

2 Modelamento Matemático

Neste capítulo, é apresentado o modelamento matemático para resolver de forma acoplada o escoamento transiente de fluidos compressíveis e a movimentação de *pig* em um duto. É possível considerar o escoamento de um fluido ou de dois fluidos simultâneos, desde que separados por um *pig*, podendo estes ser líquido-líquido, gás-gás ou líquido-gás. Os fluidos são considerados Newtonianos e é assumido escoamento isotérmico.

A seguir, apresenta-se o modelo de controle, utilizado com o objetivo de garantir que a velocidade do *pig* e as pressões mínima e máxima no duto sejam continuamente mantidas a um determinado valor.

As equações diferenciais que governam o escoamento transiente são obtidas a partir da aplicação das equações de conservação de massa e da quantidade de movimento linear a um pequeno segmento de fluido em um duto. As variáveis dependentes são pressão e velocidade na seção transversal e as independentes são o tempo e a coordenada ao longo da tubulação.

A Figura 2.1 representa uma seção elementar de um tubo de área transversal variável. A linha de centro do tubo é inclinada em relação a horizontal em um ângulo q . Considerou-se as propriedades uniformes na seção transversal, de modo que o escoamento pode ser considerado como sendo essencialmente unidimensional.

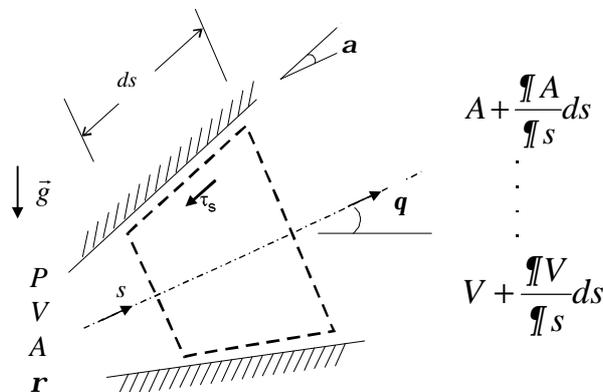


Figura 2.1 - Volume de controle

2.1. Conservação de Massa

A equação da continuidade aplicada ao volume de controle da Figura 2.1, pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{r}A ds) + \frac{\partial}{\partial s}(\mathbf{r}AV) ds = 0 \quad (2.1)$$

onde \mathbf{r} é a massa específica, V é a velocidade, A é a área da seção transversal, s e t são coordenadas axial e tempo, respectivamente.

Expandindo a equação e dividindo pela massa $\mathbf{r}A ds$ obtém-se

$$\frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V}{\mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} + \frac{1}{\mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (2.2)$$

ou usando a definição de derivada material

$$\frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} + \frac{1}{\mathbf{r}} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} + \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (2.3)$$

O primeiro termo da equação (2.3) é relativo às variações da área ao longo da tubulação, devido a diferentes diâmetros e espessuras, assim como pela dilatação da mesma devido à pressão. O segundo termo leva em consideração a compressibilidade do fluido. Finalmente, o terceiro termo está associado à variação da velocidade ao longo do duto. A seguir, estes termos serão analisados em detalhes.

2.1.1. Variações da Área da Tubulação

A variação da área da tubulação pode ocorrer devido às forças de pressão ao longo do fluido ou às alterações na geometria do tubo, podendo ser expressa como,

$$dA = \frac{\partial A}{\partial P} dP + \frac{\partial A}{\partial s} ds \quad (2.4)$$

onde P é a pressão.

A relação área-pressão é dada por (Wylie and Streeter, 1978), para uma tubulação totalmente ancorada

$$\frac{\partial A}{\partial P} = \frac{AD}{eE}(1 - \mathbf{m}^2) \quad (2.5)$$

onde D e e são respectivamente o diâmetro e a espessura da parede do tubo, E é o módulo de Young do material do tubo e \mathbf{m} é o coeficiente de Poisson. Assim,

$$\frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial P} \frac{DP}{Dt} + \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial s} \quad (2.6)$$

Substituindo as equações (2.5) na equação (2.6), obtém-se,

$$\frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} = \frac{D}{eE}(1 - \mathbf{m}^2) \frac{DP}{Dt} + \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial s} \quad (2.7)$$

Diâmetro da Tubulação. A variação do diâmetro em função da pressão, pode ser determinada a partir da Eq. (2.5), substituindo-se a área do tubo por $A = (\mathbf{p}/4)D^2$, resultando em,

$$2 \frac{dD}{D^2} = \frac{(1 - \mathbf{m}^2)}{eE} dP \quad (2.8)$$

Integrando-se a equação (2.8), o diâmetro pode ser determinado por

$$D = \frac{D_{ref}}{1 - C_D(P - P_{atm})} \quad (2.9)$$

onde D_{ref} é o diâmetro do tubo à pressão atmosférica P_{atm} e

$$C_D = \frac{(1 - \mathbf{m}^2)D_{ref}}{2eE} \quad (2.10)$$

2.1.2. Compressibilidade do Fluido

Uma vez que no presente trabalho, considerou-se escoamento isotérmico, a

variação da massa específica ao longo do duto se deve somente à pressão,

$$d\mathbf{r} = \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial P} \right|_r dP \quad \text{ou} \quad d\mathbf{r} = \frac{1}{a^2} dP \quad (2.11)$$

onde a velocidade de propagação do som a em um meio infinito isotérmico é escrita como,

$$a = \sqrt{\left. \frac{\partial P}{\partial \mathbf{r}} \right|_r} \quad (2.12)$$

Assim,

$$\frac{1}{\mathbf{r}} \frac{D\mathbf{r}}{Dt} = \frac{1}{\mathbf{r} a^2} \frac{DP}{Dt} \quad (2.13)$$

2.1.3. Equação da Pressão

Substituindo as equações (2.7) e (2.10) na equação (2.3), obtém-se a equação de conservação de massa em função da pressão

$$\frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial s} + \mathbf{r} c^2 \frac{\partial V}{\partial s} + \mathbf{r} c^2 \frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial s} = 0 \quad (2.14)$$

onde $c^2 = a^2/\mathbf{x}$ é a velocidade de propagação da onda acústica na tubulação considerando-a totalmente ancorada, e

$$\mathbf{x} = 1 + \frac{\mathbf{r} a^2 D}{eE} (1 - \mathbf{m}^2) \quad (2.15)$$

2.2. Conservação da Quantidade de Movimento Linear

A segunda lei de Newton aplicada ao volume de controle da Figura 2.1 é

$$\sum F_s = \mathbf{r} A \frac{DV}{Dt} ds \quad (2.16)$$

As forças que atuam nas superfícies do volume de controle são devido à pressão e tensão de cisalhamento, e a força de corpo é devido ao campo gravitacional atuando no fluido. Assim,

$$\sum F_s = PA - \left[PA + \frac{\partial}{\partial s}(PA)ds \right] + P \frac{\partial A}{\partial s} ds - t_0 p D ds - r g A ds \text{sen } q \quad (2.17)$$

Substituindo a equação (2.17) na equação (2.16) e dividindo-a pela massa do volume de controle $r A ds$, obtemos após simplificações,

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial s} - \frac{4t_0}{rD} - g \text{sen } q = \frac{DV}{Dt} \quad (2.18)$$

A tensão viscosa pode ser escrita em termos do coeficiente de atrito, f ,

$$t_0 = \frac{f}{8} r V^2 \quad \text{ou} \quad t_0 = \frac{f}{8} r |V|V \quad (2.19)$$

O termo V^2 deve ser escrito como $V|V|$, uma vez que o atrito atua no sentido oposto ao movimento.

Substituindo a equação (2.19) na equação (2.18) e expandindo o termo da aceleração, a equação da quantidade de movimento linear torna-se,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial s} - \frac{f V |V|}{2 D} - g \text{sen } q \quad (2.20)$$

2.2.1. Fator de Atrito

A especificação do fator de atrito f , foi definida considerando-se escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, para cada regime de escoamento, sendo este determinado em função do número de Reynolds Re expresso como,

$$Re = \frac{r |V| D}{m_f} \quad (2.21)$$

onde m_f é a viscosidade absoluta do fluido.

De forma a evitar uma transição abrupta no fator de atrito em função da

mudança do regime de escoamento de laminar para turbulento, foi criada uma faixa de transição onde o fator de atrito varia linearmente do regime laminar ao turbulento.

- (i) Regime laminar (**Re** inferior a 2000): De acordo com a solução de Hagen Pousseuille (Fox & McDonald, 1998) tem-se

$$f = \frac{64}{\mathbf{Re}} \quad (2.22)$$

Para evitar dificuldades numéricas, para baixos números de Reynolds, considerou-se um limite superior igual a 0,64, correspondente a **Re** = 100.

- (ii) Regime turbulento (**Re** superior a 2500): Aqui foi empregada a correlação empírica de Miller (Fox & McDonald, 1998)

$$f = 0,25 \left[\log \left(\frac{e/D}{3,7} + \frac{5,74}{\mathbf{Re}^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (2.23)$$

- (iii) Regime de Transição (**Re** entre 2000 e 2500): O ajuste utilizado para a faixa de transição entre os regimes laminar e turbulento é dado conforme

$$f = -3,073 \times 10^{-2} + 3,14 \times 10^{-5} \mathbf{Re} \quad (2.24)$$

considerando $e/D = 0,0005$, o que suaviza um pouco a transição entre os regimes

2.3. Propriedades do Fluido

Considerou-se somente a dependência das propriedades dos fluidos em relação à pressão, uma vez que a presente análise é isotérmica.

2.3.1. Massa Específica

- (i) Líquido:

Integrando-se a equação (2.11), considerando-se a velocidade do som, a , como constante, obtém-se a seguinte relação entre massa específica e pressão:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{ref} + \frac{P - P_{ref}}{a^2} \quad (2.25)$$

sendo \mathbf{r}_{ref} e P_{ref} respectivamente a massa específica e pressão de referência.

(ii) Gás

Neste caso, utilizou-se a equação de estado de gás quase ideal, avaliada a temperatura de referência T_{ref}

$$\mathbf{r} = \frac{P}{z R T_{ref}} \quad \text{onde} \quad R = \frac{\mathfrak{R}}{M} \quad (2.26)$$

sendo, R a constante do gás, $\mathfrak{R} = 8314,3 \text{ J}/(\text{kgmol}\cdot\text{K})$ é a constante universal dos gases, \bar{M} é a massa molecular da mistura gasosa e z o fator de compressibilidade.

Neste caso, a velocidade de propagação do som a em um meio infinito, considerando um processo isotérmico, pode ser obtida diretamente da equação (2.12), sendo igual a

$$a = \sqrt{z R T_{ref}} \quad (2.27)$$

o que permite que a massa específica possa ser obtida de

$$\mathbf{r} = \frac{P}{a^2} \quad (2.28)$$

2.3.2. Viscosidade Absoluta

Com relação à viscosidade absoluta ou dinâmica, considerou-se a mesma forma de correlação para líquido ou gás, dada por

$$\mathbf{m}_f = \mathbf{m}_{ref} \exp[c_{m,p} (P - P_{ref})] \quad (2.29)$$

sendo, \mathbf{m}_{ref} a viscosidade absoluta de referência na pressão de referência, $c_{m,p}$ o coeficiente de pressão para a viscosidade e P_{ref} a pressão de referência.

2.4. Condições de Contorno

A resolução das equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear demanda que sejam especificadas condições de contorno.

Como condição de contorno para cada extremidade do duto, pode-se prescrever valores de pressão ou vazão mássica, os quais podem ser variáveis no tempo. Alternativamente, pode-se considerar a existência de uma válvula em cada extremidade do duto.

No caso de válvulas, prescreve-se uma relação entre vazão mássica e pressão, indicada pela equação (2.30) para uma válvula localizada na entrada do duto e pela equação (2.31) para a saída,

$$\dot{m}_in = r_in (Cd Ag)_{in} c \sqrt{\frac{2(Pt_{in} - P)}{r_in}} \quad (2.30)$$

$$\dot{m}_{out} = r_{out} (Cd Ag)_{out} c \sqrt{\frac{2(P - Pt_{out})}{r_{out}}} \quad (2.31)$$

sendo, $(Cd Ag)$ o produto do coeficiente de descarga pela área de passagem da válvula totalmente aberta, c a percentagem de abertura da válvula e Pt_{in} e Pt_{out} respectivamente pressões constantes à montante da válvula de entrada e à jusante da válvula de saída do duto.

Na especificação da condição de contorno, a área de passagem da válvula pode ser variável com o tempo. A curva do percentual de abertura c em função do tempo pode ser conhecida a priori ou pode ser ajustada continuamente de forma a manter variáveis de interesse dentro de limites desejados. No item 2.8 é feita uma descrição mais detalhada desta funcionalidade.

Por serem as equações de conservação de primeira ordem, somente uma condição de contorno é necessária para cada uma delas, ou seja, ao menos duas condições de contorno precisam ser especificadas, podendo ser feitas várias combinações, entre pressão, vazão mássica e modelagem de válvula.

2.5. Inicialização

Para análise do escoamento transiente devido a passagem de um *pig* é necessário definir a condição inicial no instante da introdução do *pig*. Considerou-se duas possibilidades:

- Fluido em repouso, correspondendo a vazão nula ao longo da tubulação
- Fluido escoando em regime permanente.

2.5.1. Fluido em Repouso

Quando o fluido está em repouso, a velocidade ao longo da tubulação é nula e portanto a distribuição de pressão é hidrostática, isto é, depende da elevação e da pressão inicial especificada no ponto de maior elevação do duto.

A partir da equação (2.20) aplicada para a situação de equilíbrio hidrostático, tem-se

$$\frac{dP}{r} + g dz = 0 \quad ; \quad \text{onde} \quad dz = ds \operatorname{sen} \boldsymbol{q} \quad (2.32)$$

A distribuição de pressão deve ser obtida, integrando-se a equação (2.32) de s a $s + ds$, utilizando-se a equação adequada para a massa específica em função da pressão, dependendo de cada tipo de fluido:

(i) Líquido

Substituindo na equação (2.32) a massa específica do líquido, dada pela equação (2.25), e integrando ao longo do duto (coordenada s), obtemos a distribuição de pressão como,

$$P_{s+ds} = P_{ref} + \frac{(P_s - P_{ref})}{e^{(g\Delta z)/a^2}} + r_{ref} g \Delta z \frac{(e^{-(g\Delta z)/a^2} - 1)}{(g\Delta z)/a^2} \quad (2.33)$$

(ii) Gás

Para gases, a massa específica é dada pela equação (2.28), ficando a distribuição de pressão ao longo do duto expressa conforme,

$$P_{s+ds} = \frac{P_s}{e^{(g \Delta z)/a^2}} \quad (2.34)$$

2.5.2. Inicialização em Regime Permanente

Para a inicialização do sistema com vazão mássica diferente de zero, é necessário determinar o campo de velocidade e pressão para a situação de regime permanente. Devido às não linearidades do problema, não é possível obter uma solução analítica, portanto as equações de conservação apresentadas devem ser integradas numericamente, partindo da condição inicial hidrostática descrita no item anterior.

2.6. Modelagem da Dinâmica do Pig

O acoplamento do movimento do *pig* com o escoamento do fluido na tubulação é obtido através de um balanço de forças atuando no *pig*, o qual pode ser escrito como,

$$m \frac{dV_p}{dt} = (P_1 - P_2)A - mg \operatorname{sen} \mathbf{q} - F_{at}(V_p) \quad (2.35)$$

onde, V_p é a velocidade do *pig*, m a massa do *pig*, P_1 e P_2 são as pressões nas faces à montante e à jusante do *pig* e \mathbf{q} é o ângulo do eixo do tubo com a horizontal.

O termo $F_{at}(V_p)$ representa a força de contato entre o *pig* e a parede do tubo. Quando o *pig* não está em movimento, a força de contato varia de zero à força estática máxima, F_{stat} , a fim de equilibrar a força de pressão devido ao escoamento do fluido. Como o *pig* pode não ser simétrico, a força de contato estático depende do sentido da iminência do movimento. No caso do gradiente de pressão negativo essa força máxima é F_{stat}^{neg} . Se o gradiente de pressão for positivo a força máxima é F_{stat}^{pos} .

A resistência de contato do *pig* com o fluido em movimento em geral é diferente da resistência quando o *pig* está parado. Como no caso do *pig* parado, a

força de contato dinâmica admite valores diferentes, F_{din}^{pos} e F_{din}^{neg} , dependendo do sentido do movimento do pig.

Os valores assumidos pela força de contato podem ser resumidos como segue,

$$F_{at}(V_p) = \begin{cases} -F_{din}^{neg}(s_p) & \text{se } V_p < 0 \\ F(s_p) & \text{se } V_p = 0 \\ +F_{din}^{pos}(s_p) & \text{se } V_p > 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

onde,

$$-F_{stat}^{neg}(s_p) \leq F(s_p) \leq F_{stat}^{pos}(s_p) \quad (2.37)$$

A dependência da força de contato em s_p , a coordenada axial do pig, indica que o valor da força pode ser variado ao longo do comprimento do tubo.

O acoplamento entre as condições de escoamento a montante e a jusante do pig é dado pela equação (2.35), a qual é resolvida juntamente com as equações de escoamento apresentadas na nos itens 2.1 e 2.2.

2.7.

Pressão Máxima de Operação Admissível (PMOA)

Na determinação do escoamento de fluidos em dutos, a pressão máxima de operação admissível (PMOA) é um parâmetro importante a ser considerado, pois é a referência para se avaliar se as pressões obtidas na simulação estão dentro do limite de operação seguro do duto.

A PMOA é definida como a maior pressão na qual um duto pode ser operado em concordância com a norma adotada para seu projeto e construção, e determinada como sendo o menor valor de pressão admissível obtido em função de cinco critérios descritos a seguir, relativos a dutos terrestres.

(i) Pressão de projeto:

De acordo com as normas ASME B31.4 (2004) e ASME B31.8 (2003) o cálculo a pressão de projeto é baseado na fórmula de Barlow,

$$P_{proj} = \frac{2Se}{D_e} FET \quad (2.38)$$

sendo, S a tensão de escoamento do material do tubo, e a espessura da parede do tubo, D_e o diâmetro externo do tubo e F , E e T respectivamente os fatores de projeto, de tipo de solda longitudinal e de temperatura.

Nos oleodutos, é utilizado um fator de projeto F igual a 0,72. Para gasodutos, o fator de projeto pode variar de 0,40 a 0,80 de acordo com a classe de locação do trecho do gasoduto, a qual é determinada em função do número e proximidade de construções destinadas à ocupação humana.

(ii) Teste hidrostático realizado:

Todos os pontos de um duto devem ser testados a uma pressão mínima acima da sua pressão de operação. Assim, a pressão máxima de operação devido ao teste hidrostático é determinada como,

$$P_{mopth} = \frac{P_{th}}{F_{th}} \quad (2.39)$$

onde P_{th} é a pressão exercida em cada ponto do duto durante o teste hidrostático e F_{th} o fator de teste hidrostático.

Nos oleodutos, é utilizado um fator de teste hidrostático F_{th} igual a 1,25. Para gasodutos, este fator pode variar de 1,1 a 1,8 de acordo com a classe de locação do trecho do gasoduto.

(iii) Classe de pressão dos acessórios instalados:

A pressão máxima de operação nos acessórios de um duto é limitada à pressão correspondente à sua classe de pressão.

(iv) Integridade estrutural:

A condição estrutural do tubo, em caso de defeitos existentes, deve ser considerada na determinação da pressão máxima de operação admissível.

(v) Histórico das pressões de operação:

Nos dutos projetados e testados para operar a uma determinada pressão, mas que operem por longos períodos a uma pressão reduzida, é recomendado que se reavalie a sua pressão máxima de operação admissível.

A Figura 2.2 mostra de forma esquemática a relação da PMOA com as demais pressões existentes em um oleoduto.

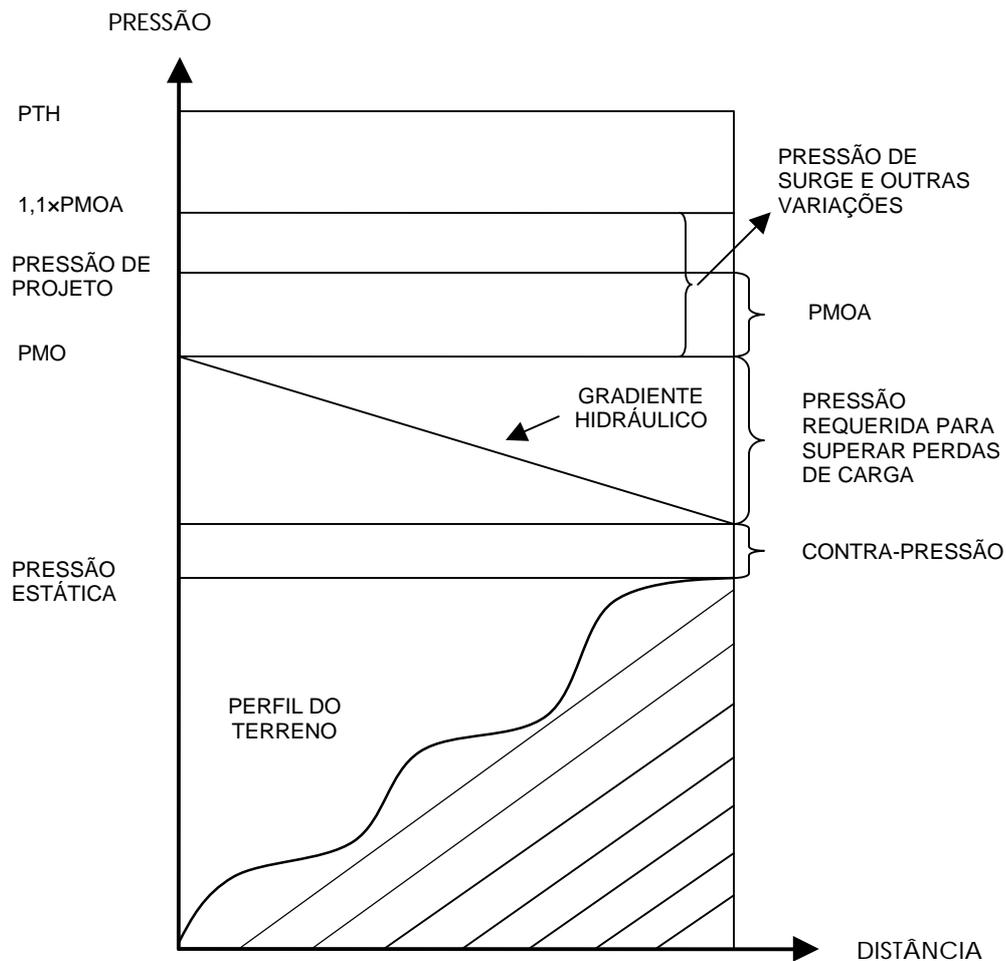


Figura 2.2 - Representação esquemática das pressões em oleodutos, ou trecho de oleoduto, de mesma espessura e material.

- Pressão Máxima de Operação (PMO) → maior pressão na qual cada ponto de um duto é submetido em condições normais de operação, quer ocorra em regime de escoamento permanente ou na condição estática.

- Pressão de projeto → pressão adotada para dimensionamento mecânico do tubo e demais componentes do duto.

- Pressão de surge → pressão produzida por uma mudança na velocidade do escoamento, resultante do desligamento de estação ou unidade de bombeio, fechamento de válvula ou qualquer outro bloqueio no escoamento.

- Pressão de Teste Hidrostático (PTH) → Pressão aplicada no duto para demonstrar sua resistência mecânica ou sua estanqueidade.

- Pressão estática → pressão na qual cada ponto de um duto é submetido na condição estática, resultante das diferenças de elevação com relação ao ponto alto do duto.

- Contra pressão → Pressão a ser mantida no duto devido a algum requisito do processo.

De uma forma geral a PMOA estabelecida é baseada apenas na pressão de projeto do duto e no teste hidrostático, porém com frequência a determinação da PMOA leva em consideração a condição atual de integridade do duto e nos casos de análise de operações especiais pode-se desejar operar com fatores de segurança maiores, reduzindo a PMOA para valores considerados seguros para tal operação. Como exemplo, pode ser citada uma operação para remoção de produto de um oleoduto com N_2 visando a realização de reparos e trocas de trechos. Além de ser uma operação especial, pressupõe algum grau de comprometimento da integridade do duto, podendo ser desejado que a PMOA fique limitada a valores menores do que o inicialmente definido para aquele duto.

Os critérios aqui abordados se referem apenas a dutos terrestres e ilustram a quantidade de fatores que influênciam na determinação da PMOA. Para estudos hidráulicos de dutos submarinos, outros critérios de projeto, construção, operação e manutenção devem ser utilizados.

2.8. Controle de Processos

Os sistemas de controle de processo têm por objetivo manter certas variáveis do processo dentro de limites operacionais desejáveis. Estes podem ser em malha aberta ou em malha fechada.

O sistema de controle em malha aberta atua a partir da determinação de uma variável, por exemplo, uma determinada abertura para uma válvula de controle, considerando-se a vazão constante. A Figura 2.3 mostra um diagrama de bloco de um sistema de controle em malha aberta.



Figura 2.3 - Sistema de controle em malha aberta.

No sistema de controle em malha fechada, o valor da variável na saída do processo é usado para retro-alimentar o sistema, compensando perturbações externas e internas inerentes a um processo industrial. Um diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada está ilustrado na Figura 2.4.

Aproveitando o exemplo acima com alguns dados adicionais, pode-se imaginar um sistema composto por um tanque fornecendo produto a um processo, tendo uma válvula instalada na tubulação que interliga o tanque ao processo. Inicialmente, é determinado o percentual de abertura da válvula para se obter uma vazão desejada. Entretanto, à medida que o nível do tanque for diminuindo, a vazão que vai do tanque para o processo irá diminuir caso a abertura da válvula não seja alterada, como aconteceria em um controle em malha aberta. Considerando que o processo demande uma vazão constante, pode-se colocar um medidor de vazão, e retro-alimentar o sistema com esta informação, para que o mesmo mude a abertura da válvula e mantenha a vazão no seu valor desejado.

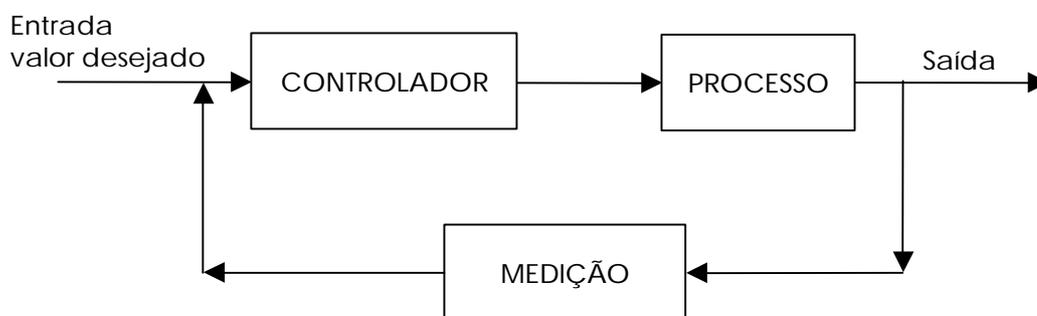


Figura 2.4 - Sistema de controle em malha fechada.

Com o sistema de controle em malha fechada surge a figura do controlador, que compara o valor desejado com o valor medido. Se houver um desvio entre estes valores, o controlador manipula a sua saída, no exemplo a abertura de uma determinada válvula de controle, de forma a eliminar este erro. Assim, a variável do processo é mantida no valor desejado, compensando as perturbações externas e as possíveis não-linearidades do sistema.

Esse controlador tanto pode ser um manual, atendendo à ação de um operador, como pode ser um dispositivo automático, por exemplo um algoritmo Proporcional, Integral e Derivativo (PID).

2.8.1. Controlador PID

Um controlador de processo verifica a distância entre uma variável medida do processo e o seu valor desejado, e em função deste “erro” gera um sinal de controle de forma a eliminar este desvio.

O controlador Proporcional, Integral e Derivativo (PID) gera a sua saída proporcionalmente ao erro, à integral do erro e à derivada do erro, e tem seu algoritmo dado por (Isermann, 1981),

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\mathbf{t}) d\mathbf{t} + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.40)$$

sendo, $e(t)$ o erro, e os fatores multiplicativos K , T_I e T_D conhecidos respectivamente como ganho do controlador, tempo integral e tempo derivativo.

Dependendo da aplicação, diferentes tipos de controladores podem ser utilizados. A Tabela 2.1 mostra um resumo das aplicações típicas dos principais controladores encontrados na indústria, (Campos, 1999).

O controlador PID é em geral indicado para malhas de controle que produzam uma resposta lenta, tais como, controle de temperatura ou de concentração (sistemas de reação).

Um controlador Proporcional e Integral (PI), gera a sua saída proporcionalmente ao erro e à integral do erro, correspondendo às duas primeiras parcelas da equação (2.40). O controlador PI é mais indicado para o controle de malhas de vazão, de nível e de pressão.

O controlador Proporcional (P) gera a sua saída proporcionalmente ao erro, primeira parcela da equação (2.40). Este tipo de controlador tem a característica de não conseguir eliminar o erro. Aumentando o ganho, menor é o desvio em regime permanente, entretanto nesta condição a malha tende a desestabilizar.

Tabela 2.1 - Aplicações típicas dos algoritmos PID na indústria

Controlador	Características	Aplicação
P	Tem desvio do <i>set point</i> em regime	
PI	Não tem desvio do <i>set point</i> em regime Sistema mais “nervoso”	Controles de vazão, nível e pressão.
PID	Antecipa a resposta, mais estável em malhas lentas, sem ruídos, e sem grandes tempos mortos.	Controles de composição e temperatura.

2.8.2.

Ação do controlador

O erro $e(t)$ do controlador pode ser definido por (Campos,1999)

$$e(t) = (VP(t) - SP) \times AC \quad ; \quad AC = 1 \text{ ou } -1 \quad (2.41)$$

onde, $VP(t)$ é a variável de processo, SP é o *set point* do controle da variável de processo e AC é a ação do controlador.

A ação do controlador pode ser direta ou reversa. No controlador com ação direta, quando a variável de processo aumenta, a saída do controlador também aumenta, ou seja a variável é mantida no valor, ou acima do *set point* desejado. No caso de ação reversa quando a variável de processo aumenta, a saída do controlador diminui, tentando manter a variável no valor ou abaixo do *set point* desejado.

2.8.3.

Controle de Duas Variáveis do Processo

Existem situações onde deseja-se realizar o controle simultâneo de duas variáveis de processo. Para tal, é usada uma funcionalidade conhecida como “passa baixo”, conforme diagrama de blocos mostrado na Figura 2.5, onde é

modelado um controlador para cada variável e assumido como sinal de saída para o processo, o menor valor entre as saídas dos dois controladores.

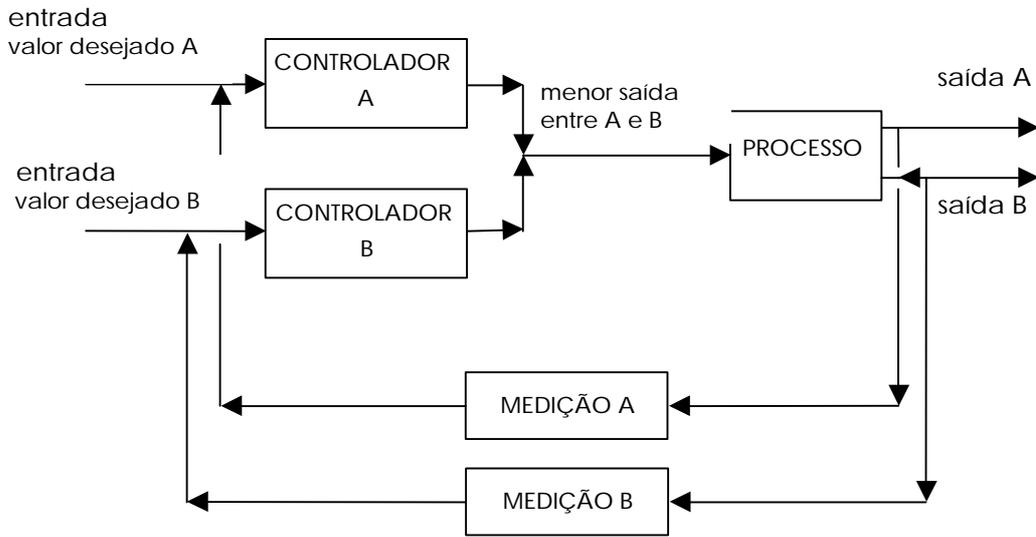


Figura 2.5 - Controle de duas variáveis do processo por "passa baixo".