5 Aplicação dos modelos constitutivos

Nos exemplos discutidos nos capítulos 3 e 4, ali apresentados com o objetivo de ilustrar o procedimento de cálculo dos modelos de Juárez-Badillo (1999b) e Gutierrez e Verdugo (1995), os resultados dos ensaios de laboratório nas amostras de areia se referiam a ensaios convencionais de compressão triaxial, não drenados, sob tensão controlada.

Neste capítulo serão abordados dois outros exemplos envolvendo ensaios de laboratório sob deformação controlada, em condição não drenada, tendo sido o primeiro executado em amostra de areia siltosa no Laboratório Geotécnico do Centro de Investigação Sísmica e de Mitigações de Desastres da Universidad Nacional de Ingeniería (CISMID-UNI, Perú), enquanto que o segundo envolve amostras de rejeito de ferro ensaiadas no Laboratório de Geotecnia da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) – MG.

5.1 Características do material

a) Ensaios CISMID-UNI

A amostra corresponde ao material granular utilizado para construção do dique inicial de uma barragem de rejeito para mineração de cobre, no Perú. O material foi classificado como areia siltosa, com massa específica de 2 g/cm³ e teor de umidade w = 6%. As amostras foram ensaiadas sob tensões confinantes de 0,1; 0,2 e 0,4 MPa e velocidade de cisalhamento de 0,2 mm/min. A curva tensão - deformação é apresentada na figura 5.1, o desenvolvimento das poropressões durante o ensaio na figura 5.2 e a trajetória de tensões efetivas na figura 5.3.







Figura 5.2 Curva da poropressão-deformação axial em amostra de areia siltosa (CIDMID-UNI).



Figura 5.3 Trajetória de tensões efetivas em amostra de areia siltosa (CIDMID-UNI).

Da figura 5.1 verifica-se que o material apresenta trecho de amolecimento, no caso das três amostras analisadas, a partir do nível de deformações de aproximadamente 1%. A diminuição da resistência ao cisalhamento após o pico é tanto maior quanto maior for a tensão de confinamento à qual a amostra esta submetida.

Da figura 5.2 observa-se que as poropressões apresentam grande crescimento inicial, tendendo em seguida para um valor assintótico constante, indicando, portanto um comportamento contrativo do volume das amostras ensaiadas. Da figura 5.3, finalmente, nota-se que as trajetórias de tensão efetiva, em todos os casos, atingem a linha de estado permanente

b) Ensaios UFOP

O material corresponde a uma amostra de rejeito de ferro, com características semelhantes a uma areia siltosa. As amostras foram ensaiadas sob tensões confinantes de 0,05; 0,3 e 0,6 MPa, e cisalhadas com velocidade de 0,09 mm/min sob condições não drenadas (Gomes et al. 2002). As curvas tensão - deformação obtidas destes ensaios são apresentadas na figura 5.4, enquanto que as variações de poropressão e as trajetórias das tensões efetivas são apresentadas nas figuras 5.5 e 5.6, respectivamente.



Figura 5.4 Curva tensão-deformação axial da amostra de rejeito de mineração de ferro (Gomes et al. 2002).



Figura 5.5 Curva da poropressão-deformação axial da amostra de rejeito de mineração de ferro (Gomes et al. 2002).



Figura 5.6 Trajetória das tensões efetivas da amostra de rejeito de mineração de ferro (Gomes et al. 2002).

Da figura 5.4 percebe-se que o material apresenta comportamento de amolecimento a partir do nível de deformações de aproximadamente 2,5% no caso das duas amostras sob tensões confinantes (0,3 e 0,6 MPa). Nestes mesmos ensaios, constata-se da figura 5.5 que as poropressões apresentam um rápido crescimento inicial, seguido por um trecho de menor variação até atingir um valor aproximadamente constante. Este tipo de comportamento evidencia a tendência de contração de volume do material ensaiado sob tensões de confinamento de 0,3 e 0,6 MPa.

Da figura 5.6 pode-se observar que para as maiores tensões de confinamento as trajetórias de tensão efetiva correspondentes apresentam características semelhantes àquelas verificadas em casos de ruptura por liquefação estática em ensaios não drenados de tensão controlada.

5.2 Retroanálise com o modelo de Juárez-Badillo (1999b)

a) Ensaios CISMID-UNI

A equação geral da curva tensão - deformação será obtida considerando-se a superposição da função de sensibilidade e da função de dutilidade, ambas escritas em termos da deformação cisalhante natural, conforme expressão abaixo:

$$(\sigma_{1} - \sigma_{3}) = (\sigma_{1} - \sigma_{3})_{\infty} + [(\sigma_{1} - \sigma_{3})_{l} - (\sigma_{1} - \sigma_{3})_{\infty}] \left(\frac{\eta_{c}}{\eta_{l}}\right)^{-\frac{1}{\nu_{D}}} + (\epsilon_{1} - \sigma_{3})_{f} \left[1 + \left(\frac{\eta_{c}}{\eta^{*}}\right)^{-\frac{1}{\nu_{D}}}\right]^{-1}$$
(Eq. 5.1)

Após a execução de ajustes por tentativa e erro, foram determinados os seguintes parâmetros da função de sensibilidade (tabela 5.1) e da função de dutilidade (tabela 5.2).

Tabela 5.1 Parâmetros ajustados da função de sensibilidade.

| Amostra | $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ | η_c^* | v_s |
|---------|---------------------------|------------|-------|
| 1 | 10 | 0,2 | 0,1 |
| 2 | 50 | 0,2 | 0,1 |
| 3 | 100 | 0,2 | 0,1 |

Tabela 5.2 Parâmetros ajustados da função de dutilidade.

| Amostra | $(\sigma_1 - \sigma_3)_l$ | $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\infty}$ | η_l | V_D |
|---------|---------------------------|----------------------------------|----------|-------|
| 1 | 50 | 30 | 1,2 | 3 |
| 2 | 85 | 40 | 1,2 | 3 |
| 3 | 150 | 80 | 1,2 | 3 |
| | | | | |

A figura 5.7 compara as curvas tensão-deformação experimentais e previstas pelo modelo de Juárez-Badillo (1999b), observando-se que as retroanálises

conseguem simular com boa aproximação o comportamento geral da curvas para as diferentes amostras analisadas neste estudo.



Figura 5.7 Retroanálise das curvas tensão-deformação em amostra de areia siltosa (CIDMID-UNI).

Considerando-se a equação geral de poropressão,

$$\Delta u = \Delta \sigma_{hid} + \alpha \sigma_{co} y - \alpha_e (\sigma_{eo} - \sigma_{co}) y_e$$
 (Eq. 5.2)

em termos da deformação cisalhante natural, pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta u = \alpha \sigma'_{3co} y - \alpha_e (\sigma'_{eo} - \sigma'_{3co}) y_e$$
 (Eq. 5.3)

ou,

$$\Delta u = \alpha \sigma_{3co} \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\beta} \right]^{-1} +$$

$$\alpha_e \left(\sigma_{eo} - \sigma_{3co} \right) \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_{ea}^*} \right)^{-\beta_e} \right]^{-1}$$
(Eq. 5.4)

Novamente, como procedimento de cálculo típico para o modelo de Juárez-Badillo (1999b), um ajuste por tentativa e erro fornece os seguintes valores para os parâmetros da equação (5.4), listados nas tabelas 5.3 e 5.4.

| poropressões | | | | |
|--------------|-----|-----|------------|---|
| Amostra | α | eta | η_c^* | _ |
| 1 | 1,2 | 1 | 3 | _ |
| 2 | 1,2 | 1 | 10 | |

1.2

3

Tabela 5.3 Parâmetros ajustados da função de sensibilidade para previsão de poropressões

1

Tabela 5.4 Parâmetros ajustados da função de sensibilidade equivalente para previsão de poropressões.

30

| Amostra | $lpha_{_e}$ | eta_{e} | $\sigma_{_{eo}}$ | η^*_e |
|---------|-------------|-----------|------------------|------------|
| 1 | 0,6 | 1 | 80 | 1 |
| 2 | 0,6 | 1 | 60 | 1 |
| 3 | 0,6 | 1 | 10 | 1 |

A figura 5.8 mostra a comparação dos valores experimentais com as retroanálises executadas com auxílio da equação geral (5.4) e valores dos parâmetros conforme tabelas 5.3 e 5.4. Como pode ser facilmente verificado, ambas as curvas têm comportamento bastante dissimilares.

No caso do ensaio convencional de compressão triaxial, a tensão efetiva pode ser calculada como

$$\frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3} = \sigma_{co} - \alpha \sigma_{3co} \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*}\right)^{-\beta} \right]^{-1} + \alpha_e \left(\sigma_{eo} - \sigma_{3co}\right) \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_{ea}^*}\right)^{-\beta_e} \right]^{-1}$$
(Eq. 5.5)

onde os valores de $(\sigma_1 - \sigma_3)$ são obtidos da curva tensão - deformação mediante a utilização da equação 5.1.

A figura 5.9 compara os valores experimentais e previstos de tensão efetiva média, de onde facilmente se constata que a representação obtida pela aplicação do modelo de Juárez-Badillo (1999b) é bastante inadequada para os ensaios estudados.



Figura 5.8 Poropressões experimentalmente medidas e correspondentes valores previstos através do modelo de Juárez-Badillo (1999b).



Figura 5.9 Retroanálise das trajetórias de tensão efetiva pelo modelo de Juárez-Badillo (1999b).

5.3 Retroanálise com a versão modificada do modelo de Gutierrez e Verdugo (1995)

a) Ensaios CISMID-UNI

Para determinação dos parâmetros G e η_f se faz uso da equação 4.21 em coordenadas transformadas (figura 5.10), obtendo-se após análise de regressão linear os valores listados na tabela 5.5.

Para determinação dos valores de B_0 (equação 4.6) há necessidade do conhecimento das curvas de variação de volume através da realização de ensaios triaxiais drenados. Como estes resultados não estão disponíveis, os valores de B_0 as diversas tensões de confinamento serão apenas estimados.



Figura 5.10 - Em coordenadas transformadas a equação da hipérbole (4.21) se reduz à equação de uma linha reta.

Tabela 5.5 Valores dos parâmetros $G \in \eta_f$ para as diferentes tensões de confinamento dos ensaios CISMID-UNI.

| Amostra | σ ₃ (MPa) | G | ${\pmb \eta}_f$ |
|---------|-------------------------|-----|-----------------|
| 1 | 0,1 | 388 | 1,36 |
| 2 | 0,2 | 380 | 1,31 |
| 3 | 0,3 | 623 | 1,51 |

| Amostra | σ' ₃ (MPa) | G | B ₀ (MPa) |
|---------|--------------------------|-----|-------------------------|
| 1 | 0,1 | 388 | 32 |
| 2 | 0,2 | 380 | 46 |
| 3 | 0,3 | 623 | 112 |

Tabela 5.6 Valores estimados do parâmetro B_0 para as diversas tensões de confinamento consideradas nos ensaios CISMID – UNI.

Para determinação dos valores dos parâmetros G_r e r, os valores iniciais de G para as diferentes tensões de confinamento dos ensaios permitiram determinar, por regressão linear, a equação de uma reta (equação 4.27) cuja inclinação corresponde ao valor de r e cujo valor para $\sigma'_3 = p_a$ corresponde ao valor procurado de G_r , conforme ilustra a figura 5.11. Neste caso os valores calculados foram $G_r = 352,38$ e r = 0,36.



Figura 5.11Determinação dos valores dos parâmetros G_r e r (equação 4.27).

De acordo com a equação (4.26), tem-se

$$G_0 = 352,38 \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^{0.36}$$
 (Eq. 5.6)

Procedimento semelhante deve ser adotado para determinação dos valores de B_s e s, conforme figura 5.12 e com base na similaridade existente entre as

formas das equações (4.7) e (4.27). Os valores assim calculados foram $B_s = 293,09$ e s = 0,9, o que permite escrever



Figura 5.12 Determinação dos valores dos parâmetros B_s e s (equação 4.7).

$$B_{0} = 293,09 p_{a} \left[\frac{\sigma'_{3}}{p_{a}} \right]^{0,9}$$
(Eq. 5.7)

Os outros parâmetros necessários para a versão modificada do modelo de Gutierrez e Verdugo (1995) estão sumarizados na tabela 5.7.

Parâmetros Parâmetros Valores Valores 33,7° 293,10 ģ≓ В. 0.13 0,94 т S 352,38 β 0,16 G_r 0,36 0,6 r p'_{su} 0.16 0.1 α p_a

Tabela 5.7 Parâmetros da versão modificada do modelo de Gutierrez e Verdugo (1995) para as amostras de areia siltosa (CIDMID-UNI)

Como resultado das retroanálises, a figura 5.13 compara as curvas tensão deformação experimentais e previstas, com grau de aproximação razoável entre as mesmas, de modo geral, e bastante satisfatórias na previsão da resistência residual, de modo particular. Uma característica da modelagem a ser notada, é a sua habilidade em simular comportamento de amolecimento, conforme pode ser observado na figura.



Figura 5.13 Retroanálises das respostas observadas e previstas em ensaios triaxiais não drenados em amostras de areia siltosa (CIDMID-UNI).

A figura 5.14 mostra os resultados da previsão de poropressões, percebendo-se um grande aumento em seus valores na fase inicial dos ensaios, mas tendendo a valores constantes para grandes deformações, estes praticamente coincidentes com as observações experimentais.

A figura 5.15, finalmente, ilustra as trajetórias das tensões efetivas, também comparando com os dados experimentais disponíveis. É possível observar, nesta figura, que os resultados do modelo constitutivo mostram razoável concordância com as medidas de laboratório.



Figura 5.14 Desenvolvimento de poropressões medidas e previstas nos ensaios não drenados em amostras de areia siltosa (CIDMID-UNI).



Figura 5.15 Trajetórias das tensões efetivas médias nos ensaios não drenados em amostras de areia siltosa (CIDMID-UNI).

Tendo em vista este desempenho do modelo, principalmente na previsão das trajetórias de tensão efetiva, a figura 5.16 mostra as estimativas do modelo de Gutierrez e Verdugo (1995), em sua versão modificada, para valores da tensão de confinamento iguais a $\sigma'_3 = 0.5$; 1,5; 2,5; 3 e 3,5 MPa.



Figura 5.16 Previsão das trajetórias das tensões efetivas médias para vários valores da tensão de confinamento do ensaio não drenado.

b) Ensaios UFOP

Seguindo-se a mesma sistemática do exemplo anterior, a figura 5.17 mostra a equação hiperbólica nos eixos transformados, sob a forma de linha reta, permitindo determinar G e η_f para cada tensão de confinamento do ensaio triaxial não drenado, resultando nos valores da tabela 5.8. Da mesma forma, em virtude da indisponibilidade de informações sobre o comportamento volumétrico do material em ensaios triaxiais drenados executados sob as mesmas tensões confinantes, valores do parâmetro B_0 foram estimados conforme tabela 5.9.



Figura 5.17 Equação da hipérbole (4.21) nos eixos transformados.

Tabela 5.8 Valores do parâmetros $G \in \eta_f$ para ensaios não drenados em rejeito de mineração de ferro.

| Amostra | σ ₃ (MPa) | G | $oldsymbol{\eta}_{f}$ |
|---------|-------------------------|-----|-----------------------|
| 2 | 0,3 | 107 | 1,43 |
| 3 | 0,6 | 118 | 1,39 |

Tabela 5.9 Valores do parâmetro B_0 para as tensões de confinamento dos ensaios triaxiais não drenados analisados.

| Amostra | $\sigma'_{\scriptscriptstyle 3}$ (MPa) | G | <i>В</i> ₀ (МРа) |
|---------|--|-----|--------------------------------|
| 2 | 0,3 | 107 | 150 |
| 3 | 0,6 | 118 | 160 |

Os parâmetros $G_r = 105,43$ e r = 0,0013 foram determinados a partir da regressão linear (equação 4.27), o que permite escrever que

$$G_0 = 105,43 \left[\frac{\sigma'_3}{p_a} \right]^{0.0013}$$
 (Eq. 5.8)

e, em procedimento similar baseado na equação (4.7), $B_s = 135,42$ e s = 0,09, resultando em

$$\mathbf{B}_{0} = 135,42\mathbf{p}_{a} \left[\frac{\sigma'_{3}}{\mathbf{p}_{a}} \right]^{0.09}$$
(Eq. 5.9)

Os parâmetros do modelo modificado de Gutierrez e Verdugo estão listados na tabela 5.10, abaixo.

Tabela 5.10 Parâmetros da versão modificada do modelo de Gutierrez e Verdugo.

| Parâmetro | Valor | Parâmetro | Valor |
|--------------|--------|-----------|--------|
| ϕ'_{su} | 33,7° | B_{s} | 135,42 |
| m | 0,007 | S | 0,09 |
| G_r | 105,43 | eta | 0,2 |
| r | 0,0013 | p'_{su} | 0,6 |
| α | 0,2 | p_a | 0,1 |

| Os resultados | das | retroanálises | estão | mostrados | nas | figuras | 5.18 | 8 a | ι5. | .20. |
|---------------|-----|---------------|---------------|-------------|-----|---------|------|-----|-----|------|
| 0.0100000000 | | | • • • • • • • | 11100000000 | | | | | | |



Figura 5.18 Retroanálise da curva tensão-deformação do material de rejeito de mineração de ferro (Gomes et al. 2002).



Figura 5.19 Poropressões nos ensaios não drenados em rejeito de mineração de ferro (Gomes et al. 2002).



Figura 5.20 Trajetórias de tensão efetiva média nos ensaios não drenados em rejeito de mineração de ferro (Gomes et al. 2002).

Conforme pode-se observar destas figuras, o modelo constitutivo consegue representar com aproximação razoável as curvas tensão - deformação experimentais, incluindo os trechos de amolecimento, apresentando melhor desempenho na simulação do desenvolvimento das poropressões (figura 5.19) e no acompanhamento das trajetórias das tensões efetivas médias (figura 5.20).

A figura 5.21, finalmente, mostra a previsão das trajetórias das tensões efetivas médias para valores das tensões de confinamento $\sigma'_3 = 0.35$; 0.40; 0.45; 0.50 e 0.55 MPa, e não apenas retroanálises como nos gráficos da figura 5.20.



Figura 5.21 Previsão das trajetórias de tensão efetivas médias no material de rejeito da mineração de ferro, sob carregamento não drenado e várias tensões de confinamento.

5.4 Comentários sobre o desempenho dos modelos constitutivos investigados

a) Modelo de Juárez-Badillo (1999b)

A equação geral do modelo, baseada no princípio da proporcionalidade natural, tem como referência básica somente a geometria da curva experimental obtida de resultados de ensaios de laboratório. O modelo, em princípio, é hábil em representar condições de liquefação sob carregamento estático, porém a construção do mesmo é feita através da superposição de funções de sensibilidade e de dutilidade que, além de arbitrária em decorrência de não ser única, requer de um processo de ajuste dos parâmetros por tentativa e erro.

O procedimento não caracteriza propriamente um modelo, mas simplesmente um ajuste de curvas em trabalhos de retroanálise, pois não é possível fazer-se previsões para outras condições de carregamento, por exemplo. As curvas obtidas mediante as equações gerais são específicas para os ensaios dos quais se dispõem de informações experimentais suficientes para cálculo dos parâmetros do "modelo". A utilidade do mesmo, para implementações numéricas em programas de elementos finitos, seria muito reduzida.

b) Modelo de Gutierrez e Verdugo (1995)

O modelo constitutivo proposto por Gutierrez e Verdugo (1995) incorpora em sua formulação o critério do estado permanente (ou crítico), relações hiperbólicas para correlacionar a variação de parâmetros com o estado de tensão, conceitos de dilatância plástica, etc. Os valores dos parâmetros do material são determinados através de ensaios convencionais de compresso triaxial (CU e CD).

Através da modificação sugerida nesta dissertação, o modelo torna-se hábil em representar o comportamento de amolecimento através de parâmetros G_0 e B_0 dependentes das tensões de confinamento e não apenas valores constantes como na proposta original.

Para ilustrar melhor o efeito destes módulos variáveis, são apresentadas a seguir as figuras 5.22 a 5.33 as quais destacam alguns pontos particulares do comportamento do modelo em sua versão modificada.



Figura 5.22 Variação do módulo tangente com o parâmetro α



Figura 5.23 Influência do parâmetro α na representação da curva tensão-deformação.



Figura 5.24 Variação do módulo volumétrico com o parâmetro β .



Figura 5.25 Influência do parâmetro β na curva tensão-deformação.



Figura 5.26 Influência das tensões confinantes nas trajetórias das tensões efetivas médias.



Figura 5.27 Variação do módulo tangente com a tensão efetiva média para diversos valores da tensão de confinamento.



Figura 5.28 Variação do módulo tangente com a deformação axial para diversos valores das tensões de confinamento.



Figura 5.29 Variação do módulo tangente com as tensões efetivas médias.



Figura 5.30 Comportamento do módulo volumétrico sob diversas tensões de confinamento.



Figura 5.31Comportamento da poropressão sob várias tensões confinantes.



Figura 5.32 Curvas evidenciando dilatância plástica.



Figura 5.33 Dilatância plástica do material sob diversos valores de tensão confinante.