



**Alexandre da Silva Galvão**

**INSTABILIDADE ESTÁTICA E DINÂMICA DE  
PÓRTICOS PLANOS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Paulo Batista Gonçalves  
Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Rio de Janeiro, 23 setembro de 2004



**Alexandre da Silva Galvão**

**Instabilidade Estática e Dinâmica de Pórticos Planos Com  
Ligações Semi-Rígidas**

Tese apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.  
Aprovada pela comissão Examinadora abaixo  
assinada.

**Prof. Paulo Batista Gonçalves**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. Ricardo Azoubel da Mota Silveira**

Co-orientador

Departamento de Engenharia Civil – Escola de Minas – UFOP

**Prof. João Cyro André**

Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações - USP -SP

**Prof. Carlos Magluta**

Programa de Engenharia Civil - COPPE – UFRJ

**Prof. Marcelo Amorim Savi**

Programa de Engenharia Mecânica – COPPE – UFRJ

**Prof. João Luis Pascal Roehl**

Departamento de Engenharia Civil – PUC – Rio

**Prof. Raul Rosas e Silva**

Departamento de Engenharia Civil – PUC – Rio

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC – Rio

Rio de Janeiro, 23 setembro de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Alexandre da Silva Galvão**

Graduou-se em Engenharia Civil na UFOP (Universidade Federal de Ouro Preto) em 1996. Fez curso de Mestrado em Construções Metálicas no Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil da UFOP pelo qual recebeu título de mestre no ano de 2000.

#### Ficha Catalográfica

Galvão, Alexandre da Silva

Instabilidade estática e dinâmica de pórticos planos com ligações semi-rígidas / Alexandre da Silva Galvão; orientador: Paulo Batista Gonçalves; co-orientador: Ricardo Azoubel da Mota Silveira. – Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2004.

v., 245 f.:il.;29,7 cm

1. Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Instabilidade Estrutural. 3. Dinâmica Estrutural. 4. Não-linearidade geométrica. 5. Ligações semi-rígidas. 6. Pórticos Planos. I. Gonçalves, Paulo Batista. II. Silveira, Ricardo Azoubel. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. IV. Título.

CDD: 624

"A tua saudade  
corta mais que o fio de navaia.  
O coração fica aflito,  
bate uma e a outra faia.  
E os olhos se enchem d'água  
que até a vista se atrapaia."

(do cientista e poeta Paulo Vanzolini)

Favelinha  
Templo da juventude.  
Ah a juventude!  
energia sem remédio  
que une sorrisos  
de diferentes peitos  
universos únicos e indivisíveis  
diferentes culturas  
existências frágeis e delicadas  
diferentes paixões  
confusões e medos velados  
de muitos sotaques  
máscaras que pesam nas faces  
dores disfarçadas  
lembranças e saudades  
feridas de guerra  
guerreiros da vida vivendo  
vivendo...vivendo...  
fazendo, enfim, valer  
num ruído irresponsável  
delirante e universal  
a humanidade.

(Favelinha é o nome que damos ao setor do prédio da  
PUC-Rio onde ficam nossas salas de estudos)

Dedico a todos que me fizeram, fazem e farão sofrer...  
...de saudade...

## Agradecimentos

À PUC-Rio por me receber e me acolher durante esses 4 últimos anos.

Ao bendito apoio financeiro do CNPq, sem o qual não realizaria este sonho.

A todos os professores que tive em minha vida, representados pela Irmã Fidelis do Educandário Santo Antônio de Ouro Preto que me alfabetizou, professor José Benedito Neves (in memoriam) da Escola Técnica Federal de Ouro Preto por ter mostrado tanto amor a esta linda profissão de educador, o meu pai João Galvão, meu professor por duas vezes na graduação, por ser a minha maior referência e meu maior incentivador, os meus professores do departamento de Engenharia Civil da UFOP, os meus professores da Puc-Rio.

À Ana Roxo, pela dedicação e amor ao seu trabalho e aos seus “filhos”.

Aos meus orientadores por serem, sem nenhuma dúvida, duas das pessoas mais importantes em toda minha vida: o Prof. Paulo Batista Gonçalves pela amizade, paciência e enorme carinho com que me acolhe sempre, chegando mesmo a fazer papel de pai nos meus momentos mais difíceis; o Prof. Ricardo Azoubel da Mota Silveira, por sua dedicação por vezes inacreditável e pela forte amizade nestes 6 anos em que me acompanha.

Aos amigo Ivy Jeann pela grande amizade e constante companheirismo, mesmo à distância; Anderson e Janaína pelo enorme carinho com que sempre me recebem; Raissa, por me ensinar Francês e pela bonita amizade; Leonardo Pinheiro pela colaboração e exemplo de vida; Anderson Resende, pela energia contagiante e por ser um bom companheiro; Denilson Lucena, que por muitas vezes substituiu o papel do meu irmão aqui na PUC;

À linda família que fiz em Rio Piracicaba, pelo carinho e amor que me dedicam sempre. São grandes professores nesta matéria, o Amor.

Às pessoas que passaram a fazer parte da minha vida nestes últimos anos e que me fizeram sorrir, amar, AMAR, suspirar, chorar, que me provocaram medo, ansiedade, ilusões, desilusões, sonhos, enfim, encheram a minha vida de poesia e beleza... (e muitas reticências)...

À minha querida amiga Cris, que torce é reza por mim, me dedicando um carinho sem medidas.

Aos meus pais e ao meu irmão eu não agradeço, pois eles fazem parte de mim e, portanto, agradecem junto comigo cada um dos representados desta lista.

## RESUMO

Galvão, Alexandre da Silva; Gonçalves, Paulo Batista; Silveira, Ricardo Azoubel da Mota. **Instabilidade estática e dinâmica de pórticos planos com ligações semi-rígidas**. Rio de Janeiro, 2004. 245p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um programa computacional para a análise não-linear estática e dinâmica de pórticos planos com ligações flexíveis (semi-rígidas). Inicialmente é apresentada a metodologia de solução não-linear e as formulações dos elementos finitos adotados na base computacional implementada. Em seguida, são estudados vários exemplos de sistemas estruturais estáticos com caminhos de equilíbrio fortemente não-lineares com a finalidade de testar os programas implementados. Então é apresentada a formulação do problema dinâmico com a definição das equações diferenciais ordinárias de movimento e as expressões das matrizes de massa e amortecimento. A solução desse sistema de equações diferenciais ordinárias é obtida por métodos de integração numérica implícitos ou explícitos. Alguns destes métodos são apresentados neste trabalho e incorporados ao programa computacional em conjunto com estratégias adaptativas de incremento automático do intervalo de tempo de integração  $\Delta t$ . Por fim, o sistema computacional desenvolvido é utilizado na modelagem e obtenção da resposta estrutural estática e dinâmica de alguns sistemas estruturais planos com comportamento eminentemente não-linear. Através destes resultados são analisados alguns fenômenos importantes de instabilidade estática e dinâmica, bem como possíveis mecanismos de colapso e a influência de parâmetros físicos e geométricos no comportamento estrutural.

## PALAVRAS-CHAVE

Instabilidade estrutural; dinâmica estrutural; não-linearidade geométrica; ligações semi-rígidas; pórticos planos.

## ABSTRACT

Galvão, Alexandre da Silva; Gonçalves, Paulo Batista; Silveira, Ricardo Azoubel da Mota (advisors). **Static and dynamic instability of plane frames with semi-rigid connections**. Rio de Janeiro, 2004. 245p. D.Sc. Thesis – Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main objective of this thesis is to develop a numerical methodology for the nonlinear static and dynamics analysis of plane frames with semi-rigid connections. Initially, the formulations of the adopted finite elements are presented and implemented together with numerical methodologies for the solution of the non-linear equilibrium equations. Then, some examples of strongly nonlinear structural systems under static loads are studied to check the methodology. Subsequently, the ordinary differential equations of motion are derived and the corresponding damping and mass matrices are presented. The solution of this system of ordinary differential equations is obtained by implicit or explicit numerical integration methods. Some of these methods are presented in this work and incorporated into the computational program together with adaptive strategies for the automatic increment of the time step  $\Delta t$ . Finally, the computational system here developed is used to study the static and dynamic response of some plain structural systems with an inherent nonlinear behavior. A detailed parametric study is carried out to identify the influence of physical and geometric parameters on the structural behavior. This enables the analysis of some important static and dynamic instability phenomena and identification of possible mechanisms of collapse.

## KEY-WORDS

Structural instability; structural dynamic; geometric nonlinearity; semi-rigid connections; plane frames.

# SUMÁRIO

<b>1 Introdução</b>	11
1.1 Considerações iniciais e objetivos	11
1.2 Organização do Trabalho	13
1.3 Revisão Bibliográfica	14
<b>2 Problema estrutural estático não-linear</b>	20
2.1 Introdução	20
2.2 Formulação do elemento finito não-linear	21
2.2.1 Relações deformação-deslocamento	24
2.2.2 Incremento da energia potencial total	26
2.2.3 Elemento finito	28
2.2.4 Matriz de rigidez e vetor de forças internas	30
2.3 Formulação do elemento finito híbrido não-linear	33
2.4 Metodologia de solução não-linear	43

<b>13 Exemplos numéricos: análises estáticas não-lineares</b>	<b>48</b>
3.1 Introdução	48
3.2 Arcos	50
3.2.1 Arco circular rotulado-engastado	50
3.2.2 Arco circular biarticulado	52
3.2.3 Arco senoidal sob carregamento distribuído	55
3.2.3.1 Estudo do parâmetro geométrico $z_0$	58
3.3. Pórticos em L	64
3.3.1 Pórtico de Lee	66
3.3.2 Pórtico de Roorda	67
3.3.3 Estudo paramétrico	70
3.3.3.1 Influência das condições de apoio	71
3.3.3.2 Influência da excentricidade do carregamento	73
3.3.3.3 Carregamento distribuído	75
3.3.3.4 Influência da rigidez da ligação entre as barras	76
<b>4 Problema estrutural dinâmico não-linear</b>	<b>79</b>
4.1 Introdução	79
4.2 Equações de movimento	79
4.2.1 Considerações sobre a matriz de massa	82
4.2.2 Equações do movimento para o problema linear	85
4.2.3 Equações do movimento para o problema não-linear geométrico	86
4.3 Análise de vibração livre	87
4.3.1 Equação característica	87
4.3.2 Algoritmo de solução do problema de autovalor	88
4.4 Algoritmos de integração	90
4.4.1 Métodos explícitos e implícitos	91
4.4.1.1 Método da diferença central	91
4.4.1.2 Método de Runge-Kutta	94
4.4.1.3 Método de Newmark	97
4.4.1.4 Método de Wilson- $\theta$	100

4.4.2	Considerações sobre a análise dinâmica não-linear	104
4.4.3	Adaptatividade no tempo	107
4.4.3.1	Estratégia adaptativa para métodos da família de Newmark	108
4.4.3.2	Estratégia adaptativa para o método Runge-Kutta	111
<b>5</b>	<b>Exemplos numéricos: análises dinâmicas</b>	<b>114</b>
5.1	Introdução	114
5.2	Exemplos envolvendo análise de vibração	114
5.2.1	Barras com ligações semi-rígidas	115
5.2.2	Arco senoidal sob carregamento distribuído	124
5.2.2.1	Arco abatido: $z_0 = 20$ mm	124
5.2.2.2	Estudo do parâmetro geométrico $z_0$	128
5.2.3	Pórtico em L	136
5.3.	Exemplos de validação dos algoritmos de integração	148
5.3.1	Viga engastada-livre	148
5.3.2	Pórtico de Williams	151
5.3.3	Barras com ligações semi-rígidas	154
5.4	Exemplos numéricos de análise dinâmica não-linear	157
5.4.1	Arco senoidal	157
5.4.2	Pórtico em L	168
<b>6.</b>	<b>Conclusões e sugestões</b>	<b>173</b>
<b>7.</b>	<b>Referências</b>	<b>179</b>
<b>APÊNDICE A:</b>	<b>Estratégias de incremento e iteração</b>	<b>197</b>
<b>APÊNDICE B:</b>	<b>Modelos de ligação</b>	<b>206</b>
<b>APÊNDICE C:</b>	<b>Programa Computacional</b>	<b>217</b>