3
Análise Teórica

O comportamento térmico de um poço de petróleo durante sua perfuração pode ser estudado através da análise da transferência de calor durante o escoamento nas geometrias espaço anular e tubo, os quais se assemelham à região do poço situada entre a coluna e a formação e também ao interior da coluna, respectivamente.

A análise térmica dos escoamentos fez-se através da equação de balanço de energia. Esta equação, juntamente com a equação de balanço de quantidade de movimento, permitiu estabelecer quais os parâmetros adimensionais importantes a serem observados nos experimentos, bem como estabelecer dimensões para partes da bancada e especificar alguns equipamentos/instrumentos a serem utilizados.

Nos itens subseqüentes neste capítulo, o equacionamento é feito somente para o escoamento interno a um tubo, mas isso é suficiente para fornecer as informações importantes para o caso do espaço anular, já que, qualitativamente, a análise é semelhante, tendo-se apenas que levar em conta o diâmetro hidráulico e respeitar as áreas superficiais de troca de calor.

3.1
Balanço de Energia

A equação da energia, quando escrita em função de coordenadas cilíndricas, bi-dimensional, para escoamento em regime permanente, laminar, completamente desenvolvido e, utilizando-se a equação da continuidade, supondo-se ρ, k e c_p independentes da temperatura, fica:

$$\rho c_p v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \eta\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^2 \qquad (3\text{-}1)$$

onde,

ρ é a densidade do fluido

c_p é o calor específico do fluido

r é a coordenada radial do escoamento
z é a coordenada axial do escoamento
T é a temperatura do fluido
v_z é a velocidade do fluido na direção axial
k é a condutividade térmica
η é a viscosidade característica

Para escoamento em tubo submetido a um fluxo de calor uniforme na superfície, fazendo-se um balanço de energia no fluido que escoa através do mesmo, obtém-se:

$$\rho \bar{v} A_t c_p dT_b = -q_w dA_s \tag{3-2}$$

onde
$\bar{v}$ é a velocidade média do escoamento
T_b é a temperatura de *bulk*
q_w é o fluxo de calor incidente na superfície do tubo
A_t é a área transversal ao escoamento
A_s é a área superficial do tubo

Como

$$A_t = \frac{\pi D^2}{4} \tag{3-3}$$

e

$$dA_s = \pi D dz \tag{3-4}$$

então, pela equação 3-2

$$\frac{dT_b}{dz} = \frac{-4q_w}{\rho \bar{v} c_p D} \tag{3-5}$$

Adimensionalizam-se agora as seguintes variáveis, que representam raio, comprimento, velocidade, temperatura e viscosidade, respectivamente:

$$r' = \frac{r}{R} \qquad z' = \frac{z}{D} \qquad v' = \frac{v}{\bar{v}} \qquad T' = \frac{T - T_b}{\left(\frac{q_w D}{k}\right)} \qquad \eta' = \frac{\eta}{\eta_c} \tag{3-6}$$

onde
η_c é a viscosidade característica do escoamento.

Introduzindo-as na equação da energia, pode-se reescrever tal equação em função dos parâmetros adimensionais conhecidos da literatura. Assim sendo, supondo escoamento em regime permanente, laminar e completamente desenvolvido, desprezando a condução na direção axial e rearranjando, a equação da energia fica

$$2Pe\,v^{'}\frac{\partial T^{'}}{\partial z^{'}} - 8v^{'} = \frac{4}{r^{'}}\frac{\partial}{\partial r^{'}}\left(r^{'}\frac{\partial T^{'}}{\partial r^{'}}\right) + Br\dot{\gamma^{'}}^{2}\eta^{'} \tag{3-7}$$

$$Pe = \frac{\rho c_p \overline{v} D}{k} \tag{3-8}$$

$$Br = \frac{\eta_c \dot{\gamma} D^2}{k\left(T_w - T_b\right)} \tag{3-9}$$

onde
$\eta^{'}$ = função viscosidade
$\dot{\gamma^{'}}$ = taxa de cisalhamento adimensional do fluido
Pe = número de Peclet
Br = número de Brinkmann

O número de Peclet independe da quantidade de calor trocada. O número de Brinkman indica a relação entre a dissipação de energia mecânica (por ação viscosa) e a energia que é trocada por condução.

3.2 Balanço de Quantidade de Movimento

O fluido utilizado nos experimentos foi do tipo viscoplástico, que apresenta uma aparente tensão mínima para escoar. Relembrando o que foi mencionado no capítulo anterior a respeito do modelo de fluido de trabalho, para o dimensionamento da bancada experimental foi necessário supor um modelo de comportamento para o fluido de modo que, para o modelo adotado, houvessem dados experimentais disponíveis na literatura. Estas informações sobre as propriedades reológicas do fluido precisariam ser incluídas nas análises dos valores limitantes (ordem de grandeza) das variáveis de controle dos experimentos. Logo, para este fim, escolheu-se utilizar o modelo de Herschel-Bulkley. O fluido de Herschel-Bulkley, quando submetido ao cisalhamento, exibe uma tensão mínima de escoamento aparente (τ_0), sendo seu comportamento descrito pela seguinte equação:

$$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1} & \text{, quando } \tau \geq \tau_o \\ \infty & \text{, quando } \tau < \tau_o \end{cases} \tag{3-10}$$

onde
n = índice de comportamento
K = índice de consistência

Para $\tau_0 = 0$, $K = \mu$ e $n = 1$, o presente modelo se torna o caso do fluido Newtoniano. Na lama de perfuração o índice n é um parâmetro muito importante, pois observa-se que a viscosidade diminui mais rapidamente com $\dot{\gamma}$ quando o n diminui.

Com o conhecimento dos dados característicos do fluido, a equação de quantidade de movimento foi aplicada ao modelo de fluido adotado, conforme mostrado a seguir.

Em escoamento laminar e desenvolvido no interior de tubos de seção circular, a equação de quantidade de movimento reduz-se a

$$\tau_{rz} = \tau_R \frac{r}{R} \tag{3-11}$$

pois

$$\tau_{rz} = \left(\frac{-\Delta p}{L}\right)\left(\frac{r}{2}\right) \tag{3-12}$$

De acordo com o modelo de fluido adotado, a porção de fluido contido no tubo que é submetido a uma tensão cisalhante cujo valor está abaixo da tensão limite de escoamento, está numa região delimitada por um raio $r = r_0$ onde o fluido apresenta movimento de corpo rígido (também conhecido como *plug flow*). No limite de tal região a equação 3-11 fica

$$\tau r_0 = \tau_R \frac{r_0}{R} \tag{3-13}$$

Como para o caso do fluido Newtoniano Generalizado a tensão é dada por

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \tag{3-14}$$

e quando aplicada ao modelo de Herschel-Bulkley fora da região de *plug flow* fica

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n \tag{3-15}$$

então, selecionando-se valores característicos para a taxa de deformação, viscosidade e tensão cisalhante, respectivamente, como

$\dot{\gamma}_c$ (taxa de deformação em $r = R$)
η_c (viscosidade quando $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_c$)
τ_R (tensão cisalhante em $r = R$)

pode-se escrever, conseqüentemente,

$$\eta_c = \eta(\dot{\gamma}_c) \tag{3-16}$$

$$\tau_R = \eta(\dot{\gamma}_c)\dot{\gamma}_c = \tau_0 + K\dot{\gamma}_c^n \tag{3-17}$$

$$\dot{\gamma}_c = \left(\frac{\tau_R - \tau_0}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{3-18}$$

Adimensionalizando a equação 3-11 a partir dos seguintes parâmetros:

$$\dot{\gamma}' = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \qquad \eta' = \frac{\eta}{\eta_c} \qquad \tau' = \frac{\tau}{\tau_R} \qquad r' = \frac{r}{R} \tag{3-19}$$

obtém-se

$$\tau' = r' \tag{3-20}$$

e aplicando à equação do modelo de Herschel-Bulkley chega-se a :

$$r_0' + (1 - r_0')(\dot{\gamma}')^n = r' \tag{3-21}$$

ou

$$\dot{\gamma}' = \left(\frac{r' - r_0'}{1 - r_0'}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{3-22}$$

Mas, como

$$v' = -\frac{v}{\overline{v}} \tag{3-23}$$

e definindo-se

$$v' = -\frac{v}{\dot{\gamma}_c R} \tag{3-24}$$

onde $\dot{\gamma}_c R$ é a velocidade característica do escoamento e, como

$$\dot{\gamma}' = -\frac{dv'}{dr'} \tag{3-25}$$

sendo

$$dr' = d(r' - r_0') \tag{3-26}$$

ao integrar-se a equação 3-25 obtém-se o perfil da velocidade adimensional em função de r_0 e n:

$$v' = \begin{cases} \left(\frac{1}{1-r_0'}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1}\left[\left(1 - r_0'\right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(r' - r_0'\right)^{\frac{n+1}{n}}\right] & , r' > r_0' \\ \\ \frac{n}{n+1}(1 - r_0') \quad , & \text{r}' \leq r_0' \Rightarrow \quad \text{região do } \textit{plug flow} \end{cases} \tag{3-27}$$

Conhecendo-se a vazão volumétrica, a geometria e as dimensões da seção de escoamento determina-se a velocidade média do fluxo:

$$Q = \overline{v} A_t \tag{3-28}$$

onde
Q é a vazão volumétrica
$\overline{v}$ é a velocidade média
A_t é a área transversal ao escoamento

Para o escoamento no interior de tubos, no caso de um fluido modelado por Herschel-Bulkley tem-se

$$\pi R^2 \overline{v} = \int_0^{r_0} v_0 2\pi r dr + \int_{r_0}^{R} v 2\pi r dr \tag{3-29}$$

onde o primeiro termo ao lado direito desta equação corresponde à região de *plug flow*. Adimensionalizando-se com os parâmetros anteriormente definidos chega-se a

$$\overline{v}' = v_0' r_0'^2 + 2\int_{r_0'}^{1} v' r' dr' \tag{3-30}$$

Integrando-se esta equação e, pela equação 3-27, tem-se a velocidade média adimensional dada por

$$\overline{v}' = \frac{2n}{n+1}\left\{\frac{1}{2}(1-r_0') - \frac{n}{2n+1} r_0'(1-r_0')^2 - \frac{n}{3n+1}(1-r_0'^3)\right\} \tag{3-31}$$

Por outro lado, a velocidade média pode ser escrita em função do número de Reynolds, isto é

$$\overline{v} = \frac{Re\eta_c}{\rho D_H} \tag{3-32}$$

Esta equação, juntamente com a 3-24, possibilitou a avaliação da perda de carga para o projeto da bancada.