



**Bruno Brito dos Santos**

**Matheus do Amaral Silva**

**Lajes planas: estudo comparativo frente a modelos  
estruturais convencionais e seu uso na Construção  
Civil**

**Trabalho de Conclusão de Curso**

Trabalho apresentado como requisito parcial à conclusão do curso de Engenharia Civil na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Orientadora: Fernanda Salgado

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2021



## Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer a todos que, de alguma forma, contribuíram na confecção deste estudo e ao longo da nossa formação.

Agradecemos também à professora e orientadora Fernanda Salgado por toda orientação no decorrer da elaboração deste trabalho, bem como pelos ensinamentos transmitidos ao longo da faculdade.

Eu, Matheus do Amaral Silva, agradeço aos meus pais, Homero da Silva e Dayse L. M. do A. Silva, por sua torcida e apoio incondicional, bem como por seus exemplos ao longo de toda minha trajetória. Agradeço também à minha namorada Carolina S. T. Moreira e ao meu irmão Pedro do A. Silva por toda compreensão, apoio e paciência nos incontáveis momentos de ansiedade e tensão. Agradeço especialmente à minha dupla, Bruno B. dos Santos, sem o qual esse trabalho seria inviável. Foi uma honra partilhar deste momento marcante na nossa trajetória dentro da Engenharia.

Eu, Bruno Brito dos Santos, dedico esse trabalho aos meus avós, Milva de Brito (*in memoriam*) e Thalís Luiz M. de Brito por formarem quem eu sou. Agradeço aos meus pais Andréa Brito dos Santos e Alex Santos dos Santos por tudo, e à minha namorada Helen do Nascimento Maltasch, por ser minha parceira de vida e me apoiar em todos os momentos desta longa caminhada. Finalmente, agradeço à minha dupla, Matheus do Amaral Silva, que foi peça fundamental no sucesso deste estudo. Obrigado pela parceria e pela oportunidade de concluirmos este ciclo juntos.



## Resumo

Há mais de 100 anos, executava-se a primeira construção de laje sem a utilização de vigas convencionais recebendo sua carga. Tal experiência deu origem ao método construtivo que hoje se conhece como lajes planas, que dispensa a utilização de vigas, transferindo diretamente a carga para os pilares. A utilização desta técnica reduz os custos e o tempo despendido com madeira para montagem de fôrmas, realizando obras mais baratas, rápidas e sustentáveis em relação ao modelo de lajes convencionais. O presente estudo relata uma série de vantagens da utilização das lajes planas, exemplificando construções realizadas com seu uso. Por fim, foi feita uma comparação entre um mesmo pavimento tipo, com arquitetura fornecida pelo MPI da PUC-Rio, dimensionado como laje plana e maciça convencional, sob os aspectos de custo, prazo e sustentabilidade. O resultado desse estudo, para o exemplo em questão, mostrou que a laje plana é mais econômica, possui execução mais rápida e é mais sustentável que a laje maciça convencional.

**Palavras-chave:** construção civil; lajes planas; lajes maciças convencionais; estudo comparativo.



## **Abstract**

More than 100 years in the past, we executed the first slab construction without ordinary beams receiving their load. That experience created the constructive method today known as a flat slab system, that dismisses the use of beams, transferring the loads directly for columns. The use of this technique reduces the costs and the time spent with woods for the shape confections, accomplishing cheaper, faster and more sustainable constructions face of the ordinary slab model. The present study reports a group of advantages of the flat slab system, giving examples of constructions that used it. Thus, it was made a comparison with the same project, with architecture given by the PUC-Rio's MPI, calculated as a flat slab system and the ordinary slab model, analyzing costs, time and sustainable aspects. The study proved the superiority of the flat slab system face of the ordinary slab model, showing that its use is cheaper, faster and more sustainable.

**Keywords:** construction; flat slabs; ordinary slabs; comparative research.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivo.....	2
<b>2</b>	<b>CONCEITO DE LAJES MACIÇAS PLANAS .....</b>	<b>4</b>
2.1	Vantagens .....	8
2.2	Desvantagens .....	9
<b>3</b>	<b>DIMENSIONAMENTO.....</b>	<b>11</b>
3.1	Projeto Arquitetônico .....	11
3.2	Dimensionamento de laje convencional .....	13
3.2.1	Classe de agressividade e cobrimento.....	13
3.2.2	Cargas atuantes .....	15
3.2.3	Resumo das características.....	20
3.2.4	Espessura da laje .....	20
3.2.5	Combinação de ações no ELS e no ELU .....	22
3.2.6	Determinação de Momentos Fletores (ELS-DEF).....	25
3.2.7	Cálculo de flechas .....	29
3.2.8	Determinação de Momentos Fletores (ELU) .....	34
3.2.9	Cálculo das armaduras mínimas, necessárias e efetivas .....	35
3.2.10	Reações de apoio no ELU.....	46
3.2.11	Verificação ao cortante .....	48
3.3	Dimensionamento de laje plana.....	50
3.3.1	Pré-Dimensionamento de pilares .....	51
3.3.2	Espessura da laje .....	53
3.3.3	Carregamentos .....	53
3.3.4	Método dos Pórticos Múltiplos .....	54
3.3.5	Cálculo das Armaduras de Flexão .....	64
3.3.6	Verificação Contra Colapso Progressivo .....	70
3.3.7	Verificação à Punção .....	73
<b>4</b>	<b>COMPARAÇÃO .....</b>	<b>78</b>
4.1	Dos custos.....	80
4.1.1	Custos de materiais .....	80
4.1.2	Custos de serviços.....	83
4.2	Do cronograma.....	85
4.3	Da sustentabilidade.....	86
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>88</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>92</b>



## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 – Classes de agressividade ambiental (CAA).....	13
Quadro 3.2 – Valores característicos nominais de cargas variáveis. ....	19
Quadro 3.3 – Coeficiente $k_s$ .....	65

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Fluxo de cargas em uma estrutura convencional de concreto armado .....	4
Figura 2.2 – Western Container Building - Minneapolis, Minnesota.....	6
Figura 2.3 – Patente americana 985,119 de Turner, 1910 .....	7
Figura 2.4 – Palácio do Planalto, Brasília - DF .....	7
Figura 2.5 – Casa das Canoas, Rio de Janeiro - RJ.....	8
Figura 3.1 – Corte da Edificação .....	12
Figura 3.2 – Pavimento Tipo .....	12
Figura 3.3 – Planta de Forma do Piso do Pavimento Tipo .....	18
Figura 3.4 – Base de Cálculo para Momentos Fletores em lajes armadas em uma direção.....	28
Figura 3.5 – Método dos quinhões de carga para cálculo de reações de apoio .....	47
Figura 3.6 - Localização dos Pilares na Laje Plana .....	51
Figura 3.7 – Áreas de Influência das Lajes Planas .....	52
Figura 3.8 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico 1.....	56
Figura 3.9 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico 2.....	56
Figura 3.10 - Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico A .....	57
Figura 3.11 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico B.....	57
Figura 3.12 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico C.....	57
Figura 3.13 – Momentos Fletores em kNm distribuídos Laje Plana .....	58
Figura 3.14 – Momentos Fletores em kNm adotados na Laje Plana .....	59
Figura 3.15 – Divisão de Faixas Internas e Externas do Pórtico B .....	60
Figura 3.16- Distribuição dos Momentos Solicitantes nos Pórticos Horizontais .....	61
Figura 3.17 – Divisão de Faixas Internas e Externas no Pórtico 1 .....	62
Figura 3.18 – Divisão de Faixas Internas e Externas nos Pórticos Verticais.....	63



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1 – Determinação do fator água/cimento .....	14
Tabela 3.2 – Determinação do cobrimento nominal da laje .....	14
Tabela 3.3 – Carga proveniente de revestimentos de pisos e impermeabilizações .....	15
Tabela 3.4 – Carga proveniente de revestimentos de parede e alvenarias .....	16
Tabela 3.5 – Cargas Adotadas .....	19
Tabela 3.6 – Resumo de Características da Edificação .....	20
Tabela 3.7 – Propriedades dos Materiais para Classes de Concreto até C50 .....	20
Tabela 3.8 – Espessura Inicial e Espessura adotada para as lajes.....	21
Tabela 3.9 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} + \gamma_{f3}$ .....	22
Tabela 3.10 – Valores do coeficiente $\gamma_{f2}$ .....	23
Tabela 3.11 – Combinações atuantes nas lajes .....	25
Tabela 3.12 – Tabelas de Czerny para lajes do tipo 1, 7 e 8.....	26
Tabela 3.13 – Classificação das lajes dimensionadas.....	27
Tabela 3.14 – Momentos Fletores no ELS-DEF.....	28
Tabela 3.15 – Flecha Limite .....	32
Tabela 3.16 – Cálculo de flechas .....	33
Tabela 3.17 – Momentos Fletores no ELU .....	35
Tabela 3.18 – Área de Armadura Positiva Necessária.....	37
Tabela 3.19 – Área de Armadura Negativa Necessária .....	37
Tabela 3.20 – Taxa de Armadura Mínima.....	39
Tabela 3.21 – Armadura Mínima.....	39
Tabela 3.22 – Área da seção de armadura por metro.....	40
Tabela 3.23 – Área de aço efetiva para momentos fletores positivos.....	41
Tabela 3.24 – Área de aço efetiva para momentos fletores negativos e bordas sem continuidade.....	42
Tabela 3.25 – Número de barras para armaduras principais positivas .....	45
Tabela 3.26 – Número de barras para armaduras negativas .....	46
Tabela 3.27 – Reações de apoio no ELU.....	47



Tabela 3.28 – Verificação ao esforço cortante.....	50
Tabela 3.29 – Verificação de Áreas dos Pilares .....	52
Tabela 3.30 – Cargas Atuantes nas Lajes Planas.....	54
Tabela 3.31 – Distribuição de Carregamentos nos Pórticos .....	55
Tabela 3.32 – Distribuição dos Momentos Fletores em Lajes Planas .....	60
Tabela 3.33 – Taxa de Armadura Mínima em Cada Pórtico .....	66
Tabela 3.34 – Áreas de aço em cada trecho das faixas externas nos Pórticos Verticais 67	
Tabela 3.35 – Áreas de aço em cada trecho das faixas internas nos Pórticos Verticais 68	
Tabela 3.36 – Áreas de aço em cada trecho das faixas externas nos Pórticos Horizontais.....	68
Tabela 3.37 – Áreas de aço em cada trecho das faixas externas nos Pórticos Horizontais.....	69
Tabela 3.38 – Armadura nos Pórticos Verticais .....	69
Tabela 3.39 – Armadura nos Pórticos Horizontais .....	70
Tabela 3.40 – Tensões solicitantes de cálculo .....	72
Tabela 3.41 – Área de aço contra colapso progressivo.....	72
Tabela 4.1 – Resumo quantitativo de aço para cada tipo de laje .....	79
Tabela 4.2 – Resumo quantitativo de concreto para cada tipo de laje .....	79
Tabela 4.3 – Preço comercial do aço em Outubro de 2021 .....	80
Tabela 4.4 – Custo de aço para laje maciça convencional.....	81
Tabela 4.5 – Custo de aço para laje plana.....	81
Tabela 4.6 – Preço comercial do concreto em 2021 .....	81
Tabela 4.7 – Custo de concreto para cada tipo de laje.....	82
Tabela 4.8 – Custo de madeira para fôrmas de lajes.....	82
Tabela 4.9 – Custo de madeira para fôrmas de vigas .....	82
Tabela 4.10 – Custo de armação, corte e dobra para a laje maciça convencional .....	83
Tabela 4.11 – Custo de armação, corte e dobra para a laje plana .....	83
Tabela 4.12 – Custo de execução de fôrmas para ambas as lajes .....	84
Tabela 4.13 – Custo de execução de fôrmas para vigas em lajes convencionais .....	84





Tabela 4.14 – Custo de execução das lajes .....	85
Tabela 4.15 – Tempo de execução de concretagem para lajes maciças convencionais 85	
Tabela 4.16 – Tempo de execução de concretagem para lajes planas .....	86
Tabela 4.17 – Tempo total de execução.....	86
Tabela 4.18 – Quantitativo de madeira .....	87

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 5.1 – Custos totais.....	88
Gráfico 5.2 – Tempo total.....	89
Gráfico 5.3 – Sustentabilidade.....	89



## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_s$	Armadura Necessária
$a_{s,min}$	Armadura Mínima Necessária
$a_{s,ef}$	Armadura efetiva
$b_w$	Largura de viga
$c$	Cobrimento
$cm$	Centímetros
$d$	Altura útil
ELS-DEF	Estado Limite de Deformações excessivas
ELU	Estado Limite Último
$E_{cs}$	Módulo de deformação secante do concreto
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço
$f_{bd}$	Resistência de aderência concreto/ armadura
$f_{cd}$	Resistência de cálculo à compressão do concreto
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{ct,m}$	Resistência média do concreto à tração
$f_{yd}$	Resistência de cálculo do aço
$f_{yk}$	Resistência característica ao escoamento do aço
$F_d$	Valor de cálculo das ações para combinação última
$F_{d,ser}$	Valor de cálculo das ações para combinações de serviço
$h$	Altura do Pavimento/ Espessura das lajes
$h_i$	Espessura inicial das lajes
$I_c$	Momento de inércia da seção bruta
$L$	Comprimento de armadura
$l_b$	Comprimento de ancoragem básico
$m$	Metros
$mm$	Milímetros
$MPa$	Mega Pascal
$s$	Espaçamento
$\gamma_f$	Coefficiente de ponderação
$\psi_2$	Fator de redução de combinação quase permanente para ELS
$\Phi$	Diâmetro de armadura
$\rho$	Taxa de Armadura
$\rho_{min}$	Taxa de Armadura Mínima



## 1 INTRODUÇÃO

A invenção da roda, o controle do fogo, o domínio da fala e da escrita, o abandono do nomadismo e a implementação de diversos outros processos trouxeram a sociedade ao patamar tecnológico atual. Alcançar a expertise em todas essas e em outras sofisticadas pautas carregaram os humanos, no fim das contas, às facilidades do mundo moderno. A energia e os esforços despendidos são sempre empregados em prol do conforto no curto, médio ou longo prazo.

Profissionalmente, faz-se necessário caminhar lado a lado com os avanços, seja nas pesquisas, na indústria ou em qualquer área. Nesse sentido, a Construção Civil acompanha tal busca pela atualização de suas técnicas, no caminho da modernidade.

As lajes planas representam a releitura de conceitos conhecidos, alinhando-se com a necessária evolução das práticas construtivas, culminando em estruturas seguras, ágeis, competitivas no âmbito financeiro e em outros quesitos que serão discutidos ao longo deste trabalho.

Caminhando em direção a esse desenvolvimento, o mercado vem buscando soluções que alinhem o ciclo construtivo com gestão de projetos e atender a um público exigente, e é neste contexto que a laje plana se apresenta como alternativa. Ao entregar uma construção de execução simplificada, eliminando a necessidade de vigas, o método agiliza a montagem e dá liberdade para o projeto arquitetônico que, ao entregar empreendimentos com pés direitos mais elevados e com grande possibilidade de personalização, encanta o cliente final, que recebe um ambiente com aspecto amplo e com liberdade para implementação de ideias.



A competitividade econômica na fase de construção reflete positivamente na fase de venda, conferindo à laje plana o poder de viabilizar projetos de maneira mais célere e barata. Consequentemente, conquista ainda mais espaço no mercado da construção civil.

Assim, este trabalho de conclusão de curso visa apresentar uma revisão bibliográfica do conceito de lajes planas de concreto armado com armadura não protendida, apresentando o seu conceito e histórico, além de suas vantagens e desvantagens, a fim de desenvolver uma maior compreensão sobre este elemento estrutural.

Posteriormente, será feita uma comparação entre esse modelo e o modelo estrutural convencional, que utiliza pilares e vigas bidirecionais. Essa comparação busca fornecer uma contribuição científica para escolha assertiva de lajes em projetos de edificações, através da comparação de aspectos estruturais, impactos ambientais e questões gerenciais como cronograma de execução, custo de processos e facilidades executivas. Para essa comparação será utilizado o projeto arquitetônico do projeto integrado de Engenharia Civil da PUC-Rio.

## **1.1 Objetivo**

O objetivo do presente estudo é a comparação de dois diferentes métodos construtivos para a construção de lajes: o sistema convencional, composto por lajes que se apoiam uni ou bilateralmente em um conjunto de vigas e pilares, e o sistema de lajes maciças planas, que se apoiam diretamente sobre os pilares, sem a necessidade de vigas.

O processo de decisão do método construtivo que melhor se adequa à realidade de cada empreendimento é um fator decisivo, pois impacta no cronograma e no custo total da obra. Portanto, estudos comparativos têm a função de, diante de um mesmo cenário,



esclarecer pontos e responder questionamentos que podem ser essenciais para uma escolha assertiva.

Dimensionando um mesmo projeto arquitetônico com os dois métodos, será possível enriquecer o debate acerca da melhor utilização de cada um deles, onde através da comparação de processos práticos, serão expostos métodos de cálculo particulares para cada laje, e após seu dimensionamento, contrapor suas vantagens e desvantagens, comparando os custos empregados, o cronograma da execução, e o impacto no meio ambiente.

## 2 CONCEITO DE LAJES MACIÇAS PLANAS

Para Rebello (2001), estrutura é tudo aquilo que sustenta, tal qual o esqueleto humano. Nesse sentido, uma estrutura em engenharia consiste na combinação de elementos que mantêm uma construção estável e segura, além de viabilizar seu formato.

No sistema construtivo de concreto armado, a ordem convencional de descarregamento das cargas de uma estrutura ocorre com as lajes transmitindo as ações de serviço e utilização para as vigas que, por sua vez, encaminham as cargas para os pilares e, por fim, deles para as fundações, conforme ilustrado na Figura 2.1. De acordo com Calduro e Leme (s/d), diversos métodos de cálculo estrutural e processos executivos foram desenvolvidos nas últimas décadas, mas esta ordem de distribuição das solicitações considera-se a mais popular.

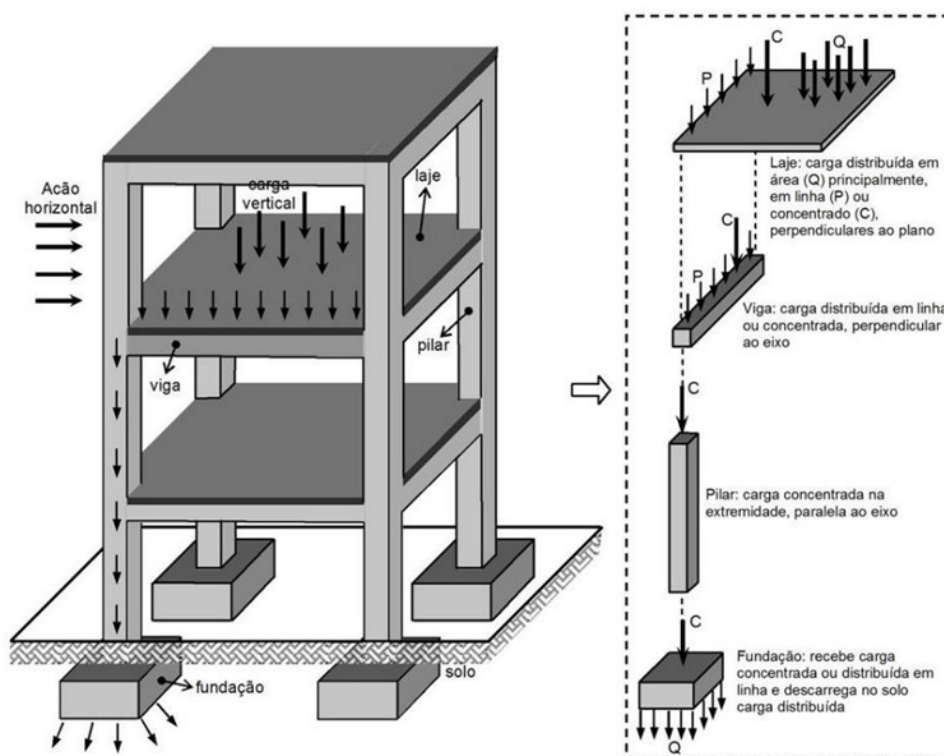


Figura 2.1 – Fluxo de cargas em uma estrutura convencional de concreto armado

Fonte: MELO 2013, adaptado de ENGEL, 2013



Entretanto, o sistema convencional, apesar de comprovadamente funcional, apresenta algumas limitações e desvantagens, como por exemplo o elevado peso próprio, e a dificuldade em vencer maiores vãos gerada por esta característica. Tais aspectos levaram invariavelmente à aparição de novas ideias, que solucionassem essas questões, como por exemplo as lajes planas.

As lajes planas são lajes que dispensam a utilização de vigas. Essa ausência consiste na principal característica desse tipo de estrutura, que descarrega as cargas diretamente sobre os pilares. Assim, a distribuição dos esforços torna-se mais simples, bem como a montagem de fôrmas, armação e os processos subsequentes, gerando construções mais eficientes no quesito financeiro e executivo.

De acordo com Filho (1989), o primeiro edifício constituído com lajes sem vigas trata-se do *C.A. Bovey Building*, localizado em *Minneapolis, Minnesota*, construído por Claude Allen Porter (C.A.P) Turner, no ano de 1906. O notório crescimento econômico do distrito de *Wharehouse* devido à segunda Revolução Industrial acelerou as mudanças arquitetônicas e estruturais da região, mudando completamente as construções baseadas em madeira para concreto armado no final do século XIX, principalmente para acolher a indústria de diversos grãos.

Diversos empreendimentos nos arredores da localidade foram construídos capitaneados por Turner, como o da Figura 2.2. A característica comum a todos eles são as chamadas '*mushroom flat slab system*', ou sistemas de lajes cogumelo.



Figura 2.2 – Western Container Building - Minneapolis, Minnesota  
Fonte: Minneapolis/ St. Paul Business Journal, 2019.

A técnica proposta por Turner consistia em armar as lajes em quatro direções, duas ortogonais e duas perpendiculares, dispensando as vigas. Além disso, ele introduziu armaduras em anéis concêntricos nos topos dos pilares, juntamente com engrossamento no engaste laje-pilar, para resistir aos esforços concentrados nesta área. Na Figura 2.3, observa-se o croqui do sistema, patenteado em 1908 pelo próprio Turner, com as armaduras de laje e de topo dos pilares (GASPARINNI, 2002).

Uma vez que não existiam, até então, métodos para dimensionamento deste tipo de laje, Turner executou testes de carga para verificar a consistência da implementação do conceito antes da ocupação dos empreendimentos (HENNRICH, 2003). Apesar das diversas críticas recebidas pela falta de estudos de dimensionamento à época, Turner é hoje reconhecido como precursor das lajes descarregando diretamente sobre pilares.

Com o passar do tempo, o desenvolvimento da engenharia possibilitou a realização de ideias antes impossíveis do ponto de vista estrutural, baseando-se no conceito embrionário de Turner.



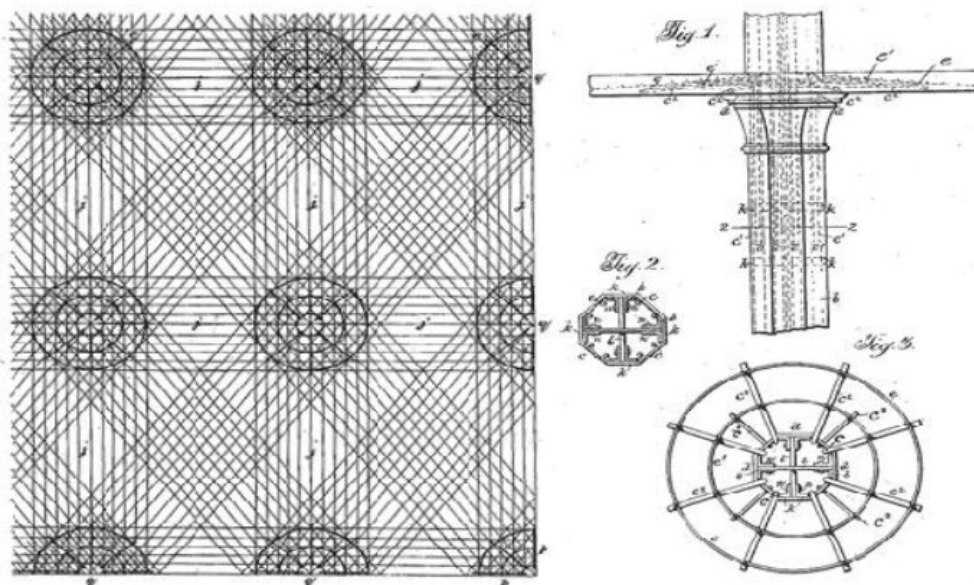


Figura 2.3 – Patente americana 985,119 de Turner, 1910  
Fonte: Construction History Society of America 2010.

No Brasil, pode-se notar o conceito do apoio de lajes diretamente sobre os pilares principalmente em Brasília. Diversas construções do arquiteto Oscar Niemeyer apoiam-se na proposta de descarregamento direto, embasadas em nomes célebres de calculistas como Joaquim Cardozo, José Carlos Süssekind, entre outros. O Palácio do Planalto (Figura 2.4) é um exemplo de obra com apoio direto de lajes sobre pilares.



Figura 2.4 – Palácio do Planalto, Brasília - DF  
Fonte: CRUZ, José, 2021.

A casa do próprio arquiteto Oscar Niemeyer (Figura 2.5), na Estrada das Canoas, no Rio de Janeiro, é estruturada da mesma forma.



Figura 2.5 – Casa das Canoas, Rio de Janeiro - RJ  
Fonte: KON, Nelson, sem data.

## 2.1 Vantagens

Na sua primeira implementação em 1906, segundo Hennrichs (2003), as lajes planas tinham como objetivo principal permitir tetos lisos. Essa característica é muito marcante nesse tipo de estrutura, facilitando o lançamento das instalações, que encontram menos obstáculos, dispensando a necessidade de furos em vigas e o risco inerente à essa prática.

A ausência de vigas também permite quantas readequações quanto se deseja em um ambiente, o que pode servir de grande valia na execução de reformas ou quando



ocorrem mudanças em um determinado projeto arquitetônico com a obra em andamento, algo recorrente no Brasil, onde o planejamento dos projetos normalmente é pouco valorizado. Além disso, os ambientes tornam-se mais arejados e amplos, trazendo conforto aos usuários.

Uma vez que não existem vigas, a altura total do empreendimento diminui. Tal redução pode significar a inclusão de mais pavimentos em um edifício, o que representa ganho financeiro para os executores, ou ainda o aumento da possibilidade de aprovação junto aos órgãos responsáveis de um edifício em zonas com limitações de altura total.

Outra vantagem executiva é que as lajes planas facilitam a execução de fôrmas e armação. Sem a presença de vigas, o material utilizado para as fôrmas pode ser mais bem aproveitado, visto que os painéis são mais contínuos e sem detalhes, o que também diminui o número de cortes na madeira e, conseqüentemente, o desperdício. O corte e a dobra de aço são menos trabalhosos, bem como a inspeção e conferência deles. Além disso, em uma estrutura com menor número de ranhuras devido à falta de vigas, o lançamento e adensamento do concreto são facilitados.

Todos esses benefícios impactam diretamente na redução do prazo e do custo da uma construção que utiliza lajes planas em comparação com uma construção em concreto armado convencional.

## **2.2 Desvantagens**

Ainda que o uso das lajes planas implique em diversas facilidades, sua implementação também apresenta alguns pontos negativos.

O punctionamento de lajes planas trata-se de um risco ao qual as lajes convencionais estão menos expostas: devido aos esforços de cisalhamento atuantes nas áreas dos





pilares, as lajes planas requerem atenção na dimensão dos seus elementos para que não ocorra a ruína total da estrutura de forma frágil e assintomática, e para isso, é um fator imprescindível a execução de armadura apropriada para que o escorregamento não ocorra.

A ausência de vigas implica em maiores deslocamentos transversais na laje plana em relação às lajes convencionais. Dependendo da magnitude da deformação, os problemas podem evoluir de pequenas trincas para casos extremos, como exposição da armadura.

Ainda, para casos de construções mais altas, a utilização de lajes planas resulta em, possivelmente, estruturas com menor estabilidade global e mais instáveis às ações horizontais, uma vez que sem as vigas não há possibilidade de implementação de pórticos de contraventamento.

Os possíveis pontos negativos da utilização de lajes planas, entretanto, podem ser evitados com um correto dimensionamento da estrutura, gerando uma construção segura e confortável aos usuários ao serem previstos e esclarecidos os comportamentos da estrutura, justamente onde o presente estudo tem como objetivo alcançar: a exposição e o debate do tema para contribuição com boas práticas na engenharia.



### **3 DIMENSIONAMENTO**

#### **3.1 Projeto Arquitetônico**

A avaliação da implementação do uso de lajes planas em comparação com as lajes convencionais exige a utilização de uma mesma arquitetura por ser imprescindível a consideração da singularidade de cada projeto. Para tal, utilizar-se-á a arquitetura disponibilizada pela disciplina de Projeto Integrado da PUC-Rio, mais especificamente a arquitetura do PI04. Devido ao caráter comparativo do estudo, será feito o dimensionamento simplificado da metade esquerda do pavimento tipo desta edificação considerando-se o concreto armado convencional, com lajes, vigas e pilares, e também o dimensionamento com lajes planas, dispensando o uso de vigas. O dimensionamento de outros pavimentos e do edifício como um todo, bem como a interface da caixa de escada com a outra metade do pavimento, não faz parte do escopo.

O projeto de referência contempla um edifício de três pavimentos tipo, além de uma cobertura com área de lazer e térreo, conforme a Figura 3.1.

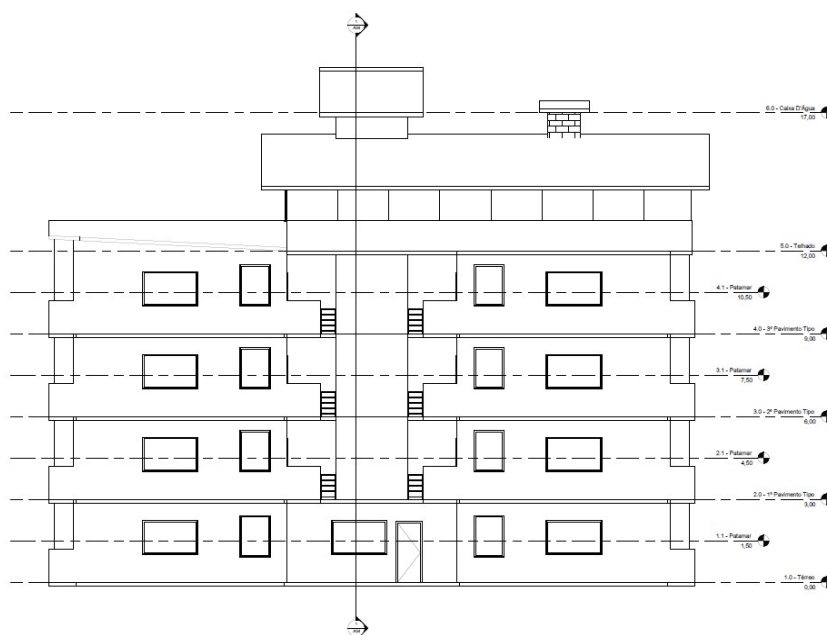


Figura 3.1 – Corte da Edificação

Fonte: MPI PUC-Rio, 2021

Cada pavimento tipo possui quatro unidades em simetria, onde são divididos dois apartamentos através da caixa de escada, que não será dimensionada por fins de simplificação. Cada *loft* possui um banheiro, varanda e área de serviço, além de sala e cozinha no mesmo ambiente. O acesso a cada unidade é feito por uma única porta (Figura 3.2)

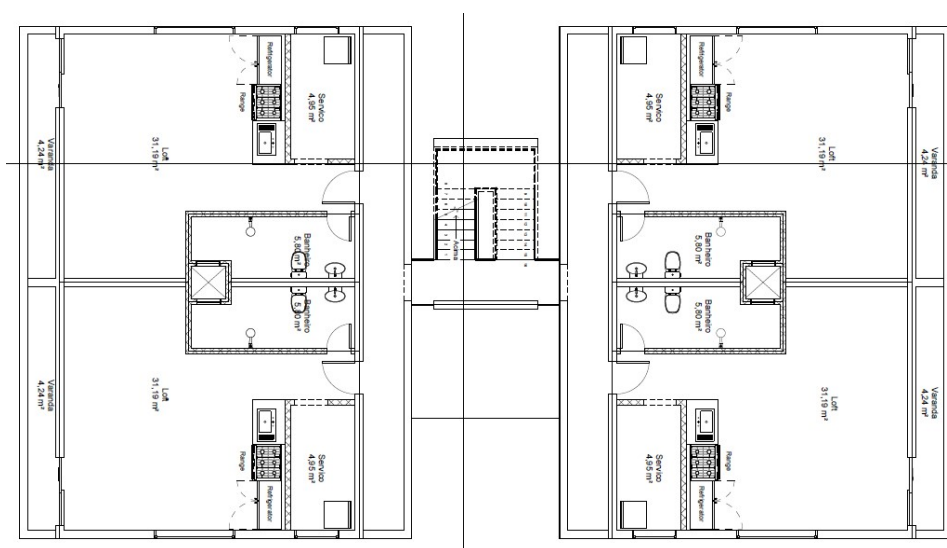


Figura 3.2 – Pavimento Tipo

Fonte: MPI PUC-Rio, 2021



## 3.2 Dimensionamento de laje convencional

O dimensionamento de laje convencional possui como base o edifício apresentado no Capítulo 3 sua arquitetura, sendo amparado pela ABNT NBR 6118:2014.

### 3.2.1 Classe de agressividade e cobrimento

Para fins de dimensionamento, considera-se o edifício localizado em área urbana central na cidade do Rio de Janeiro e, por isso, fica categorizado na classe de agressividade II, com agressividade moderada, segundo o Quadro 3.1 da norma ABNT NBR 6118:2014. A determinação da classe de agressividade ambiental diz respeito ao ambiente em que a edificação está localizada e seu risco de deterioração estrutural.

Quadro 3.1 – Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup> Industrial <sup>a, b</sup>	Grande
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup> Respingos de maré	Elevado

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118:2014



De posse da classe de agressividade do concreto, e seguindo a premissa de estruturas construídas em concreto não protendido, pode-se determinar a relação água/cimento e a classe de concreto, utilizando-se a Tabela 3.1 da norma ABNT NBR 6118:2014. Considera-se que o aço a ser utilizado será o CA-50, por convenção e vasta disposição do material.

Tabela 3.1 – Determinação do fator água/cimento

Concreto <sup>a</sup>	Tipo <sup>b, c</sup>	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

<sup>a</sup> O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.  
<sup>b</sup> CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.  
<sup>c</sup> CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Em seguida, utilizando-se ainda a ABNT NBR 6118:2014, pode-se determinar o cobrimento nominal necessário para a laje como sendo igual a 25 mm (Tabela 3.2).

Tabela 3.2 – Determinação do cobrimento nominal da laje

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>d</sup>	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

<sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.  
<sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.  
<sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.  
<sup>d</sup> No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: NBR 6118:2014





### 3.2.2 Cargas atuantes

Em seguida, determinam-se as cargas permanentes e variáveis atuantes na laje através da norma ABNT NBR 6120:2019. Considerando que o pavimento tipo será revestido por um piso residencial de 5 centímetros de espessura com impermeabilização também de 5 centímetros de espessura, tem-se uma carga de 1,0 kN/m<sup>2</sup> referente ao peso próprio do piso e impermeabilização para edifícios residenciais (Tabela 3.3). Além disso, por simplificação de cálculos, será considerado apenas um tipo de alvenaria de vedação, com blocos cerâmicos de 9 centímetros de espessura (Tabela 3.4), com revestimento de 2 centímetros por face. Admite-se, então, um peso de 2,5 kN/m<sup>2</sup>.

Tabela 3.3 – Carga proveniente de revestimentos de pisos e impermeabilizações

Material	Espessura cm	Peso kN/m <sup>2</sup>
Impermeabilização com manta asfáltica simples (apenas manta com 15 % de sobreposição e pintura asfáltica, sem camada de regularização nem proteção mecânica)	0,3	0,08
	0,4	0,10
	0,5	0,11
Piso elevado interno com placas de aço, sem revestimento (até 30 cm de altura)	–	0,5
Piso elevado interno com placas de polipropileno, sem revestimento (até 30 cm de altura)	–	0,15
Revestimentos de pisos de edifícios residenciais e comerciais ( $\gamma_{ap-m} = 20 \text{ kN/m}^3$ )	5	1,0
	7	1,4
Revestimentos de pisos de edifícios industriais ( $\gamma_{ap-m} = 34 \text{ kN/m}^3$ )	5	1,7
	7	2,4
Impermeabilizações em coberturas com manta asfáltica e proteção mecânica, sem revestimento ( $\gamma_{ap-m} = 18 \text{ kN/m}^3$ )	10	1,8
	15	2,7
NOTA Calcular caso a caso, considerando a espessura dos componentes do revestimento de pisos e seus respectivos pesos específicos. Na falta de informações mais precisas, podem ser considerados os pesos específicos médios indicados.		

Fonte: ABNT NBR 6120:2019



Tabela 3.4 – Carga proveniente de revestimentos de parede e alvenarias

Alvenaria	Espessura nominal do elemento cm	Peso Espessura de revestimento por face kN/m <sup>2</sup>		
		0 cm	1 cm	2 cm
Blocos de concreto vazados	6,5	1,0	1,3	1,7
	9	1,2	1,5	1,9
	11,5	1,4	1,7	2,1
	14	1,5	1,8	2,2
	19	2,0	2,3	2,7
Blocos cerâmicos vazados	6,5	0,7	1,0	1,4
	9	0,8	1,1	1,5
	11,5	0,9	1,2	1,6
	14	1,1	1,4	1,8
	19	1,3	1,6	2,0
Blocos cerâmicos maciços	9	1,5	1,8	2,2
	11,5	2,0	2,3	2,7
	14	2,4	2,7	3,1
	19	3,2	3,5	3,9
Blocos de concreto celular autoclavado	7,5	0,5	0,8	1,2
	10	0,7	1,0	1,4
	12,5	0,9	1,2	1,6
	15	1,1	1,4	1,8
	17,5	1,2	1,5	1,9
	20	1,4	1,7	2,1
Blocos sílico-calcários vazados	9	1,2	1,5	1,9
	14	1,7	2,0	2,4
	19	1,9	2,2	2,6
Blocos sílico-calcários perfurados	11,5	1,8	2,1	2,5
	14	2,1	2,4	2,8
	17,5	2,7	3,0	3,4
Blocos de vidro (decorativo)	8	0,9	—	—
Blocos de vidro (resistente ao fogo)	16	2,3	—	—
<p>NOTA Na composição de pesos de alvenarias desta tabela foi considerado o seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— argamassa de assentamento vertical e horizontal com 1 cm de espessura e peso específico de 17 kN/m<sup>3</sup>;</li> <li>— revestimento com peso específico médio de 17 kN/m<sup>3</sup>;</li> <li>— proporção de um meio bloco para cada três blocos inteiros;</li> <li>— sem preenchimento de vazios (com graute etc.).</li> </ul>				

Fonte: ABNT NBR 6120:2019



Considerando a carga proveniente de alvenarias presentes no projeto arquitetônico, faz-se necessário calcular a influência das mesmas como cargas permanentes em cada laje (Figura 3.3), e de acordo com a Equação 3.1:

$$g_n = \frac{h \times L}{A} \quad (\text{Eq. 3.1})$$

Em que:

n [s/u]: Numeração da laje calculada;

h [m]: Altura do pavimento;

L [m]: Comprimento da alvenaria;

A [m²]: Área da laje.

Cálculo das cargas provenientes de alvenaria:

$$g_4 = \frac{3,0 \times 3,27}{12,33} = 0,796 \text{ kN/m}^2$$

$$g_7 = \frac{3,0 \times 3,2}{10,88} = 0,880 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{10} = \frac{3,0 \times 4,25}{11,05} = 1,154 \text{ kN/m}^2$$

Também pela ABNT NBR 6120:2019 (Quadro 3.2), calculam-se as cargas variáveis. Utilizando-se de uma visão conservadora para garantir a segurança da construção, escolhe-se a carga mais desfavorável para o dimensionamento do pavimento tipo, equivalente a uma sobrecarga de 3,0 kN/m².

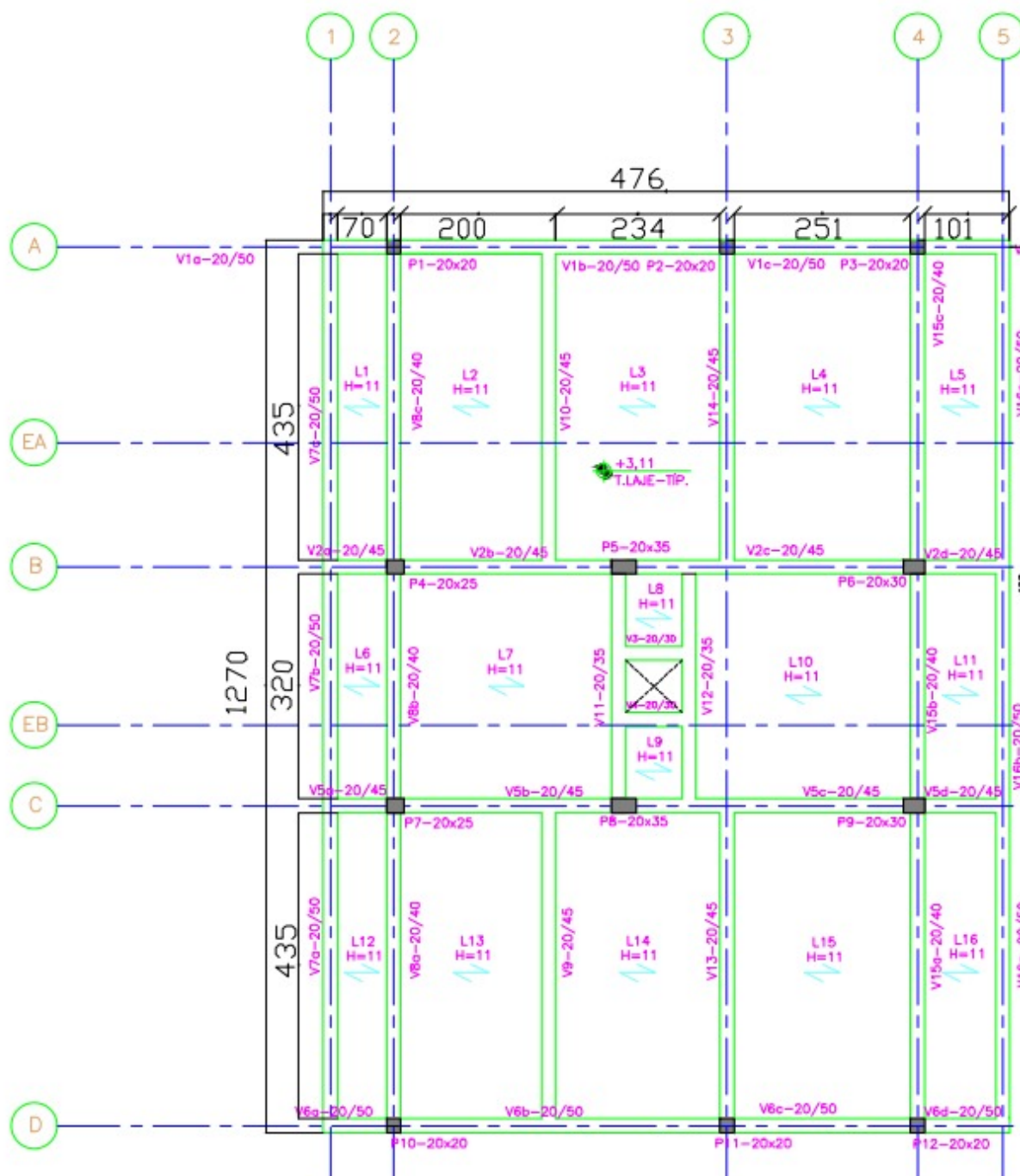


Figura 3.3 – Planta de Forma do Piso do Pavimento Tipo



Quadro 3.2 – Valores característicos nominais de cargas variáveis.

Local		Carga uniformemente distribuída kN/m <sup>2</sup>	Carga concentrada kN
Cozinhas não residenciais <sup>a</sup>	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	3	—
	Câmara fria	5	—
Depósitos de uso geral <sup>a</sup> As cargas devem ser validadas caso a caso, porém com os valores mínimos indicados nesta Tabela.	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	7,5 kN/m <sup>2</sup> até 2,5 m de altura de estoque + 3 kN/m <sup>2</sup> por metro de altura de estoque excedente <sup>p</sup>	q
	Locais sujeitos ao acúmulo de mercadorias, incluindo zonas de acesso Materiais de armazenagem (ver 6.9) Supermercados (ver item nesta Tabela)	7,5	q
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5	—
	Sala, copa, cozinha	1,5	—
	Sanitários	1,5	—
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2	—
	Quadras esportivas	5 <sup>a</sup>	—
	Salão de festas, salão de jogos	3 <sup>a</sup>	—
	Áreas de uso comum	3 <sup>a</sup>	—
	Academia	3 <sup>a</sup>	—
	Forro acessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1 <sup>a,r</sup>	—
	Sótão	2 <sup>a</sup>	—
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5	—
	Corredores de uso comum	3	—
	Depósitos	3	—
	Áreas técnicas (ver item nesta Tabela)		
	Jardins (ver item nesta Tabela)		

Fonte: ABNT NBR 6120:2019

Os valores dos carregamentos presentes na estrutura resumem-se de acordo com a Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Cargas Adotadas

Laje	Ocupação	Carga de Ocupação [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga de Revestimento [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga de Alvenaria [kN/m <sup>2</sup> ]	Peso Próprio [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga Total [kN/m <sup>2</sup> ]
L1	Varanda Residencial	2,5	1	0	2,5	6
L2	Sala/Dormitório	1,5	1	0	2,5	5
L3	Sala/Dormitório	1,5	1	0	2,5	5
L4	Área de Serviço	2	1	0,80	2,5	6,30
L5	Corredores de uso comum	3	1	0	2,5	6,5
L6	Varanda Residencial	2,5	1	0	2,5	6
L7	Sala/Dormitório	1,5	1	0,88	2,5	5,88
L8	Sala/Dormitório	1,5	1	0	2,5	5
L9	Sanitário	1,5	1	0	2,5	5
L10	Sanitário	1,5	1	1,15	2,5	6,15



### 3.2.3 Resumo das características

As características do pavimento tipo organizam-se de acordo com a Tabela 3.6:

Tabela 3.6 – Resumo de Características da Edificação

Características do pavimento tipo	
Relação Água/Cimento	$\leq 0,6$
Classe de Concreto	CA-C25
Aço	CA-50
Cobertura Nominal	25 mm

Para os cálculos subsequentes, de acordo com a NBR 6118:2014, para concretos de classe até C50, foram considerados os seguintes valores para as propriedades dos materiais (Tabela 3.7):

Tabela 3.7 – Propriedades dos Materiais para Classes de Concreto até C50

Propriedade	Valor [Mpa]
$f_{ck}$	25,00
$f_{cd}$	17,90
$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{0,66}$	2,56
$f_{yk}$	500
$f_{yd}$	435
$E_s$	210
$E_{cs}$	24200

### 3.2.4 Espessura da laje

Com a planta de fôrma (Figura 3.3) definida e os vãos conhecidos, é possível identificar eixos de simetria na estrutura (o que facilita o processo de dimensionamento de lajes semelhantes) e definir a espessura da laje. Para facilitação do dimensionamento, define-se uma espessura única.



Considerando  $l_x$  o menor vão de cada uma das lajes, calcula-se a espessura inicial de cada uma e, em seguida, a partir do maior  $h_i$  (Tabela 3.8), define-se a espessura geral, de acordo com a Equação 4.2.

$$h = \frac{l_x}{40} \quad (\text{Eq. 3.2})$$

Em que:

$l_x$  [m]: Menor vão de uma laje;

$h$  [m]: Altura do pavimento;

Tabela 3.8 – Espessura Inicial e Espessura adotada para as lajes

Laje	$l_x$ [m]	$h_i$ [cm]	$h$ [cm]
L1 = L12	0,90	2,25	10,00
L2 = L13	2,20	5,50	
L3 = L14	2,44	6,10	
L4 = L15	2,71	6,77	
L5 = L16	1,21	3,02	
L6	0,90	2,25	
L7	3,20	8,00	
L8	1,00	2,50	
L9	1,00	2,50	
L10	3,25	8,12	
L11	1,21	3,02	

Portanto, na espessura das lajes que compõem o pavimento tipo adota-se 10 centímetros de espessura.





### 3.2.5 Combinação de ações no ELS e no ELU

De acordo com a NBR 6118:2014, existem diversos estágios que limitam a utilização de construções. Tais estágios englobam parâmetros como estética, segurança, desempenho e deformações

O estado limite de serviço (ELS) diz respeito à aparência e durabilidade, bem como utilização com conforto da estrutura. Sob o ponto de vista prático, é exigido que a estrutura seja economicamente adequada e que tenha bom funcionamento sob condições de serviço, respeitando à necessidade de se limitar deformação e fissuração (PINHEIRO, 2002).

Considerando a carga atuante como o valor da soma das cargas permanentes e variáveis da Tabela 3.5, os valores de cálculo foram obtidos através dos coeficientes de ponderação  $\gamma_f$ , levando em conta suas combinações (Equação 3.4 e Equação 3.6), segundo a NBR 6118:2014.

Tabela 3.9 – Coeficiente  $\gamma_f = \gamma_{f1} + \gamma_{f3}$

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
<b>Normais</b>	1,4 <sup>a</sup>	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
<b>Especiais ou de construção</b>	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
<b>Excepcionais</b>	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
onde <i>D</i> é desfavorável, <i>F</i> é favorável, <i>G</i> representa as cargas variáveis em geral e <i>T</i> é a temperatura. <sup>a</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

Fonte: ABNT NBR 6118:2014





Considerando a Tabela 3.9, têm-se que:

$$\gamma_g = \gamma_q = 1,4 \quad (\text{Eq. 3.3})$$

Em que:

$\gamma_g$  e  $\gamma_q$  [s/u]: Fatores de segurança

$$Fd (ELU) = \gamma_g F_{gk} + \gamma_q F_{qk} \quad (\text{Eq. 3.4})$$

$$Fd (ELU) = 1,4 \times (2,5 + 2,5 + 1,0) + 1,4 \times (2,0)$$

$$Fd (ELU) = 11,20 \text{ kN/m}^2$$

Tabela 3.10 – Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_0$	$\psi_1^a$	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>b</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas <sup>c</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
<sup>a</sup> Para os valores de $\psi_1$ relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23. <sup>b</sup> Edifícios residenciais. <sup>c</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: ABNT NBR 6118:2014



Consultando a Tabela 3.10, e considerando um edifício residencial, conclui-se que:

$$\Psi_2 = 0,4 \quad (\text{Eq. 3.5})$$

Em que:

$\Psi_2$  [s/u]: Fator de redução de combinação

$$F_{d,ser} (ELS) = \sum F_{gi,k} + \Psi_2 \sum F_{qj,k} \quad (\text{Eq. 3.6})$$

Em que:

$F_{gi}$  [N/m<sup>2</sup>]: Ações permanentes;

$F_{qj}$  [N/m<sup>2</sup>]: Ações variáveis.

$$F_{d,ser} (ELS) = (2,5 + 2,5 + 1,0) + 0,4 \times 3,0$$

$$F_{d,ser} (ELS) = 7,2 \text{ kN/m}^2$$



Com as Equações 3.3 a 3.6, têm-se as combinações de ações na Tabela 3.11

Tabela 3.11 – Combinações atuantes nas lajes

Laje	Fd (ELU) [kN]	Fser (ELS) [kN]
L1 = L12	8,40	4,25
L2 = L13	7,00	3,95
L3 = L14	7,00	3,95
L4 = L15	8,81	4,90
L5 = L16	9,10	4,40
L6	8,40	4,25
L7	8,23	4,83
L8	7,00	3,95
L9	7,00	3,95
L10	8,62	5,10
L11	9,10	4,40

### 3.2.6 Determinação de Momentos Fletores (ELS-DEF)

Para determinar se as lajes teriam armação em uma ou duas direções, observou-se a relação da Equação 3.7. As lajes que não atenderam tal relação foram armadas em duas direções, enquanto as lajes que atenderam foram armadas em apenas uma direção.

$$\frac{l_x}{l_y} \leq 2 \quad (\text{Eq. 3.7})$$

Em que:

$l_x$  [m]: Menor vão de uma laje;



$l_y$  [m]: Maior vão de uma laje.

Para o dimensionamento das lajes apoiadas em duas direções, foi utilizada a Tabela 3.12, desenvolvida por Czerny (BETON-KALENDER, 1976). Essa tabela classifica as lajes maciças de acordo com suas condições de apoio e relação de dimensões, e fornecem equações para cálculos dos momentos fletores atuantes.

Os tipos de lajes, tendo em vista suas condições de apoio, segundo Czerny, resumem-se na Tabela 3.13, que também indica se as mesmas devem considerar armação em uma ou duas direções.

Tabela 3.12 – Tabelas de Czerny para lajes do tipo 1, 7 e 8

Tabela de Czerny 1 ( $\nu = 0,2$ )			
$l_x/l_y$	$M_x$	$M_y$	$\alpha$
1,00	22,7	22,7	21,4
1,05	20,8	22,5	19,4
1,10	19,3	22,3	17,8
1,15	18,1	22,3	16,5
1,20	16,9	22,3	15,4
1,25	15,9	22,4	14,3
1,30	15,2	22,7	13,6
1,35	14,4	22,9	12,9
1,40	13,8	23,1	12,3
1,45	13,2	23,3	11,7
1,50	12,7	23,5	11,2
1,55	12,3	23,5	10,8
1,60	11,9	23,5	10,4
1,65	11,5	23,5	10,1
1,70	11,2	23,5	9,8
1,75	10,8	23,5	9,5
1,80	10,7	23,5	9,3
1,85	10,4	23,5	9,1
1,90	10,2	23,5	8,9
1,95	10,1	23,5	8,7
2,00	9,9	23,5	8,6
> 2,00	8,0	23,5	6,7

Tabela de Czerny 7 ( $\nu = 0,2$ )					
$l_x/l_y$	$M_x$	$M_y$	$-M_x$	$-M_y$	$\alpha$
1,00	44,6	38,1	18,3	16,2	55,4
1,05	41,7	37,3	16,6	15,4	49,1
1,10	38,1	36,7	15,4	14,8	44,1
1,15	34,9	36,4	14,4	14,3	40,1
1,20	32,1	36,2	13,5	13,9	36,7
1,25	29,8	36,1	12,7	13,5	33,8
1,30	28,0	36,2	12,2	13,3	31,7
1,35	26,4	36,6	11,6	13,1	29,7
1,40	25,2	37,0	11,2	13,0	28,1
1,45	24,0	37,5	10,9	12,8	26,6
1,50	23,1	38,3	10,6	12,7	25,5
1,55	22,3	39,3	10,3	12,6	24,5
1,60	21,7	40,3	10,1	12,6	23,6
1,65	21,1	41,4	9,9	12,5	22,8
1,70	20,4	42,7	9,7	12,5	22,1
1,75	20,0	43,8	9,5	12,4	21,5
1,80	19,5	44,8	9,4	12,4	21,0
1,85	19,1	45,9	9,2	12,3	20,5
1,90	18,7	46,7	9,0	12,3	20,1
1,95	18,4	47,7	8,9	12,3	19,7
2,00	18,0	48,6	8,8	12,3	19,3
> 2,00	14,2	48,6	8,0	12,0	16,7

Tabela de Czerny 8 ( $\nu = 0,2$ )					
$l_x/l_y$	$M_x$	$M_y$	$-M_x$	$-M_y$	$\alpha$
1,00	38,1	44,6	16,2	18,3	55,4
1,05	35,5	44,8	15,3	17,9	51,6
1,10	33,7	45,7	14,8	17,7	48,7
1,15	32,0	47,1	14,2	17,6	46,1
1,20	30,7	47,6	13,9	17,5	44,1
1,25	29,5	47,7	13,5	17,5	42,5
1,30	28,4	47,7	13,2	17,5	41,2
1,35	27,6	47,9	12,9	17,5	39,9
1,40	26,8	48,1	12,7	17,5	38,9
1,45	26,2	48,3	12,6	17,5	38,0
1,50	25,7	48,7	12,5	17,5	37,2
1,55	25,2	49,0	12,4	17,5	36,5
1,60	24,8	49,4	12,3	17,5	36,0
1,65	24,5	49,8	12,2	17,5	35,4
1,70	24,2	50,2	12,2	17,5	35,0
1,75	24,0	50,7	12,1	17,5	34,6
1,80	24,0	51,3	12,1	17,5	34,4
1,85	24,0	52,0	12,0	17,5	34,2
1,90	24,0	52,6	12,0	17,5	33,9
1,95	24,0	53,4	12,0	17,5	33,8
2,00	24,0	54,1	12,0	17,5	33,7
> 2,00	24,0	54,0	12,0	17,5	32,0

Fonte: BETON-KALENDER, 1976



Tabela 3.13 – Classificação das lajes dimensionadas

Laje	$l_x$	$l_y$	$l_y/l_x$	Direções da armação	Nº da Tabela de Czerny
L1 = L12	0,90	4,55	5,06	1	-
L2 = L13	2,20	4,55	2,07	1	-
L3 = L14	2,54	4,55	1,79	2	8
L4 = L15	2,71	4,55	1,68	2	8
L5 = L16	1,21	4,55	3,76	1	-
L6	0,90	3,40	3,78	1	-
L7	3,20	3,40	1,06	2	7
L8	1,00	1,23	1,23	2	1
L9	1,00	1,23	1,23	2	1
L10	3,25	3,40	1,05	2	7
L11	1,21	3,40	2,81	1	-

Conhecendo-se as equações 3.8 a 3.11 e utilizando os valores calculados da Tabela 3.12 como parâmetros nas Tabelas de Czerny, é possível calcular os momentos fletores positivos e negativos atuantes nas lajes apoiadas em duas direções.

$$m_x^+ = \frac{F_{ser} \times l_x^2}{m_x} \quad (\text{Eq. 3.8})$$

$$m_x^- = \frac{F_{ser} \times l_x^2}{-m_x} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

$$m_y^+ = \frac{F_{ser} \times l_x^2}{m_y} \quad (\text{Eq. 3.10})$$

$$m_y^- = \frac{F_{ser} \times l_x^2}{-m_y} \quad (\text{Eq. 3.11})$$

Em que:

$m_{x/y}^{+/-}$  [kNm]: Momentos fletores positivos e negativos de acordo com as

Tabelas de Czerny;

$l_x$  [m]: Menor vão de uma laje.

$F_{ser}$  [kN]: Cargas de serviço atuantes (ELS);

Para o caso das lajes armadas somente em uma direção, o cálculo foi realizado considerando cada uma delas como vigas, obtendo os momentos conforme a Figura 3.4.

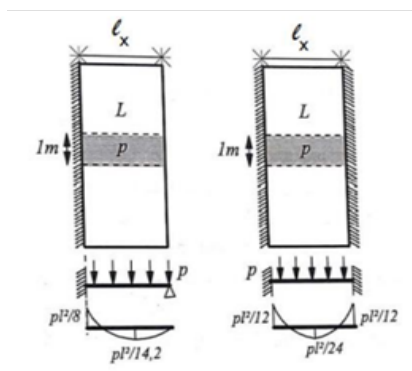


Figura 3.4 – Base de Cálculo para Momentos Fletores em lajes armadas em uma direção

Completa-se, então a Tabela 3.14, cuja última coluna contempla os momentos máximos atuantes em cada laje.

Tabela 3.14 – Momentos Fletores no ELS-DEF

Laje	$F_{ser}$ (ELS) [kN]	$\mu_x$	$\mu_y$	$-\mu_x$	$-\mu_y$	$m_x^+$	$m_y^+$	$m_x^-$	$m_y^-$	$ m _{máx}$
L1 = L12	4,25	14,20	-	8,00	-	0,24	-	0,43	-	0,43
L2 = L13	3,95	24,00	-	12,00	-	0,79	-	1,59	-	1,59
L3 = L14	3,95	24,00	51,30	12,10	17,50	1,06	0,49	2,11	1,46	2,11
L4 = L15	4,90	24,20	50,20	12,20	17,50	1,48	0,71	2,94	2,05	2,94
L5 = L16	4,40	14,20	-	8,00	-	0,45	-	0,80	-	0,80
L6	4,25	14,20	-	8,00	-	0,26	-	0,47	-	0,47
L7	4,83	41,70	37,30	16,60	15,40	1,18	1,32	2,97	3,21	3,21
L8	3,95	15,90	22,40	-	-	0,24	0,17	-	-	0,24
L9	3,95	15,90	22,40	-	-	0,24	0,17	-	-	0,24
L10	5,10	41,70	37,30	16,60	15,40	1,29	1,44	3,24	3,49	3,94
L11	4,40	14,20	-	8,00	-	0,45	-	0,80	-	0,80



### 3.2.7 Cálculo de flechas

Com base nos resultados obtidos na Tabela 3.14, calcula-se o momento fletor de fissuração e verifica-se as flechas. De acordo com a ABNT NBR 6118:2014:

$$m_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad (\text{Eq. 3.12})$$

Em que, para seções retangulares:

$$\alpha = 1,5;$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 25^{2/3} = 2,57 \text{ MPa} ;$$

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{1,0 \cdot 0,1^3}{12} = 8,33 \times 10^{-5} \text{ m}^4 ;$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ m}.$$

$$m_r = \frac{1,5 \cdot 2,57 \cdot 8,33 \times 10^{-5}}{0,05} = 6,41 \text{ kNm}$$

Observando-se a Tabela 3.14, os momentos máximos em cada uma das lajes não ultrapassam o momento de fissuração.

Para as lajes armadas em duas direções, as flechas imediatas  $a_i$  são calculadas de acordo com a Equação 3.13, da norma ABNT NBR 6118:2014:

$$a_i = \frac{p \cdot l_x^4}{\alpha \cdot E_{cs} \cdot h^3} \quad (\text{Eq. 3.13})$$

Em que:



$\alpha = \text{obtido da Tabela de Czerny} [s/u]$

$$E_{CS} = \alpha \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 24.150,00;$$

$$h = 0,1 \text{ m};$$

$$p = F_{ser} [kN].$$

Então:

$$\alpha_i = \frac{F_{ser} \cdot l_x^4}{24.150,00 \times 0,1^3}$$

$$\alpha_i = \frac{F_{ser} \cdot l_x^4}{\alpha \cdot 24,15} \quad (\text{Eq. 3.14})$$

Para o caso das lajes armadas em uma direção, a flecha imediata é calculada a partir da Equação 3.15:

$$\alpha_i = \frac{k \cdot p \cdot l_x^4}{E_{CS} I_{eq}} \quad (\text{Eq. 3.15})$$

Em que:

$$\alpha = 0,8 + \frac{0,2 \cdot f_{ck}}{80} = 0,86 \leq 1;$$

$$E_{CS} = \alpha \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 24.150,00 MPa;$$





$$I_{eq} = I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{1,0 \cdot 0,1^3}{12} = 8,33 \times 10^{-5} m^4 \text{ (uma vez que } m_r > |m|_{\text{máx}} \text{ )};$$

$$p = F_{ser};$$

$$k =$$

$$\frac{1}{384} \text{ para lajes bi engastadas e } \frac{2}{384} \text{ para lajes simplesmente apoiadas}$$

Então:

$$\alpha_i = k \frac{F_{ser} \cdot l_x^4}{2,011} \quad (\text{Eq. 3.16})$$

Variando  $F_{ser}$  e  $l_x$ , calculam-se as flechas imediatas de todas as lajes.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, para o cálculo da flecha limite,  $a_{lim}$ , a partir da Tabela 3.15:



Tabela 3.15 – Flecha Limite

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350 + \text{contraflecha}^b$
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$l/500^c$ e 10 mm e $\theta = 0,0017 \text{ rad}^d$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$l/250^c$ e 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ( $\psi_1 = 0,30$ )	$H/1\,700$ e $H/850^e$ entre pavimentos <sup>f</sup>
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$l/400^g$ e 15 mm

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Assim, de acordo com a Equação 3.17:

$$a_{lim} = l_x / 250 \quad (\text{Eq. 3.17})$$

Em que:

$l_x$  [m]: Menor vão de uma laje;

$a_{lim}$  [cm]: Flecha limite.



A flecha diferida,  $a_t$ , é calculada de acordo com a Equação 3.18 da norma ABNT NBR 6118:2014:

$$a_t = 2,47 \cdot a_i \quad (\text{Eq. 3.18})$$

Em que:

$a_t$  [cm]: Flecha diferida;

$a_i$  [cm]: Flecha imediata.

A partir das Equações 3.16, 3.17 e 3.18, tem-se a Tabela 3.16 com as flechas calculadas para cada uma das lajes em questão:

Tabela 3.16 – Cálculo de flechas

Laje	Fser (ELS) [kN]	$l_x$ [m]	$\alpha / k$	$a_i$ [cm]	$a_t$ [cm]	$a_{lim}$ [cm]
L1 = L12	4,25	0,90	2/384	0,00072	0,00178	0,360
L2 = L13	3,95	2,20	1/384	0,01200	0,02960	0,880
L3 = L14	3,95	2,44	34,40	0,00016	0,00039	0,976
L4 = L15	4,90	2,71	35,00	0,00031	0,00076	1,084
L5 = L16	4,40	1,21	2/384	0,00241	0,00603	0,484
L6	4,25	0,90	2/384	0,00072	0,00177	0,360
L7	4,83	3,20	49,10	0,00042	0,00103	1,280
L8	3,95	1,00	14,30	0,00114	0,00283	0,400
L9	3,95	1,00	14,30	0,00114	0,00283	0,400
L10	5,10	3,25	49,10	0,00047	0,00116	1,300
L11	4,40	1,21	2/384	0,00244	0,00603	0,484

Observa-se que a flecha diferida, para todas as lajes, é inferior à flecha limite, indicando que há segurança no dimensionamento.



### 3.2.8 Determinação de Momentos Fletores (ELU)

O outro estágio de utilização, definido pela ABNT NBR 6118:2014 como estado limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação do uso da estrutura, é o estado limite último (ELU).

Para o cálculo dos momentos que atuam no pavimento tipo sob o ELU, utilizam-se os valores de cálculo para ações últimas ( $F_d$ ), calculados na Tabela 3.11, combinados com as seguintes equações:

$$m_x^+ = \frac{F_d \times l_x^2}{m_x} \quad (\text{Eq. 3.19})$$

$$m_x^- = \frac{F_d \times l_x^2}{-m_x} \quad (\text{Eq. 3.20})$$

$$m_y^+ = \frac{F_d \times l_x^2}{m_y} \quad (\text{Eq. 3.21})$$

$$m_y^- = \frac{F_d \times l_x^2}{-m_y} \quad (\text{Eq. 3.22})$$

Em que:

- $m_{x/y}^{+/-}$  [kNm]: Momentos fletores positivos e negativos de acordo com as Tabelas de Czerny;
- $l_x$  [m]: Menor vão de uma laje;
- $F_d$  [kN]: Cargas de serviço atuantes (ELU);

Para o caso das lajes armadas somente em uma direção, o cálculo foi realizado considerando cada uma delas como vigas, obtendo os momentos conforme a Figura 3.3.



Tem-se, então a Tabela 3.17, cuja última coluna contempla os momentos máximos atuantes em cada laje.

Tabela 3.17 – Momentos Fletores no ELU

Laje	F <sub>d</sub> (ELU) [kN]	μ <sub>x</sub>	μ <sub>y</sub>	-μ <sub>x</sub>	-μ <sub>y</sub>	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	m <sub>x</sub> <sup>-</sup>	m <sub>y</sub> <sup>-</sup>	m /máx
L1 = L12	8,40	14,20	-	8,00	-	0,47	-	0,85	-	0,85
L2 = L13	7,00	24,00	-	12,00	-	1,41	-	2,82	-	2,82
L3 = L14	7,00	24,00	51,30	12,10	17,50	1,88	0,88	3,73	2,58	3,73
L4 = L15	8,81	24,20	50,20	12,20	17,50	1,19	2,67	5,30	3,69	5,30
L5 = L16	9,10	14,20	-	8,00	-	0,93	-	1,67	-	1,67
L6	8,40	14,20	-	8,00	-	0,53	-	0,94	-	0,94
L7	8,23	41,70	37,30	16,60	15,40	2,02	2,25	5,07	5,47	5,47
L8	7,00	15,90	22,40	-	-	0,44	0,31	-	-	0,44
L9	7,00	15,90	22,40	-	-	0,44	0,31	-	-	0,44
L10	8,62	41,70	37,30	16,60	15,40	2,18	2,44	5,48	5,91	5,91
L11	9,10	14,20	-	8,00	-	0,93	-	1,67	-	1,67

### 3.2.9 Cálculo das armaduras mínimas, necessárias e efetivas

A armação das lajes, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, é feita de modo que resista aos momentos fletores positivos e negativos atuantes em ambos eixos e que supere os valores mínimos previstos na norma, de acordo com as Equações 3.23, 3.24 e 3.25:

$$x = 1,25d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{m_d}{0,425bd^2f_{cd}}} \right] \quad (\text{Eq. 3.23})$$

Em que:

x [cm]: posição da linha neutra;



$d$ [cm]: altura útil da laje;

$b$ [cm]: faixa de laje;

$f_{cd}$  [MPa]: Resistência de cálculo à compressão do concreto (19,00 MPa);

$m_d$  [kNm]: momentos fletores máximos (negativos e positivos) de cada laje.

$$a_s = \frac{m_d}{f_{yd}(d - 0,4x)} \quad (\text{Eq. 3.24})$$

Em que:

$d$ [cm]: altura útil da laje;

$a_s$ [cm<sup>2</sup>]: área de armadura necessária;

$f_{yd}$  [MPa]: Resistência de cálculo do aço (435,00 MPa);

$m_d$  [kNm]: momentos fletores máximos (negativos e positivos) de cada laje.

$$d = h - c - \frac{\phi_x}{2} \quad (\text{Eq. 3.25})$$

Em que:

$d$ [cm]: altura útil da laje;

$h$ [cm]: espessura da laje (10,00 cm, de acordo com a Tabela 3.8);

$c$ [cm]: cobrimento (2,50 cm, de acordo com a Tabela 3.6);

$\phi_x$ [cm]: diâmetro da armadura.

Para o cálculo da altura útil (Equação 3.26), que influencia a área de armadura necessária, adota-se o diâmetro da armadura para 6,3 mm. Então:



$$d = 10,00 - 2,50 - \frac{0,63}{2}$$

$$d = 7,185 \text{ cm}$$

(Eq. 3.26)

Em que:

$d[\text{cm}]$ : altura útil da laje.

De posse das Equações 3.23, 3.24 e 3.26, têm-se as Tabelas 3.18 e 3.19, relativas aos momentos fletores positivos e negativos:

Tabela 3.18 – Área de Armadura Positiva Necessária

Laje	$m^+ [\text{kNcm}]$	$x[\text{cm}]$	$a_s [\text{cm}^2/\text{m}]$
L1 = L12	$m_x^+$	0,47	0,05
	$m_y^+$	-	-
L2 = L13	$m_x^+$	1,41	0,15
	$m_y^+$	-	-
L3 = L14	$m_x^+$	1,88	0,20
	$m_y^+$	0,88	0,28
L4 = L15	$m_x^+$	1,19	0,12
	$m_y^+$	2,67	0,86
L5 = L16	$m_x^+$	0,93	0,10
	$m_y^+$	-	-
L6	$m_x^+$	0,53	0,05
	$m_y^+$	-	-
L7	$m_x^+$	2,02	0,22
	$m_y^+$	2,25	0,24
L8	$m_x^+$	0,44	0,04
	$m_y^+$	0,31	0,03
L9	$m_x^+$	0,44	0,04
	$m_y^+$	0,31	0,03
L10	$m_x^+$	2,18	0,23
	$m_y^+$	2,44	0,26
L11	$m_x^+$	0,93	0,10
	$m_y^+$	-	-

Tabela 3.19 – Área de Armadura Negativa Necessária



Laje	m [kNcm]	x[cm]	a <sub>s</sub> [cm <sup>2</sup> /m]
L1 – L2	2,82	0,05	0,91
L2 – L3	3,73	0,15	1,22
L3 – L4	5,30	0,20	1,75
L4 – L5	5,30	0,12	1,75
L2/L3-L7/L10	5,91	0,10	1,96
L4 - L10	5,91	0,05	1,96
L6 - L7	5,47	0,22	1,81
L10 – L11	5,91	0,04	1,96
L7 – L13/L14	5,47	0,04	1,81
L10 – L14/15	5,91	0,23	1,96

A ABNT NBR 6118:2014 indica que é necessário verificar se a relação  $x/d$  é menor ou igual a 0,45 (Equação 3.27):

$$x/d \leq 0,45 \quad (\text{Eq. 3.27})$$

Em que:

$d[\text{cm}]$ : altura útil da laje;

$x[\text{cm}]$ : posição de linha neutra.

Para atender à norma, verifica-se o pior caso, uma vez que  $d$  não varia:

$$\frac{0,29}{7,185} = 0,04 \leq 0,45$$

Dessa forma, os valores calculados atendem à norma.

De posse dos valores de armadura necessária para resistir à ambos momentos (Tabelas 3.18 e 3.19), compara-se com a armadura mínima ( $a_{s,\text{mín}}$ ) prevista na ABNT NBR 6118:2014, de modo a satisfazer à Equação 3.28.

$$a_s \geq a_{s,\text{mín}} \quad (\text{Eq. 3.28})$$



Em que:

$a_s[\text{cm}^2]$ : armadura necessária;

$a_{s,\text{min}}[\text{cm}^2]$ : armadura mínima necessária

As Tabelas 3.20 e 3.21 abaixo, da ABNT NBR 6118:2014, elucidam as taxas mínimas de armadura para diferentes resistências de concreto e tipos de laje. Considerando o uso do aço CA-50 e o concreto de 25 Mpa:

Tabela 3.20 – Taxa de Armadura Mínima

Forma da seção	Valores de $\rho_{\text{min}}^a$ ( $A_{s,\text{min}}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,21	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{\text{min}}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\text{min}}$  deve ser recalculado.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Tabela 3.21 – Armadura Mínima

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\text{min}}$	$\rho_s \geq \rho_{\text{min}} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{\text{min}}$	$\rho_s \geq \rho_{\text{min}} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{\text{min}}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\text{min}}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\text{min}}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\text{min}} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\text{min}}$	$\rho_s \geq \rho_{\text{min}} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\text{min}}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\text{min}}$	$\rho_s \geq \rho_{\text{min}} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\text{min}}$	$\rho_s \geq \rho_{\text{min}} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\text{min}}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\text{min}}$		—

Fonte: ABNT NBR 6118:2014



Para atender todos os parâmetros indicados nas Tabelas 3.20 e 3.21, adota-se o valor mais conservador entre todos os casos, conforme Equação 3.29 abaixo:

$$\rho_{\min} = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{Eq. 3.29})$$

Em que:

$\rho$  [cm<sup>2</sup>]: taxa de armadura mínima;

De posse do valor mínimo de taxa de armadura necessária (Equação 3.29), determina-se a armadura efetivamente a ser utilizada. A Tabela 3.22 apresenta opções de área da seção de armaduras por metro, considerando aço CA-50.

Tabela 3.22 – Área da seção de armadura por metro

	Área da seção da armadura por metro (cm <sup>2</sup> /m)					
	Diâmetro nominal (mm)					
	CA-60	CA-50				
Espaça- mentos (cm)	5,0	6,3	8,0	10,0	12,5	16,0
7,0	2,80	4,46	7,19	11,2	17,5	28,7
8,0	2,45	3,90	6,29	9,81	15,3	25,1
9,0	2,18	3,47	5,59	8,72	13,6	22,3
10	1,96	3,12	5,03	7,85	12,3	20,1
11	1,78	2,84	4,57	7,14	11,2	18,3
12	1,63	2,60	4,19	6,54	10,2	16,8
13	1,51	2,40	3,87	6,04	9,44	15,5
14	1,40	2,23	3,59	5,61	8,76	14,4
15	1,31	2,08	3,35	5,23	8,18	13,4
16	1,23	1,95	3,14	4,91	7,67	12,6
17	1,15	1,84	2,96	4,62	7,22	11,8
18	1,09	1,73	2,79	4,36	6,82	11,2
19	1,03	1,64	2,65	4,13	6,46	10,6
20	0,980	1,56	2,52	3,93	6,14	10,1
21	0,933	1,49	2,39	3,74	5,84	9,58
22	0,891	1,42	2,29	3,57	5,58	9,14
23	0,852	1,36	2,19	3,41	5,33	8,74
24	0,817	1,30	2,10	3,27	5,11	8,38
25	0,784	1,25	2,01	3,14	4,91	8,04
26	0,754	1,20	1,93	3,02	4,72	7,73
27	0,726	1,16	1,86	2,91	4,54	7,45
28	0,700	1,11	1,80	2,80	4,38	7,18
29	0,676	1,08	1,73	2,71	4,23	6,93
30	0,653	1,04	1,68	2,62	4,09	6,70

Fonte: SHEHATA, 2021



De acordo com o item 20.1 da ABNT NBR 6118:2014, o diâmetro adotado para as barras de aço deve atender à Equação 3.30 abaixo:

$$\phi \leq \frac{h}{8} \quad (\text{Eq. 3.30})$$

Em que:

$\phi$  [mm]: Diâmetro da barra de aço;

$h$  [cm]: Altura da laje (10,00 cm, de acordo com a Tabela 3.8);

De posse das Tabelas 3.21 e 3.22, calcula-se a área de aço efetiva ( $a_{s,ef}$ ) :

Tabela 3.23 – Área de aço efetiva para momentos fletores positivos

Laje	m <sup>+</sup> [kNcm]		x[cm]	a <sub>s</sub> [cm <sup>2</sup> /m]	a <sub>s,min</sub> [cm <sup>2</sup> /m]	φ[mm]	S[cm]	a <sub>s,ef</sub> [cm <sup>2</sup> /m]
L1 = L12	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	0,47	0,05	0,15	1,50	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	-	-	-	-	-	-	-
L2 = L13	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	1,41	0,15	0,45	1,50	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	-	-	-	-	-	-	-
L3 = L14	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	1,88	0,20	0,60	1,00	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	0,88	0,09	0,28	1,00	6,30	20,00	1,56
L4 = L15	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	1,19	0,12	0,38	1,00	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	2,67	0,29	0,86	1,00	6,30	20,00	1,56
L5 = L16	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	0,93	0,10	0,29	1,50	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	-	-	-	-	-	-	-
L6	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	0,53	0,05	0,17	1,50	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	-	-	-	-	-	-	-
L7	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	2,02	0,22	0,65	1,00	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	2,25	0,24	0,72	1,00	6,30	20,00	1,56
L8	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	0,44	0,04	0,14	1,00	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	0,31	0,03	0,09	1,00	6,30	20,00	1,56
L9	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	0,44	0,04	0,14	1,00	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	0,31	0,03	0,09	1,00	6,30	20,00	1,56
L10	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	2,18	0,23	0,70	1,00	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	2,44	0,26	0,79	1,00	6,30	20,00	1,56
L11	m <sub>x</sub> <sup>+</sup>	0,93	0,10	0,29	1,50	6,30	20,00	1,56
	m <sub>y</sub> <sup>+</sup>	-	-	-	-	-	-	-



Ainda a partir das Tabelas 3.21 e 3.22, calcula-se a área de aço efetiva ( $a_{s,ef}$ ) para os momentos fletores negativos e para as bordas sem continuidade de acordo com a ABNT NBR 6118:2014.

Tabela 3.24 – Área de aço efetiva para momentos fletores negativos e bordas sem continuidade

Laje	m <sup>-</sup> [kNcm]	d [cm]	x[cm]	a <sub>s</sub> [cm <sup>2</sup> /m]	a <sub>s,min</sub> [cm <sup>2</sup> /m]	φ[mm]	S[cm]	a <sub>s,ef</sub> [cm <sup>2</sup> /m]
L1 – L2	2,82	7,185	0,05	0,91	1,50	6,30	20,00	1,56
L2 – L3	3,73		0,15	1,22	1,50	6,30	20,00	1,56
L3 – L4	5,30		0,20	1,75	1,50	6,30	12,00	2,60
L4 – L5	5,30		0,12	1,75	1,50	6,30	12,00	2,60
L2/L3-L7/L10	5,91		0,10	1,96	1,50	6,30	12,00	2,60
L4 - L10	5,91		0,05	1,96	1,50	6,30	12,00	2,60
L6 - L7	5,47		0,22	1,81	1,50	6,30	12,00	2,60
L10 – L11	5,91		0,04	1,96	1,50	6,30	12,00	2,60
L7 – L13/L14	5,47		0,04	1,81	1,50	6,30	12,00	2,60
L10 – L14/15	5,91		0,23	1,96	1,50	6,30	12,00	2,60
Armaduras de borda sem continuidade								
L1					1,00	6,30	30,00	1,04
L2					1,00	6,30	30,00	1,04
L3					1,00	6,30	30,00	1,04
L4					1,00	6,30	30,00	1,04
L5					1,00	6,30	30,00	1,04
L6					1,00	6,30	30,00	1,04
L11					1,00	6,30	30,00	1,04

O cálculo do comprimento L das armaduras, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 faz-se:

$$L = l_x + 8 \quad (\text{Eq. 3.31})$$



Em que, para o caso de armaduras positivas principais:

$L$  [cm]: Comprimento da armadura;

$l_x$  [m]: Menor vão de uma laje.

E, para o caso das armaduras negativas principais:

$$L = 2 \left( \frac{l_x}{4} + l_b \right) + 2(h - 2c) \quad (\text{Eq. 3.32})$$

Em que:

$L$  [cm]: Comprimento da armadura;

$l_x$  [m]: Menor vão de uma laje;

$l_b$  [cm]: Comprimento de ancoragem básico;

$h$  [cm]: Altura da laje;

$c$  [cm]: Cobrimento.

Para o cálculo do comprimento de ancoragem, utiliza-se, da ABNT NBR 6118:2014, a Equação 3.33:

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \geq 25\phi \quad (\text{Eq. 3.33})$$

Em que;

$l_b$  [cm]: Comprimento de ancoragem básico;

$\phi$  [mm]: Diâmetro da barra de aço;

$f_{yd}$  [Mpa]: Resistência de cálculo do aço;

$f_{bd}$  [Mpa]: Resistência de aderência concreto/ armadura (2,89 Mpa, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, considerando boa aderência e barras nervuradas).



Então, para o caso de armaduras negativas:

$$l_b = \frac{\emptyset \cdot 435}{4 \cdot 2,89} \geq 25 \cdot \emptyset$$

$$l_b = 37,63 \emptyset = 23,75 \text{ cm} \geq 15,75 \text{ cm}$$

$$L = 2 \left( \frac{l_x}{4} + 23,75 \right) + 2(10,00 - 2 \cdot 2,50)$$

$$L = \left( \frac{l_x}{2} + 85,25 \right) \quad (\text{Eq. 3.34})$$

Para as armaduras de borda sem continuidade, o comprimento de armadura obedece à Equação 3.35 abaixo:

$$L = 0,15 \cdot l_x + (b_w - c) + 2(h - 2c) \quad (\text{Eq. 3.35})$$

Em que:

L [cm]: Comprimento da armadura;

$l_x$  [cm]: Menor vão de uma laje;

$b_w$  [cm]: Largura da viga adjacente;

h[cm]: Altura da laje;

c [cm]: Cobrimento.



O comprimento de distribuição trata-se do tamanho do trecho no qual as armaduras se distribuem. No caso das armaduras principais, ele coincide com o tamanho do vão perpendicular ao posicionamento das barras subtraído do tamanho dos pilares.

A quantidade de barras define-se pela razão entre esse comprimento e o espaçamento calculado. A partir das Equações 3.32 a 3.35, têm-se as Tabelas 3.25 e 3.26, com número de barras de armaduras positivas e negativas/ de bordas sem continuidade, respectivamente:

Tabela 3.25 – Número de barras para armaduras principais positivas

Laje	L [cm]	$\phi$ [mm]	S [cm]	$a_{s,ef}$ [cm <sup>2</sup> /m]	Comp. De Distribuição [cm]	Nº de barras
L1 = L12	980,00	6,30	20,00	1,56	435	22
L2 = L13	228,00	6,30	20,00	1,56	435	22
L3 = L14	252,00	6,30	20,00	1,56	435	22
L4 = L15	279,00	6,30	20,00	1,56	435	22
L5 = L16	129,00	6,30	20,00	1,56	435	22
L6	980,0	6,30	20,00	1,56	320	16
L7	328,00	6,30	20,00	1,56	320	16
L8	108,00	6,30	20,00	1,56	103	6
L9	108,00	6,30	20,00	1,56	10	6
L10	333,00	6,30	20,00	1,56	320	16
L11	129,00	6,30	20,00	1,56	320	16





Tabela 3.26 – Número de barras para armaduras negativas

Laje	L [cm]	$\phi$ [mm]	S [cm]	$a_{s,ef}$ [cm <sup>2</sup> /m]	Comp. De Distribuição [cm]	Nº de barras
L1 – L2	168,00	6,30	20,00	1,56	435	22
L2 – L3	180,00	6,30	20,00	1,56	435	22
L3 – L4	193,50	6,30	12,00	2,60	435	37
L4 – L5	193,50	6,30	12,00	2,60	435	37
L2/L3-L7/L10	218,00	6,30	12,00	2,60	454	38
L4 - L10	220,50	6,30	12,00	2,60	251	21
L6 - L7	218,00	6,30	12,00	2,60	320	27
L10 – L11	220,50	6,30	12,00	2,60	320	27
L7 – L13/L14	218,00	6,30	12,00	2,60	300	25
L10 – L14/15	220,50	6,30	12,00	2,60	405	34
Armaduras de borda sem continuidade						
L1	41,00	6,30	30,00	1,04	505,00	17
L2	61,00	6,30	30,00	1,04	200,00	7
L3	66,00	6,30	30,00	1,04	234,00	8
L4	68,00	6,30	30,00	1,04	251,00	9
L5	46,00	6,30	30,00	1,04	536,00	18
L6	41,00	6,30	30,00	1,04	320,00	11
L11	46,00	6,30	30,00	1,04	320,00	11

### 3.2.10 Reações de apoio no ELU

De acordo com o item 17.7.6.1 da ABNT NBR 6118:2014, o cálculo de reações de apoio das lajes retangulares faz-se por zonas traçadas por retas inclinadas a partir dos vértices das lajes, com os ângulos:

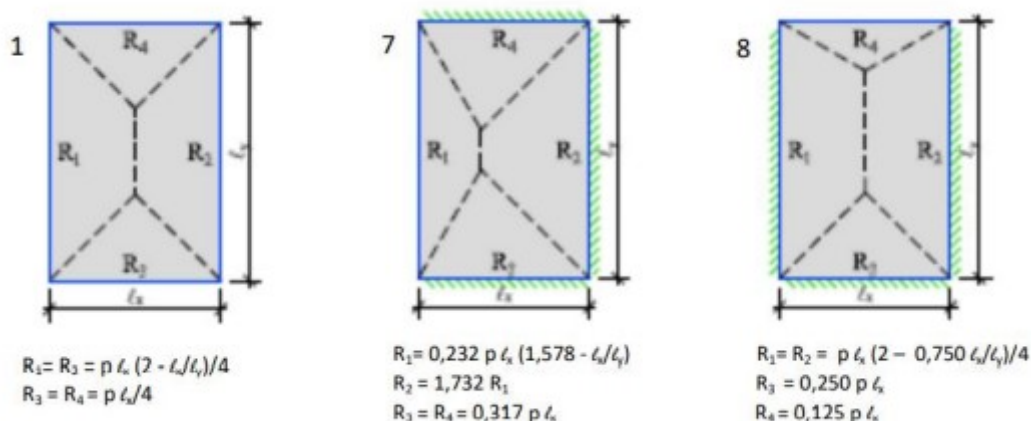
- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;
- 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

Baseado neste processo e amplamente difundido, utiliza-se para a determinação das reações de apoio o Método dos Quinhões. Para as lajes que possuem um lado

simplesmente apoiado, simplifica-se o cálculo aproximando-as como vigas, de acordo com a Figura 3.4.

A Figura 3.5 indica as fórmulas utilizadas para cada tipo de disposição de laje presente no dimensionamento, numeradas de acordo a Tabela 3.12 (Czerny)

Figura 3.5 – Método dos quinhões de carga para cálculo de reações de apoio



Fonte: Shehata, 2021

A partir das Figuras 3.4 e 3.5, têm-se a Tabela 3.27:

Tabela 3.27 – Reações de apoio no ELU

Laje	$F_d$ [kN]	$l_x/l_y$	Tipo (nº da Tabela de Czerny)	R1 [kN]	R2 [kN]	R3 [kN]	R4 [kN]	R esquerda [kN]	R direita [kN]
L1 = L12	8,40	0,198	-	-	-	-	-	4,72	2,83
L2 = L13	7,00	0,484	-	-	-	-	-	7,70	7,70
L3 = L14	7,00	0,558	8	6,75	6,75	4,27	2,13	-	-
L4 = L15	8,81	0,596	8	9,27	9,27	5,96	2,98	-	-
L5 = L16	9,10	0,266	-	-	-	-	-	6,88	4,13
L6	8,40	0,265	-	-	-	-	-	4,72	2,83
L7	8,23	0,941	7	3,89	6,74	8,34	8,34	-	-
L8	7,00	0,813	1	2,07	2,07	1,75	1,75	-	-
L9	7,00	0,813	1	2,07	2,07	1,75	1,75	-	-
L10	8,62	0,956	7	4,04	7,00	8,88	8,88	-	-
L11	9,10	0,356	-	-	-	-	-	6,88	4,13



### 3.2.11 Verificação ao cortante

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, a laje deve ter sua resistência ao esforço cortante verificada.

Para tal, determina-se o esforço cortante máximo atuante e a capacidade de resistência, que deve ser maior que as forças solicitantes. Então:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k(1,2 + 40\rho_1)b \quad (\text{Eq. 3.36})$$

Em que:

$V_{Rd1}$  [kN]: Capacidade de resistência ao esforço cortante;

$\tau_{Rd}$  [MPa]: Tensão de cisalhamento resistente de cálculo;

$k$  [s/u]: valor característico;

$\rho_1$  [s/u]: taxa geométrica de armadura;

$b_w$  [m]: Largura da viga adjacente;

$d$  [m]: altura útil da laje (Equação 3.26).

Para o cálculo da tensão de cisalhamento resistente:

$$\tau_{Rd} = 0,0375 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (\text{Eq. 3.37})$$

Em que:

$\tau_{Rd}$  [MPa]: Tensão de cisalhamento resistente de cálculo;

$f_{ck}$  [MPa]: Resistência característica à compressão do concreto



O valor de  $k$ , calcula-se como:

$$k = |1,6 - d| \quad (\text{Eq. 3.38})$$

Em que:

$k$  [s/u]: valor característico;

$d$  [m]: altura útil da laje (Equação 3.26).

$$k = |1,6 - d| = |1,6 - 0,07| = 1,5;$$

Para o cálculo da taxa geométrica de armadura:

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \quad (\text{Eq. 3.39})$$

Em que:

$A_{s1}$  [m²]: Área da seção transversal da armadura;

$\rho_1$  [s/u]: taxa geométrica de armadura;

$b_w$  [m]: Largura da viga adjacente;

$d$  [m]: altura útil da laje (Equação 3.26).



A partir das Equações 3.37, 3.38 e 3.39, monta-se a Tabela 3.28:

Tabela 3.28 – Verificação ao esforço cortante

Laje	$V_{\text{máx}}$ [kN]	$a_{s,ef}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\rho_l$	k	$\tau_{Rd}$ [MPa]	$V_{Rd1}$ [kN]
L1 – L2	7,7	1,56	0,0022	1,53	0,32	44,18
L2 – L3	7,7	1,56	0,0022			44,18
L3 – L4	9,27	2,6	0,0037			46,22
L4 – L5	9,27	2,6	0,0037			46,22
L2/L3-L7/L10	8,88	2,6	0,0037			46,22
L4 - L10	8,88	2,6	0,0037			46,22
L6 - L7	6,74	2,6	0,0037			46,22
L10 – L11	7	2,6	0,0037			46,22
L7 – L13/L14	8,34	2,6	0,0037			46,22
L10 – L14/15	8,88	2,6	0,0037			46,22

Para todos os casos da Tabela 3.28, o cortante máximo é menor que a capacidade de resistência, indicando segurança no dimensionamento.

### 3.3 Dimensionamento de laje plana

Utilizando como base o mesmo projeto arquitetônico apresentado, o dimensionamento da laje plana ocorre, fundamentalmente, de forma equivalente ao cálculo das lajes maciças convencionais. Entretanto, sem a preocupação com a utilização de vigas, tem-se mais liberdade para os lançamentos dos pilares e mais possibilidades de arranjos que facilitem os cálculos e até mesmo o processo executivo

### 3.3.1 Pré-Dimensionamento de pilares

Buscando minimizar os balanços das estruturas e regularizar os intervalos entre pilares nas direções horizontais e verticais, foi feita a locação dos pilares do Pavimento Tipo de acordo com a Figura 3.6.

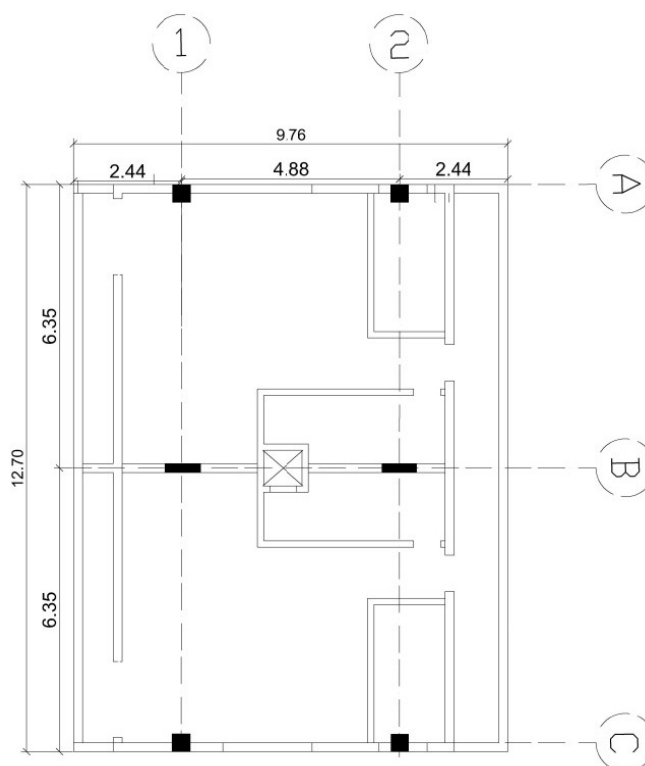


Figura 3.6 - Locação dos Pilares na Laje Plana

Após alocação dos pilares, o próximo passo deve ser a determinação do número de pavimentos para a determinação das áreas destes pilares. Considerando a edificação com 4 pavimentos e telhado, simplifica-se o número de pavimentos para o valor fracionado de 4,7.

Em posse do número de pavimentos e da localização de cada pilar, é possível estabelecer uma área de influência para cada um através da metade da distância entre os pilares e suas intersecções, conforme ilustrado na Figura 3.7. Esta área consiste numa



estimativa da distribuição de cargas para cada pilar e é a base para o pré-dimensionamento (Equação 3.39).

$$\text{Área do Pilar} = \frac{\text{Área de Influência} \times \text{Nº de Pavimentos}}{1000} \quad (\text{Eq. 3.39})$$

O resultado pode ser observado na Tabela 3.29 abaixo

Tabela 3.29 – Verificação de Áreas dos Pilares

	Área de Influência [cm²]	Área de Pilar [cm²]	Área adotada [cm²]
P1	154940,00	728,22	1600
P2	154940,00	728,22	1600
P3	309880,00	1456,44	1800
P4	309880,00	1456,44	1800
P5	154940,00	728,22	1600
P6	154940,00	728,22	1600

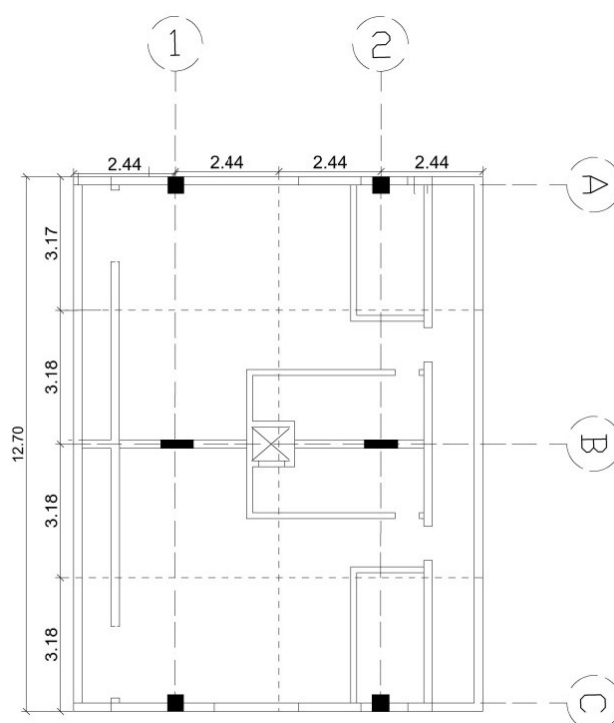


Figura 3.7 – Áreas de Influência das Lajes Planas





### 3.3.2 Espessura da laje

Para a determinação da espessura da laje, faz-se necessário a observação da menor distância entre os pilares, que é equivalente a 4,88 metros. Com esse valor, através da Equação 3.40, calcula-se a espessura mínima, que é equivalente a 12,2 cm para o exemplo em questão.

$$h = \frac{l_x}{40} \quad (\text{Eq. 3.40})$$

Em que:

$l_x$  [m]: Menor vão de uma laje;

$h$  [m]: Altura do pavimento;

Entretanto, segundo a NBR 6118-2014, a espessura mínima para lajes plana é de 16cm, e por isso, este valor será utilizado para o pré-dimensionamento.

### 3.3.3 Carregamentos

Assumindo os mesmos carregamentos da laje convencional e considerando as mesmas ocupações, apenas o peso próprio será alterado para o caso das lajes planas devido ao aumento de 6cm de espessura em relação às lajes convencionais (Tabela 3.15).

A estrutura com 6 pilares possui, conseqüentemente, 6 placas formadas pela intersecção das linhas de influência de cada pilar conforme ilustrado na Figura 3.7. Estas placas serão unidades de divisão fundamentais para a construção das etapas de



análise estrutural, pois, através destas, pode-se definir os carregamentos variáveis de acordo com a utilização de cada uma destas placas.

Ao considerar placas que, em sua maioria, possuem maior dimensão do que as lajes maciças convencionais e que, em geral, também sofrem menos influência da arquitetura, estas placas acabam estando sujeitas a carregamentos variáveis de valores distintos. Por isso, simplifica-se os cálculos ao adotar a maior carga de ocupação determinada no dimensionamento das lajes maciças convencionais, onde majora-se os carregamentos variáveis gerais, podendo ser observados através das Cargas de Ocupação, presentes na Tabela 3.30.

Tabela 3.30 – Cargas Atuantes nas Lajes Planas

Placas	Carga de Ocupação [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga de Revestimento [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga de Alvenaria [kN/m <sup>2</sup> ]	Peso Próprio [kN/m <sup>2</sup> ]	Carga Total [kN/m <sup>2</sup> ]
PL1	2,5	1	0	4	7,5
PL2	3	1	0,796	4	8,796
PL3	2,5	1	0,88	4	8,38
PL4	3	1	0,796	4	8,796
PL5	2,5	1	0	4	7,5
PL6	3	1	0,796	4	8,796

### 3.3.4 Método dos Pórticos Múltiplos

A estrutura da laje foi dividida 5 pórticos, sendo 2 verticais (Pórticos 1 e 2) e 3 horizontais (Pórticos A, B e C). Segundo a ABNT NBR 6118, no caso das lajes onde os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais de maneira regular e com vãos pouco diferentes, pode ser considerada a adoção de pórticos múltiplos em cada direção para a obtenção dos esforços solicitantes.



As dimensões dos pórticos foram escolhidas de forma a representar faixas regulares que, em seu conjunto, formam a laje estudada. Utilizando as cargas da Tabela 3.29 e tendo posse do comprimento de cada fração da laje que recebe diferentes carregamentos, consegue-se estipular o carregamento linear em cada um dos pórticos, demonstrado através da Tabela 3.31:

Tabela 3.31 – Distribuição de Carregamentos nos Pórticos

Pórtico		Comprimento [m]	Carregamento [kN/m]
1	PL1	3,17	23,81
	PL3	6,36	53,30
	PL5	3,17	23,81
2	PL2	3,17	27,93
	PL4	6,36	55,94
	PL6	3,17	27,93
A	PL1	2,44	18,30
	PL2	2,44	21,46
B	PL3	2,44	20,45
	PL4	2,44	21,46
C	PL5	2,44	18,30
	PL6	2,44	21,46

Com estes dados, é feita a análise do comportamento de cada pórtico através do software Ftool, considerando seções de 4,88x0,16m para os pórticos verticais e 6,35x0,16m para os horizontais, a fim de estabelecer equivalência nos momentos de inércia (Figuras 3.8 a 3.12).

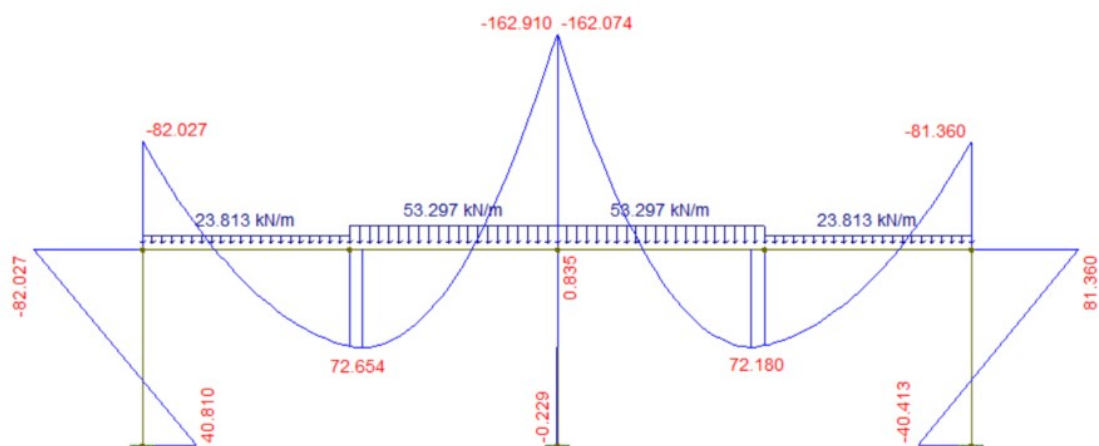


Figura 3.8 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico 1

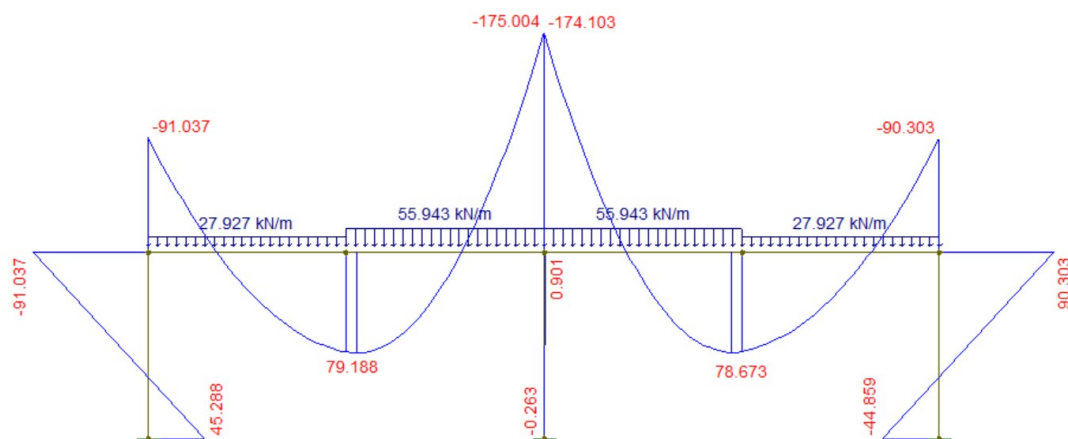


Figura 3.9 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico 2

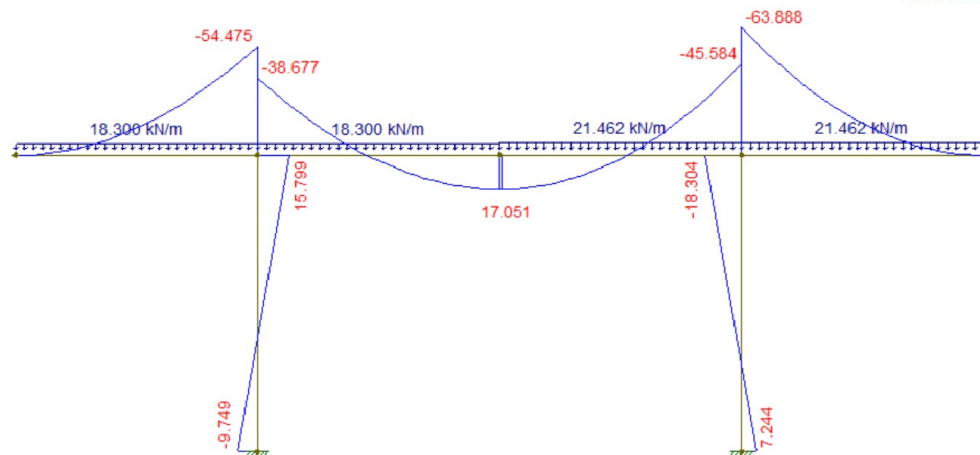


Figura 3.10 - Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico A

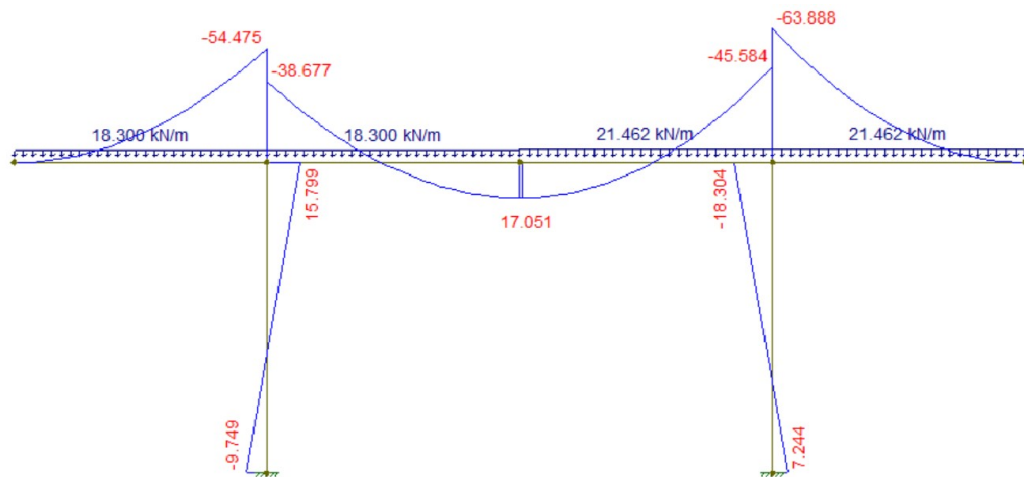


Figura 3.11 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico B

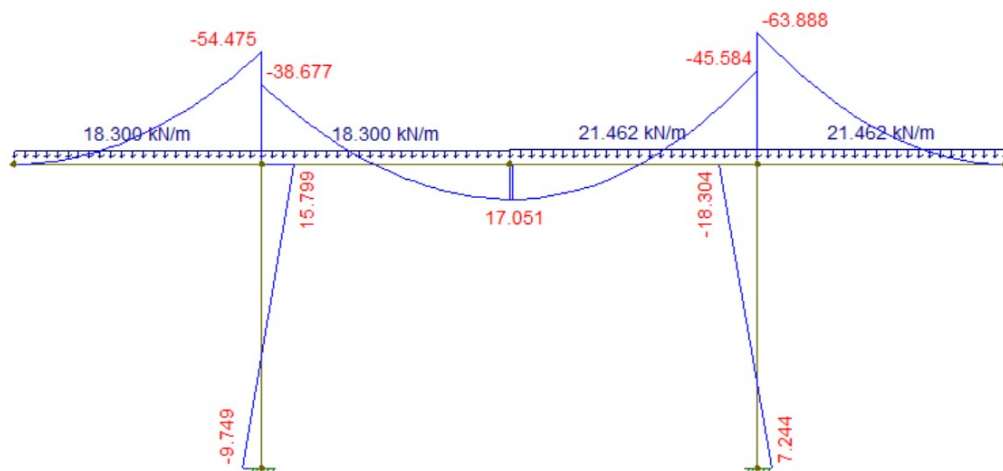


Figura 3.12 – Momentos Fletores em kNm e Carregamentos no Pórtico C

Conhecendo os momentos solicitantes nos 5 pórticos propostos, é possível entender como estão divididos na estrutura da laje conforme a Figura 3.13.

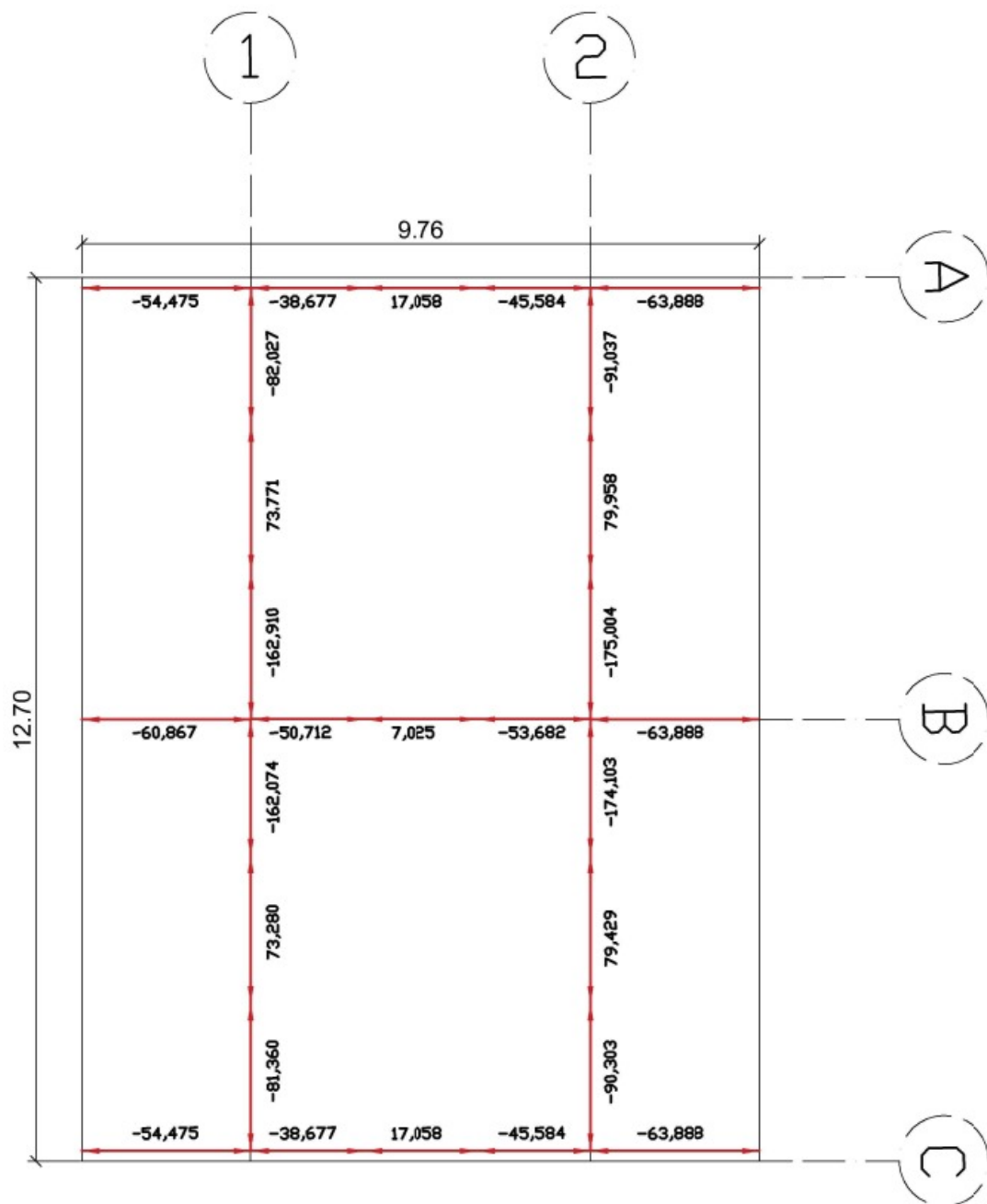


Figura 3.13 – Momentos Fletores em kNm distribuídos Laje Plana

Observando sob o ponto de vista de carregamentos e reações a estes carregamentos, é feita a divisão da laje nas direções horizontal e vertical. Assim, a fim de simplificar os cálculos, e compreendendo que não existe variação significativa dos valores no mesmo eixo, adota-se os maiores valores de momento fletor de cada trecho para todos os pórticos. A extrapolação busca regularizar a distribuição de armaduras e pode ser observada na Figura 3.14:

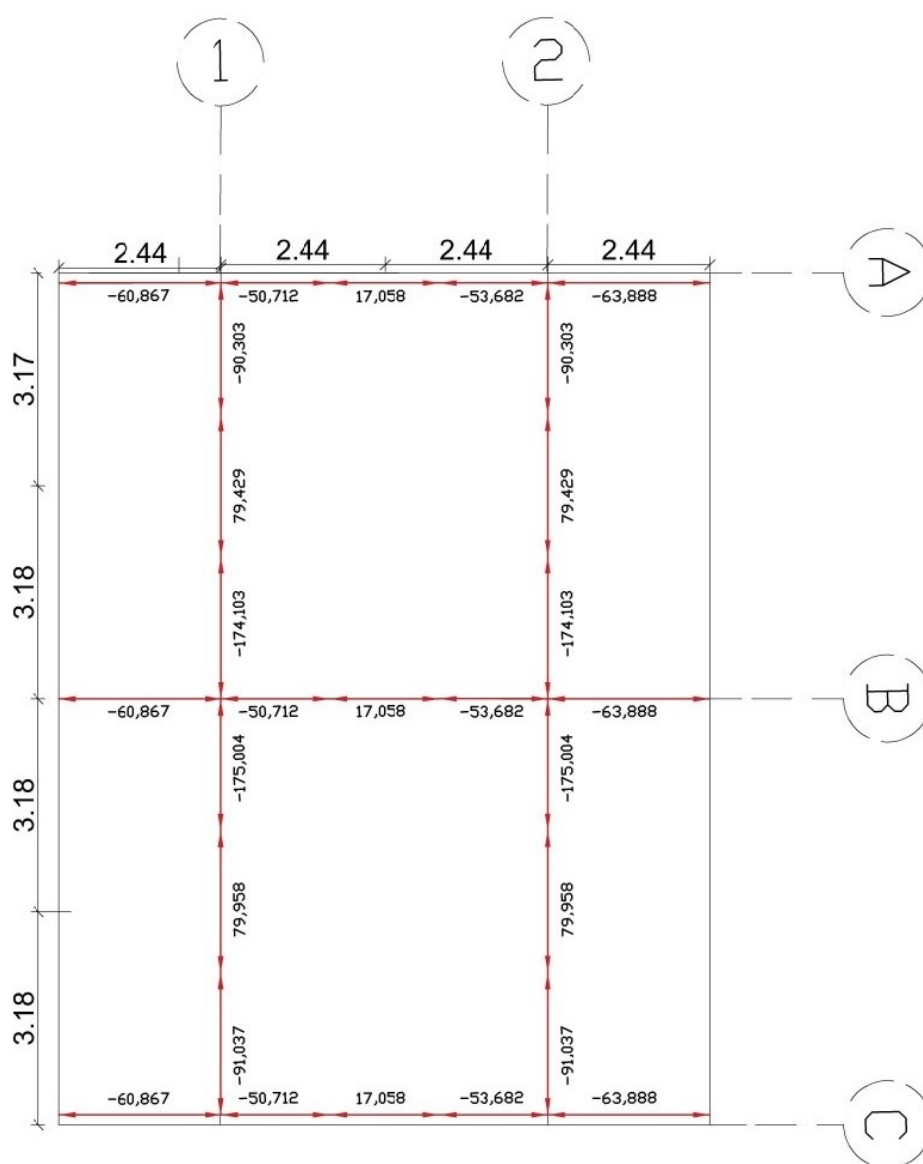


Figura 3.14 – Momentos Fletores em kNm adotados na Laje Plana



A norma ABNT NBR 6118:2014 ainda orienta a divisão dos pórticos em 4 faixas, sendo 2 internas e 2 externas (Figura 3.15) e determina a porcentagem de momento fletor total direcionado para cada faixa específica (Tabela 3.32).

Dada a equivalência dos esforços solicitantes adotados nos pórticos de mesma orientação, a divisão dos esforços será exemplificada passo a passo para um dos pórticos em cada direção, e os resultados replicados para as placas periféricas.

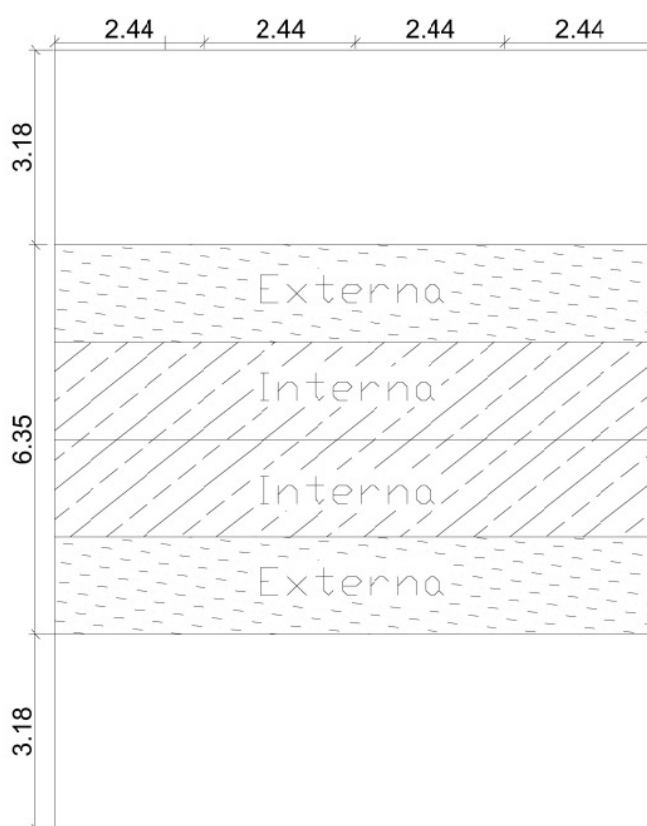


Figura 3.15 – Divisão de Faixas Internas e Externas do Pórtico B

Tabela 3.32 – Distribuição dos Momentos Fletores em Lajes Planas

Momentos Fletores	Faixas	Porcentagem
Positivos	Internas	45,0%
	Externas	27,5%
Negativos	Internas	25,0%
	Externas	37,5%

Fonte: ABNT, 2014

Tendo conhecimento da distribuição dos momentos fletores nos trechos da laje estudada demonstradas utilizando como exemplo o pórtico B na Figura 3.15, o próximo passo é utilizar a distribuição orientada pela norma, aplicando as devidas porcentagens dos esforços obtidos para as áreas já delimitadas do projeto, conforme a Figura 3.16, e então, finalizar o mapeamento dos momentos na direção horizontal.

	2.44	1.63	1.63	1.63	2.43
	-15,217 kNm	-12,679 kNm	7,676 kNm	-13,420 kNm	-15,972 kNm
	-22,825 kNm	-19,017 kNm	4,691 kNm	-20,131 kNm	-15,958 kNm
	-22,825 kNm	-19,017 kNm	4,691 kNm	-20,131 kNm	-15,958 kNm
	-15,217 kNm	-12,679 kNm	7,676 kNm	-13,420 kNm	-15,972 kNm
	-15,217 kNm	-12,679 kNm	7,676 kNm	-13,420 kNm	-15,972 kNm
	-22,825 kNm	-19,017 kNm	4,691 kNm	-20,131 kNm	-15,958 kNm
	-22,825 kNm	-19,017 kNm	4,691 kNm	-20,131 kNm	-15,958 kNm
	-15,217 kNm	-12,679 kNm	7,676 kNm	-13,420 kNm	-15,972 kNm
12.70					

Figura 3.16- Distribuição dos Momentos Solicitantes nos Pórticos Horizontais

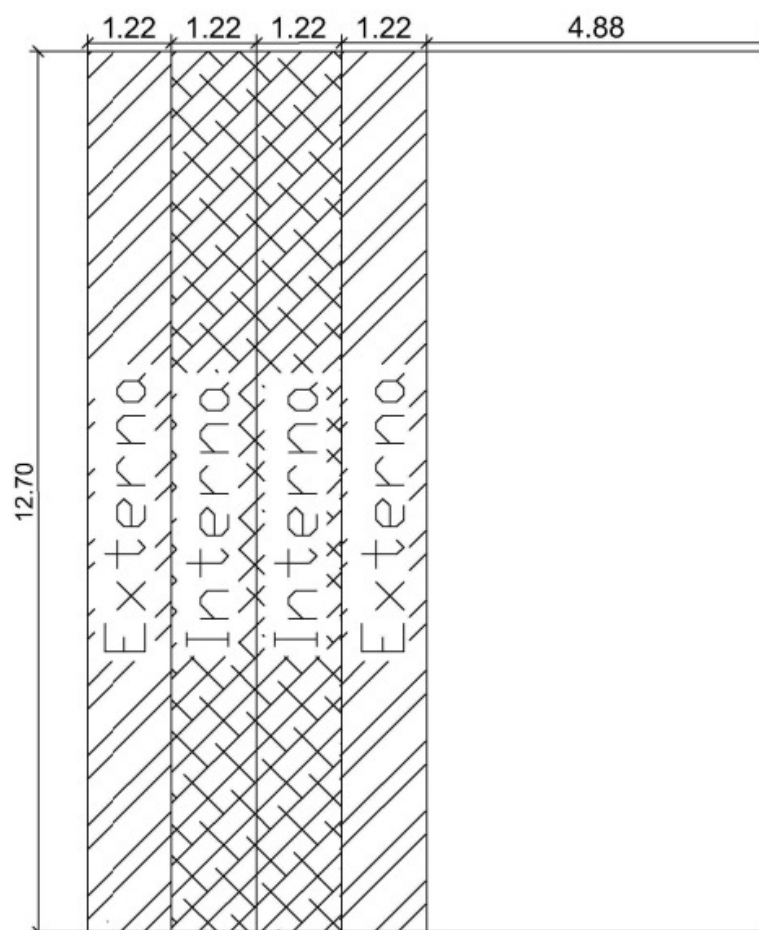


Figura 3.17 – Divisão de Faixas Internas e Externas no Pórtico 1

Compreendendo a orientação vertical da laje dividida em apenas 2 pórticos, este processo deve ser replicado para o pórtico 2 e assim completa-se o mapeamento de momentos na direção vertical ilustrado na Figura 3.18.

Na metade da laje, onde ocorrem dois valores distintos, porém relativamente próximos, para os momentos fletores, foi adotado o maior destes, a fim de simplificar a distribuição e garantir a segurança.



	1.22	1.22	1.22	1.22	1.22	1.22	1.22	1.22
1.15	-34,139 kNm	-22,759 kNm	-22,759 kNm	-34,139 kNm	-34,139 kNm	-22,759 kNm	-22,759 kNm	-34,139 kNm
3.92	21,988 kNm	35,981 kNm	35,981 kNm	21,988 kNm	21,988 kNm	35,981 kNm	35,981 kNm	21,988 kNm
2.61	-65,626 kNm	-43,751 kNm	-43,751 kNm	-65,626 kNm	-65,626 kNm	-43,751 kNm	-43,751 kNm	-65,626 kNm
3.92	21,843 kNm	35,743 kNm	35,743 kNm	21,843 kNm	21,843 kNm	35,743 kNm	35,743 kNm	21,843 kNm
1.10	-33,864 kNm	-22,675 kNm	-22,675 kNm	-33,864 kNm	-33,864 kNm	-22,675 kNm	-22,675 kNm	-33,864 kNm

Figura 3.18 – Divisão de Faixas Internas e Externas nos Pórticos Verticais

Com os esforços solicitantes conhecidos, em seguida deve-se dimensionar a armação para resistir a estes esforços.



### 3.3.5 Cálculo das Armaduras de Flexão

Para início do dimensionamento da armadura de flexão, o primeiro parâmetro a ser calculado é a altura útil, onde será considerado um vergalhão de 10mm, diâmetro diferente do utilizado no projeto de lajes maciças convencionais, que será descontado da altura total, junto ao cobrimento para obtenção deste parâmetro (Equação 3.41).

$$d = h - c - \frac{\phi_x}{2} \quad (\text{Eq. 3.41})$$

Em que:

$d[\text{cm}]$ : altura útil da laje;

$h[\text{cm}]$ : altura da laje (16 cm);

$c[\text{cm}]$ : cobrimento (2,50 cm, de acordo com a Tabela 3.2);

$\phi_x[\text{cm}]$ : diâmetro da armadura.

$$d = 16 - 2,5 - \left(\frac{1}{2}\right) = 13\text{cm}$$

Então, utiliza-se a Equação 3.42:

$$K_c = \frac{b_w \times d^2}{M_d} \quad (\text{Eq. 3.42})$$

Em que:

$b_w$  [m]: Largura equivalente a 1 metro

$d$  [m]: Altura útil da laje

$M_d$  [kNm]: Momento de cálculo



$$M_d = M_k \times \gamma_f \quad (\text{Eq. 3.43})$$

Em que:

$M_k$  [kNm]: Momento característico

$\gamma_f$ : Coeficiente de Majoração (3.9)

Através de consulta ao Quadro 3.3 é possível buscar o valor do coeficiente  $k_s$ , que será fundamental para o cálculo da taxa de armadura através da Equação 3.27:

Quadro 3.3 – Coeficiente  $k_s$

FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES												
$\beta_c = \frac{x}{d}$	$k_c = \frac{bd^2}{M_d} (\text{cm}^2 / \text{kN})$									$k_s = \frac{A_s d}{M_d} (\text{cm}^2 / \text{kN})$		
	C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-25	CA-50	CA-60
0,02	103,8	69,2	51,9	41,5	34,6	29,7	25,9	23,1	20,8	0,046	0,023	0,019
0,04	52,3	34,9	26,2	20,9	17,4	15,0	13,1	11,6	10,5	0,047	0,023	0,020
0,06	35,2	23,4	17,6	14,1	11,7	10,1	8,8	7,8	7,0	0,047	0,024	0,020
0,08	26,6	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,7	5,9	5,3	0,048	0,024	0,020
0,10	21,5	14,3	10,7	8,6	7,2	6,1	5,4	4,8	4,3	0,048	0,024	0,020
0,12	18,0	12,0	9,0	7,2	6,0	5,2	4,5	4,0	3,6	0,048	0,024	0,020
0,14	15,6	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,049	0,024	0,020
0,16	13,8	9,2	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	3,1	2,8	0,049	0,025	0,021
0,18	12,3	8,2	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	0,050	0,025	0,021
0,20	11,2	7,5	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,2	0,050	0,025	0,021
0,22	10,3	6,8	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	0,050	0,025	0,021
0,24	9,5	6,3	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	2,1	1,9	0,051	0,025	0,021
0,26	8,8	5,9	4,4	3,5	3,0	2,5	2,2	2,0	1,8	0,051	0,026	0,021
0,28	8,3	5,5	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,052	0,026	0,022
0,30	7,8	5,2	3,9	3,1	2,6	2,2	2,0	1,7	1,6	0,052	0,026	0,022
0,32	7,4	4,9	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,053	0,026	0,022
0,34	7,0	4,7	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,053	0,027	0,022
0,36	6,7	4,5	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,054	0,027	0,022
0,38	6,4	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,054	0,027	0,023
0,40	6,1	4,1	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,055	0,027	0,023
0,42	5,9	3,9	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	0,055	0,028	0,023
0,438	5,7	3,8	2,9	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	0,023
0,44	5,7	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	
0,46	5,5	3,7	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,056	0,028	
0,48	5,3	3,5	2,7	2,1	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	0,057	0,029	
0,50	5,2	3,4	2,6	2,1	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029	
0,52	5,0	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029	
0,54	4,9	3,2	2,4	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,029	
0,56	4,7	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,030	
0,58	4,6	3,1	2,3	1,9	1,5	1,3	1,2	1,0	0,9	0,060	0,030	
0,60	4,5	3,0	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,030	
0,628	4,4	2,9	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,031	
0,64	4,3	2,9	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,062		
0,68	4,2	2,8	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,063		
0,72	4,0	2,7	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,065		
0,76	3,9	2,6	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,066		
0,772	3,9	2,6	1,9	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,067		

Elaborada por Alessandro L. Nascimento e Libânio M. Pinheiro.  
De acordo com a NBR 6118:2003.  
Diagrama retangular de tensões no concreto,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ .  
Para  $\gamma_c \neq 1,4$ , multiplicar b por  $1,4 / \gamma_c$  antes de usar a tabela.

Fonte: CARVALHO, 2009



Considerando o  $f_{ck}$  do concreto (C30) e do aço utilizado (CA50), é possível encontrar o  $k_s$  relacionado a estes valores. Para o caso onde o valor correspondente não seja encontrado, é necessária a utilização do valor de  $k_s$  imediatamente superior.

$$A_s = \frac{k_s \times M_d}{d} \quad (\text{Eq. 3.44})$$

Em que:

$A_s$  [cm<sup>2</sup>/m]: Taxa de armadura;

$k_s$ : Coeficiente de cálculo a ser encontrado;

$M_d$  [kNm]: Momento de cálculo;

$d$  [cm]: Altura útil da laje.

Ainda, utiliza-se a mesma taxa de armadura adotada no cálculo das lajes maciças convencionais, onde:

$$A_{s,min} = 15\% A_c \quad (\text{Eq. 3.45})$$

Onde:

$A_c$  [m<sup>2</sup>]: Área da seção transversal de concreto

Considerando a seção transversal do concreto como sendo a faixa do pórtico em questão multiplicada pela espessura da laje, tem-se os resultados na Tabela 3.33:

Tabela 3.33 – Taxa de Armadura Mínima em Cada Pórtico

Pórtico	$A_c$ [m <sup>2</sup> ]	$A_{s,min}$ [ $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$ ]
1	0,781	0,117
2	0,781	0,117
A	0,254	0,038
B	0,508	0,076
C	0,254	0,038





Assim, tem-se todas as informações necessárias para que sejam calculadas as áreas de armadura em cada trecho. A análise destes resultados será feita através da divisão em 2 grandes grupos: Os pórticos verticais (Tabelas 3.34 e 3.35) e horizontais (Tabelas 3.35 e 3.3). Estes grupos serão subdivididos em faixas externas e externas, onde serão calculadas as armaduras deles considerando os 5 valores de momentos fletores em cada trecho.

Tabela 3.34 – Áreas de aço em cada trecho das faixas externas nos Pórticos Verticais

	Pórticos Verticais			
Momentos Fletores do Trecho	Faixas Externas	$k_e$	$k_s$	$A_s$ [cm²/m]
$M_1$	-33,864	3,565	0,025	9,117
$M_{1,d}$	-47,410			
$M_2$	21,843	5,526	0,024	5,646
$M_{2,d}$	30,580			
$M_3$	-65,626	1,839	0,028	19,789
$M_{3,d}$	-91,876			
$M_4$	21,988	5,490	0,024	5,683
$M_{4,d}$	30,783			
$M_5$	-34,139	3,536	0,025	9,191
$M_{5,d}$	-47,795			
$b_w$	4,880			
d	0,135			





Tabela 3.35 – Áreas de aço em cada trecho das faixas internas nos Pórticos Verticais

	Pórticos Verticais			
Momentos Fletores do Trecho	Faixas Internas	$k_c$	$k_s$	$A_s$ [cm²/m]
$M_1$	-22,675	5,324	0,024	5,861
$M_{1,d}$	-31,745			
$M_2$	35,743	3,377	0,025	9,623
$M_{2,d}$	50,040			
$M_3$	-43,751	2,759	0,026	12,250
$M_{3,d}$	-61,251			
$M_4$	35,981	3,355	0,025	9,687
$M_{4,d}$	50,373			
$M_5$	-22,759	5,304	0,024	5,882
$M_{5,d}$	-31,863			
$b_w$	4,880			
d	0,135			

Tabela 3.36 – Áreas de aço em cada trecho das faixas externas nos Pórticos Horizontais

	Pórticos Horizontais			
Momentos Fletores do Trecho	Faixas Externas	$k_c$	$k_s$	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]
$M_1$	-22,825	5,289	0,024	5,899
$M_{1,d}$	-31,955			
$M_2$	-19,017	6,348	0,024	4,915
$M_{2,d}$	-26,624			
$M_3$	4,691	25,733	0,023	1,162
$M_{3,d}$	6,567			
$M_4$	-20,131	5,996	0,024	5,203
$M_{4,d}$	-28,183			
$M_5$	-15,958	7,564	0,024	4,125
$M_{5,d}$	-22,341			
$b_w$	4,880			
d	0,135			



Tabela 3.37 – Áreas de aço em cada trecho das faixas externas nos Pórticos Horizontais

	Pórticos Horizontais			
Momentos Fletores do Trecho	Faixas Internas	kc	ks	As
$M_1$	-15,217	7,933	0,024	3,933
$M_{1,d}$	-21,304			
$M_2$	-12,679	9,521	0,024	3,277
$M_{2,d}$	-17,751			
$M_3$	7,676	15,726	0,023	1,901
$M_{3,d}$	10,746			
$M_4$	-13,42	8,995	0,024	3,469
$M_{4,d}$	-18,788			
$M_5$	-15,972	7,558	0,024	4,128
$M_{5,d}$	-22,361			
$b_w$	4,880			
d	0.135			

Considerando a utilização de barras de aço com diâmetro nominais que se adaptem às necessidades da faixa estudada, deve ser consultada a Tabela 3.22 para a determinação do espaçamento necessário em cada trecho de distribuição para que a área de aço necessária seja atendida. Como produto, tem-se as Tabelas 3.38 e 3.39 que resumem as configurações de armaduras e característica de cada uma delas:

Tabela 3.38 – Armadura nos Pórticos Verticais

Pórticos Verticais					
Faixas Externas			Faixas Internas		
$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	Armadura	Tipo de Armadura	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	Armadura	Tipo de Armadura
9,117	Ø 10 c/ 8	Negativa	5,861	Ø 10 c/ 13	Negativa
5,646	Ø 10 c/ 13	Positiva	9,623	Ø 10 c/ 8	Positiva
19,789	Ø 16 c/10	Negativa	12,25	Ø 12,5 c/10	Negativa
5,683	Ø 10 c/ 13	Positiva	9,687	Ø 10 c/ 8	Positiva
9,191	Ø 10 c/ 8	Negativa	5,882	Ø 10 c/ 13	Negativa

Tabela 3.39 – Armadura nos Pórticos Horizontais

Pórticos Horizontais					
Faixas Externas			Faixas Internas		
$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	Armadura	Tipo de Armadura	$A_s$ [cm <sup>2</sup> /m]	Armadura	Tipo de Armadura
5,899	Ø 10 c/ 13	Negativa	3,933	Ø 8 c/ 12	Negativa
4,915	Ø 10 c/ 13	Negativa	3,277	Ø 8 c/ 12	Negativa
1,162	Ø 6,3 c/ 20	Positiva	1,901	Ø 6,3 c/ 15	Positiva
5,203	Ø 10 c/ 13	Negativa	3,469	Ø 8 c/ 12	Negativa
4,125	Ø 10 c/ 13	Negativa	4,128	Ø 8 c/ 12	Negativa

Tendo conhecimento dos espaçamentos e os intervalos de armação adotados de acordo com as faixas internas e externas, é possível fazer o levantamento da quantidade geral de aço utilizada nesta etapa do dimensionamento.

Atendo-se ao caráter da análise quantitativa do volume de aço utilizado, serão ignoradas as descontinuidades das armaduras nos trechos do *shaft*.

### 3.3.6 Verificação Contra Colapso Progressivo

A norma ABNT NBR6118:2014, em seu item 19.5.4, estabelece que, para garantia da ductilidade local e com isso, proteção contra o colapso progressivo, a armadura de flexão inferior que atravessa um determinado contorno do pilar (Figura 3.19) deve estar suficientemente ancorada.

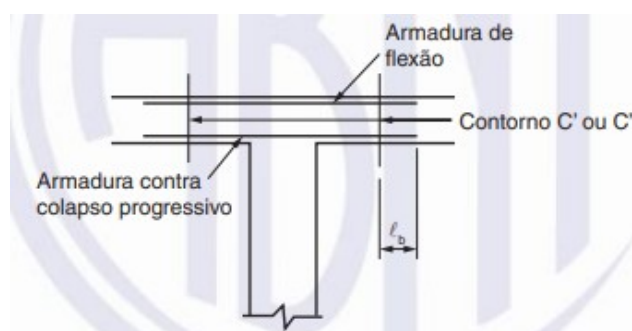


Figura 3.19 – Armadura contra colapso progressivo

Fonte: ABNT NBR 6118:2014



Para tal, deve-se satisfazer:

$$f_{yd} A_{s,ccp} \geq 1,5 F_{sd} \quad (\text{Eq. 3.46})$$

Em que:

$A_{s,ccp}$  é a soma de todas as seções de barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar.

$F_{sd}$  é a tensão solicitante de cálculo, calculada de acordo com a Equação 3.46

$f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço, calculada de acordo com a Equação 5.10.

$$F_{sd} = A \times F_{sk} \times 1,2 \quad (\text{Eq. 3.47})$$

Em que:

A é a área de influência do pilar em questão, calculadas na Tabela 5.2

$F_{sk}$  é o carregamento atuante na área de influência

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (\text{Eq. 3.48})$$



Em que

$f_{yk}$  é a resistência à tração do aço, onde, para o caso de CA-50, é igual a

aproximadamente 500MPA

Calcula-se então, a tensão solicitante de cálculo utilizando as áreas de influência de cada pilar já explicitadas na Tabela 5.1 com os carregamentos atuantes explicitados na Tabela 5.2, o que torna possível o preenchimento da Tabela 5.13 com as tensões de cada pilar.

Tabela 3.40 – Tensões solicitantes de cálculo

Pilar	Área [m <sup>2</sup> ]	Carregamento [kN/m <sup>2</sup> ]	Fsd [kN]
P1	15,49	7,5	139,50
P2	15,49	8,80	163,54
P3	30,9	8,38	311,61
P4	30,99	8,80	327,0
P5	15,49	7,5	139,45
P6	15,49	8,80	163,54

Utilizando a Equação 5.8, é possível comparar a área de aço passante por cada pilar com a área necessária para proteção ao colapso progressivo. Caso a área adotada inicialmente não seja suficiente, faz-se necessária a adição da armadura contra colapso progressivo. Uma vez que todos os pilares estão dentro das faixas internas, é esperado que todas tenham a mesma área em cada uma das direções, porém cada uma terá uma área de armadura contra colapso diferente (Tabela 5.14).

Tabela 3.41 – Área de aço contra colapso progressivo

Pilar	Armadura Positiva Vertical	Armadura Positiva Horizontal	$A_s [\frac{cm^2}{m}]$	$A_{s,ccp} [\frac{cm^2}{m}]$
P1	Ø 6,3 c/ 15	Ø 10 c/ 8	11,89	4,81
P2	Ø 6,3 c/ 15	Ø 10 c/ 8	11,89	5,64
P3	Ø 6,3 c/ 15	Ø 10 c/ 8	11,89	10,75
P4	Ø 6,3 c/ 15	Ø 10 c/ 8	11,89	11,28
P5	Ø 6,3 c/ 15	Ø 10 c/ 8	11,89	4,81
P6	Ø 6,3 c/ 15	Ø 10 c/ 8	11,89	5,64



Portanto, após verificação, é concluído que nenhum pilar precisará de reforço para resistir ao colapso progressivo.

### 3.3.7 Verificação à Punção

Na região de ligação entre a laje e o pilar no caso das lajes planas, é possível verificar elevado nível de tensão originado por flexão e cisalhamento podendo causar a ruptura por punção.

A ruptura por punção tem formato de tronco de pirâmide que tende a separar as duas estruturas sem nenhum sinal de colapso prévio. Por isso, é importante a verificação da necessidade de reforço para combater esse tipo de esforço, podendo este ser através da alteração da geometria dos pilares, uso de capitel ou de armadura de cisalhamento.

Considerando a estrutura com duas geometrias distintas de pilares (quadrado e retangular), foi selecionado para cálculo cada um dos pilares mais carregados da estrutura, sendo estes o P4 e P6, com cargas de, respectivamente, 337,32kN e 104,221kN.

Obtém-se os esforços de cálculo:

$$F_{sd,P4} = 337,32 \times 1,4 = 427,25kN \quad (\text{Eq. 3.49})$$

$$F_{sd,P6} = 104,221 \times 1,4 = 145,91kN \quad (\text{Eq. 3.50})$$

O modelo de cálculo proposto pela ABNT NBR 6118 propõe a verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas. A primeira superfície crítica sugerida

(C) é a de contorno do pilar, enquanto na segunda superfície crítica (C'), será considerada a taxa de armadura referente à dimensão do pilar somada a  $3d$ , de forma análoga à ilustrada na Figura 3.19

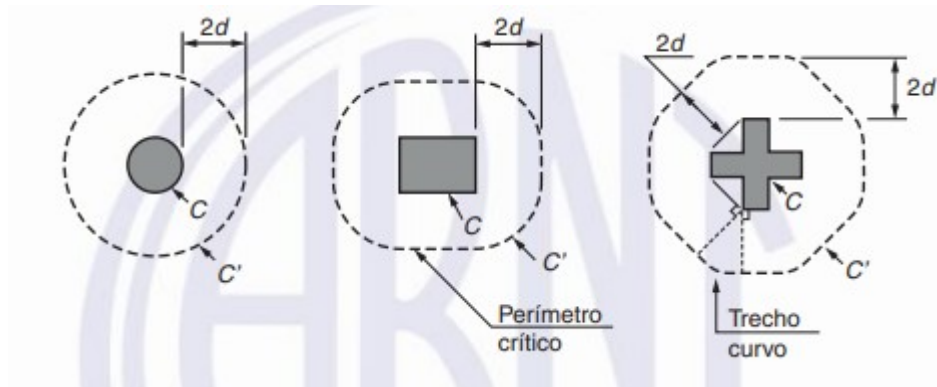


Figura 3.20 – Exemplo de Perímetro Crítico C' dos Pilares

Tratando primeiramente o perímetro crítico C, tem-se duas geometrias de pilares, resultando nos valores de perímetros críticos abaixo:

$$u_{P4}^C = 2 \times 0,2 + 2 \times 0,9 \quad (\text{Eq. 3.51})$$

$$u_{P4} = 2,20 \text{ m}$$

$$u_{P6}^C = 4 \times 0,4 \quad (\text{Eq. 3.52})$$

$$u_{P6} = 1,60 \text{ m}$$

Com as áreas de carregamento e as forças solicitantes, é possível calcularmos as tensões solicitantes em cada um dos pilares, sendo estas:



$$\tau_{sd,p4} = \frac{427,25}{2,20 \times 0,135} = 1438,55 \text{ kN/m}^2 = 1,44 \text{ MPa} \quad (\text{Eq. 3.53})$$

$$\tau_{sd,p6} = \frac{145,91}{1,60 \times 0,135} = 675,51 \text{ kN/m}^2 = 0,68 \text{ MPa} \quad (\text{Eq. 3.54})$$

Em posse das tensões solicitantes em cada pilar e considerando o uso de concreto com  $f_{ck}$  de 30 Mpa, é preciso calcular as tensões resistente na face do pilar segundo as expressões:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \quad (\text{Eq. 3.55})$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \times \left(1 - \frac{30}{250}\right) \times \frac{30}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Rd2} > \tau_{sd,p4} > \tau_{sd,p6}$ , conclui-se que a verificação foi atendida, uma vez que a tensão resistente é maior do que a tensão solicitante no perímetro crítico C.

Avançando para o cálculo no perímetro crítico C', onde considera-se a distância de  $3d$  do pilar, a verificação se dá através da Equação 3.53 sugerida pela ABNT NBR 6118:





$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \times \left( 1 + \sqrt{\left( \frac{20}{d} \right)} \right) \times (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \sigma_{cp} \quad (\text{Eq. 3.56})$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

Onde:

$d$ : altura útil da laje

$\rho$ : taxa geométrica da armadura de flexão

$\rho_x$  e  $\rho_y$ : taxas de armadura nas duas direções

$\sigma_{cp}$ : tensão inicial na armadura de protensão

Considerando armadura não protendida e constante de 11,89 cm<sup>2</sup>/m nas duas direções em todos os pilares, desenvolve-se a equação:

$$u_{p4}^{Cr} = (2 \times \pi \times 3d) + 2 \times 0,2 + 2 \times 0,9 \quad (\text{Eq. 3.57})$$

$$u_{p4}^{Cr} = 4,75m$$

$$u_{p6}^{Cr} = (2 \times \pi \times 3d) + 4 \times 0,4 \quad (\text{Eq. 3.58})$$

$$u_{p4}^{Cr} = 4,15m$$



Calculando as tensões resistentes para os pilares semelhantes ao pilar 4:

$$\tau_{Rd1,P4} = 0,13 \times \left( 1 + \sqrt{\left( \frac{20}{13,5} \right)} \right) \times (100 \times 0,090 \times 30)^{\frac{1}{3}} + 0$$

$$\tau_{Rd1,P4} = 1,86 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Rd1,P4} = 1,86 \text{ MPa} > \tau_{Sd,P4} = 1,44 \text{ MPa}$ , os pilares semelhantes ao pilar 4 passam na verificação à punção.

Calculando as tensões resistentes para os pilares semelhantes ao pilar 6:

$$\tau_{Rd1,P6} = 0,13 \times \left( 1 + \sqrt{\left( \frac{20}{13,5} \right)} \right) \times (100 \times 0,0983 \times 30)^{\frac{1}{3}} + 0$$

$$\tau_{Rd1,P6} = 1,92 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Rd1,P6} = 1,92 \text{ MPa} > \tau_{Sd,P6} = 0,68 \text{ MPa}$ , os pilares semelhantes ao pilar 6 passam na verificação à punção.



## 4 COMPARAÇÃO

Após dimensionamento dos dois casos estruturais aqui estudados, é possível calcular as quantidades de material e serviços a serem empregados para execução de ambos os sistemas construtivos: lajes planas e lajes maciças.

Uma vez que o dimensionamento de vigas e pilares não fizeram parte do escopo, é necessária a compreensão de que seus quantitativos serão aproximados.

Para as vigas, presentes apenas no caso das lajes maciças convencionais, que somam um total de 16, considera-se armação com 5 barras de 10 mm, para resistir aos momentos positivos e negativos. O comprimento utilizado para a quantidade de barras para armação das vigas será uma média do tamanho de todas (63,43 m). Considerar-se-á também estribos de 5 mm a cada 12,5 cm, e as vigas com seção de 20x50 cm.

Para os 12 pilares presentes no caso das lajes maciças convencionais, de medidas médias 20x20 cm, consideram-se 6 barras de 12,5mm de diâmetro, com estribos de 8 mm de diâmetro a cada 10 cm.

Já para os 6 pilares presentes no caso das lajes planas, considera-se taxa de armação proporcional às lajes maciças convencionais, com 16 barras de 10mm de diâmetro para os 4 pilares com dimensões 40x40 cm, e 24 barras de 10mm de diâmetro para os 2 pilares com dimensões 20x90 cm.

Conhecendo então a taxa de armação presente em todos os elementos de cada uma das lajes, a quantidade de aço utilizada pode ser resumida na Tabela 4.1



Tabela 4.1 – Resumo quantitativo de aço para cada tipo de laje

Ø [mm]	Laje Maciça		Laje Plana	
	Comprimento [m]	Barras [und.]	Comprimento [m]	Barras [und.]
5	744	62	-	-
6,3	6.684	557	138,01	12
8	60	5	412,96	35
10	324	27	1821	152
12,5	144	12	127,37	11
16	-	-	127,37	11

Levando em consideração as dimensões das vigas para o caso das lajes maciças convencionais, a partir do seu comprimento médio e dos pilares para cada tipo de laje, também é possível resumir na Tabela 4.2 o levantamento de volume de concreto para cada tipo de laje.

Tabela 4.2 – Resumo quantitativo de concreto para cada tipo de laje

Elemento	Laje Maciça	Laje Plana
	Volume [m³]	Volume [m³]
Pilares	0,88	1
Laje	12,4	19,84
Vigas	8,96	-
Total	22,24	20,84

Entendendo o caráter comparativo deste estudo, tem-se neste capítulo a ferramenta necessária para execução das comparações cabíveis para cada caso de laje.



## 4.1 Dos custos

Inseridos em um mercado altamente competitivo que movimenta grande parte do PIB brasileiro, o processo de concepção estrutural de um empreendimento e a escolha de seu sistema construtivo é uma tarefa em que os custos tem grande peso e importância.

O estudo deve levar em considerações os custos diretos de execução do projeto, ou seja, custos constituídos por materiais e mão de obra envolvidos em sua execução.

### 4.1.1 Custos de materiais

Para as referências de preços e composições de serviços, foram utilizadas as tabelas do SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices) e do TCPO (Tabela de Composição de Preços para Orçamentos) dos anos de 2021 e 2010, respectivamente.

Tabela 4.3 – Preço comercial do aço em Outubro de 2021

Tabela de Preço - Aço (Outubro, 2021)	
Ø [mm]	Preço [R\$/kg]
5	10,34
6,3	13,04
8	13,12
10	12,36
12,5	12,30
16	12,30

Considerando os levantamentos de aço apresentados anteriormente, é possível calcular o custo estimado para o caso da laje maciça convencional (Tabela 4.4) e laje plana (Tabela 4.5)



Tabela 4.4 – Custo de aço para laje maciça convencional

Laje Maciça Convencional			
Bitola [mm]	Peso total [kg]	Preço Unitário [R\$/kg]	Subtotal [R\$]
5	151,90	10,34	1.570,65
6,3	1.637,58	13,04	21.354,04
8	23,7	13,12	310,94
10	199,90	12,36	2.470,76
12,5	138,67	12,30	1.705,64
Total			27.412,04

Portanto, para o caso das lajes maciças convencionais, obtém-se o custo aproximado de aço de R\$27.412,04.

Tabela 4.5 – Custo de aço para laje plana

Laje Plana			
Bitola [mm]	Peso total [kg]	Preço Unitário [R\$/m]	Subtotal [R\$]
6,3	35,28	13,04	460,05
8	165,90	13,12	2.176,61
10	1.125,40	12,36	13.909,94
12,5	127,11	12,30	1.563,45
16	208,23	12,30	2.561,23
Total			20.671,29

Já para o caso das lajes planas, obtém-se o custo aproximado de aço de R\$20.671,29.

Para o custo do concreto adota-se o valor comercial do mês de outubro de 2021 no Rio de Janeiro, incluindo as taxas de bombeamento, exemplificado na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Preço comercial do concreto em 2021

Tabela de Preço – Concreto Bombeado (Outubro, 2021)	
Especificação	Preço [R\$/m³]
Fck 25MPa, Slump 10 ± 2	356,44
Fck 30MPa, Slump 10 ± 2	367,40



Obtém-se então o custo estimado do concreto para cada tipo de laje, conforme Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Custo de concreto para cada tipo de laje

Custo de concreto				
Tipo de Laje	Especificação	Volume [m³]	Preço unitário [R\$/m³]	Subtotal [R\$]
Maciça convencional	Fck 25MPa	22,24	356,44	7.927,22
Plana	Fck 30MPa	20,84	367,40	7.656,61

Para as fôrmas, considera-se até 3 reutilizações de painéis pré-fabricados por metro cúbico de laje, conforme Tabela 4.8 abaixo:

Tabela 4.8 – Custo de madeira para fôrmas de lajes

Custo de madeira para fôrmas de lajes					
Tipo de Laje	Taxa [/m³]	Volume [m³]	Quantidade [chapas]	Custo unitário [R\$]	Subtotal [R\$]
Maciça convencional	1,55	22,24	35	50,22	1.757,70
Plana	1,55	20,84	33	50,22	1.657,26

Obtém-se o custo de R\$1.657,26 para armação da laje plana e de R\$1.757,70 para a laje convencional.

Há ainda o custo de madeira para fôrmas referentes às vigas. Considerando as medidas de 20x45 cm e comprimento total 63,43m têm-se a Tabela 4.9 abaixo:

Tabela 4.9 – Custo de madeira para fôrmas de vigas

Custo de madeira para fôrmas de vigas					
Tipo de Laje	Taxa [/m³]	Área [m²]	Quantidade [chapas]	Custo unitário [R\$]	Subtotal [R\$]
Maciça convencional	1,20	69,3	84	50,22	4.218,48
Plana	-	-	-	-	-

Por representar uma pequena quantidade em ambos os casos de laje, desconsidera-se o custo com materiais de fôrmas dos pilares.



#### 4.1.2 Custos de serviços

Atrélado ao material utilizado em cada método construtivo haverá um custo associado à sua incorporação.

A partir do peso de aço a ser incorporado na estrutura, com as tabelas do SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices) e do TCPO (Tabela de Composição de Preços para Orçamentos), obtém-se a quantidade de horas necessárias e o rendimento para execução da armação e o custo por hora deste trabalho.

Determina-se então, conforme as Tabelas 4.10 e 4.11, os custos de armação para cada uma das lajes:

Tabela 4.10 – Custo de armação, corte e dobra para a laje maciça convencional

Laje Maciça Convencional					
Componente	Peso total [kg]	Rendimento [h/kg]	Tempo [h]	Custo [R\$/h]	Subtotal [R\$]
Armador	2.151,75	0,06	129,10	19,21	2.480,10
Ajudante	2.151,75	0,06	129,10	13,39	1.728,64
Total					4.208,74

Obtém-se então, o custo de R\$4.208,74 para armação da laje maciça convencional.

De maneira análoga, para o caso da laje plana:

Tabela 4.11 – Custo de armação, corte e dobra para a laje plana

Laje Plana					
Componente	Peso total [kg]	Rendimento [h/kg]	Tempo [h]	Custo [R\$/h]	Subtotal [R\$]
Armador	1.661,92	0,06	99,71	19,21	1.915,53
Ajudante	1.661,92	0,06	99,71	13,39	1.335,11
Total					3.250,65

Obtendo-se o custo de R\$3.250,65 para armação da laje plana.





Para o preço de execução das fôrmas considera-se, de acordo com o projeto arquitetônico apresentado, a laje com 123,95 m<sup>2</sup>. De maneira análoga aos custos de armação, têm-se a Tabela 4.12:

Tabela 4.12 – Custo de execução de fôrmas para ambas as lajes

Custo de execução de fôrmas para ambas as lajes					
Componente	Extensão [m <sup>2</sup> ]	Rendimento [h/m <sup>2</sup> ]	Tempo [h]	Custo [R\$/h]	Subtotal [R\$]
Carpinteiro	123,95	0,29	35,94	19,21	690,51
Ajudante	123,95	0,07	8,67	13,89	120,51
Total					811,02

Para o caso das lajes maciças convencionais, considera-se também a mão de obra de execução de fôrmas referentes às vigas, de acordo com a Tabela 4.13 abaixo:

Tabela 4.13 – Custo de execução de fôrmas para vigas em lajes convencionais

Custo de execução de fôrmas para vigas					
Componente	Extensão [m²]	Rendimento [h/m²]	Tempo [h]	Custo [R\$/h]	Subtotal [R\$]
Carpinteiro	69,3	1,20	83,16	19,21	1.597,50
Ajudante		0,30	20,79	13,89	288,77
Total					1.886,27

Com as etapas das Tabelas 4.3 a 4.13 consideradas, têm-se o custo total para execução de cada uma das lajes propostas na Tabela 4.14:



Tabela 4.14 – Custo de execução das lajes

Etapa	Laje maciça	Laje plana
Custo de aço (material)	27.412,04	20.671,29
Custo de concreto (material + mão de obra)	7.927,22	7.656,61
Madeira para fôrmas (material)	5.976,18	1.657,26
Armação (mão-de-obra)	4.208,74	3.250,65
Execução de fôrmas (mão-de-obra)	2.697,29	811,02
Total [R\$]	48.221,47	34.046,83

## 4.2 Do cronograma

Um aspecto relevante no processo construtivo trata-se do tempo de execução. O cronograma de uma obra é determinante, confirmando ou não as expectativas financeiras e impactando na satisfação do cliente.

Para o tempo de transporte, lançamento, adensamento e acabamento de concretos estruturais usados para lajes maciças convencionais organizam-se os dados na Tabela 4.15:

Tabela 4.15 – Tempo de execução de concretagem para lajes maciças convencionais

Tempo de execução de concretagem				
Componente	Especificação	Volume [m³]	Rendimento [h/m³]	Subtotal [h]
Pedreiro	Fck 25MPa	22,24	1,65	36,69
Ajudante			4,50	100,08
Total				136,77



Para o tempo de transporte, lançamento, adensamento e acabamento de concretos estruturais usinados para lajes planas têm-se a Tabela 4.16 abaixo:

Tabela 4.16 – Tempo de execução de concretagem para lajes planas

Tempo de execução de concretagem				
Componente	Especificação	Volume [m³]	Rendimento [h/m³]	Subtotal [h]
Pedreiro	Fck 30MPa	20,84	1,65	34,38
Ajudante			4,50	93,78
Total				128,16

Das Tabelas 4.4 a 4.16, têm-se os prazos para cada um dos serviços que compõem a execução das lajes e, conseqüentemente, o tempo total despendido para cada uma. De acordo com a Tabela 4.17:

Tabela 4.17 – Tempo total de execução

	Armação	Fôrma	Concretagem	Total [h]
Laje Convencional	258,2	148,56	136,77	543,53
Laje Plana	199,42	44,61	128,16	372,19

### 4.3 Da sustentabilidade

A sustentabilidade é um aspecto que ganha relevância a cada dia, porém, historicamente, o debate sobre o tema só entrou em pauta na construção civil como parte de ações necessárias e responsabilidade social na década de 1990. Segundo Taipale (2012), um terço de todos os recursos naturais consumidos no mundo é de responsabilidade da construção civil.



Os dois sistemas construtivos estudados utilizam basicamente de materiais idênticos: concreto e aço. É indiscutível o impacto a longo prazo destes materiais no meio ambiente quando não destinados devidamente para tratamento adequado. Neste capítulo, não se busca entender alternativas de materiais inovadores para a construção destes métodos, mas entender pontos de melhoria e evolução em cada um deles.

Compreendendo o ponto crítico de diferença entre os métodos como sendo a presença das vigas, estas os dividem também no aspecto da sustentabilidade: devido ao corte e montagem das fôrmas para as vigas, o volume de madeira desperdiçado nesse processo também é muito maior.

Considerando o consumo de madeira para execução de cada uma das lajes propostas neste estudo com chapas de dimensões 1,6x2,20m, a partir das Tabelas 4.8 e 4.9, têm-se a Tabela 4.18:

Tabela 4.18 – Quantitativo de madeira

Quantitativo de madeira	
Tipo de Laje	Quantidade [chapas]
Maciça convencional	119
Plana	33

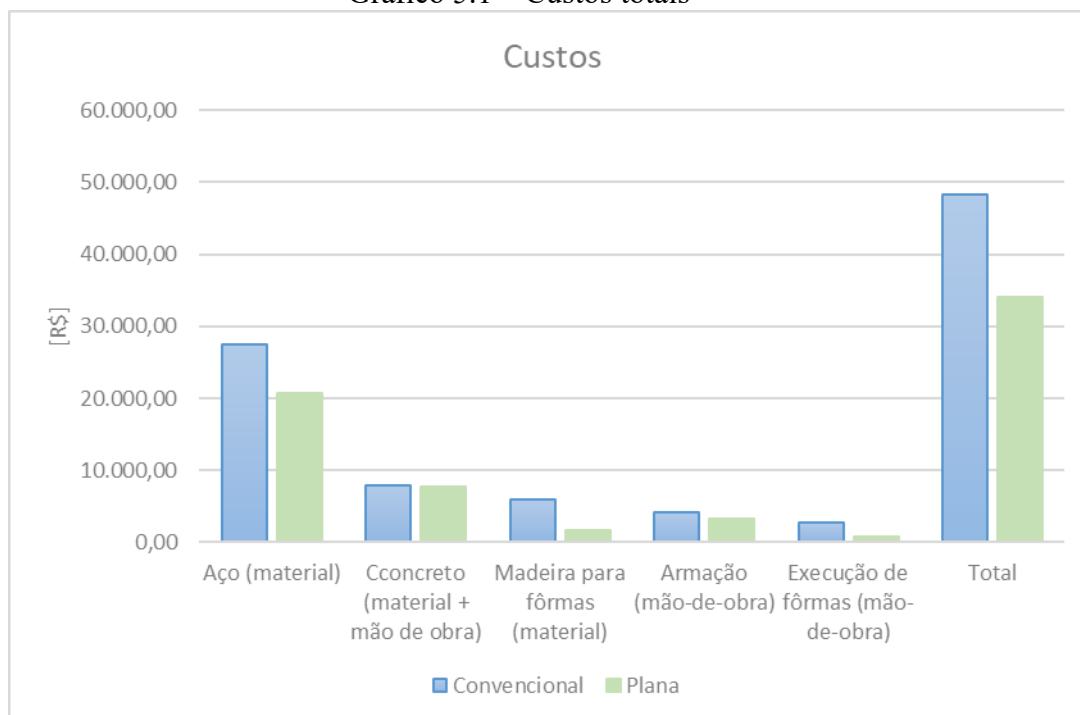
Como esperado, obtém-se um número consideravelmente maior de madeira utilizada na laje maciça convencional devido ao aumento de superfície devido às vigas, podendo-se estimar esse aumento em aproximadamente 360%.

A utilização da laje plana em relação à convencional, portanto, impacta diretamente na quantidade de recursos retirados do meio ambiente, necessitando de menor quantidade de madeira e, conseqüentemente, menos árvores cortadas.

## 5 CONCLUSÃO

Com os dados obtidos no item 4.1 em relação ao custo dos materiais para a execução do projeto arquitetônico proposto com lajes planas ou com lajes convencionais, tem-se o Gráfico 5.1 abaixo. É possível observar que há um aumento percentual de 41,63% entre os preços de execução, causado principalmente pela maior necessidade de fôrmas da laje maciça convencional em relação à laje plana. A presença de vigas para suporte da laje convencional exige uma maior quantidade de madeira empregada no processo, bem como mais gastos com mão-de-obra. Os outros custos, como de lançamento de concreto e armação, são semelhantes, ainda que também mais baratos para caso da laje plana.

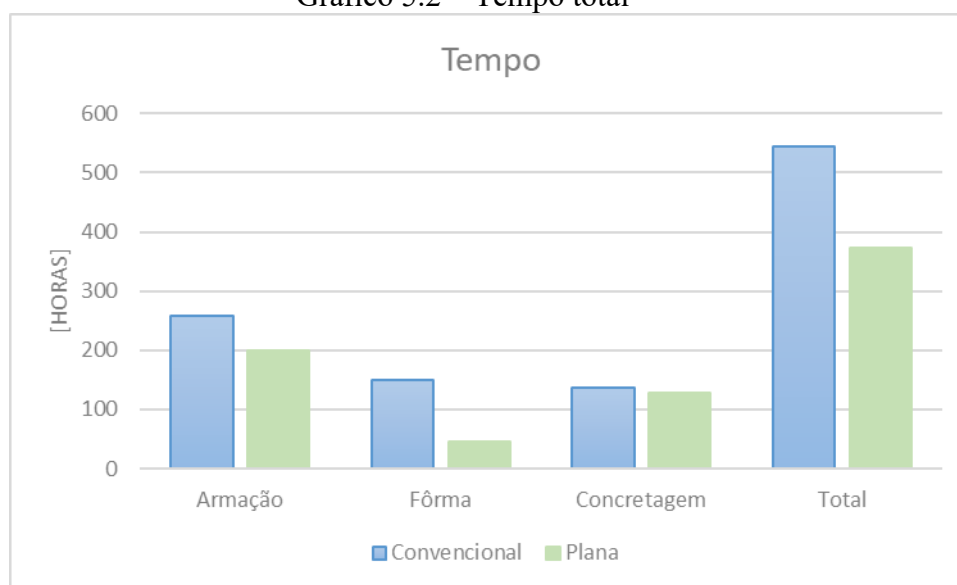
Gráfico 5.1 – Custos totais





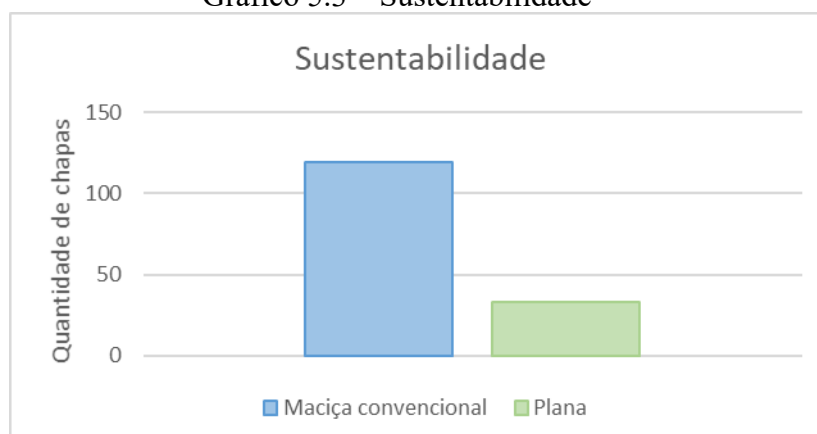
No quesito cronograma, a partir do Gráfico 5.2, observa-se que a execução da laje plana é 68,47% mais veloz que a execução da laje maciça convencional. Tal discrepância, assim como nos custos, é oriunda do maior dispêndio de horas para montagem de fôrmas das vigas.

Gráfico 5.2 – Tempo total



No caso da sustentabilidade, há ainda mais diferença nos valores. De acordo com a Tabela 4.20, são 119 chapas de madeira contra 33 nas lajes convencional maciça e plana, respectivamente. Um aumento de 360,60%, de acordo com o Gráfico 5.3.

Gráfico 5.3 – Sustentabilidade





Portanto, o estudo indica que, para o pavimento tipo apresentado no projeto arquitetônico, seria mais vantajoso, nos aspectos financeiro, executivo e sustentável, realizar a obra com a estrutura de laje plana. O custo estudado diz respeito à metade do pavimento tipo, com benefícios em escalas maiores quando considerada a edificação inteira.

De acordo com a premissa proposta para este estudo, os pilares e vigas tiveram suas medidas aproximadas e não foram dimensionados efetivamente, o que pode impactar nos valores determinados. Um possível estudo acerca dos dimensionamentos de pilares e vigas para lajes convencionais e planas representaria, então, uma possibilidade de enriquecer ainda mais as comparações entre tais métodos construtivos.

Devido ao grande impacto ambiental constatado pelo uso de fôrmas de madeira, é importante que esta escolha seja debatida: o uso de fôrmas de madeira no Brasil é elevado devido a fatores como fácil acesso ao material e alto custo-benefício. Para o caso da escolha de lajes maciças convencionais como método construtivo, tendo em vista seu elevado uso de fôrmas, seria importante a consideração do uso de fôrmas reaproveitáveis, metálicas e moduladas por exemplo, visando reduzir este impacto ambiental.

Cabe então ressaltar que a execução de mais estudos e divulgação deste método podem gerar mais construções usufruindo das vantagens das lajes planas, bem como consolidar a sua eficácia no cenário da Construção Civil em âmbito nacional. Em contrapartida, é essencial ressaltar que os dados são válidos para o estudo em questão, dadas suas particularidades e características. Uma possibilidade de trabalho futuro seria



a execução de uma comparação utilizando diferentes configurações, de forma a haver maior confiabilidade em diversos cenários distintos.





## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. Rio de Janeiro: Abnt, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480**: Barras e fios de aço destinados a armaduras de concreto armado. Rio de Janeiro: Abnt, 1996.

BARBOZA, Marcos. **Concepção e análise de estruturas de edifícios em concreto armado**. 2008. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual de São Paulo, [S. l.], 2008.

CARVALHO, Roberto C. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Volume 2**. São Paulo, PINI: 2009

ELLIOTT, Meghan. **Square Buildings and Round Bars: C.A.P. Turner and the Minneapolis Warehouse District**. Construction History Society of America, Minnesota, 2010. Cap 13.

FILHO, Jasson. **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: Subsídios para o projeto e execução**. 1989. Tese (Doutorado em Engenharia de estruturas) - Universidade de São Paulo, [S. l.], 1989.

GAVAZZA, Alice; MUNIZ, Andressa. **O Sistema Bubbledeck na Construção Civil**. 2020. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio, [S. l.], 2020.

GASPARINNI D. A., **Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1999**. Journal of Structural Engineering, 2002.

HENNRICHS, Carlos. **Estudo sobre a modelagem de lajes planas de concreto armado**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2003.

PINHEIRO, Libânio Miranda. **Análise elástica e plástica de lajes retangulares de edifícios**. 1988. 303 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas,



PUEL, André. **Modelagem de lajes planas simétricas e assimétricas em concreto armado: Análise integrada Laje x Pilar**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, [S. l.], 2009.

**MANUAL Básico de Indicadores de Produtividade na Construção Civil**. Brasília: CBIC, 2017. v. 1.

**TABELAS de Composições de Preços para Orçamentos: Engenharia Civil, Construção e Arquitetura**. 13<sup>a</sup>. ed. [S. l.]: PINI, 2010. 630 p.

TAIPALE, K. **De construções quase verdes para construções sustentáveis**. In: WORLDWATCH INSTITUTE. Estado do mundo 2012: rumo à prosperidade sustentável. Tradução: Claudia Strauch. Salvador: Universidade Livre da Mata Atlântica, 2012. pp. 143-151.

ZENZEN, Alessandro. **Comparação de métodos de cálculo para determinação dos momentos fletores em lajes de concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)