1.1 Introdução

O interesse crescente dos físicos na análise do comportamento do mercado financeiro, e em particular na análise das séries temporais econômicas deu origem a uma nova área de pesquisa chamada de Econofísica. Entre as razões para o surgimento desta área interdisciplinar, podemos citar:

- i. As séries temporais financeiras, como por exemplo as de índices de mercado de ações ou de taxas de câmbio, são o resultado da atuação de um grande número de negociadores que interagem entre si de forma cooperativa e/ou competitiva ao reagirem a informações externas. O mercado financeiro é assim um exemplo de sistema que apresenta um tipo de comportamento complexo, muito estudado na física.
- ii. A disponibilidade recente de grande número de dados em escalas de tempo que vão de aproximadamente um minuto a um ano permite a aplicação de vários métodos de análise oriundos da física estatística para caracterizar e modelar a evolução dinâmica do mercado.

A descrição do comportamento complexo das flutuações de preço fornece informações que podem levar ao entendimento da organização do mercado e também das interações entre os agentes. Nessa dissertação, vamos tratar de um importante parâmetro de modelagem dinâmica do mercado financeiro: a volatilidade.

O termo volatilidade, na literatura econômica, expressa o quanto os preços do mercado financeiro estão propensos a flutuar. A volatilidade, portanto, está relacionada à quantidade de informação que chega ao mercado, que por sua vez

determina a atuação dos negociadores, e conseqüentemente, as flutuações de preço.

Sem uma estimativa para a volatilidade, é difícil para os negociadores identificar situações onde os preços estejam super ou subestimados. Além disso, entender as propriedades estatísticas da volatilidade tem importância prática, pois ela quantifica o risco associado à dinâmica de preço do ativo financeiro, afetando o valor do preço racional dos derivativos.

Uma vez que a volatilidade é uma medida da quantidade de informações que chega ao mercado e as propriedades estatísticas dos preços são governadas por estas informações, podemos considerar o processo estocástico da volatilidade como mais fundamental do que o processo estocástico dos preços.

De fato, os primeiros modelos econométricos para a flutuação de preços ARCH e GARCH [4] e mais recentemente FIGARCH [5] consideram a volatilidade como a variável estocástica principal.

Recentemente, físicos caracterizaram mais precisamente as distribuições empíricas de diferentes ativos financeiros, em particular dos índices de ações e de taxas de câmbio no mercado mundial [1, 2, 3], obtendo resultados acurados desde escalas de tempo curtas (escalas intra-diárias). Abaixo mostramos a função densidade de probabilidade (*pdf*) para as flutuações de preço (retornos) em escalas de tempo de um minuto do índice S&P 500 do mercado americano [6]. O gráfico semi-logaritmico apresenta o ajuste proposto para a *pdf* dos retornos de preços normalizados (isto é, retornos divididos pelo desvio padrão de seus valores).

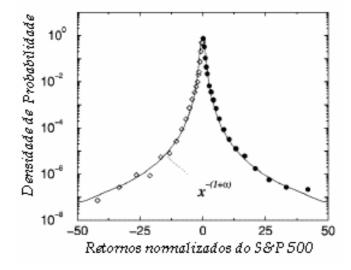


Fig. 1.1. Gráfico semi-log da pdf para os retornos normalizados do S&P 500.

Estas distribuições convergem progressivamente para a distribuição Gaussiana em escalas de tempo mais longas, que por sua vez se torna aproximadamente verdadeira a partir da escala mensal.

Observa-se ainda um grau de universalidade da forma apresentada pelas distribuições de mudanças de preços diários dos diversos mercados desenvolvidos (como por exemplo, Estados Unidos, Alemanha e Japão), assim como das taxas de câmbio entre as moedas mais negociadas.

Apesar de pesquisa extensa dos mercados financeiros desenvolvidos, principalmente do americano, pouco se conhece sobre a estrutura dos mercados emergentes, cuja organização industrial é em geral bem diferente das economias desenvolvidas. Estes mercados são tipicamente menores, menos líquidos e mais voláteis que o mercado financeiro conhecido. Todos esses fatores podem contribuir para um comportamento dinâmico diferente tanto da volatilidade quanto dos retornos de preços nos mercados em desenvolvimento.

Uma questão natural é o de investigar se as propriedades estatísticas dos retornos dependem do grau de desenvolvimento do mercado. De fato, análises empíricas das flutuações de preços no mercado de ações indiano [7] e brasileiro [8] por exemplo, mostraram que as caudas das distribuições de retorno de preços possuem um comportamento diferente das do mercado americano.

Abaixo mostramos os gráficos superpostos da cauda da direita (cauda positiva) da *pdf* de retornos diários normalizados dos mercados americano e indiano [7].

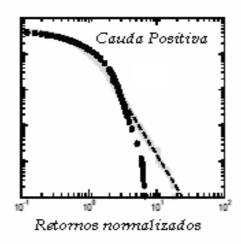


Fig. 1.2. Gráfico log-log da *pdf* de retornos diários normalizados (cauda positiva) dos mercados americano □ e indiano ■.

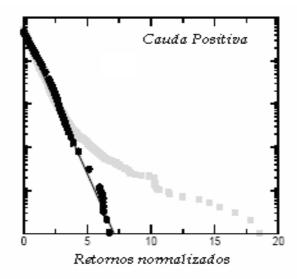


Fig. 1.3. Gráfico semi-log da *pdf* de retornos diários normalizados (cauda positiva) dos mercados americano □ e indiano ■.

Os quadrados escuros representam dados de 49 ações indianas, ao passo que os quadrados claros são dados de 49 ações americanas. Em ambos os casos foi considerado o período compreendido entre novembro de 1994 e junho de 2002. A linha pontilhada na Fig.1.2 representa ajuste em lei de potência para os dados do mercado americano de ações. Já a linha cheia na Fig. 1.3, por sua vez, representa um ajuste de cauda exponencial para os dados do mercado indiano.

Este resultado já havia sido obtido para o mercado brasileiro. Abaixo mostramos o gráfico da distribuição acumulada de retornos diários do IBOVESPA [8]. A linha cheia representa um ajuste exponencial para a cauda positiva desta distribuição.

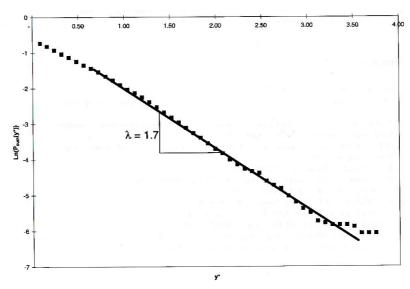


Fig. 1.4. Gráfico semilog da distribuição acumulada de retornos diários normalizados do IBOVESPA.

Outra importante caracterização estatística das flutuações de preços é a medida de correlação temporal.

De acordo com um importante paradigma do mercado financeiro, toda informação disponível é imediatamente processada e incorporada no novo valor de preço dos títulos negociados. Dessa forma, o mercado é altamente eficiente na determinação do preço racional desse ativo. Consequentemente, no mercado eficiente, as mudanças de preço são imprevisíveis a partir da série temporal histórica dessas mudanças. Isso significa que o comportamento da série de variações de preços é equivalente a um passeio aleatório ("random walk") não-correlacionado.

Abaixo ilustramos esse resultado para o índice S&P 500 [6]. O gráfico semi-logaritmo mostra a função de autocorrelação dos retornos de preços de um minuto em função do intervalo de tempo \boldsymbol{t} entre as medidas. A linha reta corresponde a um decaimento exponencial com tempo característico $\boldsymbol{t}=4\,\mathrm{min}$. Vê-se que, após um atraso temporal de 20 min, as correlações estão em nível de ruído.

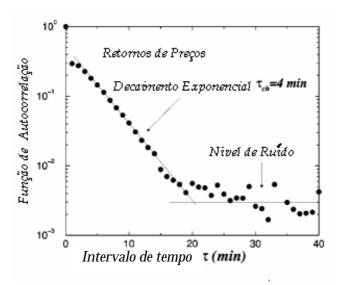


Fig. 1.5. Gráfico semi-log da função de autocorrelação dos retornos de preços do S&P 500 em função do atraso temporal.

No caso do mercado brasileiro, mostrou-se [8] que as flutuações de preços são não-correlacionadas para escalas de tempo diária, de acordo com a hipótese de mercado eficiente.

Existem, no entanto, evidências de que os mercados emergentes são menos informacionalmente eficientes que os mercados desenvolvidos. Várias razões são plausíveis para esta maior ineficiência:

- i. Pior qualidade (baixa precisão) da informação disponível.
- ii. Análises quantitativas de precificação caras e limitadas, de tal forma que os investimentos são em sua maioria mais conservadores, isto é, situações de maior risco (e de maior lucro esperado) são evitadas.
- iii. A ausência de estratégias de investimento otimizadas levando a uma má precificação, que muitas vezes demora a ser detectada e corrigida.
- iv. A existência de poucas instituições financeiras grandes (sólidas) contribuindo para o volume total de negócios, tornando o mercado mais suscetível a pequenas instabilidades.
- v. Um maior controle do Estado e consequentemente, um mercado mais exposto a mudanças de política administrativa. Essa interferência do Estado faz com que o mercado pague um prêmio pelo risco político inerente a essa interferência, afetando diretamente o preço dos ativos. Este prêmio pode ser observado claramente em momentos mais conturbados do nosso cenário político, assim como do cenário internacional.

Um importante aspecto que está relacionado a todos esses fatores em destaque é o tamanho do mercado, isto é, o número de agentes do mercado, pois em um mercado pequeno as distorções são relativamente mais importantes. Movimentos provocados por um único agente podem fazer com que um ativo fique fora de seu preço real por um período maior até do que de um dia, dependendo da liquidez desse ativo. Essas distorções, por menores que sejam, podem se tornar relevantes na determinação dos preços no mercado. Todos esses fatores tornam o mercado menos ágil e, portanto, menos eficiente.

Na verdade, a independência linear de pares de flutuação de preços não significa que eles sejam variáveis aleatórias independentes. Vários resultados para o mercado de ações e de taxas de câmbio mostraram que funções não-lineares de mudanças de preços (tais como o valor absoluto ou quadrático) apresentam autocorrelação significativa entre observações distantes no tempo, caracterizando a existência de memória de longo alcance nas séries de retorno.

A figura abaixo ilustra este comportamento para a correlação da magnitude de flutuações de preços do índice S&P 500 em função do intervalo de tempo *t* [6] entre as medidas. A linha cheia representa comportamento em lei de potência para a função de autocorrelação, caracterizando memória de longo alcance.

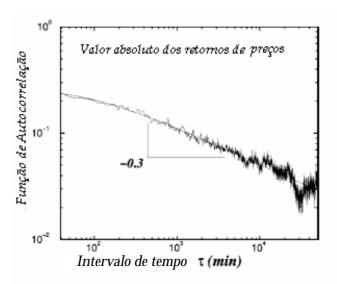


Fig. 1.6. Gráfico log-log da função de autocorrelação da magnitude dos retornos de preços do índice S&P 500 em função do intervalo de tempo entre as medidas.

Deve-se notar que um dia de pregão equivale a 390 minutos (6:30h de pregão). Desta forma, utilizando a informação contida nesta ou em outra série temporal é possível realizar previsão de variações de preços em escala temporal diária, contrariando a hipótese de mercado eficiente.

A presença de memória de longo alcance sugere ainda que exista algum outro processo estocástico subjacente ao de preços. Este processo é, como vimos, o da volatilidade.

Inicialmente, é necessário definir um estimador para a volatilidade. Sendo ela uma medida da magnitude das flutuações de preços, podem ser utilizados vários estimadores de volatilidade, tanto dados em termos de valores médios locais do valor absoluto das variações de preços como pelo desvio padrão das flutuações de preços, ambos em janela temporal adequada.

A caracterização das propriedades estatísticas da volatilidade do mercado financeiro, no entanto, ainda não são conclusivas. Além disso, da mesma forma que no caso das distribuições de preços, deve-se esperar um comportamento não-universal entre economias desenvolvidas e em desenvolvimento, como é o caso do mercado brasileiro.

1.2 Objetivos

Essa dissertação tem os objetivos principais seguintes:

- Caracterizar da função de distribuição da volatilidade empírica do mercado de ações brasileiro na escala diária.
- ii. Examinar a sensitividade dos resultados de acordo com o estimador utilizado para medir a volatilidade.
- iii. Analisar comparativamente os modelos estocásticos compatíveis com as distribuições obtidas.

1.3 Estrutura dos capítulos

No capítulo 2 apresentamos a base de dados do mercado de ações brasileiro e os resultados empíricos para a caracterização estatística da volatilidade de acordo com o estimador utilizado. No capítulo 3 apresentamos vários modelos de volatilidade estocástica da literatura.

No capítulo 4, comparamos a *pdf* da volatilidade empírica diária do IBOVESPA obtida para cada estimador com a *pdf* associada aos modelos de volatilidade estocástica, através de testes de hipótese. Apresentamos também as conclusões.