

4

Detecção Multiusuário com Estágio Decorrelator e Detecção Ótima por Grupos

4.1

Introdução

Os sistemas DS/CDMA convencionais utilizam receptores implementados a partir de um banco de filtros casados às seqüências de espalhamento, que desespalham os sinais dos usuários ativos no sistema, permitindo assim a detecção dos mesmos. Contudo, o receptor convencional empregado tem seu desempenho prejudicado pela presença da IMA e pelo efeito *near-far*. Receptores multiusuário, que efetuam o processamento do sinal desejado conjuntamente com os sinais interferentes, foram elaborados visando justamente atenuar ou até mesmo eliminar esses efeitos nocivos causados pela IMA. Dois destes receptores foram abordados em mais detalhes no capítulo anterior: são eles o Receptor Ótimo e o Receptor Decorrelator. O Receptor Ótimo fornece, em termos de desempenho, a menor probabilidade de erro de símbolo. Este desempenho, no entanto, só é conseguido às custas de uma complexidade exponencial com o número de usuários ativos no sistema. Outro ponto fraco do Receptor Ótimo decorre de sua necessidade de estimar o canal de propagação, uma vez que o conhecimento das amplitudes dos sinais na recepção é imprescindível para o seu correto funcionamento. O uso do Receptor Decorrelator surge então como uma alternativa viável, uma vez que ele elimina a IMA do sistema, apresentando portanto total robustez quanto ao efeito *near-far*. Ademais, para modulações M-PSK e propagação em canais não-seletivos em frequência, apenas a estimação da mudança de fase introduzida pelo canal se faz necessária. Todavia, as K amostras que compõem o vetor de ruído na saída do estágio decorrelator apresentam correlação entre si, fato este que não é explorado, uma vez que a detecção do sinal do k -ésimo usuário é efetuada de forma independente da detecção dos sinais dos demais $K - 1$ usuários ativos no sistema.

Recentemente, foi proposto [17] um receptor multiusuário híbrido com estágio decorrelator e detecção ótima por grupos. O conceito clássico de detecção

por grupos consiste no particionamento, em grupos, dos sinais dos usuários, na saída do banco de filtros casados. Esquemas de detecção multiusuário (possivelmente diferentes) são aplicados a cada um dos grupos que formam a partição, ou agrupamento. Contudo, esse mesmo conceito de detecção por grupos pode ser considerado na saída do estágio decorrelator. Para o receptor em questão, um esquema de detecção ótima é aplicado a cada um dos grupos formados, com o intuito de tirar vantagem da correlação entre as amostras do vetor de ruído presente na saída do estágio decorrelator.

De uma forma geral, ganhos de desempenho, ainda às custas de uma complexidade adicional, podem ser conseguidos, em sistemas de transmissão, adotando-se algum esquema de codificação de canal. Códigos convolucionais são particularmente atraentes, pelos ganhos de desempenho que proporcionam e por apresentarem uma estrutura característica da qual pode se tirar proveito quando do procedimento de decodificação dos sinais.

Tendo em vista os resultados promissores apresentados em [17], o receptor em [17] é adaptado, na Seção 4.2, para o caso do enlace reverso de um sistema celular utilizando técnica de múltiplo acesso por divisão de código com modulação M-PSK e codificação convolutacional.

Como em [17], o desempenho ao final de cada estágio do receptor proposto é avaliado, por meio de resultados obtidos através de simulações. Na Seção 4.3 é simulado um sistema DS/CDMA com esquema de modulação BPSK e codificação convolutacional, com dois usuários ativos, para canal AWGN.

4.2 Estrutura do Receptor Proposto

O ponto de partida do receptor proposto é o Receptor Decorrelator, formado por um banco de filtros casados às seqüências de espalhamento e de um estágio decorrelator, como visto no capítulo anterior. O vetor $\tilde{\mathbf{z}}(i)$ presente na saída do estágio decorrelator é dado por:

$$\tilde{\mathbf{z}}(i) = \mathbf{A}(i)\mathbf{b}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_d(i), \quad (4-1)$$

sendo a matriz covariância de $\tilde{\mathbf{n}}_d(i)$ dada por:

$$\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_d} = N_0\mathbf{R}^{-1}. \quad (4-2)$$

Nota-se a completa eliminação da IMA, uma vez que a matriz $\mathbf{A}(i)$ é diagonal. No entanto, como a matriz $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_d}$ não é diagonal, as componentes do vetor $\tilde{\mathbf{n}}_d(i)$ não são estatisticamente independentes entre si. Decorre então que as componentes de $\tilde{\mathbf{z}}(i)$ também não são estatisticamente independentes entre si. A detecção do sinal do k -ésimo usuário, feita de forma independente da detecção dos sinais dos demais $K - 1$ usuários, não tira proveito desta correlação. Esta dependência pode ser explorada utilizando-se o conceito de detecção multiusuário mais uma vez, na saída do estágio decorrelator, para detectar conjuntamente os sinais dos K usuários do sistema. Todavia, a detecção conjunta dos K usuários, além de ser muito dispendiosa, poderia ser feita diretamente a partir do vetor observação $\tilde{\mathbf{x}}(i)$. Ademais, para usuários operando com alta relação E_B/N_0 , as estimativas dos sinais de dados obtidas na saída do banco de decisores podem ser confiáveis o suficiente, não necessitando de um esquema de detecção mais elaborado como a detecção ótima, por exemplo.

Isto posto, é adicionado na saída do estágio decorrelator um estágio de agrupamento, responsável pela formação de grupos contendo os sinais dos usuários associados aos grupos formados. O receptor multiusuário híbrido deste trabalho aplica, para cada grupo formado, o esquema de detecção ótima no sentido de máxima verossimilhança. O receptor proposto, Figura 4.1, realiza assim uma decodificação convolutacional ótima por grupos. Obviamente, o compromisso entre complexidade e desempenho está diretamente relacionado com a formação dos grupos. De fato, a complexidade do receptor pode variar desde K vezes a complexidade do decorrelator, para o caso em que são formados K grupos com um único usuário, até a complexidade do detector ótimo, para o caso em que apenas um grupo, contendo todos os K usuários do sistema, é formado. Observa-se que os grupos não precisam ter o mesmo número de usuários. Convém frisar que

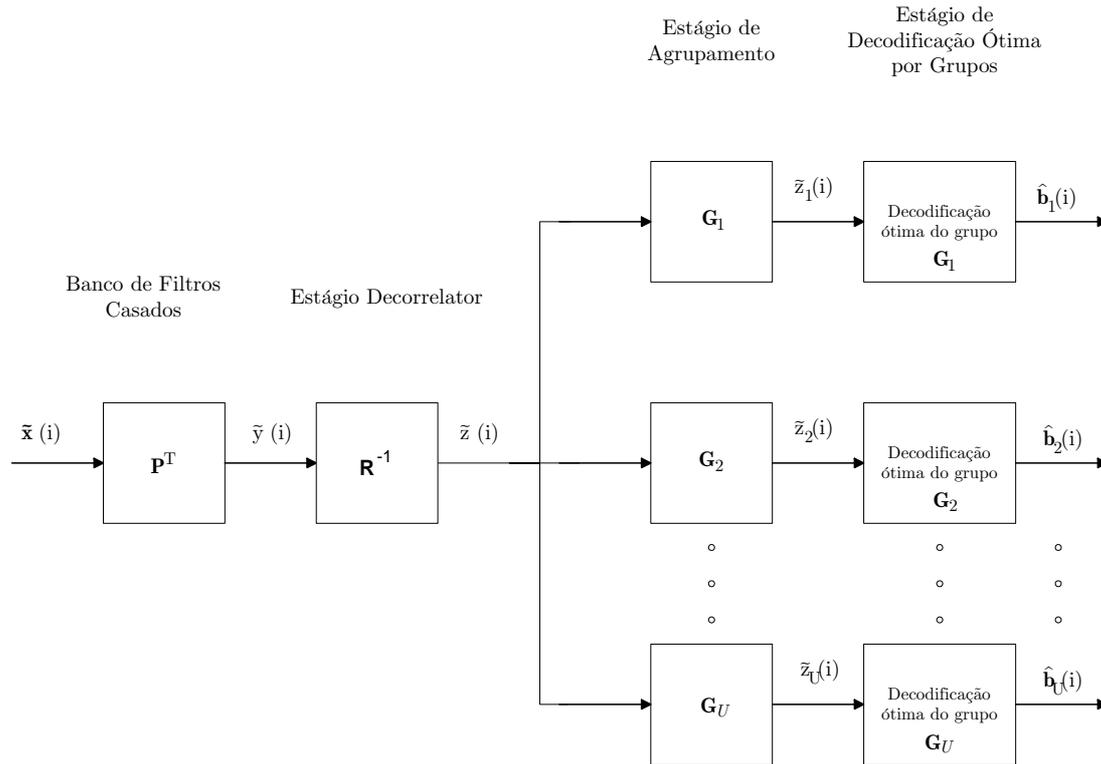


Figura 4.1: Estrutura do Receptor Proposto

qualquer que seja o agrupamento, o desempenho do k -ésimo usuário na saída do estágio de detecção ótima por grupos é sempre melhor ou igual ao desempenho do respectivo usuário na saída do estágio decorrelator.

Os estágios que compõem o receptor proposto são apresentados a seguir.

4.2.1 Banco de Filtros Casados

Este estágio é composto por um banco de filtros casados às seqüências de espalhamento dos usuários ativos no sistema. O banco de filtros casados efetua simultaneamente a correlação do sinal observado, vetor $\tilde{\mathbf{x}}(i)$, com cada uma das K seqüências de espalhamento. O banco de filtros casados permite desespalhar os sinais recebidos além de garantir que a relação sinal ruído será máxima no instante de amostragem.

O vetor $\tilde{\mathbf{y}}(i)$, presente na saída do banco de filtros casados é dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}(i) &= \mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{x}}(i) \\ &= \mathbf{R}\mathbf{A}(i)\mathbf{b}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_{fc}(i), \end{aligned} \tag{4-3}$$

onde

$$\mathbf{R} = \mathbf{P}^T \mathbf{P} \quad (4-4)$$

é a matriz de correlação normalizada entre as seqüências de espalhamento. Ainda em (4-3), $\tilde{\mathbf{n}}_{fc}(i) = \mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{n}}_w(i)$ é vetor gaussiano colorido, com matriz covariância $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{fc}}$ dada por

$$\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{fc}} = N_0 \mathbf{R}. \quad (4-5)$$

4.2.2 Estágio Decorrelator

Este estágio é responsável por eliminar a IMA presente no sistema. Para tanto, é aplicada uma transformação linear $\mathbf{T} = \mathbf{R}^{-1}$ na saída do banco de filtros casados. Todavia, o nível de potência do ruído no estágio de decodificação é aumentado.

De (4-3) resulta que o vetor $\tilde{\mathbf{z}}(i)$ na saída do estágio decorrelator é dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{z}}(i) &= \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{y}}(i) \\ &= \mathbf{A}(i) \mathbf{b}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_d(i), \end{aligned} \quad (4-6)$$

Ainda em (4-6), $\tilde{\mathbf{n}}_d(i) = \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{n}}_{fc}(i)$ é vetor gaussiano colorido com matriz covariância $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_d}$ dada por:

$$\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_d} = N_0 \mathbf{R}^{-1} = N_0 \mathbf{H}. \quad (4-7)$$

Nota-se que as componentes do vetor $\tilde{\mathbf{z}}(i)$ não são estatisticamente independentes, uma vez que em geral, a matriz \mathbf{H} não é diagonal.

4.2.3 Estágio de Agrupamento

Neste estágio do receptor proposto, Figura 4.1, o conjunto dos K sinais na saída do estágio decorrelator é particionado em U subconjuntos (grupos) de K_u sinais (usuários) cada, com $u = 1, \dots, U$. Observa-se que os grupos não precisam conter o mesmo número de sinais (usuários). O particionamento, ou agrupamento, pode ser representado através de uma transformação linear \mathbf{G}_u aplicada sobre o vetor $\tilde{\mathbf{z}}(i)$, dado por (4-6), resultando no vetor grupo $\tilde{\mathbf{z}}_u(i)$. Esta operação pode ser vista na equação (4-8).

$$\tilde{\mathbf{z}}_u(i) = \mathbf{G}_u \tilde{\mathbf{z}}(i), \text{ com } u = (1, \dots, U). \quad (4-8)$$

O procedimento para a obtenção da matriz transformação linear \mathbf{G}_u é descrito a seguir.

A matriz \mathbf{G}_u de dimensões $K_u \times K$ é formada a partir da concatenação das linhas da matriz identidade ($K \times K$) correspondentes aos usuários que se deseja agrupar. Assim, para incluir o sinal do k -ésimo usuário em um determinado grupo, a matriz \mathbf{G}_u responsável pela elaboração deste grupo deve conter a k -ésima linha da matriz identidade ($K \times K$).

4.2.4 Estágio de Detecção Ótima por Grupos

Neste estágio do receptor proposto, cada um dos grupos formados no estágio anterior, representados pelos vetores $\tilde{\mathbf{z}}_1(i), \tilde{\mathbf{z}}_2(i), \dots, \tilde{\mathbf{z}}_U(i)$, são processados otimamente e de forma paralela ou simultânea, resultando nos vetores estimativas dos bits de informação (em oposição aos bits codificados) transmitidos dos grupos $\hat{\mathbf{b}}_1(i), \hat{\mathbf{b}}_2(i), \dots, \hat{\mathbf{b}}_U(i)$, respectivamente.

Na entrada do bloco u , de detecção ótima, o vetor grupo $\tilde{\mathbf{z}}_u(i)$ é dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{z}}_u(i) &= \mathbf{G}_u \tilde{\mathbf{z}}(i) \\ &= \mathbf{G}_u [\mathbf{A}(i) \mathbf{b}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_d(i)] \\ &= \mathbf{A}_u(i) \mathbf{b}_u(i) + \tilde{\mathbf{n}}_{d_u}(i), \end{aligned} \quad (4-9)$$

onde \mathbf{G}_u é a matriz transformação linear do grupo u , definida como na seção anterior, e $\mathbf{A}_u(i)$ é a matriz diagonal formada pelas amplitudes complexas dos sinais recebidos dos usuários que compõem o grupo u , ou seja,

$$\mathbf{A}_u(i) = \mathbf{G}_u \mathbf{A}(i) \mathbf{G}_u^T. \quad (4-10)$$

Ainda em (4-9), $\mathbf{b}_u(i)$ é o vetor dos símbolos transmitidos, durante o i -ésimo intervalo de sinalização, pelos usuários que compõem o grupo u , ou seja $\mathbf{b}_u(i) = \mathbf{G}_u \mathbf{b}(i)$.

O vetor $\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}(i) = \mathbf{G}_u \tilde{\mathbf{n}}_d(i)$ é o vetor das amostras de ruído Gaussiano colorido que corrompe os sinais dos usuários que compõem o grupo u , e cuja matriz covariância é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}} &= \mathbf{G}_u \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_d} \mathbf{G}_u^T \\ &= \mathbf{G}_u N_0 \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_u^T \\ &= N_0 \mathbf{G}_u \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}_u^T \\ &= N_0 \mathbf{H}_u, \end{aligned} \quad (4-11)$$

lembrando que $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_d}$ é a matriz covariância do ruído, na saída do estágio decorrelator, dada por (4-7), e

$$\mathbf{H}_u = \mathbf{G}_u \mathbf{H} \mathbf{G}_u^T. \quad (4-12)$$

De forma equivalente, a matriz \mathbf{H}_u é formada ao se eliminar da matriz \mathbf{H} as linhas e as colunas com índices correspondentes aos usuários que não compõem o grupo u .

Note que as componentes do vetor $\tilde{\mathbf{z}}_u(i)$ não são estatisticamente independentes uma vez que $\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}(i)$ é vetor gaussiano colorido. Esta dependência pode ser explorada utilizando-se o conceito de detecção multiusuário, mais uma vez, para detectar conjuntamente os sinais dos K_u usuários que formam o u -ésimo grupo. Detectar conjuntamente os sinais dos K_u usuários equivale a detectar de forma ótima, no sentido de máxima verossimilhança, uma seqüência de vetores, $\{\mathbf{b}_u(i)\}$, em presença de uma seqüência de vetores, $\{\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}(i)\}$, gaussianos coloridos e estatisticamente independentes, cada um com matriz covariância $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}}$ [11]. Nestas condições, a detecção de uma seqüência de $I_2 - I_1 + 1$ vetores, $\{\mathbf{b}_u(i)\}_{i=I_1}^{i=I_2}$, a partir de $I_2 - I_1 + 1$ vetores observação, $\{\tilde{\mathbf{z}}_u(i)\}_{i=I_1}^{i=I_2}$, consiste na escolha da seqüência que minimiza a função custo dada por:

$$J = \sum_{i=I_1}^{I_2} \|\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}}^{-1/2} (\tilde{\mathbf{z}}_u(i) - \mathbf{A}_u(i) \mathbf{b}_u(i))\|^2 \quad (4-13)$$

dentre todas as seqüências $\{\mathbf{b}_u(i)\}_{i=I_1}^{i=I_2}$ possíveis. Observa-se que $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}}^{-1/2}$ em (4-13) é a matriz branqueadora do ruído colorido $\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}(i)$. Sabe-se que a seqüência de escalares $\{b_{k_u}[i]\}_{i=I_1}^{i=I_2}$ corresponde a um percurso na treliça de decodificação original do k_u -ésimo usuário que faz parte do grupo u . Assim, as seqüências possíveis de vetores $\{\mathbf{b}_u(i)\}_{i=I_1}^{i=I_2}$ podem ser representadas por percursos em uma supertreliça, obtida a partir de uma composição das treliças individuais que geram as componentes dos vetores $\mathbf{b}_u(i)$, ou seja, a partir das treliças individuais de cada um dos usuários que compõem o u -ésimo grupo. O Algoritmo de Viterbi pode ser utilizado para a decodificação conjunta ótima. De acordo com (4-13), a métrica de ramo usada neste caso é da forma $\|\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{d_u}}^{-1/2} (\tilde{\mathbf{z}}_u(i) - \mathbf{A}_u(i) \mathbf{b}_u^r)\|^2$, onde \mathbf{b}_u^r é o vetor associado ao ramo r da supertreliça do supercodificador equivalente do u -ésimo grupo formado.

À seguir, demonstra-se a equivalência entre o Receptor Ótimo da Seção 3.3.2 e o receptor proposto, para o caso em que apenas um grupo, contendo todos os K usuários, é formado.

Seja $\{\hat{\mathbf{b}}\}$ a seqüência de tamanho $I_2 - I_1 + 1$ contendo as estimativas dos bits do K usuários, χ o conjunto de todos os percursos permitidos da supertreliça e $\mathbf{b}_{r,l}$ o símbolo associado à palavra-código do ramo r do nível l da supertreliça.

A equação que rege o Receptor Ótimo pode ser reescrita como segue:

$$\begin{aligned}
 \{\hat{\mathbf{b}}\} &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \|\tilde{\mathbf{x}}(i) - \mathbf{PA}(i)\mathbf{b}_{r,l}\|^2 \right] \right\} \\
 &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \left\{ \|\tilde{\mathbf{x}}(i)\|^2 - 2\Re\{[\mathbf{A}(i)\mathbf{b}_{r,l}]^H \mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{x}}(i)\} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \|\mathbf{PA}(i)\mathbf{b}_{r,l}\|^2 \right\} \right] \right\} \quad (4-14) \\
 &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \left\{ -2\Re\{[\mathbf{A}(i)\mathbf{b}_{r,l}]^H \tilde{\mathbf{y}}(i)\} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + [\mathbf{b}_{r,l}]^H [\mathbf{A}(i)]^H \mathbf{RA}(i)\mathbf{b}_{r,l} \right\} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Para o receptor proposto, quando apenas um grupo contendo todos os K usuários é formado na saída do estágio decorrelator, tem-se que $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{du}} = \mathbf{K}_{\mathbf{n}_d} = N_0 \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}} = N_0 \mathbf{R}^{\frac{1}{2}}$ e $\tilde{\mathbf{z}}_u(i) = \tilde{\mathbf{z}}(i)$, podendo-se escrever:

$$\begin{aligned}
 \{\hat{\mathbf{b}}\} &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r^u\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \left\| (\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_{du}})^{-\frac{1}{2}} (\tilde{\mathbf{z}}_u(i) - \mathbf{A}_u(i)\mathbf{b}_{r,l}^u) \right\|^2 \right] \right\} \\
 &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \left\| (N_0 \mathbf{H})^{-\frac{1}{2}} (\tilde{\mathbf{z}}(i) - \mathbf{A}(i)\mathbf{b}_{r,l}) \right\|^2 \right] \right\} \\
 &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \left\| (\mathbf{R})^{\frac{1}{2}} (\tilde{\mathbf{z}}(i) - \mathbf{A}(i)\mathbf{b}_{r,l}) \right\|^2 \right] \right\} \\
 &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \left\{ [\tilde{\mathbf{z}}(i)]^H \mathbf{Rz}(i) - 2\Re\{[\mathbf{A}(i)\mathbf{b}_{r,l}]^H \mathbf{R}\tilde{\mathbf{z}}(i)\} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \|\mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}(i)\mathbf{b}_{r,l}\|^2 \right\} \right] \right\} \quad (4-15) \\
 &= \arg \left\{ \min_{\{\mathbf{b}_r\} \in \chi} \left[\sum_{i=I_1}^{I_2} \left\{ -2\Re\{[\mathbf{A}(i)\mathbf{b}_{r,l}]^H \tilde{\mathbf{y}}(i)\} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + [\mathbf{b}_{r,l}]^H [\mathbf{A}(i)]^H \mathbf{RA}(i)\mathbf{b}_{r,l} \right\} \right] \right\},
 \end{aligned}$$

e verificando-se assim a equivalência.

4.3 Resultados

Resultados de simulações para o desempenho ao final de cada estágio do receptor proposto são apresentados, para um sistema com $K = 2$ usuários ativos equipotentes utilizando um mesmo codificador convolutacional $(2, 1, 2)$ e empregando esquema de modulação BPSK, em canal AWGN.

Três cenários são considerados, são eles: um cenário de referência apresentando curvas de desempenho para um sistema sem codificação, um sistema utilizando *hard-decision* na decodificação, e um sistema utilizando *soft-decision* na decodificação.

4.3.1 Considerações Iniciais

A seguir, são feitas algumas observações quanto ao código convolutacional empregado. O modelo de sinais apresentado no capítulo 2 também é revisto, para o caso considerado (modulação BPSK e canal AWGN).

Quanto à Codificação Convolutacional

Supõe-se, por motivos de praticidade, que os K usuários do sistema utilizam o mesmo código convolutacional (n, l, m) , mais precisamente o código "bem conhecido" ("*well-known*") $(2, 1, 2)$. Obviamente, cada transmissor tem o seu codificador, ilustrado na Figura 4.2.

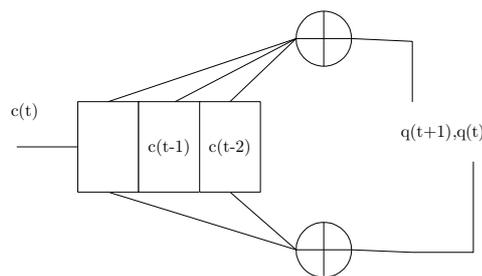


Figura 4.2: Estrutura do Codificador Convolutacional $(2,1,2)$ utilizado

A fonte de informação presente no k -ésimo transmissor emite bits de informação à taxa R_B bits/s, ou seja, a cada $T_B = \frac{1}{R_B}$ s um novo bit é emitido pela fonte e encaminhado à entrada do codificador. Para cada novo bit de informação que chega ao codificador ($l = 1$), uma palavra código formada por $n = 2$ bits codificados é emitida pelo codificador. Ou seja, o codificador emite bits

codificados a uma taxa $R_b = \frac{n}{l}R_B = 2R_B$ bits/s. Convém frisar também que a energia por bit de informação E_B e a energia por bit codificado E_b relacionam-se por: $E_b = \frac{l}{n}E_B = \frac{E_B}{2}$.

Quanto ao Modelo de Sinais

Uma vez que o esquema de modulação empregado é o BPSK, e o canal considerado é um simples AWGN, algumas particularizações podem ser feitas no modelo de sinais M-PSK apresentado no Capítulo 2.

Por se tratar de sinais BPSK em presença de ruído AWGN, todas as grandezas envolvidas são reais, uma vez que as componentes em quadratura são inexistentes. De fato, o vetor agregado de sinais presente na entrada do receptor, $\mathbf{x}(i)$, é dado por:

$$\mathbf{x}(i) = \Re\{\tilde{\mathbf{x}}(i)\} = \mathbf{P}\mathbf{A}(i)\mathbf{b}(i) + \mathbf{n}_w(i), \quad (4-16)$$

com a matriz das seqüências de espalhamento \mathbf{P} definida em (2-37).

Quanto ao vetor de ruído presente na entrada do receptor, $\mathbf{n}_w(i)$, sua expressão segue:

$$\mathbf{n}_w(i) = \Re\{\tilde{\mathbf{n}}_w(i)\} = \left(n_1^{(w)}[i] \quad n_2^{(w)}[i] \quad \cdots \quad n_N^{(w)}[i] \right)^T. \quad (4-17)$$

Pode-se mostrar que a matriz covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{n}_w}$ do vetor $\mathbf{n}_w(i)$ resulta:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n}_w} = \mathbb{E}[\mathbf{n}_w(i)\mathbf{n}_w(i)^T] = \frac{N_0}{2}\mathbf{I} = \sigma^2\mathbf{I}. \quad (4-18)$$

A matriz das amplitudes dos sinais, $\mathbf{A}(i)$, por sua vez, tem todos os seus elementos reais e constantes no tempo discreto, ou seja: $\mathbf{A}(i) = \mathbf{A} \quad \forall i = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. Mais explicitamente:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{E_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{E_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{E_K} \end{pmatrix}. \quad (4-19)$$

Finalmente, para o vetor de símbolos emitidos pelos moduladores dos K usuários relativos ao i -ésimo intervalo de sinalização, tem-se

$$\mathbf{b}(i) = \left(b_1[i] \quad b_2[i] \quad \cdots \quad b_K[i] \right)^T, \quad (4-20)$$

com $b_k[i] = \pm 1 \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}$. A seqüência dos bits codificados, prove-

nientes do codificador convolutacional do k -ésimo usuário, é mapeada numa sequência de símbolos pertinentes à constelação do esquema de modulação adotado, como por exemplo: $0 \rightarrow 1$ e $1 \rightarrow -1$. Para um esquema M-PSK, $\log_2 M$ bits na entrada do modulador são mapeados em um símbolo da constelação. Ou seja, $R_b = R_s \log_2 M$, onde R_s é a taxa de sinalização. Portanto, para o esquema BPSK em questão, um símbolo só poderá "transportar" um bit codificado, por intervalo de sinalização. Como a taxa de informação do sistema é mantida, a banda de frequência necessária para transmissão encontra-se duplicada, com a adoção do código. Vale também a relação $E_b = \frac{E_s}{\log_2 M}$, onde E_s é a energia por símbolo transmitido. Logo, para um código de taxa meio ($n = 2, l = 1$), a energia por símbolo transmitido quando do uso de codificação vale a metade da energia por símbolo transmitido sem o uso de codificação.

4.3.2 Banco de Filtros Casados

Para o sistema considerado (canal AWGN e modulação BPSK) a Equação (4-3) fica:

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b}(i) + \mathbf{n}_{fc}(i), \quad (4-21)$$

onde a matriz \mathbf{A} é dada por (4-19). O vetor $\mathbf{b}(i)$ está definido em (4-20), e o vetor de ruído presente na saída do banco de filtros casados $\mathbf{n}_{fc}(i)$ é dado por:

$$\mathbf{n}_{fc}(i) = P^T \mathbf{n}_w(i), \quad (4-22)$$

com $\mathbf{n}_w(i)$ definido em (4-17). Portanto, a matriz covariância $\mathbf{K}_{n_{fc}}$, do vetor $\mathbf{n}_{fc}(i)$, é dada por:

$$\mathbf{K}_{n_{fc}} = \frac{N_0}{2} \mathbf{R}, \quad (4-23)$$

Por sua vez, a matriz de correlação das seqüências de espalhamento dos dois usuários ativos do sistema, \mathbf{R} , é definida como segue:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}, \quad (4-24)$$

A Equação (4-21) é então simulada para cada um dos três cenários anteriormente citados, para diferentes valores de ρ e diferentes valores de razão $\frac{E_B}{N_0}$, obtendo curvas de taxa de erro de bit (ou TEB). São utilizadas, para cada cenário, seqüências aleatórias e independentes de 10^5 bits de informação por usuário. Convém observar que, a TEB média do sistema é igual à TEB individual de cada um dos usuários, uma vez que a matriz \mathbf{R} é simétrica, que os

usuários são equipotentes e utilizam os mesmos codificadores.

O desempenho de um sistema não codificado está ilustrado na Figura 4.3.

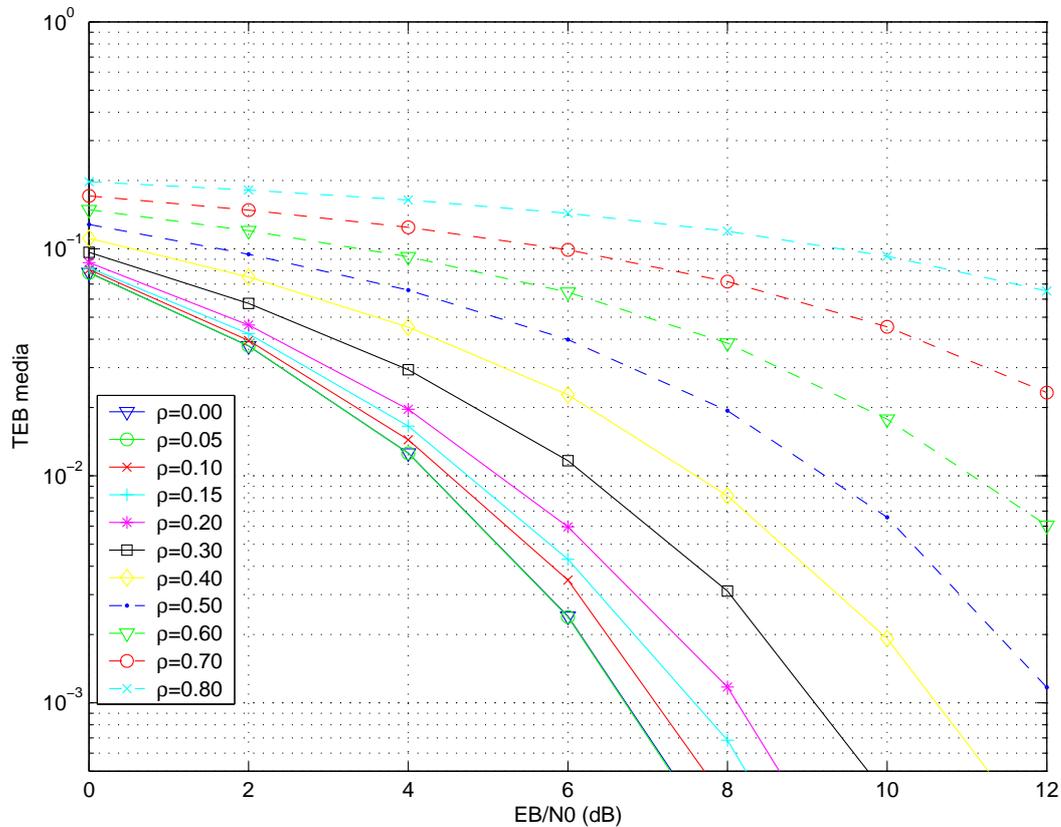


Figura 4.3: Desempenho médio do sistema sem codificação, na saída do banco de filtros casados, para diferentes valores de ρ .

Observando a figura, fica claro que o desempenho do sistema piora com o aumento do coeficiente de correlação ρ . Considerando-se um serviço hipotético que permita TEB não superior à 10^{-3} para correta operação, percebe-se que para $\rho = 0.30$ necessita-se operar com uma razão $\frac{E_B}{N_0}$ de aproximadamente 9dB. Outra observação interessante é que para $0.0 \leq \rho \leq 0.15$, a perda de desempenho é de aproximadamente 1dB. O uso de seqüências com baixo coeficiente de correlação na recepção pode ser assim justificado.

No caso de sinais codificados convolutivamente $y_k[i]$ é então encaminhado para o decodificador convolutiva do k -ésimo usuário, onde os seus dados são detectados de forma independente dos dados dos demais usuários.

Para o sistema operando com *hard-decision*, a métrica de ramo utilizada pelo Algoritmo de Viterbi quando do processo de decodificação, é a distância de Hamming. A Figura 4.4 apresenta as curvas de desempenho obtidas. Nota-se da figura que o desempenho também vai piorando com o aumento de ρ . Todavia,

a TEB mínima permitida para operação do serviço hipotético é conseguida para uma relação $\frac{E_B}{N_0}$ da ordem de 7dB, para $\rho = 0.3$, representando um ganho de quase 2dB com relação ao sistema não codificado. Ademais, podem ser usadas seqüências com valores de ρ até 0.20, com penalidade de apenas 1dB, com relação ao caso em que $\rho = 0$.

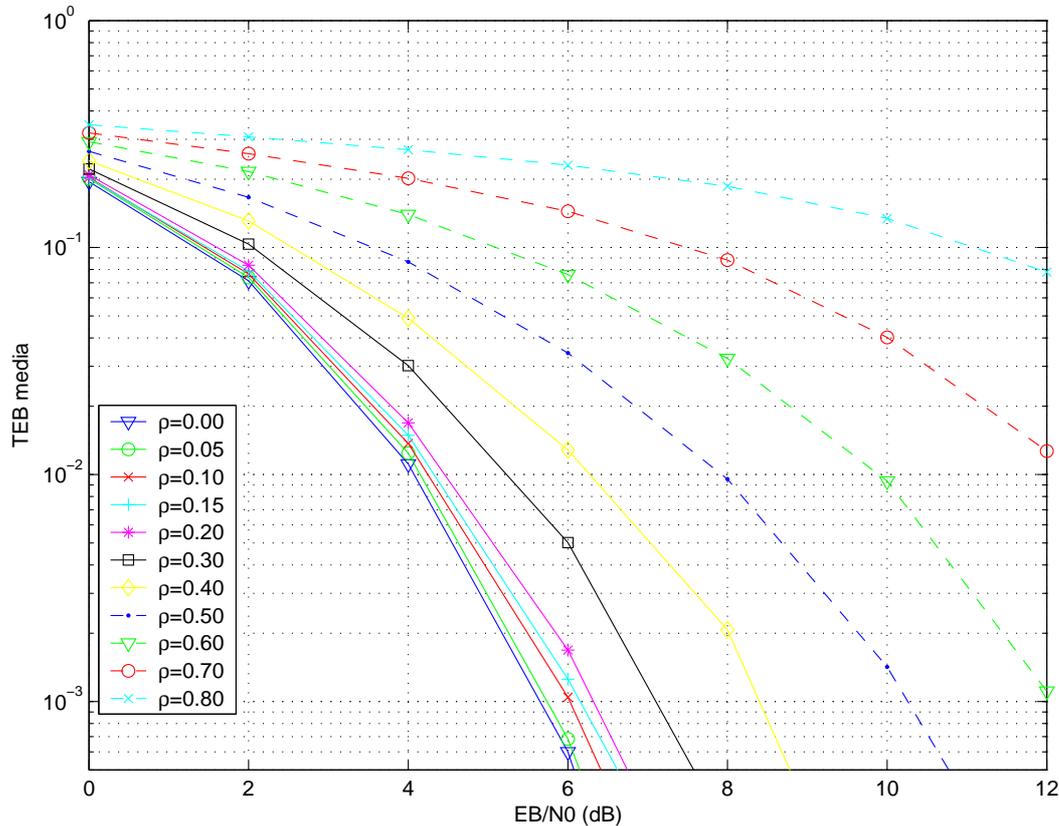


Figura 4.4: Desempenho médio do sistema com codificação convolutiva e *hard-decision*, na saída do banco de filtros casados, para diferentes valores de ρ .

Supondo que o decodificador opera com *soft-decision*, que a matriz A é conhecida pelo receptor e sabendo que o detector convencional trata a IMA como ruído branco, o Algoritmo de Viterbi pode ser usado para a decodificação. A métrica de ramo utilizada é portanto o quadrado da distância euclidiana, ou seja $|y_k[i] - A_{kk}b_k^r|^2$, onde b_k^r é o símbolo transmitido correspondente à palavra-código do ramo r da treliça associada ao código adotado pelo usuário k . Porém, como a IMA de fato não é um ruído gaussiano, a detecção é sub-ótima no sentido de máxima verossimilhança. O desempenho do sistema pode ser visto na Figura 4.5. Para $\rho = 0.3$, o sistema necessita de uma relação $\frac{E_B}{N_0} = 4.5\text{dB}$, para garantir o funcionamento do serviço hipotético; o esquema de codificação utilizando *soft-decision* proporciona assim um ganho de quase 5dB com relação ao sistema não

codificado. Agora, pode-se utilizar seqüências com ρ até 0.3, sob pena de perder 1dB com relação ao caso em que $\rho = 0$.

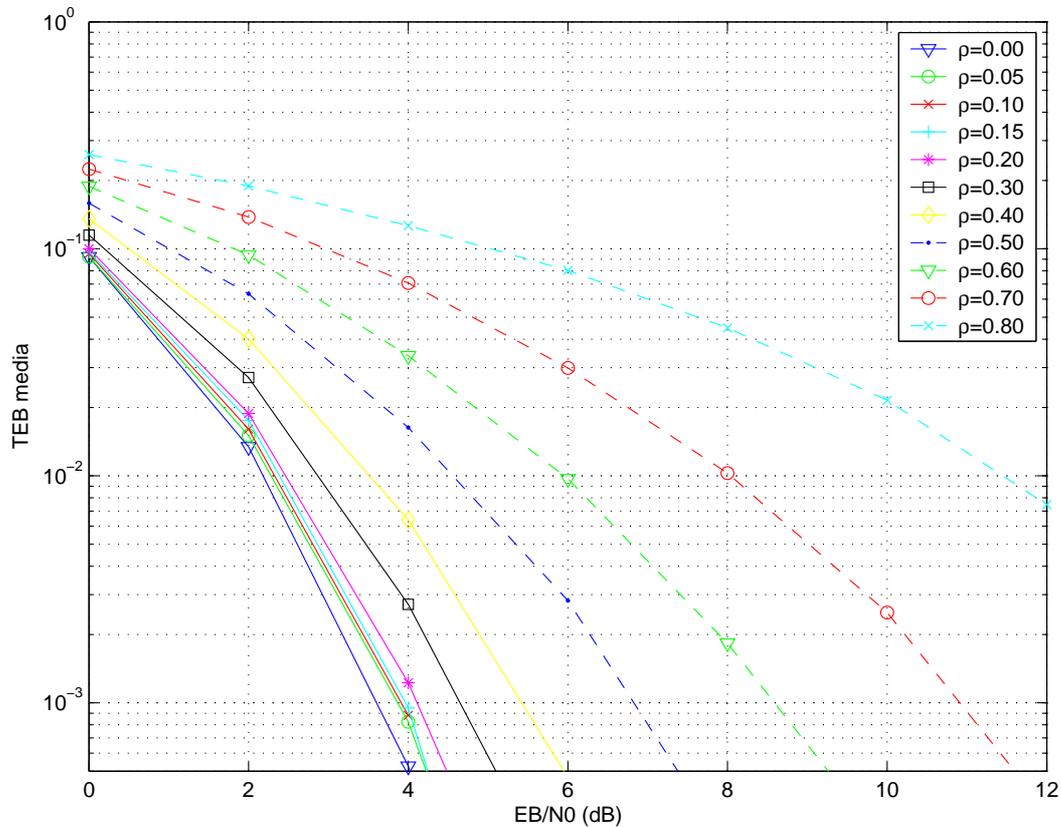


Figura 4.5: Desempenho médio do sistema com codificação convolutiva e *soft-decision*, na saída do banco de filtros casados, para diferentes valores de ρ .

O detector convencional para sinais codificados convolutivamente, assim como seu equivalente para sinais não codificados, tem seu desempenho prejudicado pela IMA presente nas componentes de $y(i)$ e pelo efeito *near-far*. Em todo caso, os ganhos proporcionados pelo uso da codificação convolutiva (principalmente com *soft-decision*) são consideráveis.

4.3.3 Estágio Decorrelator

Para o sistema considerado, a Equação (4-6), que rege a saída do estágio decorrelator fica:

$$\mathbf{z}(i) = \mathbf{A}\mathbf{b}(i) + \mathbf{n}_d(i), \quad (4-25)$$

com o vetor de ruído $\mathbf{n}_d(i)$ dado por:

$$\mathbf{n}_d(i) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{n}_{fc}(i), \quad (4-26)$$

com $\mathbf{n}_{fc}(i)$ definido em (4-22) e \mathbf{R} como em (4-24). A matriz covariância, \mathbf{K}_{n_d} , de $\mathbf{n}_d(i)$ é dada por:

$$\mathbf{K}_{n_d} = \frac{N_0}{2} \mathbf{R}^{-1} = \frac{N_0}{2} \mathbf{H}. \quad (4-27)$$

A matriz \mathbf{H} por sua vez tem expressão:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-\rho^2} & \frac{-\rho}{1-\rho^2} \\ \frac{-\rho}{1-\rho^2} & \frac{1}{1-\rho^2} \end{pmatrix}, \quad (4-28)$$

onde $[\mathbf{H}]_{kk}$, neste caso, para $k = (1, 2)$, é dada por

$$[\mathbf{H}]_{kk} = \frac{1}{1 - \rho^2}. \quad (4-29)$$

Fica evidente o aumento no nível de ruído $[\mathbf{H}]_{kk}$ em decorrência da transformação linear que elimina a IMA, uma vez que ρ , em (4-29), assume valores entre -1 e 1 .

A Equação (4-25) é então simulada para cada um dos três cenários anteriormente citados, para diferentes valores de ρ e diferentes valores de razão $\frac{E_B}{N_0}$, obtendo curvas de taxa de erro de bit (ou TEB). São utilizadas, para cada cenário, seqüências aleatórias e independentes de 10^5 bits de informação por usuário. Convém observar mais uma vez que, a TEB média do sistema é igual à TEB individual de cada um dos usuários, pelos mesmos motivos apresentados anteriormente.

Curvas de desempenho são apresentadas na Figura 4.6 para um sistema sem codificação. Embora o desempenho piore com o aumento de ρ , o desempenho na saída do estágio decorrelator é superior ao desempenho na saída do banco de filtros casados, uma vez que a IMA foi eliminada. Para a operação do serviço hipotético é necessária uma relação $\frac{E_B}{N_0}$ superior ou igual a 7dB. Contudo já é possível trabalhar com seqüências com $\rho = 0.4$ com perda de desempenho inferior a 1dB, com relação ao desempenho na saída do decorrelator, para sistema sem codificação.

Para o sistema codificado e com *hard-decision*, a métrica de ramo utilizada na decodificação com Algoritmo de Viterbi mais uma vez é a distância de Hamming. A Figura 4.7 apresenta curvas de desempenho para essa situação. O uso de codificação convolutacional e *hard-decision* possibilita ganhos de aproximadamente 1dB.

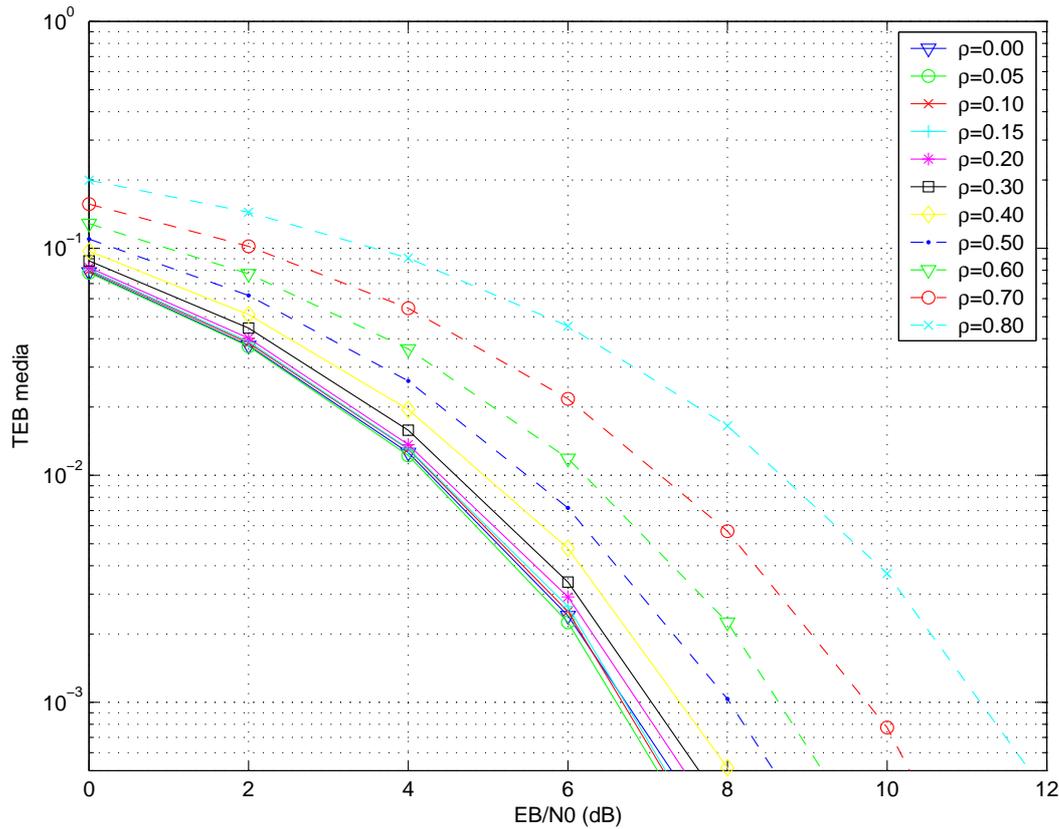


Figura 4.6: Desempenho médio do sistema sem codificação, na saída do estágio decorrelator, para diferentes valores de ρ .

Para sinais codificados convolutivamente e *soft-decision*, $z_k[i]$ é encaminhado para o decodificador convolutivo do k -ésimo usuário onde os seus dados são decodificados de forma independente dos outros usuários. O Algoritmo de Viterbi pode ser usado para detectar de forma ótima, no sentido de máxima verossimilhança, uma seqüência de escalares, $\{b_k[i]\}$, em presença de ruído gaussiano, $\{n_{d_k}[i]\}$, de variância $\frac{N_0}{2}(\mathbf{R}^{-1})_{kk}$. A métrica de ramo é o quadrado da distância euclidiana, ou seja $|z_k[i] - A_k b_k^r|^2$. A Figura 4.8 ilustra o desempenho para o caso considerado. Os ganhos com relação ao desempenho do sistema não codificado são da ordem de 4dB.

4.3.4 Estágio de Agrupamento

Para o caso considerado (sistema com dois usuários), só existe um agrupamento possível. A matriz \mathbf{G}_u é a matriz identidade (2x2). Como o agrupamento é formado por apenas um grupo, tem-se que $U = 1$ e $\mathbf{z}_U(i) = \mathbf{z}(i)$.

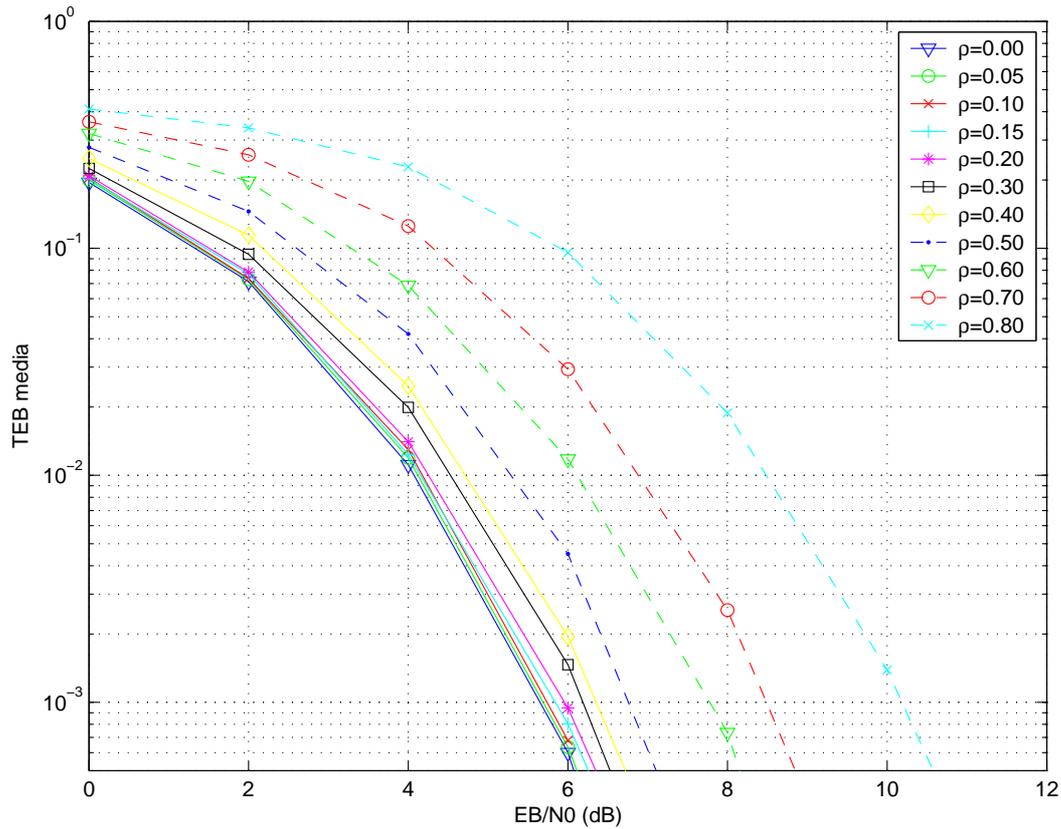


Figura 4.7: Desempenho médio do sistema com codificação convolutiva e *hard-decision*, na saída do estágio decorrelator, para diferentes valores de ρ .

4.3.5 Estágio de Detecção Ótima por Grupos

Como os dois usuários utilizam o mesmo código convolutivo, a estrutura do codificador equivalente para o grupo é bem simples. A Figura 4.9 ilustra o codificador equivalente, utilizado no procedimento da decodificação ótima do grupo.

À luz dessas observações, curvas de desempenho são obtidas através de simulações. Uma vez mais, são utilizadas, para cada cenário, seqüências aleatórias e independentes de 10^5 bits de informação por usuário.

Para o sistema que não emprega nenhum esquema de codificação de canal, este estágio é composto pelo Receptor Ótimo Original, apresentado no Capítulo 3. Seu desempenho consta da Figura 4.10. Observa-se que é possível utilizar seqüências de espalhamento com ρ até 0.6 com penalidades de menos de 1dB em termos de desempenho.

Para sistemas com codificação convolutiva e *hard-decision*, o Receptor Ótimo Original também é utilizado. A detecção é feita em duas etapas. Na

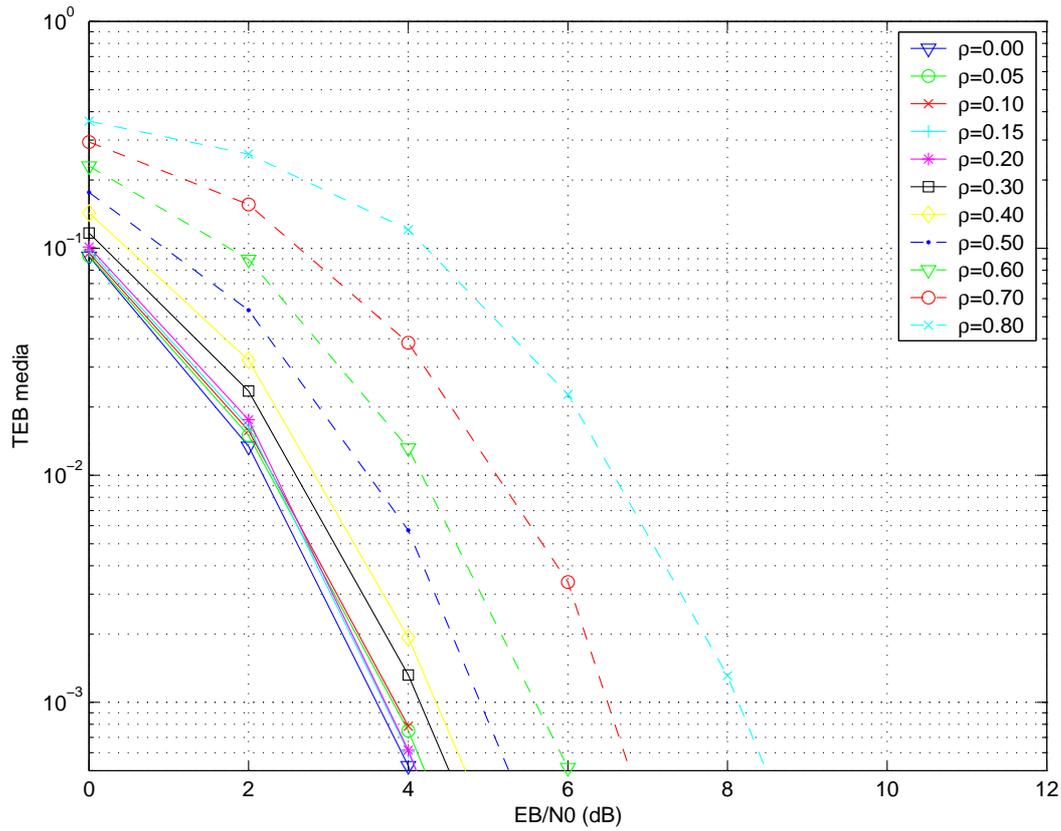


Figura 4.8: Desempenho médio do sistema com codificação convolucional e *soft-decision*, na saída do estágio decorrelator, para diferentes valores de ρ .

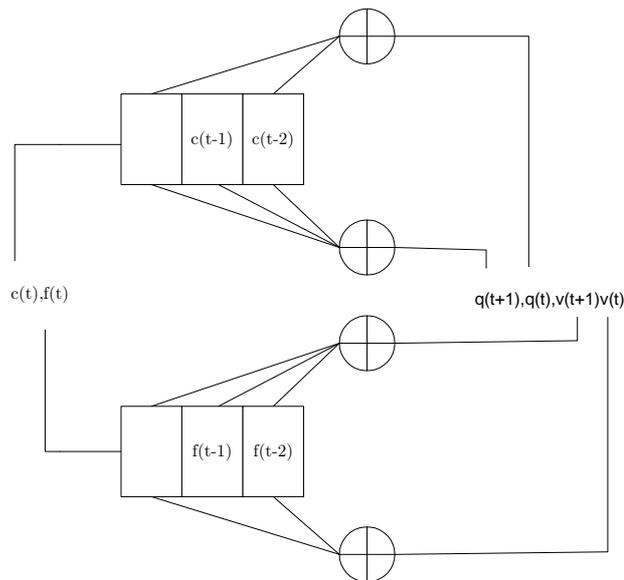


Figura 4.9: Codificador convolucional (4,2,2) equivalente associado à supertreliça utilizada no estágio de detecção ótima por grupos de dois usuários.

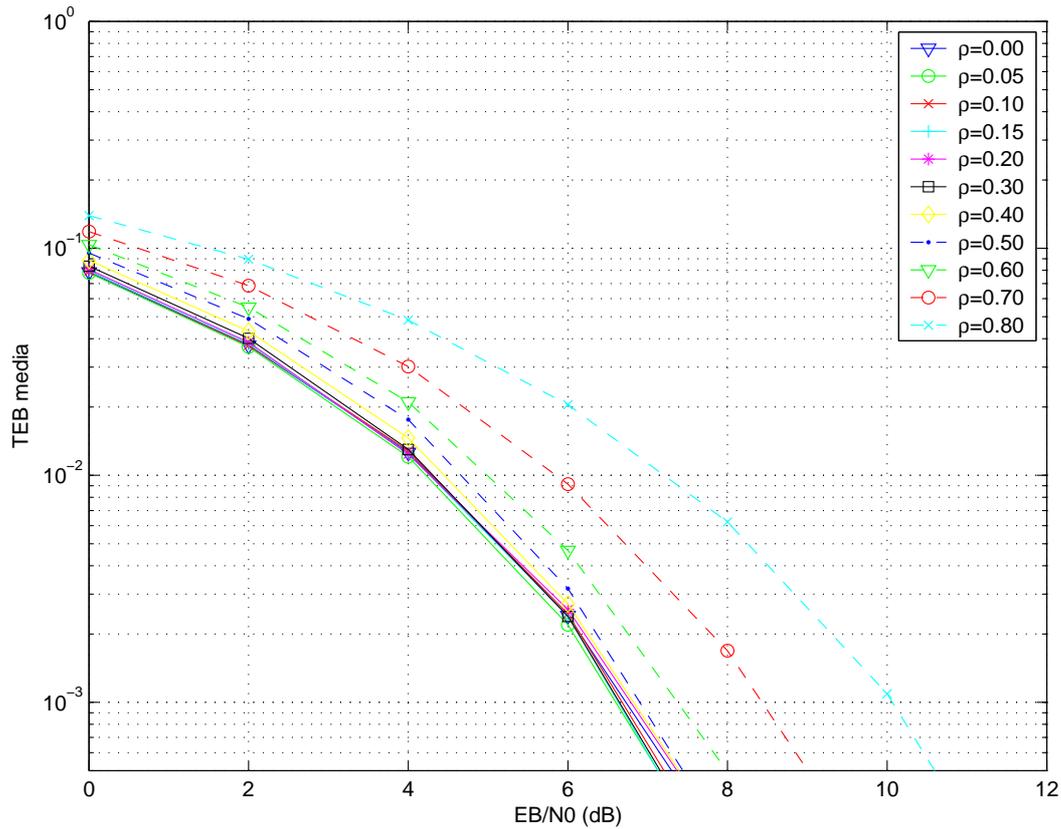


Figura 4.10: Desempenho médio do sistema sem codificação, na saída do estágio de detecção ótima por grupos, para diferentes valores de ρ .

primeira etapa, o vetor $\mathbf{z}(i)$ é branqueado e encaminhado ao Receptor Ótimo Original, garantindo assim que a probabilidade de erro do canal seja mínima. Em seguida, a componente $\hat{b}_k[i]$ emitida pelo Receptor Ótimo Original é encaminhada para o decodificador convolutional do k -ésimo usuário, operando com *hard-decision* e distância de Hamming como métrica de ramo. O desempenho do sistema pode ser observado na Figura 4.11. Quanto maior o ρ , mais vantajoso parece ser adotar o esquema de codificação convolutional. De fato para pequenos valores de ρ , os ganhos ao se utilizar codificação e *hard-decision* são de aproximadamente 1dB. Contudo, para $\rho = 0.8$, por exemplo, o ganho obtido é da ordem de quase 2dB.

Para sistemas com codificação convolutional e *soft-decision*, o receptor utilizado é baseado no princípio do Receptor Ótimo para sistemas com codificação convolutional, do Capítulo 3. De fato, utiliza-se o esquema de decodificação ótima descrito na seção sobre Detecção Ótima por Grupos do Receptor Proposto, uma vez que o ruído (presente na saída do estágio decorrelator) é colorido. A Figura 4.12 ilustra o desempenho do sistema. A penalidade ao se usar

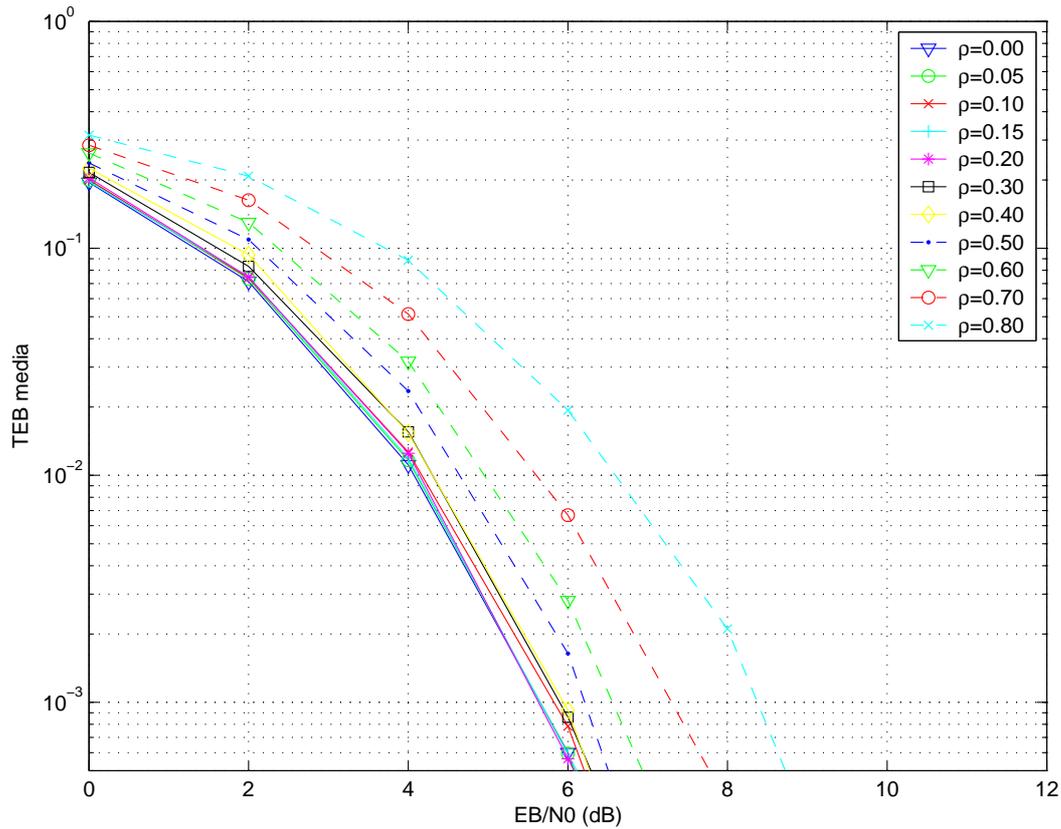


Figura 4.11: Desempenho médio do sistema com codificação convolutiva e *hard-decision*, na saída do estágio de detecção ótima por grupos, para diferentes valores de ρ .

seqüências com $\rho = 0.8$ é menor do que 1dB. Os ganhos ao se adotar um sistema com codificação convolutiva e detecção ótima por grupos é da ordem de 3.5dB para valores pequenos e moderados de ρ , quando comparado ao desempenho de um sistema sem codificação, mas com detecção ótima por grupos.

As figuras 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16 ilustram o desempenho ao final de cada estágio do receptor proposto, para cada um dos cenários considerados, para um dado valor de ρ , respectivamente 0.15, 0.30, 0.60 e 0.80. As figuras podem ser melhor apreciadas após algumas observações. As curvas podem ser classificadas quanto à sua cor (ou símbolo: triângulo, círculo, cruz) ou estilo (tracejada, cheia, pontilhada). Curvas com mesma cor (mesmo símbolo) estão relacionadas a um mesmo estágio, mas sistemas diferentes (não codificado, codificado e *hard-decision*, codificado e *soft-decision*). Curvas com mesmo estilo indicam que pertencem ao mesmo sistema (mesmo esquema de codificação, ou ausência da mesma). As figuras permitem apreciar tanto os ganhos obtidos ao se passar de um estágio para o outro, na estrutura do receptor proposto, quanto os ganhos obtidos ao se adotar algum esquema de codificação. Assim, por exemplo, para $\rho = 0.15$,

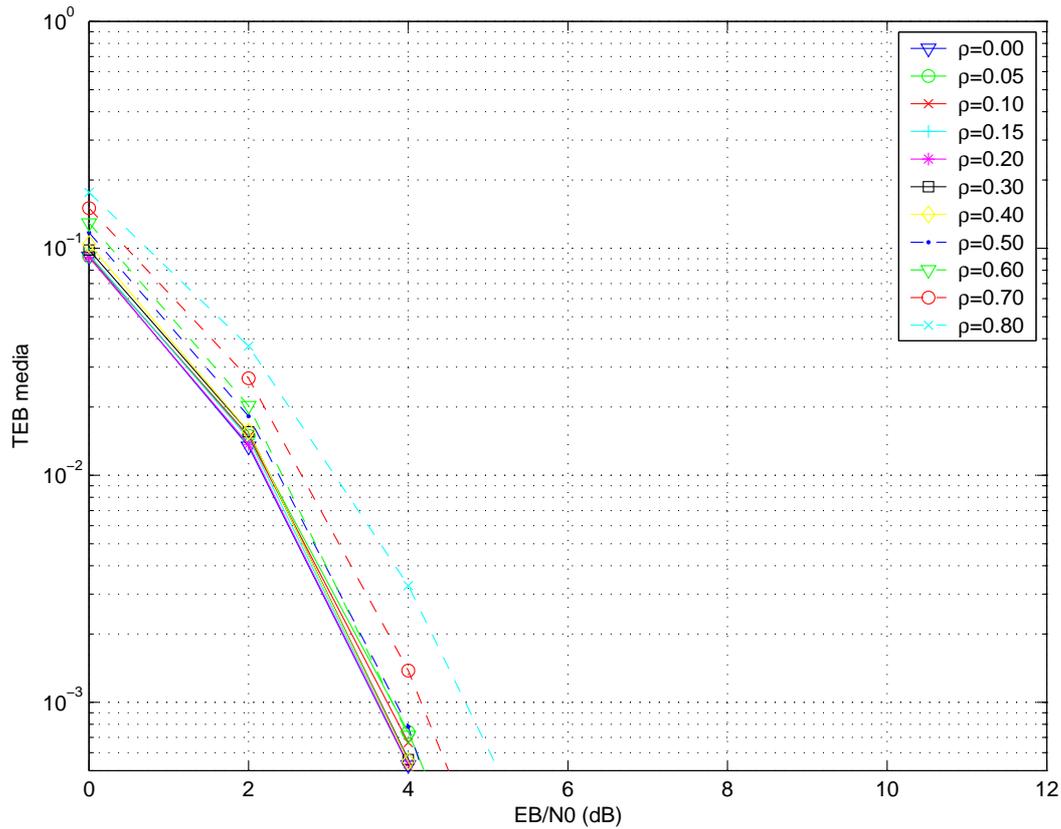


Figura 4.12: Desempenho médio do sistema com codificação convolutiva e *soft-decision*, na saída do estágio de detecção ótima por grupos, para diferentes valores de ρ .

o uso do esquema de detecção por grupos não é tão vantajoso, considerando-se os ganhos proporcionados versus a complexidade adicional exigida para obtê-los. Por outro lado, vale a pena utilizar códigos convolucionais com *soft-decision*. Considere agora as curvas para $\rho = 0.60$. Torna-se vantajoso adotar o esquema de decodificação convolutiva conjunta, até mesmo para sistemas que já dispõem de estágio decorrelador com *soft-decision*, uma vez que os ganhos conseguidos ao se adotar o esquema de detecção por grupos são consideráveis.

Obviamente, os ganhos de codificação são atraentes e desejáveis em qualquer situação. Os ganhos utilizando-se decodificação com *soft-decision* são maiores, mas a complexidade exigida para obtê-los também é maior. Com relação aos ganhos obtidos graças ao uso do esquema de detecção por grupos, estes aumentam com a quantidade de IMA presente no sistema.

Em todo caso, verifica-se que o desempenho na saída do estágio de detecção ótima por grupos é sempre melhor que o desempenho na saída do estágio decorrelador, para um mesmo sistema. Ademais, os ganhos, ao se passar de um sistema que utiliza o receptor convencional sem esquema de codificação, para

um sistema com receptor que aplique o procedimento de decodificação ótima por grupos e empregue codificação convolucional com *soft-decision*, podem chegar a mais de 8dB.

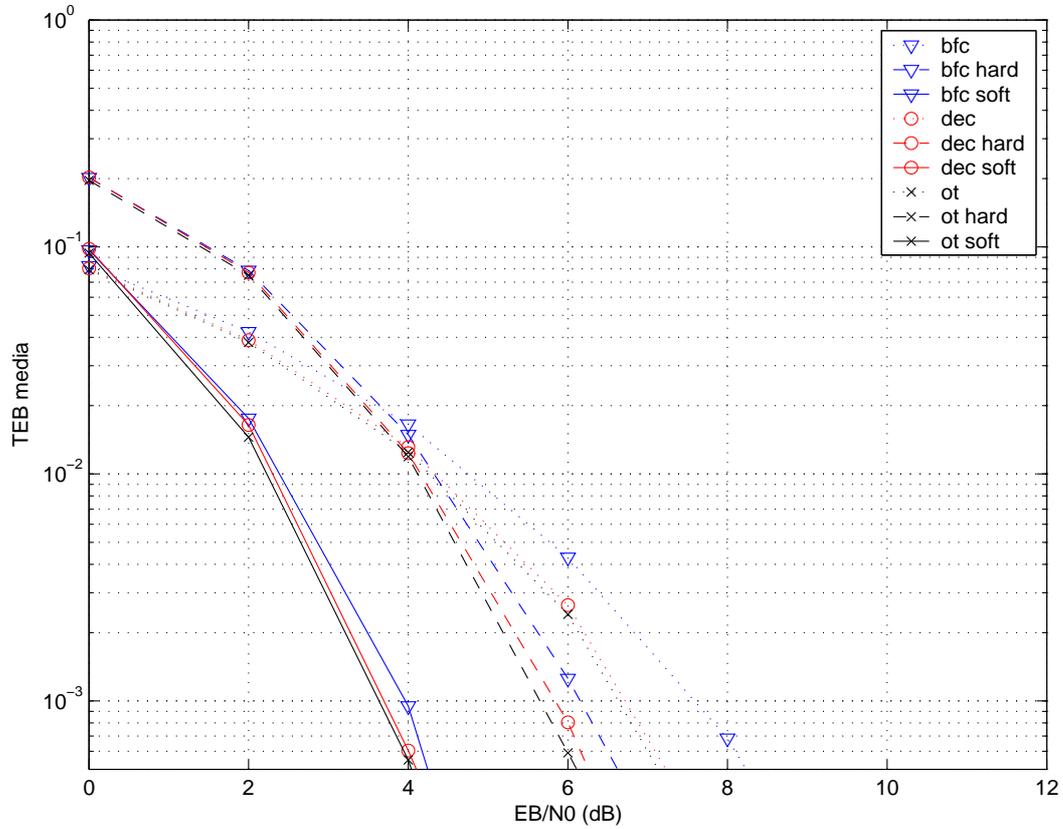


Figura 4.13: Desempenho médio: do sistema não codificado, do sistema com codificação convolucional e *hard-decision*, do sistema com codificação convolucional e *soft-decision*, na saída de cada um dos estágios que compõem o receptor proposto, para $\rho = 0.15$.

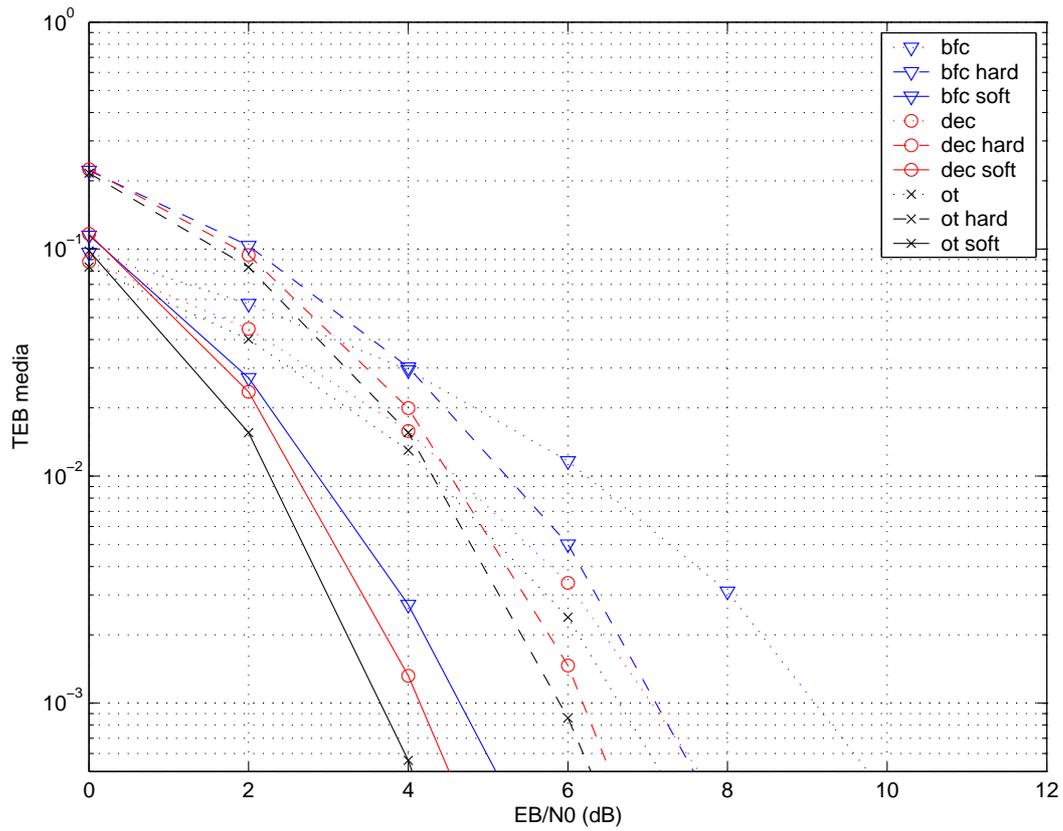


Figura 4.14: Desempenho médio: do sistema não codificado, do sistema com codificação convolutiva e *hard-decision*, do sistema com codificação convolutiva e *soft-decision*, na saída de cada um dos estágios que compõem o receptor proposto, para $\rho = 0.30$.

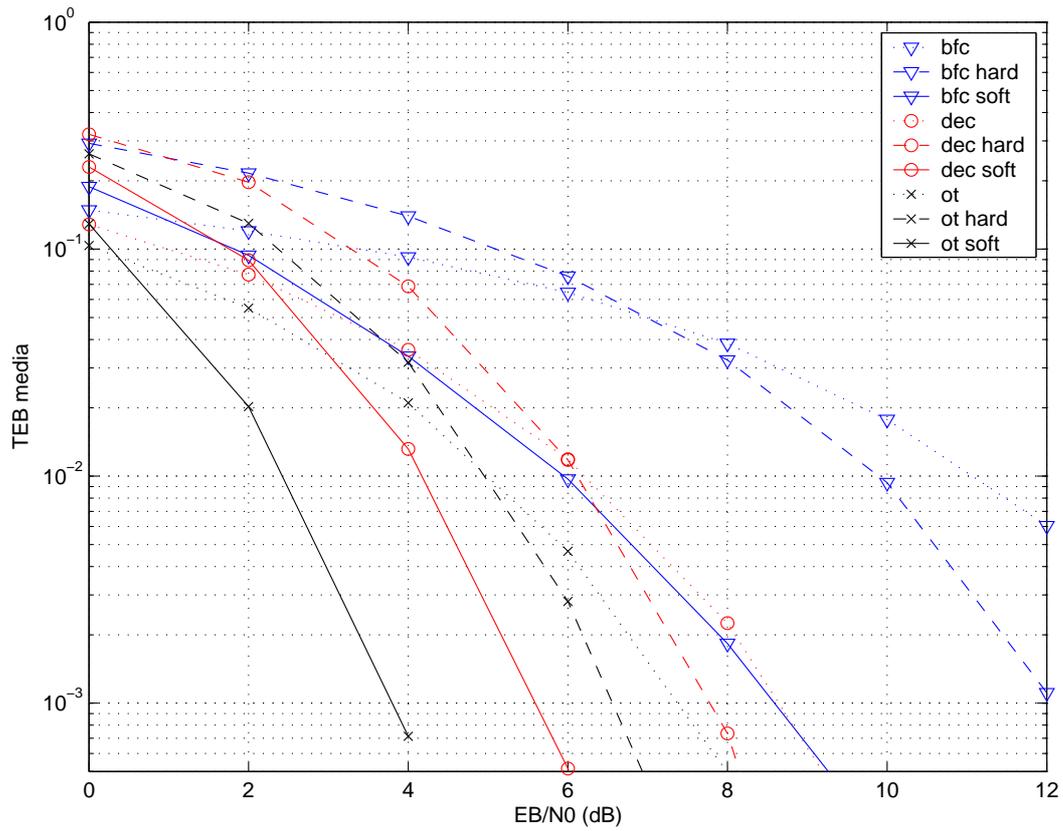


Figura 4.15: Desempenho médio: do sistema não codificado, do sistema com codificação convolucional e *hard-decision*, do sistema com codificação convolucional e *soft-decision*, na saída de cada um dos estágios que compõem o receptor proposto, para $\rho = 0.60$.

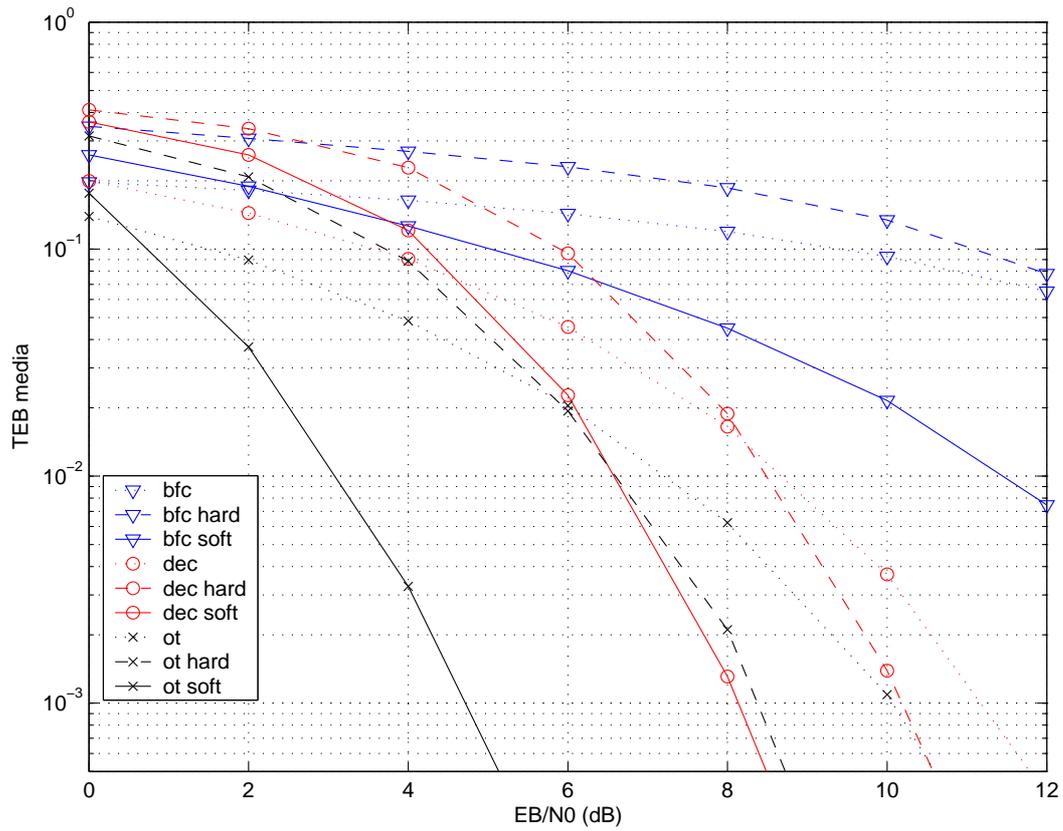


Figura 4.16: Desempenho médio: do sistema não codificado, do sistema com codificação convolutiva e *hard-decision*, do sistema com codificação convolutiva e *soft-decision*, na saída de cada um dos estágios que compõem o receptor proposto, para $\rho = 0.80$.