhamento da fratura;

 $\tau$ : tensão cisalhante;

u: deslocamento tangencial.

De modo similar, a rigidez normal é definida pela eq. (2) como a relação entre deslocamento e tensão normais do ensaio de cisalhamento direto, anterior à aplicação da tensão cisalhante. Conforme é ressaltado por Goodman (1989), neste caso, a curva é altamente não linear e  $k_n$  depende da tensão normal aplicada (Figura 4).

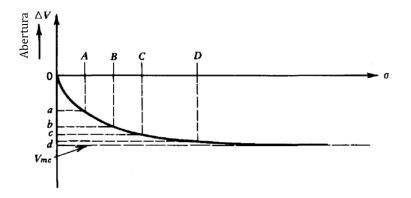


Figura 4. Deslocamento normal ( $\Delta v$ ) em relação à tensão normal ( $\sigma$ ) aplicada no ensaio de cisalhamento direto, mostrando uma tendência assintótica para um valor de máximo fechamento da fratura ( $v_{mc}$ ). (Adaptado de Goodman, 1989)

$$k_n = \frac{\Delta \sigma_n}{\Delta \nu} \tag{2}$$

Onde:

 $k_n$ : rigidez normal da fratura;

 $\sigma_n$ : tensão normal;

 $\Delta v$ : deslocamento normal.

Alguns autores (Snow, 1972 *apud* Fernandez & Moon, 2010a; Goodman, 1974 *apud* Fernandez & Moon, 2010a; Bandis *et al.*, 1983) observaram que a relação entre o aumento da tensão normal ( $\sigma_n$ ) e o fechamento das fraturas ( $\Delta v_j$ ) é geralmente não-linear e histerética (Figura 5).

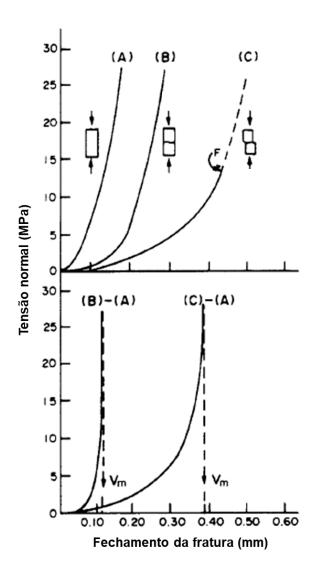


Figura 5. Relação entre tensão e deformação de fraturas. (Adaptado de Bandis *et al.*, 1983)

Uma das correlações existentes, citada por Fernandez & Moon (2010a), é descrita pela eq. (3). Além disso, uma análise de resultados experimentais feita por Alvarez *et al.* (1995) correlacionou o máximo fechamento de uma fratura (v<sub>mc</sub>) com a rigidez normal inicial (k<sub>ni</sub>) conforme descrito na eq. (4), onde a constante A teve uma variação entre 5 e 20 para alguns tipos de rocha.

$$\sigma_n = \frac{k_{ni} \, \Delta v_j}{1 - \left(\frac{1}{v_{mc}}\right) \Delta v_j} \tag{3}$$

$$k_{ni} = \frac{A}{v_{mc}^{1.33}} \tag{4}$$

Além de influenciarem na deformabilidade do maciço, as descontinuidades também são caminhos preferenciais para o fluxo de água, principalmente quando a rocha sã apresenta baixa permeabilidade, e este fenômeno é governado pela lei cúbica de fluxo laminar entre placas planas paralelas (Witherspoon *et al.*, 1980). As eq. de (5) a (7) descrevem este tipo de escoamento que foi originado a partir da lei de Poiseuille baseada na teoria da Mecânica dos Fluidos para fluxo em condutos de seção circular constante (Taylor, 1948).

$$k_j = a^2 \frac{\gamma}{12u} \tag{5}$$

$$Q = -k_j i A \qquad \rightarrow \qquad Q = -a^2 \frac{\gamma}{12\mu} \frac{\Delta h}{L} \quad a \tag{6}$$

$$Q = -\frac{1}{12u} \frac{\Delta p}{L} a^3 \tag{7}$$

Onde:

 $k_i$ : condutividade hidráulica da fratura;

a: abertura hidráulica da fratura;

y: peso específico do fluido;

μ: viscosidade dinâmica do fluido;

Q: vazão;

i: gradiente hidráulico;

A: área transversal da fratura;

 $\Delta h$ : variação de carga total  $\cong$  variação de carga de pressão;

L: comprimento da fratura;

 $\Delta p$ : variação de pressão dentro da fratura.

Uma vez conhecido o maciço rochoso fraturado e suas propriedades, no item a seguir, será mostrado como uma escavação influencia no estado de tensões e deformações do maciço.

# 2.2. Efeitos da escavação em maciços rochosos fraturados

Além de uma adequada caracterização do ponto de vista de geometria, resistência, deformabilidade e fluxo, é fundamental que seja estabelecido o estado de tensões iniciais em que se encontra o maciço rochoso.

A definição precisa do estado de tensões inicial *in situ* requer a realização de ensaios de campo como, por exemplo, utilizando o método de fraturamento hidráulico, o método do macaco plano ou célula *doorstopper* (Panitz, 2007). No entanto, estes ensaios nem sempre são incluídos nos projetos de engenharia por questões de custo e, geralmente, as tensões iniciais são apenas estimadas. A tensão vertical em um ponto no maciço é em geral assumida como sendo equivalente ao peso de rocha que está acima deste ponto, também conhecida como tensão geostática. Na ausência do valor correto do peso específico da rocha, proveniente de ensaios de laboratório, o gradiente da tensão geostática pode ser aproximado para o valor de 0,027 MPa/m (Goodman, 1989). A tensão vertical no maciço é então dada pela eq. (8).

$$\sigma_{v} = \gamma Z \tag{8}$$

Onde:

 $\sigma_v$ : tensão total vertical;

γ: peso específico da rocha;

Z: altura da camada de rocha;

As tensões efetivas horizontal e vertical *in situ* se relacionam de acordo com a eq. (9). O coeficiente K, para a condição onde também é conhecido como  $K_0$ , no caso geostático, linear e isotrópico, está relacionado com o coeficiente de Poisson ( $\upsilon$ ), sendo igual a  $\upsilon/(1-\upsilon)$ , de acordo com a Teoria da Elasticidade. Para um valor de coeficiente de Poisson igual a 0,2 por exemplo, a tensão vertical equivale a 4 vezes a horizontal. É importante lembrar que em locais onde tenha ocorrido algum tipo de descarregamento da tensão vertical como, por exemplo, em casos de erosão ou algum tipo de escavação, a tensão horizontal *in situ* poderá ser maior que a

vertical e, portanto, K será maior do que 1 e não somente função do coeficiente de Poisson.

$$\sigma'_{h} = K\sigma'_{v} \tag{9}$$

Onde:

 $\sigma'_h$ : tensão horizontal efetiva;

 $\sigma'_{v}$ : tensão vertical efetiva;

*K*: razão entre as tensões horizontal e vertical efetivas.

Toda obra subterrânea ocasiona uma mudança no estado de tensões iniciais do maciço e uma estimativa dessa alteração pode ser calculada pela solução de Kirsch (Goodman, 1989), que considera um estado de deformação plana para uma abertura circular em um meio biaxialmente carregado (Figura 6). Este tipo de análise considera um material homogêneo, isotrópico, contínuo e de comportamento elástico-linear.

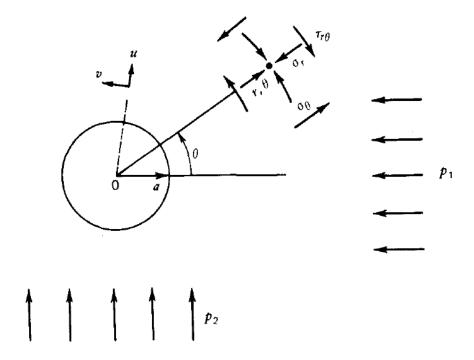


Figura 6. Estado de tensões ao redor de uma escavação de acordo com a solução de Kirsch. (Goodman, 1989.)

$$\sigma_r = \frac{p_1 + p_2}{2} \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{p_1 - p_2}{2} \left( 1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \tag{10}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{p_1 + p_2}{2} \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{p_1 - p_2}{2} \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \tag{11}$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{p_1 - p_2}{2} \left( 1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \operatorname{sen} 2\theta \tag{12}$$

Onde:

r: coordenada na direção radial (distância entre o ponto e o centro da escavação);  $\theta$ : ângulo entre a direção da coordenada r e a direção de  $p_1$  medido no sentido antihorário:

 $\sigma_r$ : tensão normal na direção radial para uma distância r e ângulo  $\theta$ ;

 $\sigma_{\theta}$ : tensão normal na direção tangencial para uma distância r e ângulo  $\theta$ ;

 $\tau_{r\theta}$ : tensão cisalhante para uma distância r e ângulo  $\theta$ ;

a: raio da escavação;

 $p_1$ : tensão horizontal *in situ*;

 $p_2$ : tensão vertical *in situ*.

Utilizando as eq. (10) a (12), é possível observar que existe uma concentração de tensão normal, na direção tangencial à escavação, de valor  $3p_2$ - $p_1$  na parede da escavação ( $r = a \ e \ \theta = 0^\circ$ ) e  $3p_1$ - $p_2$  no teto da escavação ( $r = a \ e \ \theta = 90^\circ$ ). Além disso, nesta superfície livre formada, há uma ausência de tensão cisalhante e também de tensão normal na direção radial (alívio de tensões devido à escavação). Os resultados obtidos nas soluções analíticas auxiliam no processo de validação das simulações numéricas e, neste trabalho, foi utilizada a solução de Kirsch para avaliar as tensões no modelo, próximo à escavação.

A geometria das descontinuidades presentes no maciço rochoso influencia na estabilidade do túnel, podendo ocasionar diferentes modos de ruptura. Em maciços com estruturas horizontais a viga formada no teto da escavação tende a se separar do maciço, especialmente quando o vão livre é muito maior do que a espessura da viga e quando a tensão horizontal é baixa. Este tipo de instabilidade pode desencadear uma ruptura generalizada do maciço conforme visto na Figura 7.

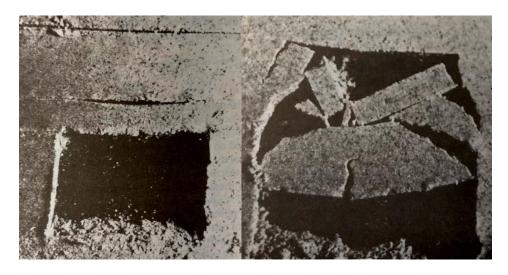


Figura 7. Tipo de ruptura comumente observada em escavações em maciço rochoso com estruturas horizontais. (Goodman, 1989.)

No caso de estruturas inclinadas, a instabilidade da escavação ocorre por deslizamento ao longo das descontinuidades ou ainda por zonas de flexão ao redor do túnel. Sabendo que as tensões normal e cisalhante são nulas na superfície da escavação, as regiões de flexão e deslizamento são identificadas por uma análise da tensão tangencial no perímetro da escavação. Estes mecanismos ocorrem em regiões onde o ângulo formado entre a normal dos planos inclinados e a tensão tangencial tem valor maior do que o ângulo de atrito das descontinuidades (φ<sub>i</sub>). Estas zonas encontram-se no interior de regiões diametralmente opostas e delimitadas pelas retas AA e BB que tangenciam a escavação, conforme a Figura 8.

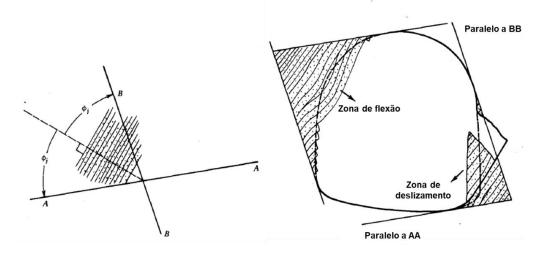


Figura 8. Análise de estabilidade de escavação em maciço rochoso fraturado com ângulo de atrito da descontinuidade  $\phi_i$ . As zonas de flexão e deslizamento são delimitadas pelas retas AA e BB, de inclinação  $\phi_i$  em relação à normal aos planos e que tangenciam a escavação. (Adaptado de Goodman, 1989)

Além do efeito mecânico, a escavação no maciço rochoso inicialmente saturado impõe uma condição de pressão hidráulica nula no interior da escavação, o que gera um gradiente hidráulico e um fluxo para o interior do túnel. Este tipo de análise é importante para o correto dimensionamento do projeto, avaliando a necessidade de sistemas de drenagem, suporte e revestimento do túnel, evitando excessos de custo e tempo, além de riscos na construção. A solução clássica para escavações em meios porosos isotrópicos e homogêneos utiliza o método do túnel imagem (mirror-image tunnel), onde a escavação é espelhada acima do terreno, à uma mesma distância do nível d'água. O método utiliza uma condição de contorno infinita e o nível d'água representa uma linha equipotencial. Considerando o fluxo permanente, as linhas de fluxo entre os dois túneis são então traçadas e levam à obtenção da magnitude do fluxo e da distribuição de poropressão (Harr, 1991; Goodman et al., 1965 apud Fernandez & Moon, 2010a; Fernández & Alvarez, 1994). Contudo, esta solução não leva em consideração uma importante característica que vem sendo estudada em maciços fraturados, referente à redução da condutividade hidráulica do maciço nos arredores da escavação (Fernandez & Moon, 2010a, b; Huang et al., 2016; de Mello Franco, 2017). O aumento de tensões compressivas na direção tangencial à escavação, leva ao fechamento de fraturas nesta região. Este efeito ocorre em uma zona ao redor da escavação que se comporta como um revestimento (lining-like zone), pois sua condutividade hidráulica tornase menor do que a do restante do maciço rochoso (Figura 9).

A redução da condutividade hidráulica é governada pelo nível de fechamento que as fraturas sofrem após a escavação, efeito representado pela relação hiperbólica entre a variação da tensão normal à fratura e a variação da abertura, mostrado na Figura 5. O fechamento das fraturas é mais acentuado em escavações profundas, onde os níveis de tensões são mais altos, e também em maciços rochosos onde as descontinuidades apresentam menor rigidez normal (Fernandez & Moon, 2010a).

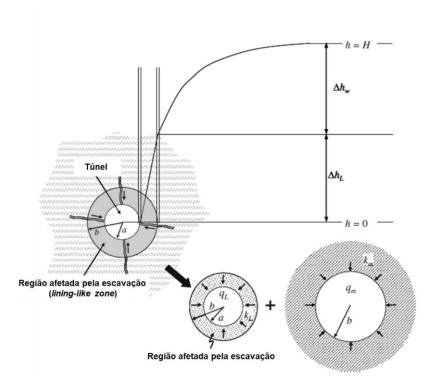


Figura 9. Perda de carga e vazão dentro ( $\Delta h_L$  e  $q_L$ ) e fora ( $\Delta h_W$  e  $q_m$ ) da região de raio b, afetada por uma escavação de raio a. A região sofre uma redução da condutividade hidráulica de  $k_m$  para  $k_L$  devido ao fechamento das fraturas após a escavação. (Adaptado de Fernandez & Moon, 2010a)

Fernandez & Moon (2010a) propuseram uma solução analítica, desenvolvida a partir do método do túnel imagem, que considera o efeito do fechamento das fraturas nesta região ao redor da escavação. A eq. 13 mostra a distribuição de poropressão no maciço ao longo de uma linha horizontal passando pelo centro da escavação ("spring line").

$$p_{sp}(r) = \left[1 - \frac{\ln\left(1 + \left(\frac{2H}{r}\right)^2\right)}{\ln\left(1 + \left(\frac{2H}{b}\right)^2\right)} \cdot \frac{\frac{\ln\left(\frac{2H}{b}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cdot \left(\frac{k_L}{k_m}\right)}{1 + \frac{\ln\left(\frac{2H}{b}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cdot \left(\frac{k_L}{k_m}\right)}\right] \cdot H\gamma_w$$
(13)

Onde:

r: distância radial;

a: raio da escavação;

b: raio da lining-like zone;

 $k_L$ : condutividade hidráulica da *lining-like zone*;

 $k_m$ : condutividade hidráulica do maciço rochoso;

H: altura do nível d'água acima da spring-line;

A Figura 10 mostra a comparação entre os resultados de poropressão ao longo da *spring-line* obtidos na modelagem numérica e na solução analítica apresentadas nos trabalhos de Fernandez & Moon (2010a, b). É possível observar que os resultados obtidos pela solução analítica que considera o fechamento das fraturas apresentam valores mais similares às análises numéricas do que a solução analítica original para meios homogêneos e isotrópicos. Ainda assim, a solução analítica proposta subestima ligeiramente os resultados na análise numérica, especialmente na região além da *lining-like zone*. O trabalho de Mello Franco (2017) também explora o efeito do fechamento das fraturas. A Figura 11 mostra a comparação dos valores de poropressão em uma região próxima à escavação, em casos onde não há redução da condutividade hidráulica (k<sub>I</sub>=k<sub>m</sub>) e quando a condutividade da zona alterada é equivalente a 1% da condutividade no restante do maciço.

Sendo assim, neste trabalho serão verificados os efeitos da modificação do campo de tensões do maciço rochoso, devido à escavação, e a influência deste fenômeno na distribuição de poropressão ao redor do túnel.

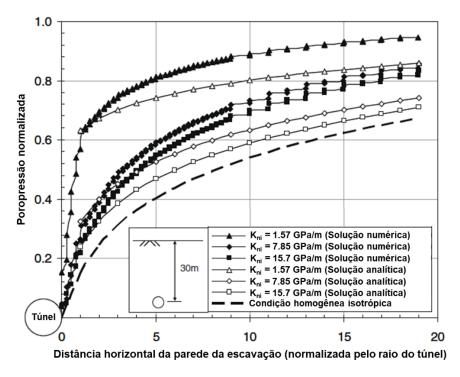


Figura 10. Comparação entre resultados da distribuição de poropressão obtidos nas análises numéricas, na solução analítica proposta e na solução analítica original. (Adaptado de Fernandez & Moon, 2010b)

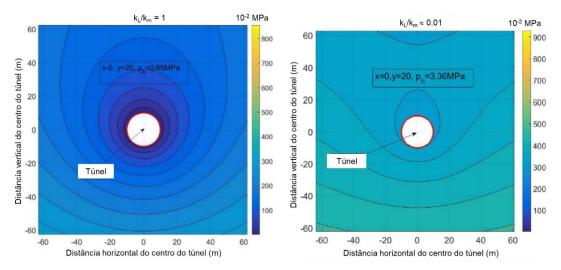


Figura 11. Comparação de valores de poropressão entre casos onde (a) não ocorre diminuição da condutividade hidráulica do maciço e (b) onde ocorre redução de 99% na condutividade. (Adaptado de Mello Franco, 2017)

# 3 Modelagem numérica em meios descontínuos

## 3.1. Métodos de análise numérica em meios descontínuos

As soluções numéricas aplicadas a problemas de engenharia costumam utilizar métodos de sistemas contínuos, sendo os mais utilizados, os de diferenças finitas (FDM), elementos finitos (FEM) e elementos de contorno (BEM), segundo Jing & Stephansson (2007). Este tipo de abordagem discretiza o meio em pequenos elementos que devem satisfazer tanto as equações diferenciais que governam o fenômeno físico, quanto a condição de continuidade ao longo de seus contornos. Sendo assim, os elementos não estão livres para se movimentar de forma independente uns dos outros e a solução é mais representativa em relação às deformações do sistema como um todo. Os três métodos citados já tiveram suas teorias bem fundamentadas ao longo dos anos e podem ser facilmente encontrados em livros-texto (Davis, 1986; Banerjee, 1993; Zienkiewicz & Taylor, 2000).

Embora consigam representar espacialmente a variabilidade do material e modelar não-linearidades constitutivas, os métodos de meios contínuos podem não ser a melhor opção para análises de materiais influenciados por descontinuidades, como é o caso dos maciços rochosos fraturados. Alguns métodos numéricos possibilitam a utilização de meios contínuos para representação de problemas descontínuos, como é o caso do meio contínuo equivalente, baseado na percepção de que, a nível macroscópico, o meio descontínuo se comporta como um meio contínuo. É fundamental neste tipo de solução que o efeito das fraturas seja incorporado ao modelo constitutivo do meio contínuo equivalente. Este processo requer a identificação de um volume elementar representativo (VER) onde pode ser estabelecida a equivalência entre as propriedades dos meios contínuo e descontínuo (Figura 12). No entanto, em alguns casos, não é possível a aplicação do método devido à dificuldade na definição do VER, especialmente em casos de maciços muito fraturados (Jing & Stephansson, 2007).

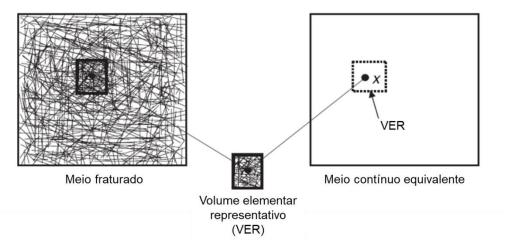


Figura 12. Exemplo de aplicação do método de meio contínuo equivalente e identificação de um volume elementar representativo (VER). (Adaptado de Jing & Stephansson, 2007)

Além do método do meio contínuo equivalente, alguns programas de meios contínuos oferecem um recurso de elementos de interface, no entanto, estes elementos não devem ser utilizados em excesso (Jing & Stephansson, 2007). Além disso, a formulação para meios contínuos tem como desvantagens a dificuldade em identificar automaticamente a criação de novos contatos e a simulação de grandes deslocamentos.

Levando em consideração as aplicações e limitações dos métodos de meios contínuos, durante as décadas de 1970 e 1980, uma nova abordagem foi introduzida aos problemas de engenharia envolvendo mecânica dos solos e mecânica das rochas, o método dos elementos discretos. Os principais conceitos deste método foram apresentados por Cundall (1971), Cundall & Strack (1979a, b) e Shi (1988). Neste método, o meio é considerado como um conjunto de blocos ou partículas, onde o contato entre estes elementos é parte importante da formulação. Sendo assim, o modelo é capaz de representar o comportamento tanto do material sólido quanto das descontinuidades.

Um *software* de elementos discretos é caracterizado pela possibilidade de grandes deslocamentos e rotações dos blocos, incluindo uma completa separação destes em relação ao resto do sistema. Desta forma, os corpos são independentes e se movimentam de acordo com as forças presentes em seus contornos e as cargas externas aplicadas, respeitando as equações de movimento. Além disto, o programa é capaz de reconhecer novos contatos automaticamente ao longo das iterações da análise.

Segundo Cundall & Hart (1993), quatro tipos de códigos utilizam elementos discretos, são eles: método dos elementos distintos (*DEM*), métodos modais, análise de deformação descontínua (*DDA*) e os métodos de transferência de momento (*Momentum-Exchange*). Os métodos diferem no tratamento da deformabilidade do sistema, podendo considerar tanto os blocos quanto as descontinuidades como rígidos ou deformáveis e, além disso, apresentam abordagens diferentes de solução em relação ao tempo, que pode ser implícita ou explícita.

As duas abordagens para a deformabilidade das descontinuidades diferem em como o movimento na direção normal à descontinuidade é considerado. Nos contatos deformáveis, um valor de rigidez normal que representa a ligação entre os elementos é atribuído à descontinuidade. Já no caso de contatos rígidos, é imposta a condição de que os blocos não podem adentrar os limites uns dos outros, utilizado, por exemplo, em casos onde não há atrito entre os corpos e o nível de tensões é bem baixo. Basicamente, o tipo de abordagem a ser utilizado deve ser definido com base no problema físico e de acordo com a magnitude das forças de contato entre os blocos.

Em relação à deformabilidade dos blocos ou partículas, a condição de rigidez deve ser utilizada somente quando a deformação destes elementos pode ser desprezada em relação ao movimento ao longo das descontinuidades. Esta condição pode ser utilizada, por exemplo, em casos de taludes em maciço rochoso muito fraturado onde o nível de tensões é baixo e o principal fenômeno a ser analisado é o deslizamento ou tombamento de blocos. Em casos onde o nível de tensões é alto, como em escavações subterrâneas profundas, a deformabilidade dos blocos é importante para a análise do problema, o que leva à necessidade de discretização destes corpos.

Finalmente, no que diz respeito à abordagem em relação ao tempo, no método explícito, a solução de equações é feita localmente, utilizando uma discretização de diferenças finitas nos blocos, com passo de tempo pequeno e influenciado pela rigidez do sistema. Enquanto na solução implícita, a discretização dos blocos utiliza o método dos elementos finitos e onde a matriz de rigidez deve representar a deformabilidade dos blocos e também dos contatos, nesta formulação é possível utilizar passos de tempo maiores. Sendo assim, os métodos de elementos discretos diferem entre si e devem ser escolhidos de acordo com o problema a ser analisado.

É importante ressaltar que, por ser um método altamente influenciado pelas descontinuidades do meio, a caracterização do material (conforme exposto no Capítulo 2) é parte fundamental da análise via elementos discretos. No entanto, é comum que esse tipo de informação seja escasso em projetos de engenharia, onde normalmente os dados são estimados utilizando uma quantidade limitada de sondagens ou escaneamentos do local. Jing & Stephansson (2007) comentam que, do ponto de vista de tensões e deformações, a realidade pode ser satisfatoriamente representada se as dimensões, propriedades e condições de contorno forem adequadamente definidas. Porém, em relação ao fluxo, o problema se torna um pouco mais complexo, já que o fenômeno está condicionado à conectividade das fraturas, principalmente em programas que consideram o fluxo apenas no interior das descontinuidades. Desta forma, a caracterização do sistema de fraturas se torna ainda mais importante para a solução do problema. Os autores também destacam que a escolha entre métodos contínuos ou descontínuos vai além da geometria e geologia do meio a ser modelado e deve considerar outros fatores como a capacidade computacional, número de blocos e a área de interesse do problema a ser estudado. Uma alternativa seria a combinação entre as duas técnicas, onde os elementos discretos podem representar o meio fraturado próximo a uma escavação, por exemplo, e o entorno do problema é representado por um método contínuo (Figura 13).

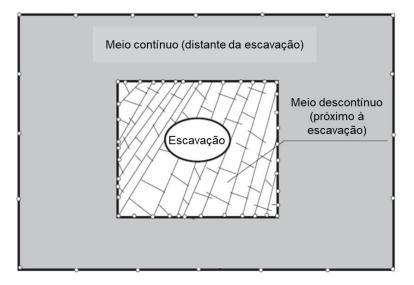


Figura 13. Possibilidade de combinação entre métodos contínuos e descontínuos para representar o meio em diferentes escalas como, por exemplo, distante e próximo de uma escavação. (Adaptado de Jing & Stephansson, 2007)

Considerando o foco deste trabalho, foi escolhido o método dos elementos distintos (*DEM*), utilizando análises 2D no *UDEC - Universal Distinct Element Code*, um dos principais programas comerciais produzidos pelo grupo *Itasca Consulting Group Inc.*, e que será abordado em mais detalhes no próximo item.

# 3.2. Método dos elementos distintos (*DEM*)

A modelagem numérica através do método dos elementos distintos utiliza uma solução explícita no tempo, onde os blocos podem ser considerados rígidos ou deformáveis, porém, os contatos são sempre deformáveis. A formulação numérica presente no *software UDEC* funciona como uma solução explícita de diferenças finitas, onde o passo de tempo é suficientemente pequeno para que as velocidades e acelerações sejam consideradas constantes dentro do intervalo de tempo. Deste modo, os cálculos se alternam entre aplicações da segunda lei de Newton e relações constitutivas de força-deslocamento ou tensão-deformação. As forças de contato são calculadas a partir da relação força-deslocamento, dado um deslocamento conhecido. Calculadas as forças, a segunda lei de Newton fornece a movimentação resultante dos blocos (Figura 14). Todos os detalhes da formulação e funcionamento do programa, descritos neste trabalho, podem ser encontrados no manual do usuário (Itasca Consulting Group Inc, 2014).

A equação que rege o movimento de blocos é a segunda lei de Newton (eq. 14), onde a força é resultante de uma combinação de momentos e forças desbalanceados atuando nos blocos. O termo desbalanceado é usado, pois caso existisse um equilíbrio de forças e momentos, o sistema estaria em repouso e não existiria força resultante causando movimentação dos blocos.

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{F}{m} \tag{14}$$

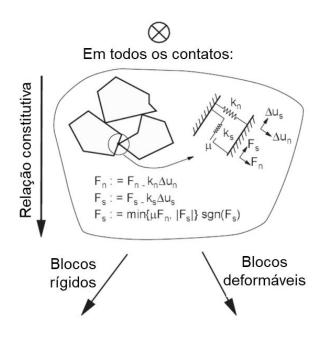
Onde:

ü: velocidade;

t: tempo;

*F*: força no tempo t;

m: massa.



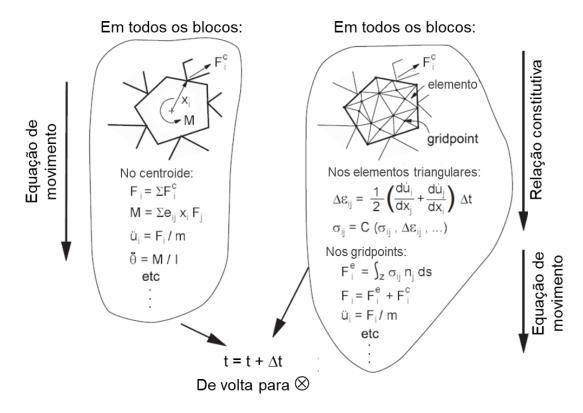


Figura 14. Cálculos durante um ciclo de tempo no método dos elementos distintos. (Adaptado de Itasca Consulting Group Inc, 2014)

O programa utiliza um esquema central de diferenças finitas, que permite reescrever o lado esquerdo da eq. (14) conforme a eq. (15). Substituindo a eq. (15) em (14), obtém-se a eq. (16) e, finalmente, chega-se ao cálculo dos deslocamentos

na eq. (17). A Figura 15 ilustra o funcionamento do algoritmo e o esquema de cálculos a cada ciclo do programa.

$$\frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{\dot{u}^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} - \dot{u}^{\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)}}{\Delta t} \tag{15}$$

$$\dot{u}^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} = \dot{u}^{\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)} + \frac{F^{(t)}}{m} \Delta t \tag{16}$$

$$u^{(t+\Delta t)} = u^{(t)} + \dot{u}^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} \Delta t \tag{17}$$

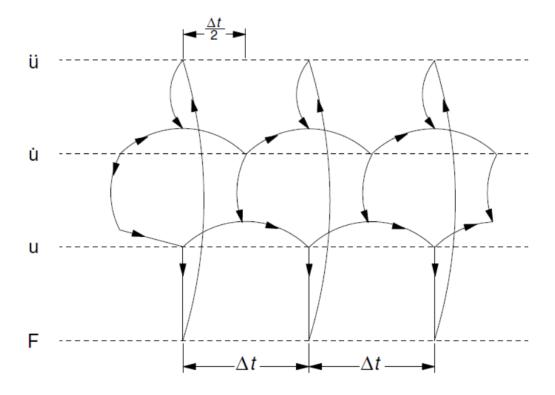


Figura 15. Esquema de cálculo de forças e deslocamentos no *DEM* seguindo a indicação das setas. (Itasca Consulting Group Inc, 2014)

Como os blocos são elementos em duas dimensões, existem diversas forças atuando e é preciso levar em consideração a aceleração da gravidade. Por isso, as equações de velocidade devem ser reescritas conforme as eq. (18) e (19) e, consequentemente, as posições dos blocos serão dadas pelas eq. (20) e (21).

$$\dot{u}_i^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} = \dot{u}_i^{\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)} + \left(\frac{\sum F_i^{(t)}}{m} + g_i\right) \Delta t \tag{18}$$

$$\dot{\theta}^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} = \dot{\theta}^{\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)} + \left(\frac{\sum M^{(t)}}{I}\right) \Delta t \tag{19}$$

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{u}_i^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} \Delta t \tag{20}$$

$$\theta^{(t+\Delta t)} = \theta^t + \dot{\theta}^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} \Delta t \tag{21}$$

Onde:

i: índice que representa os componentes no sistema de coordenadas Cartesianas;

 $g_i$ : aceleração da gravidade;

 $\dot{\theta}$ : velocidade angular do bloco em relação ao seu centroide;

 $\sum M^{(t)}$ : somatório de momentos atuando no bloco em um dado tempo t;

*I*: momento de inércia do bloco;

 $x_i$ : coordenadas do centroide do bloco;

 $\theta$ : rotação do bloco em relação ao centroide.

A cada passo de tempo os blocos estarão em novas posições, o que levará a uma nova configuração de forças de contato. As forças e momentos atuantes dão origem às acelerações dos blocos, resultando em velocidades e deslocamentos obtidos por integração no tempo. Este processo é repetido até que o sistema esteja em equilíbrio.

Conforme mencionado anteriormente, as descontinuidades do maciço são tratadas na análise como superfícies de contato entre blocos adjacentes e elementos são criados para representar os pontos de contato. Para a condição de blocos deformáveis, os pontos de contato são definidos nos nós dos elementos triangulares da malha, quando estes estiverem localizados ao longo da linha de contato. Existem duas lógicas disponíveis no *UDEC* para atualização automática dos contatos, uma delas por detecção de domínios nos contatos e outra por mapeamento em células. A última faz um mapeamento dos blocos dentro de células, que é atualizado ao longo da simulação juntamente com os contatos existentes. Esta opção deve ser

utilizada para modelagem de queda de blocos por completa separação, no entanto, ela não permite alguns recursos, como a simulação de fluxo. Por este motivo, a detecção de domínios é mais apropriada à aplicação deste trabalho. Nesta alternativa são detectados domínios, definidos por regiões localizadas entre pontos de contato adjacentes, conforme Figura 16.

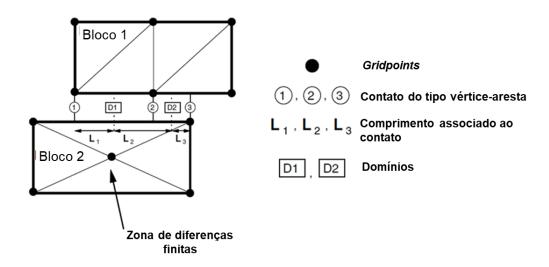


Figura 16. Método de detecção de contatos por definição de domínios entre pontos de contato adjacentes. (Adaptado de Itasca Consulting Group Inc, 2014)

Dentre os modelos constitutivos para representação do comportamento das fraturas, disponíveis no *UDEC*, o utilizado neste trabalho é o modelo *Coulomb slip*. Neste modelo, a relação tensão-deslocamento na direção normal à fratura é linear e dada pela eq. (22), sendo o valor mínimo de tensão normal limitado pela resistência à tração do material (T). Em relação ao cisalhamento, a eq. (23) é válida, onde a tensão cisalhante não deverá ultrapassar a resistência ao cisalhamento, definida pela combinação entre coesão e ângulo de atrito da fratura. Existe ainda neste modelo a influência da dilatância, correspondente ao efeito do deslocamento cisalhante ao longo da superfície rugosa da fratura, o que gera um deslocamento normal. O ângulo de dilatância será nulo em casos onde a tensão normal é alta o suficiente a ponto de danificar a rugosidade ou quando o deslocamento cisalhante atinge um valor crítico conforme indicado na eq. (24) e na Figura 17.

$$\Delta \sigma_n = -k_n \, \Delta u_n \tag{22}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\tau_s| \leq C + \sigma_n \tan \phi = \tau_{m\acute{a}x} & \rightarrow & \Delta \tau_s = -k_s \, \Delta u_s^e \\ |\tau_s| > \tau_{m\acute{a}x} & \rightarrow & \tau_s = sinal \, (\Delta u_s) \, \tau_{m\acute{a}x} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} |\tau_s| \le \tau_{m\acute{a}x} & \to & \psi = 0 \\ |\tau_s| = \tau_{m\acute{a}x} & e \mid u_s \mid \ge u_{cs} & \to & \psi = 0 \end{cases}$$
 (24)

Onde:

 $\Delta \sigma_n$ : incremento de tensão na direção normal;

 $k_n$ : rigidez normal da fratura;

 $\Delta u_n$ : incremento de deslocamento na direção normal;

 $\tau_s$ : tensão cisalhante.

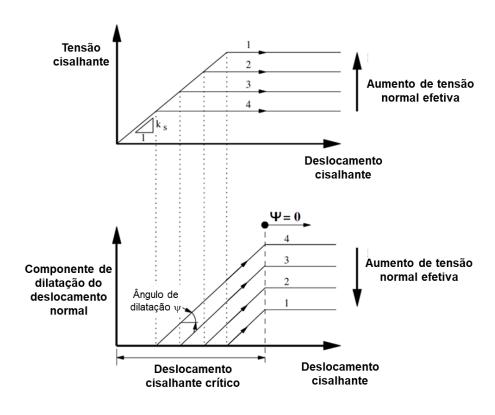


Figura 17. Modelo de descontinuidades *Coulomb slip*. (Adaptado de Itasca Consulting Group Inc, 2014)

Neste trabalho, a deformação dos blocos não deve ser ignorada nas análises, portanto, os blocos são considerados deformáveis e são internamente discretizados em elementos triangulares de diferenças finitas. Neste caso os deslocamentos são

calculados nos nós da malha e a eq. (14) de movimento é escrita conforme descrito na eq. (25). A força resultante aplicada no nó  $(F_i)$  é uma combinação de cargas externas aplicadas  $(F_i^l)$ , contribuições de tensões em zonas vinhas ao nó  $(F_i^z)$ , forças devido à ação da gravidade  $(F_i^g)$  e, caso o nó esteja localizado ao longo de uma aresta de bloco, forças de contato  $(F_i^c)$ . Sendo assim, utilizando o método das diferenças finitas, a equação de movimento pode ser escrita conforme a eq. (26) e as deformações e rotações se relacionam com os deslocamentos de acordo com as relações das eq. (27) e (28).

$$\ddot{u}_i = \frac{\int_S \sigma_{ij} \, n_j \, ds + F_i}{m} + g_i \tag{25}$$

$$\dot{u}_i^{\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)} = \dot{u}_i^{\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)} + \sum_i F_i^{(t)} \frac{\Delta t}{m} \tag{26}$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \tag{27}$$

$$\dot{\theta}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} - \dot{u}_{j,i}) \tag{28}$$

Onde:

s: superfície contendo a massa m;

 $n_i$ : vetor unitário normal à superfície s;

 $\sigma_{ij}$ : tensor de tensões do elemento triangular.

Em geral, escavações subterrâneas possuem comprimento consideravelmente superior às outras duas dimensões e por isso costumam ser analisadas considerando um estado plano de deformações, deste modo, a simulação pode ser realizada em uma seção transversal 2D típica. Após cada passo de tempo, são conhecidas as deformações de cada elemento triangular da malha e, a definição do novo estado de tensões é necessária para dar início ao passo de tempo seguinte. O modelo constitutivo escolhido para relacionar tensão-deformação nos blocos foi o modelo

linear elástico. A forma incremental da lei de Hooke para estado de deformação plana descreve esta relação conforme as eq. (29) a (33).

$$\Delta \sigma_{11} = \left(K + \frac{4G}{3}\right) \Delta \epsilon_{11} + \left(K - \frac{2G}{3}\right) \Delta \epsilon_{22} \tag{29}$$

$$\Delta\sigma_{22} = \left(K - \frac{2G}{3}\right)\Delta\epsilon_{11} + \left(K + \frac{4G}{3}\right)\Delta\epsilon_{22} \tag{30}$$

$$\Delta \sigma_{12} = \Delta \sigma_{21} = 2G \Delta \epsilon_{12} \tag{31}$$

$$\Delta\sigma_{33} = \left(K - \frac{2G}{3}\right)(\Delta\epsilon_{11} + \Delta\epsilon_{22})\tag{32}$$

$$\Delta \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right] \Delta t \tag{33}$$

Onde:

K: módulo de deformação volumétrica;

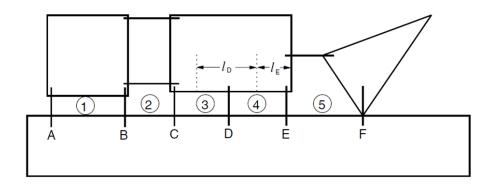
G: módulo de cisalhamento;

 $\Delta \epsilon_{ij}$ : tensor incremental de deformações.

Do ponto de vista da simulação de fluxo, o *UDEC* considera blocos impermeáveis e fluxo nas descontinuidades. A condutividade hidráulica do sistema é influenciada pela deformação decorrente do comportamento mecânico, que altera a abertura das fraturas de modo a dificultar ou facilitar o fluxo. Do mesmo modo, a pressão de fluido atuante no interior da fratura é levada em consideração nos cálculos referentes ao comportamento mecânico do sistema. Este tipo de simulação é caracterizado por um acoplamento hidromecânico, onde ambos os fenômenos ocorrem simultaneamente e influenciam um no outro. Embora o método possibilite diferentes condições de fluxo, foi escolhido para este trabalho a condição de fluxo permanente.

Para a simulação de fluxo permanente é utilizada uma simplificação do algoritmo base presente no *software* para fluxo transiente, que acontece por diferencial de pressão entre domínios (Figura 18) ou por gravidade, em domínios

que não estejam completamente saturados, conforme eq. (34). Já para o cálculo da vazão é utilizada a eq. (7), já mencionada, para fluxo entre placas planas.



A ... F ... Pontos de contato

1 ... 5 ... Domínios

Figura 18. Contatos e domínios presentes nas descontinuidades. (Itasca Consulting Group Inc, 2014)

$$\Delta p = p_2 - p_1 + \gamma_w (y_2 - y_1) \tag{34}$$

Onde:

y: coordenada vertical do centro do domínio;

p: pressão dentro do domínio.

Como o fluxo também pode acontecer entre domínios apenas pela ação da gravidade, é utilizado um fator de saturação ( $f_S$ ), que multiplica o valor da vazão e corresponde ao efeito de uma permeabilidade aparente (eq. 35). Este fator garante que o fluxo não ocorra em domínios secos ( $f_S = 0$ ) e que a permeabilidade aparente diminua juntamente com a saturação (S), tendo seu valor máximo quando o domínio está saturado ( $f_S = 1$ ).

$$f_{\rm S} = S^2(3 - 2S) \tag{35}$$

Por ser uma solução acoplada, a cada passo de tempo, as novas tensões obtidas pela formulação mecânica influenciam na abertura da fratura e a nova geometria do sistema de blocos, que se movimentam entre si, modifica também o

volume dos domínios. Em relação à abertura das fraturas e tensão normal atuante, o programa utiliza uma relação linear delimitada por dois extremos definidos pelo usuário, conforme Figura 19. Já a variação do volume do domínio é utilizada para atualizar o valor da pressão (eq. 36), que irá contribuir com as forças externas aplicadas aos blocos, na formulação do comportamento mecânico. No caso de o valor atualizado de pressão ser negativo, a pressão é zerada e a variação de volume do domínio é utilizada para calcular uma nova saturação (eq. 37). Deste modo, é garantida a conservação de massa de fluido, uma vez que a variação no volume do domínio é utilizada para atualizar a pressão ou a saturação. Por ser uma solução explícita, a estabilidade numérica requer um passo de tempo de fluxo pequeno e limitado à eq. (38), que é aplicada a todos os domínios e o menor valor de  $\Delta t$  é utilizado.

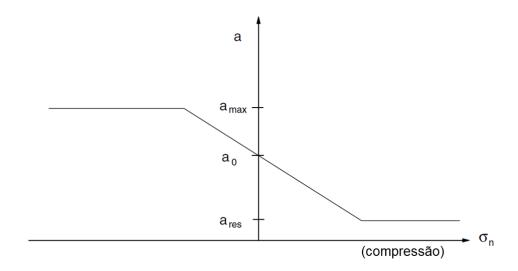


Figura 19. Relação entre a variação da tensão normal à fratura  $(\sigma_n)$  e sua abertura (a). (Itasca Consulting Group Inc, 2014)

$$p = p_0 + K_w Q \frac{\Delta t}{V} - K_w \frac{\Delta V}{V_m} \tag{36}$$

$$S = S_0 + Q \frac{\Delta t}{V} - \frac{\Delta V}{V_m} \tag{37}$$

$$\Delta t = \min \left[ \frac{V}{K_W \sum_i k_i} \right] \tag{38}$$

Onde:

 $p_0$ : pressão do domínio no passo de tempo anterior;

Q: somatório de vazões para dentro do domínio oriundas de todos os seus vizinhos;

 $K_w$ : módulo volumétrico do fluido;

 $\Delta V$ ,  $V_m$ : variação de volume e volume médio do domínio entre os passos de tempo atual e anterior;

*V*: volume do domínio;

 $\sum_i k_i$ : somatório das permeabilidades de todos os contatos ao redor do domínio.

A modelagem no software UDEC seguiu os seguintes passos:

- 1. Definição da geometria do problema
- Discretização em malha de diferenças finitas com elementos triangulares
- Definição do modelo constitutivo e propriedades dos materiais dos blocos e descontinuidades
- 4. Aplicação das condições de contorno e inicialização de tensões *in situ*
- 5. Equilíbrio inicial do modelo
- 6. Escavação

Estes passos foram seguidos em todas as modelagens realizadas neste trabalho e que serão abordadas nos itens subsequentes.

## 4 Análise numérica de escavações em maciço fraturado

## 4.1. Modelo hipotético para validação da modelagem

Para a validação da modelagem foi utilizado um modelo hipotético com uma escavação circular de 3 metros de diâmetro. O modelo possui duas famílias de fraturas ortogonais, nas direções horizontal e vertical, persistentes, e com espaçamento de 2 metros. A escavação possui uma cobertura de 30 metros, com nível d'agua localizado na superfície do maciço, e as propriedades utilizadas para a rocha sã e para as descontinuidades foram obtidas na literatura (Fernandez & Moon, 2010b; Belleza Villafuerte, 2016) e estão especificadas nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1. Propriedades dos materiais – blocos deformáveis

| Propriedades dos blocos    |                       |
|----------------------------|-----------------------|
| Massa específica (ρ)       | 2,7 g/cm <sup>3</sup> |
| Módulo de Young (E)        | 50 GPa                |
| Coeficiente de Poisson (v) | 0,2                   |

Tabela 2. Propriedades dos materiais - contatos

| Propriedades das descontinuidades e do fluido  |                        |  |
|--|------------------------|--|
| Espaçamento                                    | 2 m                    |  |
| Mergulho da família 1                          | 0°                     |  |
| Mergulho da família 2                          | 90°                    |  |
| Abertura inicial (a <sub>0</sub> )             | 0,3 mm                 |  |
| Rigidez normal (jkn)                           | 15,7 GPa/m             |  |
| Rigidez cisalhante (jks)                       | 1,57 GPa/m             |  |
| Ângulo de atrito (φ)                           | 45°                    |  |
| Coesão (C)                                     | 0                      |  |
| Módulo volumétrico da água (Kw)                | 2 GPa                  |  |
| Viscosidade dinâmica da água (μ <sub>w</sub> ) | 10 <sup>-3</sup> Pa.s  |  |
| Peso específico da água                        | 0,010 N/m <sup>3</sup> |  |

Para estas análises, os contornos laterais e inferior do modelo estão a uma distância de cinquenta vezes o diâmetro, em relação ao centro da escavação, baseado em estudos da literatura (Fernandez & Moon, 2010b; Su et al., 2017). A malha de diferenças finitas utilizada no modelo é formada por elementos triangulares de aproximadamente um metro de lado (Figura 20a) e foi refinada em uma região próxima à escavação onde os triângulos possuem aproximadamente 50 centímetros de lado (Figura 20b).

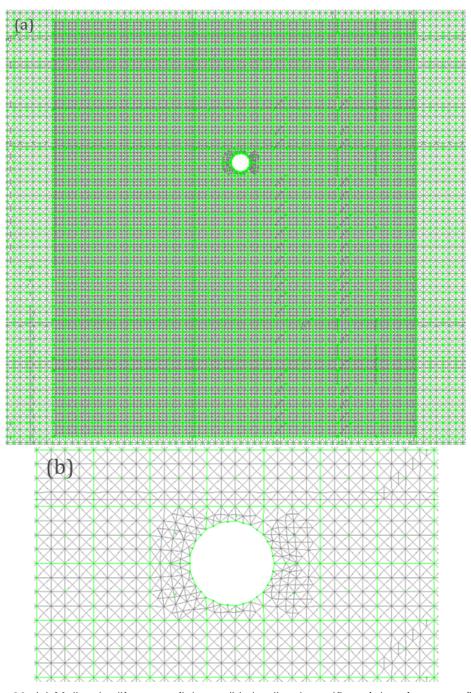


Figura 20. (a) Malha de diferenças finitas e (b) detalhe da região próxima à escavação, onde a malha foi refinada.

A seguir da discretização do meio, foram definidas as condições de contorno do problema e inicializadas as tensões *in situ*. Foi imposto ao bloco a condição oedométrica, impedindo assim, deslocamentos na direção horizontal em seus limites laterais. Como condição de contorno para a base do bloco, foi imposto deslocamento nulo tanto na direção vertical, quanto na direção horizontal. Além da definição do nível d'água no topo do modelo, foram impostas condições de contorno de fluxo nas laterais do bloco, representadas por tensões distribuídas de valor correspondente à poropressão na profundidade, seguindo o gradiente hidrostático. A Figura 21 ilustra as condições de contorno impostas e as tensões inicializadas nos blocos, correspondente à tensão vertical geostática e tensão horizontal de mesmo valor (K=1).

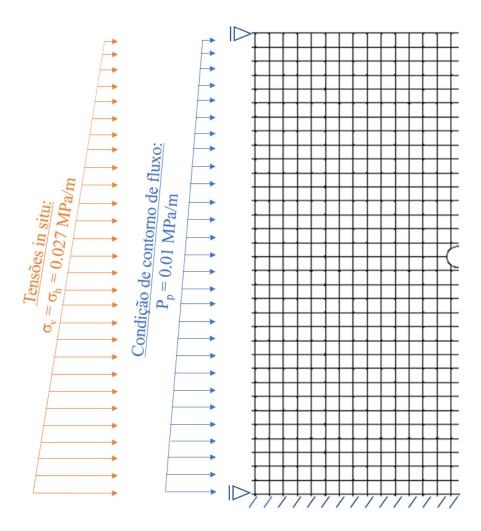


Figura 21. Tensões *in situ* e condições de contorno oedométrica e de fluxo, definidas em metade do bloco, considerando sua simetria.

O equilíbrio mecânico inicial do modelo é fundamental antes da simulação da escavação e é monitorado através do valor da máxima força atuante nos nós do modelo, também chamada de força desbalanceada. O equilíbrio é então monitorado pelo *software*, até que a máxima força desbalanceada seja uma fração muito pequena (1x10<sup>-5</sup>) das forças representativas que estão atuando no modelo. O gráfico na Figura 22 é um exemplo do monitoramento da força desbalanceada, indicando que o equilíbrio mecânico foi atingido. A partir do equilíbrio inicial, é feita a escavação do túnel e, nesta etapa, além do monitoramento da força desbalanceada, o fim da simulação é considerado somente quando é observada a estabilização das poropressões nas fraturas (Figura 23).

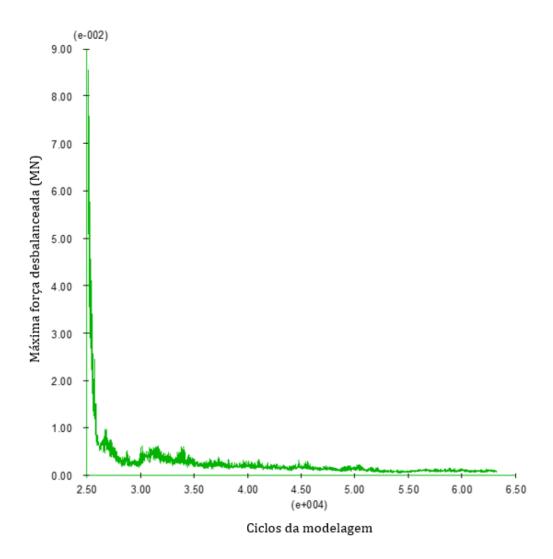


Figura 22. Exemplo de gráfico de máxima força desbalanceada *versus* ciclos computados, para monitoramento do equilíbrio mecânico do modelo.

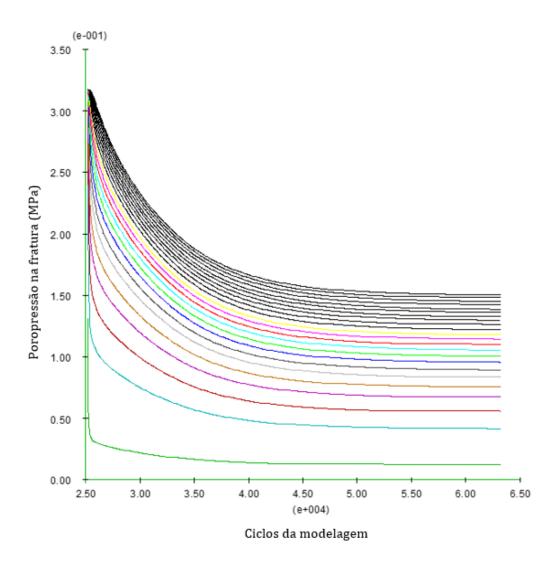


Figura 23. Exemplo de gráfico de monitoramento de valores de poropressão em fraturas ao longo da *spring-line versus* o número de ciclos computados.

Para validar os valores de tensões obtidos na simulação, foi utilizada a solução analítica de Kirsch, que é simplificada nas eq. (39) e (40) para a parede  $(\theta=0^{\circ})$  e teto  $(\theta=90^{\circ})$  da escavação. Para validação do problema de fluxo, a solução analítica descrita na eq. (13) foi utilizada.

$$\sigma_{(\theta=0^\circ)} = 3\sigma_v - \sigma_h \tag{39}$$

$$\sigma_{(\theta=90^\circ)} = 3\sigma_h - \sigma_v \tag{40}$$

# 4.2. Estudo de caso real dos túneis da ViaRio na cidade do Rio de Janeiro

O caso estudado encontra-se dentro do trecho de 13 quilômetros do Corredor Presidente Tancredo de Almeida Neves (Transolímpica) administrado pela Concessionária ViaRio S.A, legado dos Jogos Olímpicos de 2016. A obra, que foi um grande marco na mobilidade urbana da cidade do Rio de Janeiro, liga a Avenida Brasil ao Recreio e possui dois túneis por sentido no trecho operado pela concessionária (ViaRio, 2021). Os dados cedidos para este trabalho indicam a existência de duas famílias de fraturas com 10° e 123° de ângulo de mergulho (no sentido horário a partir da horizontal). As fraturas possuem espaçamento de um metro e não são persistentes, com comprimento médio de dez metros. A Figura 24 mostra a geometria dos túneis (14 metros de largura e 8 metros de altura) a serem estudados e a topografia do terreno. As tensões *in situ* e condições de contorno são semelhantes às do modelo anterior, exceto pelo nível d'água que, neste caso, está situado 5 metros abaixo da cota mais baixa do terreno. Os parâmetros da rocha intacta foram os mesmos utilizados no modelo hipotético e, no caso das descontinuidades, os parâmetros estão descritos na Tabela 3.

Tabela 3. Propriedades dos materiais – túneis ViaRio

| Propriedades de descontinuidades e fluido      |                       |  |
|--|-----------------------|--|
| Espaçamento                                    | 1 m                   |  |
| Mergulho da família 1                          | 10°                   |  |
| Mergulho da família 1                          | 123°                  |  |
| Abertura inicial (a <sub>0</sub> )             | 1 mm                  |  |
| Rigidez normal (jkn)                           | 5 GPa/m               |  |
| Rigidez cisalhante (jks)                       | 2 GPa/m               |  |
| Ângulo de atrito (φ)                           | 37°                   |  |
| Coesão (C)                                     | 0                     |  |
| Módulo volumétrico da água (Kw)                | 2 GPa                 |  |
| Viscosidade dinâmica da água (μ <sub>w</sub> ) | 10 <sup>-3</sup> Pa.s |  |
| Peso específico da água                        | 0,010 N/m³            |  |

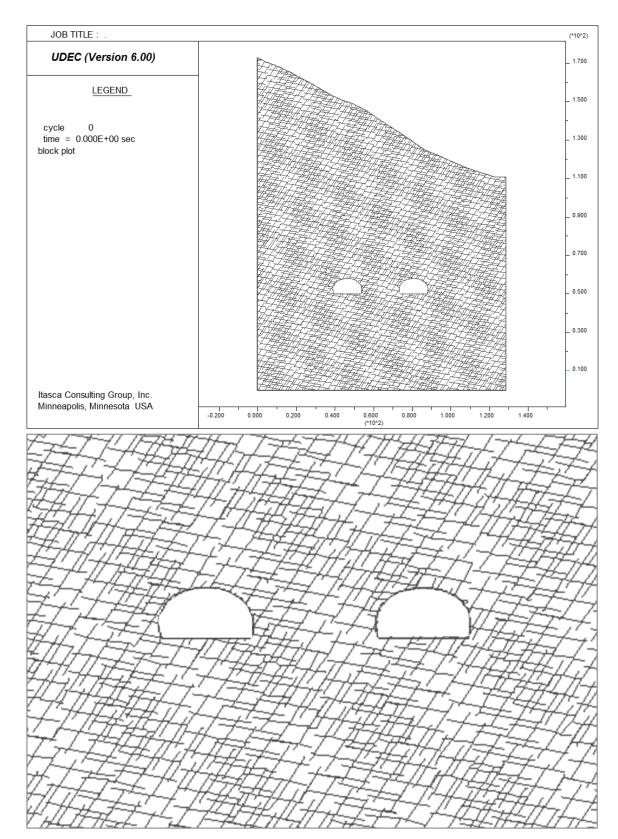


Figura 24. Geometria do problema para análise dos túneis da ViaRio.

#### 5 Resultados

#### 5.1. Modelo hipotético

A validação da modelagem, utilizando o caso hipotético, inicia-se pela verificação das tensões atuantes no teto e na parede da escavação em comparação com a solução analítica de Kirsch, descrita no item 2.2. Considerando valores de tensão horizontal  $(\sigma_x)$  e vertical  $(\sigma_y)$  iguais a 0,85 MPa, condizentes com a profundidade, a tensão tangencial à escavação no teto  $(\sigma_{\theta=90^{\circ}})$  e na parede  $(\sigma_{\theta=0^{\circ}})$  do túnel, calculadas pelas eq. (39) e (40), devem atingir o valor de 1,7 MPa.

As Figuras 25 e 26 mostram, respectivamente, os valores de tensões horizontais e verticais ao redor da escavação, obtidos na modelagem. É possível observar que as maiores variações de tensão ocorrem em um raio de influência correspondente a cinco vezes o raio da escavação. Conforme esperado, foi verificado o descarregamento das tensões horizontais nas regiões próximas às paredes da escavação (Figura 25) e o mesmo acontece com as tensões verticais nas regiões do teto e chão do túnel (Figura 26).

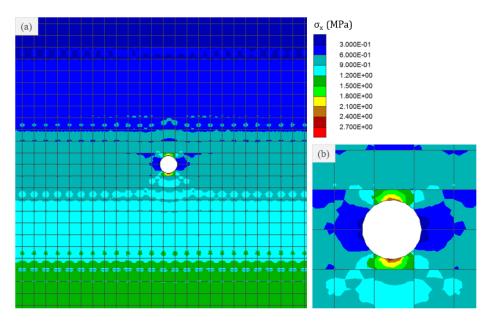


Figura 25. (a) Tensões horizontais atuando no modelo após a escavação, com detalhe (b) da região próxima à escavação.

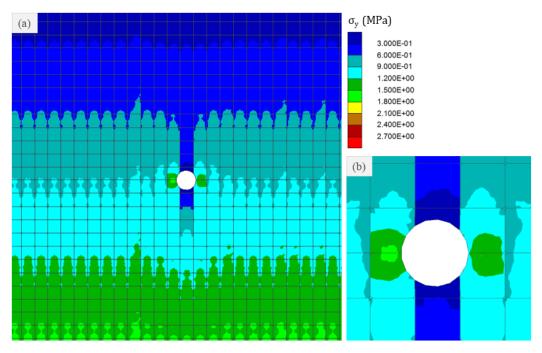


Figura 26. (a) Tensões verticais atuando no modelo após a escavação, com detalhe (b) da região próxima à escavação.

Foi verificado um valor de  $\sigma_x = 2,5$  MPa na região próxima ao chão da escavação e um valor de  $\sigma_y = 1,8$  MPa na região próxima à parede da escavação, ambos superiores ao valor calculado pela solução analítica. É importante ressaltar que, ao contrário das condições do caso analítico, o modelo numérico é descontínuo, possui um gradiente de tensão geostática crescente com a profundidade, a poropressão no interior das fraturas influencia na resposta do sistema e o modelo constitutivo utilizado permite a plastificação das fraturas. Estas diferenças entre as soluções analítica e numérica justificam a variação entre os resultados, o que também foi verificado no trabalho de Figueiredo et al. (2006).

As Figuras 27a e 27b mostram os valores de poropressão antes e depois da escavação, apontando para o efeito do fluxo gerado para o interior do túnel (Figura 27c), que diminui os valores de poropressão ao redor da escavação. Na Figura 28 é possível observar o fechamento das fraturas e a redução deste efeito ao afastar-se do túnel. Considerando uma região próxima à escavação, onde o fechamento das fraturas foi mais significativo, foi definida uma *lining-like zone* com raio correspondente a 2,2 vezes o raio da escavação, condizente com os valores observados em (Fernandez & Moon, 2010b), e onde foi constatada uma redução

média de 0,02 mm na abertura das fraturas. Esta redução é equivalente a uma diminuição de 13% na condutividade hidráulica do maciço nesta região.

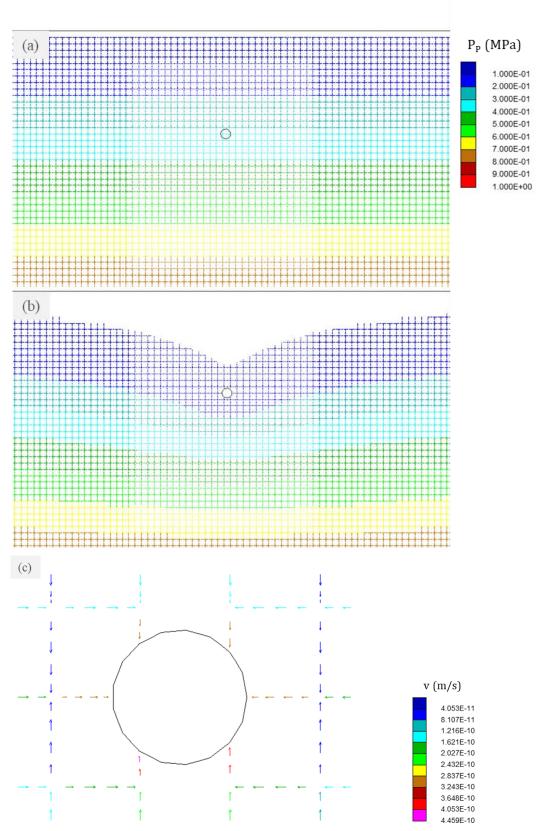


Figura 27. Poropressões (a) antes e (b) depois da escavação, e (c) vetores indicando fluxo para o interior do túnel.

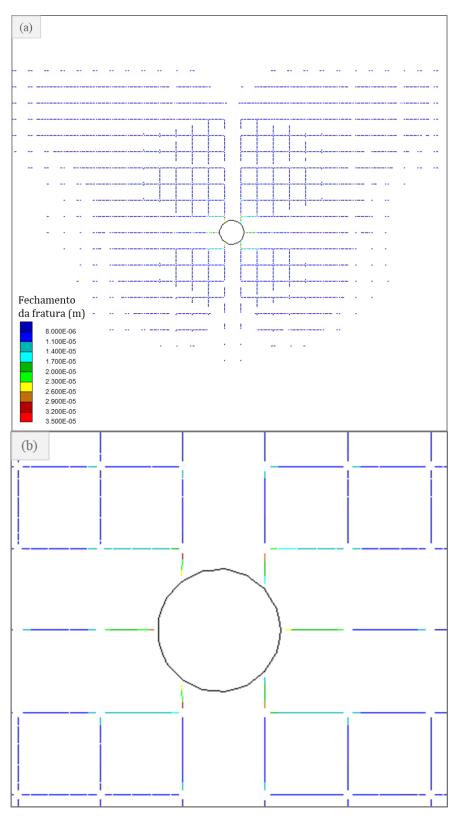


Figura 28. (a) Fechamento de abertura das fraturas, com detalhe (b) para a região próxima à escavação.

Para a simulação, ao invés do modelo básico do *software* que representa uma relação linear entre variação de tensão normal à fratura e fechamento de sua abertura, foi utilizado um modelo hiperbólico, descrito no trabalho de Fernandez & Moon (2010a) e conforme as eq. (3) e (4). Para a rigidez normal utilizada, a curva da relação hiperbólica está apresentada na Figura 29.

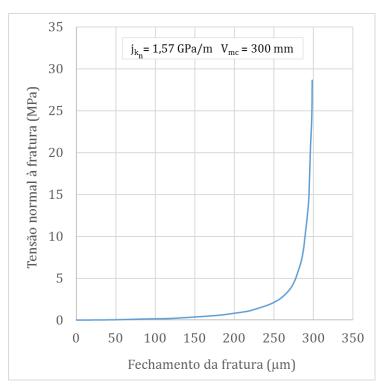


Figura 29. Relação hiperbólica entre tensão normal à fratura e fechamento de abertura.

Para validação do problema de fluxo no meio fraturado, foram calculados os valores de poropressão ao longo da chamada *spring-line*, utilizando a solução analítica descrita na eq. (13). Para os cálculos, foram consideradas diferentes razões entre a condutividade hidráulica da região afetada pela escavação (k<sub>L</sub>) e a do restante do maciço rochoso (k<sub>m</sub>), além de diferentes tamanhos para esta região afetada, representados pela razão b/a. A Figura 30 mostra que a solução numérica apresentou a mesma tendência das curvas obtidas com a solução analítica de Fernandez & Moon (2010a, b). As maiores variações observadas nas curvas analíticas estão relacionadas à redução da condutividade hidráulica da região afetada pela escavação, enquanto a variação do tamanho da região resultou em uma pequena diferença nas áreas mais afastadas do túnel, onde a poropressão tende a reestabelecer o valor hidrostático.

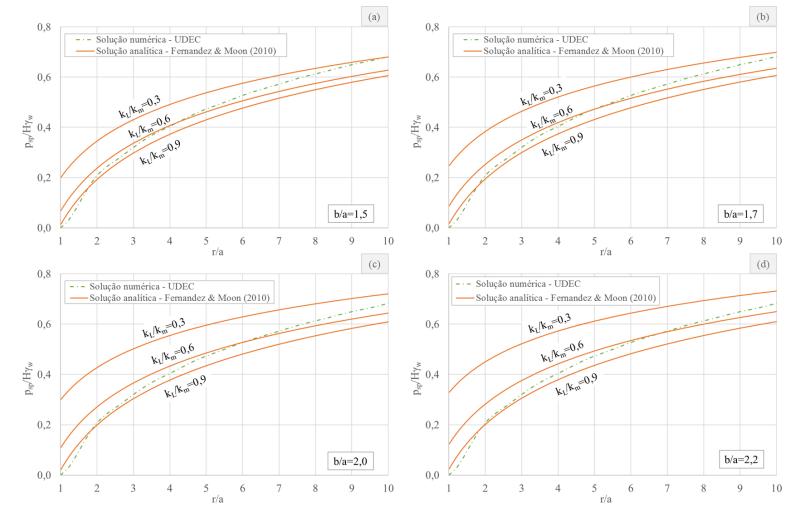


Figura 30. Comparação entre a distribuição de poropressão ao longo da spring-line obtidos na modelagem e na solução analítica.

Considerando os resultados da solução numérica, onde foi observada uma região com b/a=2,2 e razão k<sub>L</sub>/k<sub>m</sub> de aproximadamente 0,9, é possível verificar a semelhança entre a curva analítica com estes parâmetros e a curva obtida na solução numérica (Figura 30d). Para estas duas curvas, a comparação entre os resultados de distribuição de poropressão obtidos nas análises numérica e analítica foram similares ao observado por Fernandez & Moon (2010b). Os valores possuem semelhança dentro da área de influência da escavação (*lining-like zone*) e a partir desta região, a solução analítica passa a apresentar valores de poropressão até 12% inferiores aos obtidos na solução numérica. Uma explicação para isto deve-se ao fato da redução gradual do efeito de fechamento das fraturas ao afastar-se da escavação, conforme visto na simulação numérica (Figura 28a). Já na solução analítica, é considerada uma redução brusca de condutividade hidráulica na *lining-like zone* e um meio homogêneo e isotrópico ao redor desta região. Apesar das diferenças, a variação entre as duas soluções foi pequena e o modelo foi considerado validado do ponto de vista da simulação de fluxo.

### 5.2. Estudo de caso dos túneis da ViaRio

A influência da escavação na modificação das tensões horizontais (Figura 31a, b, e) e verticais (Figura 31c, d, f) do maciço rochoso fraturado aconteceu conforme verificado no modelo hipotético. A Figura 31c mostra a distribuição de tensões verticais na região próxima aos túneis após o equilíbrio inicial do modelo, com uma variação com a profundidade condizente com a topografia inclinada do terreno (Figura 24). O mesmo padrão inclinado não foi observado no caso das tensões horizontais nesta região (Figura 31a), visto que existe uma condição oedométrica no modelo. Considerando um raio equivalente de 5,5 metros para os túneis, já que estes não possuem uma geometria circular, foi possível analisar o raio de influência das escavações nas tensões do maciço rochoso.

Em relação às tensões horizontais, foi observado um raio de influência de aproximadamente 4 vezes o raio da escavação, ao redor de cada uma delas. Conforme esperado, as regiões próximas às paredes dos túneis tiveram um descarregamento da tensão horizontal (Figura 31e). A concentração de tensões

horizontais no teto da escavação foi mais pronunciada no túnel da esquerda, com uma variação de 2,5 MPa (antes da escavação) para 6,0 MPa (após a escavação). No chão das escavações, a concentração de tensões horizontais foi mais significativa em regiões um pouco mais afastada dos túneis, atingindo 8,7 MPa próximo à escavação da direita.

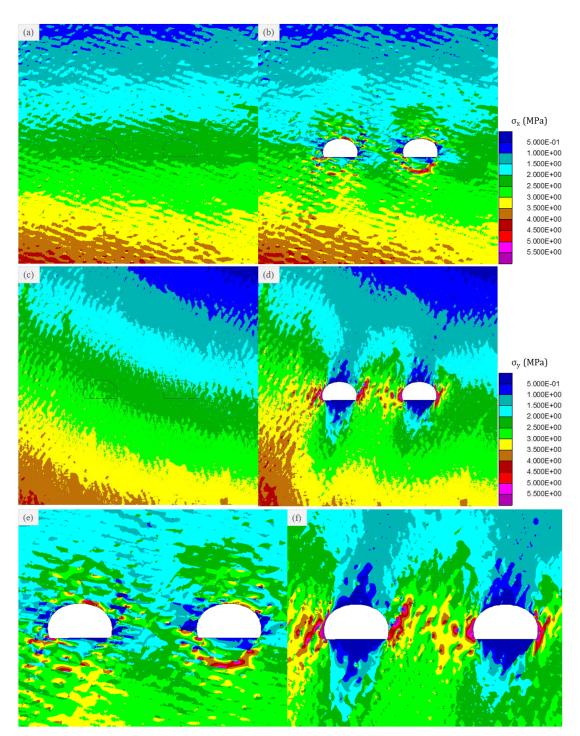


Figura 31. Tensões horizontais (a) antes e (b) depois da escavação, com (e) detalhe da região próxima aos túneis. Tensões verticais (c) antes e (d) depois da escavação com (f) detalhe da região próxima aos túneis.

O raio de influência observado para a modificação de tensões verticais foi um pouco maior, atingindo uma distância de 5 vezes o raio dos túneis, ao redor de cada uma das escavações (Figura 31d). O descarregamento observado no teto e no chão dos túneis está de acordo com o efeito esperado da modificação de tensões devido à escavação. Do mesmo modo, foi verificada a significativa concentração de tensões verticais nas paredes das escavações (Figura 31f), atingindo até 12,5 MPa no túnel da esquerda, que possui uma maior cobertura de rocha sobre a escavação. Estes valores elevados de tensões geradas no modelo podem ter sido causados pela superposição de efeito das duas escavações muito próximas no maciço.

A Figura 32 mostra os vetores de deslocamento nos blocos após as escavações, onde é possível observar a movimentação em direção ao interior dos túneis. Os maiores deslocamentos foram observados em alguns blocos isolados, de menores dimensões e, portanto, mais sujeitos a instabilidades. Ainda assim, estes deslocamentos não ultrapassaram a faixa de 3 mm.

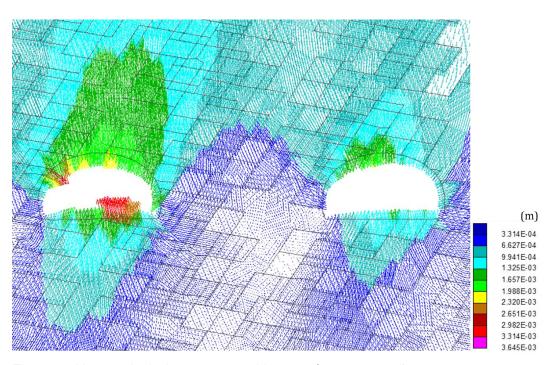


Figura 32. Vetores de deslocamento nos blocos após as escavações

A Figura 33 mostra o fechamento das fraturas ao redor das escavações, devido à modificação observada no campo de tensões do maciço rochoso. Este efeito de diminuição na abertura das fraturas vai se tornando gradualmente menor ao

distanciar-se das escavações, até uma distância de aproximadamente 5 vezes o raio das escavações.

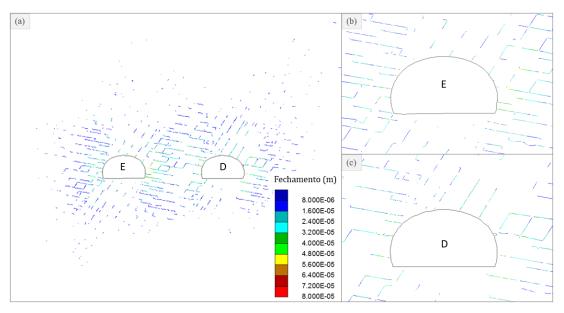


Figura 33. Fechamento da abertura das fraturas (a) ao redor das escavações, com (b, c) detalhes para as regiões próximas aos túneis da esquerda (E) e da direita (D).

Do ponto de vista de fluxo, os valores de poropressão nas fraturas do maciço rochoso, após o equilíbrio do modelo, possuíam uma distribuição com a profundidade de acordo com o gradiente hidrostático. Após a escavação, conforme o ocorrido no modelo hipotético, foi observada a redução da poropressão ao redor das escavações (Figura 34). A Figura 35 mostra a distribuição de poropressão, normalizada pelo valor hidrostático corresponde à profundidade, ao longo de uma linha horizontal que passa pelo centro da escavação para os túneis da esquerda (Figura 35a) e da direita (Figura 35b). É possível observar que as reduções mais significativas de poropressão ocorrem dentro da região delimitada por uma distância de 4 vezes o raio das escavações.

Para entender o efeito do fechamento das fraturas no fluxo no maciço, foi realizada a análise onde este fechamento de abertura das fraturas não foi permitido. Neste estudo, não foi percebida diferença significativa nem na distribuição de poropressões ao redor das escavações (Figura 36a), nem nos valores de vazão para o interior dos túneis (Figura 36b), comparado ao caso onde as fraturas se fecharam. Esta semelhança entre os dois casos pode ser explicada pelos valores baixos de

fechamento das fraturas (Figura 33), com pouco impacto no fluxo para este modelo estudado.

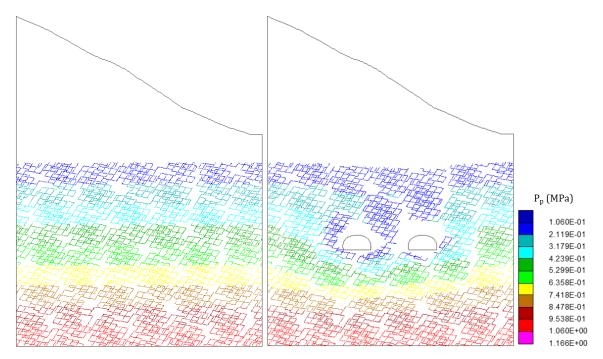


Figura 34. Efeito de redução da poropressão ao redor das escavações.

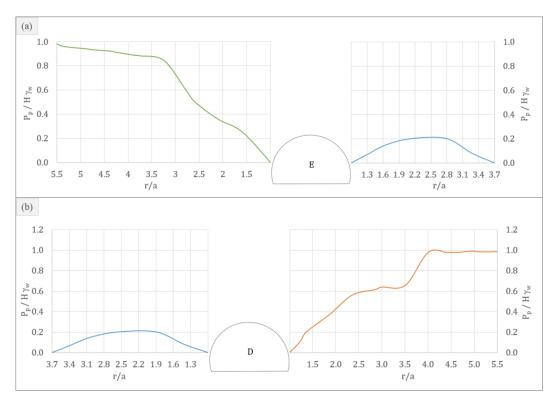


Figura 35. Distribuição de poropressão ao longo de uma linha horizontal passando pelo centro dos túneis (a) da esquerda e (b) da direita.

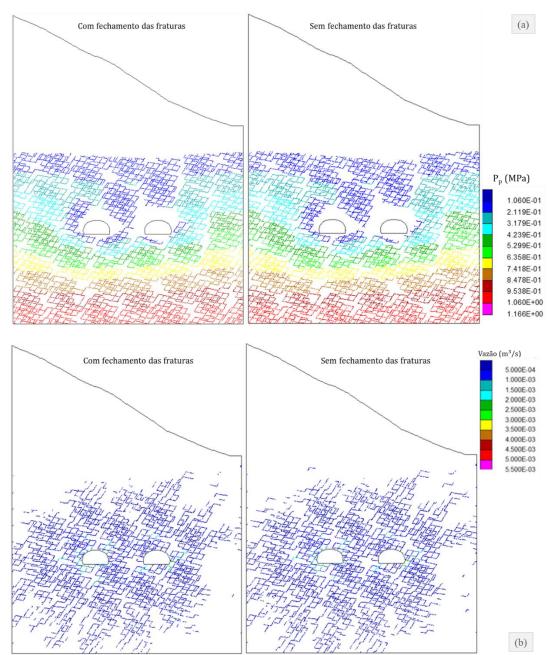


Figura 36. (a) Distribuição de poropressão ao redor da escavação e (b) vazões no maciço rochoso para os casos com e sem o fechamento das fraturas.

Considerando possíveis dificuldades no levantamento das propriedades do maciço rochoso, em especial das descontinuidades, e visando observar a influência que algumas variáveis exercem no resultado final das condições do maciço rochoso após as escavações, foi realizado um estudo paramétrico do problema. As propriedades variadas foram a abertura inicial, o espaçamento e a rigidez das fraturas do maciço, conforme a Tabela 4.

Tabela 4. Variáveis utilizadas nas análises paramétricas

| Propriedades das descontinuidades |                             |
|-----------------------------------|-----------------------------|
| a <sub>0</sub> (mm)               | 0,50                        |
|                                   | 1,00                        |
|                                   | 1,25                        |
| Espaçamento (m)                   | 0,50                        |
|                                   | 1,00                        |
| Rigidez (GPa/m)                   | $j_{kn}=1,00; j_{ks}=0,40$  |
|                                   | $j_{kn}=5,00; j_{ks}=2,00$  |
|                                   | $j_{kn}=10,00; j_{ks}=4,00$ |

A variação da rigidez das fraturas do modelo causou uma modificação no campo de tensões após a escavação, principalmente para o caso com os menores valores de rigidez normal e cisalhante (Figuras 37a, d), onde a área de influência dobrou de tamanho. Para os dois casos com as maiores rigidezes (Figuras 37b, c, e, f) o efeito da escavação nas tensões horizontais e verticais do maciço foi semelhante.

Em relação ao fechamento da abertura das descontinuidades, foi verificada a diminuição do raio de influência deste efeito conforme aumentou-se a rigidez das fraturas (Figura 38). Os valores máximos de fechamento obtidos também diminuíram com o aumento da rigidez, porém estes valores aconteceram isoladamente em pequenas extensões de algumas fraturas próximas à escavação. Considerando toda a área de influência, os valores mais frequentes de fechamento das fraturas encontram-se na faixa até 0,05 mm, mesmo com a variação de rigidez dos modelos. Sendo assim, a diminuição da poropressão ao redor das escavações não apresentou diferença significativa para os três casos de rigidezes diferentes. A Figura 39 exemplifica este resultado com a distribuição de poropressão ao longo da linha horizontal média na região próxima ao túnel da esquerda. É importante ressaltar que os resultados são também função da condição de contorno de fluxo utilizada, com a aplicação da poropressão nas laterais do modelo, que é a mesma para todos os casos.

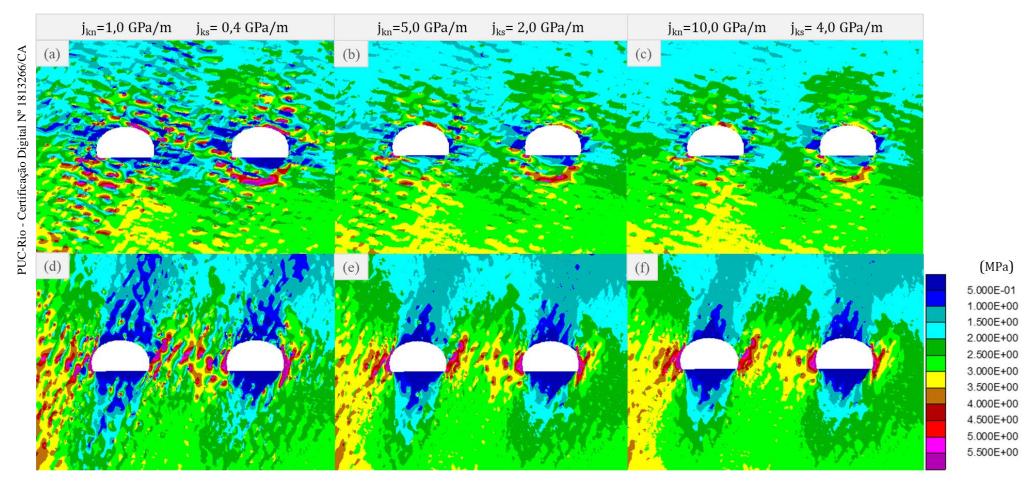


Figura 37. Tensões (a, b, c) horizontais e (d, e, f) verticais após a escavação, para diferentes valores de rigidez normal e cisalhante das fraturas.

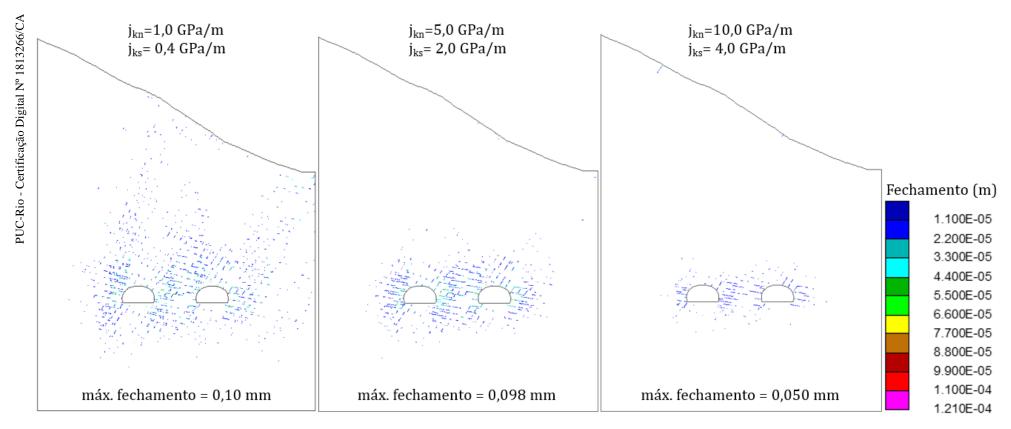


Figura 38. Valores de fechamento de abertura das fraturas para diferentes valores de rigidez normal e cisalhante.

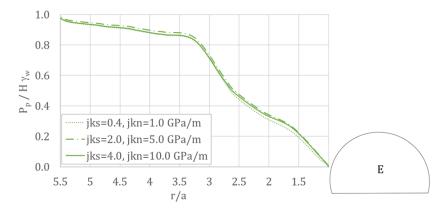


Figura 39. Distribuição de poropressão ao longo de uma linha horizontal passando pelo centro da escavação da esquerda, para diferentes valores de rigidez normal e cisalhante das fraturas.

No estudo paramétrico da abertura inicial das fraturas, a maior influência observada nos resultados foi em relação à vazão no interior das descontinuidades (Figura 40). Neste caso, o valor de abertura das fraturas após a escavação foi governado pela abertura inicial definida, uma vez que os fechamentos de abertura são semelhantes em todos os modelos. Sendo assim, além do aumento da área de influência, o aumento dos valores de vazão observados com o incremento de abertura das fraturas é condizente com a relação cúbica entre vazão e abertura presente no modelo de fluxo entre placas paralelas que representa este fenômeno.

A análise da vazão para o interior do túnel é uma componente importante do projeto de escavações em um maciço rochoso fraturado, influenciando por exemplo na escolha de um sistema de drenagem a ser utilizado. Neste sentido, as avaliações paramétricas ressaltam a importância do mapeamento da abertura das fraturas, que mostram ser, das variáveis estudadas, a mais influente neste aspecto. Em relação à distribuição de poropressão e às tensões no maciço após a escavação, não foram observadas diferenças significativas no estudo da variação de abertura inicial das fraturas para estes casos analisados.

Na mudança do espaçamento das fraturas de 1,0 metro para 0,5 metro, foi observado um descarregamento das tensões horizontais em uma área maior próximo às paredes dos túneis e o mesmo foi observado para as tensões verticais no teto das escavações (Figura 41). O padrão de deslocamentos no modelo também foi diferente para os dois casos, uma vez que o espaçamento das fraturas influencia na geometria e na quantidade de blocos e, consequentemente, na movimentação e interação entre eles (Figura 42).

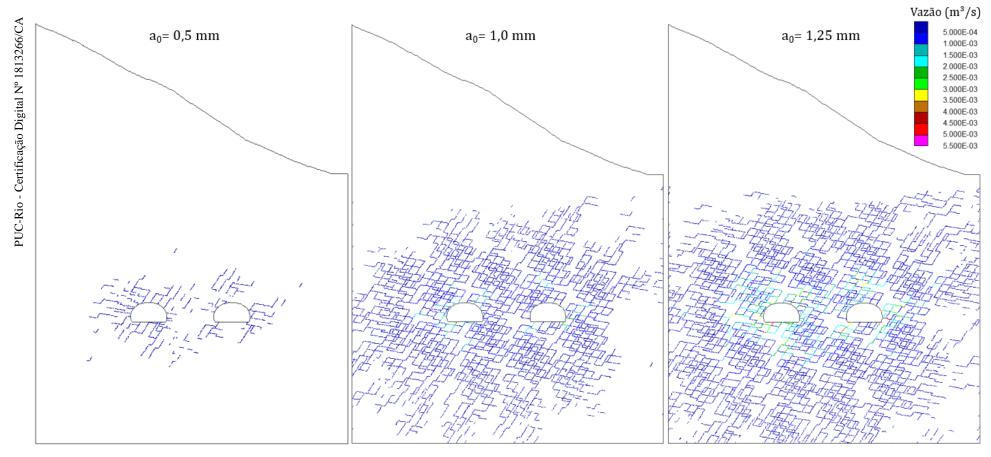


Figura 40. Vazão no interior das fraturas após a escavação, para diferentes valores de abertura inicial das descontinuidades do modelo.

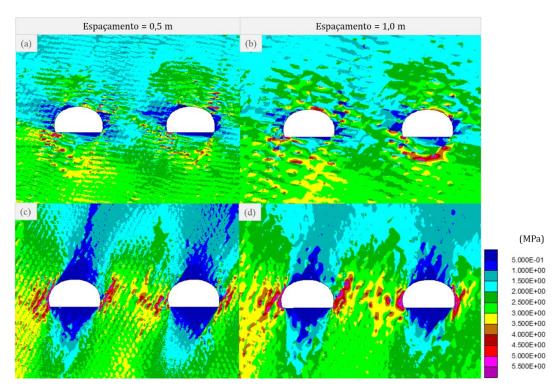


Figura 41. Tensões (a, b) horizontais e (c, d) verticais para dois casos diferentes de espaçamento das fraturas.

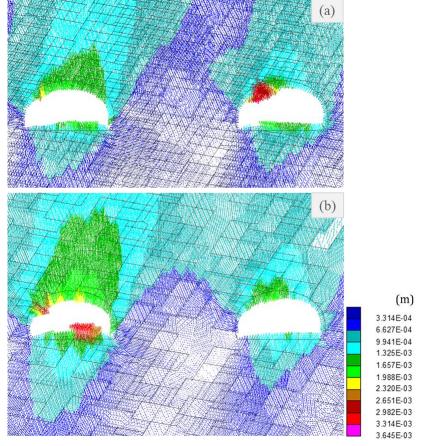


Figura 42. Vetores de deslocamento para os casos com espaçamento de (a)  $0.5~\mathrm{m}$  e (b)  $1.0~\mathrm{m}$ .

Em relação ao fluxo, a diminuição no espaçamento das fraturas não ocasionou mudança significativa na distribuição de poropressões (Figura 43), onde um máximo de 10% de diferença entre os dois modelos foi observado. No entanto, é importante ressaltar que a diminuição do espaçamento significa uma maior quantidade de fraturas intersectando a escavação. Assim, ainda que as magnitudes das vazões nas fraturas sejam parecidas nos dois casos, o modelo com menor espaçamento gera um fluxo mais acentuado para o interior dos túneis.

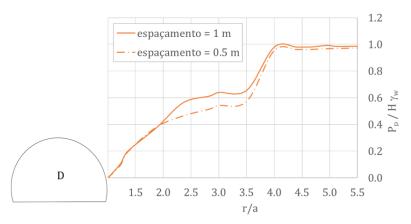


Figura 43. Distribuição de poropressão ao longo de uma linha horizontal passando pelo centro da escavação da direita, para dois valores de espaçamento das fraturas.

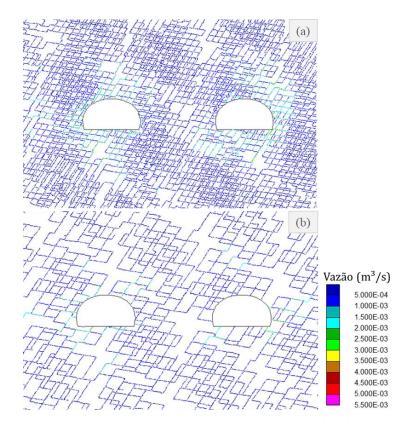


Figura 44. Vazões no maciço para o caso com espaçamento de (a) 0,5 m e (b) 1,0 m.

Por último, foi feita a análise considerando os menores valores de rigidez e abertura inicial, em conjunto. Os resultados estão mostrados na Figura 45, onde é possível observar que o fechamento das fraturas aconteceu conforme a análise feita na avaliação paramétrica de rigidez (Figura 38). Sendo o caso de menor rigidez o que apresentou maiores fechamentos de fratura, além de um maior raio de influência neste sentido, a combinação desta condição com o menor valor de abertura inicial levou ao resultado com o menor fluxo no maciço rochoso (Figura 45). Em relação à distribuição de poropressão ao redor das escavações, os resultados foram semelhantes às demais análises estudadas até então.

Em resumo, todos os estudos do caso real mostraram a queda nos valores de poropressão na região próxima às escavações, mesmo com o fechamento das fraturas e com a variação de alguns parâmetros importantes para o fluxo no maciço rochoso. Nas parametrizações analisadas, as principais influencias observadas foram:

- No campo de tensões pós-escavação e no fechamento de aberturas devido à variação na rigidez das descontinuidades;
- Nas vazões para o interior dos túneis, conforme variados os valores de abertura inicial das fraturas;
- No campo de tensões pós-escavação, nos deslocamentos dos blocos e nas vazões no maciço com a variação do espaçamento das fraturas.

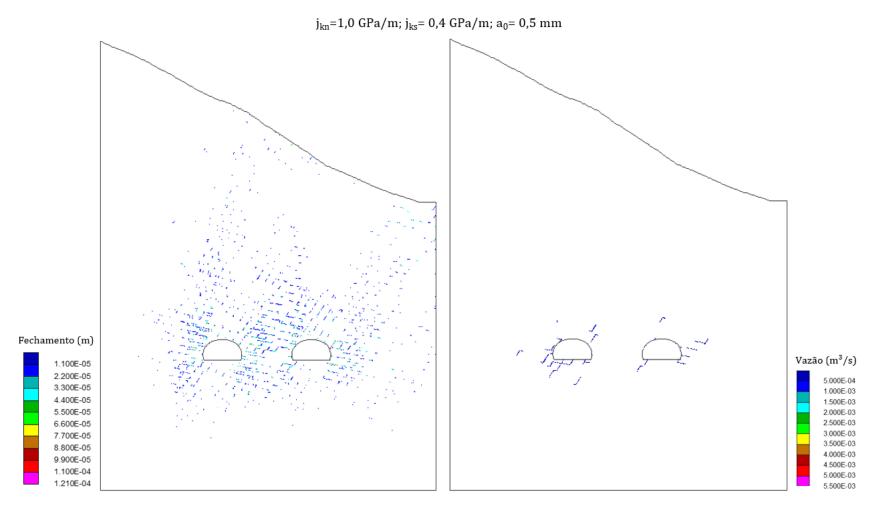


Figura 45. Fechamento das fraturas e vazão no maciço rochoso para a análise com combinação dos menores valores de rigidezes e abertura inicial das fraturas.

#### 6 Conclusões

Foi estudada neste trabalho a influência de escavações subterrâneas em maciços rochosos fraturados onde as fraturas estejam preenchidas de fluido, através da aplicação do método dos elementos discretos com acoplamento hidromecânico. Foi apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre o assunto e sobre a técnica de análise numérica utilizada, bem como os detalhes considerados nas simulações. Para validação da modelagem foi utilizado um modelo hipotético e os resultados foram comparados com a solução analítica de Kirsch. Para validação do problema de fluxo, foi utilizada uma solução analítica para escavações em meios fraturados que considera a redução da condutividade hidráulica do maciço rochoso em uma região ao redor da escavação. As simulações apresentaram valores coerentes com as soluções analíticas e seguiu-se com o estudo de caso real de dois túneis localizados em uma importante rodovia (ViaRio) da cidade do Rio de Janeiro.

Em todas as análises, incluindo o modelo hipotético e o estudo de caso real, foi observada a redução da poropressão no interior das fraturas situadas na região ao redor dos túneis. Esta resposta ocorre devido ao fluxo gerado em direção ao interior da escavação e foi observada em todos os casos de avaliação paramétrica dos túneis da ViaRio, mesmo com a variação dos valores de rigidez normal e cisalhante, abertura e espaçamento das descontinuidades do modelo.

Foi constatado no estudo de caso real que, mesmo para as menores rigidezes utilizadas, o fechamento das fraturas na região afetada pela escavação não foi suficiente para impedir a queda de poropressão ao redor dos túneis. Além disso, é importante ressaltar o efeito do espaçamento das fraturas, que influencia na geometria e quantidade de blocos, e também na quantidade de fraturas intersectando a escavação. O espaçamento, juntamente com a definição da abertura inicial das fraturas, mostraram uma influência importante nas vazões no interior das descontinuidades, apontando para a importância do devido mapeamento do maciço rochoso fraturado nos projetos de túneis com análise de fluxo.

#### 6.1. Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestões para trabalhos futuros propõe-se:

- No estudo de caso real, um mapeamento mais detalhado das descontinuidades.
- Simulações com condições de contorno de fluxo diferentes, para avaliação da variação da poropressão e da vazão relacionadas a diferentes hipóteses.
- Simulações com diferentes valores de K (razão entre as tensões efetivas horizontal e vertical).
- Aplicação de outros métodos para análise deste tipo de problema como, por exemplo, um método híbrido de elementos finitos e discretos.
- A inclusão da análise de fator de segurança do túnel, para avaliar o efeito da redução da poropressão na estabilidade da escavação;

#### Referências Bibliográficas

ALVAREZ, T.A.; CORDING, E.J.; MIKHAIL, R.A. Hydromechanical behavior of rock joints: A re-interpretation of published experiments. In: **Proceedings of the 35<sup>th</sup> US Symposium on Rock Mechanics**, p. 665-671, California/ Nevada, 1995.

BANDIS, S.C.; LUMSDEN, A.C.; BARTON, N.R. Fundamentals of Rock Joint Deformation. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, v.20, n.6, p. 249-268, 1983.

BANERJEE, P. K. **The boundary element methods in engineering**. London: McGraw-Hill Book Company, 1993. 496p.

BELLEZA VILLAFUERTE, C.R. Um estudo numérico da influência de propriedades mecânicas de descontinuidades no comportamento de túneis: estudo de caso na região Sudeste. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: 2016. 113p.

CUNDALL, P. A. A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems. In: **Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics**, Nancy, 1971.

CUNDALL, P. A.; HART, R. D. Numerical Modeling of Discontinua. In: **Comprehensive Rock Engineering – Principles, Practice and Projects**, v.2, Analysis and Design Methods, p. 231-243, Oxford: Pergamon, 1993.

CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. A discrete numerical model for granular assemblies. **Géotechnique**, v.29, n.1, p. 47–65, 1979a.

CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. The development of constitutive laws for soil using the distinct element method. In: **Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics**, Aachen, 1979b.

DAVIS, J. L. Finite difference methods in dynamics of continuous media. New York: Macmillan, 1986. 238p.

DE MELLO FRANCO, J.A. Hydraulic Pressures Acting Near the Boundary of Deep Tunnels, Excavated in Discontinuous Rock Masses. Master's Thesis of Engineering of the TU Graz and Montan Universität. Leoben, 2017. 24p.

FERNÁNDEZ, G.; ALVAREZ, T.A. Seepage-induced effective stresses and water pressures around pressure tunnels. **Journal of Geotechnical Engineering**, v.120, n.1, p. 108-128, 1994.

FERNANDEZ, G.; MOON, J. Excavation-induced hydraulic conductivity reduction around a tunnel – Part 1: Guideline for estimate of ground water inflow rate. **Tunneling and Underground Space Technology**, v.25, n.5, p. 560-566, 2010a.

FERNANDEZ, G.; MOON, J. Excavation-induced hydraulic conductivity reduction around a tunnel – Part 2: Verification of proposed method using numerical modeling. **Tunneling and Underground Space Technology**, v.25, n.5, p. 567-574, 2010b.

FIGUEIREDO, R.; VARGAS Jr, E.A.; FERREIRA, F.H. Estabilidade de poços em rochas carbonáticas intensamente fraturadas: um estudo paramétrico por elementos discretos. **IV Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas**, v.4, Curitiba, 2006.

GOODMAN, R. E. The mechanical properties of joints. In: **Proceedings of the Third Congress of ISRM**, v. 1A, p. 127-140, Denver, 1974.

GOODMAN, R.E. Introduction to Rock Mechanics. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 1989. 562p.

GOODMAN, R.E.; MOYE, D.G.; VAN SCHALKWYK, A.; JAVANDEL, I. **Groundwater inflows during tunnel driving**. Bull. Ass. Eng. Geologists, 1965.

HARR, M.E. **Groundwater and Seepage**. 1 ed. New York: Dover Publications, 1991. 315p.

HUANG, Z.; JIANG, Z.; ZHU, S.; WU, X.; YANG, L.; GUAN, Y. Influence of structure and water pressure on the hydraulic conductivity of the rock mass around underground excavations. **Engineering Geology**, v.202, p. 74-84, 2016.

HUDSON J.A.; HARRISON J. P. Engineering Rock Mechanics - an introduction to the principles. Oxford: Pergamon, 1997. 443p.

INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS (ISRM). Suggested methods for the quantitative description of discontinuities in rock masses. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, v.15, p. 319-368, 1978.

ITASCA CONSULTING GROUP INC. Universal Distinct Element Code User's Guide. 4 ed. Minneapolis, 2014.

JAEGER, J. C.; COOK, N. G. W.; ZIMMERMAN, R. W. Fundamentals of rock mechanics. 4 ed. Oxford: Blackwell Publishing, 2007. 475p.

JING, L.; STEPHANSSON, O. Fundamentals of Discrete Element Methods for Rock Engineering - Theory and Applications. 1 ed. Oxford: Elsevier, 2007. 538p.

PANITZ, J. S. P. Desenvolvimento e Implementação de Metodologias para a Determinação da Deformabilidade e Tensões em Maciços Gnáissicos. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2007. 150p.

PRESS, F.; SIEVER, R.; GROTZINGER, J.; JORDAN, T.H. **Para entender a Terra**. Tradução de Rualdo Menegat e equipe. 6 ed. Porto Alegre: Bookman, 2006. 656p.

SHI, G. Discontinuous deformation analysis – a new numerical model for statics and dynamics of block systems. Ph.D. Thesis, University of California. Berkeley, 1988.

SNOW, D.T. Fundamentals and in situ determination of hydraulic conductivity. In: **Proceedings of the Symposium on Percolation Through Fissured Rock**, Stuttgart, 1972.

SU, K.; ZHOU, Y.; WU, H.; SHI, C.; ZHOU, L. An Analytical Method for Groundwater Inflow into a Drained Circular Tunnel. **Groundwater**, v.55, n.5, p.712-721. 2017.

TAYLOR, D.W. **Fundamentals of Soil Mechanics**. 1 ed. New York: John Wiley & Sons, 1948. 700p.

VIARIO. Concessionária ViaRio S.A. Desenvolvido por Uk Design. Apresenta notícias e informações sobre a concessionária. Disponível em: <a href="https://viario.com.br/index.php">https://viario.com.br/index.php</a>. Acesso em: 21 mar. 2021.

WITHERSPOON, P.A.; WANG, J. S. Y.; IWAI, K.; GALE, J.E. Validity of Cubic Law for Fluid Flow in a Deformable Rock Fracture. **Water Resources Research**, v.16, n.6, p. 1016-1024, 1980.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method - Volume 1: The Basis**. 5 ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. 689p.