



Vitor dos Santos Albuquerque

**Recalque de adensamento primário devido a
carregamento linearmente crescente no tempo**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Celso Romanel

Rio de Janeiro
Março de 2021



Vitor dos Santos Albuquerque

**Recalque de adensamento primário devido a
carregamento linearmente crescente no tempo**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Celso Romanel

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Profa. Kátia Vanessa Bicalho

Departamento de Engenharia Civil – UFES

Raphael Felipe Carneiro

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, da orientadora e da universidade.

Vitor dos Santos Albuquerque

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade do Estado do Amazonas – UEA em 2017. Ingressou no mestrado em Geotecnia pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 2019, atuando na linha de pesquisa de Geomecânica Computacional.

Ficha Catalográfica

dos Santos Albuquerque, Vitor

Recalque de adensamento primário devido a carregamento linearmente crescente no tempo /Vitor dos Santos Albuquerque; orientador: Celso Romanel. – 2021.

208 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2021.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Adensamento primário. 3. Carregamento linear no tempo. 4. Drenos verticais. I. Romanel, Celso. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III. Título.

CDD:624

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por iluminar meu caminho e me abençoar com realizações diárias.

Aos meus pais Antônio e Zenilda, pelo auxílio em todas as horas e dedicação para que este objetivo pudesse ser concluído. Aos meus irmãos Márcio, Ricardo e Vinícius, pelo bons momentos e amizade.

Ao meu orientador, Professor Celso Romanel, pela orientação e conhecimentos transmitidos. Meu muito obrigado.

Ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio e aos professores do Mestrado de Geotecnia, pelos conhecimentos transmitidos.

Aos amigos da PUC-Rio, pelos bons momentos compartilhados.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Albuquerque, Vitor; Romanel, Celso (Orientador). **Recalque de adensamento primário devido a carregamento linearmente crescente no tempo**. Rio de Janeiro, 2021. 208p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O método empírico de Terzaghi (1943) para cálculo do recalque de adensamento primário com carregamento dependente do tempo é comparado com dois métodos propostos nesta pesquisa: o primeiro, baseado na alteração da fração de tempo em que cada incremento de carregamento é aplicado de forma instantânea, e o segundo mantendo a proposta inicial de Terzaghi (1943), porém realizando reduções percentuais do grau médio de adensamento para o período de construção e obtendo novas frações de tempo para o período pós-construção. Os resultados mostram que com a adoção das frações de tempo, apresentadas em tabelas, a diferença entre os valores do grau médio de adensamento determinados pelas curvas teórica e empírica varia entre 1,50% a 3,50%, dependendo das condições iniciais de excesso de poropressão. O segundo método, mais exato, apresenta diferenças menores, com ambas as curvas praticamente sobrepostas. Adicionalmente, outras duas soluções alternativas são investigadas considerando o carregamento em degraus e discretizado. Uma solução matemática rigorosa também é apresentada para representar o problema de adensamento com drenos verticais, considerando a hipótese de deformações livres. Uma comparação com a solução proposta por Olson (1977), fundamentada no conceito de deformações iguais, mostra que a hipótese de deformações iguais subestima o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão entre 1,15% a 4,84%, e que essa diferença tende a diminuir para tempos de construção elevados. Finalmente, soluções para fluxo vertical e radial combinados também são obtidas, considerando a hipótese de deformações livres e a formulação proposta por Carrillo (1942).

Palavras-chave

Adensamento primário; carregamento linear; drenos verticais.

Abstract

Albuquerque, Vitor; Romanel, Celso (advisor). **Primary consolidation settlement due to ramp loading**. Rio de Janeiro, 2021. 208p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Terzaghi's (1943) empirical method for calculating primary consolidation settlement due to ramp loading is compared with two methods proposed in this research: the first one, based on changing the fraction of time in which each loading increment is applied instantly, and the second keeping Terzaghi's initial proposal (1943), but making reductions in the average degree of consolidation for the construction period and determining new fractions of time for the post-construction period. The results show that with the hypothesis of time fractions, the difference between the values of the average degree of consolidation determined by the theoretical and empirical curves varies between 1.50% to 3.50%, depending on the initial conditions of excess poropressure. The second method is even more accurate with both curves practically overlapping. Additionally, two other alternative solutions are investigated considering step and discretized loadings. A rigorous mathematical solution is also presented to represent the consolidation problem with vertical drains, considering the hypothesis of free deformations. A comparison with the solution proposed by Olson (1977), based on the concept of equal deformations, shows that the hypothesis of equal deformations underestimates the average degree of consolidation between 1.15% to 4.84%, and this difference tends to decrease for long construction periods. Finally, solutions for the vertical and radial flow combined is also obtained, considering the hypothesis of free deformations and the formulation proposed by Carrillo (1942).

Keywords

Primary consolidation; ramp loading; vertical drains.

Sumário

1	Introdução	21
1.1.	Objetivo da pesquisa	22
1.2.	Estrutura da dissertação	23
2	Adensamento primário com carregamento instantâneo	24
2.1.	Drenagem vertical	24
2.1.1.	Introdução	24
2.1.2.	Teoria do adensamento primário de Terzaghi	25
2.1.2.1.	Equação do adensamento de Terzaghi	26
2.1.2.2.	Solução matemática para equação do adensamento 1D	30
2.1.3.	Quantificação do adensamento	35
2.1.3.1.	Introdução	35
2.1.3.2.	Discussão a respeito do fator tempo T_v	37
2.2.	Drenagem radial	42
2.2.1.	Introdução	42
2.2.2.	Adensamento primário 1D com drenos verticais	43
2.2.2.1.	Equação do adensamento primário: drenagem radial	44
2.2.2.2.	Solução de Barron (1948) para drenagem radial - deformações verticais livres	47
2.2.2.3.	Solução de Barron (1948) para drenagem radial - deformações verticais iguais	49
2.2.2.4.	Solução de Barron (1948) para drenagem radial com efeito smear - deformações verticais iguais	50
2.2.2.5.	Solução de Hansbo (1981) para drenagem radial com efeito smear e resistência do dreno – deformações verticais iguais	50
2.3.	Drenagem vertical e radial combinadas	52
3	Adensamento primário com carregamento dependente do tempo	53

3.1.	Drenagem vertical	53
3.1.1.	Introdução	53
3.1.2.	Métodos para análise de carregamento linearmente crescente no tempo	54
3.1.2.1.	Terzaghi (1943)	54
3.1.2.2.	Shiffman (1958,1960)	55
3.1.2.3.	Olson (1977)	61
3.1.2.4.	Zhu e Yin (1998)	63
3.1.2.5.	Hanna et al. (2013)	66
3.1.2.6.	Lovisa (2012)	69
3.1.2.7.	Método da subdivisão em carregamento instantâneos	71
3.1.2.8.	Carneiro et al. (2021)	72
3.2.	Drenagem radial	75
3.2.1.	Introdução	75
3.2.2.	Métodos para análise de carregamento linearmente crescente no tempo	76
3.2.2.1.	Solução de Shiffman (1958, 1960)	76
3.2.2.2.	Solução de Olson (1977)	81
3.3.	Drenagem vertical e radial combinadas	82
3.3.1.	Introdução	82
3.3.2.	Métodos para análise de carregamento linearmente crescente no tempo	83
3.3.2.1.	Solução de Zhu e Yin (2001)	83
3.3.2.2.	Solução de Zhu e Yin (2004)	86
4	Revisitando o adensamento com drenagem vertical e carregamento dependente do tempo	90
4.1.	Excesso inicial de poropressão	90
4.1.1.	Excesso inicial de poropressão uniforme	90
4.1.2.	Excesso inicial de poropressão linear com a profundidade	93
4.2.	A hipótese de carregamento dependente do tempo de Terzaghi (1943) revisitada	105
4.2.1.	Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem simples	105

4.2.2.	Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem dupla	118
4.2.3.	Excesso inicial de poropressão linear, drenagem simples, contorno impermeável na base da camada	128
4.2.4.	Excesso inicial de poropressão linear, drenagem simples, contorno impermeável na base da camada	137
4.3.	Método da subdivisão em carregamento instantâneos	146
4.4.	Carregamento discretizado	148
5	Uma nova abordagem para o adensamento com drenagem radial e carregamento dependente do tempo	152
5.1.	Drenagem radial	152
5.1.1.	Hipótese de deformações livres	152
5.2.	Drenagem vertical e radial simultâneas	166
5.2.1.	Carregamento linear no tempo com variação do excesso inicial de poropressão e das condições de drenagem	166
5.2.1.1.	Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem simples	166
5.2.1.2.	Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem dupla	171
5.2.1.3.	Excesso inicial de poropressão linear com a base da distribuição junto ao contorno permeável – drenagem simples	174
5.2.1.4.	Excesso inicial de poropressão linear com a base da distribuição junto ao contorno impermeável – drenagem simples	179
6	Conclusões e sugestões	184
	Referências bibliográficas	189
	Apêndice I – Drenos verticais	195
I.1.	Drenos verticais pré-fabricados	195
I.2.	Propriedades de drenos verticais	196
I.2.1.	Diâmetro da zona de influência	196

I.2.2.	Diâmetro equivalente de drenos pré-fabricados	197
I.2.3.	Capacidade de descarga	199
I.3.	Fatores que influenciam a eficiência de drenos verticais	200
I.3.1.	Efeito <i>smear</i>	200
I.3.2.	Tamanho e forma do mandril	202
I.3.3.	Procedimento de instalação	202
I.3.4.	Resistência do dreno	203
	Apêndice II – Equação de Bessel	205
	Apêndice III – Autovalores $\mu_1-\mu_5/\lambda_1-\lambda_5$ para diversos valores de N	208

Lista de figuras

Figura 2.1 – Fluxo através de um elemento infinitesimal de solo (adapt. Braja, 2008)	26
Figura 2.2 – Relação linear assumida entre a variação do índice de vazios e a variação da tensão vertical efetiva (adapt. de Taylor, 1948)	29
Figura 2.3 – Curvas de grau médio de adensamento para drenagem simples e dupla em função do fator tempo definido pela espessura da camada H (Autor, 2021)	37
Figura 2.4 – Curva de grau médio de adensamento para drenagem simples e dupla em termos do fator tempo definido pela espessura de drenagem H_d (Autor, 2021)	38
Figura 2.5 – Curva de grau médio de adensamento para drenagens simples e dupla em termos do fator tempo tradicional (Autor, 2021)	39
Figura 2.6 – Curva de grau médio de adensamento para drenagens simples e dupla em termos do fator tempo alternativo (Autor, 2021)	40
Figura 2.7– Relação entre U_v e T_v para diversas condições iniciais de excessos de poropressão (Autor, 2021)	42
Figura 2.8 – Representação de elemento infinitesimal do solo em coordenadas cilíndricas (Autor, 2021)	45
Figura 2.9 – Geometria e condições de contorno para adensamento considerando fluxo radial (adaptado de Zhu e Yin, 2004)	47
Figura 2.10 – Variação do grau de adensamento U_r com o fator tempo T_r no caso de deformações livres (Braja, 2008)	48
Figura 2.11 – Variação do grau de adensamento U_r com o fator tempo T_r no caso de deformações iguais (adaptado de Barron, 1948)	49
Figura 3.1 – Método gráfico da construção da curva tempo - grau de adensamento para carregamento linearmente crescente no tempo (adaptado de Terzaghi, 1943)	50
Figura 3.2 – Diagrama de carregamento versus tempo (Shiffman, 1960)	55

Figura 3.3 – Diagrama u_p / u_0 versus fator tempo para determinação do excesso de poropressão na profundidade normalizada z/H (adaptado de Shiffman, 1960)	59
Figura 3.4 – Diagrama u_p / u_0 versus profundidade normalizada para determinação do excesso de poropressão no fator tempo T_v (adaptado de Shiffman, 1960)	60
Figura 3.5 – Diagrama de carregamento versus tempo (Olson, 1977)	61
Figura 3.6 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c (adaptado de Olson, 1977)	63
Figura 3.7 – Variação da tensão total com o a) tempo; b) profundidade. Os valores $\sigma_{top}(t)$ e $\sigma_{bottom}(t)$ são os incrementos no topo e na base da camada, respectivamente, no tempo t (Zhu e Yin, 1998)	63
Figura 3.8 – Gráfico $T_v - U_1$ para tensão vertical total dependente da profundidade e variável no tempo (adaptado de Zhu e Yin, 1998)	66
Figura 3.9 – Gráfico $T_v - U_2$ para tensão vertical total dependente da profundidade e variável no tempo (adaptado de Zhu e Yin, 1998)	66
Figura 3.10 – Discretização do carregamento aplicado em incrementos infinitesimais (adaptado de Hanna, 2013)	67
Figura 3.11 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c , considerando a) drenagem simples e b) drenagem dupla (adaptado de Lovisa, 2012)	70
Figura 3.12 – Subdivisão do carregamento dependente do tempo em carregamentos instantâneos (Autor, 2021)	71
Figura 3.13 – Esquema de cálculo para $t > t_c$. (adptado de Carneiro et al., 2021)	72
Figura 3.14 – Influência do período de construção na previsão do grau médio de adensamento ao final do período de construção para carregamentos lineares no tempo. (adaptado de Carneiro et al., 2021)	74
Figura 3.15 – Parâmetro geométrico $F_1(n,s)$ – parâmetro de razão do efeito smear (Shiffman, 1960)	78
Figura 3.16 – Parâmetro geométrico $F_1(n,s)$ – parâmetro de razão do dreno (Shiffman, 1960)	78
Figura 3.17 – Parâmetro geométrico $F_2(n,s)$ – parâmetro de razão do efeito smear (Shiffman, 1960)	79

Figura 3.18 – Parâmetro geométrico $F_2(n,s)$ – parâmetro de razão do dreno (Shiffman, 1960)	79
Figura 3.19 – Parâmetro geométrico $G(n,s)$ – parâmetro de razão do dreno (Shiffman, 1960)	80
Figura 3.20 – Parâmetro geométrico $G(n,s)$ – parâmetro de razão do efeito smear (Shiffman, 1960)	80
Figura 3.21 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $s = 1$, $n = 5$, $n = 10$ (adaptado de Olson, 1977)	82
Figura 3.22 – Geometria e condições de contorno no estado axissimétrico (Zhu e Yin, 2001)	83
Figura 3.23 – Variação da tensão vertical total (Zhu e Yin, 2001)	84
Figura 3.24 – Geometria e condições de contorno para adensamento considerando fluxo radial (adaptado de Zhu e Yin, 2004)	86
Figura 4.1 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c considerando drenagem dupla (Autor, 2021)	92
Figura 4.2 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c considerando drenagem simples (Autor, 2021)	93
Figura 4.3 – Variação da tensão total com a profundidade e o tempo – drenagem simples (Autor, 2021)	95
Figura 4.4 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – Drenagem simples (Autor, 2021)	97
Figura 4.5 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – drenagem simples (Autor, 2021)	97
Figura 4.6 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2020)	99
Figura 4.7 – Variação da tensão total após o término do período de construção (adaptado de Zhu e Yin, 1998)	100
Figura 4.8 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a primeira parcela da Eq. (4.26) e a Eq. (3.37) (Autor, 2021)	101
Figura 4.9 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a segunda parcela da Eq. (4.26) e	

a Eq. (3.38) (Autor, 2021)	102
Figura 4.10 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a Eq. (4.26) e a Eq. (3.36) (Autor, 2021)	103
Figura 4.11 – Variação da tensão total após o término do período de construção (Autor, 2021)	103
Figura 4.12 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a segunda parcela da Eq. (4.26) e a Eq. (3.38) (Autor, 2021)	104
Figura 4.13 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a Eq. (4.26) e a Eq. (3.36) (Autor, 2021)	104
Figura 4.14 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamentos instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)	109
Figura 4.15 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamentos instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)	109
Figura 4.16 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)	110
Figura 4.17 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)	110
Figura 4.18 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)	111
Figura 4.19 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (adaptado de Hanna et al., 2013)	112
Figura 4.20 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	113
Figura 4.21 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	113
Figura 4.22 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	117
Figura 4.23 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	117
Figura 4.24 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	118

Figura 4.25 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	118
Figura 4.26 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	122
Figura 4.27 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	122
Figura 4.28 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	122
Figura 4.28 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	122
Figura 4.29 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	123
Figura 4.30 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)	123
Figura 4.31 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	127
Figura 4.32 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	127
Figura 4.33 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	127
Figura 4.34 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	128
Figura 4.35 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	131
Figura 4.36 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	131
Figura 4.37 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	131
Figura 4.38 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	132
Figura 4.39 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)	132
Figura 4.40 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	136

Figura 4.41 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	136
Figura 4.42 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	136
Figura 4.43 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	137
Figura 4.44 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	140
Figura 4.45 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	140
Figura 4.46 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	140
Figura 4.47 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	141
Figura 4.48 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)	141
Figura 4.49 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	145
Figura 4.50 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	145
Figura 4.51 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	145
Figura 4.52 – Curvas $T_v - U_v$ para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)	146
Figura 4.53 – Comparação entre as curvas empírica e teórica – carregamento infinito, drenagem simples (Autor, 2021)	147
Figura 4.54 – Comparação entre as curvas empírica e teórica – carregamento infinito, drenagem dupla (Autor, 2021)	147
Figura 4.55 – Comparação entre as curvas empírica e teórica – carregamento triangular com a base junto ao contorno superior, drenagem simples (Autor, 2021)	148
Figura 4.56 – Comparação entre as curvas empírica e teórica –	

carregamento triangular com a base junto ao contorno inferior, drenagem simples (Autor, 2021)	148
Figura 4.57 – Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento infinito, drenagem simples (Autor, 2021)	150
Figura 4.58 – Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento infinito, drenagem dupla (Autor, 2021)	150
Figura 4.59 – Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento triangular com a base junto ao contorno superior, drenagem simples (Autor, 2021)	151
Figura 4.60 – Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento triangular com a base junto ao contorno inferior, drenagem simples (Autor, 2021)	151
Figura 5.1 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=5$ (Autor, 2021)	164
Figura 5.2 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=10$ (Autor, 2021)	164
Figura 5.3 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=20$ (Autor, 2021)	165
Figura 5.4 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=50$ (Autor, 2021)	166
Figura 5.5 – Curvas $T - U$ para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 0$ (Autor, 2021)	170
Figura 5.6 – Curvas $T - U$ para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-4}$ (Autor, 2021)	170
Figura 5.7 – Curvas $T - U$ para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-2}$ (Autor, 2021)	171
Figura 5.8 – Curvas $T - U$ para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 0$ (Autor, 2021)	173
Figura 5.9 – Curvas $T - U$ para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-4}$ (Autor, 2021)	174
Figura 5.10 – Curvas $T - U$ para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-2}$ (Autor, 2021)	174

Figura 5.11 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e L = 0 (Autor, 2021)	177
Figura 5.12 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e L = 1×10^{-4} (Autor, 2021)	178
Figura 5.13 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e L = 1×10^{-3} (Autor, 2021)	178
Figura 5.14 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e L = 1×10^{-2} (Autor, 2021)	179
Figura 5.15 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e L = 0 (Autor, 2021)	182
Figura 5.16 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e L = 1×10^{-4} (Autor, 2021)	182
Figura 5.17 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e L = 1×10^{-2} (Autor, 2021)	183
Figura I.1 – Configuração de instalação de drenos (Sathananthan, 2005)	195
Figura I.2 – Instalação de drenos pré-fabricados (www.geossintec.com.br/service/cravacao-de-geodreno)	196
Figura I.3 – Configuração de instalação de drenos (Craig, 2004)	197
Figura I.4 – Configuração de um dreno pré-fabricado e conversão para uma seção circular equivalente (adaptado de Sathananthan, 2005)	197
Figura I.5 – Diâmetro equivalente de drenos pré-fabricados em forma de fita (adaptado de Sathananthan, 2005)	199
Figura I.6 – Aproximação da zona perturbada ao redor do mandril (adaptado de Sathananthan, 2005)	203
Figura II.1 – Funções de Bessel de primeira espécie, de ordem 0 a 4 (Autor, 2021)	207
Figura II.2 – Funções de Bessel de segunda espécie, de ordem 0 a 4 (Autor, 2021)	207

Lista de quadros

Quadro 4.1 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	107
Quadro 4.2 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	115
Quadro 4.3 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	119
Quadro 4.4 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	125
Quadro 4.5 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	129
Quadro 4.6 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	134
Quadro 4.7 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	138
Quadro 4.8 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2020)	143
Quadro III.1 – Autovalores μ_1 - μ_5 / λ_1 - λ_5 para diversos valores de N (Autor, 2020)	208

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Determinação do fator tempo T_v pelo método tradicional e alternativo (Lovisa, 2012)	39
Tabela I.1 – Parâmetros para a zona de efeito <i>smear</i> (adaptado de Sathananthan, 2005)	201
Tabela I.2 – Parâmetros propostos para o índice de resistência do dreno (adaptado de Sathananthan, 2005)	204

1 Introdução

Possivelmente, a contribuição mais significativa para a engenharia geotécnica foi a teoria do adensamento primário de Karl Terzaghi, que identificou e quantificou adequadamente os processos físicos que ocorrem em um solo de baixa permeabilidade devido a um carregamento externo aplicado, considerando o princípio das tensões efetivas.

Na equação que governa o adensamento unidimensional, está implícito que o carregamento aplicado no solo acontece de forma instantânea. No entanto, em muitas aplicações geotécnicas é necessário estimar o recalque de uma camada de solo sujeita a um acréscimo de tensão total vertical, que ocorre ao longo de um período prolongado de tempo. Carga estrutural em uma fundação, carregamento em superfície (aterros), rebaixamento gradual do lençol freático e construção de aterros hidráulicos são situações em que a hipótese de carregamento instantâneo pode não ser aplicada, sendo importante a adoção de carregamento dependente do tempo para estimativas mais realistas do recalque esperado.

Ao longo dos anos, vários métodos para determinação dos excessos de poropressão e cálculo de recalque por adensamento primário, sob condição de carregamento dependente do tempo, foram desenvolvidos. A abordagem mais simples foi proposta por Terzaghi (1943), que admitiu que o carregamento é linear no tempo e que o grau de adensamento médio no tempo t pode ser obtido considerando que cada incremento de carregamento é aplicado de forma instantânea em um tempo $t/2$. Posteriormente, Shiffman (1958, 1960) e Olson (1977) desenvolveram soluções analíticas para avaliar o efeito do carregamento linear no tempo, considerando fluxo vertical e/ou radial durante o processo. Zhu e Yin (1998, 2001, 2004, 2011) apresentaram uma série de trabalhos na área, variando a condição inicial do excesso de poropressão, admitindo a combinação de fluxo vertical e radial, hipótese de deformações livres e a consideração ou não do efeito *smear*. Avaliaram também a acurácia da formulação proposta por Carrillo (1942) na determinação do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão do solo.

Outros pesquisadores se destacaram no desenvolvimento de soluções para

adensamento por fluxo radial, como os pioneiros trabalhos de Rendulic (1936) e Kjelman (1948), como também Hansbo (1960, 1979, 1981, 1987, 1997) que apresentou resultados sobre o comportamento de solos coesivos saturados com inclusão de drenos verticais.

1.1.

Objetivo da pesquisa

O objetivo principal deste trabalho é analisar o comportamento de argilas saturadas sob condição de carregamento linearmente crescente no tempo para diferentes condições de contorno e condições iniciais de excesso de poropressão. Tal objetivo será alcançado por meio das seguintes etapas de desenvolvimento da presente dissertação:

- obter soluções analíticas e gráficas para diferentes condições de contorno e excessos iniciais de poropressão, considerando carregamento linear no tempo, mas apenas fluxo vertical no processo de adensamento primário 1D;
- discutir o método empírico de Tezarghi (1943) para carregamento linear no tempo por meio de duas propostas: a) identificar qual a fração de tempo que melhor se ajusta a um dado valor do fator tempo de construção; b) realizar uma aproximação da hipótese original, reduzindo os valores do grau médio de adensamento para o período de construção e obtendo novas frações de tempo para a fase pós-construção;
- propor um método simples para a análise do adensamento de solos sob carregamento linear no tempo, baseado em carregamentos incrementais;
- propor uma solução alternativa para carregamento dependente do tempo, baseada na discretização do carregamento;
- apresentar uma solução para drenos verticais sob condição de carregamento linear no tempo, baseada na hipótese de deformações livres, e compará-la com a solução publicada por Olson (1977), fundamentada no conceito de deformações iguais;
- obter soluções analíticas e gráficas para diferentes condições de

contorno e excesso inicial de poropressão, considerando carregamento linear no tempo e combinação de fluxo vertical e radial no processo de adensamento.

1.2 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está dividida em seis capítulos, iniciando com este capítulo introdutório, em que se apresenta o tema fundamental do trabalho e os objetivos da pesquisa.

O capítulo 2 aborda conceitos básicos sobre a teoria do adensamento primário de Terzaghi, as hipóteses adotadas para a obtenção da equação governante, as soluções da equação de difusão para diferentes condições iniciais de excesso de poropressão e de contorno. Descreve também como é realizada a quantificação do processo de adensamento e apresenta uma discussão sobre o fator tempo. Contém ainda uma revisão bibliográfica sobre carregamento instantâneo e as principais soluções desenvolvidas para diferentes condições de drenagem.

O capítulo 3 consiste na apresentação de uma revisão bibliográfica dos principais estudos sobre adensamento primário com carregamento dependente do tempo, enquanto o capítulo 4 revisita a hipótese de Terzaghi (1943) para carregamento linear no tempo e apresenta duas abordagens alternativas, a primeira denominada carregamento em etapas e a segunda baseada na discretização da carga.

O capítulo 5 apresenta uma solução matemática rigorosa para o problema de drenos verticais, baseada na hipótese de deformações livres, sendo realizada uma comparação com a solução de Olson (1977), fundamentada no conceito de deformações iguais. O capítulo também apresenta soluções analíticas e gráficas para diferentes condições iniciais e de contorno, considerando a combinação de fluxo radial e vertical para carregamentos dependentes do tempo.

O capítulo 6 consiste na apresentação das considerações finais desta pesquisa e sugestões para pesquisas futuras, enquanto o apêndice I é dedicado a uma revisão das características dos drenos verticais

O apêndice II aborda conceitos sobre as funções de Bessel, enquanto o apêndice III apresenta uma tabela com autovalores, que foram utilizados na solução de problemas considerando fluxo radial presentes no capítulo 5.

2

Adensamento primário com carregamento instantâneo

2.1

Drenagem vertical

2.1.1

Introdução

Um solo pode ser considerado um esqueleto de partículas sólidas envolvendo espaços vazios, que podem estar preenchidos com gás, líquido ou uma combinação dos dois. Segundo Taylor (1948), se uma amostra de solo é submetida a uma tensão, de forma que seu volume diminua, há três fatores possíveis aos quais essa diminuição pode ser atribuída: compressão do esqueleto sólido, compressão da água e do ar dentro dos vazios e ao escape da água e do ar dos vazios do solo. É razoável assumir que as partículas sólidas e água são relativamente incompressíveis e, portanto, se a massa de solo estiver completamente saturada, qualquer alteração de volume pode ser atribuída ao escape de água dos poros.

A contribuição mais significativa de Karl Terzaghi para a engenharia geotécnica foi a teoria do adensamento (Terzaghi, 1925), identificando e quantificando adequadamente os processos físicos associados a um solo saturado de baixa permeabilidade, que sofre alteração de volume devido a uma carga aplicada externamente. Terzaghi (1923) propôs também o princípio das tensões efetivas, que forneceu a base para a compreensão do processo de adensamento.

Adensamento é a gradual redução de volume de um solo saturado de baixa permeabilidade devido à drenagem da água de seus vazios, com o processo hidráulico-mecânico continuando até que o excesso de poropressão, gerado por um incremento de tensão total, tenha sido completamente dissipado. Esse processo, dependente do tempo, é governado pela compressibilidade do esqueleto sólido (que determina a quantidade de deformação que ocorrerá) e a permeabilidade do solo (que determina o quão rápido a água sairá dos poros, para que ocorra a deformação do esqueleto). Dessa forma, os seguintes fenômenos estão interconectados:

aumento da tensão efetiva, decréscimo da poropressão, do teor de umidade e do volume do solo e rearranjo das partículas sólidas.

A teoria proposta por Terzaghi, também conhecida como teoria do adensamento primário, foi desenvolvida apenas para o estado unidimensional de deformação, isto é, deformações verticais.

2.1.2

Teoria do adensamento primário de Terzaghi

A teoria do adensamento de Terzaghi contempla o estudo da variação das poropressões ao longo do tempo. A deformação do esqueleto sólido, em um instante t qualquer, é determinada à medida que os excessos de poropressão são dissipados e a tensão efetiva vertical incrementada, considerando a tensão total vertical constante ao longo de todo o processo.

O adensamento inicia quando um carregamento gera um acréscimo da tensão total vertical ($\Delta\sigma_v$) dentro da massa de solo. Inicialmente, todo incremento de tensão total vertical é transmitida para água sob forma de excesso inicial de poropressão ($\Delta\sigma_v = \Delta q = u_0^1$). Dessa forma, a tensão vertical efetiva (σ'_v) imediatamente após o carregamento é inalterada em relação ao seu valor inicial (σ'_{v0}). O excesso de poropressão gera um incremento na carga hidráulica total que, subsequentemente, induz a um gradiente hidráulico. Como consequência, a água dos poros flui em direção a superfícies drenantes e o excesso de poropressão começa a ser dissipado, enquanto a tensão total efetiva aumenta simultaneamente.

Há, inevitavelmente, simplificações usadas por Terzaghi para a elaboração da sua teoria, como: a) solo homogêneo, isotrópico e completamente saturado; b) água e as partículas sólidas são admitidas incompressíveis; c) validade da lei de Darcy; d) coeficiente de adensamento permanece constante durante todo o processo; e) deformações são infinitesimais; f) há uma única relação linear entre o índice de vazios e a tensão vertical efetiva, que permanece constante durante o adensamento, definido como coeficiente de compressibilidade.

¹ Essa hipótese é aplicada somente em casos em que área carregada é extensa, isto é, muito maior que a espessura da camada de solo carregada, podendo considerar a influência do carregamento uniforme ao longo de toda a profundidade. Em muitos casos, essa suposição é inválida.

2.1.2.1

Equação do adensamento de Terzaghi

Considere um elemento infinitesimal do solo, Figura 2.1, através do qual ocorre um fluxo laminar q com componentes nas direções x , y e z .

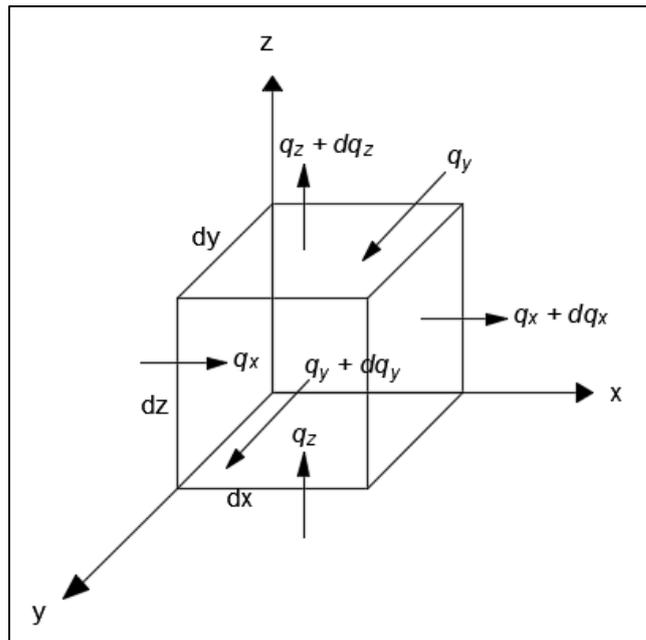


Figura 2.1 – Fluxo através de um elemento infinitesimal de solo (adapt. de Braja, 2008)

Como a água é assumida incompressível, a vazão infinitesimal dQ , definida pela diferença entre as vazões de entrada e saída das faces do elemento, pode ser escrita como:

$$dQ = dQ^{ent} - dQ^{sai} \quad (2.1)$$

$$dQ^{ent} = v_x d_y d_z + v_y d_x d_z + v_z d_x d_y \quad (2.2)$$

$$dQ^{sai} = \left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} d_x\right) d_y d_z + \left(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} d_y\right) d_x d_z + \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} d_z\right) d_x d_y \quad (2.3)$$

$$dQ = -\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) d_x d_y d_z \quad (2.4)$$

A vazão do elemento de volume $dV = d_x d_y d_z$ pode ser expressa também em função da variação do volume de água presentes no vazios em relação ao tempo.

$$dQ = \frac{\partial(dV_w)}{\partial t} \quad (2.5)$$

Da relação $S = \frac{V_w}{V_v}$, onde S é o grau de saturação e V_v o volume de vazios, a Eq. (2.5) pode ser reescrita como:

$$dQ = \frac{\partial(SdV_v)}{\partial t} \quad (2.6)$$

Da relação $V_v = \frac{e}{1+e}V$, onde e é o índice de vazios, a Eq. (2.6) pode ser reescrita como:

$$dQ = \frac{\partial\left(S \frac{e dV}{1+e}\right)}{\partial t} = \frac{\partial(Se) d_x d_y d_z}{\partial t (1+e)} \quad (2.7)$$

considerando que a parcela $\frac{d_x d_y d_z}{1+e}$ independe do tempo, pois se trata do volume infinitesimal das partículas sólidas dV_s .

Como as Eq. (2.4) e (2.7) são equivalentes,

$$dQ = -\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) d_x d_y d_z = \frac{\partial(Se) d_x d_y d_z}{\partial t (1+e)} \quad (2.8)$$

A validade da lei de Darcy (hipótese c) permite escrever que:

$$v_x = -k_x \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right), \quad v_y = -k_y \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right), \quad v_z = -k_z \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right) \quad (2.9)$$

Substituindo a Eq. (2.9) em (2.8):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z}\right) = \frac{1}{1+e} \left(S \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial S}{\partial t}\right) \quad (2.10)$$

Sabendo que k_x , k_y e k_z são os coeficiente de permeabilidade principais e admitindo a hipótese de solo homogêneo (hipótese a), com $\frac{\partial k_x}{\partial x} = \frac{\partial k_y}{\partial y} = \frac{\partial k_z}{\partial z} = 0$, a Eq. (2.10) se reduz a:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \left(S \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial S}{\partial t} \right) \quad (2.11)$$

Admitindo também a hipótese de solo isotrópico com $k_x = k_y = k_z = k$ (hipótese a):

$$k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \left(S \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial S}{\partial t} \right) \quad (2.12)$$

E a hipótese de solo saturado durante todo o processo (hipótese a), isto é $S = 1$ com $\frac{\partial S}{\partial t} = 0$, a Eq. (2.12) reduz-se a:

$$k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.13)$$

Para a situação de adensamento unidimensional, admitindo z como eixo vertical, é possível escrever com base na Eq. (2.13):

$$k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.14)$$

Como h representa a carga hidráulica total, a Eq. (2.14) pode ser reescrita em função das cargas de elevação e pressão:

$$k \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(h_e + \frac{1}{\gamma_w} (u_{ss} + u_e) \right) = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.15)$$

onde a carga de elevação h_e e a carga de pressão variam linearmente com a profundidade (coordenada z) na condição permanente u_{ss} , i.e. $\frac{\partial^2 h_e}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_{ss}}{\partial z^2} = 0$.

Dessa forma a Eq. (2.15) pode ser reescrita como:

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.16)$$

Admitindo uma única relação linear entre o índice de vazios e a tensão vertical efetiva (hipótese f), define-se o coeficiente de compressibilidade como

$$a_v = -\frac{\Delta e}{\Delta \sigma'_v} \text{ (Figura 2.2).}$$

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial \sigma'_v} \frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} \rightarrow \frac{k(1+e)}{\gamma_w a_v} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial t} [\sigma_v - (u_{ss} + u_e)] \quad (2.17)$$

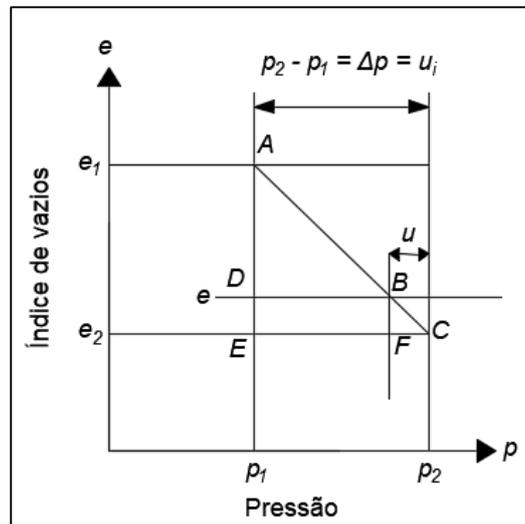


Figura 2.2 - Relação linear assumida entre a variação do índice de vazios e a variação da tensão vertical efetiva (adaptado de Taylor, 1948).

Como na condição permanente $\frac{\partial u_{ss}}{\partial t} = 0$, define-se o coeficiente de adensamento $c_v = \frac{k(1+e)}{\gamma_w a_v} = \frac{k}{\gamma_w m_v}$ e a equação do adensamento 1D é obtida:

$$c_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_v}{\partial t} \quad (2.18)$$

O caso mais simples de adensamento é o problema unidimensional em que a tensão total é constante com o tempo com $\frac{\partial \sigma_v}{\partial t} = 0$. Dessa forma, a Eq. (2.18) se assemelha à equação de difusão de calor,

$$c_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (2.19)$$

A equação do adensamento 1D (Eq. 2.19) expressa a variável dependente, o excesso de poropressão (u_e), em função das variáveis independentes profundidade (z) e tempo (t). Nessa equação diferencial parcial, u_e é diferenciado uma vez em relação a t e duas vezes em relação a z . Dessa forma, são necessárias duas condições de contorno, que devem fornecer informações sobre o excesso de poropressão em duas profundidades específicas da camada do solo em $t > 0$ e uma condição inicial, que trata da forma do excesso inicial de poropressão ao longo da profundidade, induzida por um carregamento externo, em $t = 0$. É neste ponto que as condições de

drenagem sob as quais a camada do solo adensa se tornam importantes, podendo ser expressas em termos do excesso de poropressão ou de seu gradiente, levando aos casos de drenagem dupla ou drenagem simples.

Uma condição em termos do tempo t também é necessária, o que pode ser obtida a partir do conhecimento da distribuição dos excessos de poropressão ao longo da profundidade no início do adensamento ($t=0$).

Uma distribuição inicial de excesso de poropressão uniforme com a profundidade implica na aplicação de um carregamento de grandes dimensões e, em laboratório, no confinamento lateral dos corpos de prova ensaiados. Uma distribuição linear com a profundidade pode ser gerada em campo pela redução das poropressões devido à extração de água (bombeamento) de uma camada arenosa subjacente ao solo de baixa permeabilidade, ou pela variação do nível do lençol freático em uma camada arenosa sobrejacente, por exemplo. Situações com outros tipos de distribuição inicial do excessos de poropressão são o adensamento de um aterro hidráulico devido ao seu peso próprio, o carregamento de fundações superficiais ou a distribuição inicial dos excessos de poropressão de forma senoidal ao longo da profundidade.

2.1.2.2

Solução matemática para equação do adensamento 1D

Na equação geral do adensamento, a coordenada z tem seu referencial inicial na superfície superior da camada de argila e nas equações derivadas a seguir a variável H designará a espessura total da camada de solo.

Considerando o excesso inicial de poropressão uniforme ao longo de toda a profundidade ($0 \leq z \leq H$), as condições iniciais e de contorno podem ser expressas por:

1. para $z = 0$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem simples e dupla;
2. para $z = H$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem dupla;
3. para $z = H$, $\frac{\partial u_e}{\partial z} = 0$, $t > 0$ para drenagem simples;
4. para $t = 0$, $u = u_0 = \Delta q$ para drenagem simples e dupla

A Eq. (2.19) pode ser resolvida pelo método da separação das variáveis, admitindo o excesso de poropressão como o produto de uma função da profundidade z e de uma função do tempo t :

$$u_e(z, t) = f(z) \cdot g(t) \quad (2.20)$$

Como a Eq. (2.19) apresenta derivadas parciais de primeira e segunda ordem, funções de z e t , pode-se escrever que:

$$\frac{\partial u_e(z, t)}{\partial t} = f(z) \cdot g'(t) \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2 u_e(z, t)}{\partial z^2} = f''(z) \cdot g(t) \quad (2.22)$$

Substituindo as Eq. (2.21) e (2.22) na Eq.(2.19) resulta:

$$c_v f''(z) \cdot g(t) = f(z) \cdot g'(t) \quad (2.23)$$

$$\frac{f''(z)}{f(z)} = \frac{g'(t)}{c_v g(t)} \quad (2.24)$$

Como o termo à esquerda da Eq.(2.24) é independente de t e é igual ao termo à direita do sinal de igualdade, que é independente de z , conclui-se que cada termo da equação representa uma constante. Por conveniência, a constante real de separação é designada por $-\lambda^2$ e cada termo da Eq. (2.24) é expresso por:

$$f''(z) + \lambda^2 f(z) = 0 \quad (2.25)$$

$$g'(t) + \lambda^2 c_v g(t) = 0 \quad (2.26)$$

As soluções para as Eq. (2.25) e (2.26) são, respectivamente:

$$f(z) = C_1 \sin(\lambda z) + C_2 \cos(\lambda z) \quad (2.27)$$

$$g(t) = C_3 e^{(-c_v \lambda^2 t)} \quad (2.28)$$

onde C_1 , C_2 e C_3 são constantes arbitrárias.

A Eq. (2.22) pode ser reescrita como:

$$u_e = [C_1 \sin(\lambda z) + C_2 \cos(\lambda z)] C_3 e^{(-c_v \lambda^2 t)} \quad (2.29)$$

onde $C_1 C_3$ e $C_2 C_3$ podem ser representadas por novas constantes arbitrárias, respectivamente, C_4 e C_5 .

$$u_e = [C_4 \sin(\lambda z) + C_5 \cos(\lambda z)] e^{(-c_v \lambda^2 t)} \quad (2.30)$$

O requisito restante é o cumprimento das condições de contorno. A primeira condição é satisfeita se $C_5=0$ e a Eq. (2.30) se transforma em:

$$u_e = C_4 \sin(\lambda z) e^{(-c_v \lambda^2 t)} \quad (2.31)$$

Para uma camada com dupla drenagem, a segunda condição é satisfeita quando $H\lambda=n\pi$, onde n é qualquer número inteiro. Então:

$$u_{edd} = C_4 \sin\left(\frac{n\pi}{H} z\right) e^{\left(-\frac{n^2 \pi^2 c_v t}{H^2}\right)} \quad (2.32)$$

Similarmente, para camada com drenagem simples, a terceira condição é

satisfeita quando $H\lambda = (2n-1)\pi/2$. Então:

$$u_{eds} = C_4 \operatorname{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2H} z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 c_v t}{4H^2}\right)} \quad (2.33)$$

Introduzindo o fator tempo T_v e a profundidade adimensional Z , tem-se:

$$u_{edd} = C_4 \operatorname{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.34)$$

$$u_{eds} = C_4 \operatorname{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2} Z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.35)$$

Como o termo C_4 é apenas uma constante arbitrária e n pode assumir qualquer valor inteiro positivo, as Eq. (2.34) e (2.35) podem ser expandidas como séries de infinitos termos:

$$u_{edd} = \sum_{n=1}^{n=\infty} B_{dd,n} \operatorname{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.36)$$

$$u_{eds} = \sum_{n=1}^{n=\infty} B_{ds,n} \operatorname{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2} Z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.37)$$

A quarta condição é satisfeita se as constantes $B_{dd,n}$ e $B_{ds,n}$ forem determinadas. Então em $t = 0$ ($T_v = 0$):

$$u_0 = \sum_{n=1}^{n=\infty} B_{dd,n} \operatorname{sen}(n\pi Z) \quad (2.38)$$

$$u_0 = \sum_{n=1}^{n=\infty} B_{ds,n} \operatorname{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2} Z\right) \quad (2.39)$$

As Eq. (2.38) e (2.39) são séries de Fourier, e as constantes podem ser determinadas utilizando as seguintes relações:

$$\int_0^\pi \operatorname{sen} mx \operatorname{sen} nx \, dx = 0 \quad (2.40)$$

$$\int_0^\pi \operatorname{sen}^2 nx \, dx = \frac{\pi}{2} \quad (2.41)$$

onde m e n são números inteiros mas diferentes.

Com a troca do termo nx pelo fator que representa cada condição de drenagem e do intervalo de integração $[0,\pi]$ por $[0,H]$, a Eq.(2.41) pode ser reescrita como:

$$\int_0^1 \operatorname{sen}^2(n\pi Z) \, dZ = \frac{1}{2} \quad (2.42)$$

$$\int_0^1 \text{sen}^2\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}Z\right) dZ = \frac{1}{2} \quad (2.43)$$

Se ambos os lados das Eqs. (2.38) e (2.39) forem multiplicados por $(n\pi z/H)$ e $((2n-1)\pi z/H)$, respectivamente, e integrados entre 0 e H , todos os termos das séries, exceto o enésimo, assumem a forma da Eq. (2.40) e desaparecem; o enésimo termo terá a forma das Eq. (2.42) e (2.43) com um valor definido. Dessa forma, as Eq. (2.38) e (2.39) podem ser reescritas como:

$$\int_0^1 u_0 \text{sen}(n\pi Z) dZ = \int_0^1 B_{dd,n} \text{sen}^2(n\pi Z) dZ \quad (2.44)$$

$$\int_0^1 u_0 \text{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}Z\right) dZ = \int_0^1 B_{ds,n} \text{sen}^2\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}Z\right) dZ \quad (2.45)$$

onde:

$$B_{dd,n} = \frac{2u_0}{n\pi} (1 - (-1)^n) \quad (2.46)$$

$$B_{ds,n} = \frac{4u_0}{(2n-1)\pi} \quad (2.47)$$

Substituindo as Eq. (2.46) e (2.47) nas Eq. (2.36) e (2.37), respectivamente, é possível obter a equação geral do excesso de poropressão durante o adensamento para condição de drenagem simples ou dupla:

$$u_{edd} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2u_0}{n\pi} (1 - (-1)^n) \text{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.48)$$

$$u_{eds} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{4u_0}{(2n-1)\pi} \text{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}Z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.49)$$

Admitindo distribuição linear do excesso inicial de poropressão ao longo da profundidade, três hipóteses devem ser consideradas: distribuição triangular com a base junto ao contorno superior, junto ao contorno inferior e distribuição trapezoidal. A equação geral do excesso de poropressão pode ser obtida, separadamente, para cada condição inicial, variando a hipótese 4, quando $t=0$. O procedimento de cálculo é similar ao realizado anteriormente.

Para distribuição triangular com a base junto ao contorno superior, as respectivas condições iniciais e de contorno podem ser expressas por:

1. para $z = 0$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem simples e dupla;
2. para $z = H$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem dupla;

3. para $z = H$, $\frac{\partial u_e}{\partial z} = 0$, $t > 0$ para drenagem simples;
4. para $t = 0$, $u = u_0(-z+H)/H$ para drenagem simples e dupla.

Neste caso, as equações do excesso de poropressão durante o adensamento para condição de drenagem simples e dupla são:

$$u_{edd} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2u_0^b}{n\pi} \text{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.50)$$

$$u_{eds} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{4u_0^b}{(2n-1)^2\pi^2} (-2(-1)^{n+1} + (2n-1)\pi) \times \dots \times \text{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2} Z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.51)$$

onde u_0^b é o excesso de poropressão inicial na base da distribuição triangular.

Para distribuição triangular com a base junto ao contorno inferior, as respectivas condições iniciais e de contorno podem ser expressas por:

1. para $z = 0$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem simples e dupla;
2. para $z = H$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem dupla;
3. para $z = H$, $\frac{\partial u_e}{\partial z} = 0$, $t > 0$ para drenagem simples;
4. para $t = 0$, $u = u_0z/H$ para drenagem simples e dupla.

Nesta situação, as equações do excesso de poropressão durante o adensamento para condição de drenagem simples e dupla são:

$$u_{edd} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2u_0^b}{n\pi} (-1)^{n+1} \text{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.52)$$

$$u_{eds} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{8u_0^b}{(2n-1)^2\pi^2} (-1)^{n+1} \text{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2} Z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.53)$$

No caso de distribuição trapezoidal, com a base maior junto ao contorno superior, as condições iniciais e de contorno são:

1. para $z = 0$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem simples e dupla;
2. para $z = H$, $u_e=0$, $t > 0$ para drenagem dupla;
3. para $z = H$, $\frac{\partial u_e}{\partial z} = 0$, $t > 0$ para drenagem simples;
4. para $t = 0$, $u = u_2(H-z)/H + u_1$ para drenagem simples e dupla.

E as equações do excesso de poropressão dadas por:

$$u_{edd} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2}{n\pi} [u_2 + u_1(1 - (-1)^{n+1})] \operatorname{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.54)$$

$$u_{eds} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{4}{(2n-1)^2\pi^2} [((2n-1)\pi - 2(-1)^{n+1})u_2 + \dots + (2n-1)\pi u_1] \operatorname{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2} Z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.55)$$

onde u_1 é o excesso de poropressão inicial uniforme (na base menor) e u_2 representa o valor do excesso de poropressão inicial da distribuição triangular (na base maior).

Finalmente, para distribuição trapezoidal com a base maior junto ao contorno inferior, as condições iniciais e de contorno podem ser expressas por:

1. para $z = 0$, $u_e = 0$, $t > 0$ para drenagem simples e dupla;
2. para $z = H$, $u_e = 0$, $t > 0$ para drenagem dupla;
3. para $z = H$, $\frac{\partial u_e}{\partial z} = 0$, $t > 0$ para drenagem simples;
4. para $t = 0$, $u = u_2 z/H + u_1$ para drenagem simples e dupla.

Com as equações do excesso de poropressão escritas como:

$$u_{edd} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2}{n\pi} [u_1(1 - (-1)^n) + u_2(-1)^{n+1}] \operatorname{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.56)$$

$$u_{eds} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{4}{(2n-1)^2\pi^2} [8(-1)^{n+1}u_2 + (2n-1)\pi u_1] \times \dots \times \operatorname{sen}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2} Z\right) e^{\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.57)$$

2.1.3

Quantificação do adensamento

2.1.3.1

Introdução

O comportamento de um solo sujeito a qualquer condição inicial de excesso de poropressão pode ser representado pela porcentagem (ou grau) de dissipação dos excessos de poropressão (U_z), pelo decréscimo de poropressão (P_z) ou pela

porcentagem (ou grau) média de dissipação dos excessos de poropressão (U_v). U_z e P_z são medidas locais, funções da profundidade do ponto e do tempo, enquanto U_v é uma medida global do processo, função da espessura da camada H e do tempo.

Define-se matematicamente P_z como a razão entre o excesso de poropressão $u_e(Z, T_v)$ na profundidade normalizada Z e fator tempo T_v e o excesso inicial de poropressão u_0 , conforme a Eq. (2.58).

$$P_z = \frac{u_e(Z, T_v)}{u_0} \quad (2.58)$$

U_z é definido pela diferença entre o excesso inicial de poropressão u_0 e o excesso de poropressão $u_e(Z, T_v)$, normalizada em relação ao excesso inicial de poropressão, conforme a Eq. (2.59).

$$U_z = \frac{u_0 - u_e(Z, T_v)}{u_0} = 1 - \frac{u_e(Z, T_v)}{u_0} \quad (2.59)$$

A porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U_v representa, na teoria 1D, a porcentagem média de adensamento da camada de solo, dada pela razão entre o recalque de adensamento primário ρ_t no tempo t e o recalque final de adensamento primário ρ_c em $t \rightarrow \infty$:

$$U_v = \frac{\rho_t}{\rho_c} \quad (2.60)$$

Considerando que a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão é igual à porcentagem média de adensamento, a Eq. (2.60) pode ser também escrita como:

$$U_v = \frac{\int_0^H (u_0 - u(t)) dz}{\int_0^H u_0 dz} \quad (2.61)$$

O recalque final de adensamento primário ρ_c que ocorre devido ao acréscimo de tensão efetiva Δ_σ' é dado por:

$$\rho_c = -m_v \Delta_\sigma' H_0 \quad (2.62)$$

onde m_v é o coeficiente de variação volumétrica da argila e H_0 representa a espessura inicial da camada.

Em função dos excessos de poropressão iniciais, a Eq. (2.62) é equivalente a:

$$\rho_c = -m_v \int_0^H u_0 dz \quad (2.63)$$

Após um tempo t qualquer, parte do excesso inicial de poropressão é

dissipada e o recalque de adensamento primário nesse instante é dado por:

$$\rho_t = -m_v \left[\int_0^H u_0 dz - \int_0^H u(z, t) dz \right] \quad (2.64)$$

Substituindo as Eq. (3.6) e (3.7) na Eq. (3.3), é possível então obter a porcentagem média de adensamento primário 1D:

$$U_v = \frac{-m_v \left[\int_0^H u_0 dz - \int_0^H u(z, t) dz \right]}{-m_v \int_0^H u_0 dz} = 1 - \frac{\int_0^H u(z, t) dz}{\int_0^H u_0 dz} \quad (2.65)$$

2.1.3.2

Discussão a respeito do fator tempo T_v

O excesso de poropressão médio decresce mais rapidamente quando a drenagem é permitida nos contornos superior e inferior da camada de solo. Esse decréscimo pode ser melhor visualizado em termos do grau (ou porcentagem) médio de adensamento, como apresentado na Figura 2.3, onde a curva é única para cada caso de drenagem, sendo admitida uma condição inicial de excesso de poropressão uniforme ao longo da profundidade.

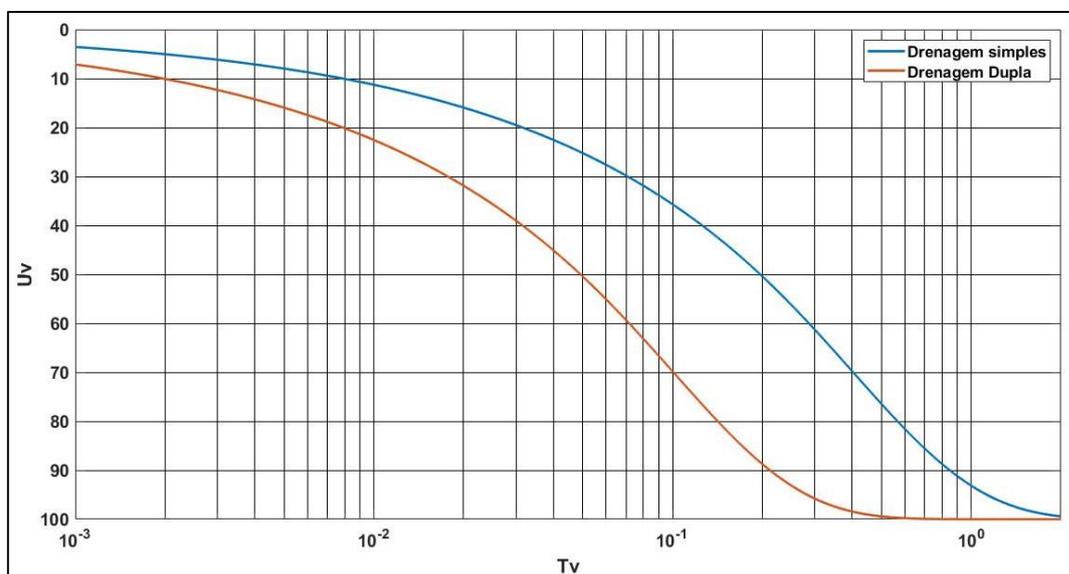


Figura 2.3 - Curvas de grau médio de adensamento para drenagem simples e dupla em função do fator tempo definido pela espessura da camada H (Autor, 2021)

O comportamento da curva de grau médio de adensamento para cada caso de drenagem é idêntico, quando ajustado por um fator tempo que admite que o recalque ocorrido para uma condição de drenagem simples é o mesmo da condição de drenagem dupla, no entanto para um tempo 4 vezes maior.

Muitos pesquisadores utilizam em desenvolvimentos matemáticos a espessura de drenagem (H_d), igual a espessura real da camada de solo H dividida pelo número de superfícies de drenagem (1 ou 2). Neste caso, a variação do grau de adensamento em relação ao fator tempo é apresentado apenas por única curva como ilustrado na Figura 2.4.

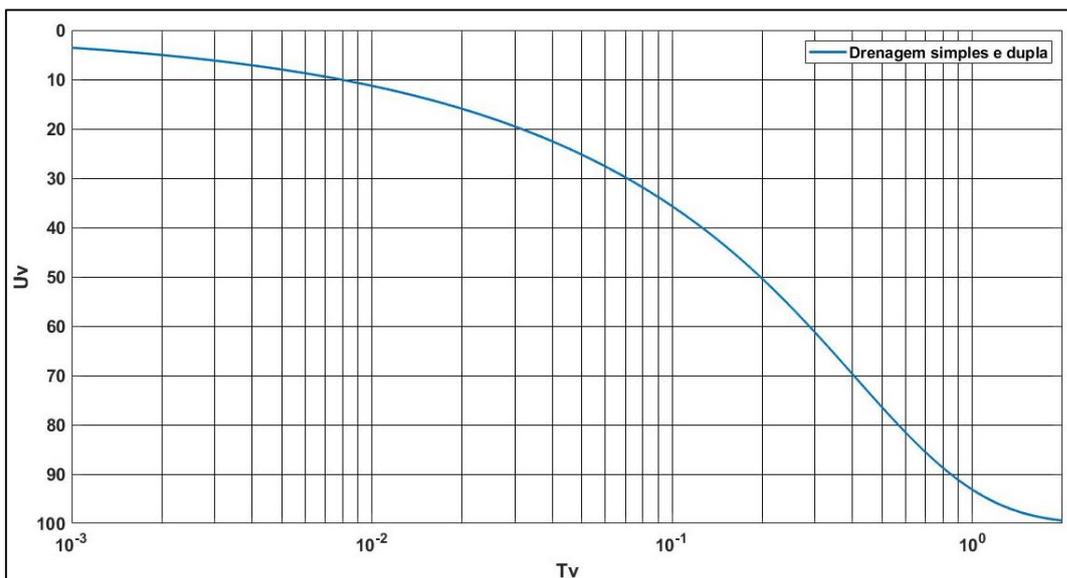


Figura 2.4 - Curva de grau médio de adensamento para drenagem simples e dupla em termos do fator tempo definido pela espessura de drenagem H_d (Autor, 2021)

No entanto, há uma desvantagem em adotar a espessura de drenagem H_d na definição do fator tempo, conforme discutido por Lovisa (2012), pois não é possível comparar o grau de adensamento médio entre as condições de drenagem simples e dupla utilizando a Figura 2.4, considerando que o fator tempo utilizado tradicionalmente é função, além do tempo, do número de superfícies drenantes. Este fato explica a razão das equações do adensamento primário 1D terem sido rerepresentadas no capítulo 2 em função da espessura real da camada, obtendo-se a variável fator tempo independente do número de superfícies de drenagem da camada de argila saturada.

Como exemplo prático, considere uma camada de argila de 5 m de espessura, com coeficiente de adensamento $c_v = 0,5 \text{ m}^2/\text{ano}$, sujeita a um excesso inicial uniforme de poropressão. Deseja-se obter o grau médio de adensamento após 5 anos da aplicação de um aterro, utilizando-se ambas as definições de fator tempo (Tabela 2.1).

Tabela 2.1 – Determinação do fator tempo T_v pelo método tradicional e alternativo (Lovisa, 2012)

Condição de Drenagem	Método Tradicional	Método Alternativo (Lovisa, 2012)
Drenagem Dupla	$T_v = \frac{0,5 \times 5}{2,5^2} = 0,4$	$T_v = \frac{0,5 \times 5}{5^2} = 0,1$
Drenagem Simples	$T_v = \frac{0,5 \times 5}{5^2} = 0,1$	

Plotando os fatores tempo calculados na Tabela 2.1, é possível obter a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão para cada caso de drenagem e por ambos os métodos, conforme mostram as Figuras 2.5 e 2.6.

Na Figura 2.5 é mais difícil comparar o grau de adensamento médio entre os casos de drenagem simples e dupla pelo método tradicional, pois não é possível visualizar a curva defasada que se refere à segunda condição. Dessa forma, utilizando a definição do fator tempo único, função da espessura real da camada de argila, é possível a obtenção das curvas separadamente, conferindo melhor visualização e análise do processo de adensamento para cada condição de contorno. Além disso, vale ressaltar, que o método tradicional aplica-se apenas a situações em que a distribuição inicial dos excessos de poropressão é simétrica em relação ao plano médio da camada de argila.

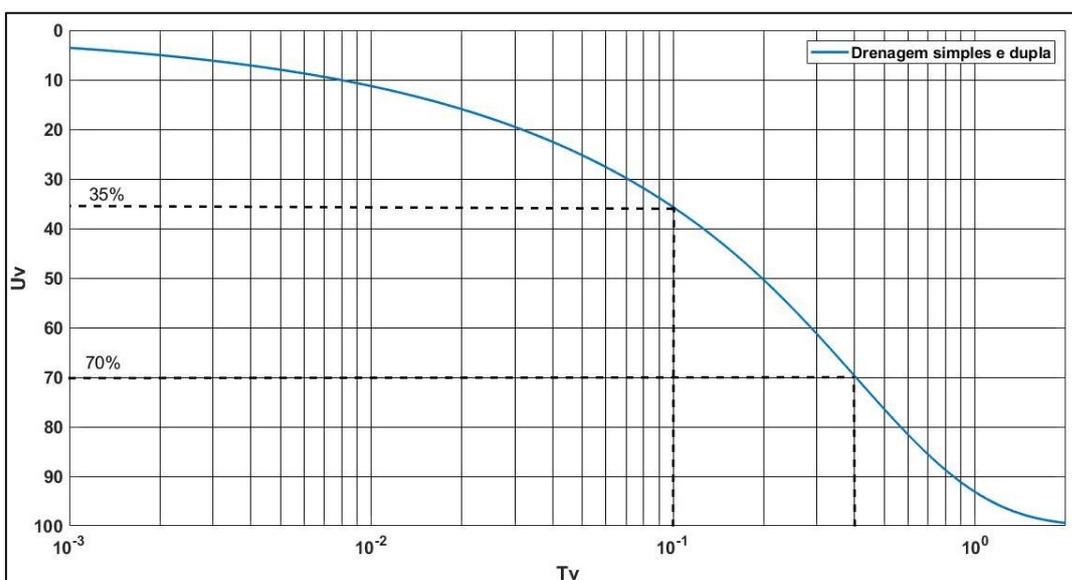


Figura 2.5 - Curva de grau médio de adensamento para drenagens simples e dupla em termos do fator tempo tradicional (Autor, 2021)

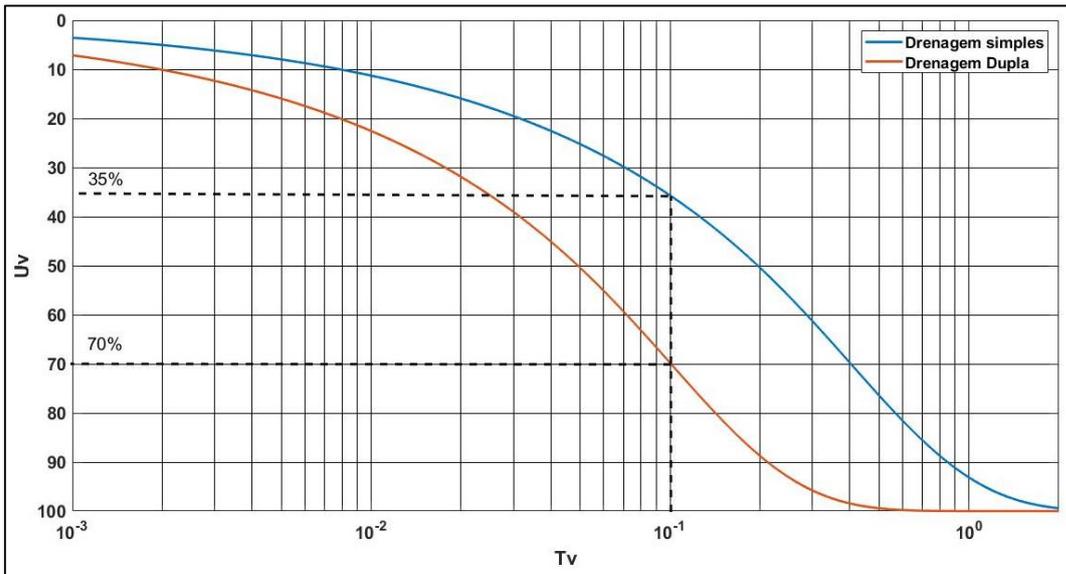


Figura 2.6 - Curva de grau médio de adensamento para drenagens simples e dupla em termos do fator tempo alternativo (Autor, 2021)

As equações a seguir apresentam a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão para condições de drenagem simples ou dupla, considerando excesso inicial de poropressão uniforme com a profundidade ou variando linearmente:

a) Excesso inicial de poropressão uniforme: drenagem dupla:

$$U_v = 1 - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8}{n^2\pi^2} e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.66)$$

b) Excesso inicial de poropressão uniforme: drenagem simples:

$$U_v = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{(2n-1)^2\pi^2} e^{\left(\frac{-(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.67)$$

c) Excesso inicial de poropressão linear, com base triangular junto ao contorno superior: drenagem dupla:

$$U_v = 1 - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8}{n^2\pi^2} e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.68)$$

d) Excesso inicial de poropressão linear, com base triangular junto ao contorno superior: drenagem simples:

$$U_v = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{(2n-1)^3\pi^3} (-2(-1)^{n+1} + (2n-1)\pi) e^{\left(\frac{-(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.69)$$

- e) Excesso inicial de poropressão linear, com base triangular junto ao contorno inferior: drenagem dupla:

$$U_v = 1 - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8}{n^2\pi^2} e^{(-n^2\pi^2 T_v)} \quad (2.70)$$

- f) Excesso inicial de poropressão linear, com base triangular junto ao contorno inferior: drenagem simples:

$$U_v = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{32}{(2n-1)^3\pi^3} (-1)^{n+1} e^{\left(\frac{-(2n-1)^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (2.71)$$

- g) Excesso inicial de poropressão trapezoidal: observando as Eq. (2.54) a (2.57), é possível notar que se trata da soma dos excessos de poropressão uniforme e variando linearmente (distribuição triangular) com a profundidade. Para dupla drenagem, os valores de U_v obtidos são os mesmos das Eq. (2.66), (2.68) e (2.70), enquanto que para drenagem simples é necessário efetuar uma relação de proporcionalidade entre as áreas uniforme e triangular em relação à área total, conforme Eq. (2.72), adaptada de Fröhlic (Jumikis, 1962).

$$U_v = \frac{2U_v \text{ uniforme} + nU_v \text{ linear}}{2 + n} \quad (2.72)$$

onde n é a razão entre o excesso de poropressão inicial uniforme u_1 e o excesso de poropressão na base da distribuição triangular u_2 .

Alternativamente, os valores de U_v podem ser estimados por meio de soluções gráficas das equações apresentadas anteriormente, representadas pelas curvas 1, 2, 3 e 4 na Figura 2.7.

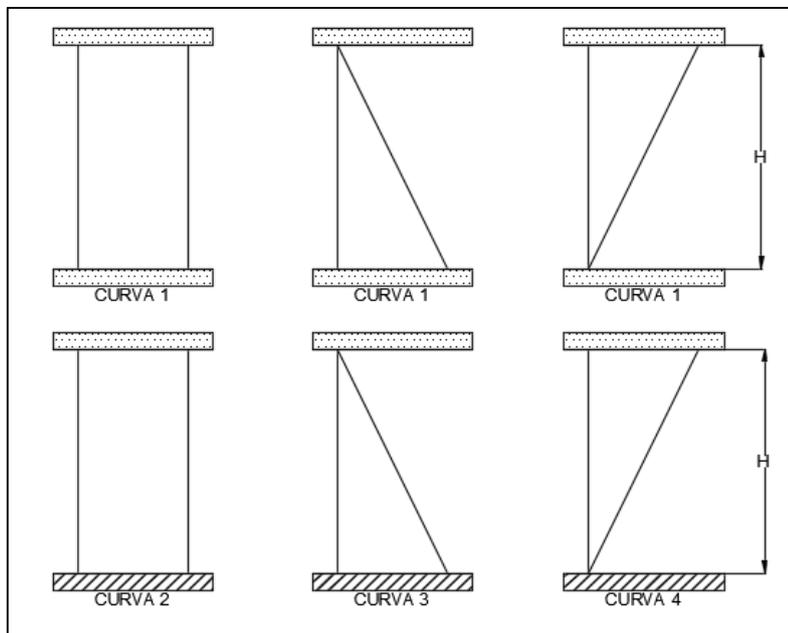
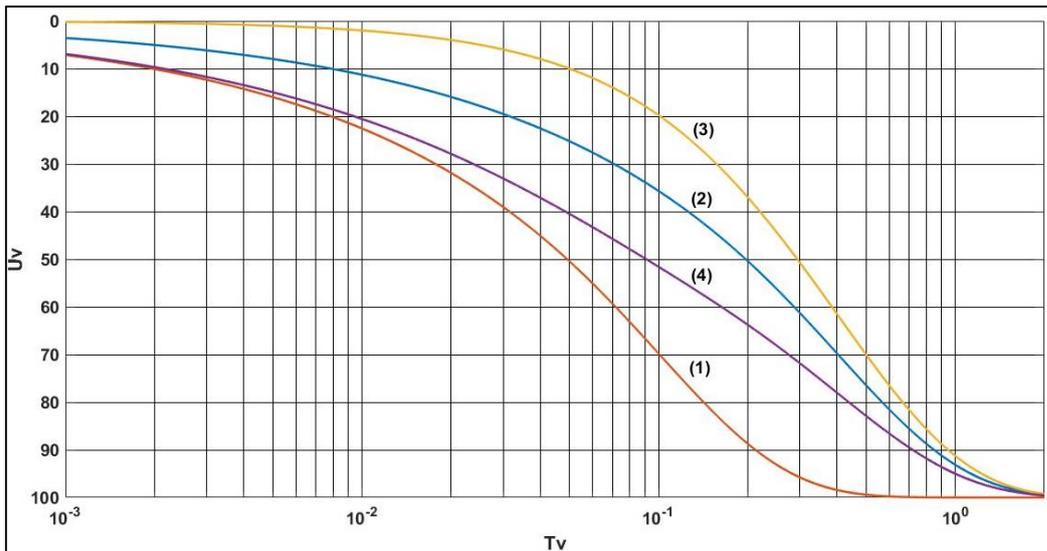


Figura 2.7 - Relação entre U_v e T_v para diversas condições iniciais de excessos de propressão (Autor, 2021)

2.2

Drenagem radial

2.2.1

Introdução

A maioria dos depósitos de argila são anisotrópicos, formados pela deposição de camadas com coeficiente de permeabilidade na direção horizontal superior ao da direção vertical. Dessa forma, se a drenagem com fluxo na direção

horizontal ocorrer, então o grau médio de adensamento primário, o recalque de adensamento, o acréscimo de tensões efetivas e o conseqüente aumento de resistência do solo ocorrerão sob velocidades diferentes das previstas na teoria unidimensional de Terzaghi, baseada no conceito de isotropia, onde os coeficientes de permeabilidade são admitidos iguais em todas as direções.

Pré-carregamento temporário é uma das técnicas utilizadas para adensar e dar resistência a solos argilosos saturados, mas o tempo de pré-carregamento pode ser muito longo, particularmente em locais onde a camada de solo é espessa e de baixa permeabilidade. Outra técnica, que pode ser combinada com o pré-carregamento temporário, consiste na instalação de drenos verticais para acelerar a dissipação dos excessos de popropressão por meio do fluxo horizontal para o dreno.

Ao longos dos anos, diferentes sistemas de drenagem foram utilizados, como drenos de areia e atualmente os drenos verticais pré-fabricados. Segundo Sathananthan (2005), o conceito de drenos verticais foi proposto por volta de 1920 e patenteado em 1926 por Daniel J. Moran, engenheiro americano que recomendou a construção de drenos de areia para estabilizar camada de solo mole abaixo de uma rodovia.

Essa aplicação prática levou à execução de ensaios de laboratório e campo para determinar a eficiência de drenos de areia no adensamento primário de argilas saturadas (Porter, 1936). Em 1937, Walter Kjellman instalou o primeiro sistema de drenos pré-fabricados em campo, usando inicialmente tubos feitos de madeira e posteriormente, em 1948, criando e patenteando um dreno em formato de fita, bem como o processo de instalação no solo.

Segundo Jamiolkowski et al. (1983), após a Segunda Guerra Mundial a aplicação de drenos de areia sofreu um grande desenvolvimento, em grande parte devido a melhores métodos de instalação e maior conhecimento do desempenho em diferentes tipos de argila.

2.2.2

Adensamento primário 1D com drenos verticais

Desde a introdução do conceito de drenos verticais para aceleração do processo de adensamento, várias teorias foram desenvolvidas. Provavelmente, o estudo mais conhecido sobre o assunto foi o realizado por Barron (1948), que

assumiu a possibilidade de ocorrência de dois tipos de deformação vertical durante o adensamento primário do solo: a) deformações verticais livres, resultante de uma distribuição uniforme de um carregamento superficial flexível, gerando um recalque não uniforme na superfície; b) deformações verticais iguais, resultante de uma distribuição de um carregamento superficial rígido, gerando um recalque uniforme na superfície e uma distribuição desigual das tensões de contato.

Richart (1959) apresentou uma revisão sobre as teorias propostas até a data, Horne (1964) propôs uma solução para camadas contíguas de argila, considerando drenagem vertical e horizontal, enquanto que Yoshikuni e Nakanodo (1974) introduziram o efeito da resistência do dreno no caso de deformações verticais iguais. Hansbo (1981) propôs soluções analíticas para avaliar o adensamento radial com drenos pré-fabricados, incluindo a ocorrência de efeito *smear* e resistência do dreno.

Lee e Chung (2009) apresentaram uma revisão das propostas para determinação do diâmetro equivalente do dreno feitas por Hansbo (1979, 1981, 1987), Atkinson e Eldred (1981), Jansen e den Hoedt (1983), Rixner et al. (1986a, 1986b), Fellenius e Castonguay (1985), Pradhan et al. (1993) e Long e Covo (1994). Aqueles pesquisadores também discutiram a variação do fator $F(n)$ proposto por Barron (1948) e Hansbo (1979) para diferentes valores da razão k_h/k_s e d_s/d_w , conforme sugestões de Akagi (1976), Bergado et al. (1991, 1992, 1993), Bo et al. (2003), Eriksson et al. (2000), Hansbo (1981, 1994, 1997), Hird e Moseley (2000), Holtz e Holm (1973), Indraratna e Redana (1998), Jamiolkowski et al. (1983) e Santhanantha e Indraratna (2005).

2.2.2.1

Equação do adensamento primário: drenagem radial

A equação diferencial governante do adensamento unidimensional causado por fluxo na direção radial foi obtida por Rendulic (1936), considerando o elemento infinitesimal de solo da Figura 2.8, com coeficiente de permeabilidade k_r sujeito a fluxo de água na direção r .

A vazão infinitesimal de entrada, normal à seção transversal $rd\theta dz$ pode ser expressa por:

$$dQ^{ent} = k_r i r d\theta dz \quad (2.73)$$

A vazão de saída, norma à seção $(r+dr)d\theta dz$ é dada por:

$$dQ^{sai} = k_r \left(i + \frac{\partial i}{\partial r} \right) (r + dr) d\theta dz \quad (2.74)$$

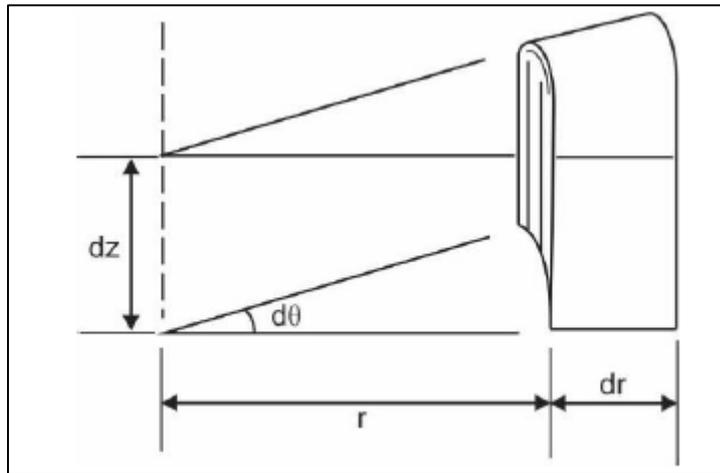


Figura 2.8 – Representação de elemento infinitesimal do solo em coordenadas cilíndricas

(Autor, 2021)

A vazão do elemento, definida pela diferença entre as vazões de entrada e saída das faces do elemento, pode ser escrita como:

$$dQ = k_r i r d\theta dz - k_r \left(i + \frac{\partial i}{\partial r} \right) (r + dr) d\theta dz \quad (2.75)$$

$$dQ = - k_r \left(i + \frac{\partial i}{\partial r} \right) dr d\theta dz \quad (2.76)$$

Sendo o volume do elemento dado pela Eq. (2.77), a vazão pode ser expressa, também, em função da variação do volume de água presente nos vazios com o tempo, conforme Eq. (2.88):

$$dV = r dr d\theta dz \quad (2.77)$$

$$dQ = \frac{\partial}{\partial t} (dV_w) \quad (2.78)$$

Considerando o elemento de solo saturado, o volume infinitesimal de água torna-se igual ao volume infinitesimal de vazios, podendo ser expresso em função do volume total e do índice de vazios.

$$dQ = \frac{\partial}{\partial t} (dV_v) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e dV}{1 + e} \right) \quad (2.79)$$

$$dQ = \frac{\partial e}{\partial t} \frac{dV}{1 + e} = \frac{\partial e}{\partial t} \frac{r dr d\theta dz}{1 + e} \quad (2.80)$$

Observe da Eq. (2.79) que $dV/(1+e)$ é igual ao volume constante de sólidos,

quantidade independente do tempo.

Igualando as Eq. (2.76) e (2.80) e considerando o gradiente hidráulico $i = \partial h / \partial r$, tem-se:

$$-k_r \left(i + \frac{\partial i}{\partial r} \right) dr d\theta dz = \frac{\partial e}{\partial t} \frac{r dr d\theta dz}{1+e} \rightarrow k_r \left(\frac{\partial h}{\partial r} + r \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} \right) = \frac{\partial e}{\partial t} \frac{r}{1+e} \quad (2.81)$$

A carga hidráulica total pode ser decomposta na carga de elevação h_e e na carga de pressão h_p , sendo h_p função da poropressão u_{ss} na condição permanente e do excesso de poropressão u_e gerado pelo carregamento,

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} (h_e + h_p) = \frac{\partial h_e}{\partial r} + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial r} (u_{ss} + u_e) \quad (2.82)$$

Como a carga de elevação h_e e a poropressão na condição permanente u_{ss} variam linearmente com a coordenada r , então:

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u_e}{\partial r} \rightarrow \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} \quad (2.83)$$

Dessa forma, a Eq. (2.81) pode ser reescrita como:

$$\frac{k_r(1+e)}{\gamma_w} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_e}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} \right) = \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.84)$$

Admitindo uma única relação linear entre o índice de vazios e a tensão vertical efetiva e rearranjando os termos da Eq. (2.84), considerando-se o coeficiente de compressibilidade a_v , é possível escrever:

$$\frac{k_r(1+e)}{\gamma_w} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_e}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} \right) = \frac{\partial e}{\partial \sigma'_v} \frac{d\sigma'_v}{dt} = -a_v \frac{\partial}{\partial t} (\sigma_v - u) \quad (2.85)$$

$$\frac{k_r(1+e)}{\gamma_w a_v} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_e}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} [\sigma_v - (u_{ss} + u_e)] \rightarrow \frac{\partial u_{ss}}{\partial t} = 0 \quad (2.86)$$

Admitindo a tensão vertical total constante durante o processo de adensamento e definindo o coeficiente de adensamento na direção horizontal por $c_h = k_r(1+e)/\gamma_w a_v$, a equação diferencial do adensamento primário na direção radial é expressa por:

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = c_h \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_e}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} \right) \quad (2.87)$$

2.2.2.2

Solução de Barron (1948) para drenagem radial - deformações verticais livres

Para solução da Eq. (2.87), a definição de algumas notações são importantes. Da Figura 2.9 observa-se que r_w é raio do dreno, r_s é a o raio da área sob influência do efeito *smear* e r_e é equivalente ao raio do bloco cilindro de solo. A influência do efeito *smear* não será considerada, ou seja, $r_w = r_s$. As condições iniciais e de contorno para o caso de deformações livres são:

1. para $t = 0$, $u = u_i$
2. para $t > 0$, $u = 0$ em $r = r_w$;
3. para $r = r_e$, $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$

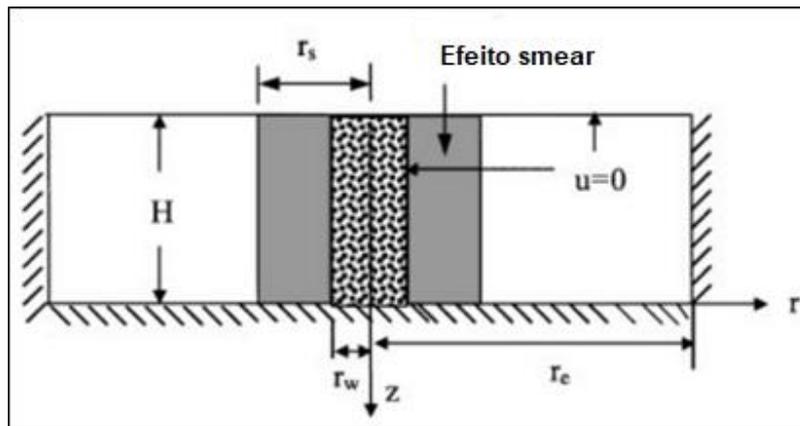


Figura 2.9 – Geometria e condições de contorno para adensamento considerando fluxo radial (adaptado de Zhu e Yin, 2004)

Barron (1948) apresentou a seguinte solução para o excesso de poropressão em um dado tempo t qualquer na distância radial r :

$$u_e = \sum_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots}^{\alpha=\infty} \frac{-2U_1(\alpha)U_0\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right)}{\alpha[n^2U_0^2(\alpha n) - U_1^2(\alpha)]} e^{(-4\alpha^2 n^2 T r)} \quad (2.88)$$

onde

$$n = \frac{r_e}{r_w} \quad (2.89)$$

$$U_1(\alpha) = J_1(\alpha)Y_0(\alpha) - Y_1(\alpha)J_0(\alpha) \quad (2.90)$$

$$U_0(\alpha n) = J_0(\alpha n)Y_0(\alpha) - Y_0(\alpha n)J_0(\alpha) \quad (2.91)$$

$$U_0\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right) = J_0\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right)Y_0(\alpha) - Y_0\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right)J_0(\alpha) \quad (2.92)$$

com:

J_0 = Função de Bessel do primeiro tipo e de ordem zero;

J_1 = Função de Bessel do primeiro tipo e de ordem um;

Y_0 = Função de Bessel do segundo tipo e de ordem zero;

Y_1 = Função de Bessel do segundo tipo e de ordem um;

$\alpha_1, \alpha_2, \dots$ = raízes da função de Bessel que satisfazem $J_1(\alpha n)Y_0(\alpha) - Y_1(\alpha n)J_0(\alpha) = 0$;

T_r = fator tempo para fluxo radial.

A poropressão média ao longo de toda a profundidade pode ser obtida da Eq. (2.88) sendo expressa por:

$$u_v = u_i \sum_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots}^{\alpha=\infty} \frac{4U_1^2(\alpha)}{\alpha^2(n^2 - 1)[n^2U_0^2(\alpha n) - U_1^2(\alpha)]} e^{(-4\alpha^2 n^2 T_r)} \quad (2.93)$$

A dissipação média dos excessos de poropressão U_r pode ser determinada como:

$$U_r = 1 - \frac{u_v}{u_i} \quad (2.94)$$

A Figura 2.10 apresenta a variação do grau de adensamento U_r com o fator tempo T_r para alguns valores do parâmetro n .

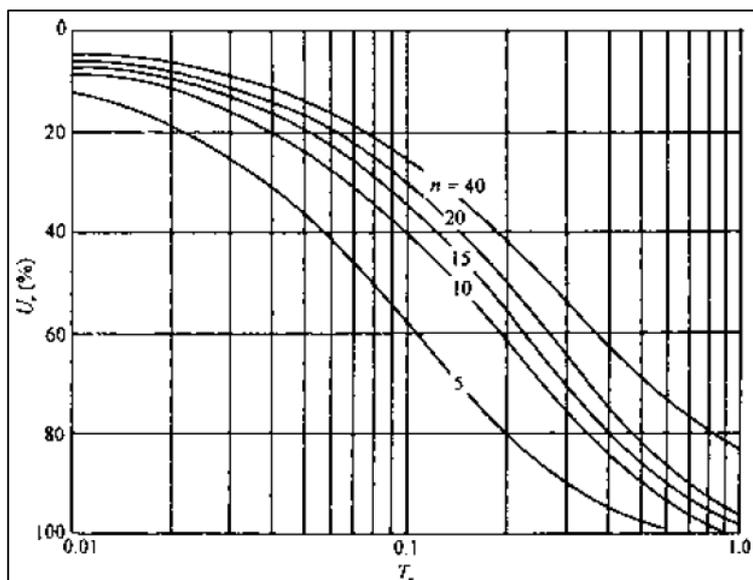


Figura 2.10 – Variação do grau de adensamento U_r com o fator tempo T_r no caso de deformações livres (Braja, 2008)

2.2.2.3

Solução de Barron (1948) para drenagem radial - deformações verticais iguais

O problema de deformações iguais desconsiderando o efeito *smear* foi também investigado por Barron (1948), que apresentou a Eq. (2.95) para determinação de excessos de poropressão em qualquer tempo t e na distância radial r ,

$$u_e = \frac{u_i}{n^2 F(n)} \left\{ n^2 \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{r}{r_w} \right)^2 - 1 \right] \right\} e^{-\frac{2T_r}{F(n)}} \quad (2.95)$$

onde

$$F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \ln(n) - \frac{3n^2 - 1}{4n^2} \quad (2.96)$$

O grau médio de dissipação dos excessos de poropressão devido a drenagem radial é estimado como:

$$U_r = 1 - e^{-\frac{2T_r}{F(n)}} \quad (2.97)$$

A Figura 2.11 apresenta, para alguns valores de n , o grau de adensamento U_r em função do fator tempo T_r . Barron (1948) definiu o fator tempo $T_r = c_{ht}/(2R)^2$, mas na Figura I.10 os valores do eixo horizontal aparecem com um fator 4 vezes maior, isto é, $T_r = c_{ht}/(R)^2$.

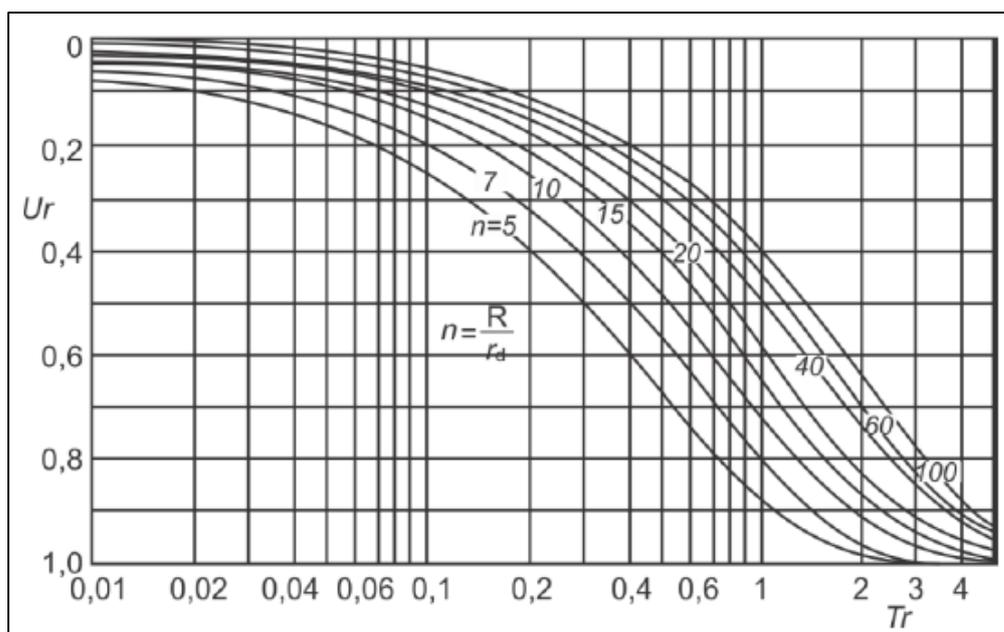


Figura 2.11 – Variação do grau de adensamento U_r com o fator tempo T_r no caso de deformações iguais (adaptado de Barron, 1948)

Uma simplificação para cálculo de $F(n)$ foi proposta por Hansbo (1981):

$$F(n) \cong \ln(n) - 0.75 \quad (2.98)$$

Segundo Braja (2008), para $r_e/r_w > 5$ as hipóteses de deformações livres e iguais resultam aproximadamente nos mesmos valores do grau de adensamento.

2.2.2.4

Solução de Barron (1948) para drenagem radial com efeito *smear* - deformações verticais iguais

Barron (1948) também estendeu a análise para adensamento primário 1D considerando o efeito *smear* no caso de deformações verticais iguais. A análise foi baseada na hipótese de que a argila na região afetada pelo efeito *smear* tem um contorno com excesso de poropressão nulo e o outro com excesso de poropressão dependente do tempo. Barron determinou o excesso de poropressão por:

$$u_e = \frac{u_i}{m'} \left[\ln\left(\frac{r}{r_e}\right) - \frac{r^2 - r_s^2}{2r_e^2} + \frac{k_h}{k_s} \left(\frac{n^2 - S^2}{n^2} \right) \right] e^{\frac{-2T_r}{m'}} \quad (2.99)$$

onde

k_s é o coeficiente de permeabilidade na zona sob efeito *smear*;

$$S = \frac{r_s}{r_w} \quad (2.100)$$

$$m' = \frac{n^2}{n^2 - S^2} \ln\left(\frac{n}{S}\right) - \frac{3}{4} + \frac{S^2}{4n^2} + \frac{k_h}{k_s} \left(\frac{n^2}{n^2 - S^2} \right) \ln S \quad (2.101)$$

O grau médio de dissipação dos excessos de poropressão devido à drenagem radial é calculado como:

$$U_r = 1 - e^{\frac{-2T_r}{m'}} \quad (2.102)$$

Uma aproximação foi proposta por Hansbo (1981) para o cálculo de m' ,

$$m' \cong \ln\left(\frac{n}{S}\right) - 0.75 + \frac{k_h}{k_s} \ln S \quad (2.103)$$

Se ocorrer um decréscimo significativo do coeficiente de permeabilidade na zona amolgada, será necessário um tempo maior para atingir determinado valor da porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U_r , exceto no caso em que o raio da zona amolgada é igual ao raio do dreno. Nessa situação, as Eqs. (2.102) e (2.97) se equivalem.

O valor da razão entre os coeficientes de permeabilidade na zona externa à região amolgada e na zona sujeita ao efeito *smear* depende da execução de ensaios

de laboratório, raramente executados. Hansbo (1986, 1987) e Hird e Moseley (2000) estimaram que esta razão está no intervalo entre 3 a 10, enquanto Bergado et al. (1991) recomendaram valores entre 1.5 e 2. Na falta de informações, Hansbo (1981) recomendou considerar a razão entre os coeficientes de permeabilidade nas direções radial e vertical, que segundo Almeida (1996), no caso de argilas moles brasileiras varia entre 1.5 e 2.

2.2.2.5

Solução de Hansbo (1981) para drenagem radial com efeito *smear* e resistência do dreno – deformações verticais iguais

Hansbo (1981) apresentou uma solução aproximada para drenos verticais, considerando o efeito *smear* e a resistência do dreno baseada na hipótese de deformações iguais. O grau médio de dissipação dos excessos de poropressão em uma profundidade z pode ser expresso por:

$$\bar{U}_{rz} = 1 - e^{-\frac{8T_h}{\mu}} \quad (2.104)$$

onde

$$\begin{aligned} \mu = & \frac{n^2}{n^2 - 1} \left(\ln\left(\frac{n}{s}\right) + \left(\frac{k_h}{k'_h}\right) \ln(s) - 0,75 \right) + \frac{s^2}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) \\ & + \frac{k_h}{k'_h} \frac{1}{n^2 - 1} \left(\frac{s^4 - 1}{4n^2} - s^2 + 1 \right) + \pi z(2l - z) \frac{k_h}{q_w} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned} \quad (2.105)$$

Negligenciando termos de menor importância, a Eq. (2.105) pode ser escrita como:

$$\mu = \ln\left(\frac{n}{s}\right) + \left(\frac{k_h}{k'_h}\right) \ln(s) - 0,75 + \pi z(2l - z) \frac{k_h}{q_w} \quad (2.106)$$

A porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão para a camada pode ser obtida alterando o valor de μ para:

$$\mu = \ln\left(\frac{n}{s}\right) + \left(\frac{k_h}{k'_h}\right) \ln(s) - 0,75 + \frac{2k_h \pi l^2}{3q_w} \quad (2.107)$$

2.3

Drenagem vertical e radial combinadas

Carrillo (1942) propôs uma solução para a obtenção do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão considerando drenagem por fluxo vertical e radial, a qual foi utilizado por Olson (1977) para representar a condição de carregamento dependente do tempo, transcrita abaixo:

$$(1 - U) = (1 - U_v)(1 - U_r) \quad (2.108)$$

onde U é a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão considerando fluxos nas direções vertical e radial, U_v é a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão devido ao fluxo na direção vertical e U_r a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão devido ao fluxo na direção radial.

Do ponto de vista teórico, essa formulação é válida apenas para equações homogêneas, isto é, para carregamentos aplicados de forma instantânea. Para equações não-homogêneas (carregamento aplicado de forma gradual), a Eq. (2.108) pode ser considerada apenas como uma aproximação.

3 Adensamento primário com carregamento dependente do tempo

3.1 Drenagem vertical

3.1.1 Introdução

As equações obtidas no capítulo anterior se aplicam a casos em que o tempo de carregamento é pequeno quando comparado ao tempo necessário para a dissipação dos excessos de poropressão, de modo que o carregamento pode ser assumido como instantâneo, sem variação da tensão total. A Eq. (3.1), proposta por Fox (1948), que relaciona o fator tempo T_v e a dissipação média dos excessos de poropressão U_v , permite uma estimativa do tempo de construção para que um carregamento seja admitido como instantâneo. Como critério utilizado neste trabalho, para 1% de dissipação média dos excessos de poropressão ($U_v = 0,01$), o tempo correspondente pode ser aproximado por:

$$T_v = \frac{\pi}{4} U_v^2 \quad (3.1)$$

Rearranjando a Eq.(3.1), tem-se:

$$t_{1\%} = \frac{\pi H_d^2}{4c_v} \times 10^{-4} \approx \frac{H_d^2}{c_v} \times 10^{-4} \quad (3.2)$$

Logo, carregamentos aplicados em tempo inferior a $t_{1\%}$ podem ser considerados como instantâneos. Há situações de interesse prático, no entanto, em que a hipótese de carregamento instantâneo não pode ser aplicada, sendo necessária a estimativa do recalque de uma camada de solo sujeita a um incremento na tensão total vertical durante um período prolongado de tempo. Na prática, os principais casos estão relacionados com a construção de edifícios ou aterros sobre camadas de argila e a deposição de argila num estado semilíquido em processos de aterro hidráulico.

Ao longo dos anos, vários métodos para estimativa dos excessos de

poropressão e cálculo de recalque por adensamento primário que ocorrem sob carregamento dependente do tempo foram desenvolvidos, os principais dos quais são descritos na próxima seção.

3.1.2

Métodos para análise de carregamento linearmente crescente no tempo

3.1.2.1

Terzaghi (1943)

Para a estimativa do grau de adensamento médio de obras sujeitas a carregamentos linearmente crescentes no tempo, Terzaghi (1943) considerou uma camada de argila localizada entre duas camadas de areia (dupla drenagem). A camada superior de areia serve de base para um edifício em construção. As ordenadas do trecho *Oab* da Figura 3.1 representam a variação dos valores do carregamento p devido à construção gradual do edifício ao longo do tempo t . A aplicação do carregamento é iniciada no tempo $t=0$ e finalizada no tempo $t=t_1$ com valor final p_1 . A curva C_1 representa o grau de adensamento médio ao longo do tempo, supondo que todo o carregamento p_1 do edifício foi aplicado instantaneamente no tempo $t=0$, e que o excesso inicial de poropressão é uniforme ao longo da profundidade da camada de argila. Para a representação da curva C_1 , a escala de tempo t da Figura 3.1 foi modificada para a escala de fator tempo T_v .

Terzaghi (1943) assumiu a hipótese que o grau de adensamento médio no tempo t pode ser obtido considerando a aplicação do carregamento p , de forma instantaneamente, no tempo $t/2$. Considerando o grau de adensamento médio U' no tempo $t/2$, o grau de adensamento médio U no tempo t pode ser estimado em função da fração do carregamento total aplicada no tempo t :

$$U\% = U'\% \frac{p}{p_1} \quad (3.3)$$

Plotando no tempo t o valor determinado pela Eq. (3.3), é então possível obter um ponto pertencente à curva C . Outros pontos podem ser obtidos repetindo o mesmo processo para diferentes valores de tempo t . A partir do ponto a_1 , correspondente ao tempo t_1 de final de construção, o adensamento prossegue como

se o carregamento final p_1 fosse aplicado instantaneamente no tempo $t_1/2$.

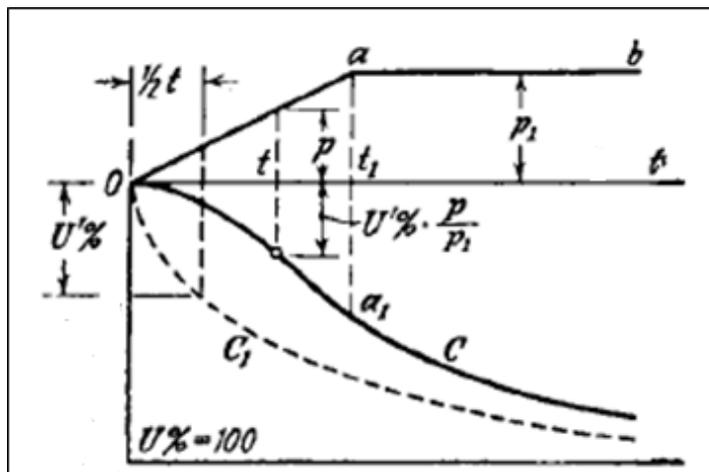


Figura 3.1 - Método gráfico da construção da curva tempo - grau de adensamento para carregamento linearmente crescente no tempo (adaptado de Terzaghi, 1943)

3.1.2.2

Shiffman (1958,1960)

Shiffman (1958, 1960) foi provavelmente o primeiro pesquisador a investigar, por meio de solução analítica, o adensamento de camadas de argila devido à aplicação de carregamento não instantâneo. Esse carregamento foi representado por um trecho inicial linear, que compreende o período de aplicação (t_0) da carga p_0 à taxa constante R , e um trecho posterior constante do período pós-construção, com taxa $R=0$, conforme Figura 3.2. A taxa de carregamento no período da construção é dada por:

$$R = \frac{p_0}{t_0} \quad (3.4)$$

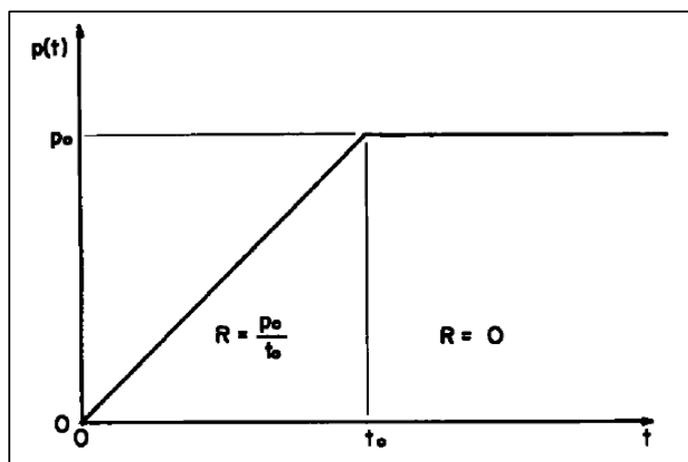


Figura 3.2- Diagrama de carregamento versus tempo (Shiffman, 1960)

No desenvolvimento da solução, Schiffman (op.cit.) admitiu as seguintes hipóteses:

- a) permeabilidade do solo é considerada constante durante todo o adensamento;
- b) cada incremento de carga aplicado gera um excesso inicial de poropressão constante ao longo de toda a espessura da camada de argila;
- c) a taxa de aplicação do carregamento superficial é igual à taxa imposta de geração do excesso de poropressão, resultando, no final do período de construção, em um excesso de poropressão de magnitude u_0 devido ao carregamento p_0 ;
- d) camada de argila com dupla drenagem.

Dessa forma, a Eq. (4.4) pode ser reescrita como:

$$R = \frac{u_0}{t_c} \quad (3.5)$$

Como resultado, o problema tem a seguinte formulação, aplicada ao período de construção $t \leq t_0$:

$$c_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} + \frac{u_0}{t_c} = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (3.6)$$

com as seguintes condições de contorno:

- a) $u_e(0, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_c$;
- b) $u_e(2H_d, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_c$;
- c) $u_e(z, 0) = 0, \quad 0 \leq z \leq 2H_d^2$;

A Eq. (3.6) é uma equação diferencial não-homogênea que pode ser tratada como a soma de duas soluções, ou seja:

$$u_e(z, t) = u_{1e}(z, t) + u_{2e}(z) \quad (3.7)$$

Com base na Eq. (4.7), as condições de contorno para as duas soluções durante o período de carregamento são:

$$c_v \frac{\partial^2 u_{1e}}{\partial z^2} = \frac{\partial u_{1e}}{\partial t} \quad (3.8)$$

- a) $u_{1e}(0, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_0$;
- b) $u_{1e}(2H_d, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_0$;

² A espessura da camada de argila saturada é designada por $2H_d$, em que H_d representa o comprimento do máximo caminho de drenagem.

$$\begin{aligned}
& \text{c) } u_{1e}(z,0) = -u_{2e}(z), \quad 0 \leq z \leq 2H_d; \\
& c_v \frac{\partial^2 u_{2e}}{\partial z^2} + \frac{u_0}{t_c} = 0 \quad (3.9) \\
& \text{a) } u_{2e}(0) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_c; \\
& \text{b) } u_{2e}(2H_d) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_c;
\end{aligned}$$

A solução pode ser obtida utilizando séries de Fourier, obtendo-se a Eq. (3.10) para cálculo dos excessos de poropressão durante o período de construção ($0 \leq t \leq t_c$).

$$\begin{aligned}
u_e(z,t) = \frac{u_0 H_d^2}{c_v t_c} \left\{ -\frac{16}{\pi^3} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2 H_d} e^{-\left(\frac{c_v n^2 \pi^2}{4H_d^2}\right)t} + \frac{z}{H_d} \right. \\
\left. - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{H_d}\right)^2 \right\} \quad (3.10)
\end{aligned}$$

As condições de contorno do problema para o período pós-construção seguem a teoria clássica de Terzaghi,

$$\begin{aligned}
c_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (3.11) \\
\text{a) } u_e(0,t) = 0, \quad t_c \leq t \leq \infty; \\
\text{b) } u_e(2H_d,t) = 0, \quad t_c \leq t \leq \infty;
\end{aligned}$$

e como condição inicial os excessos de poropressão desenvolvidos no final da construção em $t = t_0$:

$$\begin{aligned}
u_e(z,t_c) = \frac{u_0 H_d^2}{c_v t_c} \left\{ -\frac{16}{\pi^3} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2 H_d} e^{-\left(\frac{c_v n^2 \pi^2}{4H_d^2}\right)t_0} + \frac{z}{H_d} \right. \\
\left. - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{H_d}\right)^2 \right\} \quad (3.12)
\end{aligned}$$

A solução para o período pós-construção ($t_c \leq t \leq \infty$) é dada por:

$$\begin{aligned}
u_e(z,t) = \frac{16 u_0 H_d^2}{c_v t_c \pi^3} \left\{ \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2 H_d} e^{-\left(\frac{c_v n^2 \pi^2}{4H_d^2}\right)t} \left(e^{\left(\frac{c_v n^2 \pi^2}{4H_d^2}\right)t_c} \right. \right. \\
\left. \left. - 1 \right) \right\} \quad (3.13)
\end{aligned}$$

Introduzindo o conceito de fator tempo T_v e um fator tempo final de construção T_c (Eq. 3.14) o problema pode ser reformulado em termos de variáveis adimensionais:

$$T_c = c_v \frac{t_c}{H_d^2} \quad (3.14)$$

Para fins computacionais, Shiffman (1958, 1960) introduziu duas novas funções u_z e u_p para representar a poropressão em um determinado ponto da camada e, conseqüentemente, a porcentagem de dissipação dos excessos de poropressão no ponto:

$$\frac{u_z}{u_0}(z) = \frac{z}{H_d} - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{H_d} \right)^2 \quad (3.15)$$

$$\frac{u_p}{u_0}(z, T_v) = \frac{16}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2 H_d} e^{-\left(\frac{n^2\pi^2}{4}\right)T_v} \quad (3.16)$$

As Eq. (3.10) e (3.13) podem então ser reescritas como:

$$\frac{u_e}{u_0} \left(\frac{z}{H_d}, T_v \right) = \frac{1}{T_0} \left[\frac{u_z}{u_0} \left(\frac{z}{H_d} \right) - \frac{u_p}{u_0} \left(\frac{z}{H_d}, T_v \right) \right] \quad 0 \leq T_v \leq T_c \quad (3.17)$$

$$\frac{u_e}{u_0} (z, T_v) = \frac{1}{T_0} \left[\frac{u_z}{u_0} \left(\frac{z}{H_d}, T_v - T_0 \right) - \frac{u_p}{u_0} \left(\frac{z}{H_d}, T_v \right) \right] \quad T_c \leq T_v \leq \infty \quad (3.18)$$

As Figuras 3.3 e 3.4 apresentam as soluções gráficas para a função u_p/u_0 . Na Figura 3.3, a profundidade normalizada z/H_d é mantida como parâmetro, enquanto o fator tempo T_v é a variável independente; na Figura 3.4 esta relação é invertida.

Diferentemente de Olson (1977), que propôs avaliar o carregamento dependente do tempo em função da porcentagem de dissipação média dos excessos de poropressão U_v , que abrange toda a camada de argila, Shiffman (1958, 1960) decidiu apresentar as soluções baseado na porcentagem de dissipação dos excessos de poropressão U_z em um ponto específico da camada, com a justificativa de poder comparar os resultados previstos com as leituras piezométricas de campo.

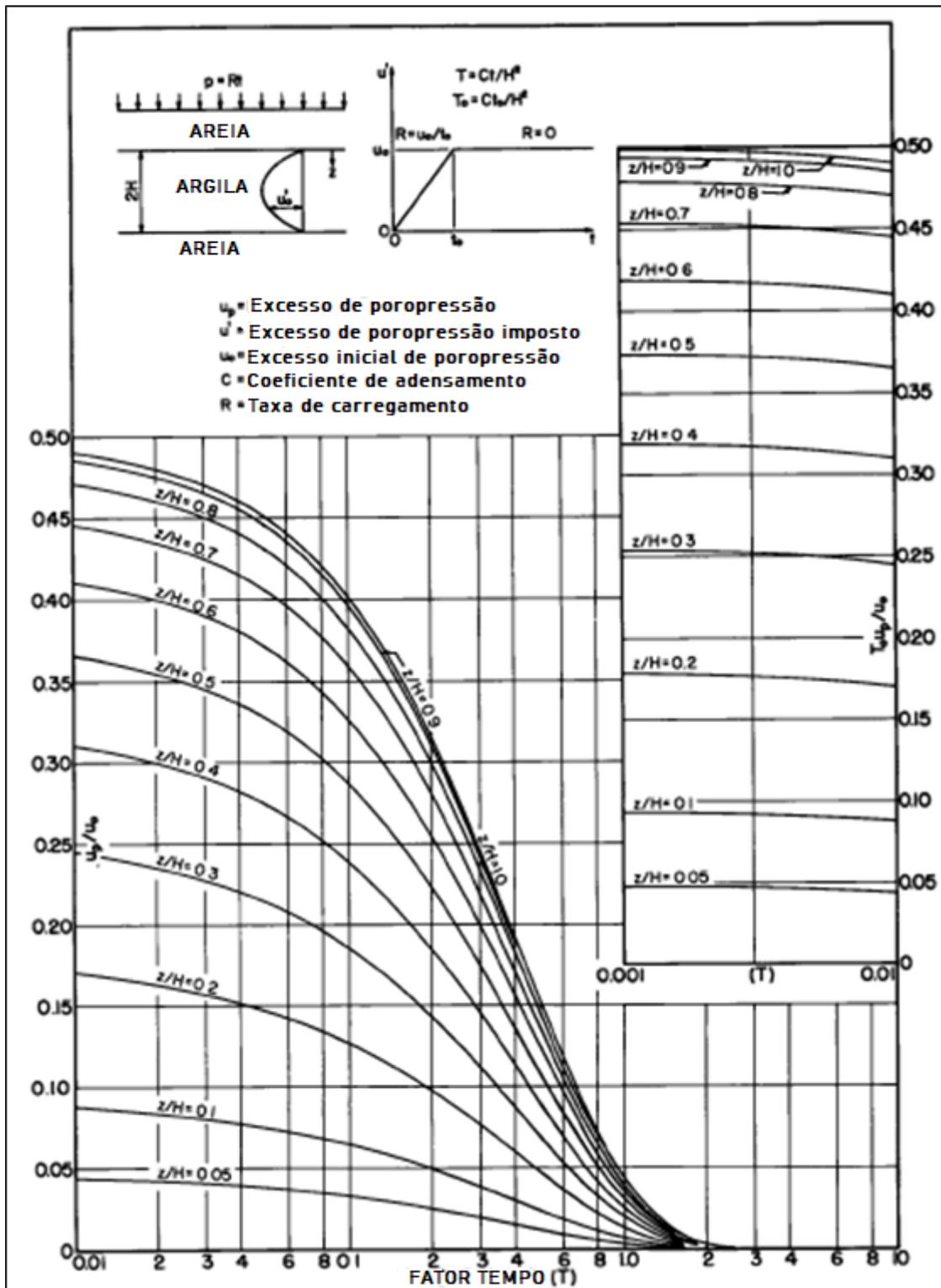


Figura 3.3- Diagrama u_p/u_0 versus fator tempo para determinação do excesso de poropressão na profundidade normalizada z/H (adaptado de Shiffman, 1960)

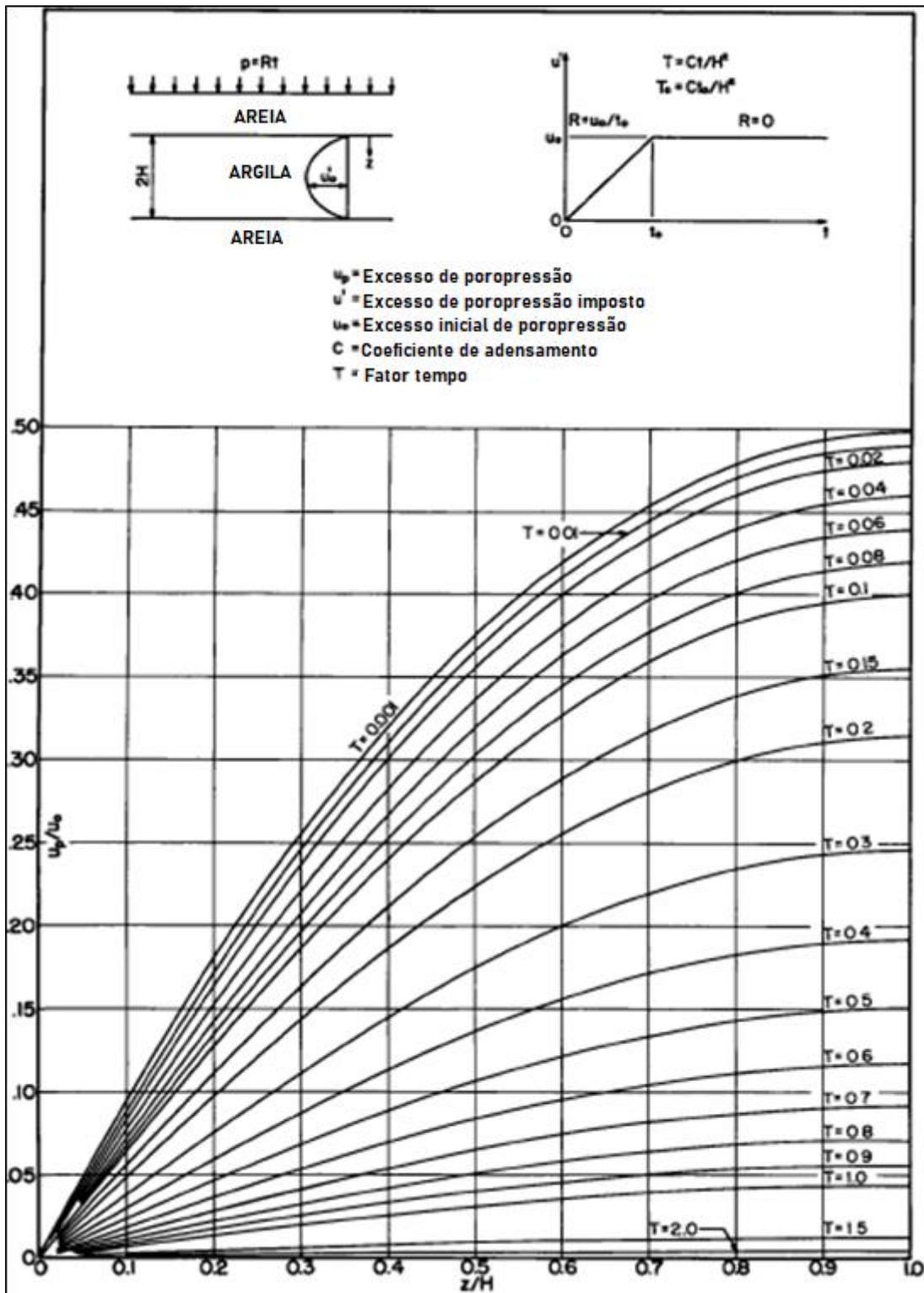


Figura 3.4- Diagrama u_p/u_0 versus profundidade normalizada para determinação do excesso de poropressão no fator tempo T_v (adaptado de Shiffman, 1960)

3.1.2.3 Olson (1977)

Para a análise de recalques de adensamento primário causados por carregamento dependente do tempo, Olson (1977) propôs avaliar o adensamento de uma camada de argila duplamente drenante, sujeita a um excesso inicial de poropressão uniforme, produzido pela aplicação de um carregamento uniforme, que cresce linearmente com o tempo.

Uma camada de argila de espessura $2H_d$ está situada entre duas superfícies drenantes. O carregamento, aplicado a uma taxa constante, induz acréscimo de tensão vertical total uniforme ao longo da profundidade da camada de argila saturada. O diagrama de carregamento é apresentado na Figura 3.5, onde t_c é o tempo de construção e q_c o valor final do carregamento.

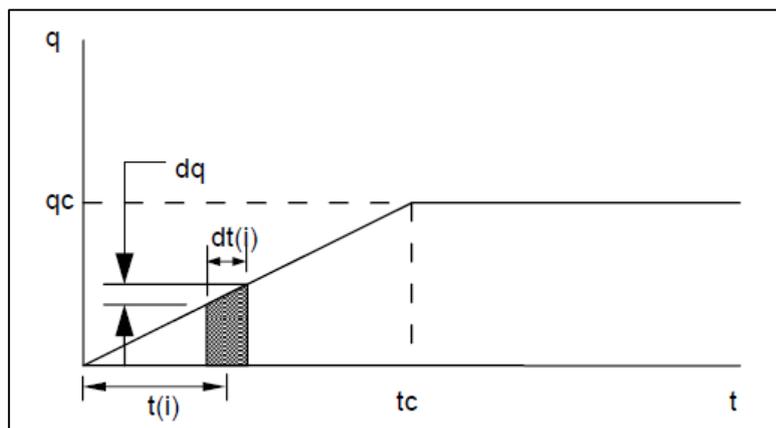


Figura 3.5 - Diagrama de carregamento versus tempo (Olson, 1977)

O excesso infinitesimal de poropressão inicial du_0 , uniforme com a profundidade, gerado pela aplicação do incremento infinitesimal de carregamento dq no intervalo de tempo dt_i é expresso por:

$$du_0 = dq = \frac{q_c}{t_c} dt_i \quad (3.19)$$

O excesso infinitesimal de poropressão du_e na profundidade z no tempo $t-t_i$ vem da Eq. (2.50):

$$du_e = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} \frac{q_c}{t_c} dt_i \operatorname{sen} \left(\frac{Mz}{H_d} \right) e^{\left(\frac{-M^2 c_v (t-t_i)}{H_d^2} \right)} \quad (3.20)$$

A Eq. (3.20) é integrada separadamente, considerando os períodos de carregamento crescente ($t \leq t_c$) e de carregamento constante ($t > t_c$). Para $t \leq t_c$, resulta em:

$$u_e = \int_0^t \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} \frac{q_c}{t_c} \operatorname{sen} \left(\frac{Mz}{H_d} \right) e^{\left(\frac{-M^2 c_v (t-t_i)}{H_d^2} \right)} dt_i \quad (3.21)$$

$$u_e = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M^3} \frac{q_c}{T_c} \operatorname{sen} \left(\frac{Mz}{H_d} \right) [1 - e^{(-M^2 T_v)}], \text{ onde } T_c = \frac{c_v t_c}{H_d^2} \quad (3.22)$$

Olson (1977) definiu a porcentagem de dissipação média dos excessos de poropressão como:

$$U_v = \frac{2H_d q_c \frac{t}{t_c} - \int_0^{2H_d} u_e dz}{2H_d q_c} = \frac{t}{t_c} - \frac{1}{2H_d q_c} \int_0^{2H_d} u_e dz \quad (3.23)$$

onde q_c é o carregamento final e $q_c t/t_c$ é o valor aplicado no instante da análise. Essa definição foi escolhida de tal maneira que o recalque de adensamento primário em qualquer tempo t possa ser obtido pelo produto do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão pelo recalque de adensamento final.

$$\rho_t = U_v(t) \rho_c \quad (3.24)$$

A Eq. (3.22) é inserida na Eq. (3.23) para obter:

$$U_v = \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 - \frac{2}{T_v} \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{1}{M^4} [1 - e^{(-M^2 T_v)}] \right\} \quad (3.25)$$

Para $T_v > T_c$, um procedimento similar leva às seguintes equações:

$$u_e = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M^3} \frac{q_c}{T_c} [e^{(M^2 T_c)} - 1] \operatorname{sen} \left(\frac{Mz}{H_d} \right) [e^{(-M^2 T_v)}], \text{ onde } T_c = \frac{c_v t_c}{H_d^2} \quad (3.26)$$

$$U_v = 1 - \frac{2}{T_c} \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{1}{M^4} [e^{(M^2 T_c)} - 1] [e^{(-M^2 T_v)}] \quad (3.27)$$

Os gráficos da Figura 3.6 mostram a relação $T_v - U_v$ para vários valores do fator tempo de construção T_c . Da Figura 3.6 é possível observar que as curvas de carregamento linear no tempo se aproximam da curva de carregamento instantâneo para tempos maiores ou iguais a $5T_c$. Dessa forma, se previsões do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão forem necessárias para tempos menores que $5T_c$, o carregamento dependente do tempo deve ser considerado.

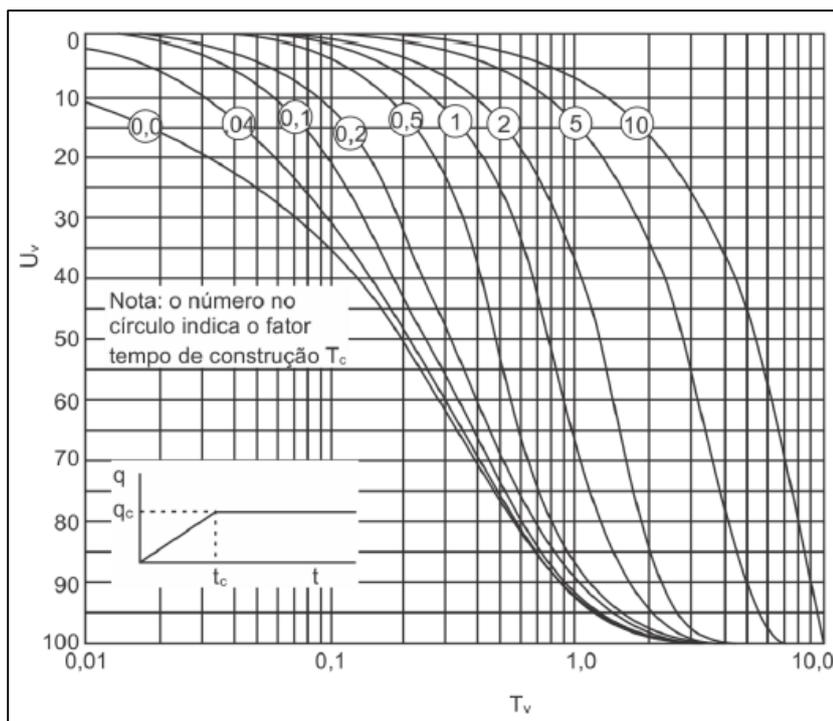


Figura 3.6 - Curvas T_v-U_v para diversos valores do fator tempo de construção T_c (adaptado de Olson, 1977)

3.1.2.4 Zhu e Yin (1998)

Zhu e Yin (1998) mantiveram todas as hipóteses propostas por Terzaghi para o adensamento primário 1D, porém admitindo que a tensão vertical total pode variar com a profundidade e com o tempo (Figura 3.7) permanecendo inalterada após o tempo de construção t_0 . matematicamente, esta variação é definida pela Eq. (3.28):

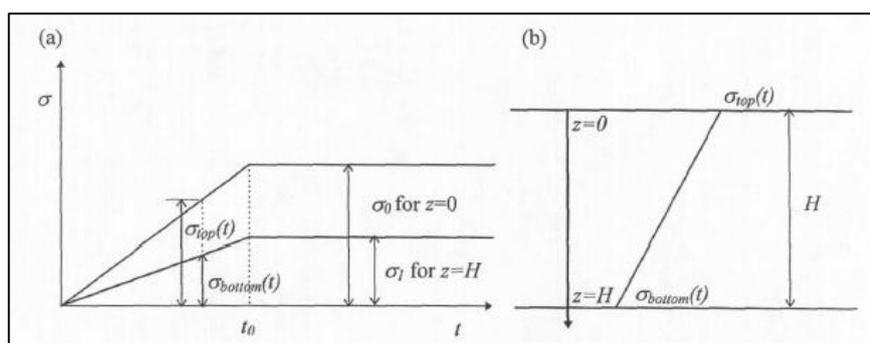


Figura 3.7 - Variação da tensão total com o a) tempo; b) profundidade. Os valores $\sigma_{top}(t)$ e $\sigma_{bottom}(t)$ são os incrementos no topo e na base da camada, respectivamente, no tempo t (Zhu e Yin, 1998)

$$\sigma(z, t) = \begin{cases} \left(\sigma_0 + \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{H} z \right) \frac{t}{t_0} & t \leq t_0 \\ \left(\sigma_0 + \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{H} z \right) & t > t_0 \end{cases} \quad (3.28)$$

onde H é a espessura da camada de argila, σ_0 é o acréscimo da tensão vertical total em $z=0$ e $t=t_0$, e σ_1 é o acréscimo da tensão vertical total em $z=H$ e $t=t_0$.

Zhu e Yin (1998) analisaram o problema para as condições de drenagem dupla e simples, conforme as Eq. (3.29) e (3.30), respectivamente, admitindo o excesso inicial de poropressão como nulo.

$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ u(H, t) = 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

Utilizando o método de separação de variáveis para solução de equações diferenciais não-homogêneas, a Eq. (2.18) considerando o carregamento descrito pela Eq. (3.28) e condições de contorno dadas pelas Eq. (3.29) e (3.30), pode ser resolvida.

$$u(Z, T_v) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(T_v) \text{sen}(\lambda_n Z) \quad (3.31)$$

onde T_v é o fator tempo, Z a profundidade normalizada, definida em função da espessura H da camada, λ_n é autovalor e $T_n(T_v)$ é expresso por:

$$T_n(T_v) = \begin{cases} \frac{b_n}{\lambda_n^3 T_c} [1 - e^{(-\lambda_n^2 T_v)}] & T_v \leq T_c \\ \frac{b_n}{\lambda_n^3 T_c} [1 - e^{(-\lambda_n^2 T_c)}] e^{[-\lambda_n^2 (T_v - T_c)]} & T_v > T_c \end{cases} \quad (3.32)$$

onde b_n é constante e T_c o fator tempo de construção, dado por $T_c = c_v t_0 / H^2$.

Para as condições de contorno da Eq. (3.29), os valores de λ_n e b_n da Eq. (3.32) são determinados por:

$$\lambda_n = n\pi \quad b_n = 2[\sigma_0 - (-1)^n \sigma_1] \quad (3.33)$$

Para as condições de contorno da Eq. (3.30), os valores de λ_n e b_n da Eq. (3.32) são determinados por:

$$\lambda_n = n\pi - \frac{\pi}{2} \quad b_n = 2 \left[\sigma_0 + \frac{2(\sigma_0 - \sigma_1)(-1)^n}{(2n - 1)\pi} \right] \quad (3.34)$$

As Eq. (3.31) e (3.32) podem então ser utilizadas para o cálculo da distribuição dos excessos de poropressão, variáveis com o tempo e a profundidade

do ponto no interior da camada de argila.

A porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão, $U_v(T_v)$, pode ser obtida com base na Eq. (3.31). Para as condições de contorno da Eq. (3.29), $U_v(T_v)$ é estimada como:

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} - \sum_{n=1,3,5} \frac{8}{n^4 \pi^4 T_c} [1 - e^{(-n^2 \pi^2 T_v)}] & T_v \leq T_c \\ 1 - \sum_{n=1,3,5} \frac{8}{n^4 \pi^4 T_c} [1 - e^{(-n^2 \pi^2 T_c)}] e^{[-\lambda_n^2 (T_v - T_c)]} & T_v > T_c \end{cases} \quad (3.35)$$

Para as condições de contorno da Eq. (4.30), $U_v(T_v)$ é calculada por:

$$U_v = U_1 + \frac{\sigma_0 - \sigma_1}{\sigma_0 + \sigma_1} U_2 \quad (3.36)$$

onde U_1 e U_2 são dados por³:

$$U_1 = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} - \sum_{n=1,3,5} \frac{32}{n^4 \pi^4 T_c} \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right)} \right] \\ 1 - \sum_{n=1,3,5} \frac{32}{n^4 \pi^4 T_c} \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_c}{4}\right)} \right] e^{\left[\frac{-n^2 \pi^2}{4} (T_v - T_c)\right]} \end{cases} \quad (3.37)$$

$$U_2 = \begin{cases} - \sum_{n=1,3,5} \frac{32}{n^4 \pi^4 T_c} \left[1 + (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{4}{n\pi} \right] \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right)} \right] \\ - \sum_{n=1,3,5} \frac{32}{n^4 \pi^4 T_c} \left[1 + (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{4}{n\pi} \right] \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_c}{4}\right)} \right] e^{\left[\frac{-n^2 \pi^2}{4} (T_v - T_c)\right]} \end{cases} \quad (3.38)$$

Os gráficos das Figuras 3.8 e 3.9 mostram a relação $T_v - U_1$ e $T_v - U_2$, respectivamente, para vários valores do fator tempo de construção T_c , em escala aritmética, considerando a condição de drenagem simples.

³ A primeira linha das Eq. (3.37) e (3.38) se refere ao fator tempo $T_v \leq T_c$ e a segunda linha para $T_v > T_c$.

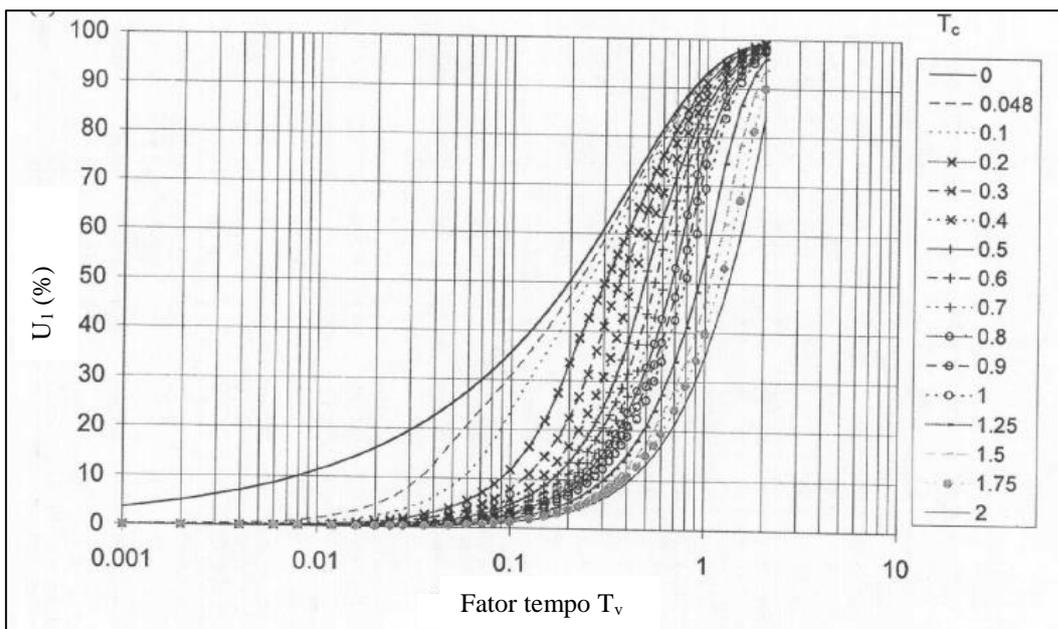


Figura 3.8 - Gráfico T_v-U_1 para tensão vertical total dependente da profundidade e variável no tempo (adaptado de Zhu e Yin, 1998)

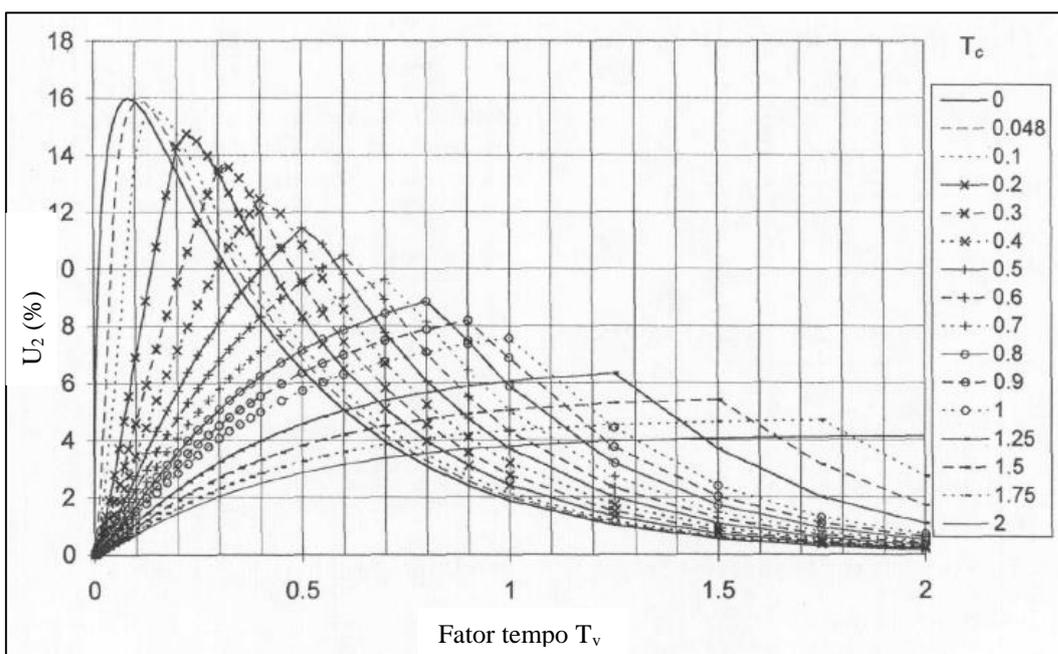


Figura 3.9- Gráfico T_v-U_2 para tensão vertical total dependente da profundidade e variável no tempo (adaptado de Zhu e Yin, 1998)

3.1.2.5

Hanna et al. (2013)

Para o desenvolvimento teórico da solução analítica que contempla o carregamento dependente do tempo, Hanna et al. (2013) assumiram que o carregamento total na camada de argila é aplicado a uma taxa λ por unidade de

tempo, como apresentado na Figura 3.10. Esse carregamento é aplicado constantemente durante um período de tempo t_0 (isto é, período de construção) e, portanto, o carregamento total aplicado ao final do período de construção é λt_0 . Essa seria, então, a poropressão inicial (u_0) se toda o carregamento fosse aplicado instantaneamente.

$$u_0 = \lambda t_c \quad (3.39)$$

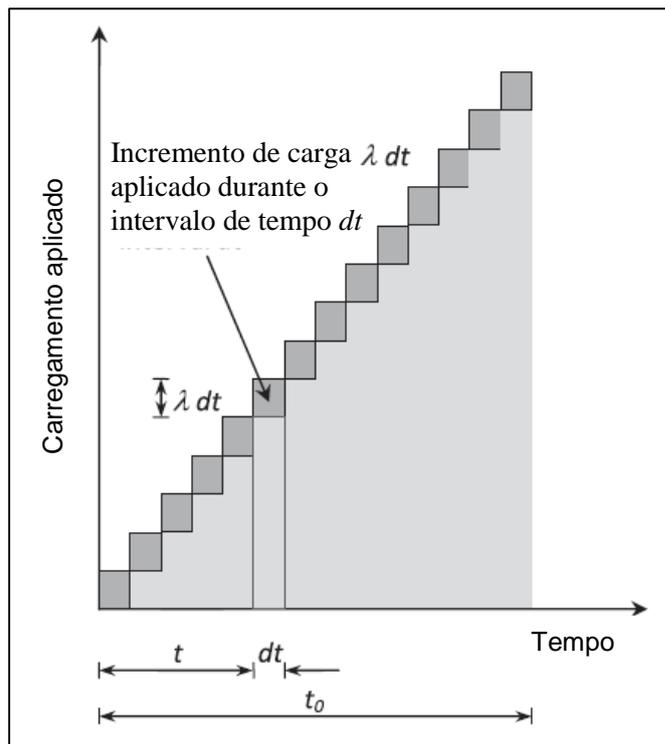


Figura 3. 10 - Discretização do carregamento aplicado em incrementos infinitesimais (adaptado de Hanna, 2013)

Durante um período infinitesimal de tempo dt , o carregamento incremental na camada de argila é λdt (Figura 3.10), que resulta em um aumento infinitesimal de poropressão (Δu_0) de λdt , no tempo t , assumindo que esse excesso de poropressão distribuído uniformemente com a profundidade. Parte do excesso de poropressão já terá dissipado no momento que o carregamento for concluído, isto é, no tempo t_c . A fração de excesso de poropressão dissipado no tempo t_0 é dado por U_{t_c-t} , que representa o grau médio de adensamento durante o intervalo de tempo $t_c - t$, obtido a partir da teoria do adensamento unidimensional de Terzaghi.

$$\Delta u_0 - \Delta u_{t_c} = U_{t_c-t} \lambda dt \quad (3.40)$$

onde Δu_0 representa o aumento inicial de poropressão causado pelo incremento de carregamento λdt e Δu_{t_c} corresponde ao excesso de poropressão que permanece

indissipado em t_c .

Considerando todos os intervalos de tempo, o excesso médio de poropressão que dissipou no tempo t_0 é dado por:

$$u_0 - u_{t_c} = \int_{t=0}^{t_c} U(t_c - t) \lambda dt \quad (3.41)$$

onde u_{t_c} corresponde ao excesso médio de poropressão no tempo t_c , considerando todo o carregamento.

A Eq. (3.41) pode, também, ser escrita como:

$$u_0 - u_{t_c} = \int_{t=0}^{t_c} U(t) \lambda dt \quad (3.42)$$

Assim, o grau de adensamento médio U_v no tempo t_0 é dado por:

$$U_0 = \frac{u_0 - u_{t_c}}{u_0} = \frac{\int_0^{t_c} U(t) \lambda dt}{\lambda t_c} = \frac{\int_0^{t_c} U(t) dt}{t_c} \quad (3.43)$$

A Eq. (3.43) também pode ser expressa por:

$$U_0 = \frac{\int_0^{T_c} U(T) dT}{T_c} \quad (3.44)$$

Considerando T_0 como:

$$T_c = \frac{c_v t_c}{H^2} \quad (3.45)$$

Assumindo condição de dupla drenagem e substituindo a Eq. (2.50) na Eq. (3.44) resulta:

$$U_0 = \frac{\int_0^{T_c} \left[1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M^2} e^{(-M^2 T)} \right] dT}{T_c} \quad (3.46)$$

Integrando,

$$U_0 = 1 - \frac{1}{T_c} \left[\sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M^4} (1 - e^{-M^2 T_c}) \right] \quad (3.47)$$

A Eq. (3.47) pode ser utilizada como base na determinação dos recalques de adensamento primário 1D durante o período de construção ou pós-construção, para qualquer período de tempo t_c . Deve-se notar que quando $T=T_c$ a Eq.(3.47) se reduz à Eq. (3.25) proposta por Olson (1977).

Durante o período de construção, para $t < t_c$, o grau de adensamento médio no fim da aplicação do carregamento (U_0) é proporcionalmente reduzido, para considerar a fração do carregamento aplicado no tempo t qualquer. Se a carregamento parcial no tempo t for representado por $q(t)$ e o carregamento total no

fim do período de construção for dado por q_0 , então o grau médio de adensamento pode ser calculado como:

$$U_{t < t_c} = U_0 \left(\frac{q(t)}{q_c} \right) \quad (3.48)$$

Para o período pós-construção, isto é $t > t_c$, o problema pode ser tratado como um caso de carregamento instantâneo, onde a distribuição “inicial” dos excessos de poropressão, no tempo $t = t_c$, é assumida como senoidal ou semi-senoidal para os casos de drenagem dupla e simples, respectivamente. Essa hipótese foi adotada por Lovisa (2012), considerando que as isócronas dos excessos de poropressão tendem a assumir uma forma senoidal ou semi-senoidal durante o adensamento, quando a distribuição inicial do excesso de poropressão é uniforme ao longo da profundidade da camada de argila. O grau médio de adensamento para o período pós-construção foi descrito por Hanna et al. (2013) como:

$$U_{t > t_c} = U_0 + (1 - U_0)U_{t-t_c} \quad (3.49)$$

onde U_0 é o grau médio de adensamento ao final do carregamento. Os valores para U_{t-t_c} são aqueles gerados pela distribuição inicial senoidal ou semi-senoidal, que devem ser escolhidos e aplicados na Eq. (4.50) de acordo com o fator tempo:

$$T_{t-t_c} = \frac{c_v(t - t_c)}{H^2} \quad (3.50)$$

Por se tratar de uma solução aproximada para o período pós-construção, a Eq. (3.49) pode resultar em erros absurdos de previsão do grau médio de adensamento, pois para um mesmo tempo analisado, o valor de U calculado é superior ao obtido com a solução de carregamento instantâneo, o que é impossível. A explicação e correção desse erro, com a devida solução analítica para tempos após a construção, está em Carneiro et al. (2021).

3.1.2.6 Lovisa (2012)

Lovisa (2012), utilizando as equações descritas por Hanna (2011, 2013), propôs avaliar o período pós-construção assumindo a hipótese de distribuição semi-senoidal ou senoidal do excesso inicial de poropressão para drenagem simples e

drenagem dupla, respectivamente. As curvas de grau médio de adensamento versus fator tempo para alguns valores de fator tempo de construção são apresentadas na Figura 3.11. A curva de carregamento dependente do tempo é obtida da Eq. (3.46), onde o grau de dissipação dos excessos de poropressão é função do tempo de construção T_c . A curva é utilizada como base, pela qual é possível computar os valores de U_v para o período pós-construção, iniciando de um valor T_c escolhido.

As curvas denominadas como solução verdadeira foram determinadas a partir de um processo de discretização do carregamento linearmente crescente, simulando a aplicação em pequenos incrementos instantâneos. Correspondem aos fatores tempo de construção 0.05, 0.2, 0.4 e 0.8, utilizando a teoria do adensamento primário de Terzaghi para carregamento aplicado instantaneamente. As curvas denominadas hipótese semi-senoidal e senoidal foram apresentadas por Lovisa (2012) para validar as hipóteses de que as isócronas seguem formas semisenoidal ou senoidal após o período de construção, conforme condição de drenagem do problema. Como pode ser observado na Figura 3.11, para valores de T_c maiores que 0.2 e 0.05, para drenagem simples e dupla, respectivamente, as curvas convergem. No entanto, para valores de T_c inferiores, o grau médio de adensamento é subestimado, o que pode ser atribuído ao fato que a forma das isócronas assumem uma geometria parabólica nos estágios iniciais, ao invés da forma senoidal.

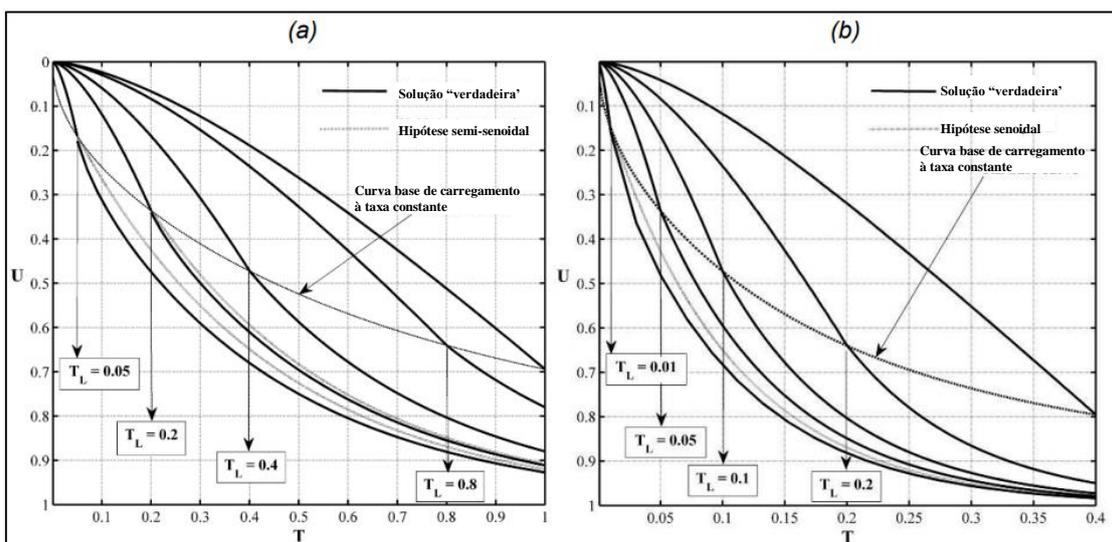


Figura 3.11 – Curvas T_v-U_v para diversos valores do fator tempo de construção T_c , considerando a) drenagem simples e b) drenagem dupla (adaptado de Lovisa, 2012)

3.1.2.7

Método da subdivisão em carregamento instantâneos

A prática usual para a análise de carregamentos dependentes do tempo é subdividir o diagrama de carregamento versus tempo ($q \times t$) em um número adequado de carregamentos parciais e considerá-los aplicados instantaneamente no centro dos diferentes intervalos de tempo, conforme a Figura 3.12. A curva recalque versus tempo de cada carregamento parcial é obtida, e todas são somadas para produzir uma curva final aproximada, considerando o carregamento dependente do tempo.

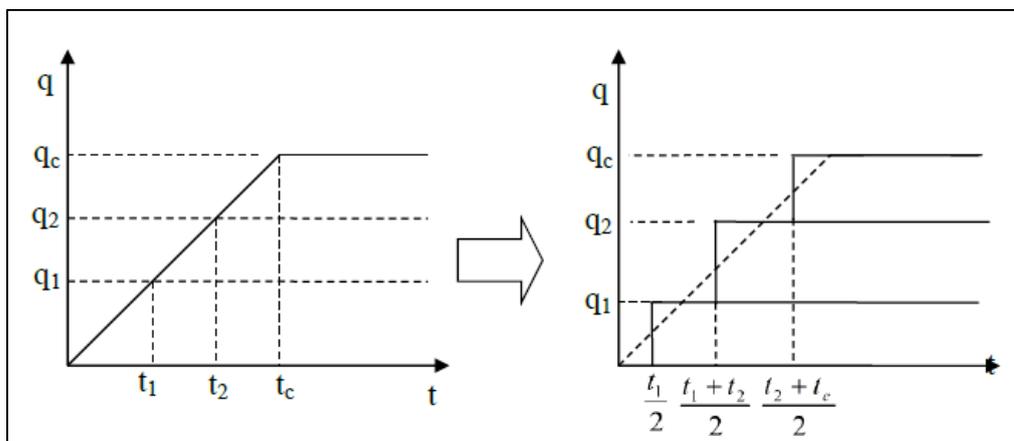


Figura 3.12 – Subdivisão do carregamento dependente do tempo em carregamentos instantâneos

(Autor, 2021)

Uma solução aproximada para a estimativa da dissipação média dos excessos de poropressão U_v^{ni} , para carregamento não instantâneo, pode ser obtida pela Eq. (3.51):

$$U_v^{ni} = \frac{\sum U_v^i \Delta q^i}{q_c} \quad (3.51)$$

onde U_v^i é a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão devido à aplicação instantânea do incremento de carregamento Δq^i .

É recomendada a subdivisão do carregamento em iguais incrementos, o que resultado na aplicação em tempos também igualmente espaçados, como observado na Figura 3.12.

3.1.2.8 Carneiro et al. (2021)

Carneiro et al. (2021) revisaram alguns métodos aproximados para previsão de recalque por adensamento primário devido a carregamento linear no tempo. Observaram que o método empírico proposto por Terzaghi (1943) mostrou ser preciso apenas para pequenos valores de T_c ($T_c < 0,2$) e que a solução apresentada por Hanna et al. (2013) fornece resultados exatos para o período de construção, mas leva a erros significativos após o final da construção.

Dois procedimentos foram propostos para corrigir esses problemas. O primeiro melhorou a abordagem de Hanna et al. (2013), combinando a discretização da carga aplicada com o conceito de efeitos de superposição. A correção resolveu as imprecisões. O novo conjunto de equações obtido era idêntico à solução de Olson (1977) para qualquer tempo de construção. O segundo, simples e de fácil aplicação, revelou-se muito mais preciso que o método de Terzaghi (1943) quando comparado com a solução de Olson (1977). Exemplos numéricos mostraram que a diferença entre o método proposto pelos autores e a teoria de Olson (1977) é desprezível para todo o intervalo de tempo.

O período pós-construção definido por Hanna et al. (2013) foi corrigido pela simples aplicação do princípio da superposição. Conforme mostrado na Figura 3.13, a primeira etapa consiste na extrapolação do carregamento além do final da construção ($t' \geq t_c$) para q'_t . Dessa forma, o grau médio de adensamento é calculado subtraindo de $U'_1(t')$ o valor correspondente de $U'_2(t')$ devido o excesso de carga, isto é:

$$U'(t') = U'_1(t') - U'_2(t') \quad (3.52)$$

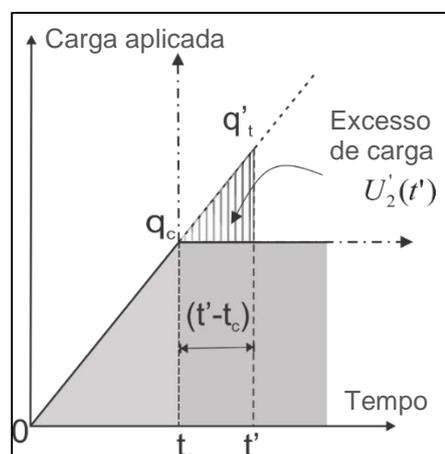


Figura 3.13 – Esquema de cálculo para $t > t_c$. (Carneiro et al., 2021)

O primeiro termo $U'_1(t')$ compreende todos os incrementos de carga infinitesimais reais e virtuais. A fração do excessos de poropressão que é dissipada a qualquer tempo $t' \geq t_c$ é $U(t' - t)\lambda dt$. Dessa forma, para todos os tempos, o grau médio de adensamento no tempo t' é dado por:

$$U'_1 = \frac{1}{\lambda t_c} \int_0^{t'} U(t' - t)\lambda dt = \frac{1}{t_c} \int_0^{t'} U(t) dt \quad (3.53)$$

O segundo termo contém apenas incrementos de cargas virtuais. O grau médio de adensamento $U'_2(t')$ é determinado similarmente, deslocando a origem do eixo cartesiano. A fração de excesso de poropressão dissipado no tempo $t' \geq t_c$ é $U(t' - t_c - t)\lambda dt$, então:

$$U'_2 = \frac{1}{\lambda t_c} \int_0^{t'-t_c} U(t' - t_c - t)\lambda dt = \frac{1}{t_c} \int_0^{t'-t_c} U(t) dt \quad (3.54)$$

Assim, o grau médio de adensamento em qualquer momento após o término do carregamento é dado pela Eq. (3.55):

$$U'(t') = \frac{1}{t_c} \left[\int_0^{t'} U(t) dt - \int_0^{t'-t_c} U(t) dt \right] = \frac{1}{t_c} \int_{t'-t_c}^{t'} U(t) dt \quad (3.55)$$

Finalmente, o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão após o término da construção é dado por:

$$U'(T \geq T_c) = 1 - \frac{1}{T_c} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^4} [e^{-M^2(T-T_c)} - e^{-M^2T}] \quad (3.56)$$

A Eq. (3.56) é análoga à equação proposta por Olson (1977) para $t \geq t_c$.

Alternativamente, um segundo procedimento foi proposto para o cálculo do grau médio de adensamento. Durante o período de construção, uma solução aproximada para a integral definida na Eq. (3.44) pode ser obtida por métodos de integração numérica, como a regra de Simpson. Dados três pontos, a regra de Simpson aproxima o integrando em um função quadrática.

Aplicando essa regra, o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão pode ser expresso pelos valores da função no limite inferior, ponto médio e limite superior:

$$\int_{t_a}^{t_b} U(t) dt \approx \frac{T_b - T_a}{6} \left[U(T_a) + 4U\left(\frac{T_b + T_a}{2}\right) + U(T_b) \right] \quad (3.57)$$

O processo de carregamento é iniciado em $t_a = 0$. Assim, em qualquer fator tempo (T) durante a construção, o valor aproximado do grau médio de adensamento é dado por:

$$U'(T \leq T_c) = \frac{1}{T_c} \int_0^T U(T) dT \approx \frac{T}{T_c} \left[\frac{U(0) + 4U\left(\frac{T}{2}\right) + U(T)}{6} \right] \quad (3.58)$$

Segundo Carneiro et al. (2021) a Eq. (3.58) incorpora um erro que aumenta com a diminuição da taxa de carregamento. Para superar esse erro inerente, um pequeno ajuste no primeiro termo da Eq. (3.58) foi realizado, como mostrado na Eq. (3.59).

$$U'(T \leq T_c) \approx \frac{T}{T_c} \left[\frac{U\left(\frac{T}{24}\right) + 4U\left(\frac{T}{2}\right) + U(T)}{6} \right] \quad (3.59)$$

A Figura 3.14 mostra a comparação do método proposto em relação aos métodos apresentados por Terzaghi (1943) e Olson (1977).

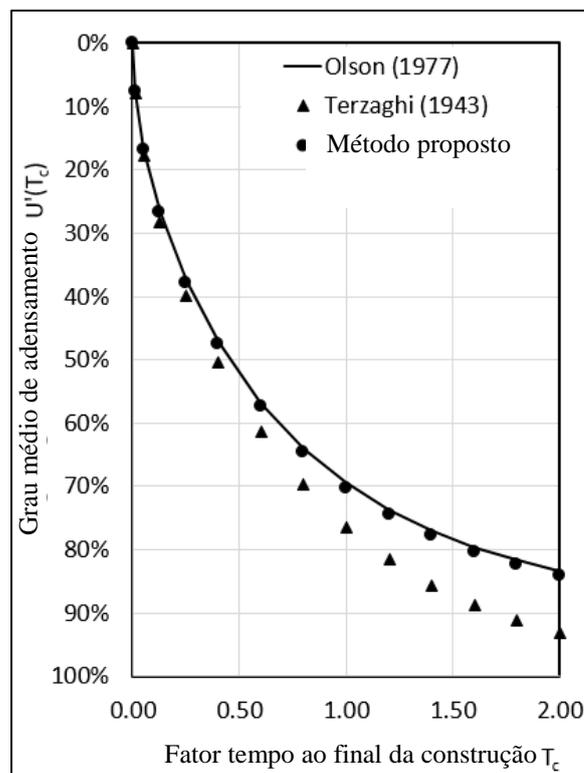


Figura 3.14 – Influência do período de construção na previsão do grau médio de adensamento ao final do período de construção para carregamentos lineares no tempo. (adaptado de Carneiro et al., 2021)

Para o período pós-construção, como a carga não sofre mais variação, Carneiro et al. (2021) utilizou o procedimento similar ao de Terzaghi (1943). O processo de adensamento é aproximado considerando que a carga foi aplicada de forma instantânea em um fator tempo $T \leq T_c$. Assim, o grau médio de adensamento pode ser estimado determinando qual fator tempo $T^* \leq T_c$ produziria o mesmo grau

médio de adensamento ao fim do período de construção, isto é:

$$(T^*) = U'(T_c) = \left[\frac{U\left(\frac{T_c}{24}\right) + 4U\left(\frac{T_c}{2}\right) + U(T_c)}{6} \right] \quad (3.60)$$

Este carregamento instantâneo equivalente foi, portanto, aplicado em $T = T_c - T^*$. Após o final da construção, a curva de grau médio de adensamento é sempre deslocada em $T_c - T^*$. Esse procedimento leva a:

$$U'(T > T_c) \approx U(T + T^* - T_c) \quad (3.61)$$

3.2

Drenagem radial

3.2.1

Introdução

Drenos verticais são frequentemente utilizados quando é necessário garantir que uma parcela significativa do adensamento primário ocorra durante ou imediatamente após o período de construção. Dessa forma, o tempo de construção t_c é uma variável importante no projeto, e admitir a hipótese de carregamento instantâneo pode resultar em importantes erros de previsão da velocidade de recalques.

Shiffman (1958, 1960) foi o primeiro autor a incluir os efeitos do carregamento linear no tempo considerando drenagem radial. As análises foram baseadas na hipótese de deformações iguais apresentadas por Barron (1948), admitindo duas situações: a) carregamento linear no tempo com permeabilidade constante e consideração de uma zona amolgada (efeito smear); b) carregamento linear no tempo com permeabilidade variável e sem consideração do efeito smear. Soluções analíticas e gráficas foram apresentadas por Shiffman (op.cit.) para a obtenção da poropressão média ao longo da profundidade da camada de solo.

Posteriormente, Olson (1977), seguindo a metodologia apresentada na seção 3.1.2.3, obteve soluções para determinação da porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão na direção radial, considerando aplicação de um carregamento linear no tempo, com a hipótese de deformações iguais e sem a

influência do efeito smear.

Mais recentemente, Conte e Troncone (2009) desenvolveram uma solução analítica na condição de deformações livres, desconsiderando efeito smear mas generalizando o carregamento no tempo, não mais restrito à situação de crescimento linear.

As principais soluções da equação diferencial do adensamento primário sob fluxo horizontal (Rendulic, 1936), na aplicação em drenos verticais para acelerar o processo de adensamento, se devem a Barron (1948) e Hansbo (1981), discutidas a seguir.

O leitor interessado pode encontrar no apêndice I uma discussão acerca das características dos drenos verticais (diâmetro equivalente, capacidade de descarga, resistência do dreno) e processos de instalação (forma e tamanho do mandril, efeito smear).

3.2.2

Métodos para análise de carregamento linearmente crescente no tempo

3.2.2.1

Solução de Shiffman (1958, 1960)

Shiffman (1968, 1960) propôs uma solução para avaliar o carregamento linear no tempo, considerando a hipótese de deformações iguais, influência do efeito *smear* e permeabilidade constante durante o processo de adensamento. O carregamento foi considerado como um aumento linear prescrito do excesso de poropressão. Nesta dissertação, apenas a solução para permeabilidade constante será apresentada.

As seguintes equações apresentam o roteiro de cálculo para a obtenção do excesso médio de poropressão na camada de argila, em função da taxa R de aplicação do carregamento:

$$R = \frac{\bar{u}_0}{t_0} \quad (3.62)$$

onde \bar{u}_0 é o excesso de poropressão médio imposto ao final do período de construção t_0 .

O excesso de poropressão, durante e após o período de construção, pode ser calculado pelas seguintes equações:

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = \frac{1}{8T_0} \left[F(n, s) + \frac{G(n, s)}{X} \right] \left[1 - e^{\frac{-8T_h}{F(n, s)}} \right] \quad T_h \leq T_0 \quad (3.63)$$

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = \frac{1}{8T_0} \left[F(n, s) + \frac{G(n, s)}{X} \right] \left[1 - e^{\frac{-8T_0}{F(n, s)}} \right] e^{\frac{-8(T_h - T_0)}{F(n, s)}} \quad T_h > T_0 \quad (3.64)$$

$$F_1(n, s) = \frac{n^2}{n^2 - s^2} \ln(s) + \frac{s^2 - 3n^2}{4n^2} \quad (3.65)$$

$$F_2(n, s) = \frac{n^2 - s}{n^2} \ln(s) \quad (3.66)$$

$$G(n, s) = \frac{1 - s^2(1 - 2\ln s)}{2n^2} \quad (3.67)$$

$$F(n, s) = F_1(n, s) + \theta F_2(n, s) \quad (3.68)$$

$$\theta = \frac{k_r}{k_r''} \quad (3.69)$$

$$X = \frac{c_h}{c_h''} \quad (3.70)$$

onde

$F_1(n, s)$ = parâmetro geométrico do dreno;

$F_2(n, s)$ = parâmetro geométrico do dreno;

$G(n, s)$ = parâmetro geométrico do dreno;

k_r = coeficiente de permeabilidade radial da zona não amolgada;

k_r'' = coeficiente de permeabilidade radial da zona amolgada;

c_h = coeficiente de adensamento radial da zona não amolgada;

c_h'' = coeficiente de adensamento radial da zona amolgada;

As Figuras 3.15 a 3.20 apresentam gráficos desenvolvidos por Shiffman (1960) para determinação dos parâmetros geométricos F_1 , F_2 e G .

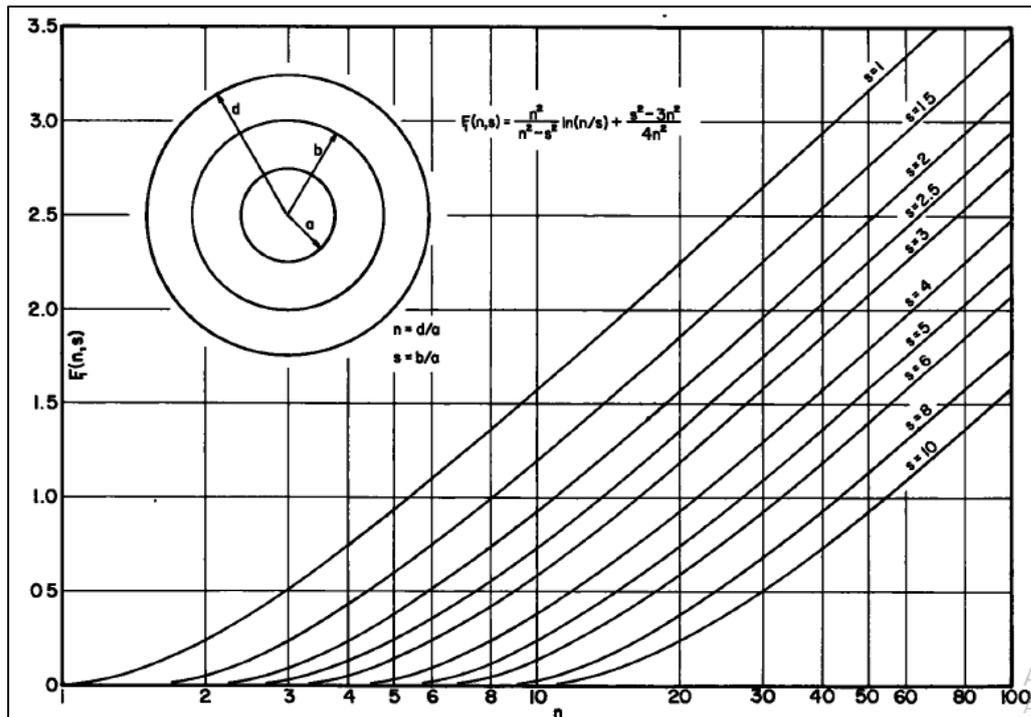


Figura 3.15 – Parâmetro geométrico $F_I(n,s)$ – parâmetro de razão do efeito *smear*
 (Shiffman, 1960)

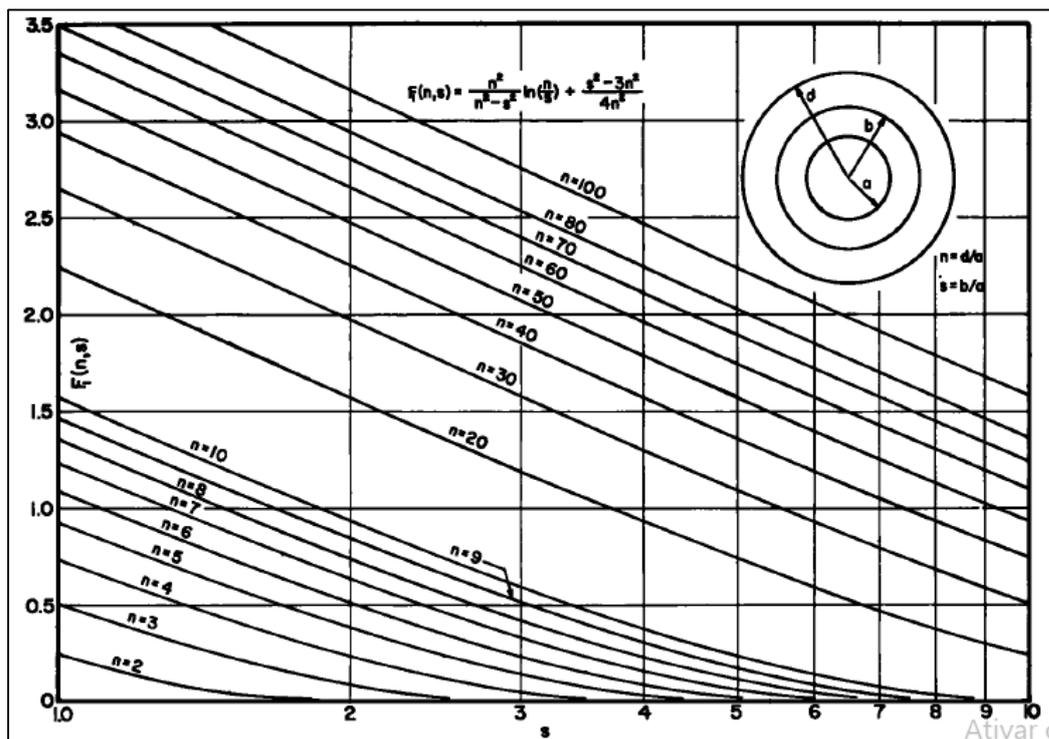


Figura 3.16 – Parâmetro geométrico $F_I(n,s)$ – parâmetro de razão do dreno (Shiffman, 1960)

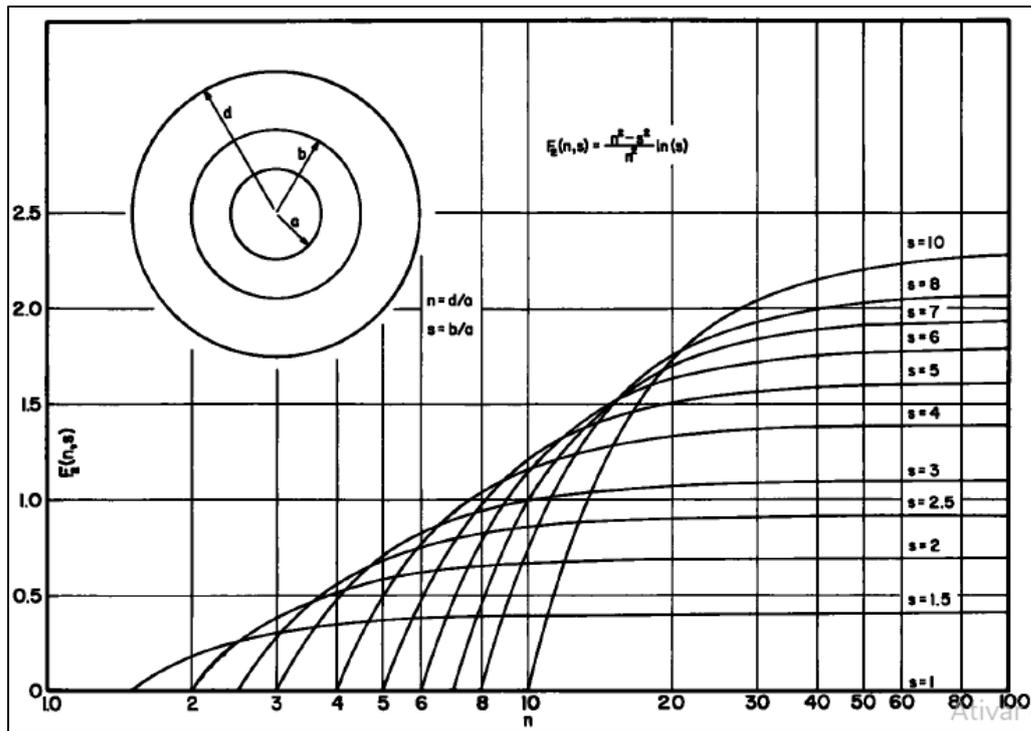


Figura 3.17 – Parâmetro geométrico $F_2(n,s)$ – parâmetro de razão do efeito smear
(Shiffman, 1960)

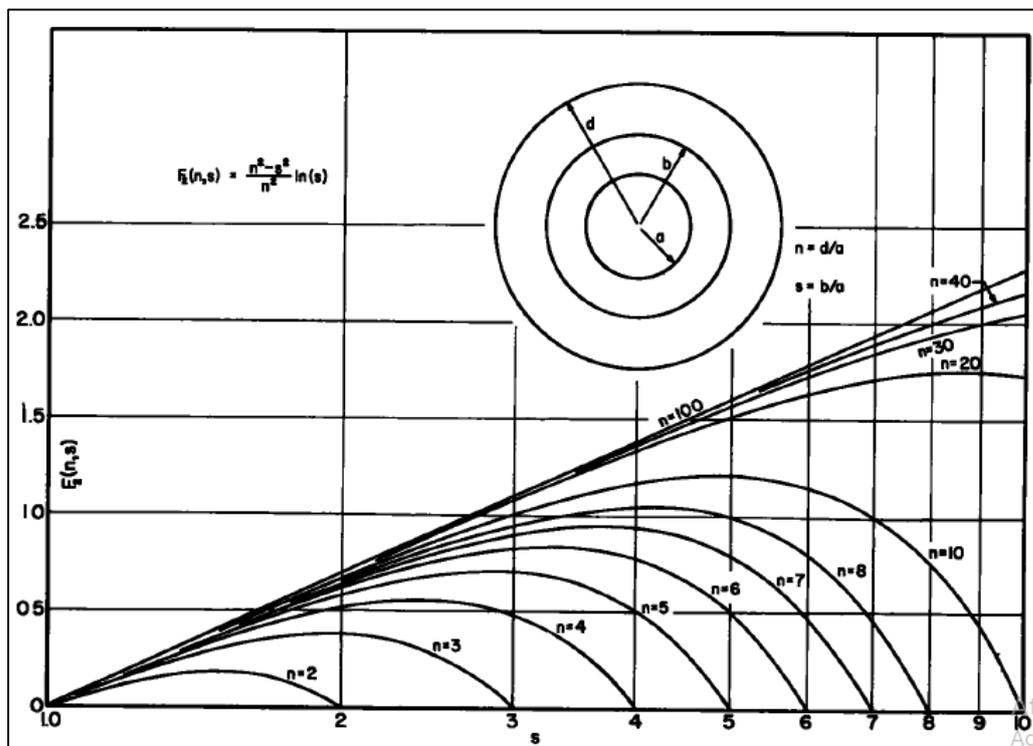


Figura 3.18 – Parâmetro geométrico $F_2(n,s)$ – parâmetro de razão do dreno (Shiffman, 1960)

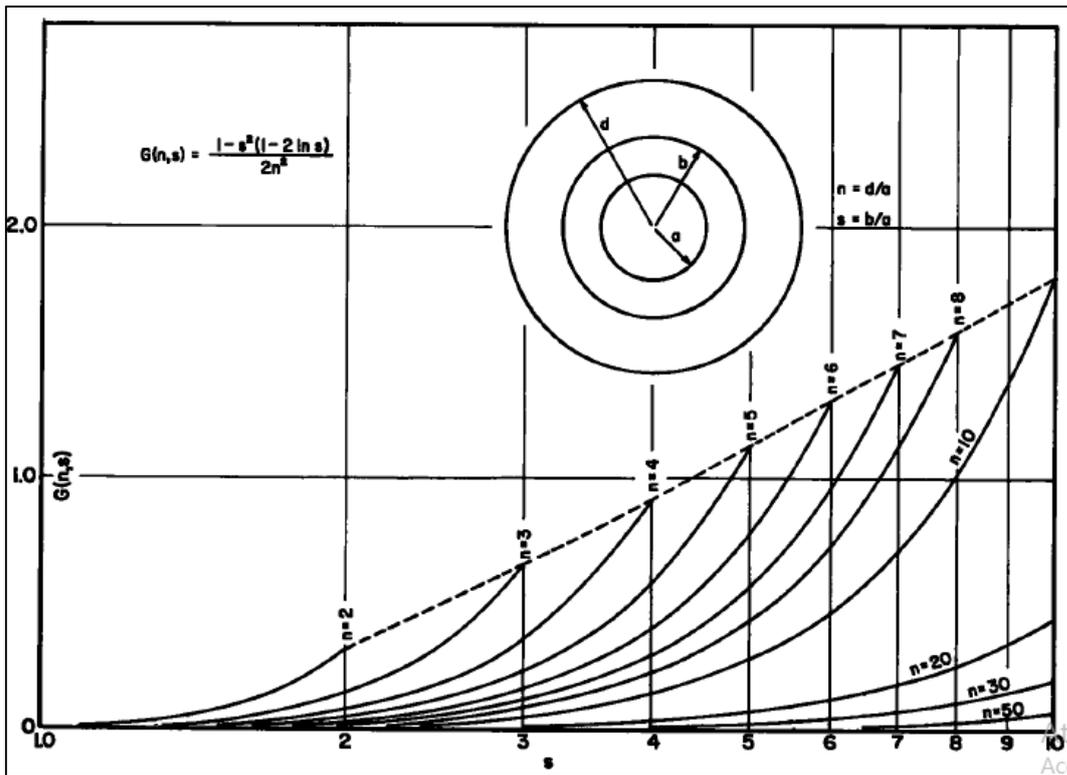


Figura 3.19 – Parâmetro geométrico $G(n,s)$ – parâmetro de razão do dreno (Shiffman, 1960)

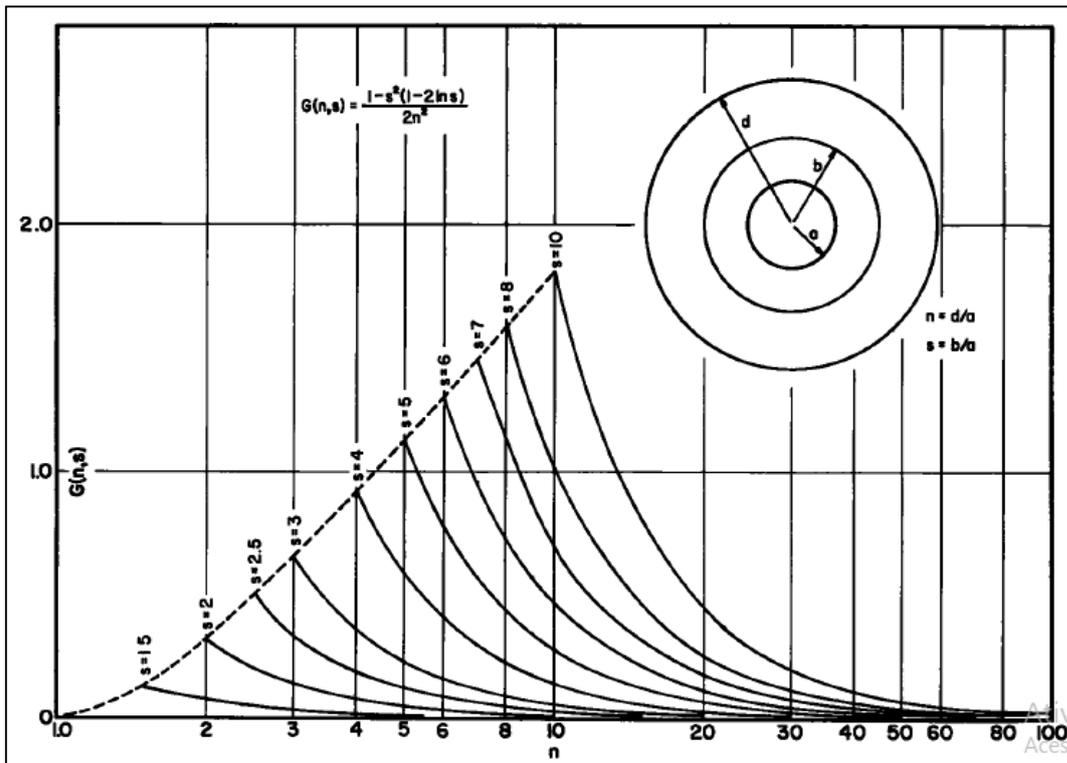


Figura 3.20 – Parâmetro geométrico $G(n,s)$ – parâmetro de razão do efeito smear (Shiffman, 1960)

3.2.2.2 Solução de Olson (1977)

O método usado por Olson (1977) para a obtenção das equações de carregamento linear no tempo considerando drenagem vertical, também foi aplicado para o caso de drenagem radial. A Eq. (2.95) foi utilizada como base para definir o incremento de poropressão gerado por cada incremento de carregamento aplicado, obtendo assim as seguintes soluções para os períodos de construção $T_r \leq T_{rc}$ e pós-construção $T_r > T_{rc}$:

$$u_e = \frac{Bq_c}{AT_{rc}} [1 - e^{(-AT_r)}] \quad T_r \leq T_{rc} \quad (3.71)$$

$$U_r = \frac{1}{T_{rc}} \left\{ T_r - \frac{1}{A} [1 - e^{(-AT_r)}] \right\} \quad T_r \leq T_{rc} \quad (3.72)$$

$$u_e = \frac{Bq_c}{AT_{rc}} [e^{(-AT_{rc})} - 1] e^{(-AT_r)} \quad T_r > T_{rc} \quad (3.73)$$

$$U_r = 1 - \frac{1}{AT_{rc}} [e^{(-AT_{rc})} - 1] e^{(-AT_r)} \quad T_r > T_{rc} \quad (3.74)$$

onde u_e e U_r representam, respectivamente, o excesso de poropressão e porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão.

$$A = \frac{2}{F_n} \quad (3.75)$$

$$B = \frac{n^2 \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{r}{r_w}\right)^2 - 1 \right]}{n^2 F(n)} \quad (3.76)$$

$$T_{rc} = \frac{c_h t_c}{r_e^2} \quad (3.77)$$

A Figura 3.21 mostra a variação de U_r versus T_r para um carregamento linearmente crescente no tempo, considerando drenos verticais com $n=5$ e $n=10$.

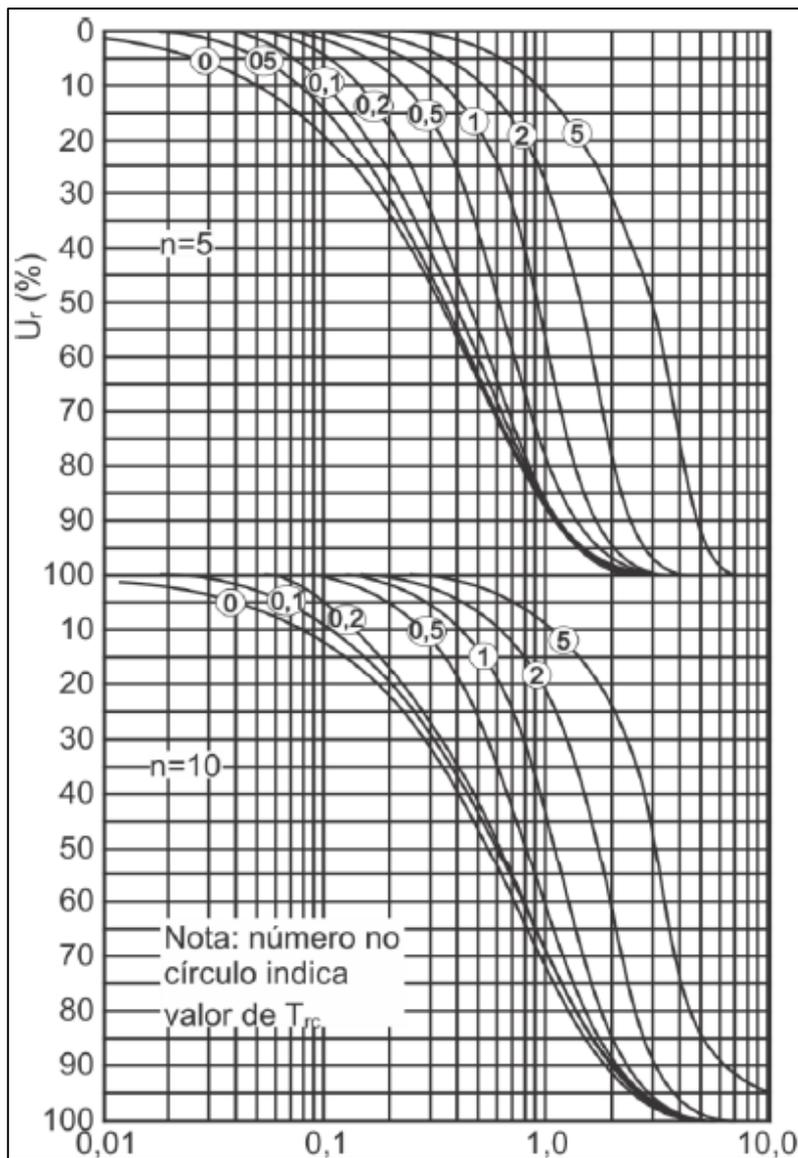


Figura 3.21 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $s=1$, $n=5$, $n=10$ (adaptado de Olson, 1977)

3.3

Drenagem vertical e radial combinadas

3.3.1

Introdução

Zhu e Yin (2001) foram os primeiros pesquisadores a avaliar o carregamento linear no tempo considerando a drenagem por fluxo radial e vertical, com a hipótese de deformações livres e sem consideração do efeito *smear*. Foram apresentadas soluções analíticas e resultados gráficos para projetos de espaçamento entre drenos verticais.

Posteriormente, Zhu e Yin (2004) propuseram uma solução para carregamento linear no tempo com as mesmas condições do problema analisado por Zhu e Yin (2001), porém considerando o efeito *smear*. Verificaram a acurácia da formulação proposta por Carrillo (1942) e aplicada por Olson (1977) para carregamento linearmente crescente no tempo, sob hipóteses de deformações verticais livres e iguais, concluindo que a utilização da Eq. (5.40) superestima U em menos de 3% para $T_c < 1,25$ e em menos de 9% para $T_c \leq 4$.

3.3.2

Métodos para análise de carregamento linearmente crescente no tempo

3.3.2.1

Solução de Zhu e Yin (2001)

Para o desenvolvimento das soluções analíticas de carregamento linear no tempo com drenagem vertical e radial simultâneas, Zhu e Yin (2001) assumiram as seguintes hipóteses: a) o solo é completamente saturado; b) a água e as partículas do solo são incompressíveis; c) a lei de Darcy é válida; d) deformações são infinitesimais; e) todas as deformações ocorrem apenas na direção vertical; e) o coeficiente de compressibilidade é constante.

Assim como definido por Barron (1948), o problema foi simplificado para o estado de fluxo axissimétrico, considerando a geometria mostrada na Figura 3.22.

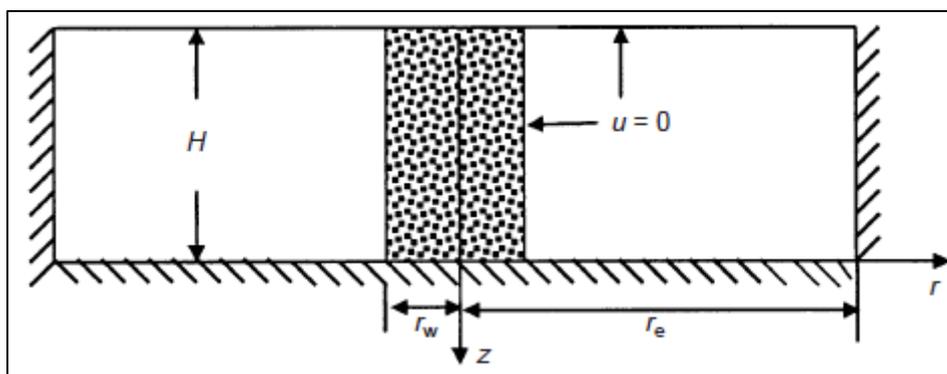


Figura 3.22 – Geometria e condições de contorno no estado axissimétrico (Zhu e Yin, 2001)

A equação diferencial que representa a dissipação dos excessos de poropressão utilizando a hipótese de deformações livres é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (3.78)$$

O aumento da tensão vertical total é assumido variar linearmente com o tempo e permanecer inalterado após o tempo de construção t_c (Figura 3.23), isto é:

$$\sigma(r, z, t) = \sigma_0 \min \left(1, \frac{t}{t_c} \right) \quad (3.79)$$

onde σ_0 é uma constante e representa a tensão vertical total no final da aplicação dos incrementos de carregamento e “min” significa selecionar o menor valor entre 1 e t/t_c .

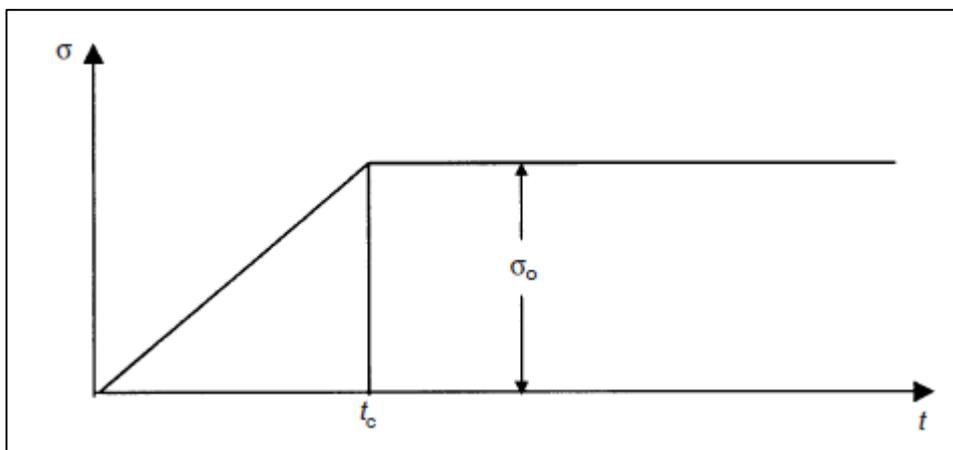


Figura 3.23 – Variação da tensão vertical total (Zhu e Yin, 2001)

As condições de contorno do problema são:

$$\begin{cases} u(r, 0, t), & \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \\ u(r_w, z, t), & \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0 \end{cases} \quad (3.80)$$

A Eq. (3.80) significa que a água pode ser drenada pelo contorno superior da camada de solo e ao longo do dreno ($r = r_w$), mas não é capaz de fluir em $r = r_e$ e no contorno inferior da camada. Aqui, r_e designa o raio do bloco cilíndrico de solo e r_w significa o raio do dreno. O excesso inicial de poropressão foi assumido nulo no início do carregamento.

As seguintes variáveis adimensionais são definidas:

$$Z = \frac{z}{H}, \quad N = \frac{r_e}{r_w}, \quad L = \frac{c_v r_w^2}{c_r H^2} \quad (3.81)$$

A solução para a Eq. (3.81) é dada por:

$$u = \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn}(T)R_m(r)\text{sen}(\lambda_n Z) \quad (3.82)$$

A função R_m na Eq. (3.82) pode ser escrita em termos das funções de Bessel de primeira (J_0, J_1) e de segunda (Y_0, Y_1) espécies:

$$R_m(r) = Y_1(N\mu_m)J_0\left(\mu_m \frac{r}{r_w}\right) - J_1(N\mu_m)Y_0\left(\mu_m \frac{r}{r_w}\right) \quad (3.83)$$

A quantidade μ_m é a m -ésima raiz positiva de:

$$Y_1(N\mu_m)J_0(\mu_m) - J_1(N\mu_m)Y_0(\mu_m) = 0 \quad (3.84)$$

A função A_{mn} na Eq (3.82) é dada por:

$$A_{mn}(T) = \begin{cases} \frac{B_{mn}(\mu_m^2 + \lambda_n^2 L)}{\lambda_n(\mu_m^2 + \lambda_n^2 L)T_c} \left[1 - e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \lambda_n^2 L}{\mu_m^2 + \lambda_n^2 L} T\right)} \right] & T_v \leq T_c \\ \frac{B_{mn}(\mu_m^2 + \lambda_n^2 L)}{\lambda_n(\mu_m^2 + \lambda_n^2 L)T_c} \left[1 - e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \lambda_n^2 L}{\mu_m^2 + \lambda_n^2 L} T_c\right)} \right] & T_v > T_c \\ \times e^{\left[-\frac{\mu_m^2 + \lambda_n^2 L}{\mu_m^2 + \lambda_n^2 L} (T - T_c)\right]} & \end{cases} \quad (3.85)$$

onde

$$B_{mn} = \frac{4\sigma_0 r_w R'_m(r_w) \pi^2}{4 - [\pi r_w R'_m(r_w)]^2} \quad (3.86)$$

$$\lambda_{mn} = n\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3.87)$$

$$T = \left(c_r \frac{\mu_1^2}{r_w^2} + c_v \frac{\lambda_1^2}{H^2} \right) t \quad (3.88)$$

$$T_c = \left(c_r \frac{\mu_1^2}{r_w^2} + c_v \frac{\lambda_1^2}{H^2} \right) t_c \quad (3.89)$$

O grau de adensamento médio para os períodos de construção e pós-construção pode ser obtido da Eq. (3.82) como:

$$U(T) = \begin{cases} \frac{T}{T_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{32C_m \left(\mu_m^2 + \frac{\pi^2}{4} L \right)}{n^2 \pi^2 \left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4} L \right) T_c} \\ \quad \times \left[1 - e^{\left(\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4} L}{\mu_m^2 + \frac{\pi^2}{4} L} T \right)} \right] & T_v \leq T_c \\ 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{32C_m \left(\mu_m^2 + \frac{\pi^2}{4} L \right)}{n^2 \pi^2 \left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4} L \right) T_c} \\ \quad \times \left[1 - e^{\left(\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4} L}{\mu_m^2 + \frac{\pi^2}{4} L} T_c \right)} \right] & T_v > T_c \\ \quad \times e^{\left[\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4} L}{\mu_m^2 + \frac{\pi^2}{4} L} (T - T_c) \right]} \end{cases} \quad (3.90)$$

onde

$$C_m = \frac{[\pi r_w R'_m(r_w)]^2}{(N^2 - 1) \mu_m^2 \{4 - [\pi r_w R'_m(r_w)]^2\}} \quad (3.91)$$

$$r_w R'_m(r_w) = \mu_m [J_1(N\mu_m) Y_1(\mu_m) - Y_1(N\mu_m) J_1(\mu_m)] \quad (3.92)$$

3.3.2.2 Solução de Zhu e Yin (2004)

Zhu e Yin (2004) assumiram as mesmas hipóteses da seção anterior, mas adicionando a presença do efeito *smear* no processo de adensamento primário. A geometria do estado de fluxo axissimétrico encontra-se na Figura 3.24.

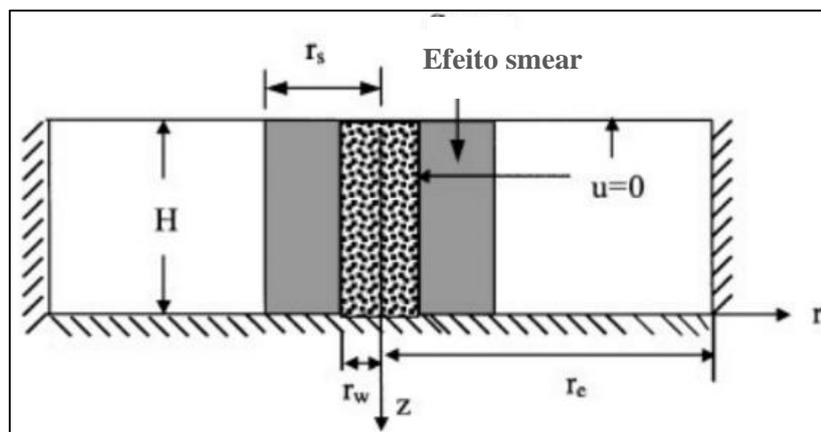


Figura 3.24 – Geometria e condições de contorno para adensamento considerando fluxo radial (adaptado Zhu e Yin, 2004)

A equação diferencial que representa a dissipação dos excessos de poropressão utilizando a hipótese de deformações livres é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \begin{cases} c_{rs} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial \sigma}{\partial t}, & r_w < r < r_s \\ c_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial \sigma}{\partial t}, & r_s < r < r_e \end{cases} \quad (3.93)$$

onde c_{rs} é o coeficiente de adensamento na região do efeito *smear*.

O aumento da tensão total vertical é assumido variar linearmente com o tempo e permanecer inalterado após o tempo de construção t_c , como apresentado na Figura 3.23 e na Eq. (3.79). Na interface entre a zona de solo amolgado e intacto, o excesso de poropressão é o mesmo e a velocidade do fluxo radial deve também ser a mesma, ou seja:

$$\begin{cases} u|_{r=r_s^-} = u|_{r=r_s^+} \\ k_s \frac{\partial u}{\partial r}|_{r=r_s^-} = k_r \frac{\partial u}{\partial r}|_{r=r_s^+} \end{cases} \quad (3.94)$$

As condições de contorno do problema são:

$$\begin{cases} u(r, 0, t), & \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=H} = 0 \\ u(r_w, z, t), & \frac{\partial u}{\partial r}|_{r=r_e} = 0 \end{cases} \quad (3.95)$$

Utilizando o método de separação de variáveis, a Eq. (3.93) pode ser solucionada, considerando a variação do carregamento da Eq. (3.79) e as condições de contorno das Eq. (3.94) e (3.95).

A solução da Eq. (3.93) pode ser representada pela Eq. (3.72), considerando as seguintes variáveis adimensionais:

$$Z = \frac{z}{H}, \quad N = \frac{r_e}{r_w}, \quad L = \frac{c_v r_w^2}{c_r H^2}, \quad s = \frac{r_s}{r_w}, \quad \eta = \sqrt{\frac{c_r}{c_{rs}}} \quad (3.96)$$

A função R_m na Eq. (3.82) é expressa em termos das funções de Bessel de primeira (J_0, J_1) e segunda (Y_0, Y_1) espécie:

$$R_m(r) = \begin{cases} V_0^m \left(\eta \mu_m \frac{r}{r_w} \right), & r_w < r < r_s \\ W_0^m \left(\mu_m \frac{r}{r_w} \right), & r_s < r < r_e \end{cases} \quad (5.97)$$

onde:

$$V_v^m(x) = \frac{Y_0(\eta\mu_m)J_v(x) - J_0(\eta\mu_m)Y_v(x)}{Y_0(\eta\mu_m)J_0(\eta s\mu_m) - J_0(\eta\mu_m)Y_0(\eta s\mu_m)} \quad (3.98)$$

$$W_v^m(x) = \frac{Y_1(N\mu_m)J_v(x) - J_1(N\mu_m)Y_v(x)}{Y_1(N\mu_m)J_0(s\mu_m) - J_1(N\mu_m)Y_0(s\mu_m)} \quad (3.99)$$

A quantidade μ_m é a m -ésima raiz positiva de:

$$\begin{aligned} & [Y_0(\eta\mu_m)J_1(\eta s\mu_m) - J_0(\eta\mu_m)Y_1(\eta s\mu_m)][Y_1(N\mu_m)J_0(s\mu_m) - \\ & J_1(N\mu_m)Y_0(s\mu_m)] - \eta[Y_0(\eta\mu_m)J_0(\eta s\mu_m) - J_0(\eta\mu_m)Y_0(\eta s\mu_m)] \\ & [Y_1(N\mu_m)J_1(s\mu_m) - J_1(N\mu_m)Y_1(s\mu_m)] \end{aligned} \quad (3.100)$$

A função A_{mn} na Eq (3.82) é dado por:

$$A_{mn}(T) = \begin{cases} \frac{2B_m\sigma_0(\mu^2_1 + \lambda^2_1L)}{\lambda_n(\mu^2_m + \lambda^2_nL)T_c} \left[1 - e^{\left(-\frac{\mu^2_m + \lambda^2_nL}{\mu^2_1 + \lambda^2_1L}T\right)} \right] & T_v \leq T_c \\ \frac{2B_m(\mu^2_1 + \lambda^2_1L)}{\lambda_n(\mu^2_m + \lambda^2_nL)T_c} \left[1 - e^{\left(-\frac{\mu^2_m + \lambda^2_nL}{\mu^2_1 + \lambda^2_1L}T_c\right)} \right] & T_v > T_c \\ \times e^{\left[-\frac{\mu^2_m + \lambda^2_nL}{\mu^2_1 + \lambda^2_1L}(T - T_c)\right]} & \end{cases} \quad (3.101)$$

onde:

$$B_{mn} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} r R_m dr}{\int_{r_w}^{r_e} r R_m^2 dr} \quad (3.102)$$

$$\lambda_{mn} = n\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3.103)$$

$$T = \left(c_r \frac{\mu^2_1}{r_w^2} + c_v \frac{\pi^2}{4H^2} \right) t = \left(\mu^2_1 + \frac{\pi^2}{4}L \right) \frac{c_r t}{r_w^2} \quad (3.104)$$

$$T_c = \left(c_r \frac{\mu^2_1}{r_w^2} + c_v \frac{\pi^2}{4H^2} \right) t_c = \left(\mu^2_1 + \frac{\pi^2}{4}L \right) \frac{c_r t_c}{r_w^2} \quad (3.105)$$

O grau de adensamento médio para os períodos de construção e pós-construção é dado por:

$$U(T) = \begin{cases} \frac{T}{T_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{32C_m \left(\mu^2_{1} + \frac{\pi^2}{4} L \right)}{n^2 \pi^2 \left(\mu^2_m + \frac{n^2 \pi^2}{4} L \right) T_c} \\ \quad \times \left[1 - e^{\left(-\frac{\mu^2_m + \frac{n^2 \pi^2}{4} L}{\mu^2_{1} + \frac{\pi^2}{4} L} T \right)} \right] & T_v \leq T_c \\ 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{32C_m \left(\mu^2_{1} + \frac{\pi^2}{4} L \right)}{n^2 \pi^2 \left(\mu^2_m + \frac{n^2 \pi^2}{4} L \right) T_c} \\ \quad \times \left[1 - e^{\left(-\frac{\mu^2_m + \frac{n^2 \pi^2}{4} L}{\mu^2_{1} + \frac{\pi^2}{4} L} T_c \right)} \right] & T_v > T_c \\ \quad \times e^{\left[\frac{\mu^2_m + \frac{n^2 \pi^2}{4} L}{\mu^2_{1} + \frac{\pi^2}{4} L} (T - T_c) \right]} \end{cases} \quad (3.106)$$

onde:

$$C_m = \frac{[V_1^m(\eta\mu_m)]^2}{(N^2 - 1)\eta^2\mu_m^2} \times \frac{1}{\left\{ N^2 [W_0^m(\eta\mu_m)]^2 - [V_1^m(\eta\mu_m)]^2 + \left(1 - \frac{C_{rs}}{C_r} s^2 [V_1^m(s\eta\mu_m)]^2 \right) \right\}} \quad (3.107)$$

4

Revisitando o adensamento com drenagem vertical e carregamento dependente do tempo

4.1

Excesso inicial de poropressão

4.1.1

Excesso inicial de poropressão uniforme

Na seção anterior, foi mencionado que Shiffman (1958,1960) e Olson (1977) foram os precursores na análise do adensamento primário unidimensional com variação da tensão total com o tempo por meio de soluções analíticas. O primeiro pesquisador apresentou as soluções em função da porcentagem de dissipação dos excessos de poropressão U_z , que representa um ponto específico da camada, enquanto Olson (1977) utilizou a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U_v na camada. Ambos pesquisadores empregaram o conceito de máximo caminho de drenagem (ou espessura de drenagem), onde as curvas publicadas podem ser utilizadas para drenagem simples ou dupla, efetuando apenas a devida correção do fator tempo.

No entanto, como abordado no capítulo 2, a utilização de um fator tempo único, dependente da espessura real da camada do solo, possibilita uma melhor visualização do processo de adensamento para cada condição de contorno. Dessa forma, seguindo o mesmo procedimento apresentado por Olson (1977) para a condição de excesso inicial de poropressão uniforme, os excessos de poropressão para $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$, onde T_c é o fator tempo de construção T_c , podem ser escritos como:

$$u_e = \begin{cases} \sum_{n=1,3,5} \frac{4}{n^3 \pi^3} \frac{q_c}{T_c} \text{sen}(n\pi Z) [1 - e^{(-n^2 \pi^2 T_v)}] & T_v \leq T_c \\ \sum_{n=1,3,5} \frac{4}{n^3 \pi^3} \frac{q_c}{T_c} \text{sen}(n\pi Z) [e^{(n^2 \pi^2 T_c)} - 1] e^{(-n^2 \pi^2 T_v)} & T_v > T_c \end{cases} \quad (4.1)$$

A Eq. (2.65), que representa a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão, é agora definida por :

$$U_v = \frac{Hq_c \frac{t}{t_c} - \int_0^H u_e dz}{Hq_c} = \frac{T_v}{T_c} - \frac{1}{q_c} \int_0^1 u_e dZ \quad (4.2)$$

Resultando em:

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 - \frac{8}{T_v} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^4 \pi^4} [1 - e^{(-n^2 \pi^2 T_v)}] \right\} & T_v \leq T_c \\ 1 - \frac{8}{T_c} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^4 \pi^4} [e^{(n^2 \pi^2 T_c)} - 1] e^{(-n^2 \pi^2 T_v)} & T_v > T_c \end{cases} \quad (4.3)$$

Com base em mudança da variável dependente para solução de equações diferenciais parciais não-homogêneas, estratégia utilizada por Shiffman (1958, 1960), a Eq. (4.1) pode ser representada por:

$$u_e = \begin{cases} \frac{q_c}{T_c} \left\{ \sum_{n=1,3,5} -\frac{4}{n^3 \pi^3} \text{sen}(n\pi Z) e^{(-n^2 \pi^2 T_v)} + \frac{1}{2} (Z - Z^2) \right\} \\ \sum_{n=1,3,5} \frac{4}{n^3 \pi^3} \frac{q_c}{T_c} \text{sen}(n\pi Z) [e^{(n^2 \pi^2 T_c)} - 1] e^{(-n^2 \pi^2 T_v)} \end{cases} \quad (4.4)$$

E, de modo similar, a Eq. (4.3) pode ser expressa por:

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 + \frac{1}{T_v} \left[\sum_{n=1,3,5} \frac{8}{n^4 \pi^4} e^{(-n^2 \pi^2 T_v)} - \frac{1}{12} \right] \right\} & T_v \leq T_c \\ 1 - \frac{8}{T_c} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^4 \pi^4} [e^{(n^2 \pi^2 T_c)} - 1] e^{(-n^2 \pi^2 T_v)} & T_v > T_c \end{cases} \quad (4.5)$$

A Figura 4.1 mostra a relação $T_v - U_v$ para vários valores do fator tempo de construção T_c , da qual pode ser observada a igualdade entre os valores obtidos pelas Eq. (4.3) e (4.5). É possível observar também que as curvas de carregamento linear no tempo se aproximam da curva de carregamento instantâneo para tempos maiores ou iguais a $5T_c$. Dessa forma, se previsões do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão forem necessárias para tempos menores que $5T_c$, o carregamento dependente do tempo deve ser considerado.

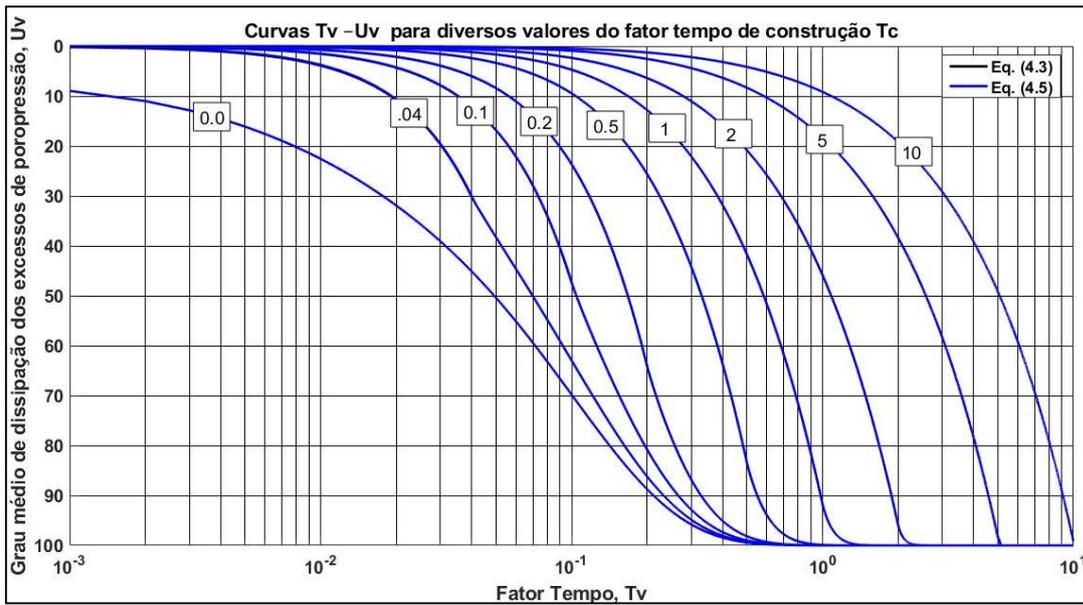


Figura 4.1 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c considerando drenagem dupla (Autor, 2021)

Quanto à drenagem simples, no presente trabalho foram utilizados os mesmos procedimentos para obter a seguinte equação do excesso de poropressão para um dado fator tempo de construção T_c :

$$u_e = \begin{cases} \sum_{n=1,3,5} \frac{16}{n^3 \pi^3} \frac{q_c}{T_c} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} \right] & T_v \leq T_c \\ \sum_{n=1,3,5} \frac{16}{n^3 \pi^3} \frac{q_c}{T_c} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) \left[e^{\left(\frac{n^2 \pi^2 T_c}{4} \right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} & T_v > T_c \end{cases} \quad (4.6)$$

$$u_e = \begin{cases} \frac{q_c}{T_c} \left\{ \sum_{n=1,3,5} -\frac{16}{n^3 \pi^3} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} + \left(Z - \frac{1}{2} Z^2 \right) \right\} \\ \sum_{n=1,3,5} \frac{16}{n^3 \pi^3} \frac{q_c}{T_c} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) \left[e^{\left(\frac{n^2 \pi^2 T_c}{4} \right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} \end{cases} \quad (4.7)$$

Para $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$,

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 - \frac{32}{T_v} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^4 \pi^4} \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} \right] \right\} & T_v \leq T_c \\ 1 - \frac{32}{T_c} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^4 \pi^4} \left[e^{\left(\frac{n^2 \pi^2 T_c}{4} \right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} & T_v > T_c \end{cases} \quad (4.8)$$

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 + \frac{1}{T_v} \left[\sum_{n=1,3,5} \frac{32}{n^4 \pi^4} e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right)} - \frac{1}{3} \right] \right\} & T_v \leq T_c \\ 1 - \frac{32}{T_c} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^4 \pi^4} \left[e^{\left(\frac{n^2 \pi^2 T_c}{4}\right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right)} & T_v > T_c \end{cases} \quad (4.9)$$

A Figura 4.2 apresenta os gráficos de $T_v - U_v$ para vários valores do fator tempo de construção T_c . Assim como na Figura 4.1, observa-se que, em cada curva, para $T_v \geq 5T_c$, a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U_v pode ser aproximada pela solução de carregamento instantâneo.

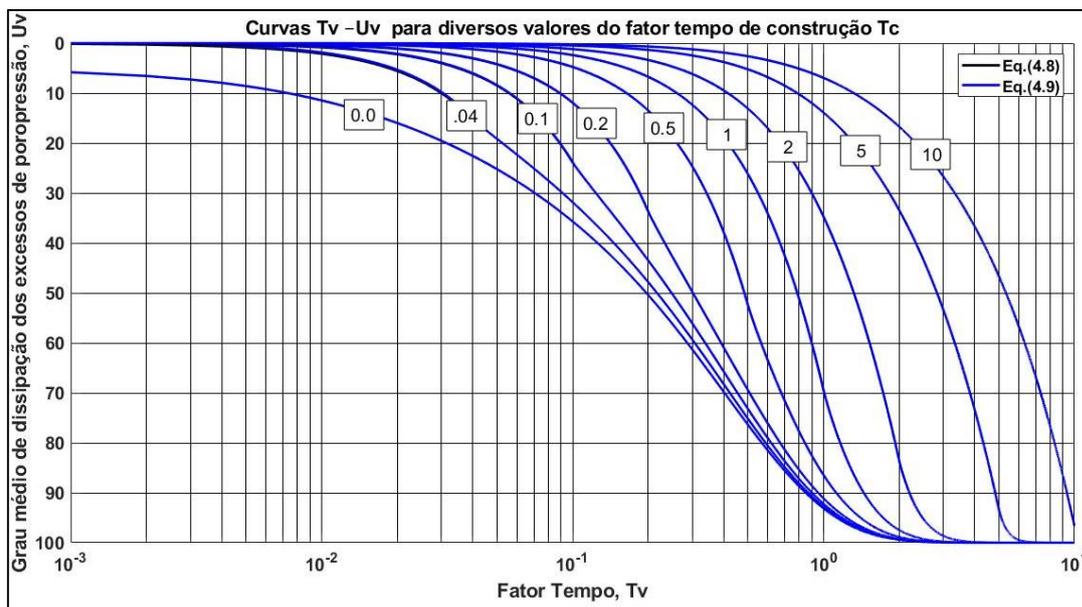


Figura 4.2 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c considerando drenagem simples (Autor, 2021)

4.1.2

Excesso inicial de poropressão linear com a profundidade

Se a carga hidráulica de uma camada de argila está inicialmente em equilíbrio em relação ao nível d'água NA1, e é efetuado o rebaixamento gradual do nível freático para o nível NA2, a tensão total vertical decresce linearmente do topo para a base da camada de argila, situação representada como caso 4 na Figura 2.7. O peso próprio do material lançado em um aterro hidráulico gera também uma distribuição triangular dos excessos de poropressão, como no caso 3 da mesma figura, e uma distribuição trapezoidal dos excessos de poropressão pode ser causada pelo carregamento de uma fundação superficial.

As soluções obtidas por Terzaghi (1943), Shiffman (1958, 1960) e Olson

(1977) são estritamente aplicáveis nos seguintes casos: a) a tensão total varia linearmente com o tempo e cada incremento de carga gera um excesso inicial uniforme de poropressão; b) drenagem é permitida em ambos os contornos da camada de argila. Dessa forma, três soluções para carregamento dependente do tempo, com variação linear da tensão total com a profundidade e com o tempo são apresentadas: a) na primeira, considera-se que cada incremento de carregamento gera uma distribuição triangular dos excessos de poropressão, com a base junto ao contorno permeável, de modo a simular o rebaixamento do nível do lençol freático de forma gradual; b) na segunda, cada incremento de carregamento gera uma distribuição triangular dos excessos de poropressão, com a base junto ao contorno impermeável, de modo a simular a construção de um aterro hidráulico; c) a terceira é uma solução alternativa à apresentada por Zhu e Yin (1998) para simulação de distribuição trapezoidal crescente/drecrecente dos excessos de poropressão, com variação linear no tempo.

Apenas as soluções para drenagem simples serão apresentadas, pois os gráficos de dissipação média dos excessos de poropressão U_v , para diversos valores do fator tempo de construção T_c , quando considerado drenagem dupla, são os mesmos para os casos de excesso inicial de poropressão uniforme ou linearmente distribuído com a profundidade.

Todas as hipóteses da teoria do adensamento primário de Terzaghi (1943) foram mantidas, exceto admitindo-se que a tensão total vertical é dependente da profundidade e do tempo. Assumindo os parâmetros adimensionais Z e T_v a Eq. (2.18) pode ser expressa por:

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial Z^2} + \frac{\partial \sigma}{\partial T_v} = \frac{\partial u_e}{\partial T_v} \quad (4.10)$$

No desenvolvimento da primeira solução (cada incremento de carregamento gera uma distribuição triangular dos excessos de poropressão com a base junto ao contorno permeável), o acréscimo de tensão total é assumido variar linearmente com a profundidade e com o tempo, permanecendo constante após o fator tempo T_c (Figura 4.3):

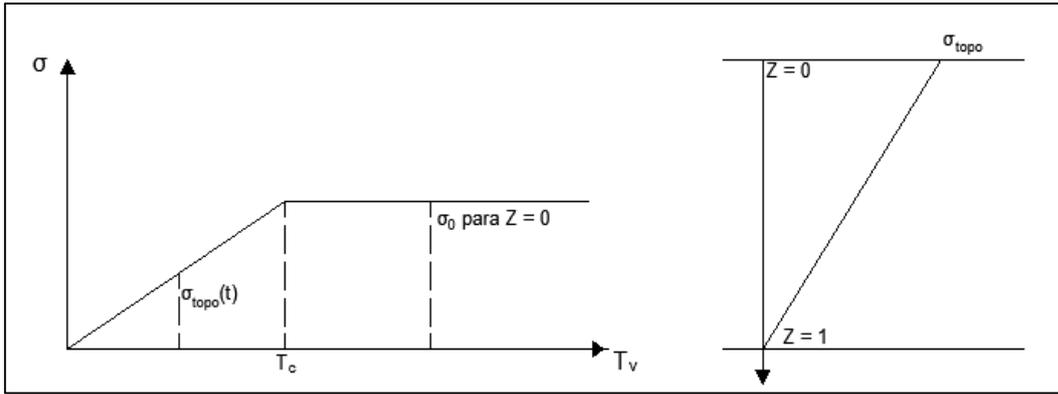


Figura 4.3 – Variação da tensão total com a profundidade e o tempo – drenagem simples

(Autor, 2021)

$$\sigma(Z, T_v) = \sigma_0(1 - Z) \frac{T_v}{T_c} \quad T_v \leq T_c \quad (4.11)$$

As condições de contorno do problema são dadas por:

$$\begin{cases} u(0, T_v) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial Z}(1, T_v) = 0 \\ u(Z, 0) = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

Utilizando o método de expansão por autofunções, é possível obter a equação do excesso de poropressão para um determinado tempo de construção T_c , para $T_v \leq T_c$ (Eq. 4.13a) e $T_v > T_c$ (Eq. 4.13b):

$$u_e = \begin{cases} \sum_{n=1,3} \frac{16}{n^3 \pi^3} \frac{\sigma_0}{T_c} \left[1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right] \text{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} \right] & (4.13a) \\ \sum_{n=1,3} \frac{16}{n^3 \pi^3} \frac{\sigma_0}{T_c} \left[1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right] \text{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) \left[e^{\left(\frac{n^2 \pi^2 T_c}{4} \right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} & (4.13b) \end{cases}$$

Das Eq. (4.13a, 4.13b) é possível obter a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão para um determinado fator tempo de construção T_c , durante os períodos de construção (Eq. 4.14a) e pós-construção (Eq. 4.14b):

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 - \frac{64}{T_v} \sum_{n=1,3} \frac{1}{n^4 \pi^4} \left[1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right] \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} \right] \right\} & (4.14a) \\ 1 - \frac{1}{T_c} \sum_{n=1,3} \frac{64}{n^4 \pi^4} \left[1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right] \left[e^{\left(\frac{n^2 \pi^2 T_c}{4} \right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)} & (4.14b) \end{cases}$$

Utilizando o método de mudança de variável dependente para solução de equações diferenciais parciais não-homogêneas, as seguintes equações para

previsão do excesso de poropressão $u_e(Z, T_v)$ e do grau médio de adensamento U_v podem ser obtidas:

$$u_e(Z, T_v) = v(Z, T_v) + \psi(Z) \quad (4.15)$$

com Eq. (4.16a, 4.17a) para $T_v \leq T_c$ e Eq. (4.16b, 4.17b) para $T_v > T_c$

$$v = \begin{cases} \sum_{n=1,3,5} -\frac{16}{n^3\pi^3} \frac{\sigma_0}{T_c} \left[1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right] \text{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4} \right)} & (4.16a) \\ \sum_{n=1,3,5} \frac{16}{n^3\pi^3} \frac{\sigma_0}{T_c} \left[1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right] \text{sen} \left(\frac{n\pi Z}{2} \right) \left[e^{\left(\frac{n^2\pi^2 T_c}{4} \right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4} \right)} & (4.16b) \end{cases}$$

$$\psi = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{T_c} \left(\frac{1}{6} Z^3 - \frac{1}{2} Z^2 + \frac{1}{2} Z \right) & T_v \leq T_c \\ 0 & T_v > T_c \end{cases} \quad (4.17a)$$

$$(4.17b)$$

Considerando Eq. (4.18a) para $T_v \leq T_c$ e Eq. (4.18b) para $T_v > T_c$:

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 + \frac{1}{T_v} \left[\sum_{n=1,3,5} \frac{64}{n^4\pi^4} \left(1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right) e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4} \right)} - \frac{3}{12} \right] \right\} & (4.18a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - \sum_{n=1,3,5} \frac{64}{n^4\pi^4} \left[1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right] \left[e^{\left(\frac{n^2\pi^2 T_c}{4} \right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4} \right)} & (4.18b) \end{cases}$$

A Figura 4.4 apresenta os gráficos de $T_v - U_v$ para vários valores do fator tempo de construção T_c . Assim como nas figuras apresentadas anteriormente, observa-se que, em cada curva, para $T_v \geq 5T_c$, a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U_v pode ser aproximada pela solução de carregamento instantâneo.

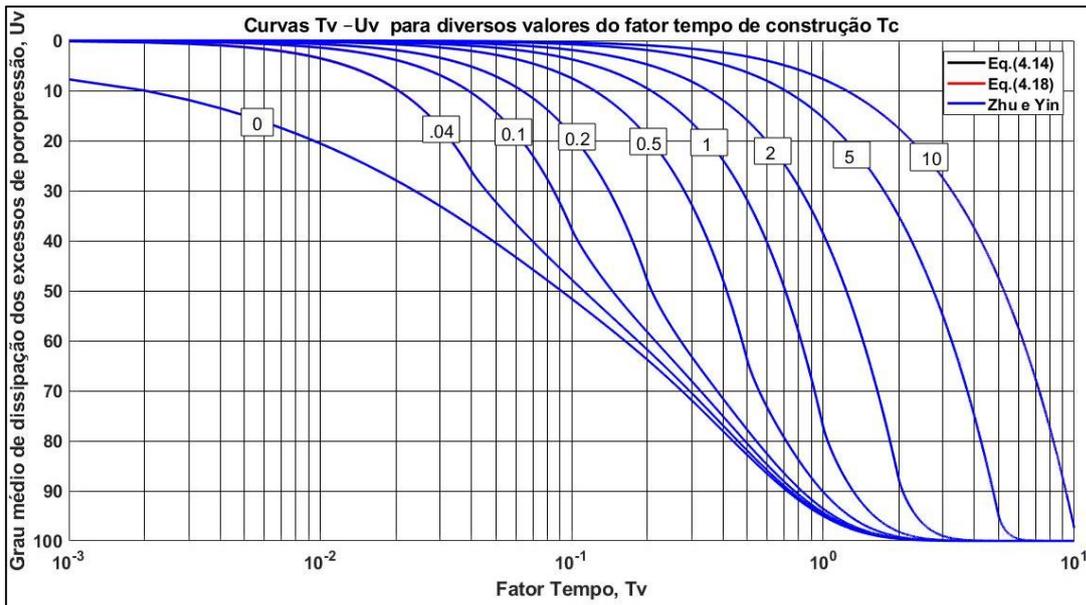


Figura 4.4 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – Drenagem simples (Autor, 2021)

No desenvolvimento da segunda solução analítica (cada incremento de carregamento gera uma distribuição triangular dos excessos de poropressão com a base junto ao contorno impermeável), o mesmo procedimento anterior é aplicado, considerando a hipótese de distribuição da tensão vertical total com a profundidade e tempo, conforme Eq. 4.19 e Figura 4.5:

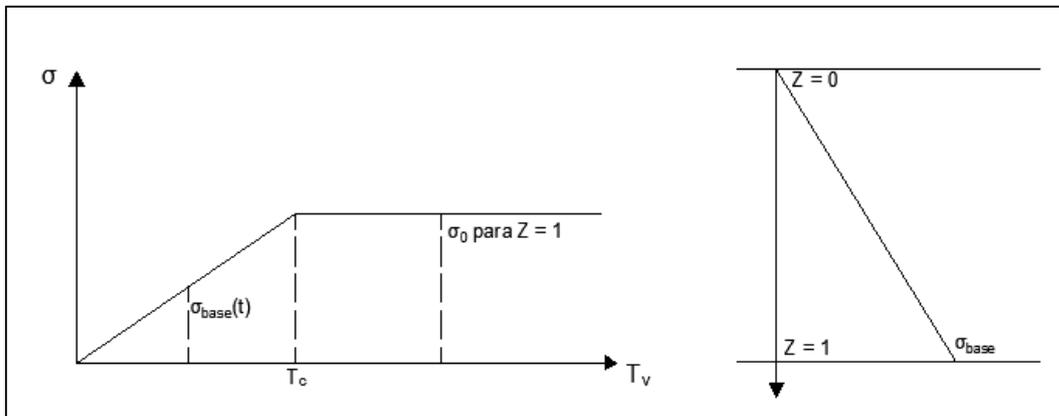


Figura 4.5 – Variação da tensão total com a profundidade e o tempo – drenagem simples (Autor, 2021)

$$\sigma(Z, T_v) = \sigma_0 Z \frac{T_v}{T_c} \quad T_v \leq T_c \quad (4.19)$$

As condições de contorno do problema são as mesmas descritas pela Eq.(4.12). Novamente, utilizando o método de expansão por autofunções, são obtidas as equações do excesso de poropressão para $T_v \leq T_c$ (Eq. 4.20a) e $T_v > T_c$ (Eq. 4.20b):

$$u_e = \begin{cases} \sum_{n=1,3,5} -\frac{32}{n^4\pi^4} \frac{\sigma_0}{T_c} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi Z}{2}\right) \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)}\right] & (4.20a) \\ \sum_{n=1,3,5} -\frac{32}{n^4\pi^4} \frac{\sigma_0}{T_c} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi Z}{2}\right) \left[e^{\left(\frac{n^2\pi^2 T_c}{4}\right)} - 1\right] e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} & (4.20b) \end{cases}$$

Dessa forma, o grau de adensamento médio U_v , para $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$, respectivamente, pode ser expresso pelas Eq. (4.21a) e Eq. (4.21b), respectivamente:

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 + \frac{128}{T_v} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^5\pi^5} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \right] \right\} & (4.21a) \\ 1 + \frac{1}{T_c} \sum_{n=1,3,5} \frac{128}{n^5\pi^5} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \left[e^{\left(\frac{n^2\pi^2 T_c}{4}\right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} & (4.21b) \end{cases}$$

Com base no método de mudança de variável dependente, as seguintes equações para previsão do excesso de poropressão $u_e(Z, T_v)$ e do grau médio de adensamento U_v podem ser obtidas:

$$u_e(Z, T_v) = v(Z, T_v) + \psi(Z) \quad (4.22)$$

com Eq. (4.23a, 4.24a) para $T_v \leq T_c$ e Eq. (4.23b, 4.24b) para $T_v > T_c$:

$$v = \begin{cases} \sum_{n=1,3,5} \frac{32}{n^4\pi^4} \frac{\sigma_0}{T_c} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi Z}{2}\right) \left[1 - e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \right] & (4.23a) \\ \sum_{n=1,3,5} -\frac{32}{n^4\pi^4} \frac{\sigma_0}{T_c} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi Z}{2}\right) \left[e^{\left(\frac{n^2\pi^2 T_c}{4}\right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} & (4.23b) \end{cases}$$

$$\psi = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{T_c} \left(-\frac{1}{6} Z^3 + \frac{1}{2} Z \right) & T_v \leq T_c & (4.24a) \\ 0 & T_v > T_c & (4.24b) \end{cases}$$

Considerando Eq. (4.25a) para $T_v \leq T_c$ e Eq. (4.25) para $T_v > T_c$:

$$U_v = \begin{cases} \frac{T_v}{T_c} \left\{ 1 - \frac{1}{T_v} \left[\sum_{n=1,3,5} \frac{128}{n^5\pi^5} (-1)^{\frac{n+1}{2}} e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} + \frac{5}{12} \right] \right\} & (4.25a) \\ 1 + \frac{1}{T_c} \sum_{n=1,3,5} \frac{128}{n^5\pi^5} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \left[e^{\left(\frac{n^2\pi^2 T_c}{4}\right)} - 1 \right] e^{\left(\frac{-n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} & (4.25b) \end{cases}$$

A Figura 4.6 apresenta os gráficos de $T_v - U_v$ para vários valores do fator

tempo de construção T_c , de onde novamente se observa a igualdade entre as Eq. (4.21) e (4.25). É possível observar também que as curvas de carregamento linear no tempo se aproximam da curva de carregamento instantâneo para tempos maiores ou iguais a $5T_c$. Dessa forma, se previsões do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão forem necessárias para tempos menores que $5T_c$, o carregamento dependente do tempo deve ser considerado.

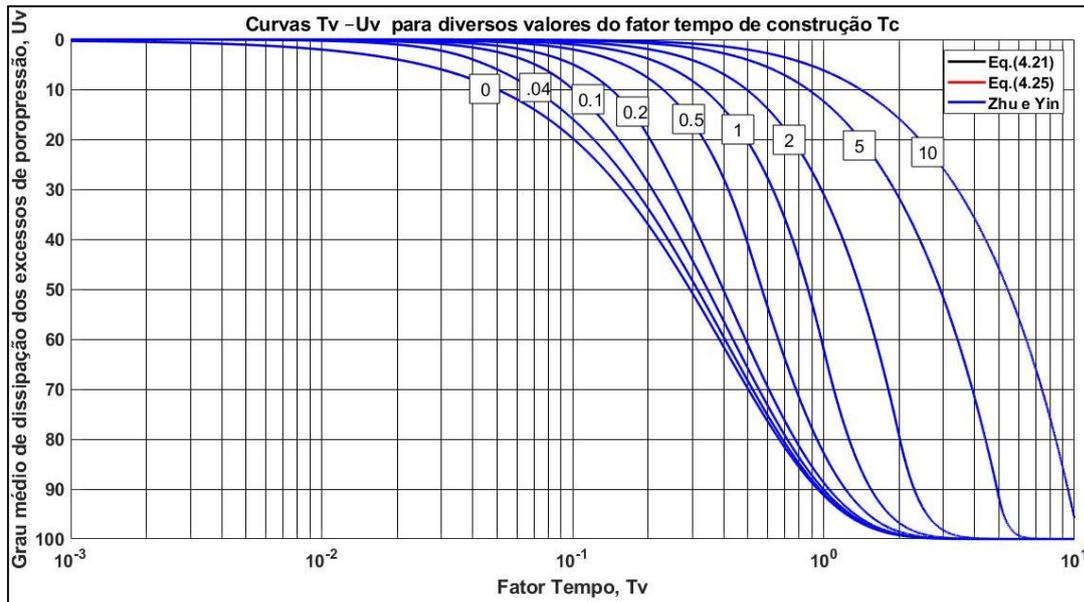


Figura 4.6 – Curvas T_v-U_v para diversos valores do fator tempo de construção T_c – drenagem simples (Autor, 2021)

No desenvolvimento da terceira solução analítica (distribuição trapezoidal dos excessos de poropressão para cada incremento de carregamento), é possível superpor as soluções obtidas para os casos de excesso inicial de poropressão uniforme e variando linearmente com a profundidade, como anteriormente feito no capítulo 2 (Eq. 2.54 a 2.57).

Uma solução alternativa àquela apresentada por Zhu e Yin (1998) para simulação da distribuição trapezoidal dos excessos de poropressão, para drenagem simples, pode ser obtida utilizando a Eq. (4.26), onde o grau médio de adensamento é calculado efetuando uma relação de proporcionalidade entre as áreas ocupadas por cada excesso inicial de poropressão (uniforme ou linear) em comparação ao excesso total. Para efeito de comparação correspondente aos valores de U_1 e U_2 presentes na solução proposta por Zhu e Yin (1998), a solução à direita da Eq. (4.26) será utilizada.

$$U_v = \frac{2U_{v\text{ unif}} + nU_{v\text{ lin}}}{2 + n} = U_{v\text{ unif}} + \frac{n}{2 + n}(U_{v\text{ lin}} - U_{v\text{ unif}}) \quad (4.26)$$

onde n é a razão entre o excesso de poropressão inicial uniforme σ_0 e a parcela do excesso linearmente variável com a profundidade σ_1 .

Como comparação, o exemplo proposto por Zhu e Yin (1998) será revisitado, sobre uma camada de argila de 3.6 m de espessura, com drenagem no topo e impermeável na base, sujeita a um carregamento externo que induz variação linear da tensão vertical total com a profundidade e com o tempo. Os valores finais da tensão total, após o período de construção, nos contornos superior e inferior, são 120 kPa e 40 kPa, respectivamente (Figura 4.7).

O grau médio de adensamento é obtido com base as curvas $T_v - U_v$ para diversos fatores de construção T_c , referente aos casos 1 e 4 da Figura 2.7, de acordo com as Eq. (4.8 ou 4.9) e Eq. (4.14 ou 4.18), respectivamente, considerando $\sigma_0 = 40$ kPa e $\sigma_1 = 80$ kPa.

Dessa forma, comparando a primeira parcela da Eq. (4.26), referente ao grau médio de adensamento para a condição de excesso de poropressão uniforme, com a Eq. (3.37) proposta por Zhu e Yin (1998), obtém-se os resultados plotados na Fig. 4.8.

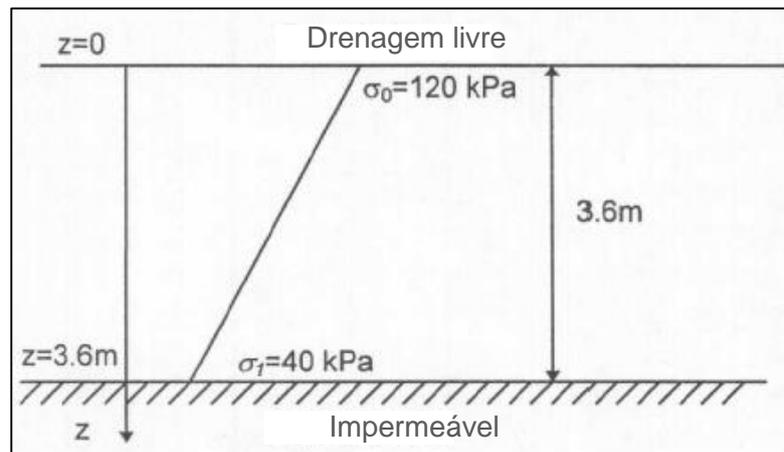


Figura 4.7 – Variação da tensão total após o término do período de construção (adaptado de Zhu e Yin, 1998)

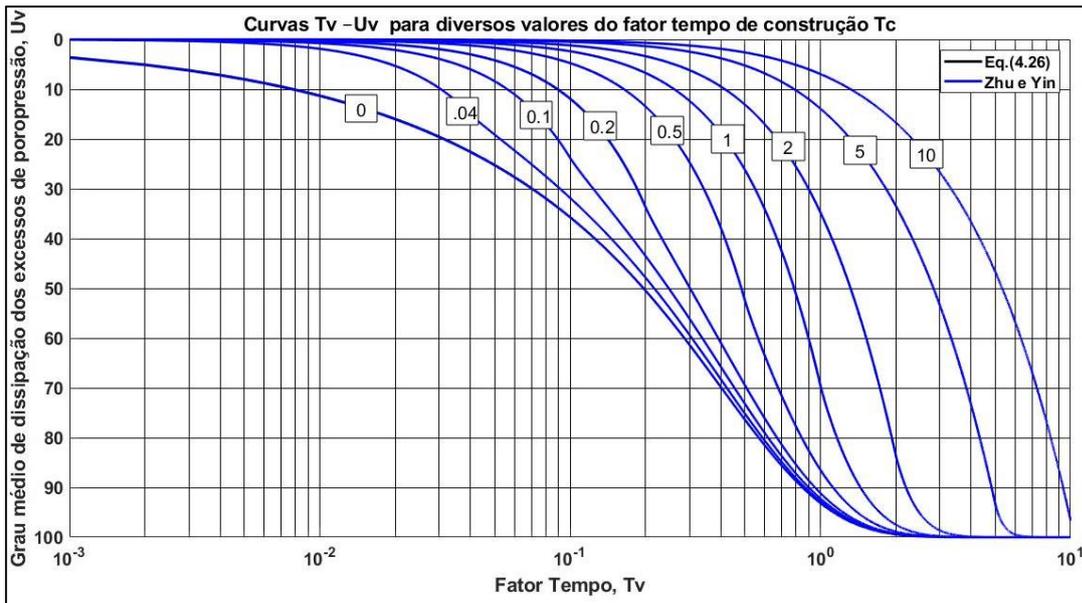


Figura 4.8 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a primeira parcela da Eq. (4.26) e a Eq. (3.37) (Autor, 2021)

Como esperado, os gráficos se sobrepõem, pois a primeira parcela da Eq. (3.36), proposta por Zhu e Yin (1998), é a equação geral do grau de adensamento médio para o carregamento dependente do tempo, admitindo que cada incremento produz um excesso inicial de poropressão uniforme com a profundidade.

De modo análogo, comparando a segunda parcela da Eq. (4.26), referente ao grau de adensamento médio que contempla a diferença entre a condição linear (base triangular junto ao contorno permeável) e uniforme dos excessos de poropressão, com a Eq. (3.38) proposta por Zhu e Yin (1998), tem-se as curvas apresentadas na Figura 4.9.

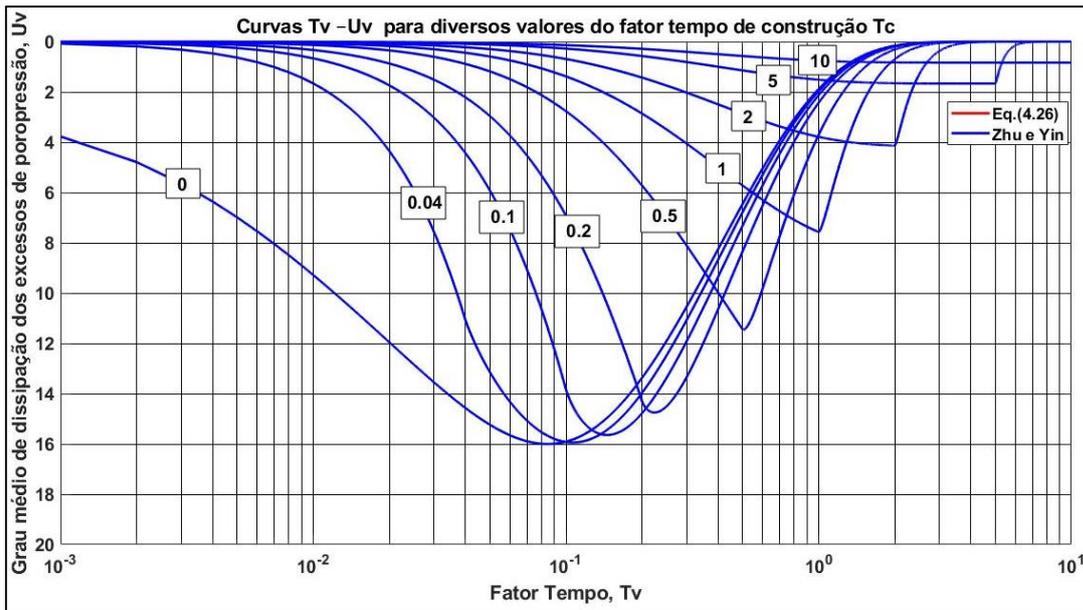


Figura 4.9 – Curvas $T_v - U_v$ para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a segunda parcela da Eq. (4.26) e a Eq. (3.38) (Autor, 2021)

Da Figura 4.9, observa-se novamente a sobreposição entre as curvas, constatando que o valor de U_2 presente na solução de Zhu Yin (1998) é a diferença entre o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão na condição linear e uniforme.

Somando as parcelas anteriores e adicionando as tensões totais, é possível verificar e validar a Eq. (4.26) como uma alternativa de cálculo do grau de adensamento médio para o caso de carregamento dependente do tempo, considerando cada incremento como um excesso inicial trapezoidal, como mostrado na Figura 4.10.

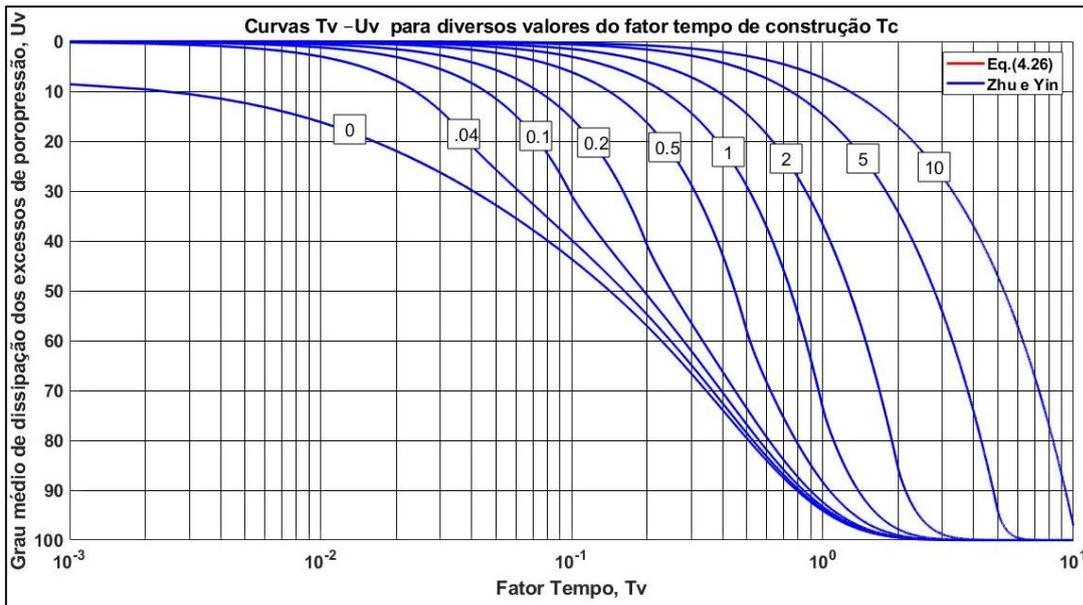


Figura 4.10 – Curvas T_v-U_v para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a Eq. (4.26) e a Eq. (3.36) (Autor, 2021)

Alterando as condições de carregamento do problema (Figura 4.11), de modo que a base maior do incremento da tensão vertical total esteja situada junto ao contorno impermeável, o grau médio de adensamento pode ser obtido utilizando as curvas T_v-U_v para diversos fatores de construção T_c , referente aos casos 1 e 3, da Figura 2.7, de acordo com as Eq. (4.8 ou 4.9) e Eq. (4.21 ou 4.25), respectivamente. Assim, a segunda parcela da Eq. (4.26) será representada pelas curvas T_v-U_v referente à condição de excesso inicial de poropressão distribuído linearmente com a profundidade, com a base triangular junto ao contorno impermeável.

Como já foi verificado na Figura 4.8, a primeira parcela da Eq. (3.36), proposta por Zhu e Yin (1998), é a mesma da Eq. (4.26). Portanto, apenas a segunda parcela de ambas as equações serão comparadas, o que é mostrado na Figura 4.12.

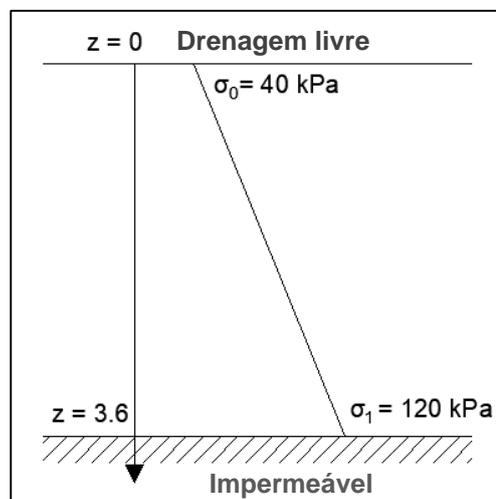


Figura 4.11 – Variação da tensão total após o término do período de construção (Autor, 2021)

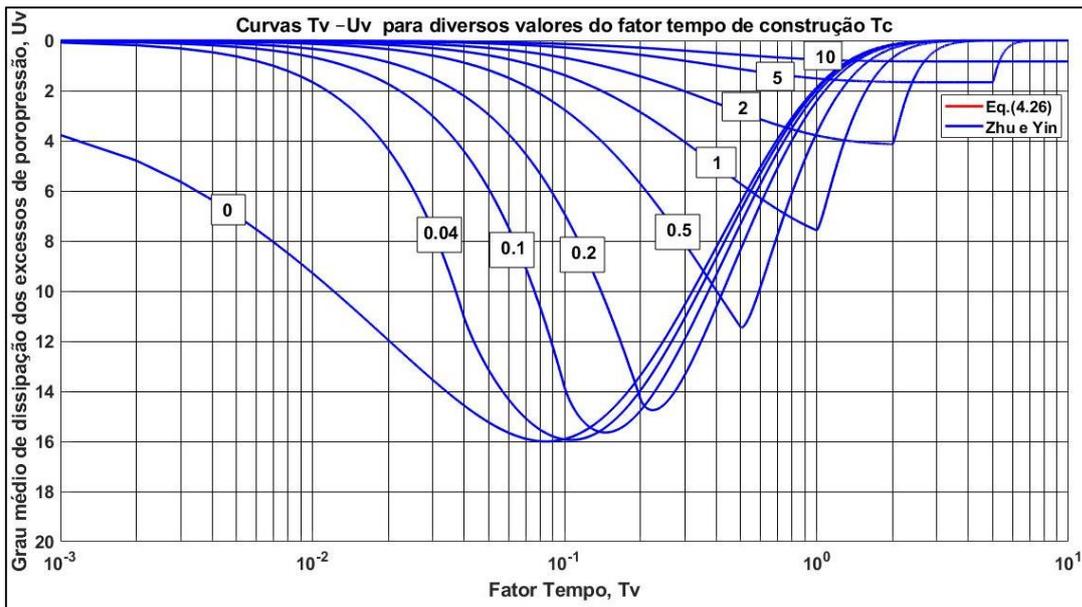


Figura 4.12 – Curvas T_v-U_v para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a segunda parcela da Eq. (4.26) e a Eq. (3.38) (Autor, 2021)

Assim como apresentado no caso anterior, observa-se novamente a sobreposição entre as curvas. Adicionando os valores de tensão vertical total, as curvas de ambas as soluções coincidem (Figura 4.13), evidenciando a validade de aplicação da Eq. (4.26) para as duas situações apresentadas.

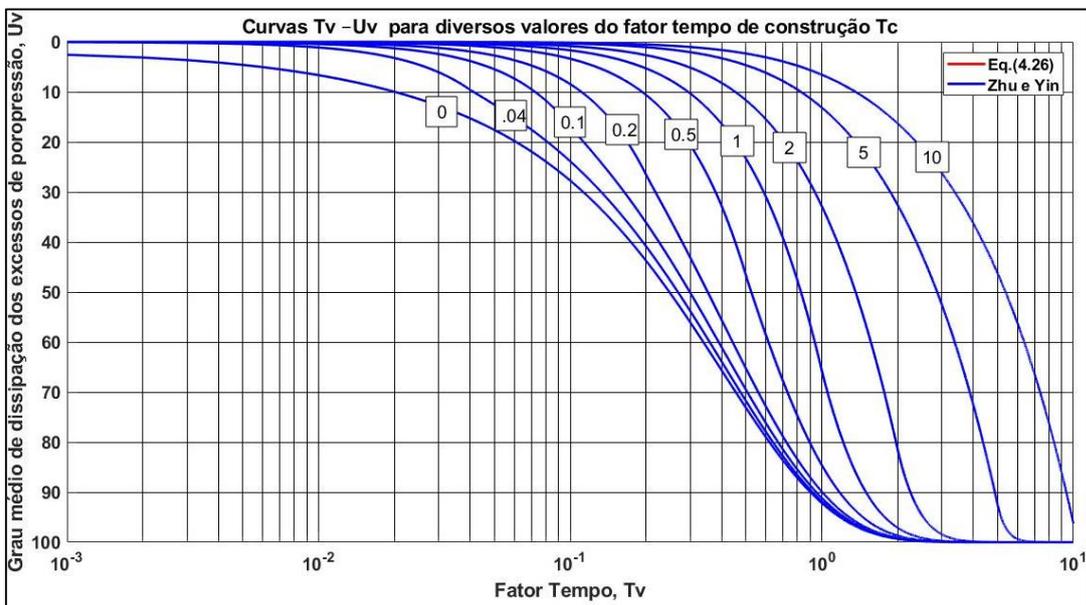


Figura 4.13 – Curvas T_v-U_v para diversos valores do fator tempo de construção T_c – comparação entre a Eq. (4.26) e a Eq. (3.36) (Autor, 2021)

4.2

A hipótese de carregamento dependente do tempo de Terzaghi (1943) revisitada

Desde o surgimento da teoria do adensamento primário proposta por Terzaghi, vários métodos para estimativa dos excessos de poropressão e cálculo de recalque de adensamento, na condição de carregamento linearmente crescente no tempo, foram desenvolvidos. A abordagem mais simples, proposta por Terzaghi (1943), considera que o grau de adensamento do solo, submetido a incrementos de carregamento infinito, em um dado tempo t inferior ao tempo de construção t_c , pode ser computado assumindo que o carregamento aplicado nesse tempo é aplicado instantaneamente em um tempo $t/2$, multiplicado pela razão de proporcionalidade entre a parcela do carregamento aplicada no tempo t e o carregamento total previsto no tempo t_c , conforme a Eq. (3.3). Para o período pós-construção, os valores de U_v são computados admitindo o carregamento total instantaneamente aplicado em $t_c/2$.

Devido à simplicidade e tradição, esse método é largamente utilizado na prática da engenharia geotécnica. Para verificar a validade da hipóteses do método, Hanna et al. (2013) comparam os resultados obtidos com a aplicação do método descrito na seção 3.1.2.5, considerando camada de argila com drenagem dupla e fatores tempo de construção entre 0 e 2. Constataram que para $t \leq t_c$, ambos os resultados se aproximam em duas situações: a) aplicando o incremento de carregamento instantâneo no tempo $2t/5$; b) reduzindo em 10% os valores obtidos com a aplicação da hipótese de Terzaghi.

Os resultados de Hanna et al. (2013) foram obtidos com a definição do fator tempo em função da espessura de drenagem. Nas seções seguintes, o método de Terzaghi é revisitado considerando o fator tempo calculado com base espessura total da camada, conforme discutido no capítulo 2.

4.2.1

Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem simples

A avaliação de qual fração de tempo se ajusta melhor à curva teórica (baseada nas equações obtidas na seção 4.1.1) de carregamento dependente do tempo será dada da seguinte forma: supondo que a curva teórica é dada por uma função f e a aproximação por uma função g e, considerando que ambas pertencem

ao mesmo espaço vetorial, então o cálculo da norma euclidiana permitirá estimar a distância entre elas. Para o cálculo da distância entre as curvas, pontos foram definidos no intervalo $0 < T_v \leq 3$, com espaçamento igual entre si de 0.01. O mesmo procedimento foi seguido para as condições iniciais de excesso de poropressão e de contorno posteriormente apresentadas. Os resultados para diversas frações de tempo no intervalo $0 < T_c \leq 2$ foram obtidos com o auxílio do programa *Matlab*.

O Quadro 4.1 apresenta, para cada tempo de construção T_c analisado, a fração de tempo que deve ser utilizada para $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$. No período pós-construção, os valores de U_v são computados admitindo que um carregamento instantâneo é aplicado no tempo $(1 - X)T_c$, onde X representa a fração de tempo utilizada para o período de construção.

Quadro 4.1 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	0,49	0,51	0,41	0,45	0,55	0,81	0,42	0,58	1,21	0,39	0,61	1,61	0,37	0,63
0,02	0,48	0,52	0,42	0,45	0,55	0,82	0,42	0,58	1,22	0,39	0,61	1,62	0,37	0,63
0,03	0,48	0,52	0,43	0,45	0,55	0,83	0,42	0,58	1,23	0,39	0,61	1,63	0,37	0,63
0,04	0,48	0,52	0,44	0,45	0,55	0,84	0,42	0,58	1,24	0,39	0,61	1,64	0,37	0,63
0,05	0,48	0,52	0,45	0,45	0,55	0,85	0,42	0,58	1,25	0,39	0,61	1,65	0,37	0,63
0,06	0,48	0,52	0,46	0,45	0,55	0,86	0,42	0,58	1,26	0,39	0,61	1,66	0,37	0,63
0,07	0,48	0,52	0,47	0,45	0,55	0,87	0,42	0,58	1,27	0,39	0,61	1,67	0,37	0,63
0,08	0,48	0,52	0,48	0,44	0,56	0,88	0,42	0,58	1,28	0,39	0,61	1,68	0,37	0,63
0,09	0,48	0,52	0,49	0,44	0,56	0,89	0,42	0,58	1,29	0,39	0,61	1,69	0,37	0,63
0,10	0,47	0,53	0,50	0,44	0,56	0,90	0,41	0,59	1,30	0,39	0,61	1,70	0,37	0,63
0,11	0,47	0,53	0,51	0,44	0,56	0,91	0,41	0,59	1,31	0,39	0,61	1,71	0,37	0,63
0,12	0,47	0,53	0,52	0,44	0,56	0,92	0,41	0,59	1,32	0,39	0,61	1,72	0,36	0,64
0,13	0,47	0,53	0,53	0,44	0,56	0,93	0,41	0,59	1,33	0,39	0,61	1,73	0,36	0,64
0,14	0,47	0,53	0,54	0,44	0,56	0,94	0,41	0,59	1,34	0,39	0,61	1,74	0,36	0,64
0,15	0,47	0,53	0,55	0,44	0,56	0,95	0,41	0,59	1,35	0,39	0,61	1,75	0,36	0,64
0,16	0,47	0,53	0,56	0,44	0,56	0,96	0,41	0,59	1,36	0,38	0,62	1,76	0,36	0,64
0,17	0,47	0,53	0,57	0,44	0,56	0,97	0,41	0,59	1,37	0,38	0,62	1,77	0,36	0,64
0,18	0,47	0,53	0,58	0,44	0,56	0,98	0,41	0,59	1,38	0,38	0,62	1,78	0,36	0,64
0,19	0,47	0,53	0,59	0,44	0,56	0,99	0,41	0,59	1,39	0,38	0,62	1,79	0,36	0,64
0,20	0,47	0,53	0,60	0,44	0,56	1,00	0,41	0,59	1,40	0,38	0,62	1,80	0,36	0,64

0,21	0,47	0,53	0,61	0,44	0,56	1,01	0,41	0,59	1,41	0,38	0,62	1,81	0,36	0,64
0,22	0,46	0,54	0,62	0,43	0,57	1,02	0,41	0,59	1,42	0,38	0,62	1,82	0,36	0,64
0,23	0,46	0,54	0,63	0,43	0,57	1,03	0,41	0,59	1,43	0,38	0,62	1,83	0,36	0,64
0,24	0,46	0,54	0,64	0,43	0,57	1,04	0,41	0,59	1,44	0,38	0,62	1,84	0,36	0,64
0,25	0,46	0,54	0,65	0,43	0,57	1,05	0,40	0,60	1,45	0,38	0,62	1,85	0,36	0,64
0,26	0,46	0,54	0,66	0,43	0,57	1,06	0,40	0,60	1,46	0,38	0,62	1,86	0,36	0,64
0,27	0,46	0,54	0,67	0,43	0,57	1,07	0,40	0,60	1,47	0,38	0,62	1,87	0,36	0,64
0,28	0,46	0,54	0,68	0,43	0,57	1,08	0,40	0,60	1,48	0,38	0,62	1,88	0,36	0,64
0,29	0,46	0,54	0,69	0,43	0,57	1,09	0,40	0,60	1,49	0,38	0,62	1,89	0,36	0,64
0,30	0,46	0,54	0,70	0,43	0,57	1,10	0,40	0,60	1,50	0,38	0,62	1,90	0,36	0,64
0,31	0,46	0,54	0,71	0,43	0,57	1,11	0,40	0,60	1,51	0,38	0,62	1,91	0,36	0,64
0,32	0,46	0,54	0,72	0,43	0,57	1,12	0,40	0,60	1,52	0,38	0,62	1,92	0,35	0,65
0,33	0,46	0,54	0,73	0,43	0,57	1,13	0,40	0,60	1,53	0,38	0,62	1,93	0,35	0,65
0,34	0,46	0,54	0,74	0,43	0,57	1,14	0,40	0,60	1,54	0,37	0,63	1,94	0,35	0,65
0,35	0,45	0,55	0,75	0,43	0,57	1,15	0,40	0,60	1,55	0,37	0,63	1,95	0,35	0,65
0,36	0,45	0,55	0,76	0,42	0,58	1,16	0,40	0,60	1,56	0,37	0,63	1,96	0,35	0,65
0,37	0,45	0,55	0,77	0,42	0,58	1,17	0,40	0,60	1,57	0,37	0,63	1,97	0,35	0,65
0,38	0,45	0,55	0,78	0,42	0,58	1,18	0,40	0,60	1,58	0,37	0,63	1,98	0,35	0,65
0,39	0,45	0,55	0,79	0,42	0,58	1,19	0,40	0,60	1,59	0,37	0,63	1,99	0,35	0,65
0,40	0,45	0,55	0,80	0,42	0,58	1,20	0,39	0,61	1,60	0,37	0,63	2,00	0,35	0,65

Com os dados do Quadro 4.1 é possível representar de forma aproximada as curvas de carregamento dependente do tempo para diversos tempos de construção. As Figuras 4.14 a 4.17 para o caso de drenagem simples, permitem observar que as frações de tempo calculadas produzem resultados mais precisos do que empregando a hipótese proposta por Terzaghi (1943) para carregamentos linearmente crescentes no tempo.

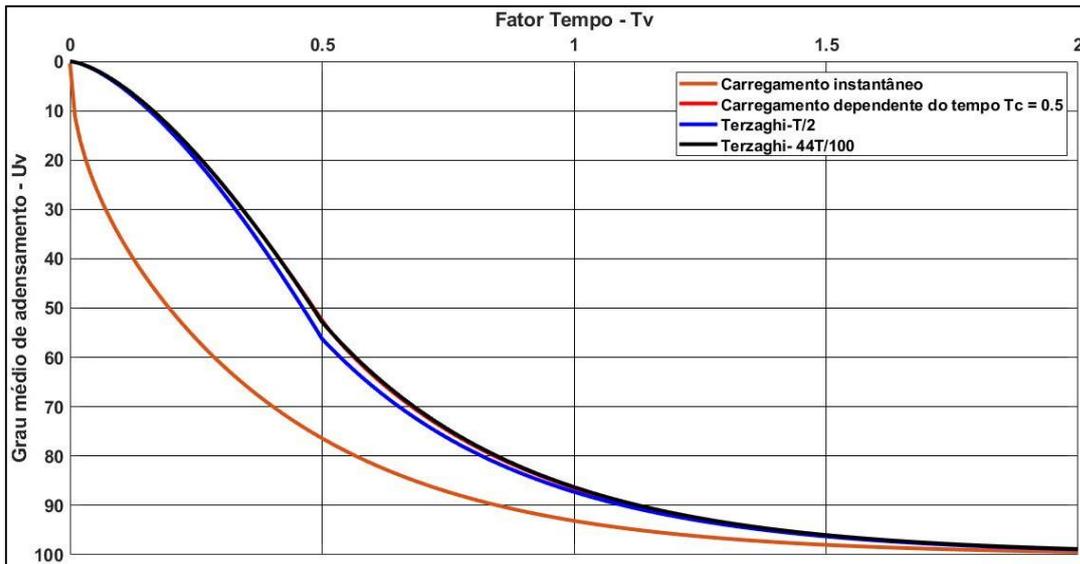


Figura 4.14 – Curvas T_v-U_v para carregamentos instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)

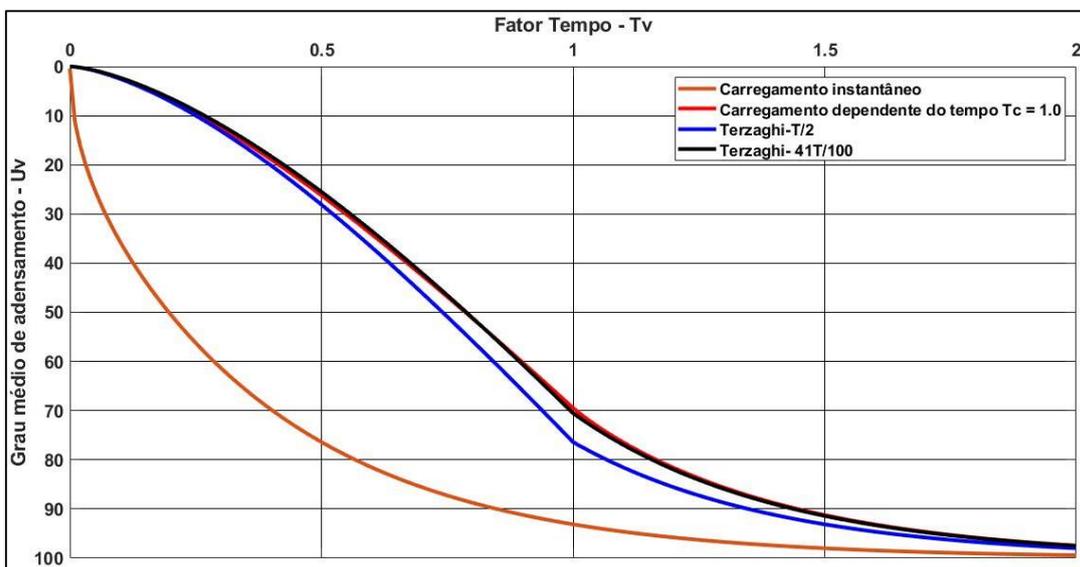


Figura 4.15 – Curvas T_v-U_v para carregamentos instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)

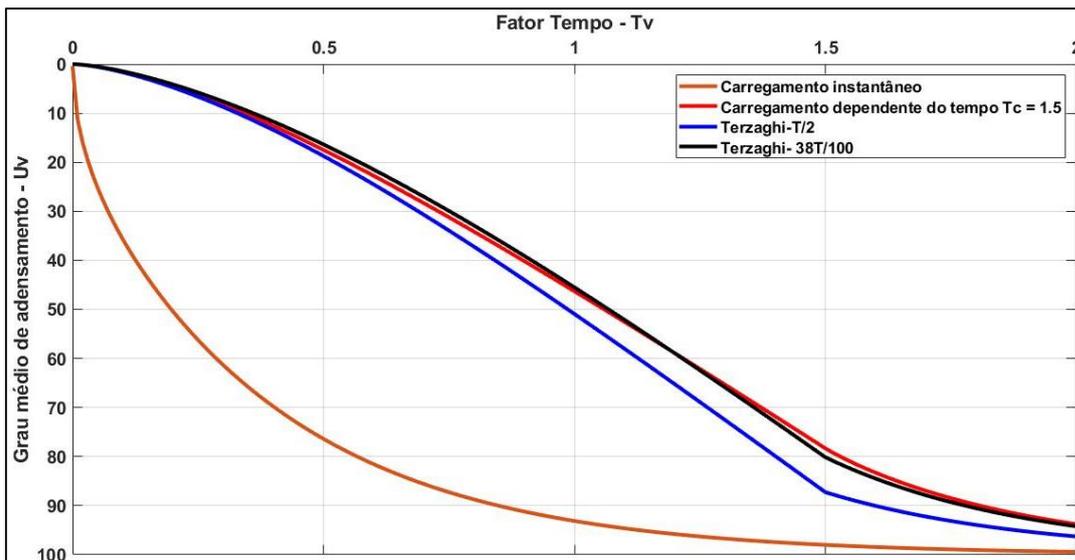


Figura 4.16 – Curvas T_v-U_v para carregamentos instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)

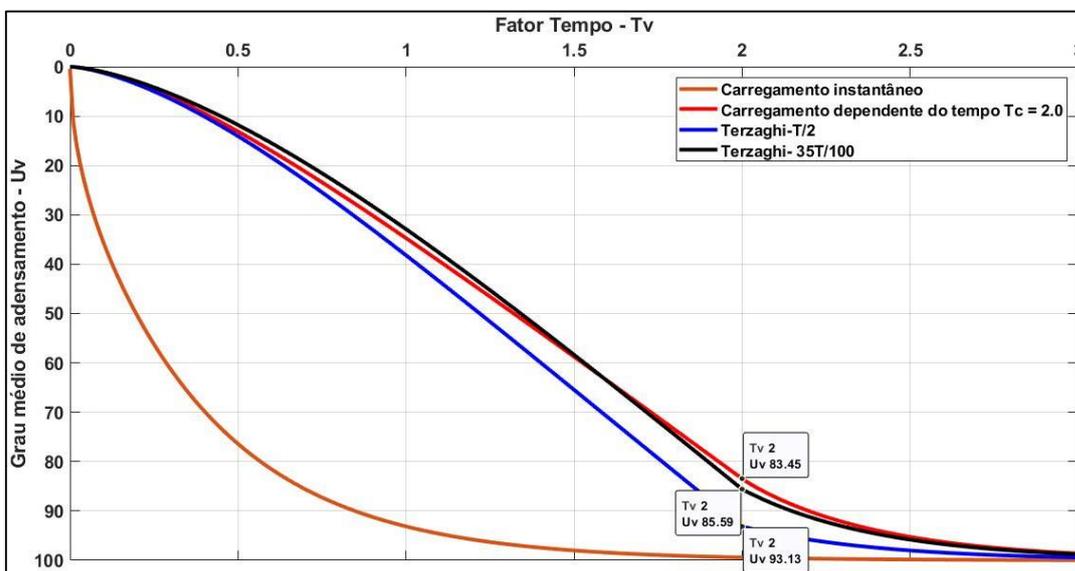


Figura 4.17 – Curvas T_v-U_v para carregamentos instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)

Como pode ser verificado, à medida que o tempo de construção aumenta, a curva referente à fração de tempo $T/2$ (curva azul) se afasta da curva de carregamento dependente do tempo (curva vermelha). Conforme mencionado por Craig (2004), tempos de construção pequenos afetam de forma significativa os valores do grau de adensamento médio, portanto aumentando a diferença entre as curvas. Para tempos de construção mais elevados essa diferença reduz e se estabiliza em aproximadamente 4%. A curva referente à fração $T/2$ superestima o grau de adensamento em até 9,67% no intervalo analisado, como observado na Figura 4.17

Existe também uma boa concordância entre a curva teórica de carregamento dependente do tempo e as aproximações realizadas com as frações de tempo do

Quadro 4.1 para diversos fatores de tempo de construção, o que permite recomendar o método aqui apresentado.

A Figura 4.18 apresenta uma comparação entre as frações de tempo presentes no Quadro 4.1 e a hipótese de aplicação de cada incremento de carregamento no tempo $T/2$. Para examinar a acurácia do método proposto, as seguintes etapas foram realizadas:

1. Calculou-se a diferença ΔU entre o grau de adensamento médio obtido para cada fração de tempo do Quadro 4.1 (referente a determinado tempo de construção T_c) e a solução analítica para carregamento linearmente crescente no tempo, drenagem simples, incrementos de tensão vertical total uniformes ao longo da profundidade, conforme hipóteses das equações apresentadas na seção 4.1.1;
2. Foram plotadas as curvas T_v versus ΔU para o intervalos de tempo de construção T_c entre 0.1 a 2 com incrementos de 0.1;
3. Valores negativos e positivos de ΔU representam, respectivamente, subestimativa e superestimativa dos valores de U_v obtidos pela solução analítica;
4. Cada ponto de inflexão na Figura 4.18, como apresentado em $T_v = 2$, representa o tempo de construção T_c de cada curva.

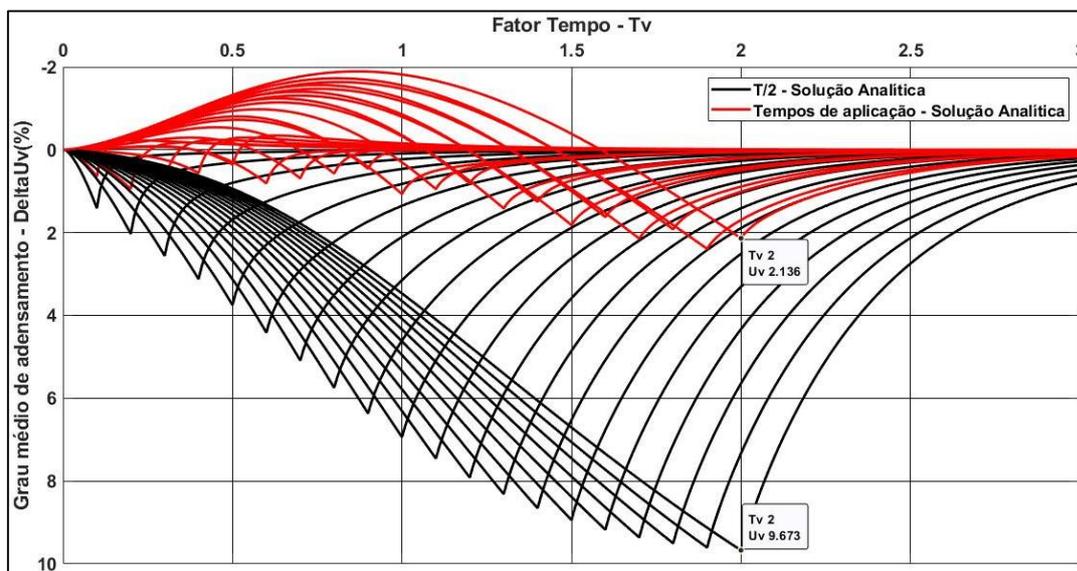


Figura 4.18 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)

Da Figura 4.18 é possível observar que os resultados do Quadro 4.1 representam boas aproximações da solução analítica, com uma diferença absoluta máxima de aproximadamente 2,14%. Por outro lado, a utilização da fração de

tempo $T/2$ superestimou os resultados em até 9,67%.

Um outro método que produziu bons resultados foi a aplicação, durante o período de construção, de cada incremento de carregamento no fator tempo $T/2$, de forma instantânea, e depois realizar uma redução percentual dos resultados obtidos, conforme sugestão de Hanna et al. (2011, 2013), como apresentado na Figura 4.19.

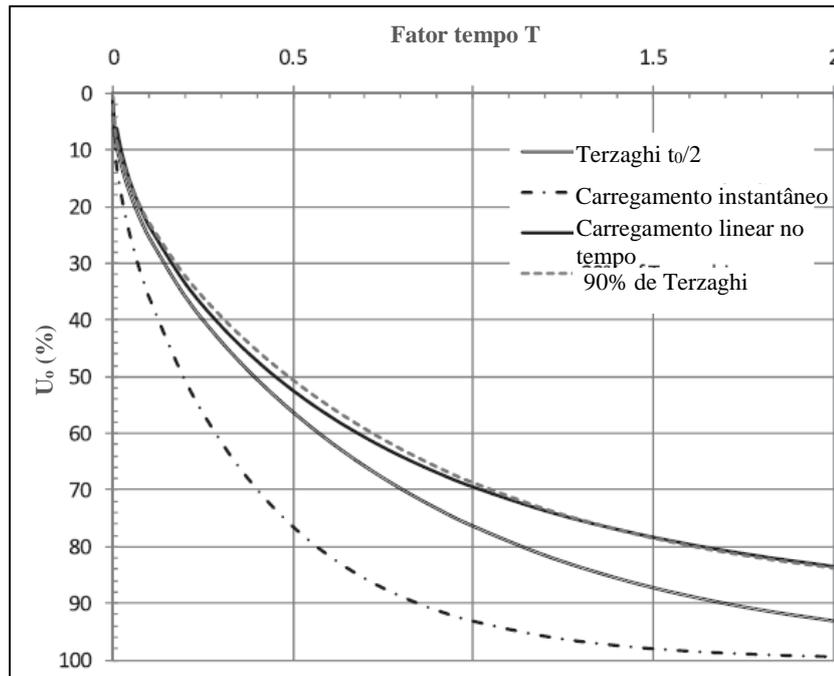


Figura 4.19 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (adaptado de Hanna et al., 2013)

Observe que a Eq. (3.47) é função apenas do tempo de construção T_c e a curva denominada “*Constant rate loading*” pode ser então obtida para $0 < T_c \leq 2$ conforme a Figura 4.19. Reduzindo os valores do grau médio de adensamento obtidos da curva denominada “*Terzaghi $t_0/2$* ” em 10%, é possível plotar a curva “*90% of Terzaghi approx.*”. Dessa forma, é possível verificar se para cada tempo de construção, reduzir 10% do grau médio de adensamento obtido pelo método de Terzaghi (1943) aproxima do valor determinado da curva de carregamento sob taxa constante.

Para $T_c = 0.5$ há uma diferença entre as curvas, mas para $T_c = 1.5$, as curvas estão praticamente sobrepostas, conforme mostram as Figuras 4.20 e 4.21, onde as curvas em vermelho são referentes a um único fator tempo de construção, $T_c = 0.5$ e $T_c = 1.5$.

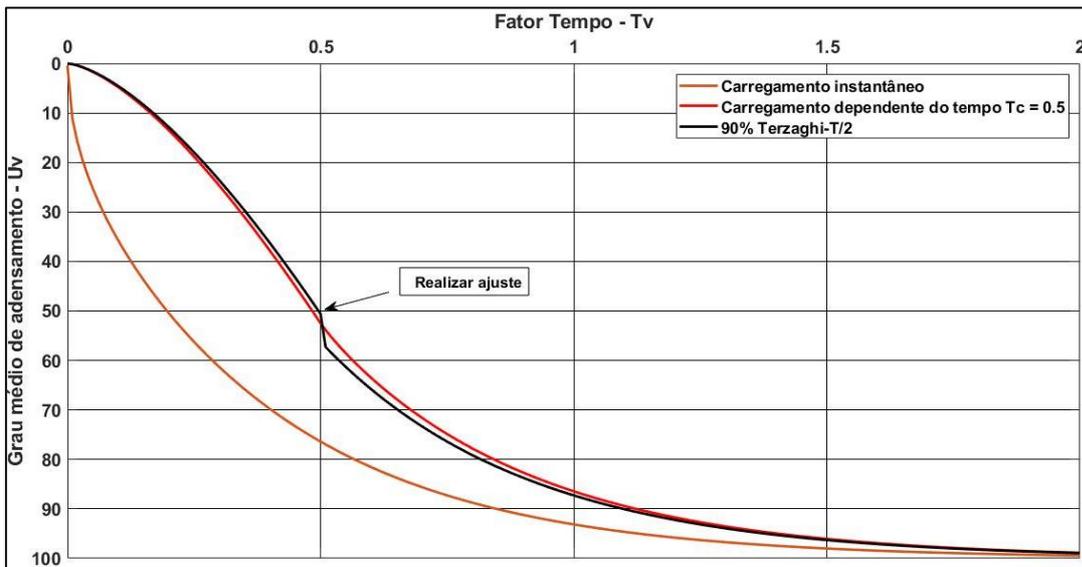


Figura 4.20 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

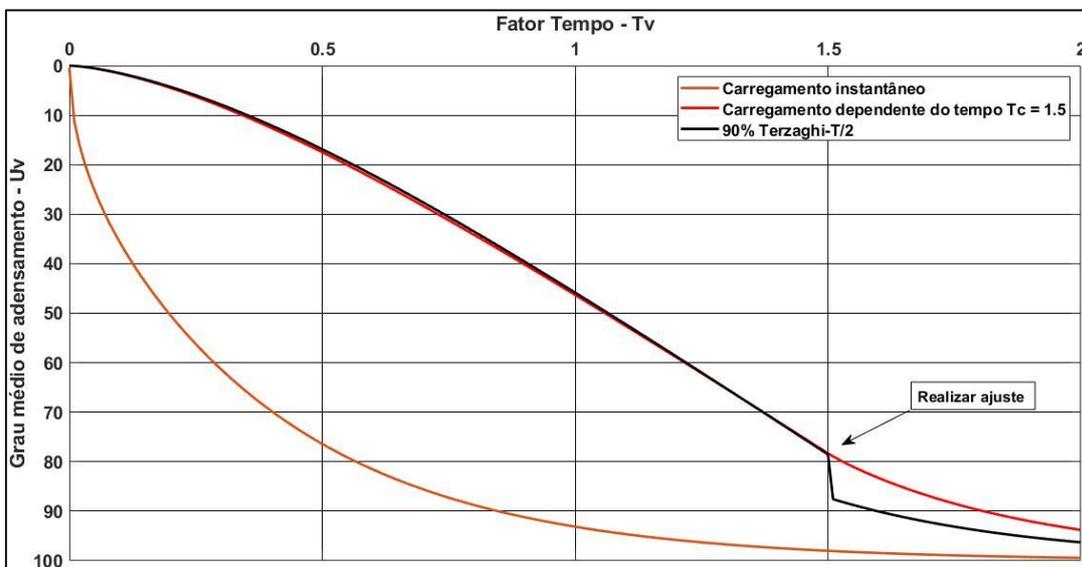


Figura 4.21 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

Na Figura 4.20 há uma pequena diferença entre as curvas de carregamento dependente do tempo e a denominada “90% Terzaghi T/2”, quando considerado o período de construção. Na Figura 4.21, no entanto, existe grande concordância entre as curvas, ratificando o que foi apresentado na Figura 4.19.

Das Figuras 4.20 e 4.21 é possível verificar que esse método é aplicável apenas para o período de construção, o que impede, portanto, a aplicação do tempo $T_c/2$ para representar o período pós-construção. Da Figura 4.19 é possível também notar que a redução de 10% dos valores do grau médio de adensamento apresentam resultados mais precisos para $T_c \geq 1$. Com o auxílio do programa computacional

Matlab foi possível definir, por meio de uma rotina iterativa, qual redução se ajusta melhor a um dado intervalo de fatores de tempo de construção e qual o melhor tempo de aplicação para definir o período pós-construção para cada fator tempo T_c .

Para o período de construção, a melhor porcentagem de redução de Uv para determinado fator tempo de construção T_c foi obtida admitindo que as curvas são vetores no mesmo espaço vetorial, e efetuando o cálculo da norma da diferença entre elas. O melhor ajuste é o obtido com o menor valor desta norma.

Para o período pós-construção, o melhor tempo de aplicação para cada T_c foi obtido comparando o valor de Uv para $T_v = T_c$, utilizando os valores de Uv calculados pela melhor porcentagem de redução para um dado T_c ($T_v \leq T_c$) e o melhor tempo de aplicação ($T_v > T_c$). O erro admitido na interface foi menor que 0.00001. Dessa forma, o Quadro 4.2 apresenta, para cada tempo de construção T_c , o fator de redução e o tempo de aplicação que devem ser utilizados, respectivamente, para os períodos $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$.

Quadro 4.2 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	0,9817	0,5182	0,41	0,9401	0,5587	0,81	0,9252	0,5810	1,21	0,9115	0,6121	1,61	0,9031	0,6444
0,02	0,9594	0,5398	0,42	0,9399	0,5590	0,82	0,9248	0,5818	1,22	0,9112	0,6129	1,62	0,9029	0,6452
0,03	0,9526	0,5463	0,43	0,9396	0,5593	0,83	0,9244	0,5825	1,23	0,9110	0,6137	1,63	0,9028	0,6460
0,04	0,9495	0,5493	0,44	0,9393	0,5597	0,84	0,9240	0,5832	1,24	0,9107	0,6145	1,64	0,9026	0,6469
0,05	0,9477	0,5510	0,45	0,9390	0,5601	0,85	0,9237	0,5839	1,25	0,9104	0,6154	1,65	0,9025	0,6476
0,06	0,9466	0,5520	0,46	0,9387	0,5605	0,86	0,9233	0,5846	1,26	0,9102	0,6161	1,66	0,9024	0,6484
0,07	0,9466	0,5520	0,47	0,9384	0,5609	0,87	0,9229	0,5854	1,27	0,9099	0,6170	1,67	0,9022	0,6492
0,08	0,9453	0,5532	0,48	0,9380	0,5614	0,88	0,9225	0,5861	1,28	0,9097	0,6177	1,68	0,9021	0,6500
0,09	0,9450	0,5535	0,49	0,9377	0,5618	0,89	0,9221	0,5869	1,29	0,9094	0,6186	1,69	0,9020	0,6507
0,10	0,9450	0,5535	0,50	0,9374	0,5622	0,90	0,9217	0,5877	1,30	0,9092	0,6193	1,70	0,9019	0,6515
0,11	0,9444	0,5541	0,51	0,9370	0,5627	0,91	0,9214	0,5884	1,31	0,9089	0,6202	1,71	0,9017	0,6524
0,12	0,9442	0,5543	0,52	0,9367	0,5631	0,92	0,9210	0,5891	1,32	0,9087	0,6210	1,72	0,9016	0,6531
0,13	0,9441	0,5544	0,53	0,9363	0,5636	0,93	0,9206	0,5899	1,33	0,9084	0,6219	1,73	0,9015	0,6539
0,14	0,9439	0,5546	0,54	0,9360	0,5641	0,94	0,9202	0,5907	1,34	0,9082	0,6226	1,74	0,9014	0,6547
0,15	0,9438	0,5547	0,55	0,9356	0,5646	0,95	0,9199	0,5914	1,35	0,9080	0,6234	1,75	0,9013	0,6554
0,16	0,9437	0,5548	0,56	0,9352	0,5652	0,96	0,9195	0,5922	1,36	0,9077	0,6243	1,76	0,9012	0,6562
0,17	0,9436	0,5549	0,57	0,9348	0,5657	0,97	0,9192	0,5929	1,37	0,9075	0,6251	1,77	0,9011	0,6570
0,18	0,9436	0,5549	0,58	0,9345	0,5662	0,98	0,9188	0,5938	1,38	0,9073	0,6259	1,78	0,9010	0,6577
0,19	0,9435	0,5549	0,59	0,9341	0,5667	0,99	0,9184	0,5946	1,39	0,9071	0,6267	1,79	0,9008	0,6586
0,20	0,9434	0,5550	0,60	0,9337	0,5673	1,00	0,9181	0,5953	1,40	0,9069	0,6275	1,80	0,9007	0,6594

0,21	0,9433	0,5551	0,61	0,9333	0,5679	1,01	0,9177	0,5962	1,41	0,9066	0,6284	1,81	0,9007	0,6601
0,22	0,9432	0,5552	0,62	0,9329	0,5685	1,02	0,9174	0,5969	1,42	0,9064	0,6292	1,82	0,9006	0,6608
0,23	0,9432	0,5552	0,63	0,9325	0,5691	1,03	0,9171	0,5976	1,43	0,9062	0,6300	1,83	0,9005	0,6616
0,24	0,9431	0,5553	0,64	0,9321	0,5697	1,04	0,9167	0,5985	1,44	0,9060	0,6308	1,84	0,9004	0,6624
0,25	0,9430	0,5554	0,65	0,9317	0,5703	1,05	0,9164	0,5992	1,45	0,9058	0,6316	1,85	0,9003	0,6632
0,26	0,9429	0,5555	0,66	0,9313	0,5709	1,06	0,9161	0,6000	1,46	0,9056	0,6324	1,86	0,9002	0,6639
0,27	0,9428	0,5556	0,67	0,9309	0,5715	1,07	0,9157	0,6009	1,47	0,9054	0,6332	1,87	0,9001	0,6647
0,28	0,9427	0,5558	0,68	0,9305	0,5722	1,08	0,9154	0,6016	1,48	0,9053	0,6339	1,88	0,9000	0,6655
0,29	0,9425	0,5560	0,69	0,9301	0,5728	1,09	0,9151	0,6024	1,49	0,9051	0,6348	1,89	0,9000	0,6662
0,30	0,9424	0,5561	0,70	0,9297	0,5734	1,10	0,9148	0,6032	1,50	0,9049	0,6356	1,90	0,8999	0,6670
0,31	0,9422	0,5563	0,71	0,9293	0,5741	1,11	0,9145	0,6040	1,51	0,9047	0,6364	1,91	0,8998	0,6678
0,32	0,9421	0,5564	0,72	0,9289	0,5747	1,12	0,9141	0,6049	1,52	0,9045	0,6372	1,92	0,8997	0,6685
0,33	0,9419	0,5566	0,73	0,9285	0,5754	1,13	0,9138	0,6057	1,53	0,9044	0,6380	1,93	0,8997	0,6692
0,34	0,9417	0,5568	0,74	0,9280	0,5762	1,14	0,9135	0,6065	1,54	0,9042	0,6388	1,94	0,8996	0,6700
0,35	0,9415	0,5571	0,75	0,9276	0,5768	1,15	0,9132	0,6073	1,55	0,9040	0,6396	1,95	0,8995	0,6708
0,36	0,9413	0,5573	0,76	0,9272	0,5775	1,16	0,9129	0,6081	1,56	0,9039	0,6404	1,96	0,8995	0,6715
0,37	0,9411	0,5575	0,77	0,9268	0,5782	1,17	0,9126	0,6089	1,57	0,9037	0,6412	1,97	0,8994	0,6723
0,38	0,9409	0,5578	0,78	0,9264	0,5789	1,18	0,9124	0,6096	1,58	0,9035	0,6421	1,98	0,8993	0,6731
0,39	0,9406	0,5581	0,79	0,9260	0,5796	1,19	0,9121	0,6104	1,59	0,9034	0,6428	1,99	0,8993	0,6737
0,40	0,9404	0,5584	0,80	0,9256	0,5803	1,20	0,9118	0,6113	1,60	0,9032	0,6437	2,00	0,8992	0,6745

Com os resultados do Quadro 4.2 foi possível representar as curvas de carregamento dependente do tempo (Figuras 4.22 a 4.25) para os tempos de construção 0.5, 1.0, 1.5 e 2.0. Verifica-se boa concordância com a curva teórica (curva vermelha), validando o método proposto. As curvas aparecem praticamente sobrepostas, produzindo resultados mais precisos do que os obtidos com o método anteriormente apresentado (Figuras 4.14 a 4.17).

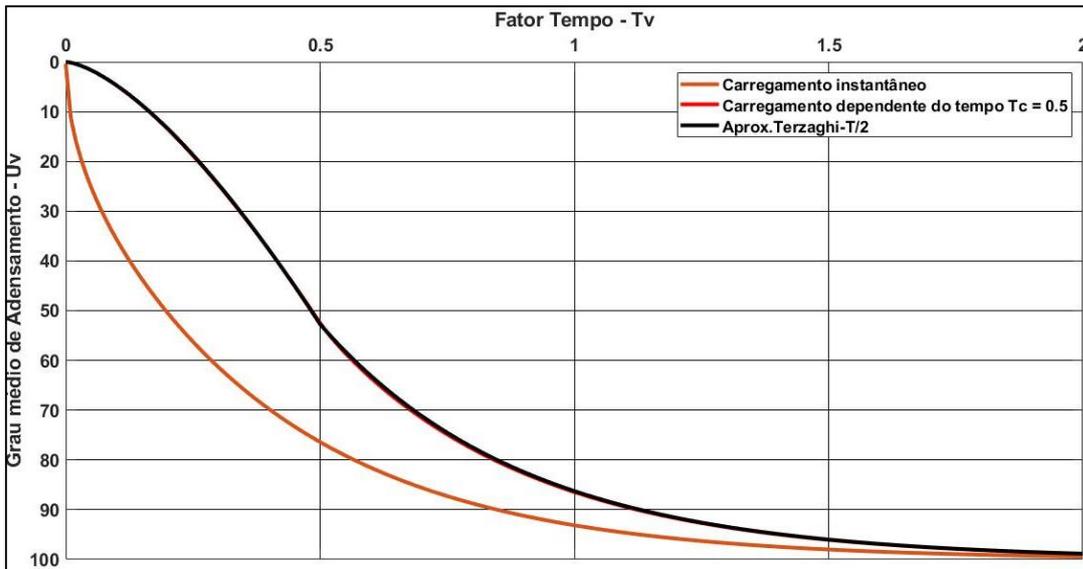


Figura 4.22 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

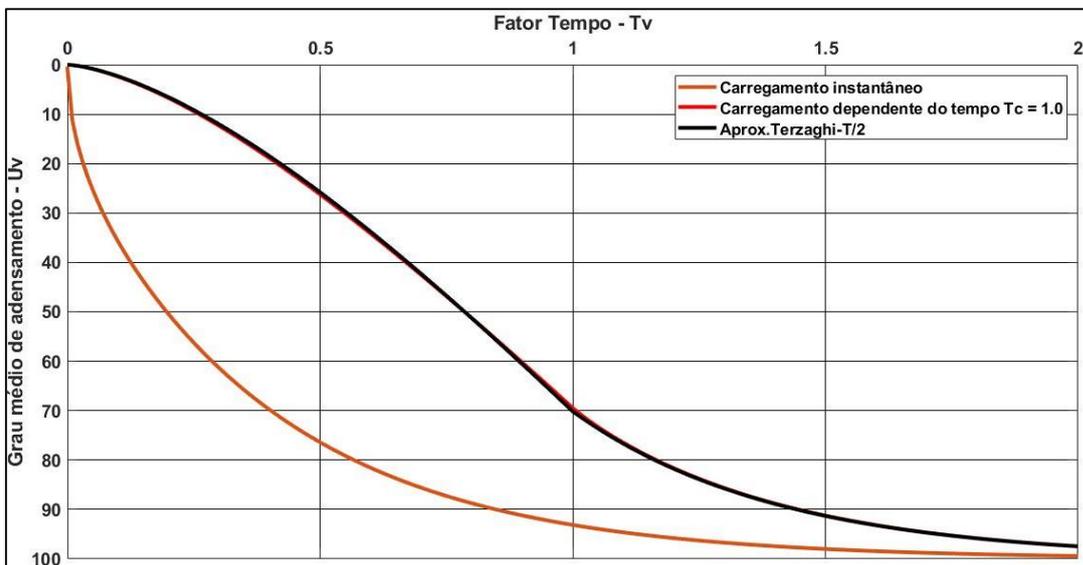


Figura 4.23 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

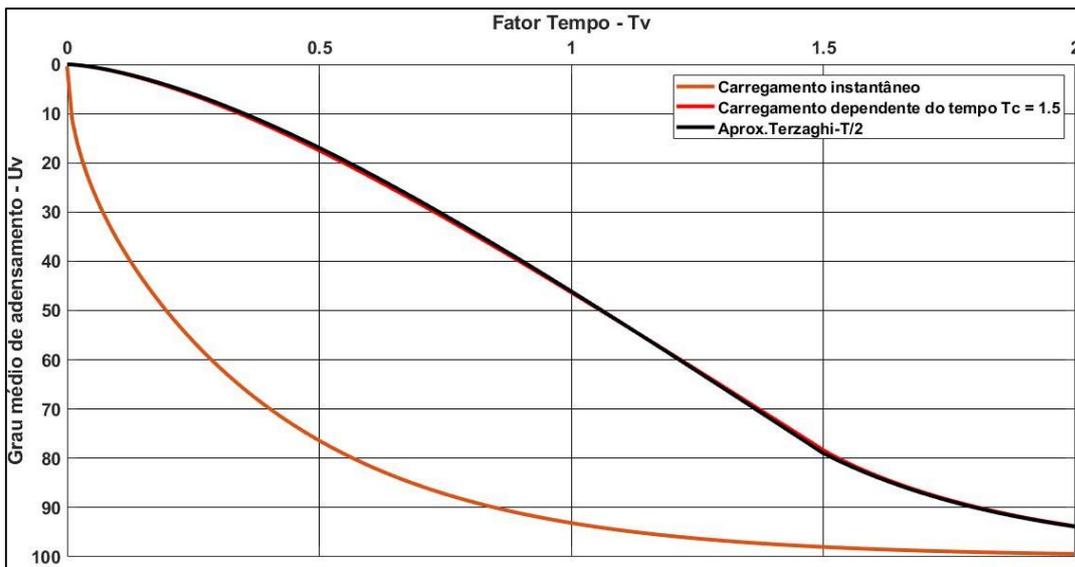


Figura 4.24 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

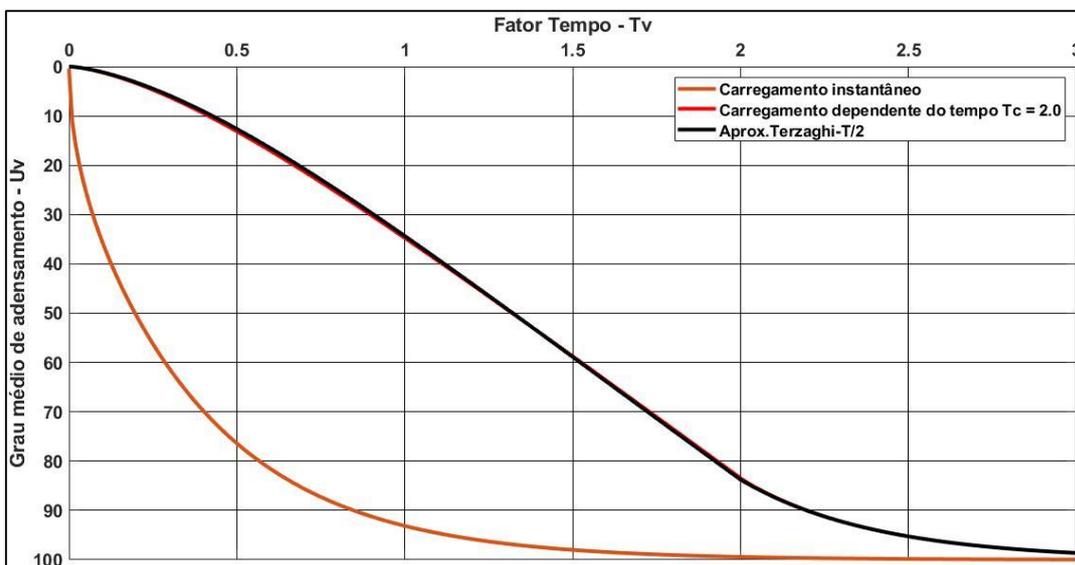


Figura 4.25 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

4.2.2

Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem dupla

Similarmente, para drenagem dupla foi possível obter as frações de tempo que devem ser utilizadas para os períodos de construção e pós-construção. O Quadro 4.3 apresenta, para cada tempo de construção T_c , a fração de tempo recomendada para $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$.

Quadro 4.3 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	0,49	0,51	0,41	0,37	0,63	0,81	0,30	0,70	1,21	0,26	0,74	1,61	0,24	0,76
0,02	0,48	0,52	0,42	0,37	0,63	0,82	0,30	0,70	1,22	0,26	0,74	1,62	0,24	0,76
0,03	0,47	0,53	0,43	0,36	0,64	0,83	0,30	0,70	1,23	0,26	0,74	1,63	0,24	0,76
0,04	0,47	0,53	0,44	0,36	0,64	0,84	0,30	0,70	1,24	0,26	0,74	1,64	0,24	0,76
0,05	0,47	0,53	0,45	0,36	0,64	0,85	0,30	0,70	1,25	0,26	0,74	1,65	0,24	0,76
0,06	0,46	0,54	0,46	0,36	0,64	0,86	0,30	0,70	1,26	0,26	0,74	1,66	0,24	0,76
0,07	0,46	0,54	0,47	0,36	0,64	0,87	0,30	0,70	1,27	0,26	0,74	1,67	0,24	0,76
0,08	0,46	0,54	0,48	0,35	0,65	0,88	0,29	0,71	1,28	0,26	0,74	1,68	0,23	0,77
0,09	0,45	0,55	0,49	0,35	0,65	0,89	0,29	0,71	1,29	0,26	0,74	1,69	0,23	0,77
0,10	0,45	0,55	0,50	0,35	0,65	0,90	0,29	0,71	1,30	0,26	0,74	1,70	0,23	0,77
0,11	0,45	0,55	0,51	0,35	0,65	0,91	0,29	0,71	1,31	0,26	0,74	1,71	0,23	0,77
0,12	0,45	0,55	0,52	0,35	0,65	0,92	0,29	0,71	1,32	0,26	0,74	1,72	0,23	0,77
0,13	0,44	0,56	0,53	0,35	0,65	0,93	0,29	0,71	1,33	0,25	0,75	1,73	0,23	0,77
0,14	0,44	0,56	0,54	0,34	0,66	0,94	0,29	0,71	1,34	0,25	0,75	1,74	0,23	0,77
0,15	0,44	0,56	0,55	0,34	0,66	0,95	0,29	0,71	1,35	0,25	0,75	1,75	0,23	0,77
0,16	0,43	0,57	0,56	0,34	0,66	0,96	0,29	0,71	1,36	0,25	0,75	1,76	0,23	0,77
0,17	0,43	0,57	0,57	0,34	0,66	0,97	0,28	0,72	1,37	0,25	0,75	1,77	0,23	0,77
0,18	0,43	0,57	0,58	0,34	0,66	0,98	0,28	0,72	1,38	0,25	0,75	1,78	0,23	0,77
0,19	0,42	0,58	0,59	0,33	0,67	0,99	0,28	0,72	1,39	0,25	0,75	1,79	0,23	0,77
0,20	0,42	0,58	0,60	0,33	0,67	1,00	0,28	0,72	1,40	0,25	0,75	1,80	0,23	0,77
0,21	0,42	0,58	0,61	0,33	0,67	1,01	0,28	0,72	1,41	0,25	0,75	1,81	0,23	0,77

0,22	0,42	0,58	0,62	0,33	0,67	1,02	0,28	0,72	1,42	0,25	0,75	1,82	0,23	0,77
0,23	0,41	0,59	0,63	0,33	0,67	1,03	0,28	0,72	1,43	0,25	0,75	1,83	0,23	0,77
0,24	0,41	0,59	0,64	0,33	0,67	1,04	0,28	0,72	1,44	0,25	0,75	1,84	0,23	0,77
0,25	0,41	0,59	0,65	0,33	0,67	1,05	0,28	0,72	1,45	0,25	0,75	1,85	0,23	0,77
0,26	0,41	0,59	0,66	0,32	0,68	1,06	0,28	0,72	1,46	0,25	0,75	1,86	0,23	0,77
0,27	0,40	0,60	0,67	0,32	0,68	1,07	0,28	0,72	1,47	0,25	0,75	1,87	0,23	0,77
0,28	0,40	0,60	0,68	0,32	0,68	1,08	0,27	0,73	1,48	0,25	0,75	1,88	0,23	0,77
0,29	0,40	0,60	0,69	0,32	0,68	1,09	0,27	0,73	1,49	0,24	0,76	1,89	0,23	0,77
0,30	0,39	0,61	0,70	0,32	0,68	1,10	0,27	0,73	1,50	0,24	0,76	1,90	0,23	0,77
0,31	0,39	0,61	0,71	0,32	0,68	1,11	0,27	0,73	1,51	0,24	0,76	1,91	0,22	0,78
0,32	0,39	0,61	0,72	0,31	0,69	1,12	0,27	0,73	1,52	0,24	0,76	1,92	0,22	0,78
0,33	0,39	0,61	0,73	0,31	0,69	1,13	0,27	0,73	1,53	0,24	0,76	1,93	0,22	0,78
0,34	0,39	0,61	0,74	0,31	0,69	1,14	0,27	0,73	1,54	0,24	0,76	1,94	0,22	0,78
0,35	0,38	0,62	0,75	0,31	0,69	1,15	0,27	0,73	1,55	0,24	0,76	1,95	0,22	0,78
0,36	0,38	0,62	0,76	0,31	0,69	1,16	0,27	0,73	1,56	0,24	0,76	1,96	0,22	0,78
0,37	0,38	0,62	0,77	0,31	0,69	1,17	0,27	0,73	1,57	0,24	0,76	1,97	0,22	0,78
0,38	0,38	0,62	0,78	0,31	0,69	1,18	0,27	0,73	1,58	0,24	0,76	1,98	0,22	0,78
0,39	0,37	0,63	0,79	0,31	0,69	1,19	0,27	0,73	1,59	0,24	0,76	1,99	0,22	0,78
0,40	0,37	0,63	0,80	0,30	0,70	1,20	0,26	0,74	1,60	0,24	0,76	2,00	0,22	0,78

Similarmente, com os dados do Quadro 4.3 foi possível representar as curvas de carregamento dependente do tempo para diversos tempos de construção. Para tempos de construção 0.5, 1.0, 1.5 e 2.0, as Figuras 4.26 a 4.29 comparam os valores determinados com a consideração da fração de tempo $T/2$ e dos resultados do Quadro 4.3. Para examinar a acurácia do método proposto, a Figura 4.30 mostra a diferença percentual entre as duas soluções, em relação à solução analítica para carregamento linearmente crescente no tempo para $0 < T_c \leq 2$.

Dessas figuras, observa-se que para tempos de construção 0.5 e 1.0, o método proposto resultou em uma boa aproximação, enquanto para $T_c = 1.5$ e $T_c = 2.0$ ocorreu um aumento da diferença em relação à curva analítica (curva vermelha) nos primeiros tempos de adensamento e uma aproximação em relação à curva representada pela fração de tempo $T/2$ (curva azul) após decorrido certo tempo de adensamento.

A Figura 4.30 mostra que a diferença percentual entre a solução proposta e a solução analítica é aceitável, com valor máximo de 3,50% em $T_c = 1.3$. Observa-se também que a partir do tempo de construção $T_c = 0.5$ (curva $T/2$ – Solução Analítica) houve uma diminuição na diferença percentual do grau de adensamento médio, e isso provavelmente se deve ao fato de que para tempos de construção elevados, conforme mencionado por Craig (2004), o período de construção não afeta de forma significativa a magnitude de U_v . Dessa forma, a diferença percentual entre as curvas se estabiliza em um valor máximo de 4%, aproximadamente. Esse efeito pode ser observado para a condição de drenagem simples também a partir de um tempo quatro vezes maior do que no caso de drenagem dupla. Na Figura 4.29, para $T_c = 2.0$, a curva referente à fração de tempo $22T/100$ tende a se aproximar da curva $T/2$, devido à não influência do período de construção na magnitude de U_v , como mencionado.

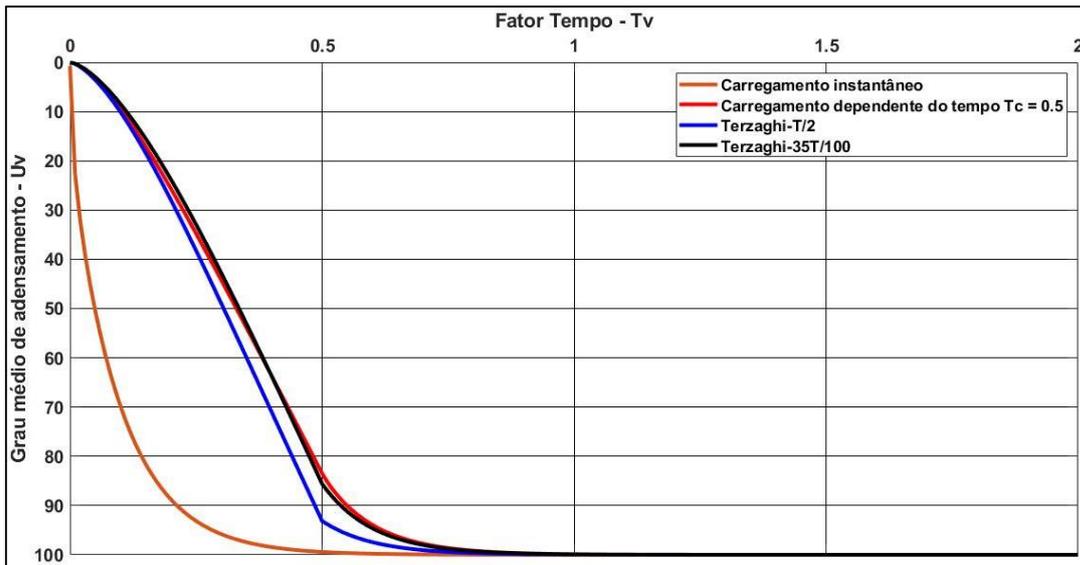


Figura 4.26 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

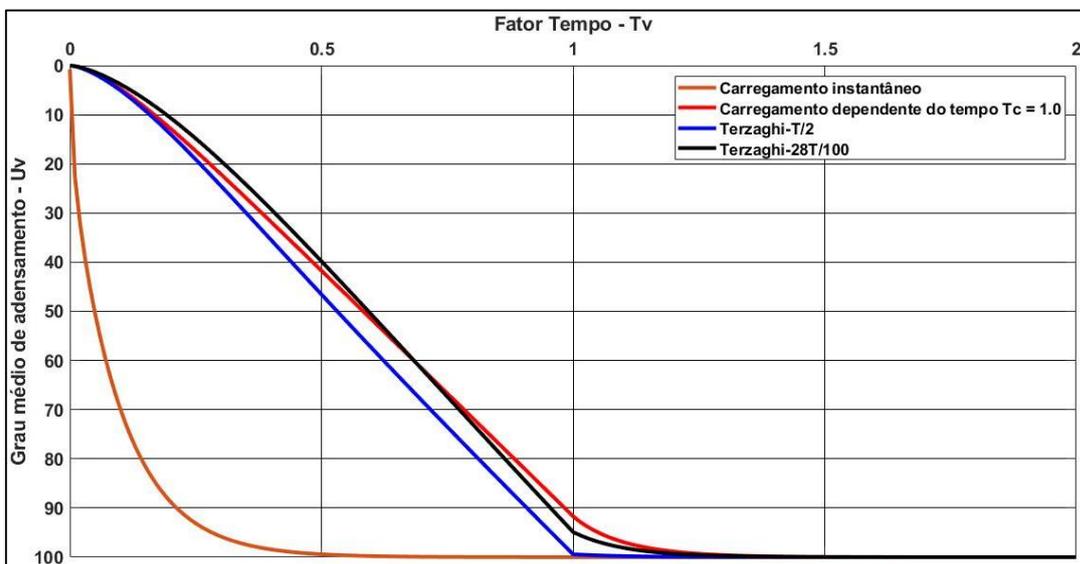


Figura 4.27 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

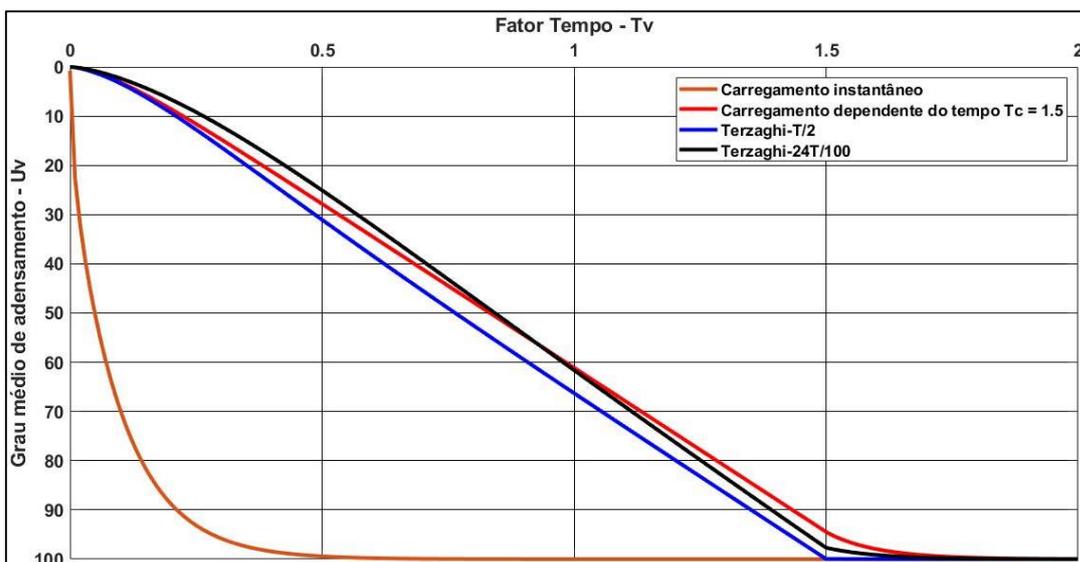


Figura 4.28 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

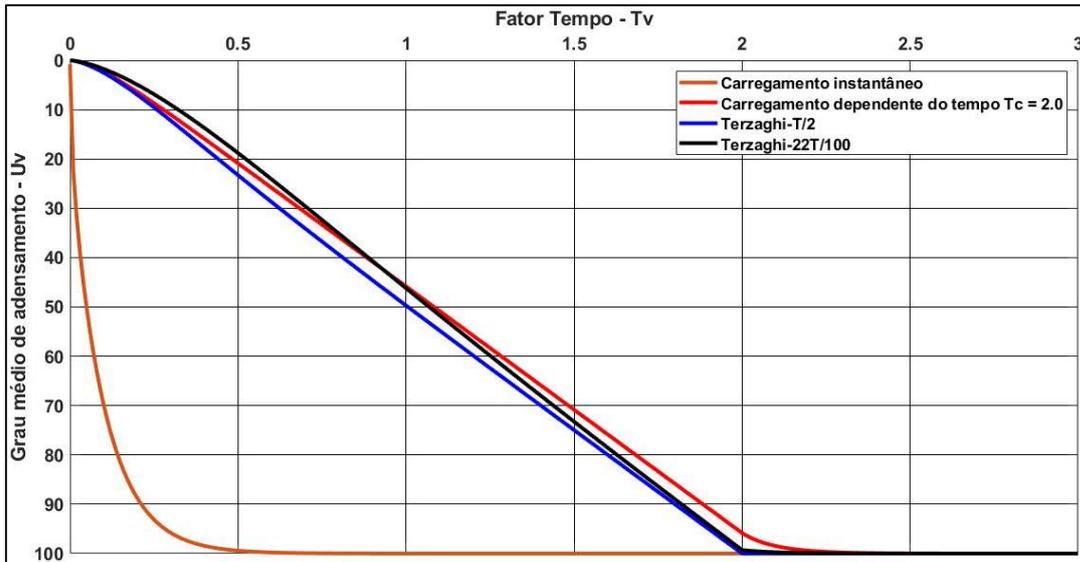


Figura 4.29 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

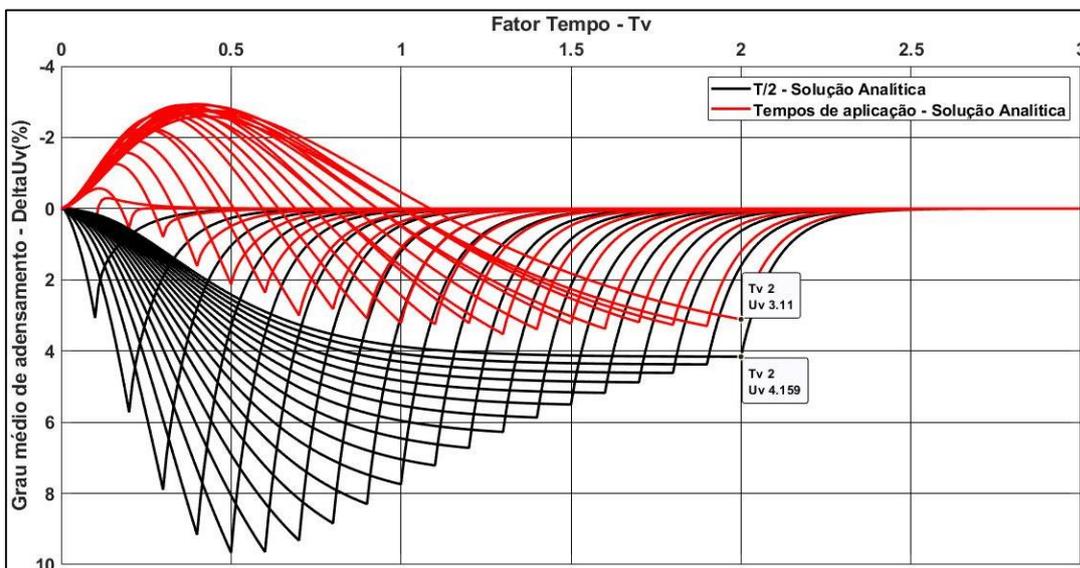


Figura 4.30 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)

Revisando o método empírico proposto por Terzaghi, que consiste na aplicação de cada incremento de carregamento no tempo $T/2$, o Quadro 4.4 apresenta, para diversos tempos de construção T_c , o fator de redução e qual o tempo de aplicação que devem ser utilizados para o período de construção e pós-construção, respectivamente.

Nas Figuras 4.31 a 4.34 observa-se boa concordância entre as curvas teórica e aproximada para tempos de construção 0.5, 1.0, 1.5 e 2.0, validando os resultados obtidos. No entanto, para os tempos de construção 1.5 e 2.0, há uma pequena distância entre as curvas, o que não ocorreu no caso de drenagem simples. Este fato pode estar relacionado com a maior velocidade do adensamento (quatro vezes maior

na drenagem dupla) o que afeta o ajuste das curvas, em especial para tempos de construção maiores do que 1.0

Quadro 4.4 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	0,9803	0,5195	0,41	0,9027	0,6467	0,81	0,9031	0,7506	1,21	0,9183	0,8098	1,61	0,9323	0,8441
0,02	0,9588	0,5404	0,42	0,9021	0,6500	0,82	0,9034	0,7526	1,22	0,9186	0,8110	1,62	0,9326	0,8447
0,03	0,9523	0,5466	0,43	0,9016	0,6531	0,83	0,9037	0,7545	1,23	0,9190	0,8120	1,63	0,9329	0,8454
0,04	0,9492	0,5496	0,44	0,9012	0,6562	0,84	0,9040	0,7565	1,24	0,9194	0,8131	1,64	0,9332	0,8460
0,05	0,9474	0,5513	0,45	0,9008	0,6593	0,85	0,9044	0,7583	1,25	0,9198	0,8141	1,65	0,9335	0,8467
0,06	0,9462	0,5524	0,46	0,9004	0,6624	0,86	0,9047	0,7602	1,26	0,9202	0,8151	1,66	0,9338	0,8473
0,07	0,9462	0,5524	0,47	0,9001	0,6654	0,87	0,9051	0,7619	1,27	0,9205	0,8162	1,67	0,9341	0,8480
0,08	0,9440	0,5546	0,48	0,8998	0,6684	0,88	0,9054	0,7638	1,28	0,9209	0,8172	1,68	0,9344	0,8486
0,09	0,9428	0,5559	0,49	0,8996	0,6714	0,89	0,9058	0,7655	1,29	0,9213	0,8181	1,69	0,9347	0,8492
0,10	0,9428	0,5561	0,50	0,8993	0,6744	0,90	0,9062	0,7672	1,30	0,9217	0,8191	1,70	0,9350	0,8498
0,11	0,9402	0,5589	0,51	0,8991	0,6773	0,91	0,9065	0,7690	1,31	0,9220	0,8201	1,71	0,9353	0,8504
0,12	0,9388	0,5606	0,52	0,8990	0,6802	0,92	0,9069	0,7706	1,32	0,9224	0,8210	1,72	0,9356	0,8510
0,13	0,9372	0,5626	0,53	0,8988	0,6831	0,93	0,9073	0,7722	1,33	0,9228	0,8219	1,73	0,9359	0,8516
0,14	0,9356	0,5648	0,54	0,8987	0,6860	0,94	0,9077	0,7739	1,34	0,9232	0,8228	1,74	0,9362	0,8521
0,15	0,9340	0,5670	0,55	0,8987	0,6887	0,95	0,9081	0,7754	1,35	0,9235	0,8238	1,75	0,9364	0,8528
0,16	0,9323	0,5695	0,56	0,8986	0,6916	0,96	0,9084	0,7771	1,36	0,9239	0,8247	1,76	0,9367	0,8534
0,17	0,9306	0,5721	0,57	0,8986	0,6943	0,97	0,9088	0,7786	1,37	0,9242	0,8256	1,77	0,9370	0,8539
0,18	0,9289	0,5747	0,58	0,8986	0,6970	0,98	0,9092	0,7802	1,38	0,9246	0,8265	1,78	0,9373	0,8545
0,19	0,9273	0,5774	0,59	0,8986	0,6997	0,99	0,9096	0,7817	1,39	0,9250	0,8273	1,79	0,9375	0,8551
0,20	0,9256	0,5803	0,60	0,8986	0,7024	1,00	0,9100	0,7831	1,40	0,9253	0,8282	1,80	0,9378	0,8556

0,21	0,9240	0,5832	0,61	0,8987	0,7050	1,01	0,9104	0,7846	1,41	0,9257	0,8290	1,81	0,9381	0,8561
0,22	0,9224	0,5862	0,62	0,8988	0,7076	1,02	0,9108	0,7860	1,42	0,9260	0,8299	1,82	0,9384	0,8567
0,23	0,9209	0,5892	0,63	0,8989	0,7101	1,03	0,9112	0,7875	1,43	0,9264	0,8307	1,83	0,9386	0,8573
0,24	0,9194	0,5923	0,64	0,8990	0,7127	1,04	0,9116	0,7889	1,44	0,9267	0,8315	1,84	0,9389	0,8578
0,25	0,9180	0,5954	0,65	0,8991	0,7152	1,05	0,9120	0,7902	1,45	0,9271	0,8323	1,85	0,9392	0,8583
0,26	0,9166	0,5986	0,66	0,8993	0,7176	1,06	0,9124	0,7916	1,46	0,9274	0,8331	1,86	0,9394	0,8588
0,27	0,9153	0,6017	0,67	0,8994	0,7201	1,07	0,9128	0,7929	1,47	0,9277	0,8340	1,87	0,9397	0,8593
0,28	0,9141	0,6049	0,68	0,8996	0,7225	1,08	0,9132	0,7942	1,48	0,9281	0,8347	1,88	0,9399	0,8599
0,29	0,9129	0,6081	0,69	0,8998	0,7248	1,09	0,9135	0,7956	1,49	0,9284	0,8355	1,89	0,9402	0,8604
0,30	0,9117	0,6114	0,70	0,9000	0,7272	1,10	0,9139	0,7969	1,50	0,9288	0,8362	1,90	0,9404	0,8609
0,31	0,9106	0,6146	0,71	0,9003	0,7294	1,11	0,9143	0,7982	1,51	0,9291	0,8370	1,91	0,9407	0,8614
0,32	0,9096	0,6178	0,72	0,9005	0,7317	1,12	0,9147	0,7994	1,52	0,9294	0,8377	1,92	0,9409	0,8619
0,33	0,9086	0,6211	0,73	0,9007	0,7340	1,13	0,9151	0,8007	1,53	0,9297	0,8385	1,93	0,9412	0,8624
0,34	0,9077	0,6243	0,74	0,9010	0,7361	1,14	0,9155	0,8019	1,54	0,9301	0,8392	1,94	0,9414	0,8629
0,35	0,9068	0,6276	0,75	0,9013	0,7383	1,15	0,9159	0,8030	1,55	0,9304	0,8399	1,95	0,9417	0,8633
0,36	0,9060	0,6308	0,76	0,9015	0,7405	1,16	0,9163	0,8042	1,56	0,9307	0,8406	1,96	0,9419	0,8638
0,37	0,9052	0,6340	0,77	0,9018	0,7426	1,17	0,9167	0,8054	1,57	0,9310	0,8414	1,97	0,9422	0,8643
0,38	0,9045	0,6372	0,78	0,9021	0,7446	1,18	0,9171	0,8065	1,58	0,9314	0,8420	1,98	0,9424	0,8648
0,39	0,9039	0,6404	0,79	0,9024	0,7467	1,19	0,9175	0,8076	1,59	0,9317	0,8427	1,99	0,9427	0,8652
0,40	0,9032	0,6437	0,80	0,9027	0,7487	1,20	0,9179	0,8087	1,60	0,9320	0,8434	2,00	0,9429	0,8657

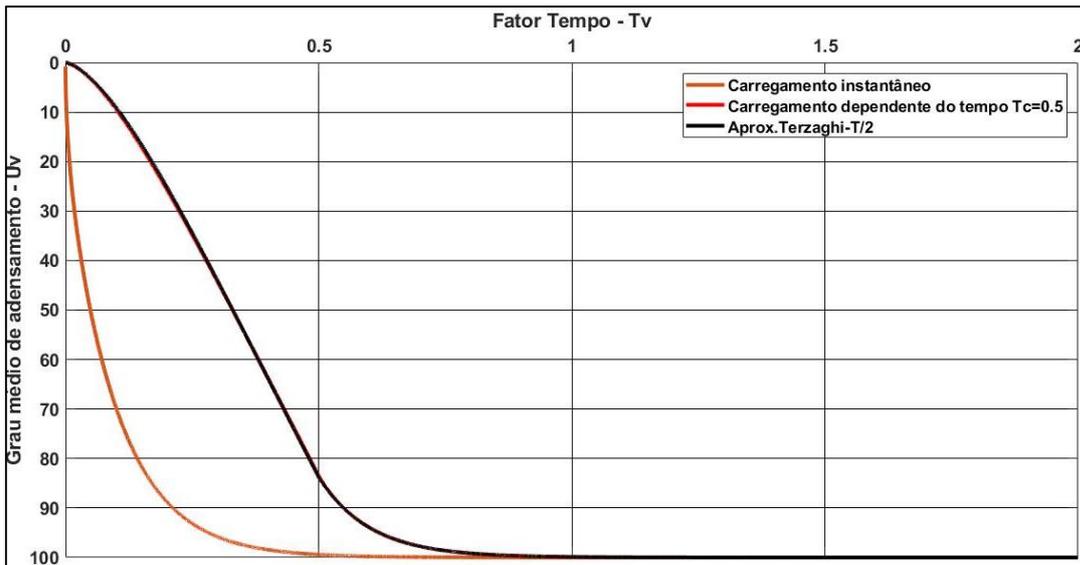


Figura 4.31 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

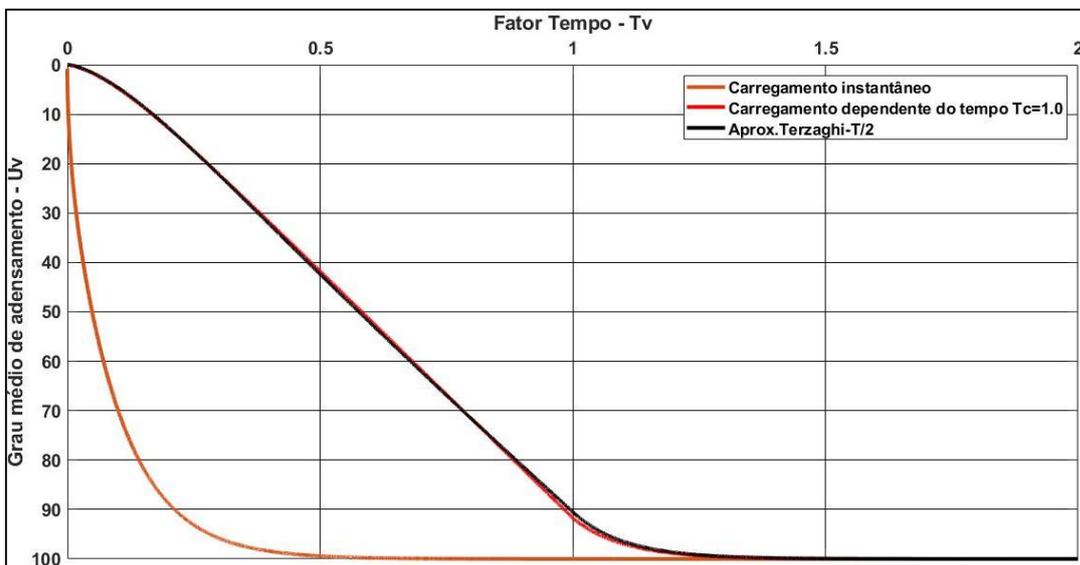


Figura 4.32 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

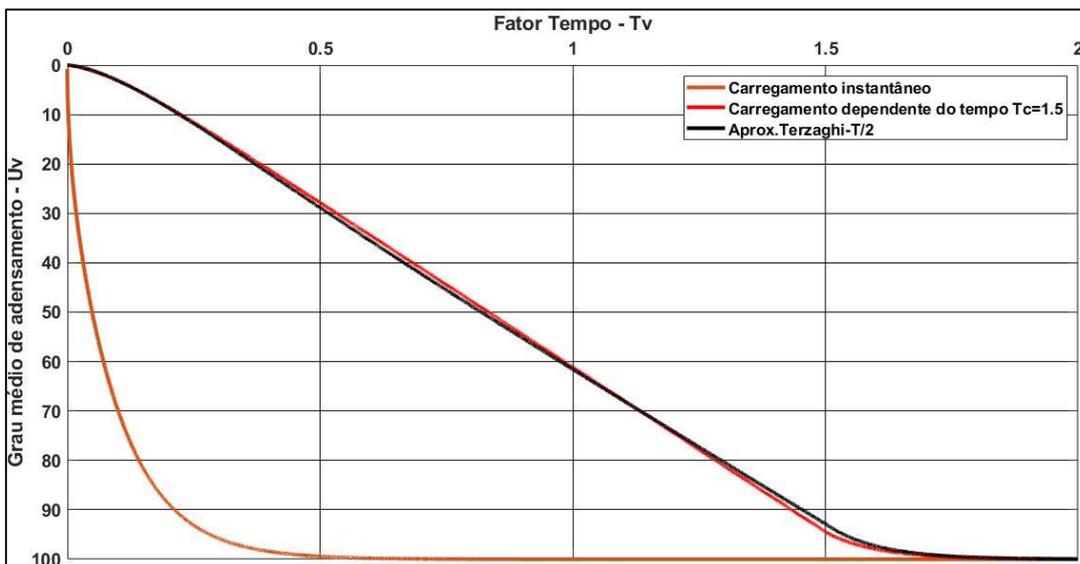


Figura 4.33 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

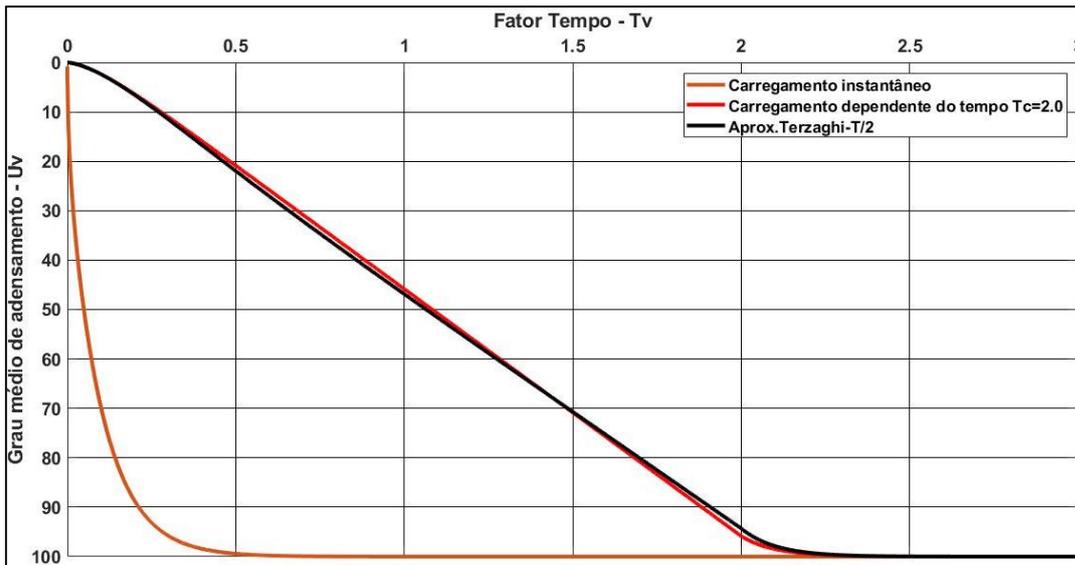


Figura 4.34 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

4.2.3

Excesso inicial de poropressão linear, drenagem simples, contorno impermeável na base da camada

Anteriormente, nas seções 4.2.1 e 4.2.2, o excesso inicial gerado por cada incremento de carregamento foi admitido uniforme ao longo da profundidade. Nesta seção, o método empírico proposto por Terzaghi (1943) será empregado de forma similar para o caso de carregamento dependente do tempo, com cada incremento induzindo excessos de poropressão linearmente crescentes ao longo da profundidade, com a base da distribuição triangular junto ao contorno permeável na base da camada de argila.

O Quadro 4.5 apresenta, para cada tempo de construção T_c analisado ($0 < T_c \leq 2$), a fração de tempo que deve ser utilizada para $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$. Nas Figuras 4.35 a 4.38, para os tempos de construção 0.5, 1.0, 1.5 e 2.0, estão representadas a curva de carregamento instantâneo, a curva teórica de carregamento linear no tempo, a curva referente à fração de tempo $T/2$ e a curva aproximada obtida com as frações de tempo do Quadro 4.5. Pode-se verificar a grande concordância entre a curva teórica (vermelha) e a curva aproximada (preta), validando assim os dados obtidos no Quadro 4.5. É também possível notar que o uso da fração de tempo $T/2$ pode superestimar o grau médio de adensamento em até 7,41%, como mostra a Figura 4.38.

Quadro 4.5 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	0,48	0,52	0,41	0,43	0,57	0,81	0,41	0,59	1,21	0,38	0,62	1,61	0,36	0,64
0,02	0,47	0,53	0,42	0,43	0,57	0,82	0,41	0,59	1,22	0,38	0,62	1,62	0,36	0,64
0,03	0,46	0,54	0,43	0,43	0,57	0,83	0,40	0,60	1,23	0,38	0,62	1,63	0,36	0,64
0,04	0,46	0,54	0,44	0,43	0,57	0,84	0,40	0,60	1,24	0,38	0,62	1,64	0,36	0,64
0,05	0,46	0,54	0,45	0,43	0,57	0,85	0,40	0,60	1,25	0,38	0,62	1,65	0,36	0,64
0,06	0,45	0,55	0,46	0,42	0,58	0,86	0,40	0,60	1,26	0,38	0,62	1,66	0,36	0,64
0,07	0,45	0,55	0,47	0,42	0,58	0,87	0,40	0,60	1,27	0,38	0,62	1,67	0,36	0,64
0,08	0,45	0,55	0,48	0,42	0,58	0,88	0,40	0,60	1,28	0,38	0,62	1,68	0,36	0,64
0,09	0,45	0,55	0,49	0,42	0,58	0,89	0,40	0,60	1,29	0,38	0,62	1,69	0,36	0,64
0,10	0,45	0,55	0,50	0,42	0,58	0,90	0,40	0,60	1,30	0,38	0,62	1,70	0,36	0,64
0,11	0,45	0,55	0,51	0,42	0,58	0,91	0,40	0,60	1,31	0,38	0,62	1,71	0,36	0,64
0,12	0,44	0,56	0,52	0,42	0,58	0,92	0,40	0,60	1,32	0,38	0,62	1,72	0,36	0,64
0,13	0,44	0,56	0,53	0,42	0,58	0,93	0,40	0,60	1,33	0,38	0,62	1,73	0,36	0,64
0,14	0,44	0,56	0,54	0,42	0,58	0,94	0,40	0,60	1,34	0,38	0,62	1,74	0,36	0,64
0,15	0,44	0,56	0,55	0,42	0,58	0,95	0,40	0,60	1,35	0,38	0,62	1,75	0,35	0,65
0,16	0,44	0,56	0,56	0,42	0,58	0,96	0,40	0,60	1,36	0,37	0,63	1,76	0,35	0,65
0,17	0,44	0,56	0,57	0,42	0,58	0,97	0,40	0,60	1,37	0,37	0,63	1,77	0,35	0,65
0,18	0,44	0,56	0,58	0,42	0,58	0,98	0,40	0,60	1,38	0,37	0,63	1,78	0,35	0,65
0,19	0,44	0,56	0,59	0,42	0,58	0,99	0,40	0,60	1,39	0,37	0,63	1,79	0,35	0,65
0,20	0,44	0,56	0,60	0,42	0,58	1,00	0,40	0,60	1,40	0,37	0,63	1,80	0,35	0,65

0,21	0,44	0,56	0,61	0,42	0,58	1,01	0,39	0,61	1,41	0,37	0,63	1,81	0,35	0,65
0,22	0,44	0,56	0,62	0,42	0,58	1,02	0,39	0,61	1,42	0,37	0,63	1,82	0,35	0,65
0,23	0,44	0,56	0,63	0,42	0,58	1,03	0,39	0,61	1,43	0,37	0,63	1,83	0,35	0,65
0,24	0,43	0,57	0,64	0,42	0,58	1,04	0,39	0,61	1,44	0,37	0,63	1,84	0,35	0,65
0,25	0,43	0,57	0,65	0,42	0,58	1,05	0,39	0,61	1,45	0,37	0,63	1,85	0,35	0,65
0,26	0,43	0,57	0,66	0,41	0,59	1,06	0,39	0,61	1,46	0,37	0,63	1,86	0,35	0,65
0,27	0,43	0,57	0,67	0,41	0,59	1,07	0,39	0,61	1,47	0,37	0,63	1,87	0,35	0,65
0,28	0,43	0,57	0,68	0,41	0,59	1,08	0,39	0,61	1,48	0,37	0,63	1,88	0,35	0,65
0,29	0,43	0,57	0,69	0,41	0,59	1,09	0,39	0,61	1,49	0,37	0,63	1,89	0,35	0,65
0,30	0,43	0,57	0,70	0,41	0,59	1,10	0,39	0,61	1,50	0,37	0,63	1,90	0,35	0,65
0,31	0,43	0,57	0,71	0,41	0,59	1,11	0,39	0,61	1,51	0,37	0,63	1,91	0,35	0,65
0,32	0,43	0,57	0,72	0,41	0,59	1,12	0,39	0,61	1,52	0,37	0,63	1,92	0,35	0,65
0,33	0,43	0,57	0,73	0,41	0,59	1,13	0,39	0,61	1,53	0,37	0,63	1,93	0,35	0,65
0,34	0,43	0,57	0,74	0,41	0,59	1,14	0,39	0,61	1,54	0,37	0,63	1,94	0,35	0,65
0,35	0,43	0,57	0,75	0,41	0,59	1,15	0,39	0,61	1,55	0,36	0,64	1,95	0,35	0,65
0,36	0,43	0,57	0,76	0,41	0,59	1,16	0,39	0,61	1,56	0,36	0,64	1,96	0,34	0,66
0,37	0,43	0,57	0,77	0,41	0,59	1,17	0,39	0,61	1,57	0,36	0,64	1,97	0,34	0,66
0,38	0,43	0,57	0,78	0,41	0,59	1,18	0,38	0,62	1,58	0,36	0,64	1,98	0,34	0,66
0,39	0,43	0,57	0,79	0,41	0,59	1,19	0,38	0,62	1,59	0,36	0,64	1,99	0,34	0,66
0,40	0,43	0,57	0,80	0,41	0,59	1,20	0,38	0,62	1,60	0,36	0,64	2,00	0,34	0,66

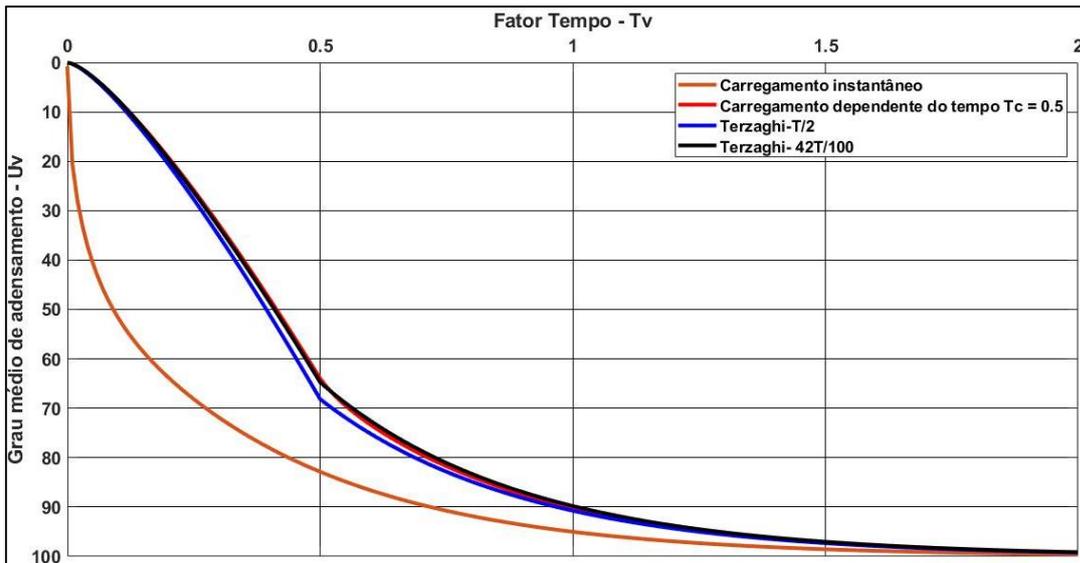


Figura 4.35 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

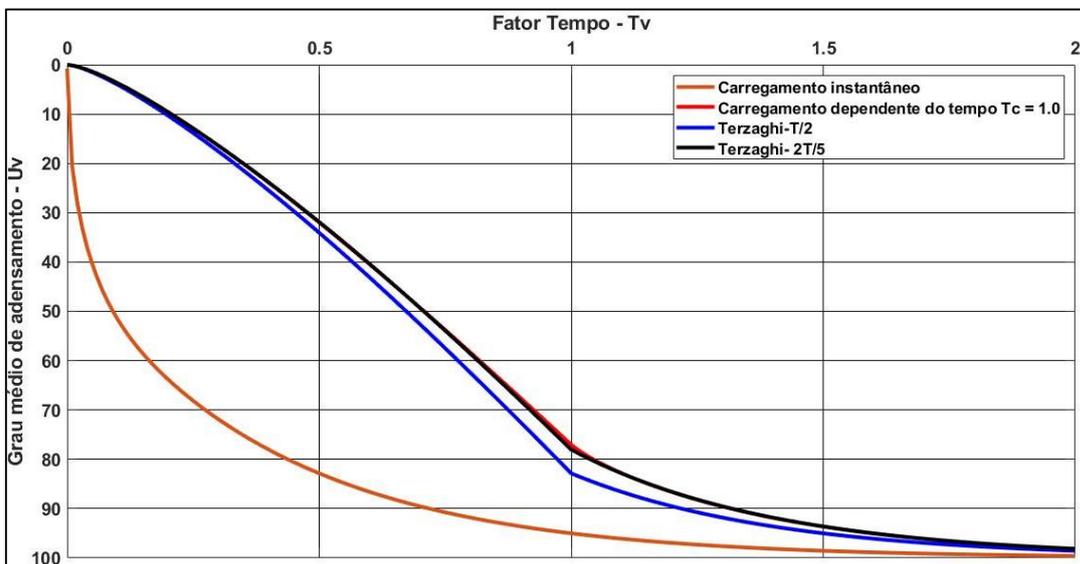


Figura 4.36 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

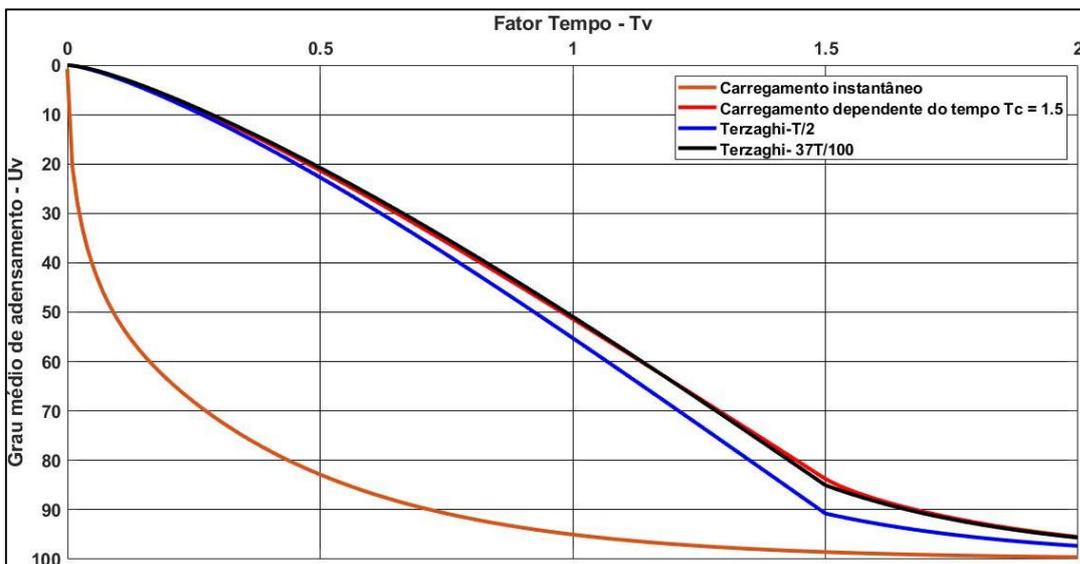


Figura 4.37 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

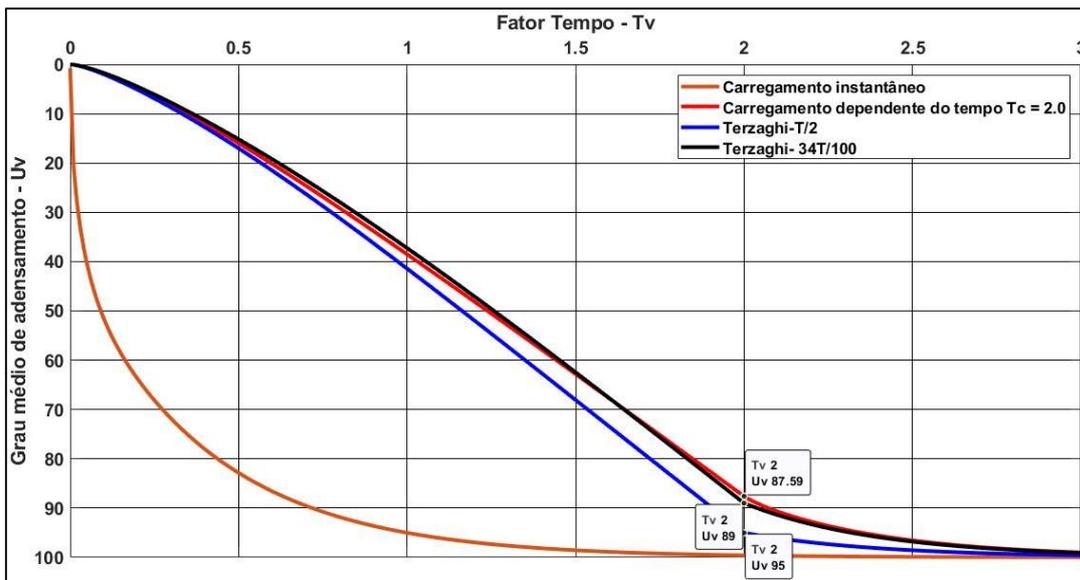


Figura 4.38 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

A Figura 4.39 apresenta, assim como nas seções anteriores, uma comparação entre as frações de tempo presentes no Quadro 4.5 e a hipótese de aplicação de cada incremento de carregamento no tempo $T/2$. Observa-se que os resultados mostraram boa aproximação em relação à solução analítica, com uma diferença absoluta máxima de aproximadamente 1,50% ao longo de toda a curva, enquanto o uso da fração de tempo $T/2$ superestimou os resultados em até 7,41%.

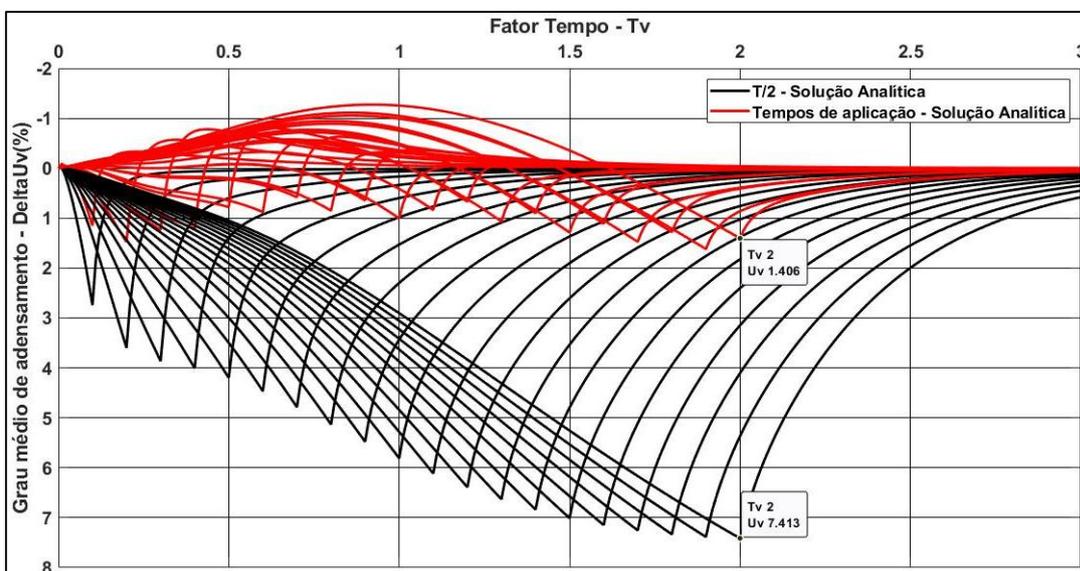


Figura 4.39 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)

Simulando o carregamento dependente do tempo com a aplicação de incrementos instantâneos em $T/2$, e em seguida uma redução nos valores de grau médio de adensamento para o período de construção, é possível aproximar-se da

curva teórica. Como citado anteriormente, para o período pós-construção, a aplicação do carregamento não pode ser efetuada na fração de tempo $T/2$, sendo necessário realizar um ajuste para cada fator tempo de construção analisado. Assim, o Quadro 4.6 apresenta, para diversos tempos de construção T_c , o fator de redução do grau de adensamento primário médio para $T_v \leq T_c$ e o tempo de aplicação para $T_v > T_c$.

Nas Figuras 4.40 a 4.43 nota-se boa concordância entre as curvas, validando os resultados obtidos. No período pós-construção para $T_c=0.5$ é possível visualizar uma pequena diferença entre as curvas, que se estende até $T_c=1.0$. Diferentemente do primeiro método, que avalia qual fração de tempo se adequa melhor à toda curva, contemplando o período durante e pós-construção, aqui é avaliado primeiramente o período de construção para, em seguida, definir o tempo de aplicação do período pós-construção, o que justifica a sobreposição das curvas na Figura 4.40 para $T_v \leq T_c$ e a consideração do melhor ajuste para $T_v > T_c$, conforme Figura 4.35.

Quadro 4.6 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	0,9800	0,5212	0,41	0,9346	0,6018	0,81	0,9362	0,6035	1,21	0,9307	0,6254	1,61	0,9261	0,6536
0,02	0,9555	0,5479	0,42	0,9348	0,6016	0,82	0,9361	0,6039	1,22	0,9306	0,6260	1,62	0,9260	0,6543
0,03	0,9471	0,5580	0,43	0,9350	0,6014	0,83	0,9360	0,6042	1,23	0,9305	0,6266	1,63	0,9260	0,6549
0,04	0,9427	0,5640	0,44	0,9353	0,6010	0,84	0,9359	0,6046	1,24	0,9303	0,6274	1,64	0,9259	0,6557
0,05	0,9399	0,5684	0,45	0,9355	0,6008	0,85	0,9357	0,6052	1,25	0,9302	0,6280	1,65	0,9258	0,6564
0,06	0,9379	0,5719	0,46	0,9357	0,6006	0,86	0,9356	0,6056	1,26	0,9301	0,6286	1,66	0,9257	0,6572
0,07	0,9379	0,5732	0,47	0,9358	0,6005	0,87	0,9355	0,6060	1,27	0,9299	0,6294	1,67	0,9256	0,6579
0,08	0,9350	0,5778	0,48	0,9360	0,6002	0,88	0,9354	0,6064	1,28	0,9298	0,6301	1,68	0,9256	0,6585
0,09	0,9339	0,5804	0,49	0,9362	0,6000	0,89	0,9353	0,6068	1,29	0,9297	0,6307	1,69	0,9255	0,6593
0,10	0,9339	0,5817	0,50	0,9363	0,5999	0,90	0,9351	0,6074	1,30	0,9295	0,6315	1,70	0,9254	0,6601
0,11	0,9322	0,5850	0,51	0,9364	0,5998	0,91	0,9350	0,6078	1,31	0,9294	0,6321	1,71	0,9253	0,6608
0,12	0,9316	0,5870	0,52	0,9366	0,5995	0,92	0,9349	0,6082	1,32	0,9293	0,6328	1,72	0,9253	0,6614
0,13	0,9311	0,5889	0,53	0,9367	0,5994	0,93	0,9347	0,6088	1,33	0,9291	0,6336	1,73	0,9252	0,6622
0,14	0,9306	0,5908	0,54	0,9368	0,5993	0,94	0,9346	0,6093	1,34	0,9290	0,6342	1,74	0,9251	0,6630
0,15	0,9303	0,5924	0,55	0,9369	0,5992	0,95	0,9345	0,6097	1,35	0,9289	0,6349	1,75	0,9251	0,6636
0,16	0,9301	0,5938	0,56	0,9369	0,5993	0,96	0,9343	0,6103	1,36	0,9288	0,6356	1,76	0,9250	0,6644
0,17	0,9299	0,5952	0,57	0,9370	0,5992	0,97	0,9342	0,6108	1,37	0,9286	0,6364	1,77	0,9249	0,6652
0,18	0,9298	0,5965	0,58	0,9371	0,5991	0,98	0,9340	0,6114	1,38	0,9285	0,6371	1,78	0,9249	0,6658
0,19	0,9297	0,5977	0,59	0,9371	0,5991	0,99	0,9339	0,6119	1,39	0,9284	0,6377	1,79	0,9248	0,6666
0,20	0,9297	0,5987	0,60	0,9371	0,5992	1,00	0,9338	0,6124	1,40	0,9283	0,6384	1,80	0,9248	0,6672
0,21	0,9298	0,5995	0,61	0,9372	0,5991	1,01	0,9336	0,6130	1,41	0,9282	0,6391	1,81	0,9247	0,6680
0,22	0,9299	0,6003	0,62	0,9372	0,5992	1,02	0,9335	0,6135	1,42	0,9281	0,6398	1,82	0,9246	0,6688

0,23	0,9300	0,6010	0,63	0,9372	0,5993	1,03	0,9333	0,6142	1,43	0,9279	0,6406	1,83	0,9246	0,6694
0,24	0,9302	0,6015	0,64	0,9372	0,5994	1,04	0,9332	0,6147	1,44	0,9278	0,6413	1,84	0,9245	0,6702
0,25	0,9304	0,6020	0,65	0,9372	0,5995	1,05	0,9330	0,6154	1,45	0,9277	0,6420	1,85	0,9245	0,6708
0,26	0,9306	0,6024	0,66	0,9372	0,5996	1,06	0,9329	0,6159	1,46	0,9276	0,6427	1,86	0,9244	0,6716
0,27	0,9308	0,6027	0,67	0,9372	0,5997	1,07	0,9327	0,6166	1,47	0,9275	0,6434	1,87	0,9244	0,6722
0,28	0,9311	0,6029	0,68	0,9371	0,6000	1,08	0,9326	0,6171	1,48	0,9274	0,6441	1,88	0,9243	0,6730
0,29	0,9313	0,6031	0,69	0,9371	0,6001	1,09	0,9325	0,6176	1,49	0,9273	0,6448	1,89	0,9243	0,6737
0,30	0,9316	0,6032	0,70	0,9370	0,6004	1,10	0,9323	0,6183	1,50	0,9272	0,6456	1,90	0,9242	0,6745
0,31	0,9319	0,6032	0,71	0,9370	0,6005	1,11	0,9322	0,6189	1,51	0,9271	0,6463	1,91	0,9242	0,6751
0,32	0,9322	0,6032	0,72	0,9369	0,6008	1,12	0,9320	0,6196	1,52	0,9270	0,6470	1,92	0,9241	0,6759
0,33	0,9325	0,6031	0,73	0,9369	0,6010	1,13	0,9319	0,6202	1,53	0,9269	0,6477	1,93	0,9241	0,6765
0,34	0,9327	0,6031	0,74	0,9368	0,6013	1,14	0,9317	0,6209	1,54	0,9268	0,6484	1,94	0,9241	0,6772
0,35	0,9330	0,6030	0,75	0,9367	0,6016	1,15	0,9316	0,6214	1,55	0,9267	0,6492	1,95	0,9240	0,6780
0,36	0,9333	0,6028	0,76	0,9367	0,6018	1,16	0,9314	0,6222	1,56	0,9266	0,6499	1,96	0,9240	0,6786
0,37	0,9336	0,6026	0,77	0,9366	0,6021	1,17	0,9313	0,6228	1,57	0,9265	0,6506	1,97	0,9240	0,6793
0,38	0,9338	0,6025	0,78	0,9365	0,6024	1,18	0,9312	0,6233	1,58	0,9264	0,6514	1,98	0,9239	0,6801
0,39	0,9341	0,6022	0,79	0,9364	0,6028	1,19	0,9310	0,6241	1,59	0,9263	0,6521	1,99	0,9239	0,6807
0,40	0,9344	0,6019	0,80	0,9363	0,6031	1,20	0,9309	0,6247	1,60	0,9262	0,6528	2,00	0,9239	0,6814

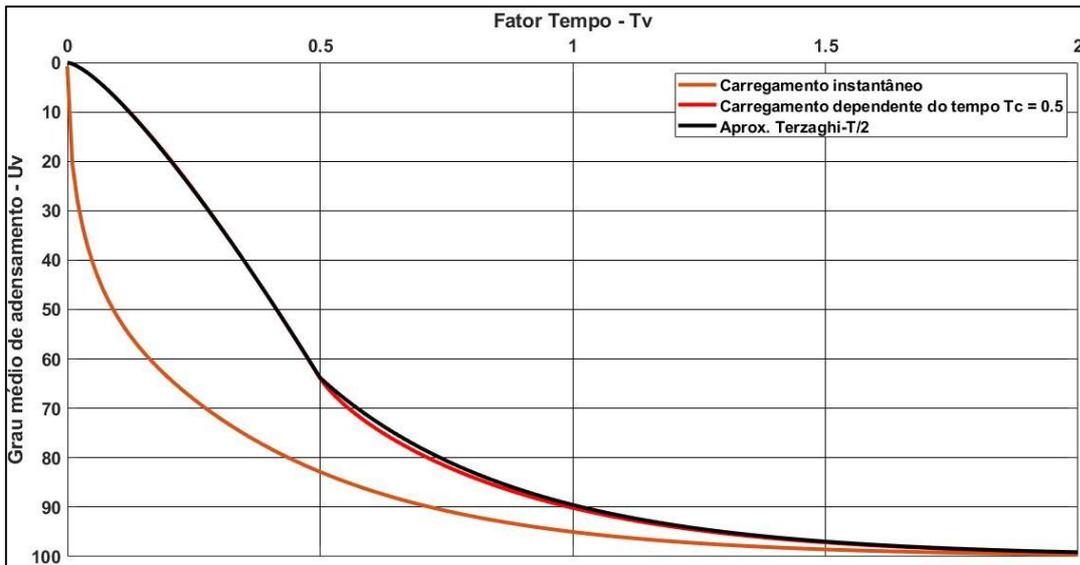


Figura 4.40 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

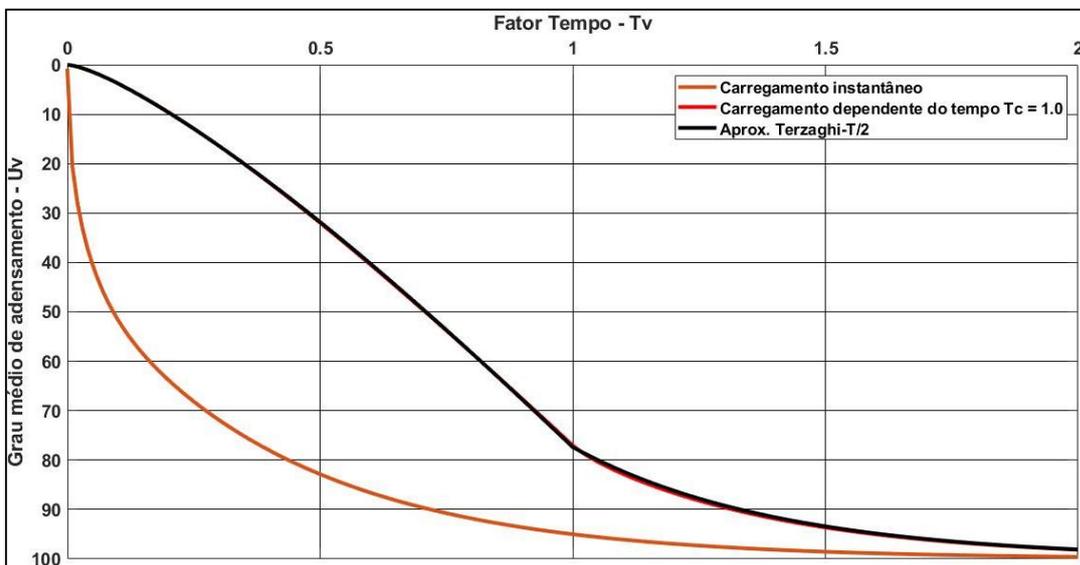


Figura 4.41 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

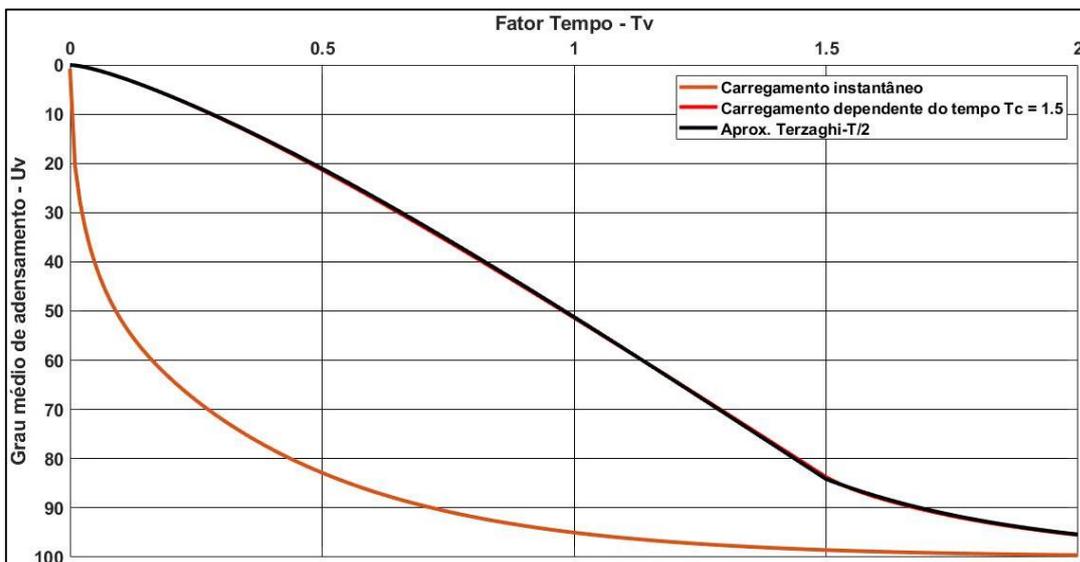


Figura 4.42 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e de taxa constante (Autor, 2021)

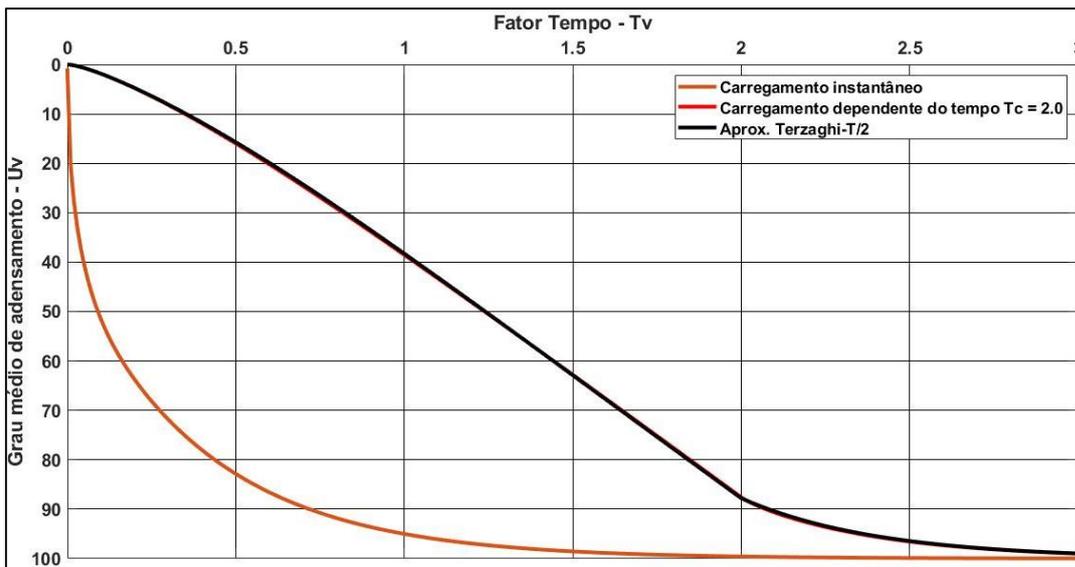


Figura 4.43 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

4.2.4

Excesso inicial de poropressão linear, drenagem simples, contorno impermeável na base da camada

Considerando a condição de carregamento linear no tempo, com cada incremento de carga gerando um excesso de poropressão linearmente distribuído ao longo da profundidade, com a base triangular junto ao contorno impermeável, foi possível avaliar também qual fração de tempo se adequa melhor à cada fator tempo de construção no intervalo $0 < T_c \leq 2$.

A metodologia empregada é a mesma utilizada nas seções anteriores, mas com a curva de referência baseada nas Eq. (4.21) ou Eq. (4.25). O Quadro 4.7 apresenta, para cada tempo de construção T_c , a fração de tempo que deve ser utilizada para valores $T_v \leq T_c$ e $T_v > T_c$.

Nas Figuras 4.44 a 4.47, para os tempos de construção 0.5, 1.0, 1.5 e 2.0, constam a curva de carregamento instantâneo, a curva teórica de carregamento linear no tempo para cada T_c , a curva aproximada baseada nas frações de tempo presentes no Quadro 4.7 e a curva referente à fração de tempo $T/2$. Pode-se observar boa concordância entre as curvas teórica (vermelha) e aproximada (preta) para $T_c=0.5$ e $T_c=1.0$. Para $T_c=1.5$ e $T_c=2.0$, há uma diferença de até 2,16% e 3,22%, respectivamente, enquanto a curva representada pela fração de tempo $T/2$ superestima U_v em até 10,87% e 11,93%, também respectivamente. Logo, é possível esperar que os resultados do Quadro 4.7 sejam boas aproximações para determinar a estimativa do grau de adensamento primário médio.

Quadro 4.7 – Frações de tempo para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	0,50	0,50	0,41	0,46	0,54	0,81	0,43	0,57	1,21	0,40	0,60	1,61	0,38	0,62
0,02	0,50	0,50	0,42	0,46	0,54	0,82	0,43	0,57	1,22	0,40	0,60	1,62	0,38	0,62
0,03	0,50	0,50	0,43	0,46	0,54	0,83	0,43	0,57	1,23	0,40	0,60	1,63	0,37	0,63
0,04	0,50	0,50	0,44	0,46	0,54	0,84	0,43	0,57	1,24	0,40	0,60	1,64	0,37	0,63
0,05	0,50	0,50	0,45	0,46	0,54	0,85	0,43	0,57	1,25	0,40	0,60	1,65	0,37	0,63
0,06	0,50	0,50	0,46	0,46	0,54	0,86	0,43	0,57	1,26	0,40	0,60	1,66	0,37	0,63
0,07	0,49	0,51	0,47	0,46	0,54	0,87	0,42	0,58	1,27	0,40	0,60	1,67	0,37	0,63
0,08	0,49	0,51	0,48	0,46	0,54	0,88	0,42	0,58	1,28	0,40	0,60	1,68	0,37	0,63
0,09	0,49	0,51	0,49	0,46	0,54	0,89	0,42	0,58	1,29	0,40	0,60	1,69	0,37	0,63
0,10	0,49	0,51	0,50	0,46	0,54	0,90	0,42	0,58	1,30	0,39	0,61	1,70	0,37	0,63
0,11	0,49	0,51	0,51	0,45	0,55	0,91	0,42	0,58	1,31	0,39	0,61	1,71	0,37	0,63
0,12	0,49	0,51	0,52	0,45	0,55	0,92	0,42	0,58	1,32	0,39	0,61	1,72	0,37	0,63
0,13	0,49	0,51	0,53	0,45	0,55	0,93	0,42	0,58	1,33	0,39	0,61	1,73	0,37	0,63
0,14	0,49	0,51	0,54	0,45	0,55	0,94	0,42	0,58	1,34	0,39	0,61	1,74	0,37	0,63
0,15	0,49	0,51	0,55	0,45	0,55	0,95	0,42	0,58	1,35	0,39	0,61	1,75	0,37	0,63
0,16	0,49	0,51	0,56	0,45	0,55	0,96	0,42	0,58	1,36	0,39	0,61	1,76	0,37	0,63
0,17	0,49	0,51	0,57	0,45	0,55	0,97	0,42	0,58	1,37	0,39	0,61	1,77	0,37	0,63
0,18	0,48	0,52	0,58	0,45	0,55	0,98	0,42	0,58	1,38	0,39	0,61	1,78	0,37	0,63
0,19	0,48	0,52	0,59	0,45	0,55	0,99	0,42	0,58	1,39	0,39	0,61	1,79	0,37	0,63
0,20	0,48	0,52	0,60	0,45	0,55	1,00	0,42	0,58	1,40	0,39	0,61	1,80	0,37	0,63
0,21	0,48	0,52	0,61	0,45	0,55	1,01	0,41	0,59	1,41	0,39	0,61	1,81	0,37	0,63

0,22	0,48	0,52	0,62	0,44	0,56	1,02	0,41	0,59	1,42	0,39	0,61	1,82	0,36	0,64
0,23	0,48	0,52	0,63	0,44	0,56	1,03	0,41	0,59	1,43	0,39	0,61	1,83	0,36	0,64
0,24	0,48	0,52	0,64	0,44	0,56	1,04	0,41	0,59	1,44	0,39	0,61	1,84	0,36	0,64
0,25	0,48	0,52	0,65	0,44	0,56	1,05	0,41	0,59	1,45	0,39	0,61	1,85	0,36	0,64
0,26	0,48	0,52	0,66	0,44	0,56	1,06	0,41	0,59	1,46	0,38	0,62	1,86	0,36	0,64
0,27	0,48	0,52	0,67	0,44	0,56	1,07	0,41	0,59	1,47	0,38	0,62	1,87	0,36	0,64
0,28	0,48	0,52	0,68	0,44	0,56	1,08	0,41	0,59	1,48	0,38	0,62	1,88	0,36	0,64
0,29	0,47	0,53	0,69	0,44	0,56	1,09	0,41	0,59	1,49	0,38	0,62	1,89	0,36	0,64
0,30	0,47	0,53	0,70	0,44	0,56	1,10	0,41	0,59	1,50	0,38	0,62	1,90	0,36	0,64
0,31	0,47	0,53	0,71	0,44	0,56	1,11	0,41	0,59	1,51	0,38	0,62	1,91	0,36	0,64
0,32	0,47	0,53	0,72	0,44	0,56	1,12	0,41	0,59	1,52	0,38	0,62	1,92	0,36	0,64
0,33	0,47	0,53	0,73	0,44	0,56	1,13	0,41	0,59	1,53	0,38	0,62	1,93	0,36	0,64
0,34	0,47	0,53	0,74	0,43	0,57	1,14	0,41	0,59	1,54	0,38	0,62	1,94	0,36	0,64
0,35	0,47	0,53	0,75	0,43	0,57	1,15	0,40	0,60	1,55	0,38	0,62	1,95	0,36	0,64
0,36	0,47	0,53	0,76	0,43	0,57	1,16	0,40	0,60	1,56	0,38	0,62	1,96	0,36	0,64
0,37	0,47	0,53	0,77	0,43	0,57	1,17	0,40	0,60	1,57	0,38	0,62	1,97	0,36	0,64
0,38	0,47	0,53	0,78	0,43	0,57	1,18	0,40	0,60	1,58	0,38	0,62	1,98	0,36	0,64
0,39	0,47	0,53	0,79	0,43	0,57	1,19	0,40	0,60	1,59	0,38	0,62	1,99	0,36	0,64
0,40	0,46	0,54	0,80	0,43	0,57	1,20	0,40	0,60	1,60	0,38	0,62	2,00	0,36	0,64

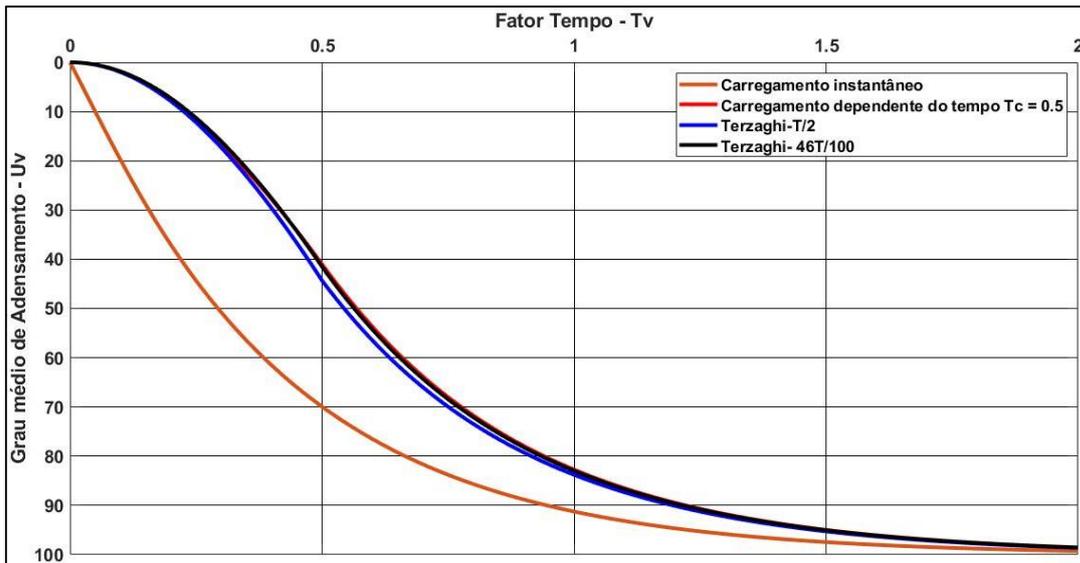


Figura 4.44 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

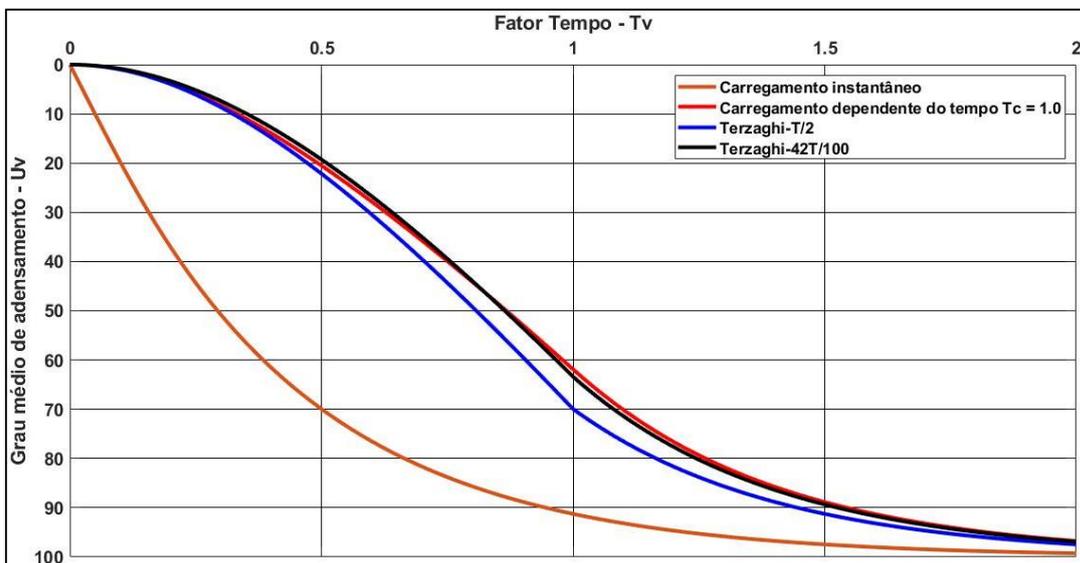


Figura 4.45 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

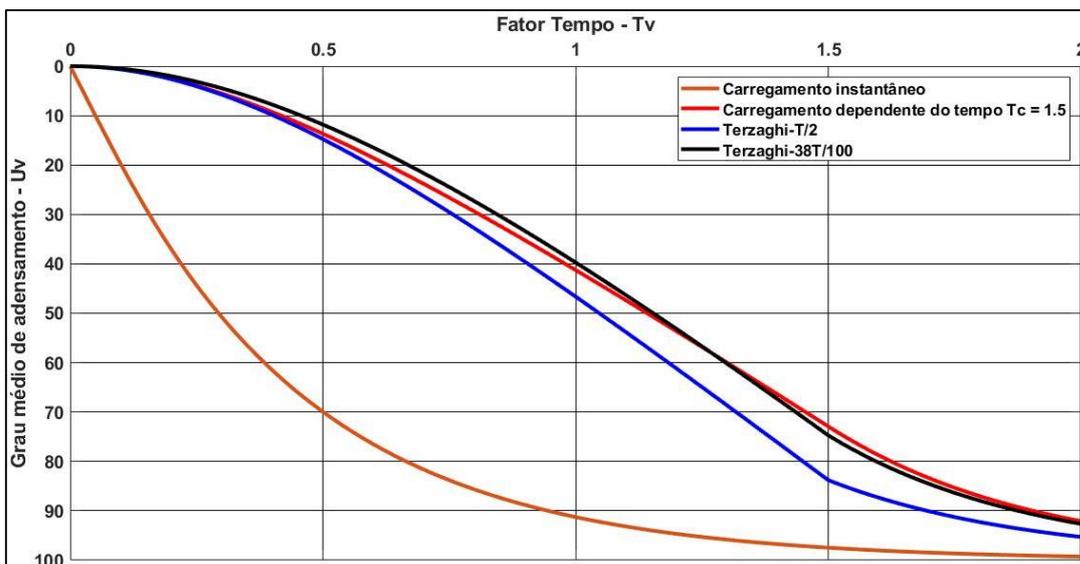


Figura 4.46 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

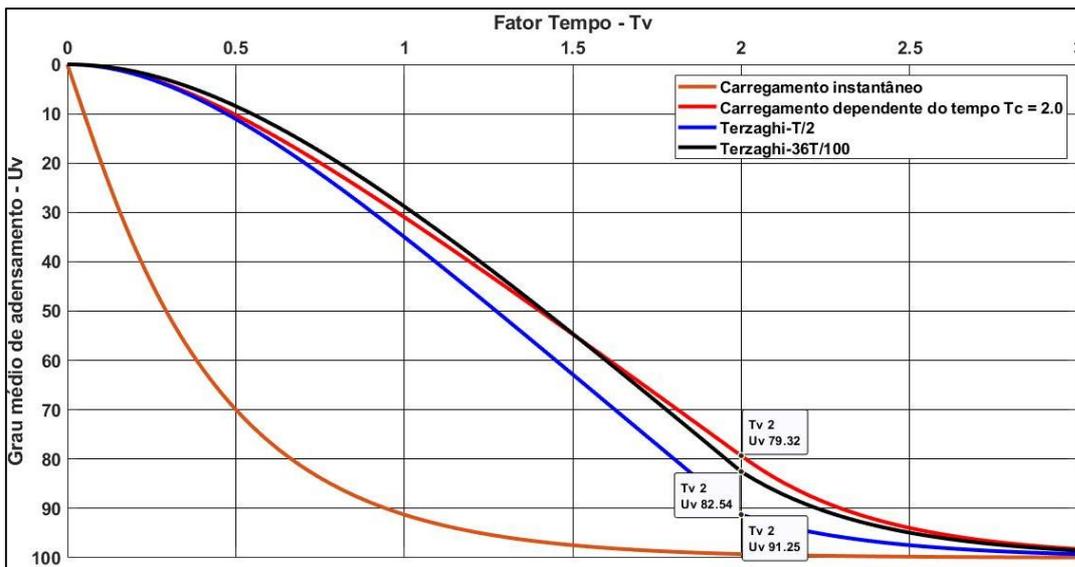


Figura 4.47 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

A Figura 4.48 apresenta, assim como nas seções anteriores, uma comparação entre as frações de tempo presentes no Quadro 4.7 e a hipótese de aplicação de cada incremento de carregamento no tempo $T/2$. Observa-se que os resultados mostram boas aproximações em relação à solução analítica, com uma diferença absoluta máxima de aproximadamente 3,22% ao longo de toda a curva, enquanto o uso da fração de tempo $T/2$ superestimou os resultados em até 11,93%.

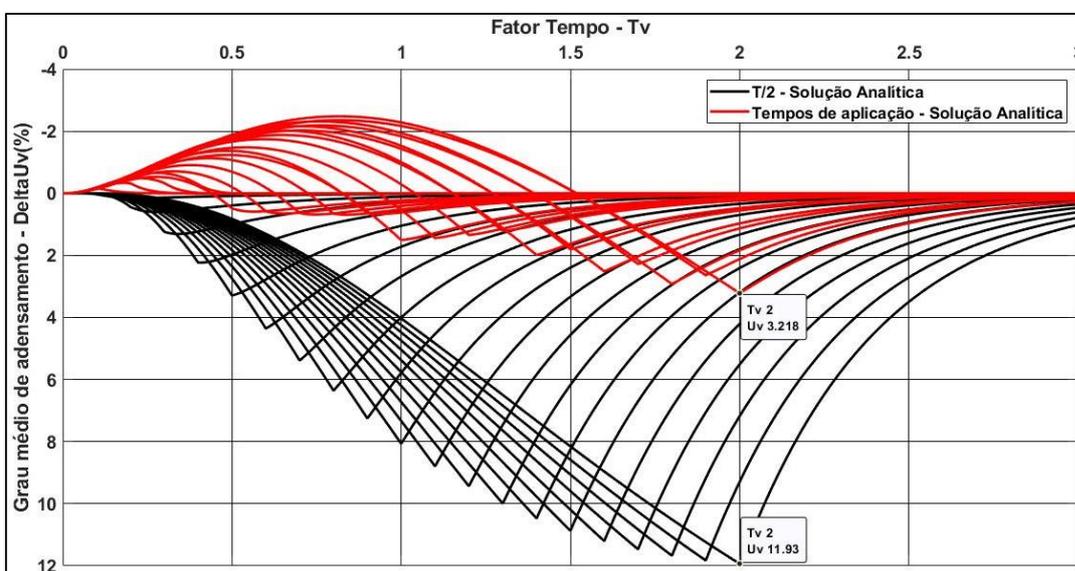


Figura 4.48 – ΔU versus T_v para diferentes valores de T_c (Autor, 2021)

Com a aplicação do segundo método (mantendo a proposta inicial de Terzaghi, porém com reduções percentuais do grau médio de adensamento para o período de construção e com novas frações de tempo para o período pós-construção) o Quadro 4.8 apresenta, para cada tempo de construção T_c , o fator de redução para

$T_v \leq T_c$ e o tempo de aplicação que deve ser utilizado para $T_v > T_c$.

Das Figuras 4.49 a 4.52 observa-se boa concordância entre as curvas teórica e aproximada para os tempos de construção 0.5, 1.0, 1.5 e 2.0. Comparando com o método anterior (alteração da fração de tempo em que cada incremento de carregamento é aplicado de forma instantânea), observa-se que produz resultados mais precisos, com as curvas praticamente sobrepostas.

Quadro 4.8 – Fatores de redução e tempos de aplicação para diversos valores de T_c (Autor, 2021)

T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$	T_c	$T_v \leq T_c$	$T_v > T_c$
0,01	1,0000	0,5000	0,41	0,9497	0,5300	0,81	0,9091	0,5693	1,21	0,8876	0,6060	1,61	0,8767	0,6405
0,02	1,0000	0,5000	0,42	0,9483	0,5310	0,82	0,9084	0,5702	1,22	0,8873	0,6069	1,62	0,8765	0,6414
0,03	1,0000	0,5000	0,43	0,9469	0,5321	0,83	0,9077	0,5711	1,23	0,8869	0,6078	1,63	0,8763	0,6422
0,04	1,0000	0,5000	0,44	0,9456	0,5331	0,84	0,9070	0,5721	1,24	0,8865	0,6087	1,64	0,8762	0,6430
0,05	1,0000	0,5000	0,45	0,9443	0,5341	0,85	0,9063	0,5730	1,25	0,8862	0,6095	1,65	0,8760	0,6439
0,06	1,0000	0,5000	0,46	0,9430	0,5351	0,86	0,9056	0,5740	1,26	0,8858	0,6104	1,66	0,8758	0,6447
0,07	1,0000	0,5000	0,47	0,9417	0,5362	0,87	0,9050	0,5749	1,27	0,8854	0,6114	1,67	0,8757	0,6455
0,08	0,9993	0,5004	0,48	0,9405	0,5371	0,88	0,9043	0,5759	1,28	0,8851	0,6122	1,68	0,8755	0,6464
0,09	0,9987	0,5007	0,49	0,9393	0,5381	0,89	0,9037	0,5768	1,29	0,8848	0,6131	1,69	0,8754	0,6471
0,10	0,9987	0,5007	0,50	0,9381	0,5391	0,90	0,9030	0,5777	1,30	0,8844	0,6140	1,70	0,8752	0,6480
0,11	0,9970	0,5016	0,51	0,9369	0,5401	0,91	0,9024	0,5787	1,31	0,8841	0,6149	1,71	0,8751	0,6488
0,12	0,9959	0,5021	0,52	0,9357	0,5412	0,92	0,9018	0,5796	1,32	0,8838	0,6157	1,72	0,8749	0,6496
0,13	0,9947	0,5027	0,53	0,9346	0,5421	0,93	0,9012	0,5805	1,33	0,8835	0,6166	1,73	0,8748	0,6504
0,14	0,9934	0,5034	0,54	0,9334	0,5432	0,94	0,9006	0,5814	1,34	0,8832	0,6175	1,74	0,8747	0,6512
0,15	0,9920	0,5041	0,55	0,9323	0,5442	0,95	0,9000	0,5824	1,35	0,8829	0,6183	1,75	0,8745	0,6521
0,16	0,9904	0,5049	0,56	0,9312	0,5452	0,96	0,8994	0,5833	1,36	0,8826	0,6192	1,76	0,8744	0,6528
0,17	0,9889	0,5057	0,57	0,9302	0,5461	0,97	0,8989	0,5842	1,37	0,8823	0,6201	1,77	0,8743	0,6536
0,18	0,9872	0,5066	0,58	0,9291	0,5471	0,98	0,8983	0,5851	1,38	0,8820	0,6210	1,78	0,8742	0,6544
0,19	0,9855	0,5075	0,59	0,9281	0,5481	0,99	0,8978	0,5860	1,39	0,8817	0,6218	1,79	0,8740	0,6553
0,20	0,9838	0,5085	0,60	0,9271	0,5491	1,00	0,8972	0,5870	1,40	0,8814	0,6227	1,80	0,8739	0,6561
0,21	0,9821	0,5094	0,61	0,9261	0,5501	1,01	0,8967	0,5879	1,41	0,8811	0,6236	1,81	0,8738	0,6569
0,22	0,9804	0,5104	0,62	0,9251	0,5510	1,02	0,8962	0,5888	1,42	0,8809	0,6244	1,82	0,8737	0,6576

0,23	0,9786	0,5114	0,63	0,9241	0,5520	1,03	0,8957	0,5897	1,43	0,8806	0,6253	1,83	0,8736	0,6584
0,24	0,9768	0,5124	0,64	0,9232	0,5530	1,04	0,8951	0,5907	1,44	0,8804	0,6261	1,84	0,8735	0,6592
0,25	0,9751	0,5134	0,65	0,9222	0,5540	1,05	0,8946	0,5916	1,45	0,8801	0,6270	1,85	0,8734	0,6600
0,26	0,9734	0,5144	0,66	0,9213	0,5549	1,06	0,8942	0,5924	1,46	0,8799	0,6279	1,86	0,8733	0,6608
0,27	0,9716	0,5155	0,67	0,9204	0,5559	1,07	0,8937	0,5933	1,47	0,8796	0,6288	1,87	0,8732	0,6616
0,28	0,9699	0,5165	0,68	0,9195	0,5569	1,08	0,8932	0,5943	1,48	0,8794	0,6296	1,88	0,8731	0,6624
0,29	0,9682	0,5175	0,69	0,9186	0,5579	1,09	0,8927	0,5952	1,49	0,8791	0,6305	1,89	0,8730	0,6632
0,30	0,9665	0,5186	0,70	0,9178	0,5588	1,10	0,8923	0,5961	1,50	0,8789	0,6313	1,90	0,8730	0,6639
0,31	0,9649	0,5196	0,71	0,9169	0,5598	1,11	0,8918	0,5970	1,51	0,8787	0,6321	1,91	0,8729	0,6647
0,32	0,9633	0,5206	0,72	0,9161	0,5607	1,12	0,8914	0,5979	1,52	0,8785	0,6330	1,92	0,8728	0,6655
0,33	0,9617	0,5217	0,73	0,9153	0,5616	1,13	0,8909	0,5988	1,53	0,8783	0,6338	1,93	0,8727	0,6663
0,34	0,9601	0,5227	0,74	0,9144	0,5627	1,14	0,8905	0,5997	1,54	0,8780	0,6347	1,94	0,8726	0,6671
0,35	0,9585	0,5238	0,75	0,9136	0,5636	1,15	0,8901	0,6006	1,55	0,8778	0,6356	1,95	0,8726	0,6678
0,36	0,9570	0,5248	0,76	0,9129	0,5645	1,16	0,8896	0,6015	1,56	0,8776	0,6364	1,96	0,8725	0,6686
0,37	0,9555	0,5258	0,77	0,9121	0,5655	1,17	0,8892	0,6024	1,57	0,8774	0,6372	1,97	0,8724	0,6694
0,38	0,9540	0,5269	0,78	0,9113	0,5664	1,18	0,8888	0,6033	1,58	0,8772	0,6381	1,98	0,8724	0,6701
0,39	0,9525	0,5280	0,79	0,9106	0,5674	1,19	0,8884	0,6042	1,59	0,8770	0,6389	1,99	0,8723	0,6709
0,40	0,9511	0,5290	0,80	0,9098	0,5683	1,20	0,8880	0,6051	1,60	0,8769	0,6397	2,00	0,8723	0,6716

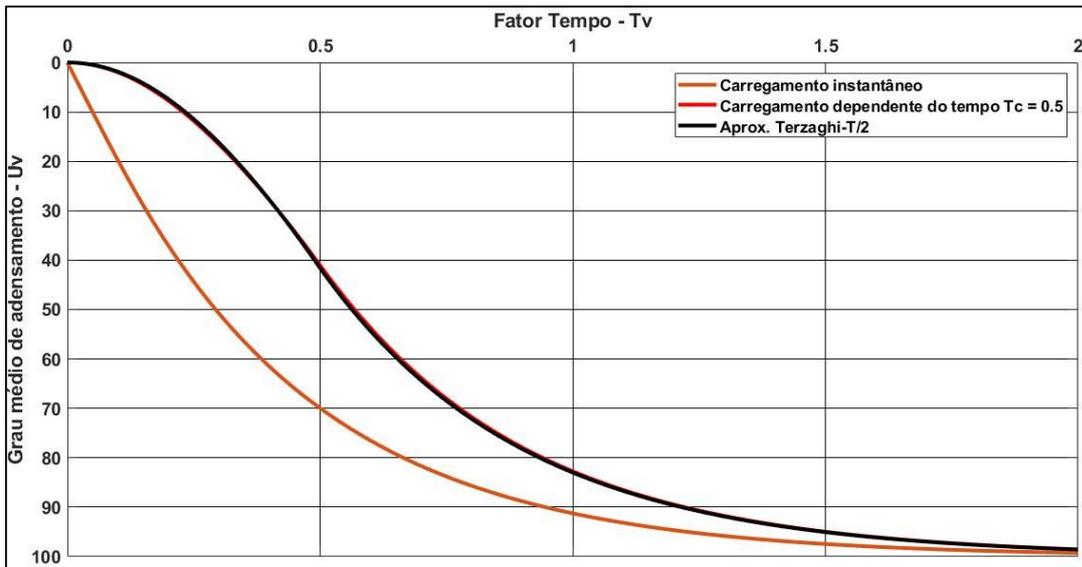


Figura 4.49 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

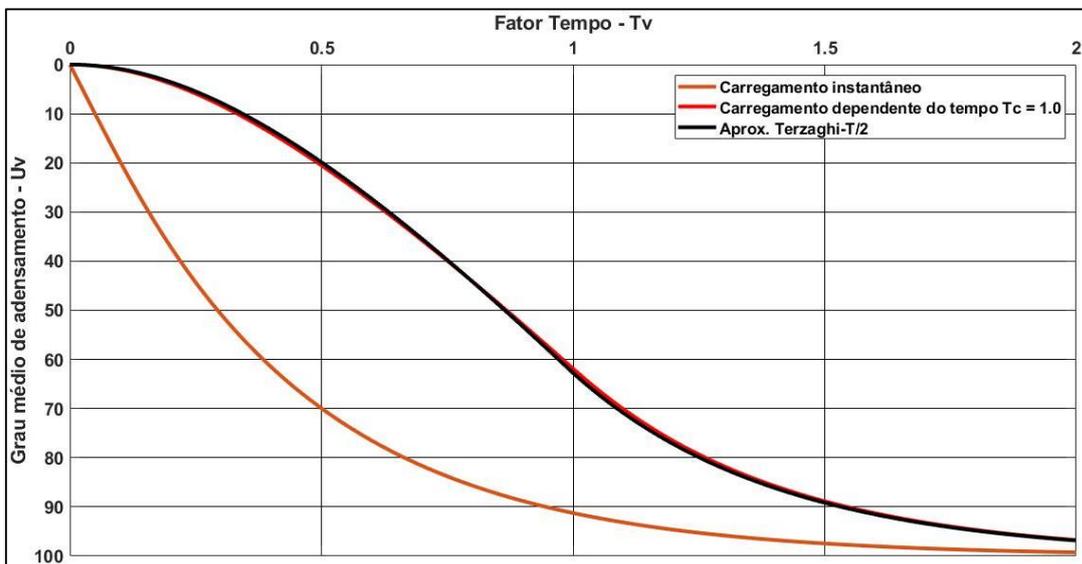


Figura 4.50 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

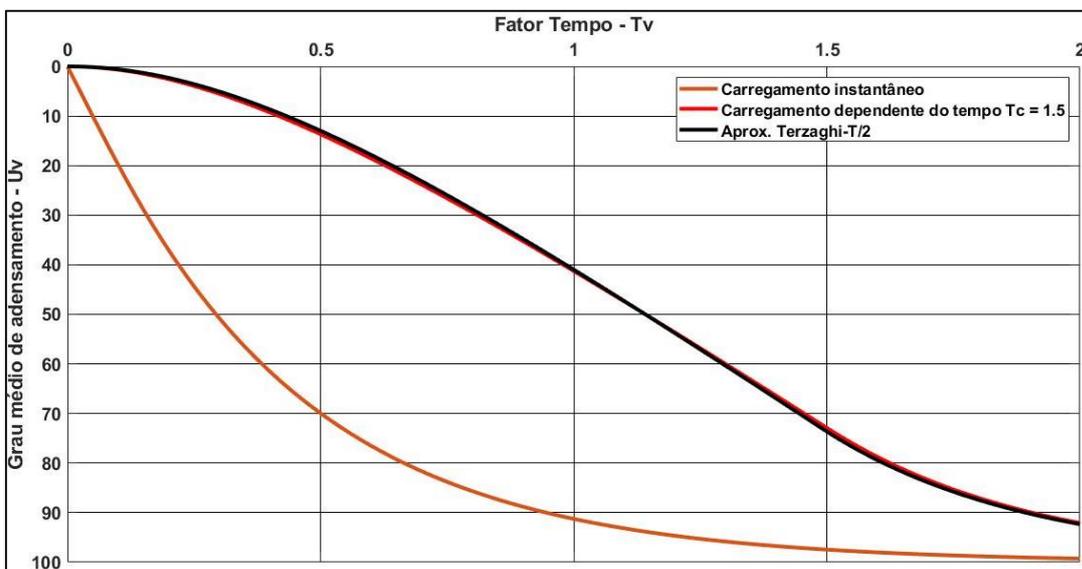


Figura 4.51 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

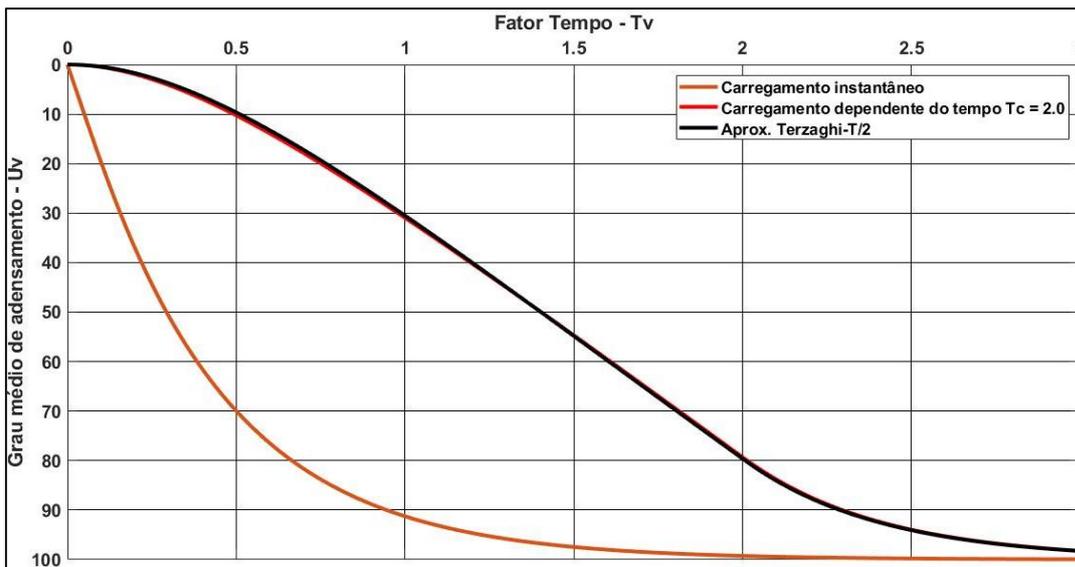


Figura 4.52 – Curvas T_v-U_v para carregamento instantâneo e sob taxa constante (Autor, 2021)

4.3

Método da subdivisão em carregamento instantâneos

Para avaliar o recalque de adensamento primário causado por carregamento dependente do tempo, uma abordagem alternativa foi utilizada, já mencionada na seção 3.1.2.7. Aqui, o carregamento sob taxa constante foi simulado aplicando pequenos incrementos de carregamento no centro de diferentes intervalos de tempo, conforme a Figura 3.12. O grau de adensamento médio não instantâneo pode ser obtido, para o período de construção, utilizando a Eq. (3.51). O carregamento total q_c , considerada unitário, foi subdividido em um grande número de incrementos, cada qual com magnitude Δq , aplicados ao longo do tempo de construção T_c .

Exemplos do processo de cálculo são apresentados nas Figuras 4.53 a 4.56, considerando as seguintes condições inicial e de contorno:

- cada incremento gera um excesso inicial uniforme ao longo da profundidade, com drenagem somente pelo contorno superior;
- cada incremento gera um excesso inicial uniforme ao longo da profundidade, com drenagem permitida pelos dois contornos;
- cada incremento gera um excesso linear com a profundidade, com a base triangular junto ao contorno superior drenante, drenagem simples;
- cada incremento gera um excesso linear com a profundidade, com a base triangular junto ao contorno inferior impermeável, drenagem simples.

Os cálculos foram executados para diferentes valores de T_c para verificar

para qual fator tempo, entre as aplicações dos sucessivos incrementos, resultaria na melhor aproximação com a curva teórica. Constatou-se que utilizando valores de fator tempo inferiores a 0.05, então o método pode ser considerado como um carregamento sob taxa constante.

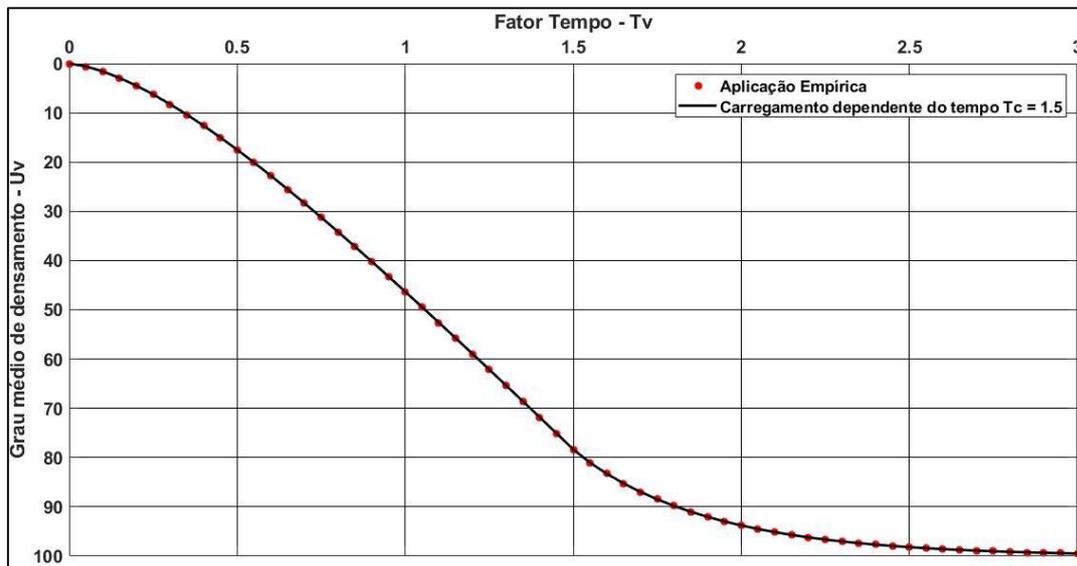


Figura 4.53 – Comparação entre as curvas empírica e teórica – carregamento infinito, drenagem simples (Autor, 2021)

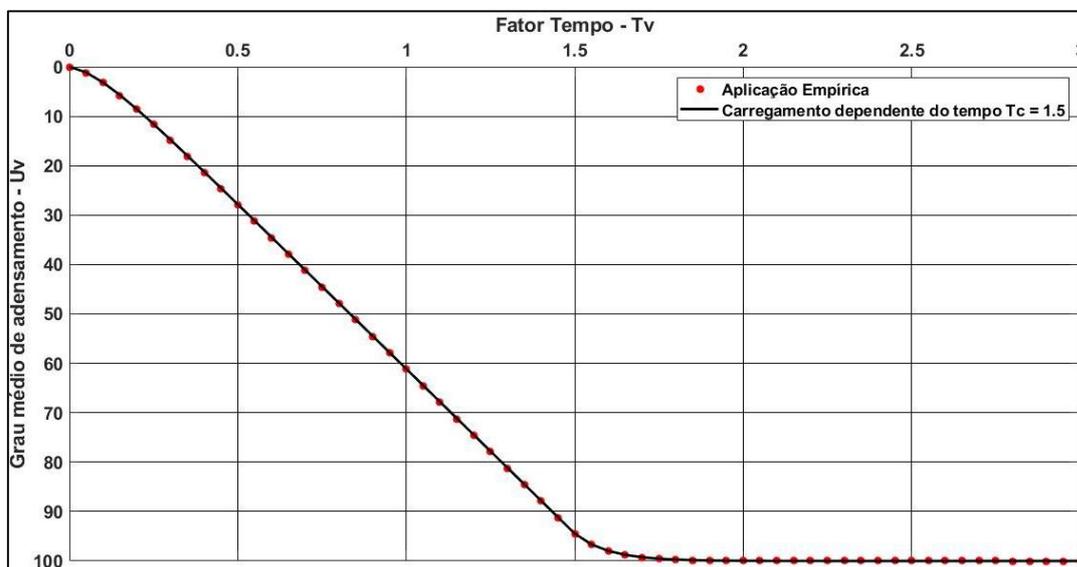


Figura 4.54 – Comparação entre as curvas empírica e teórica – carregamento infinito, drenagem dupla (Autor, 2021)

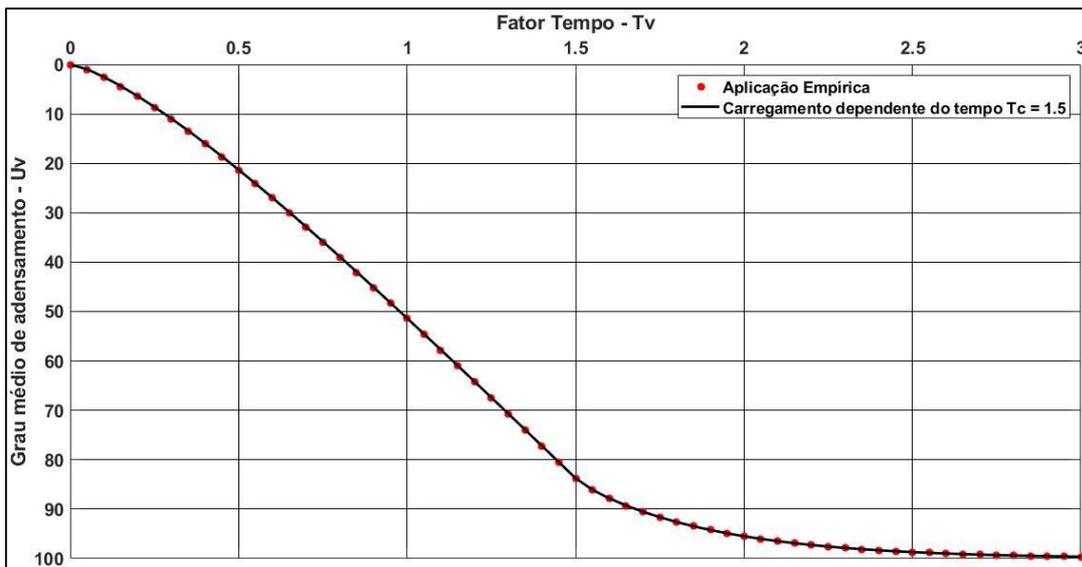


Figura 4.55 – Comparação entre as curvas empírica e teórica – carregamento triangular com a base junto ao contorno superior, drenagem simples (Autor, 2021)

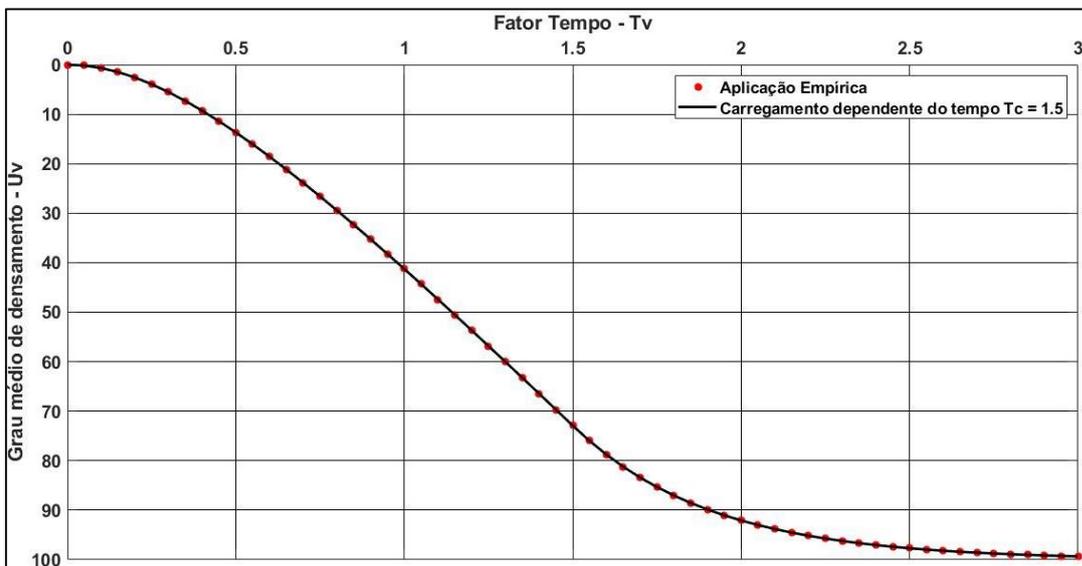


Figura 4.56 – Comparação entre as curvas empírica e teórica – carregamento triangular com a base junto ao contorno inferior, drenagem simples (Autor, 2021)

4.4 Carregamento discretizado

Assim como na seção anterior, o carregamento total ao final da construção q_c , admitido unitário, foi subdividido em incrementos de magnitude Δq , aplicados instantaneamente ao longo do tempo de construção T_c .

Em cada incremento, foi permitido que o excesso de poropressão gerado pela aplicação da fração de carregamento se dissipasse ao longo de uma fração de

tempo Δt , antes da aplicação do próximo incremento. Aumentando-se gradualmente o número de incrementos, com redução da magnitude Δq e do intervalo de tempo Δt , é possível determinar o ponto no qual discretização do carregamento se aproxima de carregamento linearmente crescente com o tempo.

Esse procedimento foi realizado para as mesmas condições iniciais e de contorno apresentadas na seção anterior, para um período de construção $T_c = 0.3$. O número de incrementos de carregamento foram aumentados até que a curva gerada numericamente se aproximasse da solução analítica de carregamento dependente do tempo, para cada condição inicial e de contorno analisadas. O processo foi repetido para outros valores de T_c para verificar o valor limite de Δt . As Figuras 4.57 a 4.60 apresentam a comparação entre a curva de carregamento discretizado, para diversos números de incrementos, e a curva analítica.

Observa-se que para 75 incrementos de carregamento instantâneos resultou em uma quase sobreposição entre ambas as curvas. Dessa forma, para o fator tempo entre cada incremento de carregamento igual a 0.004, o método do carregamento discretizado apresenta uma excelente concordância com a curva analítica. Considerando-se 25 incrementos de carregamento, também boas estimativas do grau de adensamento primário médio podem ser obtidas, o que implica em intervalo do fator tempo entre aplicações dos subcarregamentos de 0.012.

Lovisa (2012) aplicou este método para avaliar a condição de dupla drenagem, concluindo que a aplicação de 22 incrementos de carregamento pode representar um carregamento linear no tempo. Nesta dissertação, recomenda-se 25 incrementos, com base nos resultados da Figura 4.58, onde a pequena diferença entre as curvas numérica e teórica tenderia a aumentar com a consideração de 22 incrementos de carregamento.

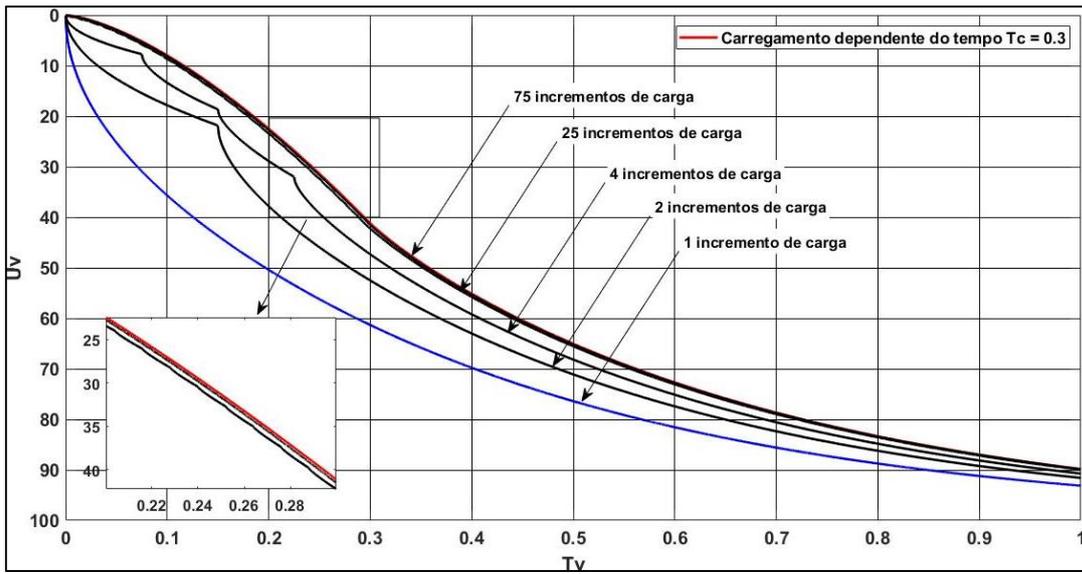


Figura 4.57 – Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento infinito, drenagem simples (Autor, 2021)

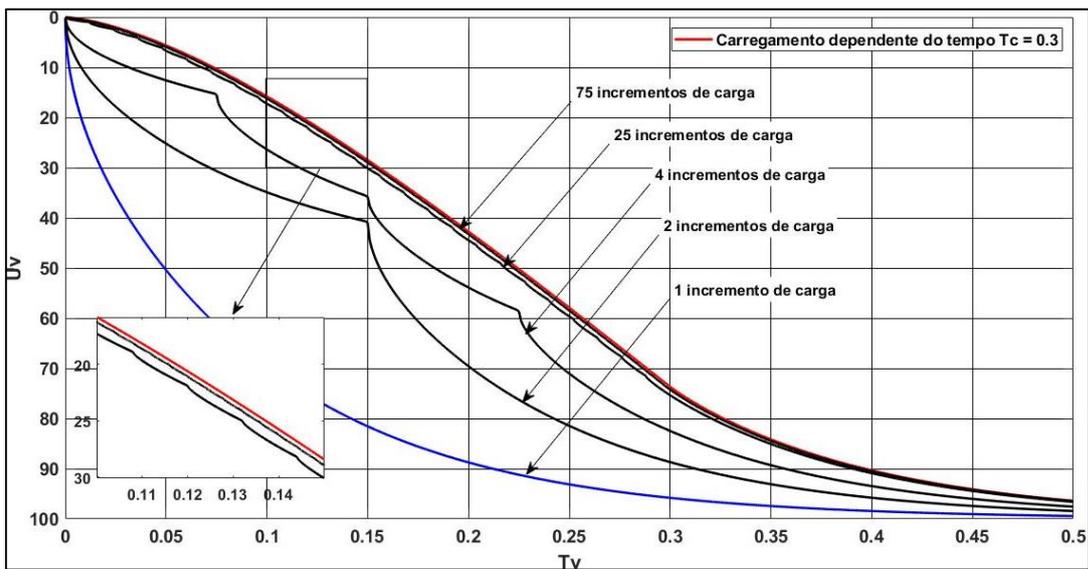


Figura 4.58 - Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento infinito, drenagem dupla (Autor, 2021)

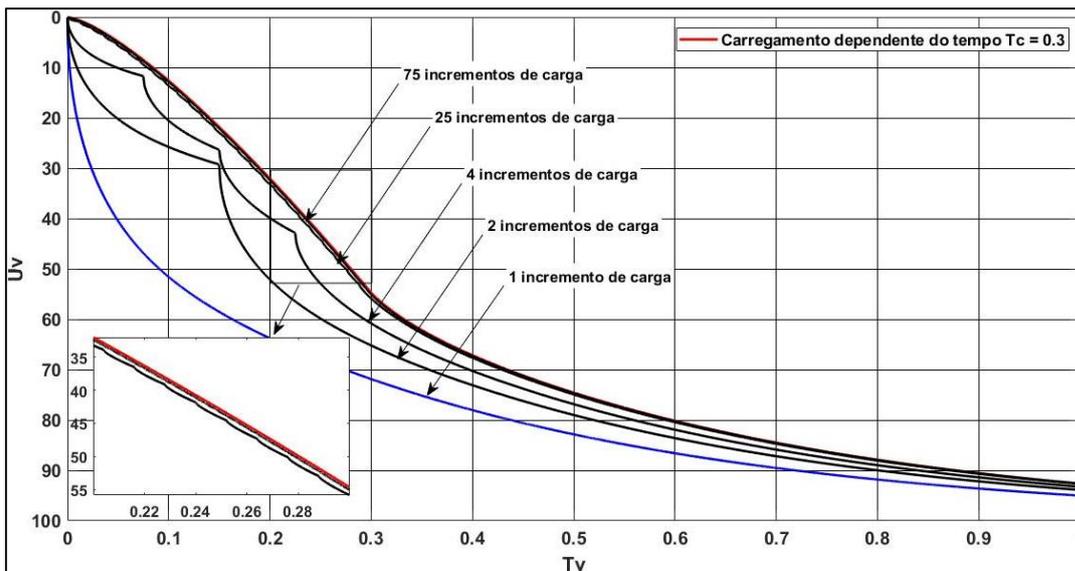


Figura 4.59 – Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento triangular com a base junto ao contorno superior, drenagem simples (Autor, 2021)

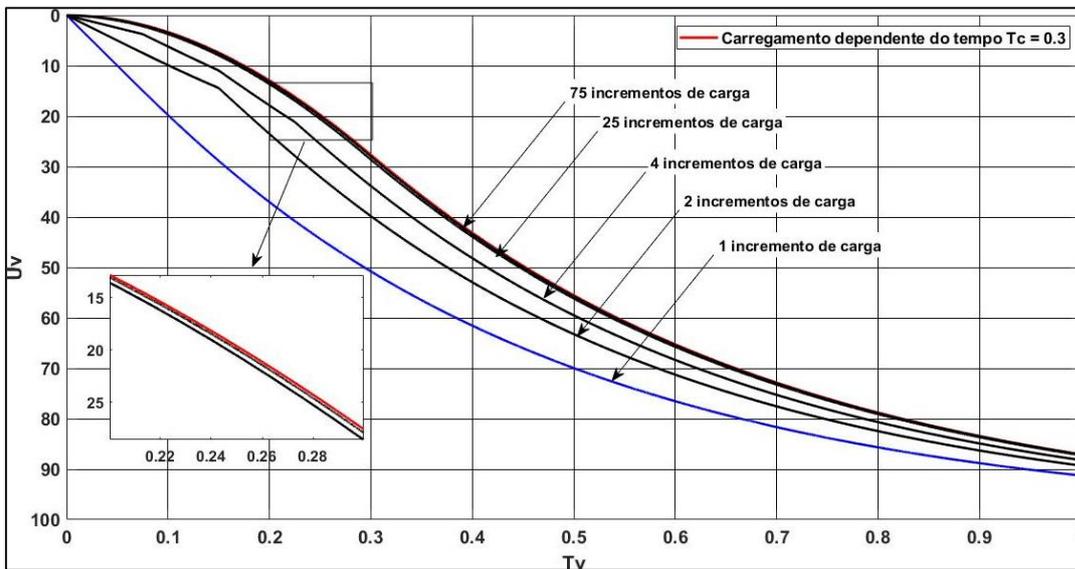


Figura 4.60 – Comparação entre as curvas teórica e do método de carregamento discretizado – carregamento triangular com a base junto ao contorno inferior, drenagem simples (Autor, 2021)

Esse método pode ser aplicado a situações envolvendo carregamentos aplicados não linearmente no tempo. Um exemplo é a construção incremental de aterros sobre solos moles, onde aguarda-se a dissipação dos excessos de propressão gerados pelo lançamento de uma camada, com o consequente ganho de resistência ao cisalhamento ao longo de grandes períodos de tempo, antes da aplicação da camada subsequente. Uma representação desse tipo de obra como um carregamento linearmente crescente no tempo pode ser irreal.

5

Uma nova abordagem para o adensamento com drenagem radial e carregamento dependente do tempo

5.1

Drenagem radial

5.1.1

Hipótese de deformações livres

Shiffman (1958, 1960) e Olson (1977) obtiveram equações para carregamento linearmente crescente no tempo considerando fluxo radial e a hipótese de deformações verticais iguais.

A seguir, será desenvolvida uma solução matemática rigorosa para o problema de adensamento primário com drenos verticais, considerando a hipótese de deformações livres. Serão feitas comparações com os resultados obtidos por Olson (1977) no caso de deformações verticais iguais.

A equação governante de adensamento com fluxo radial sob condição de carregamento linear no tempo, conforme Eq. (2.86), é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\sigma_0}{t_c} \quad (5.1)$$

Por se tratar de uma equação diferencial parcial não-homogênea, uma solução para a Eq. (5.1) pode ser antecipada como:

$$u(r, t) = v(r, t) + \psi(r) \quad (5.2)$$

Substituindo a Eq. (5.2) em (5.1), tem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = c_r \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + c_r \left(\psi'' + \frac{1}{r} \psi' \right) + \frac{\sigma_0}{t_c} \quad (5.3)$$

Impondo a seguinte condição para tornar a Eq. (5.3) homogênea:

$$c_r \left(\psi'' + \frac{1}{r} \psi' \right) + \frac{\sigma_0}{t_c} = 0 \rightarrow r\psi'' + \psi' = -\frac{\sigma_0 r}{c_r t_c} \quad (5.4)$$

Uma solução para função $\psi(r)$ pode ser escrita como:

$$\psi = C_1 + C_2 \ln r - \frac{\sigma_0 r^2}{4C_r t_0} \quad (5.5)$$

As condições de contorno e inicial do problema são as seguintes:

1. para $t = 0$, $u = 0$;
2. para $t > 0$, $u = 0$ em $r = r_w$;
3. para $r = r_e$, $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$;

onde r_w é raio do dreno e r_e é equivalente ao raio do bloco cilíndrico do solo considerado.

Impondo as condições de contorno (2) e (3) à Eq. (5.5), as seguintes relações são obtidas:

$$u(r_w, t) = v(r_w, t) + \psi(r_w) = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial u(r_e, t)}{\partial r} = \frac{\partial v(r_e, t)}{\partial r} + \frac{\partial \psi(r_e)}{\partial r} = 0 \quad (5.7)$$

Admitindo que $v(r_w, t) = \frac{\partial v(r_e, t)}{\partial r} = 0$:

$$\psi(r_w) = \frac{\partial \psi(r_e)}{\partial r} = 0 \quad (5.8)$$

Assim:

$$C_1 + C_2 \ln r_w - \frac{\sigma_0 r_w^2}{4c_r t_c} = 0 \quad (5.9)$$

$$C_2 \frac{1}{r_e} - \frac{\sigma_0 2r_e}{4c_r t_c} = 0 \rightarrow C_2 = \frac{\sigma_0 r_e^2}{2c_r t_c} \quad (5.10)$$

Substituindo a Eq. (5.10) em (5.9):

$$C_1 + \frac{\sigma_0 r_e^2}{2c_r t_c} \ln r_w - \frac{\sigma_0 r_w^2}{4c_r t_c} = 0 \rightarrow C_1 = \frac{\sigma_0 r_w^2}{4c_r t_c} - \frac{\sigma_0 r_e^2}{2c_r t_c} \ln r_w \quad (5.11)$$

Substituindo as Eqs. (5.10) e (5.11) em (5.5):

$$\psi = \frac{\sigma_0 r_w^2}{4c_r t_c} - \frac{\sigma_0 r_e^2}{2c_r t_c} \ln r_w + \frac{\sigma_0 r_e^2}{2c_r t_c} \ln r - \frac{\sigma_0 r^2}{4c_r t_c} \quad (5.12)$$

Rearranjando a Eq. (5.12):

$$\psi = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(r_w^2 - r^2 - 2r_e^2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right) \quad (5.13)$$

Como a condição inicial de carregamento é igual a zero:

$$u(r, 0) = v(r, 0) + \psi(r) \quad (5.14)$$

Mas, $u(r, 0) = 0$, logo, $v(r, 0) = -\psi(r)$.

$$v(r, 0) = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(r^2 - r_w^2 + 2r_e^2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right) \quad (5.15)$$

Assim, a nova equação diferencial governante e as condições iniciais e de contorno serão dadas por:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = c_r \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (5.16)$$

1. para $t = 0$, $v = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(r^2 - r_w^2 + 2r_e^2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right)$
2. para $t > 0$, $v = 0$ em $v = r_w$;
3. para $r = r_e$, $\frac{\partial v}{\partial r} = 0$;

A Eq. (5.16) pode ser resolvida, se $v(r, t)$ for admitida como o produto de uma função dependente de R e outra função dependente de T , ou seja:

$$v(r, t) = R(r) \cdot T(t) \quad (5.17)$$

onde:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = R(r) \cdot T'(t) \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = R''(r) \cdot T(t) \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial v}{\partial r} = R'(r) \cdot T(t) \quad (5.20)$$

Substituindo as Eqs. (5.18), (5.19) e (5.20) na Eq. (5.16):

$$R \cdot T' = c_r \left(R'' \cdot T + \frac{1}{r} R' T \right) \quad (5.21)$$

Dividindo a Eq. (5.21) por RT :

$$\frac{T'}{T} = c_r \left(\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} \right) \quad (5.22)$$

Rearranjando a Eq. (5.22):

$$\frac{T'}{T c_r} = \left(\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} \right) \quad (5.23)$$

Como o lado esquerdo depende apenas de T e o direito apenas de R , então cada lado da equação pode ser escrito da seguinte forma:

$$\frac{T'}{T c_r} = \left(\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} \right) = -\lambda^2 \quad (5.24)$$

onde:

$$T' = -\lambda^2 C_r T \rightarrow T' + \lambda^2 c_r T = 0 \quad (5.25)$$

$$rR'' + R' = -Rr\lambda^2 \rightarrow R'' + R' + Rr\lambda^2 = 0 \quad (5.26)$$

Uma solução geral para a Eq. (5.25) é dada por:

$$T(t) = C_1 \cdot e^{-\lambda^2 t c_r} \quad (5.27)$$

Multiplicando a Eq. (5.26) por r , obtém-se a função de Bessel de ordem $\nu = 0$.

$$r^2 R'' + rR' + \lambda^2 r^2 R = 0 \rightarrow r^2 R'' + rR' + (\lambda^2 - \nu^2) r^2 R = 0 \quad (5.28)$$

Uma solução geral para a Eq. (5.28) é:

$$R(r) = C_2 J_0(\lambda r) + C_3 Y_0(\lambda r) \quad (5.29)$$

onde J_0 e Y_0 são funções de Bessel de ordem zero e primeira e segunda espécie, respectivamente.

Logo, a solução geral para a Eq. (5.16) é dada por:

$$v = [C_4 J_0(\lambda r) + C_5 Y_0(\lambda r)] \cdot e^{-\lambda^2 t c_r} \quad (5.30)$$

onde $C_4 = C_1 C_2$ e $C_5 = C_1 C_3$.

No entanto, por conveniência, a Eq. (5.24) será escrita como:

$$\frac{T'}{T c_r} = \left(\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \frac{R'}{R} \right) = - \left(\frac{\lambda}{r_w} \right)^2 \quad (5.31)$$

Dessa forma, a Eq. (5.30) pode ser reescrita como:

$$v = \left[C_4 J_0 \left(\frac{\lambda}{r_w} r \right) + C_5 Y_0 \left(\frac{\lambda}{r_w} r \right) \right] \cdot e^{-\frac{\lambda^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.32)$$

Atribuindo a 2ª condição de contorno à Eq. (5.32):

$$\left[C_4 J_0 \left(\lambda \frac{r_w}{r_w} \right) + C_5 Y_0 \left(\lambda \frac{r_w}{r_w} \right) \right] \cdot e^{-\frac{\lambda^2 t c_r}{r_w^2}} = 0 \quad (5.33)$$

Assim:

$$C_4 J_0(\lambda) + C_5 Y_0(\lambda) = 0 \rightarrow C_5 = -C_4 \left[\frac{J_0(\lambda)}{Y_0(\lambda)} \right] \quad (5.34)$$

Atribuindo a 3ª condição de contorno à Eq. (5.32):

$$\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\lambda}{r_w} \left[C_4 J_1 \left(\lambda \frac{r_e}{r_w} \right) + C_5 Y_1 \left(\lambda \frac{r_e}{r_w} \right) \right] \cdot e^{-\frac{\lambda^2 t c_r}{r_w^2}} = 0 \quad (5.35)$$

Assim:

$$C_4 J_1(\lambda N) + C_5 Y_1(\lambda N) = 0 \rightarrow C_5 = -C_4 \left[\frac{J_1(\lambda N)}{Y_1(\lambda N)} \right] \quad (5.36)$$

Igualando a Eq. (5.34) à Eq. (5.36):

$$-C_4 \left[\frac{J_1(\lambda N)}{Y_1(\lambda N)} \right] = -C_4 \left[\frac{J_0(\lambda)}{Y_0(\lambda)} \right] \quad (5.37)$$

Rearranjando a Eq. (5.37):

$$J_1(\lambda N) Y_0(\lambda) - Y_1(\lambda N) J_0(\lambda) = 0 \quad (5.38)$$

Os valores de λ que serão utilizados posteriormente são raízes da Eq. (5.38).

Substituindo a Eq. (5.34) na Eq. (5.32), tem-se:

$$v = C_4 \left[J_0 \left(\lambda \frac{r}{r_w} \right) - \frac{J_1(\lambda N)}{Y_1(\lambda N)} Y_0 \left(\lambda \frac{r}{r_w} \right) \right] \cdot e^{-\frac{\lambda^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.39)$$

onde:

$$V_0 \left(\lambda \frac{r}{r_w} \right) = J_0 \left(\lambda \frac{r}{r_w} \right) - \frac{J_1(\lambda N)}{Y_1(\lambda N)} Y_0 \left(\lambda \frac{r}{r_w} \right) \quad (5.40)$$

Reescrevendo a Eq. (5.39):

$$v = C_4 \cdot V_0 \left(\lambda \frac{r}{r_w} \right) \cdot e^{-\frac{\lambda^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.41)$$

Como as raízes da Eq. (5.38) são infinitas, a Eq. (5.41) pode ser expressa por:

$$v = \sum_{n=1,2,3}^{\infty} C_4 \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.42)$$

Atribuindo a 1ª condição de contorno à Eq. (5.42):

$$v(r, 0) = \sum_{n=1,2,3}^{\infty} C_4 \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \quad (5.43)$$

Multiplicando ambos os lados por $r \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right)$ e integrando de r_w a r_e , tem-se:

$$\int_{r_w}^{r_e} v(r, 0) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \int_{r_w}^{r_e} C_4 \cdot V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr \quad (5.44)$$

Dessa forma, C_4 pode ser expresso por:

$$C_4 = \frac{\int_{r_w}^{r_e} v(r, 0) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr}{\int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr} \quad (5.45)$$

O divisor da Eq. (5.45) resulta em:

$$\int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \left\{ \frac{r^2}{2} \left[V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) + V_1^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \right] \right\}_{r_w}^{r_e} \quad (5.46)$$

onde:

$$V_1(\lambda_n N) = J_1(\lambda_n N) - \frac{J_1(\lambda_n N)}{Y_1(\lambda_n N)} Y_1(\lambda_n N) = 0 \quad (5.47)$$

$$V_0(\lambda_n) = J_0(\lambda_n) - \frac{J_1(\lambda_n N)}{Y_1(\lambda_n N)} Y_0(\lambda_n) = 0 \quad (5.48)$$

Dessa forma, a Eq. (5.46) pode ser reescrita como:

$$\int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \frac{r_e^2}{2} V_0^2(\lambda_n N) - \frac{r_w^2}{2} V_1^2(\lambda_n) \quad (5.49)$$

Rearranjando a Eq. (5.49):

$$\int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \frac{r_w^2}{2} (N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n)) \quad (5.50)$$

Como $v(r, \theta)$ é dado pela Eq. (5.15), o dividendo da Eq. (5.45) pode ser reescrito como:

$$\int_{r_w}^{r_e} \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(r^2 - r_w^2 + 2r_e^2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr \quad (5.51)$$

onde:

$$\begin{aligned} \int_{r_w}^{r_e} \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} r^2 V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr &= \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(-2 \frac{r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n N) \right) + \dots \\ &+ \dots \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(-\frac{r_w^4}{\lambda_n} V_1(\lambda_n) + 2 \frac{r_w^4}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n) \right) \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$\int_{r_w}^{r_e} -r_w^2 \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \frac{r_w^4}{\lambda_n} V_1(\lambda_n) \quad (5.53)$$

$$\frac{2r_e^2 \sigma_0}{4c_r t_c} \int_{r_w}^{r_e} \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(2 \frac{r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n N) \right) + \dots \quad (5.54)$$

$$\dots + \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(-2 \frac{r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n) + \frac{4r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^3} V_1(\lambda_n) \right)$$

Somando as Eqs. (5.52), (5.53) e (5.54):

$$\int_{r_w}^{r_e} v(r, 0) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \dots$$

$$= \frac{\sigma_0 r_w^4}{2c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{V_2(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^2} + 2 \frac{V_1(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^3} \right) \quad (5.55)$$

Dividindo a Eq. (5.55) pela Eq. (5.50) o valor de C_4 pode ser obtido, sendo:

$$C_4 = \frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{V_2(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^2} + 2 \frac{V_1(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \quad (5.56)$$

Dessa forma, a Eq. (5.43) pode ser reescrita como:

$$v = \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{V_2(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^2} + 2 \frac{V_1(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \times \dots$$

$$\times \dots V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.57)$$

ou:

$$v = \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} \times \dots$$

$$\times \dots U_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.58)$$

onde:

$$N = \frac{r_e}{r_w} \quad (5.59)$$

$$U_0(\lambda_n N) = J_0(\lambda_n N) Y_1(\lambda_n N) - J_1(\lambda_n N) Y_0(\lambda_n N) \quad (5.60)$$

$$U_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) = J_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) Y_1(\lambda_n N) - J_1(\lambda_n N) Y_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) \quad (5.61)$$

$$U_1(\lambda_n) = J_1(\lambda_n) Y_1(\lambda_n N) - J_1(\lambda_n N) Y_1(\lambda_n) \quad (5.62)$$

$$U_2(\lambda_n) = J_2(\lambda_n) Y_1(\lambda_n N) - J_1(\lambda_n N) Y_2(\lambda_n) \quad (5.63)$$

com:

J_0 = Função de Bessel do primeiro tipo e de ordem zero;

J_1 = Função de Bessel do primeiro tipo e de ordem um;

J_2 = Função de Bessel do primeiro tipo e de ordem dois;

Y_0 = Função de Bessel do segundo tipo e de ordem zero;

Y_1 = Função de Bessel do segundo tipo e de ordem um;

Y_2 = Função de Bessel do segundo tipo e de ordem dois;

λ_n = raízes da função de Bessel que satisfazem $J_1(\lambda_n N)Y_0(\lambda_n) - Y_1(\lambda_n N)J_0(\lambda_n) = 0$, listadas em função do parâmetro adimensional N no apêndice III.

O excesso de poropressão durante o período de construção ($T_v \leq T_c$) é dado por:

$$u(r, t) = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(r_w^2 - r^2 - 2r_e^2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right) + \dots$$

$$\dots + \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} \times \dots \quad (5.64)$$

$$\times \dots U_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) e^{-\frac{\lambda_n^2}{r_w^2} t c_r}$$

Rearranjando a Eq. (5.64) e introduzindo o fator tempo $T_r = c_r t / r_e^2$, tem-se:

$$u(r, t) = \frac{\sigma_0}{4T_c} \left(\frac{1}{N^2} - \frac{r^2}{r_e^2} - 2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right) + \dots$$

$$\dots + \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{\sigma_0 r_e^2 \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{T_c N^2 (N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} \times \dots \quad (5.65)$$

$$\dots \times U_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) e^{-\lambda_n^2 N^2 T_r}$$

O grau de adensamento médio U_r é definido por:

$$U_r = \frac{\int_{r_w}^{r_e} m_v (\sigma - u) r dr}{\int_{r_w}^{r_e} m_v \sigma_{t=\infty} r dr} \quad (5.66)$$

Substituindo a Eq. (5.65) na Eq. (5.66) é possível então obter o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão ao longo de toda a camada de solo para $T_r \leq T_c$:

$$U_r = \frac{T_r}{T_c} - \frac{1}{T_c} \left[\frac{1 - \frac{3N^2}{8} - \frac{1}{8N^2} + \frac{N^2 \ln N}{2}}{(N^2 - 1)} \right] - \dots \quad (5.67)$$

$$- \frac{1}{T_c} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{2U_1(\lambda_n) \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{\lambda_n (N^4 - N^2) (N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} e^{-\lambda_n^2 N^2 T_r}$$

Para o período pós-construção ($T_r \geq T_c$), no qual $\sigma_0/t_0=0$, a equação que governa o processo de adensamento é descrita por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (5.68)$$

As novas condições de contorno e inicial do problema são as seguintes:

1. para $t = t_c$, $u = \text{Eq. (5.64)}$, com $t \rightarrow t_c$;
2. para $t > 0$, $u = 0$ em $r = r_w$;
3. para $r = r_e$, $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$;

Para o período pós-construção apenas a condição inicial de excesso de poropressão é distinta do apresentado para o período de construção. Dessa forma, o procedimento de cálculo pode ser iniciado pela Eq. (5.69).

$$u(r, t_c) = \sum_{n=1,2,3}^{\infty} C_4' \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot e^{-\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2}} \quad (5.69)$$

Multiplicando ambos os lados por $r \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot e^{-\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2}}$ e integrando de r_w a r_e , tem-se:

$$\int_{r_w}^{r_e} u(r, t_c) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{-\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2}} dr = \dots \quad (5.70)$$

$$\dots = \int_{r_w}^{r_e} C_4' \cdot V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{-\frac{2\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2}} dr$$

Dessa forma, C_4' pode ser expresso por:

$$C_4' = \frac{\int_{r_w}^{r_e} u(r, t_c) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{-\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2}} dr}{\int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot dr} \quad (5.71)$$

O divisor da Eq. (5.45) resulta, assim como a Eq. (5.50), em:

$$\int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot dr = \frac{r_w^2}{2} (N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n)) \quad (5.72)$$

Como $u(r, t_c)$ é dado pela Eq. (5.64) quanto $t \rightarrow t_c$, o dividendo da Eq. (5.71) pode ser reescrito como:

$$\int_{r_w}^{r_e} \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(r_w^2 - r^2 - 2r_e^2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} dr + \dots$$

$$\int_{r_w}^{r_e} \frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 V_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \times \dots \quad (5.73)$$

$$\dots \times V_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) e^{-\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} dr$$

onde:

$$\int_{r_w}^{r_e} r_w^2 \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} dr = -\frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \frac{r_w^4}{\lambda_n} V_1(\lambda_n) \cdot e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} \quad (5.74)$$

$$\int_{r_w}^{r_e} -\frac{\sigma_0}{4c_r t_c} r^2 V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} dr = \dots$$

$$\dots = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(2 \frac{r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n N) \right) e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} + \dots \quad (5.75)$$

$$+ \dots \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(\frac{r_w^4}{\lambda_n} V_1(\lambda_n) - 2 \frac{r_w^4}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n) \right) e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r}$$

$$-\frac{2r_e^2 \sigma_0}{4c_r t_c} \int_{r_w}^{r_e} \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} dr = \dots$$

$$\dots = \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(-2 \frac{r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n N) \right) e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} + \dots \quad (5.76)$$

$$\dots + \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(2 \frac{r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^2} V_2(\lambda_n) - \frac{4r_w^2 r_e^2}{\lambda_n^3} V_1(\lambda_n) \right) e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r}$$

Somando as Eqs. (5.74), (5.75) e (5.76):

$$\int_{r_w}^{r_e} \frac{\sigma_0}{4c_r t_c} \left(r_w^2 - r^2 - 2r_e^2 \ln \left(\frac{r_w}{r} \right) \right) \cdot V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \cdot e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r} dr = \dots \quad (5.77)$$

$$\dots = \frac{\sigma_0 r_w^4}{2c_r t_c} \left(-\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{V_2(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^2} - 2 \frac{V_1(\lambda_n) N^2}{\lambda_n^3} \right) e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2} r}$$

Efetuada a integração do segundo membro da Eq. (5.73):

$$\frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 V_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \dots$$

$$\frac{\frac{\sigma_0 r_w^4}{2c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 V_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \quad (5.78)$$

Rearranjando a Eq. (5.78):

$$\frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 V_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \int_{r_w}^{r_e} V_0^2 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot r \, dr = \dots$$

$$\dots = \frac{\sigma_0 r_w^4}{2c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 V_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right) \quad (5.79)$$

Somando as Eqs. (5.77) e (5.79) e dividindo pela Eq. (5.72), C_4' pode ser obtido, sendo:

$$C_4' = - \frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{V_2(\lambda_n)N^2}{\lambda_n^2} + 2 \frac{V_1(\lambda_n)N^2}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \left(e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2}} - 1 \right) \quad (5.80)$$

Dessa forma, a equação que representa o excesso de poropressão para o período pós-construção é dado por:

$$u(r, t) = - \sum_{n=1,2,3}^{\infty} \frac{\frac{\sigma_0 r_w^2}{c_r t_c} \left(\frac{V_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{V_2(\lambda_n)N^2}{\lambda_n^2} + 2 \frac{V_1(\lambda_n)N^2}{\lambda_n^3} \right)}{(N^2 V_0^2(\lambda_n N) - V_1^2(\lambda_n))} \times \dots$$

$$\times \dots V_0 \left(\lambda_n \frac{r}{r_w} \right) \cdot \left(e^{\frac{\lambda_n^2 t_c c_r}{r_w^2}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.81)$$

Rearranjando a Eq. (5.81) e introduzindo o fator tempo $T_r = c_r t / r_e^2$, tem-se:

$$u(r, t) = - \sum_{n=1,2,3\dots}^{\infty} \frac{\sigma_0 r_e^2 \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{T_c N^2 (N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} \times \dots$$

$$\dots \times U_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) (e^{\lambda_n^2 N^2 T_c} - 1) e^{-\lambda_n^2 N^2 T_r} \quad (5.82)$$

Substituindo a Eq. (5.82) na Eq. (5.66) é possível então obter o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão ao longo de toda a camada de solo para $T_r \geq T_c$

$$U_r = 1 - \frac{1}{T_c} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{2 \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{\lambda_n (N^4 - N^2) (N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} \times \dots \quad (5.83)$$

$$\dots \times U_1(\lambda_n) (e^{\lambda_n^2 N^2 T_c} - 1) e^{-\lambda_n^2 N^2 T_r}$$

Alternativamente, a Eq. (5.1) pode ser solucionada por expansão de autofunções. Assim, a dissipação dos excessos de poropressão e o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão referente apenas ao período de construção podem ser reescritos de uma forma alternativa:

$$u(r, t) = \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{\sigma_0 r e^2 \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{T_c N^2 (N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} \times \dots \quad (5.84)$$

$$\dots \times U_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_w} \right) (1 - e^{-\lambda_n^2 N^2 T_r})$$

$$U_r = \frac{T_r}{T_c} - \frac{1}{T_c} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{2 \left(\frac{U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} - \frac{N^2 U_2(\lambda_n)}{\lambda_n^2} + \frac{2N^2 U_1(\lambda_n)}{\lambda_n^3} \right)}{\lambda_n (N^4 - N^2) (N^2 U_0^2(\lambda_n N) - U_1^2(\lambda_n))} \times \dots \quad (5.85)$$

$$\dots \times U_1(\lambda_n) (1 - e^{-\lambda_n^2 N^2 T_r})$$

Os gráficos das Figuras 5.1 a 5.4 mostram a relação T_r-U_r para diferentes valores do fator tempo de construção T_c e do parâmetro adimensional N . Das figuras, é possível observar que para tempos de construção pequenos há diferenças visíveis entre as curvas baseadas na teoria de deformações iguais proposta por Olson e a de deformações livres aqui proposta. No entanto, essa diferença diminui com o aumento do parâmetro N . Para $N=5$, $N=10$, $N=20$ e $N=50$, verificou-se que a adoção da hipótese de deformações verticais iguais resultou em valores menores da porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão em até 4,84%, 3,08%, 1,97% e 1,15%, respectivamente, daqueles calculados com a hipótese de deformações verticais livres. Para tempos de construção elevados, como $T_c = 3$, essa diferença é de no máximo 0,38% e ocorre quando $N=5$, diminuindo à medida

que N cresce.

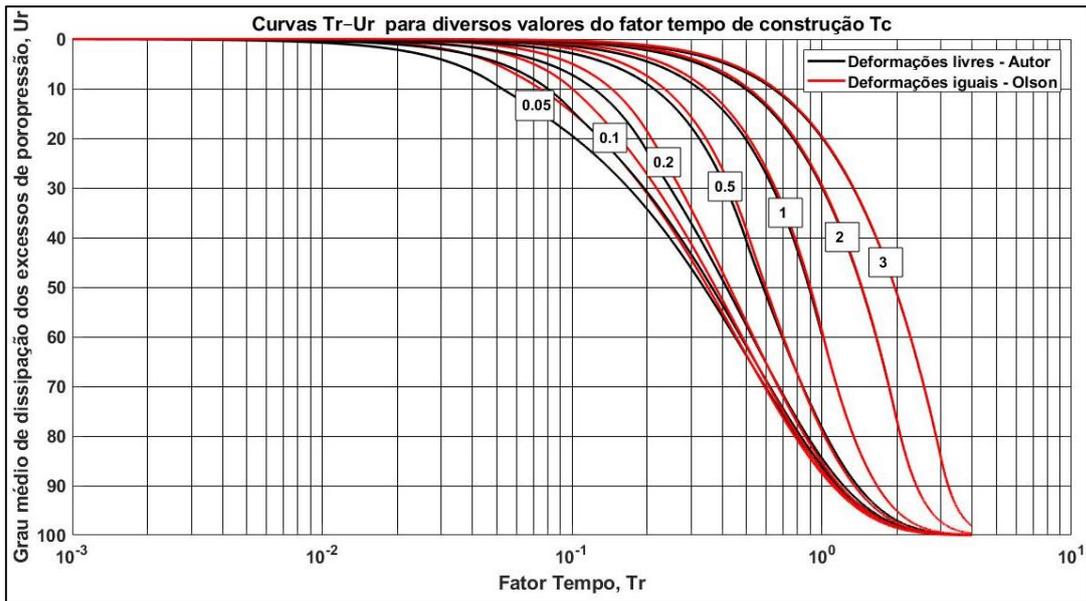


Figura 5.1 – Variação de U_r versus Tr para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=5$ (Autor, 2021)

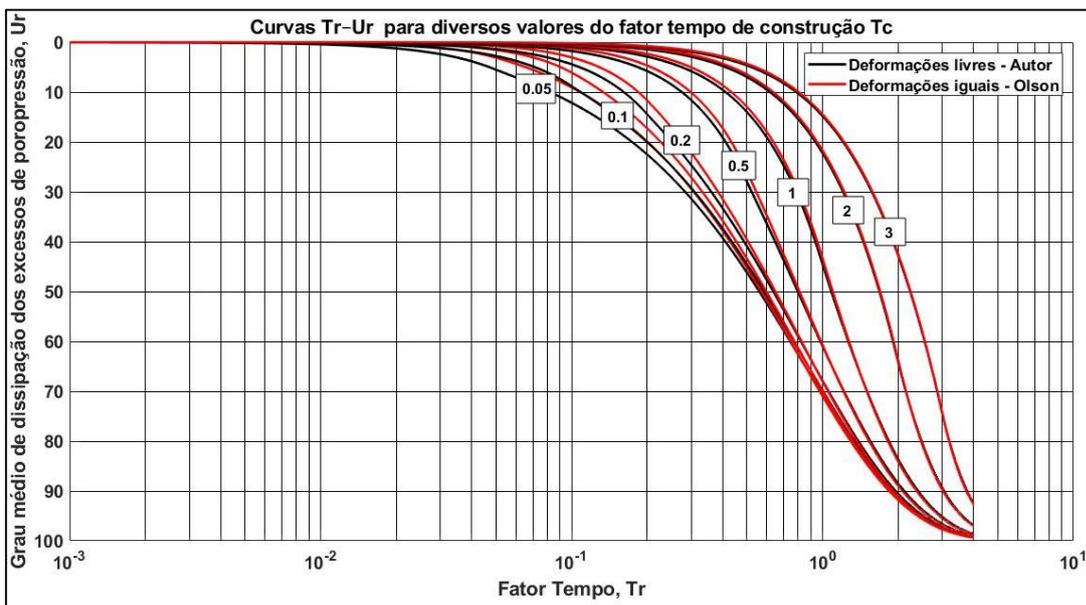


Figura 5.2 – Variação de U_r versus Tr para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=10$ (Autor, 2021)

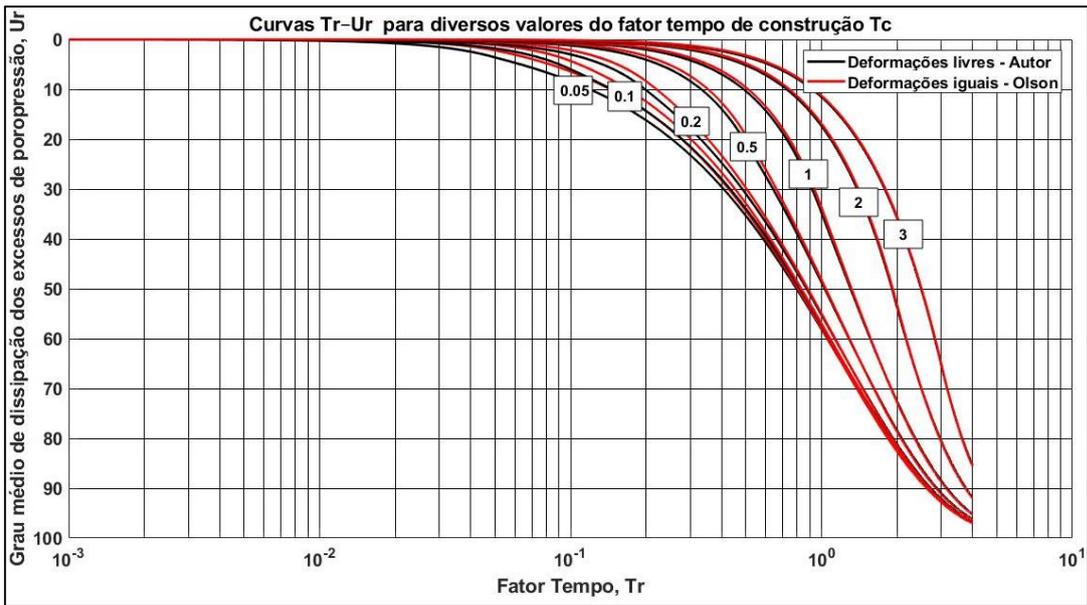


Figura 5.3 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=20$ (Autor, 2021)

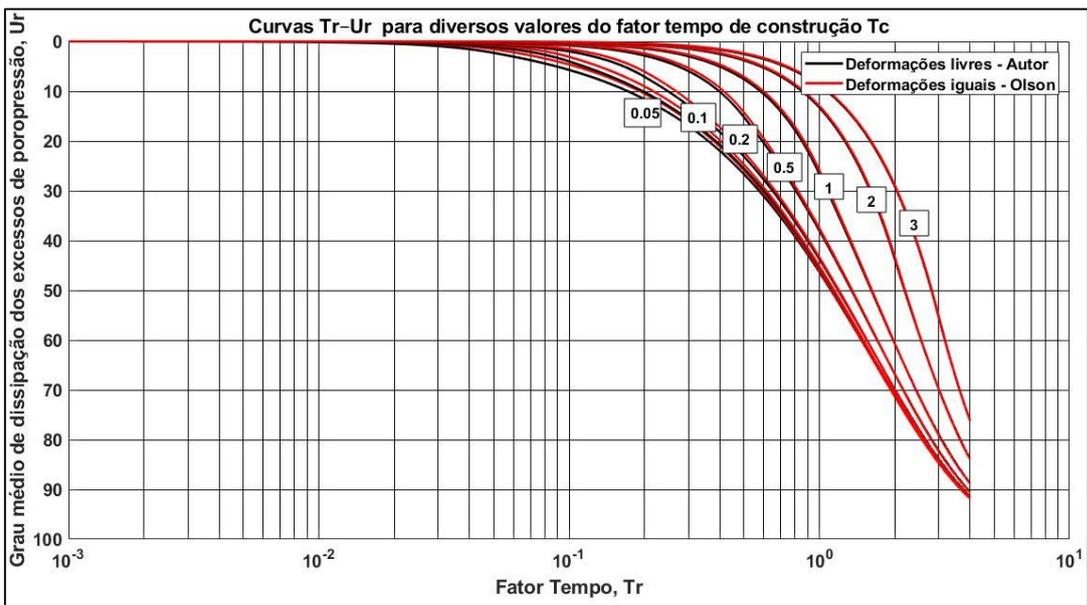


Figura 5.4 – Variação de U_r versus T_r para carregamento linearmente crescente, drenos verticais com $N=50$ (Autor, 2021)

5.2

Drenagem vertical e radial simultâneas

5.2.1

Carregamento linear no tempo com variação do excesso inicial de poropressão e das condições de drenagem

5.2.1.1

Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem simples

As soluções apresentadas anteriormente, desenvolvidas por Zhu e Yin (2001, 2004), contemplam o fluxo radial e vertical simultâneos, com inclusão ou não do efeito *smear* durante o processo de adensamento primário.

Para o caso de inexistência do efeito *smear*, na presente dissertação será apresentada uma solução alternativa às equações propostas por Zhu e Yin (2001), variando as condições iniciais do excesso de poropressão e das condições de drenagem em qualquer tempo $t > 0$ (condições de contorno).

Para obter a equação governante do adensamento do solo com drenos verticais é novamente assumido que: a) o solo é totalmente saturado; b) a água e partículas sólidas são incompressíveis; c) a lei de Darcy é válida; d) deformações são infinitesimais; e) todas as deformações ocorrem apenas na direção vertical; f) o coeficiente de compressibilidade é constante.

A equação diferencial para avaliar a dissipação dos excessos de poropressão usando a hipótese de deformações livres é dada pela Eq. (5.86) com as seguintes condições de contorno e inicial de excesso de poropressão:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (5.86)$$

$$\begin{cases} u(r, 0, t) = 0 & \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \\ u(r_w, z, t) = 0 & \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0 \\ u(r, z, 0) = 0 \end{cases} \quad (5.87)$$

Para o caso de carregamentos aplicados de forma instantânea, a Eq. (5.86) torna-se uma equação homogênea, e o problema pode ser solucionado combinando a solução para fluxo radial e a solução para fluxo vertical, como apresentado por Carrillo (1942).

Supondo que a solução para adensamento apenas com fluxo radial seja dada

por $u_1(r,t)$ e para fluxo vertical por $u_2(z,t)$, e admitindo que a condição inicial para ambas seja $u_{1t=0} = u_{2t=0} = \sigma_0$, é fácil verificar que uma solução combinando simultaneamente os dois casos, para a condição de carregamento instantâneo, é expressa por:

$$u = \frac{u_1 u_2}{\sigma_0} \quad (5.88)$$

Usando a propriedade acima, foi então desenvolvida uma solução considerando o efeito do carregamento linear no tempo.

A equação governante da dissipação dos excessos de poropressão, considerando apenas fluxo radial e sob carregamento instantâneo, assumindo a hipótese de deformações livres, é dada por:

$$u_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2\sigma_0 U_1(\mu_n) U_0\left(\frac{\mu_n r}{r_w}\right)}{\mu_n [N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} e^{-\frac{\mu_n^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.89)$$

A equação governante da dissipação dos excessos de poropressão para o caso de apenas fluxo vertical, drenagem simples e carregamento instantâneo é expressa por:

$$u_v = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sigma_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n z}{H}\right)}{\lambda_n} e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_v}{H^2}} \quad (5.90)$$

Dessa forma, a equação que representa a dissipação do excesso de poropressão gerado por um carregamento linear no tempo durante o período de construção, considerando drenagem vertical e radial simultâneas, pode ser escrita como:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n z}{H}\right) U_1(\mu_n) U_0\left(\frac{\mu_n r}{r_w}\right)}{[N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} T_n^*(t) \quad (5.91)$$

onde

$$T_n^*(t) = \int_0^t -\frac{4}{\mu_n \lambda_n} e^{-\left[\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right](t-\tau)} d\sigma(\tau) \quad (5.92)$$

$$d\sigma(\tau) = \frac{q_c}{t_c} d\tau \quad (5.93)$$

O grau médio de dissipação dos excessos de poropressão é definido por:

$$U = \frac{\int_{r_w}^{r_e} r dr \int_0^H m_v(\sigma - u) dz}{\int_{r_w}^{r_e} r dr \int_0^H m_v(\sigma_{t=\infty} - u) dz} \quad (5.94)$$

Substituindo a Eq. (5.91) na Eq. (5.94), obtém-se a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão para o período de construção:

$$U = \frac{t}{t_c} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8U_1^2(\mu_n)}{\mu_n^2 \lambda_n^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} \times \dots \quad (5.95)$$

$$\dots \times \frac{(1 - e^{-\left[\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right] t})}{\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right) t_c}$$

onde:

$$\lambda_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad (5.96)$$

$$N = \frac{r_e}{r_w} \quad (5.97)$$

μ_n = raízes da função de Bessel que satisfazem $J_1(\mu_n N)Y_0(\mu_n) - Y_1(\mu_n N)J_0(\mu_n) = 0$, listadas em função do parâmetro adimensional N no apêndice III.

Assumindo o seguinte parâmetro adimensional L e novas definições dos fatores tempo T e T_c ,

$$L = \frac{c_v r_w^2}{c_r H^2}, \quad (5.98)$$

$$T = \left(\frac{c_r \mu_1^2}{r_w^2} + \frac{c_v \pi^2}{4H^2}\right) t = \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2}{4} L\right) \frac{c_r t}{r_w^2} \quad (5.99)$$

$$T_c = \left(\frac{c_r \mu_1^2}{r_w^2} + \frac{c_v \pi^2}{4H^2}\right) t_c = \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2}{4} L\right) \frac{c_r t_c}{r_w^2} \quad (5.100)$$

A Eq. (5.95), que representa a equação da porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão para o período de construção, pode ser reescrita como:

$$U = \frac{T}{T_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{32U_1^2(\mu_m) \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2}{4} L\right) \times \dots}{n^2 \pi^2 \mu_m^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_m N) - U_1^2(\mu_m)]} \quad (5.101)$$

$$\dots \times \frac{\left(1 - e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} T}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}} \right)} \right)}{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} \right) T_c}$$

Para o período pós-construção, com $T \geq T_c$, a dissipação dos excessos de poropressão é obtida modificando o intervalo de integração da Eq. (5.92), sendo:

$$T_n^*(t) = \int_0^{t_c} -\frac{4}{\mu_n \lambda_n} e^{\left[-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2} \right) (t-\tau) \right]} d\sigma(\tau) \quad (5.102)$$

Dessa forma, introduzindo a equação do excesso de poropressão na Eq. (5.94) é possível obter o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão, dado pela Eq. (5.103).

$$U = \frac{T}{T_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{32U_1^2(\mu_m) \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4} \right) \times \dots}{n^2 \pi^2 \mu_m^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_m N) - U_1^2(\mu_m)]} \quad (5.103)$$

$$\dots \times \frac{e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} T}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}} \right)}}{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} \right) T_c} \left(e^{\left(\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} T_c}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}} \right)} - 1 \right)$$

T e T_c são dependentes do parâmetro N , através do autovalor μ_1 , e do parâmetro L . Se a tensão total vertical σ for decomposta em vários subcarregamentos lineares, o método da superposição, anteriormente discutido no capítulo 4, pode ser utilizado para o cálculo do excesso de poropressão e do grau médio de adensamento.

Normalmente, segundo Zhu e Yin (2001), o valor do parâmetro adimensional N está no intervalo entre 5 a 80 e o parâmetro L entre 0 a 0.01. Os dois parâmetros tem uma grande influência no grau médio de adensamento primário. No entanto, se o fator tempo for normalizado conforme as Eqs. (5.99) e (5.100), o grau de adensamento médio apresenta pouca sensibilidade ao fator N , conforme observado no presente trabalho.

As Figuras 5.5 a 5.7 mostram a relação entre o fator tempo normalizado T e o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão U para diferentes valores de N , L e T_c . Claramente, a diferença é muito pequena para diferentes valores de N , em especial quando o valor de L é elevado, como na Figura (5.7). O parâmetro L ,

no entanto, tem mais influência nos resultados, embora a diferença tenha permanecido pequena. Para todo o intervalo calculado, com $N = 5-80$ e $L = 0-0.01$, a máxima diferença do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão foi menor que 6,2%. Isso só foi possível porque a influência dos parâmetros N e L foi introduzida no fator tempo.

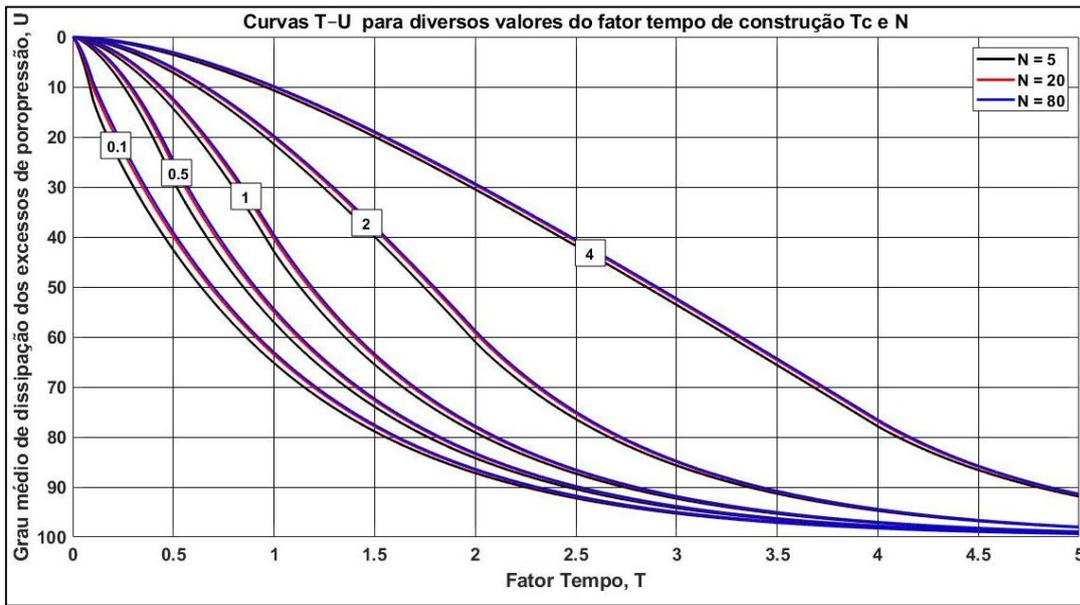


Figura 5.5 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 0$
(Autor, 2021)

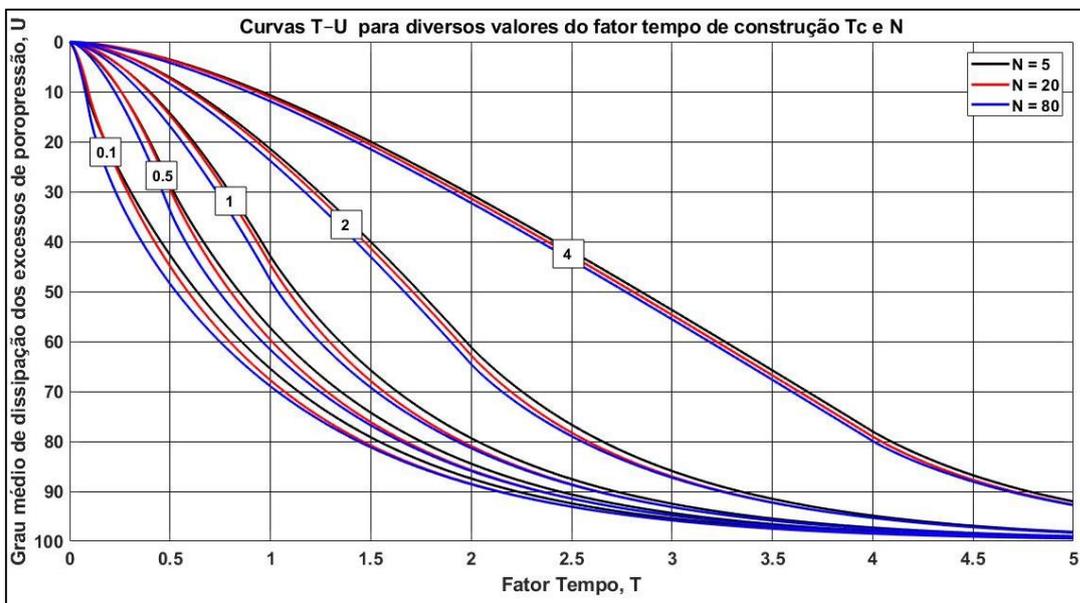


Figura 5.6 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-4}$
(Autor, 2021)

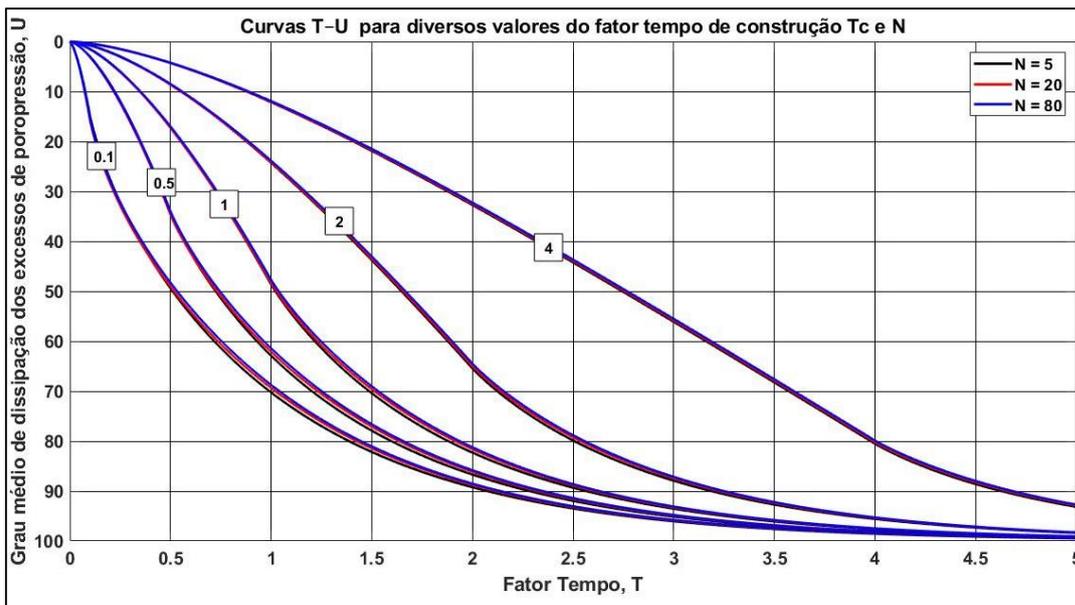


Figura 5.7 – Curvas T - U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-2}$ (Autor, 2021)

5.2.1.2

Excesso inicial de poropressão uniforme – drenagem dupla

Usando o mesmo procedimento da seção anterior, é possível obter as soluções para drenagem dupla, considerando as seguintes condições de contorno e inicial de excesso de poropressão:

$$\begin{cases} u(r, 0, t) = 0 & u(r, H, t) = 0 \\ u(r_w, z, t) = 0 & \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_e} = 0 \\ u(r, z, 0) = 0 \end{cases} \quad (5.104)$$

A equação para determinação dos excessos de poropressão sob carregamento instantâneo, considerando apenas fluxo radial e deformações verticais livres é dada por Eq. (5.89). Para o caso de fluxo apenas na direção vertical, a correspondente equação é expressa por:

$$u_v = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sigma_0(1 - (-1)^n) \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n z}{H}\right)}{\lambda_n} e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_v}{H^2}} \quad (5.105)$$

Combinando as duas soluções e aplicando o efeito produzido pelo carregamento linear no tempo, o excesso de poropressão para o período de construção é obtido, sendo:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n) \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n z}{H}\right) U_1(\mu_n) U_0\left(\frac{\mu_n r}{r_w}\right)}{[N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} T_n^*(t) \quad (5.106)$$

onde:

$$T_n^*(t) = \int_0^t -\frac{4}{\mu_n \lambda_n} e^{\left[-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)(t-\tau)\right]} d\sigma(\tau) \quad (5.107)$$

$$d\sigma(\tau) = \frac{q_c}{t_c} d\tau \quad (5.107)$$

Substituindo a Eq. (5.106) na Eq. (5.94), o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão para o período de construção com fluxo radial e vertical simultâneos é expresso por:

$$U = \frac{t}{t_c} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8(1 - (-1)^n)^2 U_1^2(\mu_n)}{\mu_n^2 \lambda_n^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} \times \dots \quad (5.108)$$

$$\dots \times \frac{(1 - e^{\left[-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)t\right]})}{\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right) t_c}$$

onde:

$$\lambda_n = n\pi \quad (5.109)$$

$\mu_n =$ raízes da função de Bessel que satisfazem $J_1(\mu_n N)Y_0(\mu_n) - Y_1(\mu_n N)J_0(\mu_n) = 0$, listadas em função do parâmetro adimensional N no apêndice III.

Assumindo os parâmetros adimensionais dados pelas Eqs. (5.98) a (5.100), a Eq. (5.108) pode ser reescrita como:

$$U = \frac{T}{T_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{32U_1^2(\mu_m)(\mu_1^2 + \pi^2 L) \times \dots}{n^2 \pi^2 \mu_m^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_m N) - U_1^2(\mu_m)]} \quad (5.110)$$

$$\dots \times \frac{\left(1 - e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + n^2 \pi^2 L}{\mu_1^2 + \pi^2 L} T\right)}\right)}{(\mu_m^2 + n^2 \pi^2 L) T_c}$$

Para o período pós-construção, com $T \geq T_c$, a dissipação dos excessos de poropressão é obtida modificando o intervalo de integração da Eq. (5.107), sendo:

$$T_n^*(t) = \int_0^{t_c} -\frac{4}{\mu_n \lambda_n} e^{\left[-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)(t-\tau)\right]} d\sigma(\tau) \quad (5.111)$$

Dessa forma, introduzindo a equação do excesso de poropressão na Eq.

(5.94) é possível obter o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão, dado pela Eq. (5.112).

$$U = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{32U_1^2(\mu_m)(\mu_1^2 + \pi^2L) \times \dots}{n^2\pi^2\mu_m^2(N^2 - 1)[N^2U_0^2(\mu_mN) - U_1^2(\mu_m)]} \quad (5.112)$$

$$\dots \times \frac{e\left(-\frac{\mu_m^2 + n^2\pi^2L}{\mu_1^2 + \pi^2L}T\right)}{(\mu_m^2 + n^2\pi^2L)T_c} \left(e\left(\frac{\mu_m^2 + n^2\pi^2L}{\mu_1^2 + \pi^2L}T_c\right) - 1 \right)$$

As Figuras 5.8 a 5.10 apresentam a relação entre o fator tempo normalizado T e a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U para diferentes valores de N , L e T_c . Assim como observado na seção 5.2.1.1, a diferença é muito pequena para diferentes valores de N , em especial quando $L = 0.01$ (Figura 5.10). Para todo o intervalo calculado ($N = 5-80$ e $L = 0-0.01$), a máxima diferença observada do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão foi menor que 5,2%, o que indica, assim como nos resultados apresentados para drenagem simples, pouca influência dos parâmetros N e L .

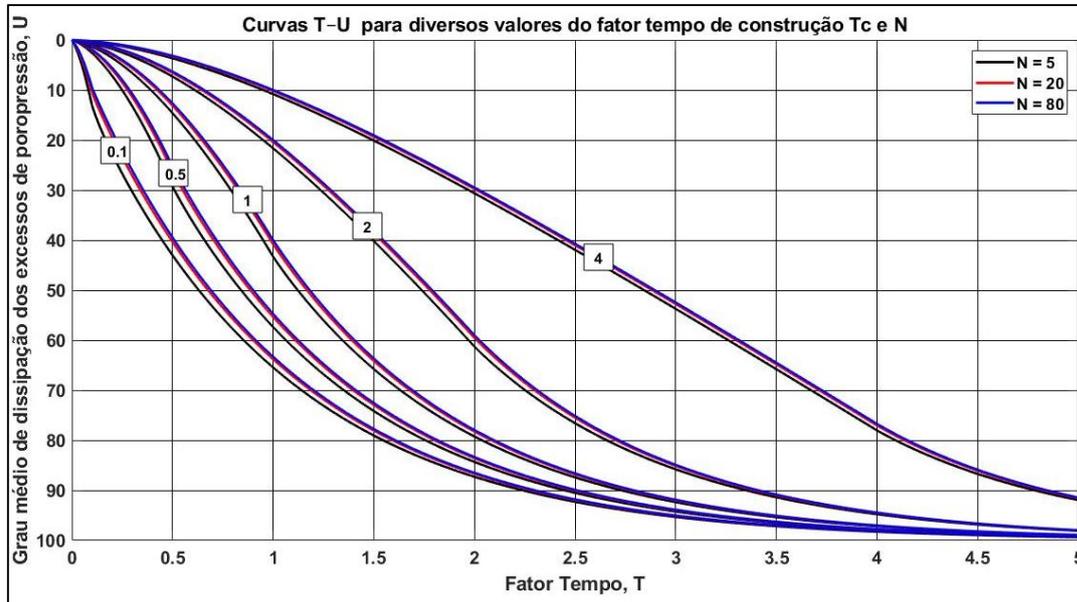


Figura 5.8 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 0$ (Autor, 2021)

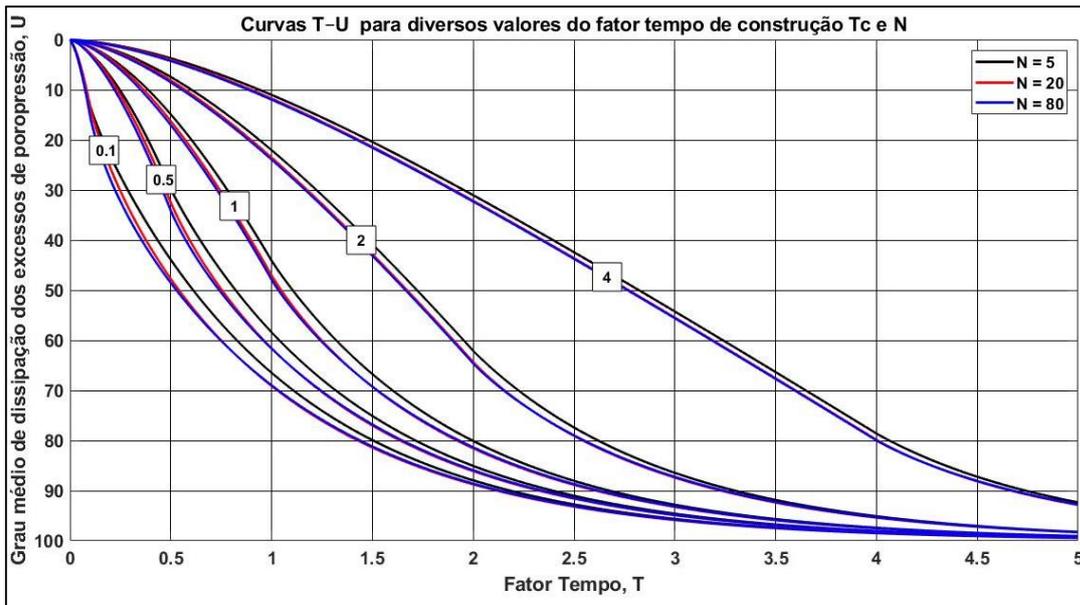


Figura 5.9 – Curvas T - U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-4}$ (Autor, 2021)

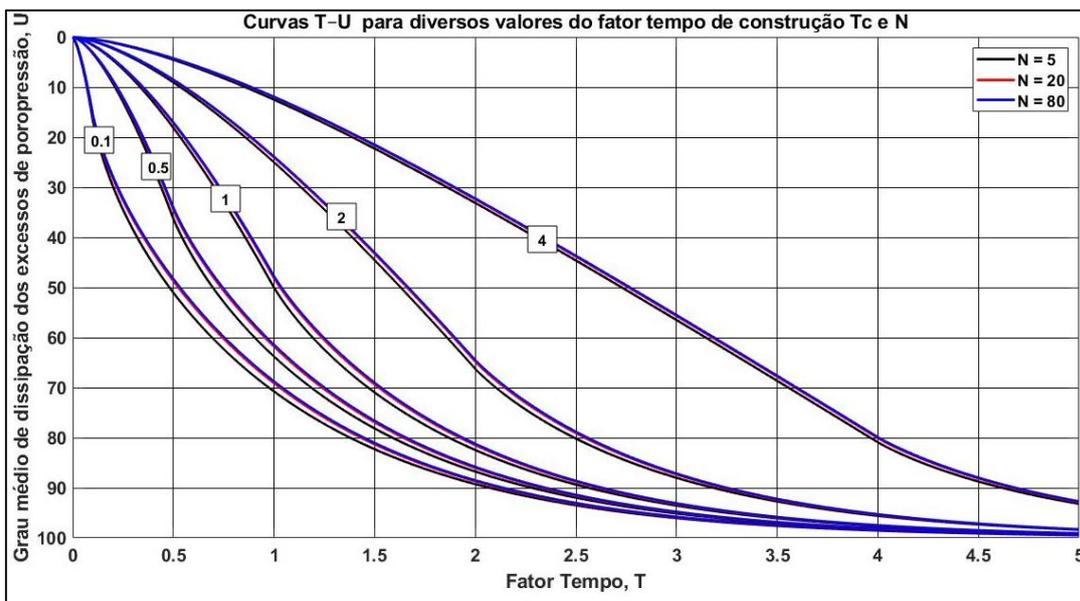


Figura 5.10 – Curvas T - U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-2}$ (Autor, 2021)

5.2.1.3

Excesso inicial de poropressão linear com a base da distribuição junto ao contorno permeável – drenagem simples

Para a condição de excesso inicial triangular, com a base da distribuição junto ao contorno permeável, uma solução para a combinação de fluxo radial e vertical, considerando a hipótese de carregamento instantâneo, é dada por:

$$u = \frac{u_1 u_2}{\sigma_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right)} \quad (5.113)$$

As condições de contorno e inicial do problema podem ser escritas como:

$$\begin{cases} u(r, 0, t) = 0 & \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \\ u(r_w, z, t) = 0 & \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_e} = 0 \\ u(r, z, 0) = 0 \end{cases} \quad (5.114)$$

As equações para cálculo dos excessos de poropressão para fluxo radial e vertical, considerando a aplicação de carregamento instantâneo, são dadas pelas Eqs. (5.115) e (5.116), respectivamente.

$$u_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2\sigma_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right) U_1(\mu_n) U_0\left(\frac{\mu_n r}{r_w}\right)}{\mu_n [N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} e^{-\frac{\mu_n^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.115)$$

$$u_v = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_0 (-2(-1)^{n+1} + 2\lambda_n) \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n z}{H}\right)}{\lambda_n^2} e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_v}{H^2}} \quad (5.116)$$

Combinando as duas soluções e aplicando o efeito do carregamento linear no tempo, o excesso de poropressão para o período de construção é obtido, sendo:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2(-1)^{n+1} + 2\lambda_n) \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n z}{H}\right) U_1(\mu_n) U_0\left(\frac{\mu_n r}{r_w}\right)}{[N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} T_n^*(t) \quad (5.117)$$

onde:

$$T_n^*(t) = \int_0^t -\frac{2}{\mu_n \lambda_n^2} e^{-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)(t-\tau)} d\sigma(\tau) \quad (5.118)$$

$$d\sigma(\tau) = \frac{q_c}{t_c} d\tau \quad (5.119)$$

Substituindo a Eq. (5.117) na Eq. (5.94), o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão para o período de construção é expresso por:

$$\begin{aligned} U &= \frac{t}{t_c} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8(-2(-1)^{n+1} + 2\lambda_n) U_1^2(\mu_n)}{\mu_n^2 \lambda_n^3 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} \times \dots \\ &\dots \times \frac{\left[1 - e^{-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)t}\right]}{\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right) t_c} \end{aligned} \quad (5.120)$$

onde:

$$\lambda_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad (5.121)$$

$\mu_n =$ raízes da função de Bessel que satisfazem $J_1(\mu_n N)Y_0(\mu_n) - Y_1(\mu_n N)J_0(\mu_n) = 0$, listadas em função do parâmetro adimensional N no apêndice III.

Assumindo os parâmetros adimensionais dados pelas Eq. (5.98) a (5.100), a Eq. (5.120) pode ser reescrita como:

$$U = \frac{T}{T_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{64 \left(1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right) U_1^2(\mu_m) \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4} \right) \times \dots}{n^2 \pi^2 \mu_m^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_m N) - U_1^2(\mu_m)]} \left(1 - e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4}}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}} T \right)} \right) \dots \times \frac{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} \right) T_c}{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} \right) T_c} \quad (5.122)$$

Para o período pós-construção, com $T \geq T_c$, a dissipação dos excessos de poropressão é obtida modificando o intervalo de integração da Eq. (5.118), sendo:

$$T_n^*(t) = \int_0^{t_c} -\frac{4}{\mu_n \lambda_n} e^{\left[-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2} \right) (t - \tau) \right]} d\sigma(\tau) \quad (5.123)$$

Dessa forma, introduzindo a equação do excesso de poropressão na Eq. (5.94) é possível obter o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão, dado pela Eq. (5.124).

$$U = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{64 \left(1 + \frac{2(-1)^{\frac{n+1}{2}}}{n\pi} \right) U_1^2(\mu_m) \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4} \right) \times \dots}{n^2 \pi^2 \mu_m^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_m N) - U_1^2(\mu_m)]} \dots \times \frac{e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4}}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}} T \right)}}{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} \right) T_c} \left(e^{\left(\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4}}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}} T_c \right)} - 1 \right) \quad (5.124)$$

As Figuras 5.11 a 5.14 apresentam a relação entre o fator tempo normalizado T e a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U para diferentes valores de N , L e T_c . Diferentemente dos resultados obtidos nas seções

anteriores, para esta condição inicial de excesso de poropressão, U se mostrou muito sensível aos valores dos parâmetros N e L , mesmo com inclusão destes na normalização do fator tempo T . Das figuras, observa-se maior sensibilidade quando o parâmetro L tem valor pequeno (Figura 5.12), quando ocorre a máxima diferença do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão entre as curvas, de aproximadamente 18,50%. Com o aumento do parâmetro L , observa-se uma tendência de superposição das curvas para $N=20$ e $N=80$, como mostram as Figuras 5.23 e 5.24. A normalização do fator tempo tende a aproximar as curvas. Quando L atinge o valor máximo (Figura 5.14), a diferença máxima entre as curvas reduz-se para 7,1%. Essa diferença é também reduzida quando são considerados maiores tempos de construção.

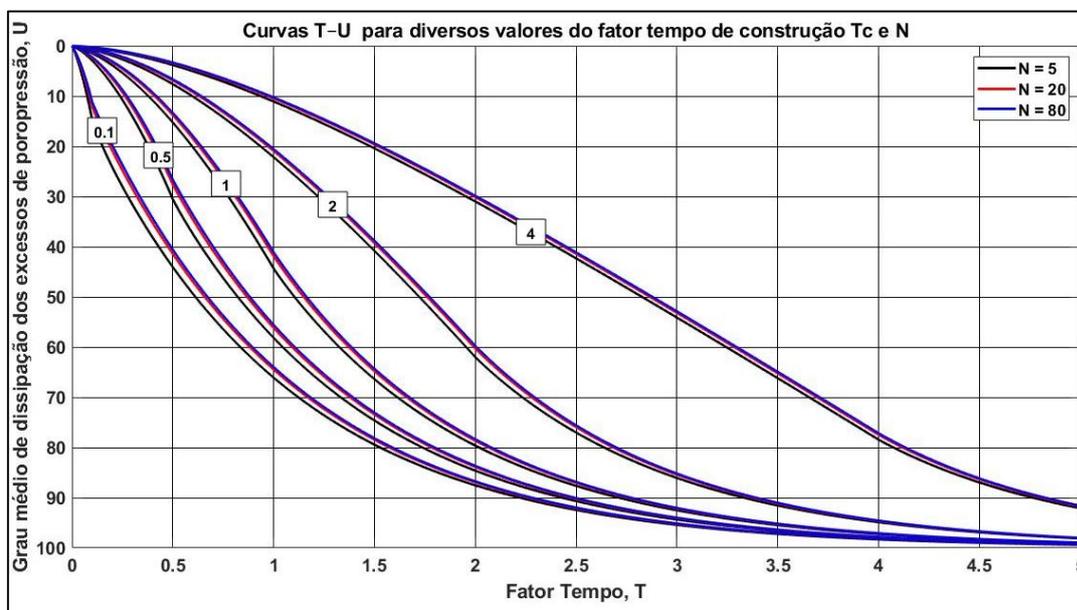


Figura 5.11 – Curvas T – U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 0$
(Autor, 2021)

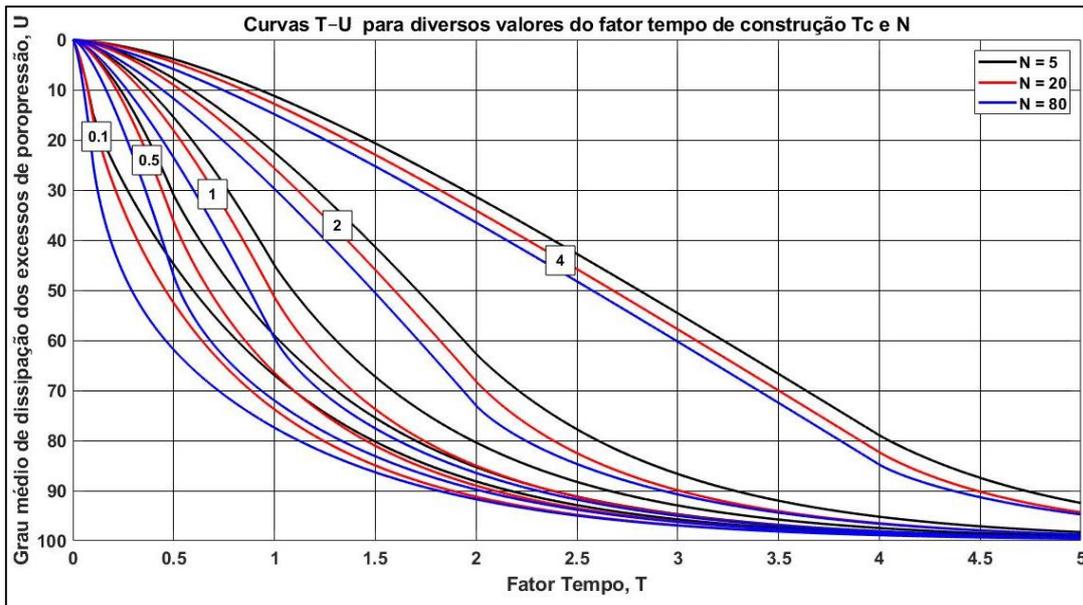


Figura 5.12 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-4}$

(Autor, 2021)

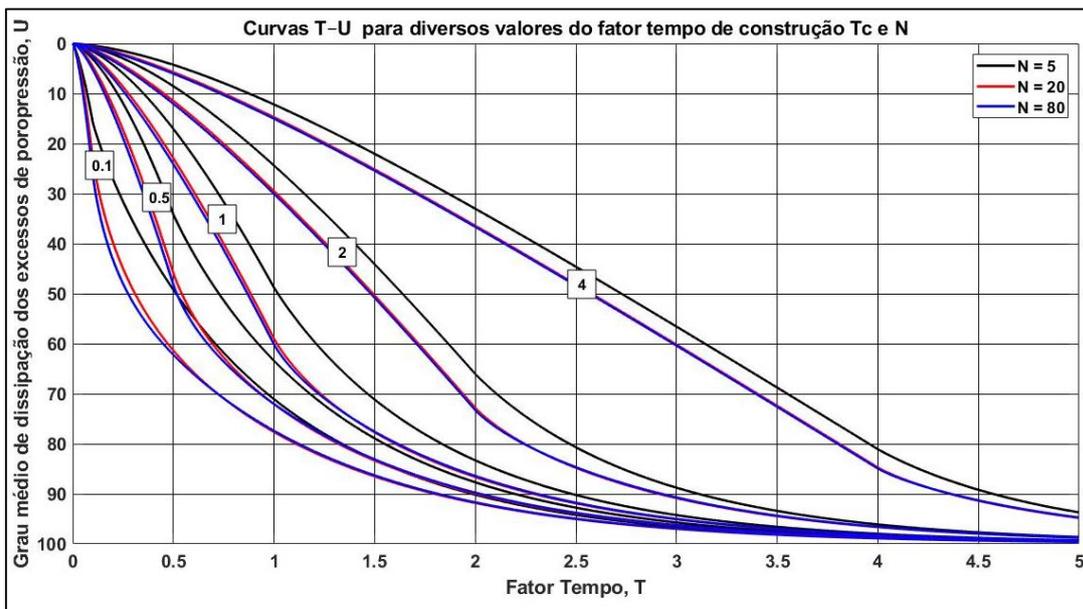


Figura 5.13 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-3}$

(Autor, 2021)

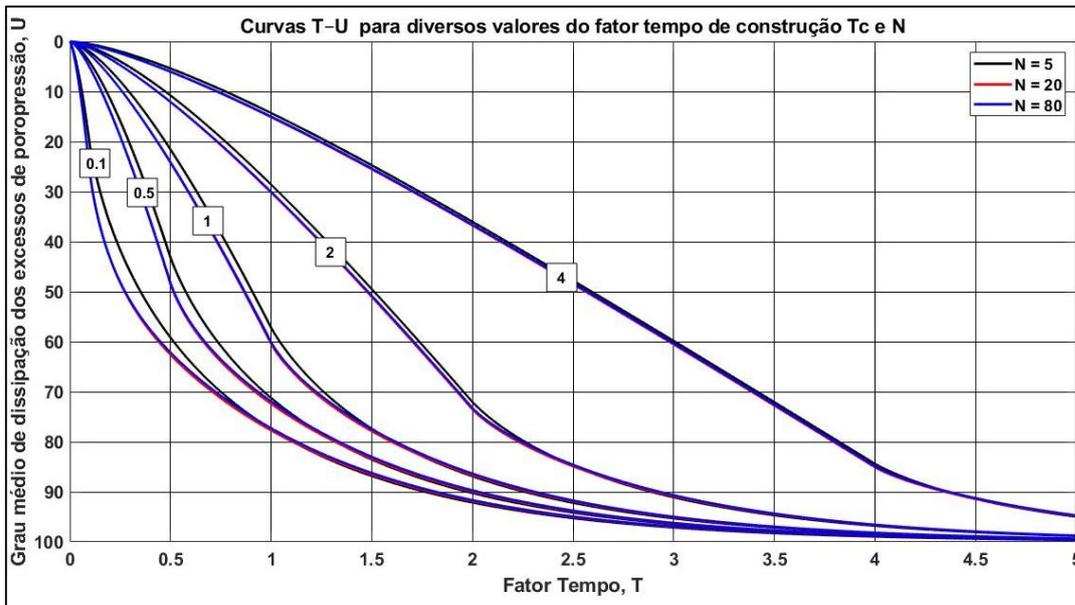


Figura 5.14 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-2}$ (Autor, 2021)

5.2.1.4

Excesso inicial de poropressão linear com a base da distribuição junto ao contorno impermeável – drenagem simples

Para a condição de excesso inicial triangular dos excessos de poropressão, com a base da distribuição junto ao contorno impermeável, uma solução para a combinação de fluxo radial e vertical, considerando a hipótese de carregamento instantâneo, é dada por:

$$u = \frac{u_1 u_2}{\sigma_0 \frac{z}{H}} \quad (5.125)$$

As correspondentes condições de contorno do problema são:

$$\begin{cases} u(r, 0, t) = 0 & \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \\ u(r_w, z, t) = 0 & \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_e} = 0 \\ u(r, z, 0) = 0 \end{cases} \quad (5.126)$$

As equações para determinação dos excessos de poropressão para os casos de fluxo radial e vertical, separadamente, considerando a aplicação de carregamento instantâneo, são dadas pelas Eqs. (5.127) e (5.128), respectivamente.

$$u_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2\sigma_0 \frac{Z}{H} U_1(\mu_n) U_0\left(\frac{\mu_n r}{r_w}\right)}{\mu_n [N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} e^{-\frac{\mu_n^2 t c_r}{r_w^2}} \quad (5.127)$$

$$u_v = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_0 (-1)^{n+1} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n Z}{H}\right)}{\lambda_n^2} e^{-\frac{\lambda_n^2 t c_v}{H^2}} \quad (5.128)$$

Combinando as duas soluções e aplicando o efeito do carregamento linear no tempo, o excesso de poropressão para o período de construção é obtido, sendo:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n Z}{H}\right) U_1(\mu_n) U_0\left(\frac{\mu_n r}{r_w}\right)}{[N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} T_n^*(t) \quad (5.129)$$

onde:

$$T_n^*(t) = \int_0^t -\frac{4}{\mu_n \lambda_n^2} e^{-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)(t-\tau)} d\sigma(\tau) \quad (5.130)$$

$$d\sigma(\tau) = \frac{q_c}{t_c} d\tau \quad (5.131)$$

Substituindo a Eq. (5.129) na Eq. (5.94), o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão para o período de construção é expresso por:

$$U = \frac{t}{t_c} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16(-1)^{n+1} U_1^2(\mu_n)}{\mu_n^2 \lambda_n^3 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_n N) - U_1^2(\mu_n)]} \times \dots \quad (5.132)$$

$$\dots \times \frac{(1 - e^{-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)t})}{\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right) t_c}$$

onde:

$$\lambda_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad (5.133)$$

μ_n = raízes da função de Bessel que satisfazem $J_1(\mu_n N) Y_0(\mu_n) - Y_1(\mu_n N) J_0(\mu_n) = 0$, listadas em função do parâmetro adimensional N no apêndice III.

Assumindo os parâmetros adimensionais dados pelas Eqs. (5.98) a (5.100), a Eq. (5.132) pode ser reescrita como:

$$U = \frac{T}{T_c} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{-128(-1)^{\frac{n+1}{2}} U_1^2(\mu_m) \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}\right) \times \dots}{n^3 \pi^3 \mu_m^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_m N) - U_1^2(\mu_m)]} \left(1 - e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} - T}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}}\right)}\right) \dots \times \frac{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4}\right) T_c}{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4}\right) T_c} \quad (5.134)$$

Para o período pós-construção, com $T \geq T_c$, a dissipação dos excessos de poropressão é obtida modificando o intervalo de integração da Eq. (5.130), sendo:

$$T_n^*(t) = \int_0^{t_c} -\frac{4}{\mu_n \lambda_n} e^{\left[-\left(\frac{\lambda_n^2 c_v}{H^2} + \frac{\mu_n^2 c_r}{r_w^2}\right)(t-\tau)\right]} d\sigma(\tau) \quad (5.135)$$

Dessa forma, introduzindo a equação do excesso de poropressão na Eq. (5.94) é possível obter o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão, dado pela Eq. (5.136).

$$U = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{-128(-1)^{\frac{n+1}{2}} U_1^2(\mu_m) \left(\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}\right) \times \dots}{n^3 \pi^3 \mu_m^2 (N^2 - 1) [N^2 U_0^2(\mu_m N) - U_1^2(\mu_m)]} \dots \times \frac{e^{\left(-\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} - T}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}}\right)}}{\left(\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4}\right) T_c} \left(e^{\left(\frac{\mu_m^2 + \frac{n^2 \pi^2 L}{4} - T_c}{\mu_1^2 + \frac{\pi^2 L}{4}}\right)} - 1\right) \quad (5.136)$$

As Figuras 5.15 a 5.17 apresentam a relação entre o fator tempo normalizado T e o grau médio de dissipação dos excessos de poropressão U para diferentes valores de N , L e T_c . Das figuras, observa-se que a normalização do fator tempo contribuiu para que a diferença da porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão entre as curvas fosse minimizada, com valor máximo menor que 6,50%, o que indica pouca dependência em relação aos valores de N e L , em especial para valores elevados de N . É possível notar, também, uma tendência de superposição entre as curvas quando $N=20$ e $N=80$, para grandes valores de L (Figura 5.17).

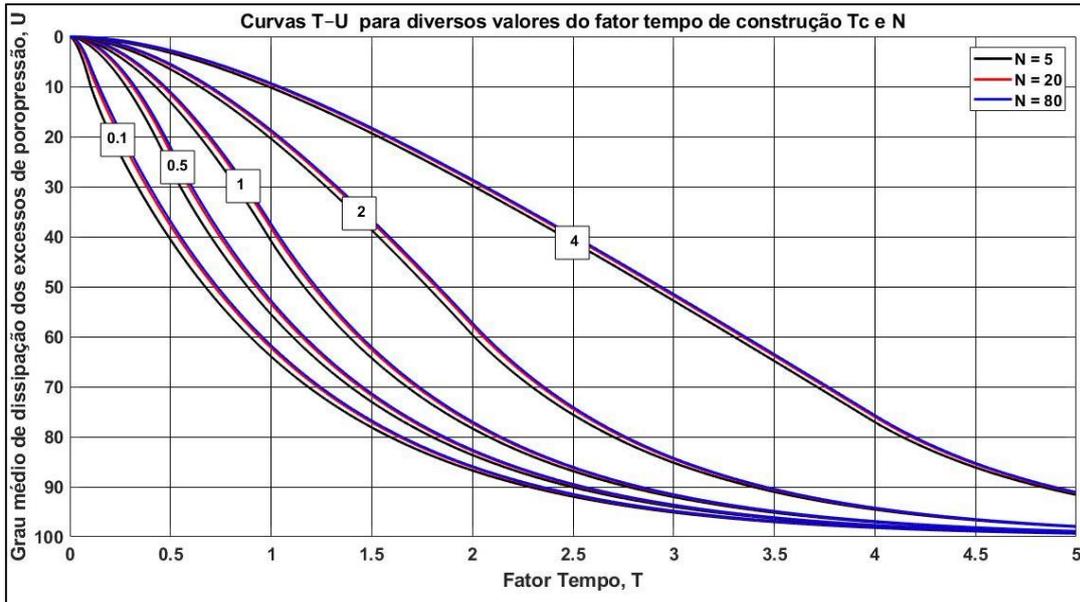


Figura 5.15 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 0$
(Autor, 2021)

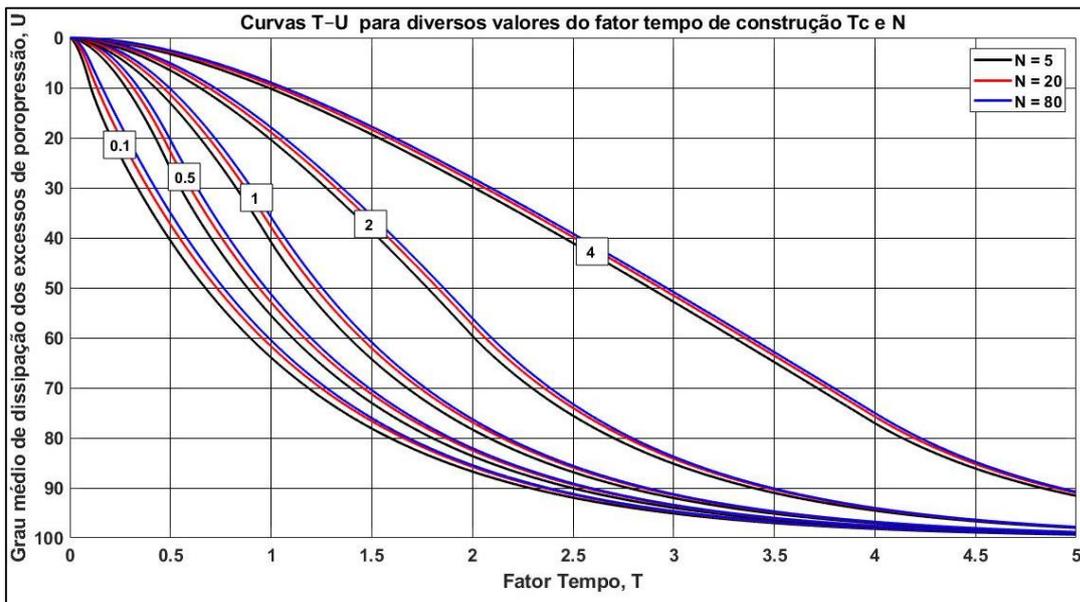


Figura 5.16 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-4}$
(Autor, 2021)

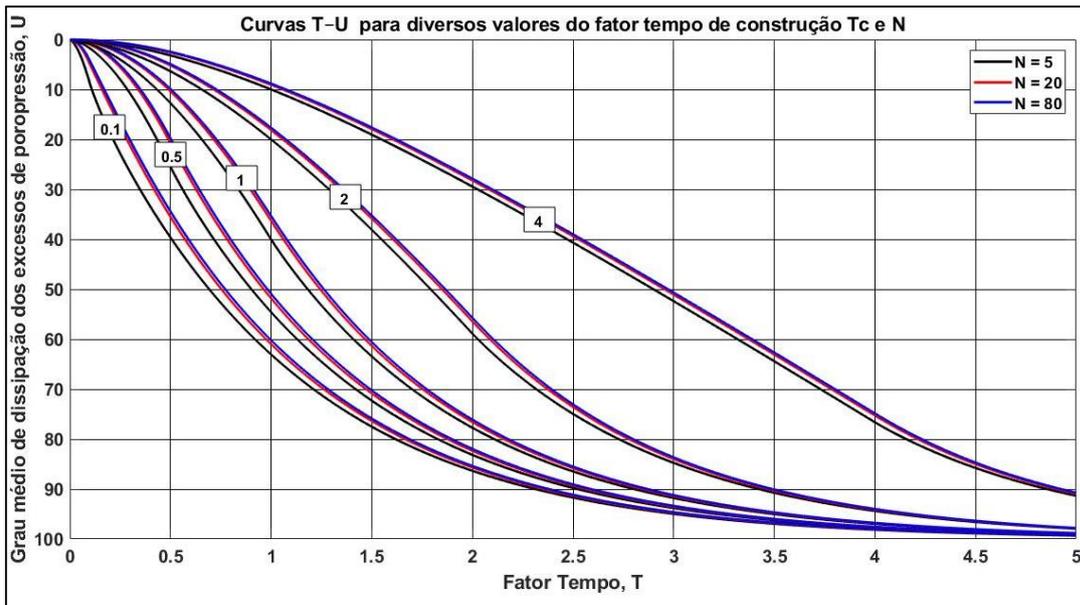


Figura 5.17 – Curvas T-U para carregamento linear no tempo, com variação de N e $L = 1 \times 10^{-2}$
(Autor, 2021)

6 Conclusões e sugestões

Neste estudo, foi analisado o comportamento de solos argilosos saturados sob condição de carregamento linearmente crescente no tempo, com variação das condições iniciais de excesso de poropressão e condições de contorno (drenagem). Soluções analíticas e gráficas foram obtidas para problemas com a ocorrência de fluxo apenas na direção vertical ou com a combinação com fluxo radial. Foi realizada uma revisão da metodologia proposta por Terzaghi (1943), consistindo na aplicação de incrementos de carregamento em um tempo $t/2$ para simular o efeito do carregamento linear no tempo t , e novas frações de tempo que melhor se adequavam a cada tempo de construção foram obtidas. Outras alternativas de soluções foram propostas, como a aplicação de um método empírico (carregamento em degraus) e o carregamento discretizado em pequenos incrementos.

Um resumo das principais conclusões são apresentadas a seguir:

- a) A evolução no tempo do recalque de adensamento primário 1D é geralmente calculada utilizando a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão U_v obtida da equação de adensamento de Terzaghi. A definição do fator tempo em função da espessura de drenagem permite a apresentação dos resultados em termos de única equação ou gráfico para, por exemplo, na situação de carregamento instantâneo, excesso de poropressão inicial uniforme com a profundidade, drenagem simples ou dupla. Em consequência, a comparação entre os casos de drenagem simples e dupla é indireta, requerendo consideração de diferentes valores do fator tempo. A introdução de um fator tempo modificado, em termos da espessura real da camada do solo em vez da espessura de drenagem, torna possível observar diretamente o efeito das condições de drenagem ao longo de um intervalo contínuo de tempo, como discutido no capítulo 3;
- b) Soluções analíticas e gráficas para avaliar o grau médio de

dissipação dos excessos de poropressão foram obtidas para diferentes condições iniciais e de contorno, considerando a aplicação de um carregamento linear no tempo. Dois métodos de solução foram apresentados, com a resolução da equação diferencial parcial que governa o adensamento unidimensional pelo método de expansão de autofunções e pela soma de duas funções independentes, como apresentado na seção 4.3. Uma solução alternativa para condição inicial de excesso de poropressão trapezoidal foi descrita, baseada na combinação das soluções para excessos iniciais de poropressão uniforme e linear, por meio da Eq. (4.77);

- c) Para avaliar o efeito do carregamento linear no tempo no adensamento de solos, Terzaghi (1943) propôs um método empírico simples, que admite que o grau de adensamento médio pode ser calculado supondo que incrementos de carregamentos uniformes podem ser aplicados de forma instantânea em um tempo $t/2$. Nesta pesquisa foram reavaliadas para quais frações de tempo, para diversos tempos de construção ($0 < T_c \leq 2$), variando as condições inicial e de contorno do problema, os resultados do procedimento empírico melhor se ajustavam aos valores teóricos. Foi observado que o uso da fração $t/2$ pode superestimar o grau de adensamento médio em até 9,67% para a condição de excesso inicial de poropressão uniforme com a profundidade (drenagem simples ou dupla), em até 7,41% para excesso de poropressão inicial linear com a profundidade com a base da distribuição junto ao contorno permeável e em até 11,93% para excesso inicial de poropressão linear com a base da distribuição junto ao contorno impermeável. Com a adoção das frações de tempo apresentadas em tabelas na seção 4.4, a diferença absoluta dos valores do grau de adensamento médio entre as curvas teórica e a empírica pode ser significativa reduzida.
- d) Nesta dissertação, uma nova alternativa ao método empírico de Terzaghi (1943) foi proposta. Admitiu-se que cada incremento de carregamento durante o período de construção seja aplicado

instantaneamente no tempo $t/2$, como proposto por Terzaghi (1943), porém considerando uma redução percentual dos resultados assim obtidos para ajustar-se à curva teórica. Para o período pós-construção, o tempo de aplicação considerado foi o que resultou em valores aproximadamente iguais do grau de adensamento médio quando $T_v = T_c$, com erro menor que 0.00001. O método mostrou-se mais preciso em relação aos valores determinados por soluções analíticas.

- e) Uma abordagem alternativa foi utilizada para representar o efeito do carregamento linear no tempo, simulando a aplicação de subcarregamentos instantâneos no centro dos diferentes intervalos de tempo considerados, representando um “carregamento em degraus”. Foi observado, para todas as condições iniciais e de contorno analisadas, que se o fator tempo entre cada incremento de carregamento for inferior a 0.05, o método aproxima os resultados determinados com um carregamento à taxa constante.
- f) Outra abordagem capaz de representar o efeito do carregamento linear no tempo é discretizá-lo numericamente em pequenos incrementos aplicados de forma instantânea, como uma extensão do método da “construção em degraus”, utilizada na prática considerando maiores intervalos de tempo. Para cada incremento de carregamento foi permitida a dissipação dos excessos de poropressão induzidos durante uma fração de tempo Δt , antes da aplicação do próximo incremento. Aumentando a quantidade de incrementos, foi possível determinar o ponto no qual a discretização do carregamento produziu valores equivalentes ao de um carregamento linear no tempo. Observou-se que a subdivisão do carregamento em 75 incrementos resultou em quase concordância dos resultados numéricos com a curva teórica. Dessa forma, se o fator tempo entre cada incremento de carregamento for igual a 0.004, o método proposto deve apresentar resultados com boa precisão. Foi possível notar também que a subdivisão em 25 incrementos de carregamento produziu boas estimativas do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão, o que corresponde a um

intervalo do fator tempo entre aplicações dos incrementos de 0.012. O método de discretização do carregamento pode ser aplicado no caso de carregamentos com taxa de construção variável no tempo.

- g) Neste trabalho, foi desenvolvida uma solução matemática rigorosa para o problema de adensamento primário 1D com drenos verticais, considerando a hipótese de deformações livres. Gráficos que mostram a relação $T_r - U_r$ para diferentes valores do fator tempo de construção T_c e do parâmetro adimensional N foram apresentados para fins práticos. Uma comparação foi realizada com a solução baseada na hipótese de deformações iguais proposta por Olson (1977). Para $N=5$, $N=10$, $N=20$ e $N=50$, verificou-se que a adoção da hipótese de deformações iguais subestima o grau de adensamento médio em até 4,84%, 3,08%, 1,97% e 1,15%, respectivamente, e que essa diferença tende a diminuir para tempos de construção elevados e maiores valores de N ;
- h) O adensamento de solos saturados sob efeito do carregamento linear no tempo foi analisado também para combinação de fluxo vertical e radial, considerando a hipótese de deformações livres e a formulação proposta por Carrillo (1942). Nas soluções obtidas, um novo fator tempo e parâmetros adimensionais (N e L) foram definidos. Foi observado que a inclusão dos parâmetros N e L no fator tempo normalizado permitiu que a porcentagem média de dissipação dos excessos de poropressão fosse praticamente independente dos valores desses parâmetros, exceto para a condição de excesso inicial de poropressão linear com a profundidade, com a base da distribuição triangular junto ao contorno permeável, onde ocorreu uma maior variação entre as curvas, em especial para valores pequenos de L , com diferença máxima de aproximadamente 18,50%. Para as condições de excesso inicial de poropressão uniforme (drenagem simples e dupla) e excesso inicial de poropressão linear com a profundidade, com a base triangular junto ao contorno impermeável, as máximas diferenças observadas foram, respectivamente, 6,2%, 5,2% e 6,50%. Foi notado também que a diferença do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão

entre as curvas decresce para maiores valores de L e do tempo de construção, ocorrendo uma tendência de sobreposição das mesmas para $N=20$ e $N=80$.

Como sugestões para pesquisas futuras, recomenda-se verificar a validade do método de carregamento discretizado para cargas cíclicas, a acurácia da formulação proposta por Carrillo (1942) – que trata da obtenção do grau médio de dissipação dos excessos de poropressão considerando fluxo radial e vertical de carregamento infinito e instantâneo – para carregamentos lineares no tempo com outras condições iniciais de excesso de poropressão e desenvolver soluções envolvendo fluxo radial e vertical, considerando a hipótese de deformações iguais e diferentes condições iniciais de excesso de poropressão, daquela apresentada por Zhu e Yin (2004).

Referências bibliográficas

ABOSHI, H; YOSHIKUNI, H. **A Study in the Consolidation Process Affected by Well Resistance in the Vertical Drain Method.** Soil and Foundations, 17(4). 1967. p. 38-58.

AKAGI, T. **Effect of Displacement Type Sand Drains on Strength and Compressibility of Soft Clays.** PhD Thesis. University of Tokyo. Japan, 1976.

AKAGI, T. **Effect of Mandrel-Driven Sand Drains on Strength.** Proc. 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, vol. 1. Tokyo, 1977. p. 3-6.

AKAGI, T. **Effect of Mandrel-Driven Sand Drains on Soft Clays.** Proc. 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stockholm, 1981. p. 581-584.

ALMEIDA, M. S. **Aterros sobre Solos Moles: da Concepção à Avaliação do Desempenho.** Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1996. 215 p.

ALMEIDA, M.S.S.; FERREIRA, C.A.M. **Field in Situ and Laboratory Consolidation Parameters of a Very Soft Clay.** Predictive Soil Mechanics, Proc of the Worth Memorial Symposium. Thomas Telford, London. 1993.p. 73-93.

ATKINSON, M. S.; ELDRED, P. J. L **Consolidation of Soil Using Vertical Drains.** Geotechnique, vol. 31, n. 1. 1981.p. 33-43.

BALIGH, M.M. **Strain Path Method.** Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, vol. 111, n. 9. 1985. p. 1108-1136.

BARRON, R.A. **Consolidation of Fine – Grained Soils by Drains Wells.** Transactions ASCE, v. 113. 1948. p. 718-754.

BERGADO, D.T.; ASAKAMI, H.; ALFARO, M. C.; BALASUBRAMANIAM, A. S. **Smear Effects of Vertical Drains on Soft Bangkok Clay.** Journal Geotechnical Engineering Division. ASCE, vol. 117, n.10. 1991. p. 1509-1530.

BERGADO, D. T.; ENRIQUEZ, A. S.; SAMPACO, C. L.; ALFARO, M. C.; BALASUBRAMANIAM, A. S. **Inversed Analysis of Geotechnical Parameters on Improved Soft Bangkok Clay.** Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, vol. 118, n. 7. 1992. p. 1012-1030.

BERGADO, D. T.; MANIVANNAN, R.; BALASUBRAMANIAM, A. S. **Proposed Criteria for Discharge Capacity of Prefabricated Vertical Drains.** Journal of Geotextiles and Geomembranes, vol. 14. 1986. p. 481-505.

BERGADO, D. T.; MUKHERJEE, K.; ALFARO, M. C.; BALASUBRAMANIAM, A. S. **Prediction of Vertical-Band-Drain Performance by the Finite-Element Method.** Geotextiles and Geomembranes, vol. 12, n. 6. 1993. p. 567-586.

BO, M. W.; CHU, J.; LOW, B. K.; CHOA, V. **Soil Improvement: Prefabricated Vertical Drain Techniques.** Thomson, Singapore, 2003. p. 341.

BRAJA, M.D. **Advanced Soil Mechanics.** Taylor & Francis, 3ª edição. 2008. 567 p.

CARNEIRO, R.; GERSCOVICH, D.; DANZIGER, B. **A simple approach to predict settlement due to constant rate loading in clays.** Soil and Rocks. 2021.

CARRILLO, N. **Simple Two and Three Dimensional Cases in The Theory of Consolidation of Soils.** Journal of Mathematics and Physics, v. 21, n.1. 1942. p. 1-5.

CONTE, E.; TRONCONE, A. **Radial Consolidation with Vertical Drains and General Time-Dependent Loading.** Canadian Journal of Geotechnical Engineering. Vol. 46. 2009. p. 25-36.

CHAI, J.C.; MIURA, N. **Investigation of Factors Affecting Vertical Drain Behavior.** Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 125. 1999. p 216-226.

CHAI, J.C.; MIURA, N.; SAKAJO, S. 1997. **A Theoretical Study of Smear Effect Around Vertical Drain.** Proceedings of the 14th ICSMFE, vol. 3. Hamburgo, 1997. p. 1581-1584.

CRAIG, R.F. **Craig's Soil Mechanics.** SPON Press, 7ª edição. 2004. 447 p.

ERIKSSON, U.; HANSBO, S.; TORSTENSON, B. A. **Soil Improvement at Stockholm-Arlanda Airport.** Ground Improvement, vol. 4, n. 5. 2000. p. 73-80.

FELLENIUS, B. H.; CASTONGUAY, N. G. **The Efficiency of Band Shaped Drains a Full Scale Laboratory Study.** Report to National Research Council of Canada and the Industrial Research Assistance Programme, 54. 1985.

FOX, E. N. **The Mathematical Solution for the Early Stages of Consolidation.** 2nd International Conference Soil Mechanics Foundation Engineering. Rotterdam, v.1, p. 41-42. 1948.

GEOSSINTEC. **Cravação de Geodrenos.** Disponível em: www.geossintec.com.br/service/cravacao-de-geodreno. Acesso em: 14 dez. 2020.

HANNA, D.; SIVAKUGAN, N.; LOVISA, J. **Simple Approach to Consolidation**

Due to Constant Rate Loading in Clays. International Journal of Geomechanics. American Society of Civil Engineers. 2013. p. 193-196.

HANSBO, S. **Aspects of Vertical Drain Design:** Darcian or Non-Darcian flow. Geotechnique, vol. 47, n. 5. 1997. p. 983-992.

HANSBO, S. **Consolidation of Clay by Band-Shaped Prefabricated Drains.** Ground Engineering. Vol. 12.1979. p. 16-25.

HANSBO, S. **Consolidation of Clay With Special Reference to Influence of Vertical Sand Drains.** Swedish Geotechnical Institute. Proc., n° 18. 1960. 160 p.

HANSBO, S. **Consolidation of Fine-Grained Soils by Prefabricated Drains.** In Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Vol. 3. Stockholm, Sweden.1981. p. 667–682.

HANSBO, S. **Design Aspects of Vertical Drains and Lime Column Installations.** 9th Southeast Asian Geotechnology Conference. Bangkok. 1987. p. 1–12.

HANSBO, S. **Foundation engineering,** Elsevier. 1994.

HANSBO, S. **Preconsolidation of Soft Compressible Subsoil by the Use of Prefabricated Vertical Drains.** Annales des Travaux Publics de Belgique. Vol. 6. 1986. p. 553–563.

HAWLADER, B.C.; IMAI, G.; MUHUNTHAN, B. **Numerical Study of The Factors Affecting the Consolidation of Clay With Vertical Drains.** Geotextiles and Geomembranes 20 (4).2002. p 213–239.

HIRD, C.C.; MOSELEY, V.J. **Model study of seepage in Smear Zones Around Vertical Drains in Layered Soil.** Geotechnique, v.50, n. 1. 2000. p. 89-97.

HOLTZ, R. D.; HOLM, B. D. **Excavation and Sampling Around Some Sand Drains at Ska-Eddeby, Sweden.** Proceedings, Sixth Scandinavian Geotechnical Meeting, Trondheim, Norwegian Geotechnical Institute. 1973. p. 75-89.

HORNE, M.R. **The Consolidation of a Stratified Soil with Vertical and Horizontal Drainage.** International Journal of Mechanical Sciences, 6. 1964. p. 187–197.

INADRARATNA, B.; REDANA, I.W. **Laboratory Determination of Smear Zone Due to Vertical Drain Installation.** Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 124 (2). 1998. p.180–184.

JAMIOLKOWSKI, M.; LANCELLOTTA, R.; WOLSKI, W. **General Report: Pre-Compression and Speeding Up Consolidation.** 8th ECSMFE, Helsinki, vol. 3. 1983. p 1201-1226.

JANSEN, H. L.; den HOEDT, G. **Vertical Drains: In-Situ and Laboratory Performance and Design Consideration in Fine Soils.** Proc. 8th ECSMFE, vol. 2. Helsinki, 1981. p. 647-651.

JUMIKIS, A.R. **Soil Mechanics.** Van Nostrand Company. 1962. 791 p.

KJELLMAN, W. **Accelerating Consolidation of Fine Grains Soils by Means of Cardboard Wicks.** Proc. 2nd ICSMFE, vol. 2. 1948. p. 302-305.

LONG, R. P.; COVO, A. **Equivalent Diameter of Vertical Drains With an Oblong Cross Section.** Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 120, n. 9.1994. p. 1625-1630.

LOVISA, J. **An Insight into Time Rate of Consolidation.** PhD thesis. James Cook University. Queensland, 2012. 187 p.

MADHAV, R.; PARK, Y.M.; MIURA, N. **Modeling and Study of Smear Zones Around Band Shaped Drains.** Soils and Foundations, 33 (4). 1993. p. 135-147.

MESRI, G.; LO, D.O.K. **Field Performance of Prefabricated Vertical Drains.** Proceeding International Conference on Geotechnical Engineering for Coastal Development-Theory to Practice, vol 1. Yokohama, Japan, 1991. p. 231-236.

OLSON, R.E. **Consolidation Under Time Dependent Loading.** Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE, v. 105, GT1. 1977. p. 55-60.

ONUE, A.; TING, N.H.; GERMAINE, J.T., WHITMAN, R.V. **Permeability of Disturbed Zone Around Vertical Drains.** Proc. ASCE. Geotech. Enggr. Congress, Colorado. p. 879-890.

PORTER, O.J. **Studies of Fill Construction over Mud Flats Including a Description of Experimental Construction Using Vertical Sand Drains to Hasten Stabilisation.** In Proceedings of the 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Mass., Vol. 1. 1936. pp. 229-235.

PRADHAN, T. B. S.; IMAI, G.; MURATA, T.; KAMON, M.; SUWA, S. **Experiment Study on the Equivalent Diameter of a Prefabricated Band-Shaped Drain.** Proc. 11th Southeast Asian Geotechnical Conference. 1993. p. 391-396.

RENDULIC, L. **Porenziffer und Porenwasserdruck in Tonen.** Der Bauingenieur 17, No. 51/53. 1936. p. 559-564.

RICHART, F.E. **Review of the Theories for Sand Drains.** Transactions ASCE. Vol. 124. 1959. p. 709-736.

RIXNER, J. J.; KRAEMER, S. R.; SMITH, A. D. **Prefabricated Vertical Drains.** Engineering Guidelines. Fedral Highway Administration, EUA. vol 1. 1986a.

RIXNER, J. J.; KRAEMER, S. R.; SMITH, A. D. (1986b). **Prefabricated Vertical Drains**. Summary of Research Effort. Fedral Highway Administration, EUA. vol 2. 1986b.

SATHANANTHAN, I.; INDRARATNA, B. **Laboratory Evaluation of smear Zone and Correlation Between Permeability and Moisture Content**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, vol. 132, n. 7. 2005. p. 942-945.

SHIFFMAN, R.L. **Consolidation of Soil Under Time-Dependent Loading and Varying Permeability**. Highway Reserach Board Proc., 37. 1958. p. 584-617.

SHIFFMAN, R.L. **Field Applications of Soil Consolidation: Consolidation of Soil Under Time-Dependent Loading and Varying Permeability**. Bulletin 248. Highway Reserach Board Proc.1960.

STAMATOPOULOS, A.C; KOTZIAS, P.C. **Soil Improvement by Preloading**. John Willey. 1985. 261 p.

TAYLOR, D.W. **Fundamentals of Soil Mechanics**. John Wiley & Sons. New York, 1948. 700 p.

TERZAGHI, K. **Dir Berechnung der Durchlassigkeitsziffer des Tones aus dem Verlaug der Hydro-dynamischen Spannungserscheinungen: Sitzungberichte Akademie der Wissenschaften**. Vienna, 1923. p. 125-138.

TERZAGHI, K. **Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlage**. Franz Deuticke. Vienna, 1925. 399 p.

TERZAGHI, K. **Theoretical Soil Mechanics**. John Wiley & Sons. New York, 1943. 510 p.

XIAO, D. **Consolidation of Soft Clay Using Vertical Drains**. PhD thesis. Nanyang Technological University. Singapore, 2001. 301 p.

YOSHIKUNI, H.; NAKANODO, H. **Consolidation of Soils by Vertical Drain Wells With Finite Permeability**. Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, vol. 14, n. 2. 1974. p. 35-46.

ZENG, G.X.; XIE, K.H. **New Development of The Vertical Drain Theories**. In Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Vol. 2. Rio De Janeiro, Brazil. 1989. p. 1435–1438.

ZHU, G.; YIN, J.H. **Consolidation Analysis of Soil with Vertical and Horizontal Drainage Under Ramp Loading Considering Smear Effects**. Geotextiles and Geomembranes, v.22. 2004. p. 63-74.

ZHU, G.; YIN, J.H. **Accuracy of Carrillo's Formula for Consolidation of Soil with Vertical and Horizontal Drainage Under Time-Dependent Loading**.

Communications in Numerical Methods in Engineering, v. 20, n. 9. 2004. p. 721-735.

ZHU, G.; YIN, J.H. **Consolidation of Soil with Vertical and Horizontal Drainage Under Ramp Load.** Geotechnique, v.51, n.4. 2011. p. 361-367.

ZHU, G.; YIN, J.H. **Consolidation of Soil Under Depth-Dependent Ramp Load.** Canadian Geotechnical Journal, v.35, n.2. Canadá, 1998. p. 344-350.

ZHU, G.; YIN, J.H. **Design Charts for Vertical Drains Considering Construction Time.** Canadian Geotechnical Journal, v.38, n.5. Canadá, 2001. p. 1142-1148.

Apêndice I – Drenos verticais

I.1

Drenos verticais pré-fabricados

O número de drenos verticais pré-fabricados, comercialmente disponíveis, tem crescido rapidamente desde a criação do primeiro por Kjellman em 1948, em consequência do desenvolvimento da tecnologia de geotêxteis e geomembranas. Os filtros são usualmente feitos de geotêxtil sintético, que fornece uma alta resistência à tração e flexibilidade. São mais eficientes que os antigos drenos de areia, populares até a década de 1970, e permitem uma rápida instalação em campo, diminuindo custos, além de produzirem menores perturbações no solo (efeito *smear*).

Drenos verticais pré-fabricados (Figura I.1) são inseridos no solo por meio de um mandril vazado, por cravação estática ou martelos vibradores. O dreno é colocado no interior do mandril, com a ponte presa em um âncora, que impede a entrada de solo na extremidade do mandril durante o processo de cravação. A Figura I.2 apresenta o método de instalação do drenos verticais no solo.

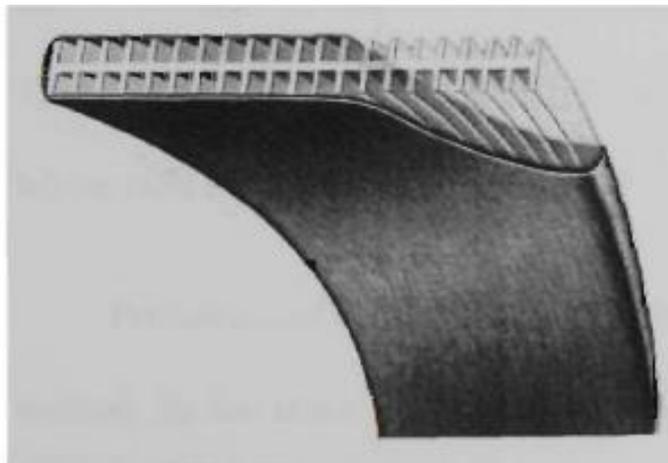


Figura I.1 – Configuração de instalação de drenos (Sathananthan, 2005)



Figura I.2 – Instalação de drenos pré-fabricados (www.geossintec.com.br/service/cravacao-de-geodreno)

I.2

Propriedades de drenos verticais

I.2.1

Diâmetro da zona de influência

Drenos são instalados em uma configuração triangular ou quadrada, e o cálculo do espaçamento entre eles é o principal objetivo do projeto. O espaçamento entre eles deve ser menor que a espessura da camada de argila e, portanto, o seu uso não é vantajoso em depósitos de argila pouco espessos. O cálculo do raio de drenagem é efetuado admitindo igualdade entre a área do círculo e um quadrado (configuração quadrada) ou entre um círculo e um hexágono (configuração triangular), onde “S” é o espaçamento entre os drenos, conforme Figura I.3. Drenos em um padrão quadrangular são mais fáceis de organizar e controlar durante a instalação em campo mas, segundo Sathananthan (2005), a configuração triangular geralmente produz um grau de adensamento primário mais uniforme.

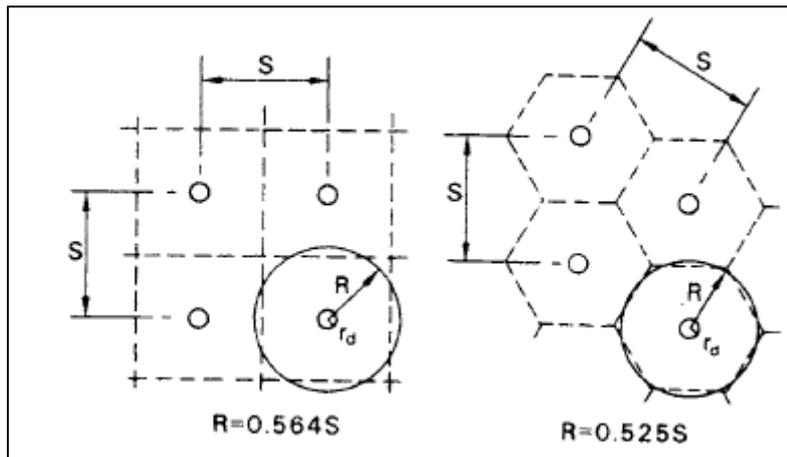


Figura I.3 – Configuração de instalação de drenos (Craig, 2004)

I.2.2

Diâmetro equivalente de drenos pré-fabricados

O raio de drenos de areia pode ser facilmente determinado pelo tamanho do mandril, geralmente circular em sua seção transversal. No entanto, muitos drenos pré-fabricados têm seção transversal retangular (Figura I.4), o que implica na conversão da seção em um círculo equivalente, pois a teoria convencional de adensamento radial assume que os drenos são circulares com fluxo horizontal na condição axissimétrica.

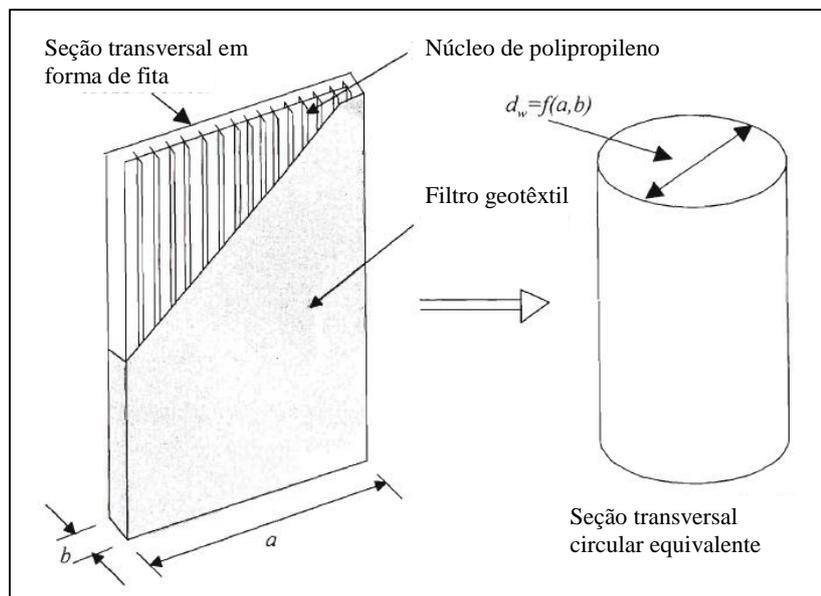


Figura I.4 – Configuração de um drenó pré-fabricado e conversão para uma seção circular equivalente (adaptado de Sathananthan, 2005)

Kjellman (1948) sugeriu que a capacidade de drenagem depende em maior parte da circunferência da seção transversal do que de sua área. Baseado em análises

numérica por elementos finitos, Hansbo (1979) verificou a sugestão de Kjellman, concluindo que drenos em forma de fita e circulares produzem praticamente o mesmo grau de adensamento, desde que as os perímetros sejam iguais. Dessa forma, o diâmetro equivalente d_w de um dreno pré-fabricado pode ser expresso em função da sua largura a e da espessura b , igualando ao perímetro equivalente do círculo:

$$d_w = \frac{2(a + b)}{\pi} \quad (\text{I.1})$$

Atkinson e Eldred (1981) propuseram a aplicação de um fator $\pi/4$ na Eq. (I.1) para levar em conta efeito de canto de drenos retangulares, onde as linha de fluxo convergem rapidamente. A recomendação foi confirmada em análises por elementos finitos realizadas por Rixner et al. (1986) e Hansbo (1987). Logo, a Eq. (I.1) é reescrita como:

$$d_w = \frac{(a + b)}{2} \quad (\text{I.2})$$

Pradhan et al. (1993) sugeriram que o diâmetro equivalente de drenos retangulares pode ser estimado considerando a rede de fluxo ao redor de um cilindro de solo de diâmetro d_e (Figura I.5), sendo:

$$d_w = d_e - 2\sqrt{(s^{-2})} + b \quad (\text{I.3})$$

$$s^{-2} = \sqrt{\frac{1}{4}d_e^2 + \frac{1}{12}a^2 - \frac{2a}{\pi^2}d_e} \quad (\text{I.4})$$

Long e Covo (1994) sugeriram que o diâmetro equivalente d_w pode ser estimado por:

$$d_w = 0,5a + 0,7b \quad (\text{I.5})$$

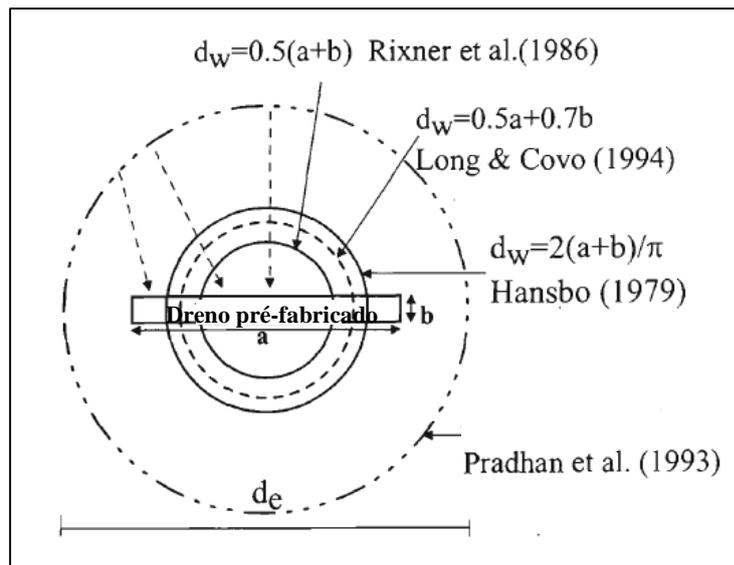


Figura I.5 – Diâmetro equivalente de drenos pré-fabricados retangulares (adaptado de Sathananthan, 2005)

I.2.3

Capacidade de descarga

A capacidade de descarga é o parâmetro mais importante que controla o desempenho de drenos verticais pré-fabricados. Há duas grandes incertezas relacionadas à capacidade de descarga de drenos verticais. A primeira, segundo Holtz et al. (1991), é a determinação da capacidade de descarga requerida em projeto, e a segunda é a medição da capacidade de descarga do dreno em campo ou em laboratório. Para medir a capacidade de descarga, é necessário simular as condições de campo o mais próximo possível. De acordo com Holtz et al. (1991), a capacidade de descarga depende principalmente dos seguintes fatores:

- a área do núcleo do dreno disponível para fluxo;
- o efeito da tensão lateral exercida pelo solo;
- possíveis dobras ou curvaturas do dreno;
- infiltração de partículas finas pelo filtro.

Incorporando os fatores acima, a capacidade de descarga real q_w pode ser expressa por:

$$q_w = (F_t)(F_c)(F_{fc})q_{req} \quad (I.6)$$

onde F_t , F_c e F_{fc} são, respectivamente, os fatores de redução devido ao tempo, às condições do dreno e infiltração/entupimento.

O termo q_{req} é a capacidade de descarga teórica calculada pela teoria de

adensamento radial de Barron (1948):

$$q_{req} = \frac{\varepsilon_f U_{10} l \pi c_h}{4T_h} \quad (I.7)$$

onde ε_f é o recalque final do solo equivalente a 25% do comprimento do dreno instalado, U_{10} denota 10% de grau de adensamento, l é o comprimento do dreno vertical, c_h o coeficiente de adensamento horizontal e T_h o fator tempo para adensamento horizontal.

Segundo Bergado et al. (1996), o fator de redução devido ao tempo F_t foi estimado em ensaios de laboratórios e está compreendido entre 1.03 e 1.48, com valor médio de 1.25. A porcentagem média de redução da capacidade de descarga sob más condições do dreno, como ocorrência de curvaturas e dobras foi admitido igual a 48%, o que torna o valor do fator de redução F_c aproximadamente 2. De ensaios de infiltração, o valor de F_{fc} foi sugerido variar entre 2.8 e 4.2, com valor médio de 3.5. Considerando as piores condições possíveis que podem ocorrer em campo, segundo Rixner et al. (1986), a capacidade de descarga q_w pode variar de 500-800 m³/ano, mas reduz-se a 100-300 m³/ano onde o gradiente hidráulico é unitário sob pressão lateral elevada.

I.3

Fatores que influenciam a eficiência de drenos verticais

I.3.1

Efeito *smear*

Drenos verticais são instalados em campo utilizando um mandril, que é introduzido no solo de forma estática ou dinâmica. Esse processo causa perturbação no solo, especialmente na vizinhança imediata ao mandril. A zona sujeita ao efeito *smear* tem a sua permeabilidade lateral reduzida, o que afeta de maneira negativa o processo de adensamento. A extensão e a permeabilidade da zona perturbada depende de muitos fatores, como o procedimento de instalação dos drenos e tamanho e forma do mandril. Observações de laboratório e campo, como apresentadas por Bergado et al. (1991), Madhav et al. (1993), Indraratna e Redana (1998) e Hird e Moseley (2000) mostraram uma variação contínua da permeabilidade do solo ao longo da distância radial a partir do centro do dreno. A quantificação do efeito *smear* é difícil de ser obtida, embora algumas tentativas de

modelar a variação gradual da permeabilidade com a distância radial foram estudadas por Madhav et al. (1993), Chai et al. (1997) e Hawlader et al. (2002).

O diâmetro d_s da zona sujeita ao efeito *smear* tem sido objeto de muita discussão na literatura. Investigações feitas por Holtz e Holm (1973) e Akagi (1977) indicaram que:

$$d_s = 2d_m \quad (\text{I.8})$$

onde d_m é o diâmetro do círculo com área igual ao da seção transversal do mandril.

Jamiolkowski et al. (1981) propôs que :

$$d_s = \frac{(5 \text{ to } 6)}{2} d_m \quad (\text{I.9})$$

enquanto Hasbo (1981, 1997) sugeriu:

$$d_s = (1,5 - 3,0)d_w \quad (\text{I.10})$$

onde d_w é o diâmetro equivalente do dreno.

Baseado em análises de laboratório e estudos anteriores, Bergado et al. (1991) consideraram:

$$d_s = 2d_w \quad (\text{I.11})$$

Indraratna e Redana (1998) estimaram que a zona de efeito *smear* pode ser tão grande quanto $(4-5)d_w$ enquanto pesquisas realizadas por Bo et al. (2003) e Xiao (2001) indicaram que a mesma pode ser 4 vezes o tamanho do mandril ou 5-8 vezes o diâmetro do dreno.

A Tabela I.1 lista as sugestões de diferentes pesquisadores para a zona de efeito *smear*, tanto na extensão quanto na redução do coeficiente de permeabilidade.

Tabela I.1 – Parâmetros para a zona de efeito *smear* (adaptado de Sathananthan, 2005)

Pesquisador	Extensão	Permeabilidade
Barron (1948)	$r_s = 1,6r_m$	$k_h/k_s = 3$
Hansbo (1979)	$r_s = 1,5 \sim 3r_m$	Livre
Hansbo (1981)	$r_s = 1,5r_m$	$k_h/k_s = 3$
Bergado et al. (1991)	$r_s = 2r_m$	$k_h/k_v = 1$
Onoue (1991)	$r_s = 1,6r_m$	$k_h/k_s = 3$
Almeida et al. (1993)	$r_s = 1,5 \sim 2r_m$	$k_h/k_s = 3 \sim 6$
Indraratna et al. (1998)	$r_s = 4 - 5r_m$	$k_h/k_v = 1,15$
Chai e Miura (1999)	$r_s = 2 - 3r_m$	$k_h/k_s = C_f(k_h/k_s)$
Hird et al. (2000)	$r_s = 1,6r_m$	$k_h/k_s = 3$

Xiao (2001)	$r_s = 4r_m$	$k_h/k_s = 1,3$
-------------	--------------	-----------------

r_s : raio da zona de efeito *smear*; k_s : permeabilidade da zona *smear*; k_v : permeabilidade vertical; k_h : permeabilidade horizontal.

1.3.2

Tamanho e forma do mandril

A perturbação no solo geralmente aumenta com a área total da seção transversal do mandril, de modo que deve estar o mais próximo possível da seção do dreno para minimizar amolgamentos. Akagi (1977, 1981) observou, enquanto estudava o efeito do mandril em argilas moles, que um mandril de extremidade fechada gerava muito excesso de poropressão devido ao deslocamento lateral do solo, causando um descréscimo da resistência ao cisalhamento e do coeficiente de adensamento na área perturbada. Esse excesso de poropressão dissipava-se rapidamente após a instalação do mandril.

Bergado et al. (1991) relataram, após um estudo de caso envolvendo a estabilização de um aterro sobre solo mole com drenos verticais em Bangkok, que o adensamento primário ocorria mais rapidamente em áreas onde drenos de menor seção transversal foram instalados, produzindo menores zonas afetadas pelo efeito *smear*.

1.3.3

Procedimento de instalação

Avaliar o efeito da instalação no grau de perturbação no solo é uma questão complexa na mecânica dos solos. Baligh (1985) desenvolveu um método denominado “caminho de deformação” para estimar a perturbação causada pela instalação de vários elementos rígidos no solo. O estado de deformação durante a penetração axissimétrica não drenada de estacas com ponta fechada tem três componentes de deformação desviadora, E_1 , E_2 e E_3 . A primeira E_1 é a deformação cisalhante em um ensaio triaxial, E_2 a deformação obtida de ensaios com pressiómetro e E_3 a deformação de ensaios de cisalhamento direto. O segundo invariante de deformação desviadora, a deformação octaédrica γ_{oct} , é dado por:

$$\gamma_{oct} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 E_i^2} \quad (\text{I.12})$$

A Figura I.6 apresenta a distribuição teórica da deformação cisalhante octaédrica com a distância radial de um mandril circular.

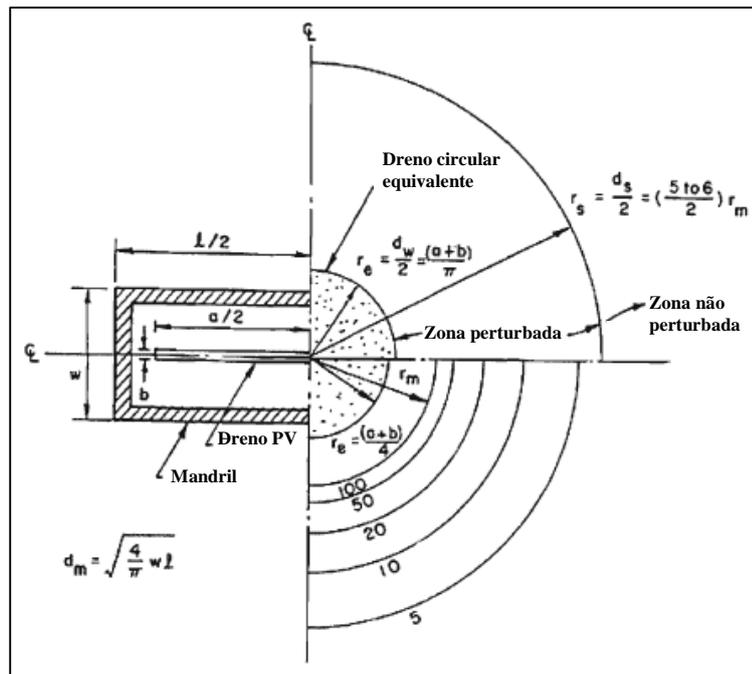


Figura I.6 – Aproximação da zona perturbada ao redor do mandril (adaptado de Sathanathan, 2005)

I.3.4

Resistência do dreno

A resistência do dreno refere-se à permeabilidade finita do dreno vertical em relação ao solo. Perda de carga ocorre quando a água flui ao longo do dreno e retarda o adensamento radial em certa medida. A resistência do dreno é controlada pela sua capacidade de descarga, pela permeabilidade horizontal do solo e pelo máximo comprimento de descarga.

Mersi e Lo (1991) propuseram uma equação governante para o fluxo vertical no interior do dreno vertical em termos do excesso de poropressão na interface solo-dreno. Baseado nessa equação, o fator de resistência do dreno pode ser expresso por:

$$R = \frac{q_w}{k_h l_m^2} \quad (\text{I.13})$$

onde q_w é a capacidade de descarga, k_h a permeabilidade horizontal e l_m o comprimento máximo de descarga.

Segundo Sathananthan (2005), análises do desempenho em campo de drenos verticais indicaram que a resistência do dreno pode ser negligenciada quando R é maior que 5. Assim, a capacidade mínima de descarga é dada por $q_w = 5k_h l_m^2$.

Dados de laboratório e de campo indicam geralmente que a capacidade de descarga da maioria dos drenos pré-fabricados não tem quase nenhuma influência na taxa de adensamento de argilas (Indraratna et al., 1994). Para valores de q_w maiores que 100-150 m³/ano (no campo), considerando drenos com comprimentos de até 30 m, não há nenhum acréscimo significativo no tempo de adensamento. Pode-se afirmar que para drenos pré-fabricados a resistência do dreno é usualmente negligenciada na prática da engenharia, a não ser em situações de drenos muito longos ou ocorrência de alguma irregularidade geométrica durante a instalação ou o uso. Na maioria das argilas moles, a resistência do dreno pode ser ignorada para drenos pré-fabricados menores do que 15 m. A Tabela I.2 apresenta um resumo dos índices de resistência de drenos propostos por alguns autores.

Tabela I.2 – Parâmetros propostos para o índice de resistência do dreno (adaptado de Sathananthan, 2005)

Pesquisador	Índice de resistência do dreno
Aboshi e Yoshikuni (1967)	$R_i = \frac{(n^2 - 1) k_h}{4F(n)n^2 k_w} \left(\frac{l_m}{r_w}\right)^2 = \frac{\pi(n^2 - 1) 1}{4F(n)n^2 R}$
Yoshikuni e Nakanodo (1974) e Onoue (1988)	$L = \frac{8 k_h}{\pi^2 k_w} \left(\frac{l_m}{r_w}\right)^2 = \frac{8 1}{\pi R}$
Hansbo (1981)	$W = 2 \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_m}{r_w}\right)^2 = 2\pi \frac{1}{R}$
Stamatopoulos e Kotzias (1985)	$R_i = \frac{1}{F(n)} \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_m}{r_w}\right)^2 = \frac{\pi}{F(n)} \frac{1}{R}$
Zeng e Xie (1989)	$G = \frac{1}{4} \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_m}{r_w}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \frac{1}{R}$
Mersi e Lo (1991)	$R = \pi \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_m}{r_w}\right)^2 = \frac{q_w}{k_w l_m^2}$

n: razão de espaçamento entre o diâmetro total do bloco de solo analisado e o diâmetro do dreno.
 $n = d_e/d_w$.

Apêndice II – Equação de Bessel

A Equação de Bessel é dada por:

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0 \quad (\text{II.1})$$

Pelo teorema de Frobenius, uma solução para a Eq. (II.1) é dada por:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+r} \quad (\text{II.2})$$

Substituindo a Eq. (II.2) em (II.1), tem-se:

$$\begin{aligned} x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y &= \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+r)(n+r-1)x^{n+r} + \dots \\ &\dots + \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+r)x^{n+r} + \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+r+2} - \nu^2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+r} \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

$$\begin{aligned} x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y &= c_0(r^2 - r + r - \nu^2) + \dots \\ &\dots + x^r \sum_{n=1}^{\infty} c_n [(n+r)(n+r-1) + (n+r) - \nu^2]x^n + x^r \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+2} \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

$$\begin{aligned} x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y &= c_0(r^2 - \nu^2) + \dots \\ &\dots + x^r \sum_{n=1}^{\infty} c_n [(n+r)^2 - \nu^2]x^n + x^r \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+2} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Em (II.5), vemos que a equação indicial é $r^2 - \nu^2 = 0$, portanto as raízes indiciais são $r_1 = \nu$ e $r_2 = -\nu$. Quando $r_1 = \nu$, a Eq. (II.5) torna-se:

$$\begin{aligned} x^\nu \sum_{n=1}^{\infty} c_n n(n+2\nu)x^n + x^\nu \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+2} &= \dots \\ \dots x^\nu \left[(1+2\nu)c_1 x + \sum_{n=2}^{\infty} c_n n(n+2\nu)x^n + \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+2} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

$$x^\nu \sum_{n=1}^{\infty} c_n n(n+2\nu)x^n + x^\nu \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+2} = \dots \quad (\text{II.7})$$

$$\dots x^\nu \left[(1+2\nu)c_1 x + \sum_{k=0}^{\infty} [(k+2)(k+2+2\nu)c_{k+2} + c_k] x^{k+2} \right] = 0$$

Logo, pelo argumento usual, podemos escrever:

$$(1+2\nu)c_1 = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$(k+2)(k+2+2\nu)c_{k+2} + c_k = 0 \quad (\text{II.9})$$

$$c_{k+2} = -\frac{c_k}{(k+2)(k+2+2\nu)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{II.10})$$

A escolha de $c_1 = 0$ em (II.10) implica $c_3 = c_5 = c_7 = 0$. Daí, para $k = 0, 2, 4, \dots$, encontramos, após fazer $k+2 = 2n$, $n = 1, 2, 3, \dots$, que:

$$c_{2n} = -\frac{c_{2n-2}}{2^{2n}(n+\nu)} = \frac{(-1)^n c_0}{2^{2n} n! (1+\nu)(2+\nu) \dots (n+\nu)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{II.11})$$

É uma prática padrão escolher para c_0 um valor específico, a saber:

$$c_0 = \frac{1}{2^\nu \Gamma(1+\nu)} \quad (\text{II.12})$$

Em que $\Gamma(1+\nu)$ é a função Gama. Como essa última função possui a conveniente propriedade $\Gamma(1+\alpha) = \alpha\Gamma(\alpha)$, podemos reduzir o produto indicado no denominador de (II.11) a um termo, sendo:

$$c_{2n} = \frac{(-1)^n}{2^{2n+\nu} n! (1+\nu)(2+\nu) \dots (n+\nu) \Gamma(1+\nu)} \quad (\text{II.13})$$

$$= \frac{(-1)^n}{2^{2n+\nu} n! \Gamma(1+\nu+n)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Segue-se que uma solução é:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_{2n} x^{2n+\nu} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! \Gamma(1+\nu+n)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+\nu} = J_\nu(x) \rightarrow r_1 = \nu \quad (\text{II.14})$$

$$J_{-\nu}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! \Gamma(1-\nu+n)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n-\nu} \rightarrow r_1 = -\nu \quad (\text{II.15})$$

As funções $J_\nu(x)$ e $J_{-\nu}(x)$ são chamadas de funções de Bessel de primeira espécie de ordem ν e $-\nu$. A função de Bessel de segunda espécie é dada pela Eq. (II.16), sendo:

$$Y_\nu(x) = \frac{\cos \nu\pi J_\nu(x) - J_{-\nu}(x)}{\sin \nu\pi} \quad (\text{II.16})$$

As Figuras (II.1) e (II.2) apresentam as funções de Bessel de primeira e segunda espécie, respectivamente, de ordem 0 a 4.

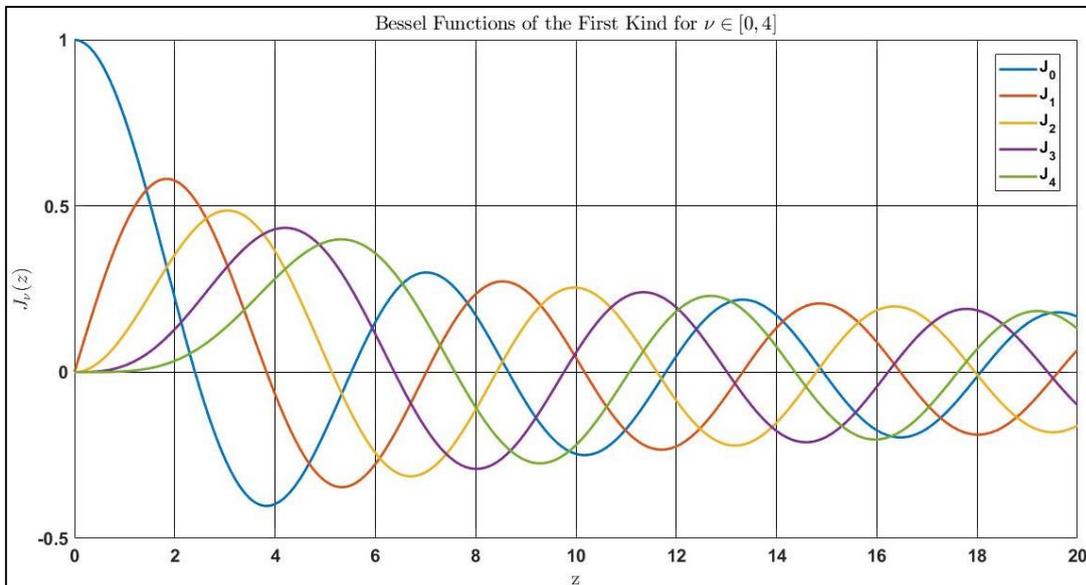


Figura II.1 – Funções de Bessel de primeira espécie, de ordem 0 a 4 (Autor, 2021)

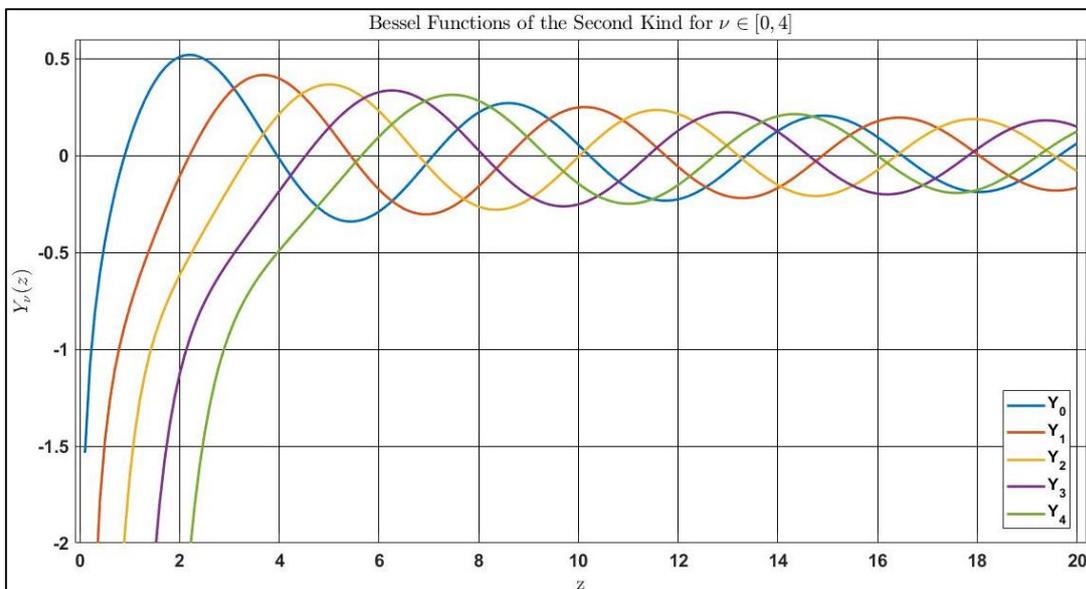


Figura II.2 – Funções de Bessel de segunda espécie, de ordem 0 a 4 (Autor, 2021)

Apêndice III – Autovalores $\mu_1-\mu_5/\lambda_1-\lambda_5$ para diversos valores de N

Quadro III.1 – Autovalores $\mu_1-\mu_5/\lambda_1-\lambda_5$ para diversos valores de N (Autor, 2020)

N	μ_1/λ_1	μ_2/λ_2	μ_3/λ_3	μ_4/λ_4	μ_5/λ_5
5	0.2823580	1.1392100	1.9391800	2.7312100	3.5204000
6	0.2180720	0.9074940	1.5485600	2.1828000	2.8145600
7	0.1765100	0.7534490	1.2883800	1.8173400	2.3441000
8	0.1475980	0.6437050	1.1027000	1.5564000	2.0081200
9	0.1264120	0.5615990	0.9635600	1.3607800	1.7561900
10	0.1102690	0.4978840	0.8554290	1.2086800	1.5602900
11	0.0975920	0.4470220	0.7689930	1.0870500	1.4036000
12	0.0873916	0.4054910	0.6983290	0.9875770	1.2754300
13	0.0790199	0.3709470	0.6394870	0.9047130	1.1686500
14	0.0720346	0.3417700	0.5897340	0.8346240	1.0783100
15	0.0661241	0.3168040	0.5471200	0.7745720	1.0009000
16	0.0610626	0.2952020	0.5102130	0.7225450	0.9338180
17	0.0566830	0.2763290	0.4779420	0.6770390	0.8751390
18	0.0528588	0.2597000	0.4494860	0.6369010	0.8233750
19	0.0494927	0.2449390	0.4242070	0.6012360	0.7773730
20	0.0465086	0.2317500	0.4016030	0.5693350	0.7362220
21	0.0438462	0.2198950	0.3812720	0.5406350	0.6991950
22	0.0414571	0.2091820	0.3628870	0.5146770	0.6657010
23	0.0393022	0.1994540	0.3461840	0.4910860	0.6352580
24	0.0373493	0.1905820	0.3309410	0.4695540	0.6074680
25	0.0355718	0.1824580	0.3169750	0.4498220	0.5820000
26	0.0339475	0.1749920	0.3041340	0.4316750	0.5585740
28	0.0310871	0.1617380	0.2813210	0.3994260	0.5169390
30	0.0286505	0.1503330	0.2616730	0.3716420	0.4810610
32	0.0265515	0.1404170	0.2445760	0.3474570	0.4498250
34	0.0247258	0.1317180	0.2295640	0.3262140	0.4223840
36	0.0231241	0.1240240	0.2162780	0.3074090	0.3980880
38	0.0217083	0.1171730	0.2044380	0.2906450	0.3764270
40	0.0204483	0.11110320	0.1938200	0.2756070	0.3569930
50	0.0157890	0.0879276	0.1538070	0.2189020	0.2836850
∞	0.0128038	0.0727350	0.1274340	0.1814910	0.2352950
70	0.0107363	0.0619918	0.1087500	0.1549680	0.2009720
80	0.0092239	0.0539969	0.0948257	0.1351880	0.1753660
90	0.0080720	0.0478175	0.0840496	0.1198720	0.1555330