A
Critério de Nyquist para supressão da interferência entre símbolos

Efeito indesejável em sistemas de transmissão digital contínua, a interferência entre símbolos (IES) surge sempre que a duração do pulso modulador na recepção for maior que o período de transmissão entre dois símbolos. Existem duas causas para este problema: efeitos de distorção no canal (multipercurso) ou extensão da duração do pulso no próprio projeto do sistema de transmissão. A primeira destas causas normalmente é combatida com o uso de equalizadores adaptativos devido à sua alta imprevisibilidade. A outra causa é motivada por um melhor aproveitamento do espectro de freqüência, pois pulsos de curta duração tendem a ocupar uma banda maior. Em sistemas SDMA, os efeitos de multipercurso podem ser cancelados com a formação do feixe, de modo que apenas a segunda causa de IES será analisada neste texto.

Considere um sinal modulado $s(t)$ dado por

$$s(t) = A \sum_{i=-\infty}^{\infty} \bar{g}(t - iT) \cos(2\pi f_c t + \phi_i) \tag{A-1}$$

onde $\bar{g}(t)$ é um pulso normalizado de duração maior que T. Ao atravessar o receptor da Fig. A.1, este sinal $s(t)$ fornece na saída o sinal amostrado $z[k]$,

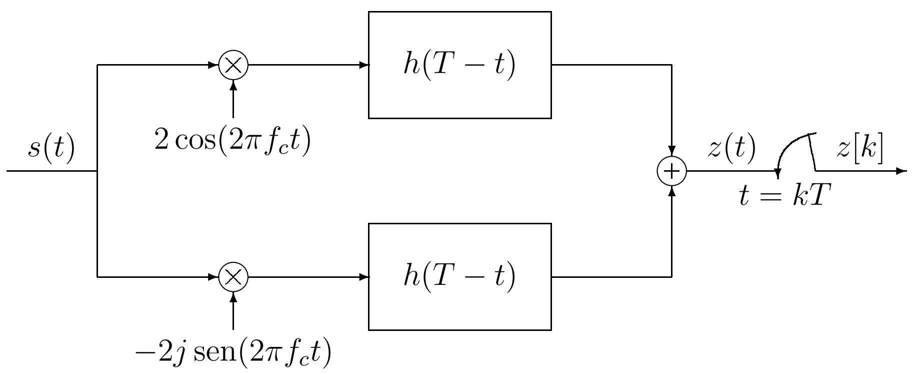

Figura A.1: Esquema de recepção para sinais com modulação em fase.

dado por

$$z[k] = A \sum_{i=-\infty}^{\infty} p[k-i]\, \mathrm{e}^{j\cdot\phi_i} \tag{A-2}$$

onde $p[k]$ é o sinal $p(t) = \bar{g}(t) * h(T-t)$ amostrado em $t = kT$. Percebe-se em (A-2) que $z[k]$ é função de todas as amostras de $p[k]$, caracterizando assim a presença de IES.

Eliminar a IES significa projetar o pulso $\bar{g}(t)$ e o filtro $h(T-t)$ de modo que o sinal $p[k]$ seja igual a 1 em uma das amostras e 0 em todas as demais. O valor de k para qual o sinal p vale 1 representa o retardo do sistema. Para um retardo de apenas um período, deve-se satisfazer a condição

$$p[k] = \begin{cases} 1, & k = 1 \\ 0, & k \neq 1 \end{cases} \tag{A-3}$$

conhecida como primeiro critério de Nyquist. Existe uma grande variedade de sinais contínuos que, ao serem amostrados, satisfazem a este critério. Uma família de sinais bastante utilizada na literatura devido ao formato predominantemente plano do seu espectro é a dos pulsos de Nyquist, dados por

$$q(t) = \mathrm{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right) \cdot \frac{\cos({}^{\alpha\pi t}/_{T})}{1 - ({}^{2\alpha t}/_{T})^2} \tag{A-4}$$

onde $\mathrm{Sa}(x) = \mathrm{sen}(x)/x$ e $\alpha \in [0,1)$ é o fator de roll-off do espectro em co-seno levantado, dado por

$$Q(f) = \begin{cases} T, & |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2}\{1 - \mathrm{sen}[\frac{\pi T}{\alpha}(|f| - \frac{1}{2T})]\}, & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \tag{A-5}$$

A condição em (A-3) é satisfeita com $p(t) = q(t-T)$. Para maximizar a razão sinal-ruído, costuma-se projetar o filtro $h(T-t)$ casado ao pulso $\bar{g}(t)$, ou seja, $h(t) = \bar{g}(t)$. Assim,

$$p(t) = \bar{g}(t) * \bar{g}(T-t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{g}(\alpha)\, \bar{g}(T-t+\alpha)\, \mathrm{d}\alpha \tag{A-6}$$

Desta forma, o pulso $\bar{g}(t)$ que satisfaz ao critério de Nyquist é o chamado pulso raiz quadrada de Nyquist, definido como

$$\bar{g}(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \left\{ (1-\alpha)\ \mathrm{Sa}\left[\frac{\pi t}{T}(1-\alpha)\right] + \frac{2\alpha}{\pi}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi t}{T}(1+\alpha)\right) - \mathrm{sen}\left(\frac{\pi t}{T}(1-\alpha)\right)}{1 + {}^{4\alpha t}/_{T}} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\cos\left(\frac{\pi t}{T}(1+\alpha)\right) + \mathrm{sen}\left(\frac{\pi t}{T}(1-\alpha)\right)}{1 - {}^{4\alpha t}/_{T}}\right]\right\} \tag{A-7}$$

e que possui espectro

$$\bar{G}(f) = \begin{cases} \sqrt{T}, & |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \sqrt{T}\cos\left[\frac{\pi T}{2\alpha}\left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T}\right)\right], & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \tag{A-8}$$