

1 Introdução

1.1. Motivação

Estar imune aos riscos que existem no mercado financeiro, reduzindo ou mesmo eliminando as possíveis perdas, é o desejo de qualquer investidor. Desta forma, todo investidor deseja encontrar um instrumento ou mecanismo que lhe proteja de um mau investimento.

O mercado financeiro pode ser classificado como um sistema de natureza complexa e instável. Esta instabilidade leva os investidores a procurar formas para reduzir a probabilidade de perda financeira. Para isto, utilizam-se processos estocásticos para explicar a trajetória do preço de um ativo ao longo do tempo e utilizam-se opções para aumentar a imunidade à volatilidade deste preço.

O investimento em opções mudou significativamente com o trabalho de Fisher Black e Myron Scholes em “The Pricing of Options and Corporate Liabilities” (1973) [1] onde é mostrada uma solução para avaliação das opções sob certas considerações, entre as quais o fato da taxa de juros ser conhecida e constante ao longo do tempo. Estendendo este modelo, considerando a taxa de juros variável ao longo do tempo, Robert C. Merton deu grande contribuição à teoria das opções [2], sendo agraciado ao Nobel de Economia em 1997 junto a Myron Scholes.

A partir do artigo de Black e Scholes, investir em opções adquiriu um cunho científico, tornando fundamental o estudo de estratégias de investimentos utilizando opções. As opções passaram a ser definidas matematicamente como bons ou maus investimentos em função do valor corrente do objeto de investimento.

Black e Scholes propuseram um modelo em [1] através do qual é definida uma equação que avalia uma opção europeia, a qual só pode ser exercida na data de maturação. Já as opções americanas, que permitem o exercício em qualquer data até a maturação, não possuíam uma solução analítica. Com o crescimento do

mercado de opções, definir um modelo capaz de calcular o valor de uma opção, ao longo de todo o ciclo de vida do ativo, passou a ser tarefa prioritária. Barone-Adesi e Whalley em [3] e Geske e Johnson em [4] definiram soluções analíticas para o preço de uma opção americana ao longo do tempo em função de um preço crítico, variável ao longo do tempo e que possui uma trajetória conhecida como curva de exercício ótimo. A curva de exercício ótimo é a fronteira definida por preços de um ativo que tornam o valor da opção nulo durante o seu ciclo de vida.

Entre os vários estudos publicados sobre aproximação analítica do preço de uma opção americana, até a presente data não há nenhum trabalho em que se faça a aproximação analítica do preço de uma opção americana sobre um ativo que segue o Processo de Reversão à Média (PRM).

O PRM, do ponto de vista econômico, é o mais adequado para preços de *commodities*, especialmente sob a ótica de longo prazo [5], embora seja mais complexo matematicamente do que o clássico Movimento Geométrico Browniano. Neste processo, a tendência é a reversão do preço em direção à média de longo prazo [6], entendida como o custo marginal médio da *commodity*, incluída a remuneração ao capital de risco.

Neste trabalho, considera-se o ativo subjacente como um ativo onde o seu preço segue um PRM. O objetivo é encontrar uma função analítica que descreva uma curva de exercício ótimo para ativos que seguem este processo. Encontrar uma curva de exercício ótimo e determinar o valor de uma opção requer tempo. Todavia a disponibilidade de uma função analítica que faça isso diretamente com um erro aceitável, permite ao investidor ter uma noção razoável de seu investimento sem precisar fazer demoradas e exaustivas simulações.

Para encontrar uma função para o problema estudado (função da curva de exercício ótimo de uma opção sobre um ativo que segue o PRM), Dixit & Pindyck demonstram em seu livro [6] (capítulo 5), que há uma solução para o valor da opção determinada por uma função hipergeométrica. Esta solução é representada por uma série infinita, portanto, sem solução analítica. Esta solução possui dois de seus parâmetros (uma constante e o preço crítico do ativo) determinados numericamente. Sendo o preço crítico de um ativo definido por muitos parâmetros e sem solução analítica, foi sugerido a utilização da Programação Genética (PG) neste estudo para determinar uma função que descreva este preço crítico do ativo ou curva de exercício ótimo.

A PG utiliza o modelo evolucionário “darwiniano” para evoluir programas. Nesta aplicação a PG é empregada para executar a regressão simbólica de função que representa um processo, empregando-se dados de entrada e saída referentes ao processo.

1.2. Objetivos

Esta pesquisa tem por objetivo empregar computação evolucionária para encontrar uma função analítica que aproxime a curva de exercício ótimo de uma opção sobre um ativo cujo preço segue o PRM. Para o cálculo do valor da opção é proposto o método da Simulação de Monte Carlo (SMC), que utiliza a curva de exercício ótimo como parâmetro para calcular os retornos da opção sobre um ativo ao longo do tempo. Este método é utilizado para se conhecer o grau de eficiência da função analítica encontrada.

1.3. Descrição do Trabalho

O produto final deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo para inferência de curvas de exercício ótimo utilizando Programação Genética, o que envolveu a criação de um software para realizar a Programação Genética e o estudo da teoria das opções.

Em particular, o estudo da teoria das opções considerou os processos estocásticos necessários para simulação do preço de um ativo ou *commodity* ao longo do tempo, assim como o estudo da influência das variáveis relacionadas a este preço, necessárias para inferência da curva de exercício ótimo.

A inferência da curva de exercício ótimo é realizada por Programação Genética que é capaz de avaliar várias soluções aleatórias até evoluir para a melhor solução ou solução ótima. A avaliação é realizada através da comparação das possíveis soluções com amostras de curvas de exercício ótimo previamente obtidas para um conjunto de treinamento.

A pesquisa para esta dissertação envolveu o estudo da teoria das opções, Programação Genética e o uso biblioteca de Programação Genética (“Framework”) *OpenBEAGLE*, de literatura sobre a teoria das opções, além de

livros e artigos sobre Programação Genética e Computação Evolucionária. Também foram sempre úteis livros de Programação C++ utilizados largamente neste trabalho.

Para realizar a inferência sobre as curvas de exercício ótimo, foi utilizado software de Alternativas da PETROBRÁS. Através dele, foram geradas 100 curvas de exercício ótimo sendo 50 sorteadas como conjunto de treinamento para evolução da função analítica.

A partir das curvas de exercício ótimo geradas, foram feitos testes com o *OpenBEAGLE* manipulando-se gradativamente os diversos parâmetros necessários para se ter um conhecimento da sensibilidade e influência destes parâmetros na evolução da PG.

A obtenção de uma função analítica que explique as curvas de exercício ótimo utilizadas como conjunto de treinamento, teve três fases principais. Na primeira fase foram identificados o conjunto de variáveis (terminais da PG) da função. Entre os terminais adicionados estão a taxa de juros livre de risco, a volatilidade, a taxa de conveniência da *commodity*, o tempo de duração do projeto, etc. Em seguida foi necessário implementar recursos no software para a análise dos parâmetros de controle da evolução, especialmente o número de indivíduos da população e o número de gerações.

Na segunda fase, foram selecionadas funções evoluídas em experimentos distintos. Cada função analítica foi então traçada graficamente variando-se a volatilidade e a taxa de juros livre de risco para posterior comparação com amostras de mesmos valores obtidas pela SMC. A comparação foi feita com base na Raiz do Erro Médio Quadrático (RMSE) e Erro Médio Percentual Absoluto (MAPE), obtendo-se resultados significativos com pequena margem de erro.

Na terceira fase foi utilizada a melhor das funções obtidas para calcular o valor da opção através da Simulação de Monte Carlo, obtendo-se valor aproximado ao valor das amostras.

1.4. Conteúdo da Dissertação

Esta dissertação está constituída por 6 capítulos para compreensão do trabalho desenvolvido.

No Capítulo 2 é feita uma breve descrição sobre a teoria das opções, mostrando os processos estocásticos que são utilizados para modelar os preços dos ativos. Também descreve-se sobre as opções de compra e venda, assim como a teoria para a avaliação das opções proposta por Fischer Black e Myron Scholes.

No Capítulo 3 são descritos os paradigmas da Computação Evolucionária e da Programação Genética, os operadores genéticos utilizados para reprodução, assim como os operadores semente e demais heurísticas para evoluir programas.

No capítulo 4 é descrito o modelo que utiliza Programação Genética para fazer a Regressão Simbólica da função para a curva de exercício ótimo, com as amostras de curvas de exercício ótimo criadas para o conjunto de treinamento. Também é descrito o mecanismo que vai desde a simulação das amostras das curvas de exercício ótimo até a parametrização dos operadores genéticos para a PG e conseqüente cálculo do valor da opção utilizando Simulação de Monte Carlo (SMC) através de programa desenvolvido em macro no EXCEL.

No Capítulo 5 apresentam-se um estudo de caso utilizando o modelo proposto aplicado a alternativas de investimento em um campo petrolífero. A seguir, são mostrados os resultados gerados por PG e são feitas comparações entre estes resultados e a amostra do conjunto de teste para os mesmos parâmetros. Após a comparação dos resultados, é calculado o valor da opção por SMC utilizando as curvas de exercício ótimo geradas por PG. Os valores da opção são então comparados aos valores já obtidos com o conjunto das amostras de validação.

No capítulo 6, apresenta-se a conclusão e trabalhos futuros no intuito de que esta dissertação possa proporcionar outras dissertações, pesquisas e avanços tanto na área de Computação Evolucionária como no campo de estudo das Opções.