

5

Simulações e resultados obtidos

Neste capítulo, resultados obtidos através de simulações são apresentados. Estes resultados incluem curvas que ilustram o desempenho dos estimadores desenvolvidos nas Seções 4.1.1, 4.1.2 e 4.2.1, respectivamente para o modelo síncrono (sem retardo) das constelações BPSK e QPSK e para o modelo assíncrono (com retardo) da constelação BPSK. Estes estimadores são sempre avaliados conjuntamente com o estimador determinístico clássico analisado na Seção 2.2. Em cada caso, o desempenho é obtido utilizando $n = 1$ ou $n = 2$ portadoras. Com o estimador para 1 portadora, pode-se avaliar o desempenho geral do estimador nas simulações. Com o estimador para 2 portadoras, faz-se uma análise do desempenho do mesmo considerando a existência de um sinal interferente. Cada portadora transmite uma seqüência de $N = 80$ símbolos no modelo síncrono e $N = 160$ símbolos no modelo assíncrono que atinge um SLA setorizado de $m = 6$ elementos com DOAs que, quando medidas com relação a uma direção de referência perpendicular ao *array*, assumem valores no intervalo $[-60^\circ, 60^\circ]$, o que equivale a $\omega \in [-\sqrt{3}\pi/2, \sqrt{3}\pi/2]$.

Para avaliar o desempenho do estimador proposto, foram calculados os limitantes de Cramér-Rao para os cenários com uma única portadora. Para este cálculo, foram consideradas algumas aproximações, conforme indicado nos Apêndices B a D, que contêm todo o desenvolvimento efetuado. Para os cenários com duas portadoras, os limitantes de Cramér-Rao não foram obtidos devido à dificuldade em se encontrar uma aproximação adequada aos termos $g_{k,\gamma}$, definido em (4-19) e em (4-27), e $g_{2k,\gamma}$, definido em (4-53). Estes termos aparecem sempre no denominador das expressões dos estimadores, e precisariam ser simplificados para viabilizar a solução da integral do valor esperado. A ausência destes resultados pode ser compensada, pois sempre pode-se considerar o limitante de Cramér-Rao obtido para o cenário com portadora única como limitante de erro para o cenário com duas portadoras, uma vez que este último considera a presença de interferência, e seu desempenho não pode ser melhor que o obtido no cenário com uma

única portadora.

Além disto, o desempenho obtido com o estimador proposto foi comparado ao desempenho do estimador clássico desenvolvido por Stoica e Nehorai [21], a fim de avaliar o ganho alcançado na utilização de um estimador que considera a estrutura do sinal (portadoras digitais com modulação PSK).

Oito cenários diferentes, separados em dois grupos de estudo, foram simulados. Os quatro primeiros cenários compõem o primeiro grupo e avaliam o desempenho do estimador no modelo síncrono, comparando os resultados obtidos com o emprego de portadoras BPSK e QPSK. Representando o segundo grupo, os quatro últimos cenários utilizam portadoras BPSK para analisar a degradação do modelo assíncrono com relação ao modelo síncrono. Dos quatro cenários de cada grupo, o primeiro representa o desempenho dos estimadores na presença de uma única portadora ($n = 1$). Os três cenários remanescentes utilizam duas portadoras, e o desempenho é obtido com relação a apenas uma das portadoras, sendo que a outra é considerada um sinal interferente. Para um sistema SDMA, uma degradação no desempenho do estimador é esperada quando o sinal interferente se aproxima do sinal desejado. Assim, os 3 cenários que utilizam duas portadoras ilustram esta degradação progressiva através de um parâmetro Δ , que simboliza a diferença entre as DOAs das duas portadoras, em graus.

O critério utilizado para avaliação do desempenho foi o valor RMS (raiz da média dos quadrados) do erro de estimação da DOA (RMS_ϵ). Para cada cenário simulado, um gráfico de $\text{RMS}_\epsilon \times E_b/N_0$ é obtido. O valor de RMS_ϵ é calculado através de

$$\text{RMS}_\epsilon = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}\pi}^{\frac{\sqrt{3}}{2}\pi} \widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega} \cdot p_\omega(\Omega) d\Omega \quad (5-1)$$

onde $\widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega}$ é o valor RMS assintótico do erro de estimação condicionado a uma DOA específica e $p_\omega(\Omega)$ é a fdp de ω , que pode ser determinada a partir da fdp da DOA. Se a localização de uma unidade móvel é uma v.a. uniforme no setor de cobertura do *array*, então a DOA também será uma v.a. uniforme. Assim,

$$p_\omega(\Omega) = \frac{3}{2\pi\sqrt{\pi^2 - \Omega^2}} \mathcal{I}_{[-\sqrt{3}\pi/2, \sqrt{3}\pi/2]} \quad (5-2)$$

onde $\mathcal{I}_{[x,y]}$ é uma função indicadora que vale 1 no intervalo $[x, y]$ e 0 fora do mesmo. Pode-se observar que $\widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega}$ é função de ω pois, para a geometria

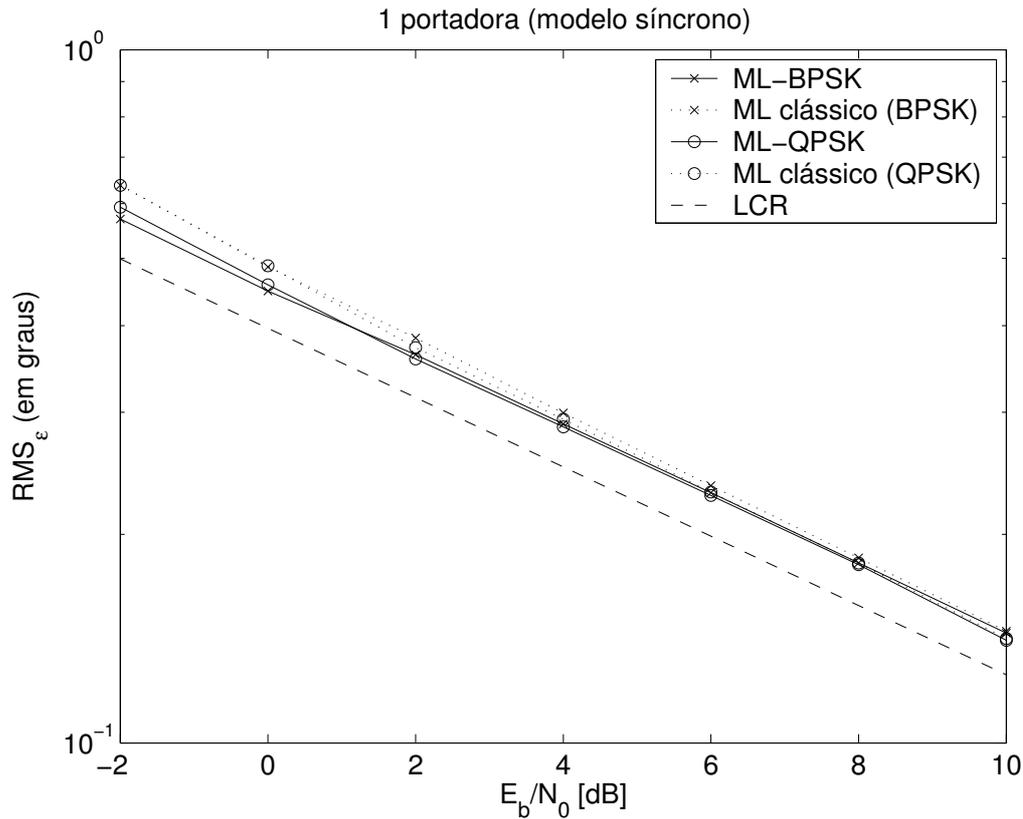


Figura 5.1: Desempenho dos estimadores ML na presença de uma única portadora para o modelo síncrono.

do SLA, seu valor decresce quando o valor absoluto da DOA se aproxima de zero. Define-se $\widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega}$ como

$$\widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega} = \sqrt{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \epsilon_r^2}$$

onde ϵ_r é o erro de estimação da DOA na r -ésima rodada da simulação de Monte Carlo e R é o número total de rodadas, que deve ser suficientemente grande para estabilizar o valor de $\widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega}$, até um máximo de 2500 rodadas. Em cada cenário, um determinado número K de valores para o parâmetro ω foi escolhido, o que forneceu K curvas de $\widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega} \times E_b/N_0$. A média destas curvas, ponderadas de acordo com o estabelecido em (5-1), produz a curva desejada de $\text{RMS}_\epsilon \times E_b/N_0$, que reflete o desempenho do estimador. Em todos os cenários, esta curva foi obtida para dois métodos diferentes: o estimador ML determinístico apresentado na Seção 2.2 e o estimador ML para portadoras PSK apresentado no Capítulo 4.

No primeiro cenário avaliado, apenas uma portadora é considerada,

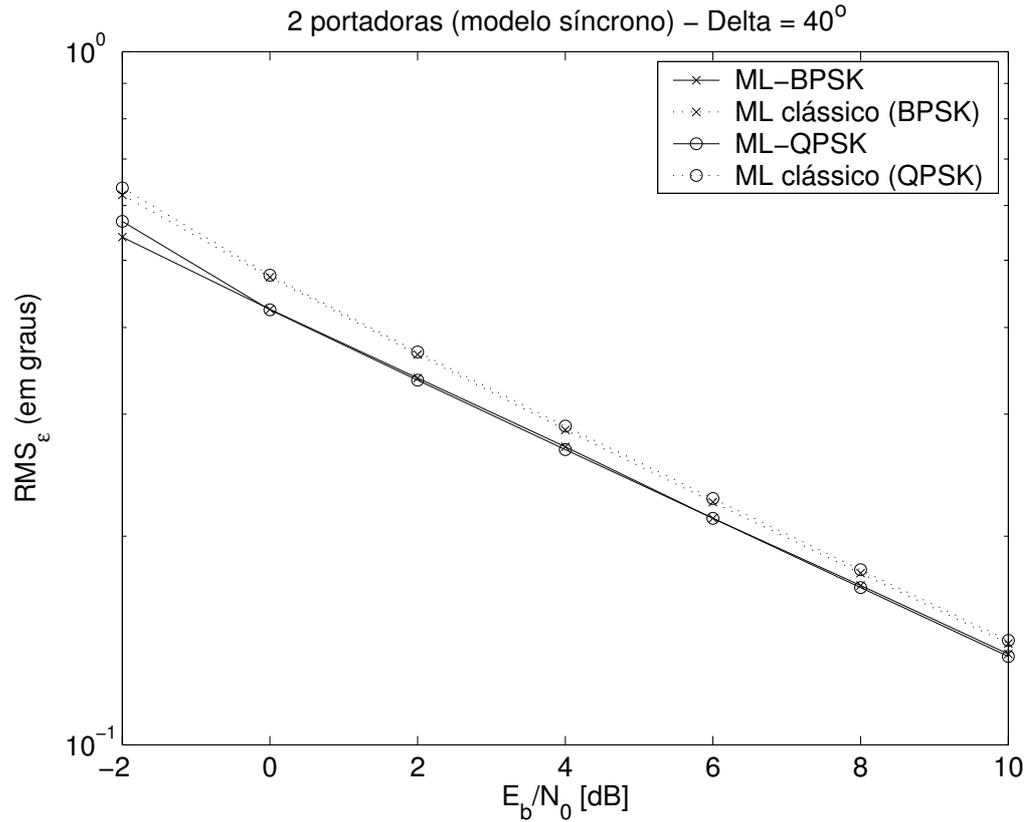


Figura 5.2: Desempenho dos estimadores ML na presença de duas portadoras com $\Delta = 40^\circ$ para o modelo síncrono.

a fim de se obter o desempenho do estimador proposto sem a presença de sinais interferentes, ou seja, levando apenas o ruído térmico em consideração. Em cada rodada de Monte Carlo, as expressões (4-14)–(4-16) e (4-24)–(4-26), para portadora BPSK e QPSK respectivamente, foram utilizadas para obter as estimativas conjuntas dos três parâmetros da portadora ($\hat{\omega}$, \hat{A} , $\hat{\theta}$) através de um algoritmo baseado em gradiente descendente com parâmetros heurísticamente ajustados para máxima taxa de convergência dentro de um máximo de 1500 iterações. Como a fase da portadora θ não influi no valor de $\widehat{\text{RMS}}_{\epsilon|\omega=\Omega}$, θ foi fixado em -60° para todas as rodadas de Monte Carlo. A amplitude A é diretamente obtida do valor de E_b/N_0 , já que o nível espectral do ruído N_0 é o mesmo para todas as simulações. A Fig. 5.1 ilustra o desempenho dos métodos propostos e do método determinístico clássico para ambos os tipos de modulação. Também ilustrado nesta figura está o limitante de Cramér-Rao para uma portadora no modelo síncrono, que é idêntico para os dois tipos de modulação, sendo dado por

$$LCR = \left(\frac{180}{\pi}\right)^2 \frac{8N_0}{NA^2} \cdot \frac{m}{(4\pi^2 + 3\sqrt{3}\pi)m \text{tr}\{\mathbf{J}^2\} - 54 \text{tr}\{\mathbf{J}\}^2} \quad (5-3)$$

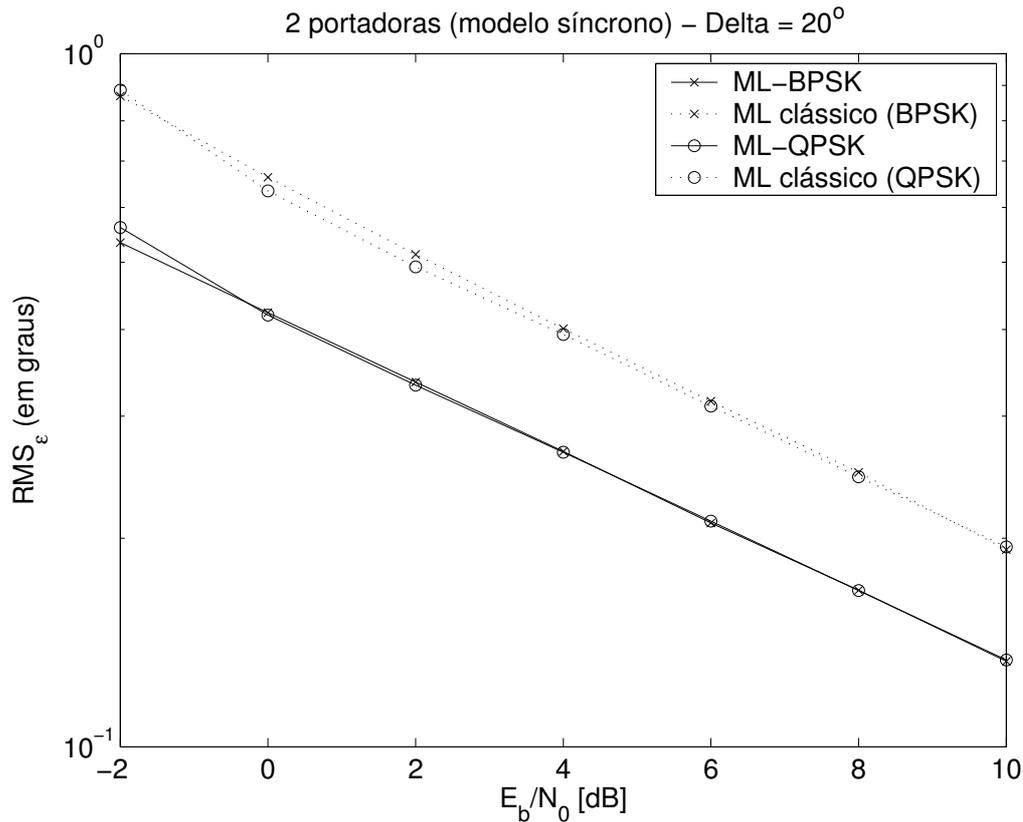


Figura 5.3: Desempenho dos estimadores ML na presença de duas portadoras com $\Delta = 20^\circ$ para o modelo síncrono.

Sua prova é extensa e tediosa, aparecendo na íntegra nos Apêndices B e C. Pode-se observar que o desempenho de todos os métodos é bastante similar, embora o método proposto seja melhor que o método clássico, principalmente para valores baixos de E_b/N_0 , atingindo um ganho da ordem de 0,5 dB. Observa-se também que o desempenho dos estimadores para portadora BPSK e para portadora QPSK é essencialmente o mesmo, uma vez que as flutuações obtidas nas curvas de desempenho são consequência da imprecisão estocástica do método de Monte Carlo. Para se ter uma idéia da confiabilidade das curvas da Fig. 5.1, deve-se conhecer o valor do desvio padrão do erro quadrático de estimação da DOA. Este valor será menor à medida que o valor de E_b/N_0 aumentar. Desta forma, deve-se analisar o valor deste desvio padrão quando E_b/N_0 for igual a -2 dB. Neste ponto, o desvio padrão obtido é da ordem de $0,35 \text{ graus}^2$ para o estimador proposto e $0,4 \text{ graus}^2$ para o estimador clássico, nas duas constelações adotadas. Nota-se que, para manter uma mesma taxa de bits entre a transmissão BPSK e a transmissão QPSK, o período de amostragem T deve ser diferente para os dois tipos de modulação (mais precisamente, o período de amostragem

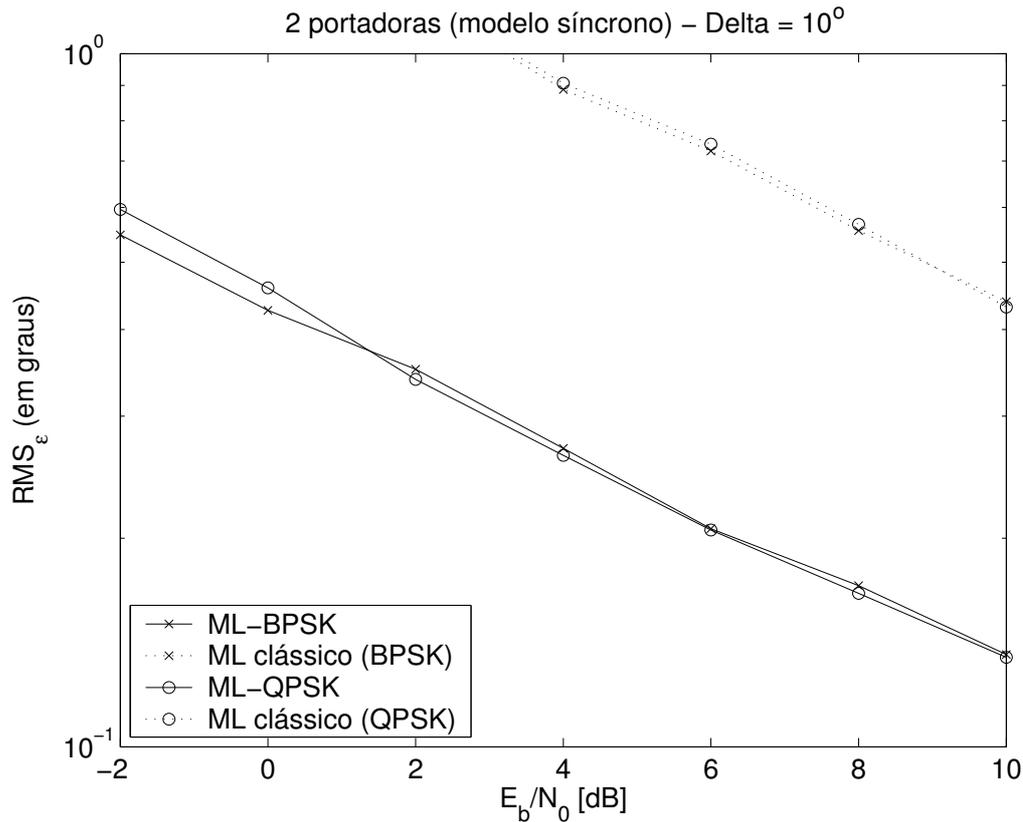


Figura 5.4: Desempenho dos estimadores ML na presença de duas portadoras com $\Delta = 10^0$ para o modelo síncrono.

utilizado na transmissão QPSK deve ser o dobro do utilizado na transmissão BPSK), o que implica em cuidados extras durante a simulação com relação à normalização dos pulsos de modulação, filtros de recepção e parâmetros do ruído para um determinado valor de E_b/N_0 .

Nos três cenários seguintes, foi adotado o modelo de duas portadoras para observar o comportamento do desempenho do estimador na presença de uma portadora adicional. Conforme esclarecido no início deste capítulo, a diferença Δ entre as duas DOAs caracteriza cada cenário. Nessas simulações, os valores $\Delta = 40^0$, $\Delta = 20^0$ e $\Delta = 10^0$ foram considerados. Os seis parâmetros (três para cada portadora) foram conjuntamente estimados através das expressões (4-20)–(4-22), para portadoras BPSK, ou das expressões (4-30)–(4-32), para portadoras QPSK, seguindo o mesmo procedimento de gradiente descendente adotado no primeiro cenário. Para tal, foram fixados os valores de θ_1 em -60^0 , θ_2 em 45^0 e E_b/N_0 da segunda portadora (sinal interferente) em 4 dB. O desempenho das estimativas da DOA da primeira portadora para $\Delta = 40^0$, $\Delta = 20^0$ e $\Delta = 10^0$ são ilustrados nas Figs. 5.2, 5.3 e 5.4. Percebe-se claramente por estas figuras que o desempe-

nho do estimador determinístico clássico degrada bastante com a proximidade do sinal interferente, enquanto que o desempenho do método proposto permanece praticamente inalterado, sendo comparável até mesmo com o desempenho obtido na ausência de sinais interferentes (apenas uma portadora). O estimador proposto atingiu ganhos da ordem de 0,5 a 1 dB para $\Delta = 40^\circ$, 3 dB para $\Delta = 20^\circ$ e 10 dB para $\Delta = 10^\circ$. Ainda pode-se observar que o desempenho dos estimadores BPSK e QPSK são equivalentes, destoando levemente para valores menores de Δ , onde o estimador ML-QPSK se mostrou mais sensível. A confiabilidade destas curvas está relacionada com o desvio padrão do erro quadrático de estimação da DOA que, no estimador proposto, se manteve em torno de 0,3 graus² e, no estimador clássico, variou de 0,4 ($\Delta = 40^\circ$) a 5 graus² ($\Delta = 10^\circ$), em ambas as constelações, para um E_b/N_0 de -2 dB. O cálculo do limitante de Cramér-Rao para o modelo com duas portadoras é bastante complexo, e não foi realizado neste trabalho devido à dificuldade de se encontrar aproximações apropriadas para o seu desenvolvimento, conforme mencionado no início deste capítulo. Embora nenhum limitante inferior tenha sido calculado especificamente para estes três cenários, nota-se que o desempenho destes estimadores não pode ser melhor que aquele obtido para os estimadores de uma única portadora, pois a portadora adicional é tratada como interferência, degradando o desempenho nestes cenários. Assim, o limitante inferior para a variância do erro de estimação da DOA apresentado em (5-3) para o cenário com uma portadora também poderia ser utilizado nestes cenários com duas portadoras.

Também foram realizados alguns testes adicionais utilizando valores menores de Δ com o intuito de observar se o valor de RMS_ϵ do estimador proposto permanece aproximadamente constante ou se começa a aumentar, como aconteceu com o estimador determinístico clássico. Devido à crescente dificuldade de convergência do método clássico, estes testes finais foram realizados apenas para o método proposto. Como as curvas de desempenho de RMS_ϵ em função de E_b/N_0 possuem sempre o mesmo comportamento log-linear, estes testes foram realizados apenas para um determinado ponto escolhido no meio da faixa de interesse ($E_b/N_0 = 4$ dB), pois pode-se assumir que qualquer variação obtida neste ponto seria acompanhada por toda a curva. Observou-se que, para uma constelação BPSK, os resultados obtidos permaneceram praticamente inalterados ($\text{RMS}_\epsilon \simeq 0,27^\circ$) quando utilizou-se $\Delta = 5^\circ$ e $\Delta = 3^\circ$, indicando que o método proposto consegue estimar várias portadoras com direção de chegada muito próximas (o que não acontece com o método determinístico clássico), bastando para tal que sejam conhecidas *a priori* o número n de sinais transmitidos. Para uma constelação QPSK,

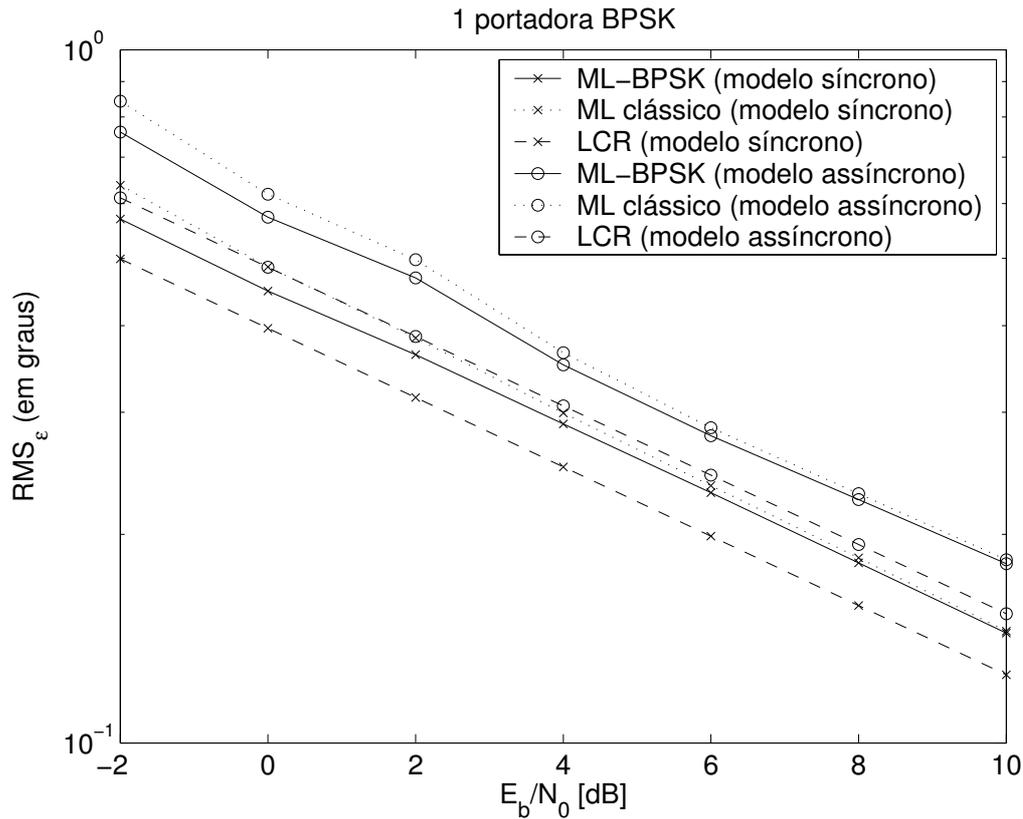


Figura 5.5: Desempenho dos estimadores ML na presença de uma única portadora BPSK.

o valor de RMS_{ε} aumenta suavemente, valendo $0,38^0$ para $\Delta = 5^0$ e $0,50^0$ para $\Delta = 3^0$, o que ainda constitui em um resultado expressivo, haja vista o baixo valor de Δ utilizado.

Os quatro últimos cenários avaliam o desempenho do modelo assíncrono, assim como a degradação que este modelo apresenta quando comparado ao modelo síncrono. Para tal, apenas portadoras BPSK são utilizadas. Assim, para $n = 1$ portadora (primeiro cenário do grupo), expressões (4-14)–(4-16) implementam o estimador para o modelo síncrono, enquanto que as expressões (4-47)–(4-50) estimam conjuntamente os quatro parâmetros ($\hat{\omega}$, \hat{A} , $\hat{\theta}$, $\hat{\tau}$) da portadora BPSK para o modelo assíncrono. As estimativas iniciais dos quatro parâmetros foram obtidas através de um algoritmo de projeções alternadas (*alternate projections*—AP) [32], que consiste na obtenção da estimativa de cada parâmetro isoladamente, enquanto os demais parâmetros permanecem com seus valores fixos. Estas estimativas iniciais foram refinadas pelo estimador da Seção 4.2.1 através de um algoritmo de gradiente descendente. A fase θ da portadora simulada permanece em -60^0 para todas as rodadas de Monte Carlo, enquanto que o

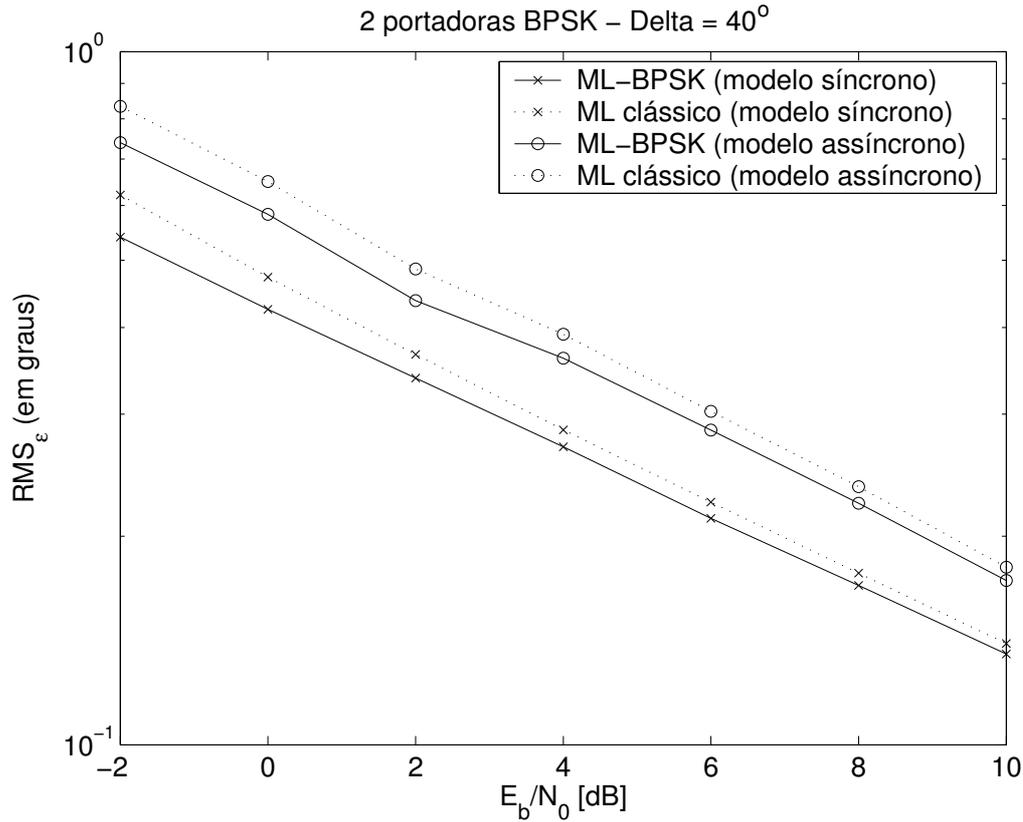


Figura 5.6: Desempenho dos estimadores ML na presença de duas portadoras BPSK com $\Delta = 40^\circ$.

retardo τ é sorteado uniformemente para cada rodada no intervalo $[0; 0,5)$, uma vez que quando τ caminha de 0,5 para 1, o formato de fdp condicional $p_{\mathbf{z}_{2k}|\varphi}(\mathbf{Z}_{2k})$ é idêntico ao obtido quando τ caminha de 0,5 para 0 (ver Fig. D.2 no Apêndice D). Assim, simular τ como uma v.a. uniforme em $[0; 0,5)$ ou em $[0; 1)$ apresenta o mesmo desempenho. Conforme já foi mencionado, a amplitude A é obtida diretamente do valor de E_b/N_0 . A Fig. 5.5 ilustra o desempenho dos métodos propostos e do método clássico da Seção 2.2 para os dois modelos. Esta figura também ilustra os limitantes de Cramér-Rao dos dois modelos. Para o modelo síncrono, o limitante foi dado em (5-3). Para o modelo assíncrono, o limitante inferior da variância do erro é dado por

$$LCR = \left(\frac{180}{\pi}\right)^2 \frac{12N_0}{NA^2} \cdot \frac{m}{(4\pi^2 + 3\sqrt{3}\pi)m \text{tr}\{\mathbf{J}^2\} - 54 \text{tr}\{\mathbf{J}\}^2} \quad (5-4)$$

com sua prova elaborada no Apêndice D. Percebe-se uma degradação de aproximadamente 2 dB nos resultados obtidos para o modelo assíncrono (com retardo) com relação ao modelo síncrono (sem retardo). Esta de-

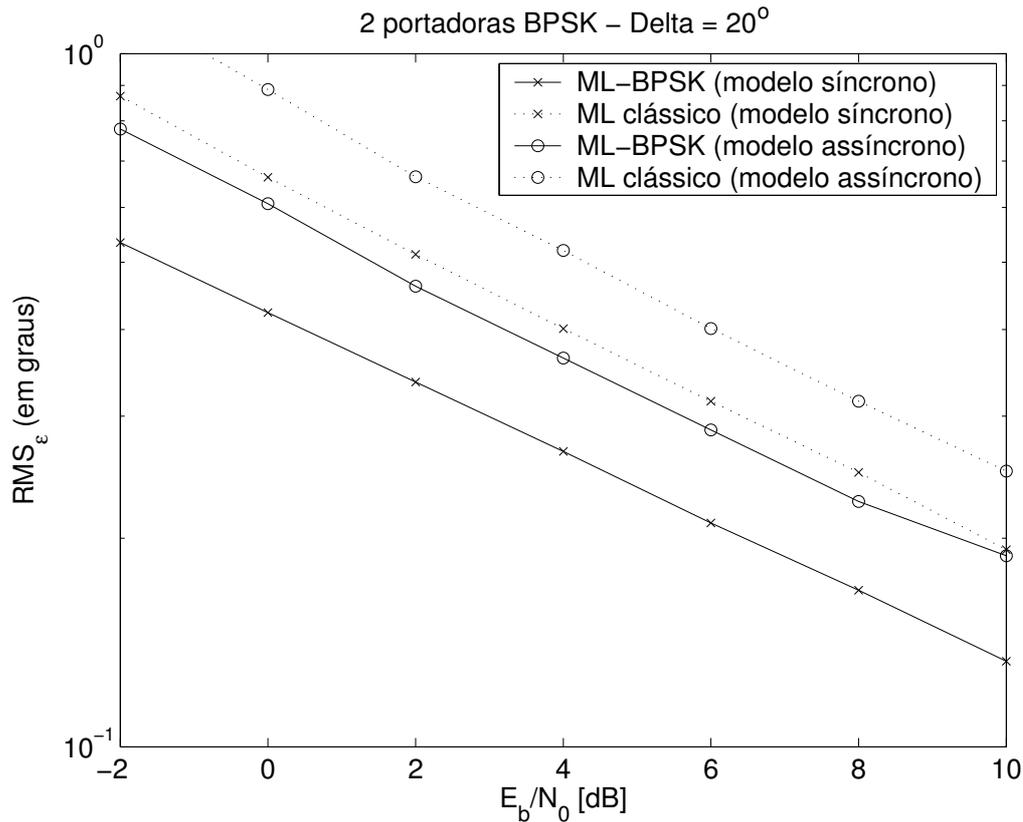


Figura 5.7: Desempenho dos estimadores ML na presença de duas portadoras BPSK com $\Delta = 20^\circ$.

gradação, no entanto, mantém a mesma margem observada na comparação dos dois limitantes de Cramér-Rao. Ainda pode ser visto na Fig. 5.5 que o desempenho do estimador proposto supera o do estimador clássico em até 0,8 dB, também no modelo assíncrono. O desvio padrão do erro quadrático de estimação, para um E_b/N_0 de -2 dB, é da ordem de $0,6 \text{ graus}^2$ no modelo assíncrono, o que indica que os resultados do modelo síncrono apresentam uma melhor confiabilidade.

Para duas portadoras (três últimos cenários), foi adotado um procedimento semelhante ao descrito na comparação entre os diferentes tipos de modulação. Valores de Δ iguais a 40° , 20° e 10° caracterizam cada cenário. Para o modelo assíncrono, estimativas iniciais dos oito parâmetros são obtidas através de um algoritmo AP, sendo estas estimativas refinadas por um algoritmo de gradiente descendente que utiliza as expressões (4-56)–(4-59) em cada iteração. Mais uma vez, os valores de θ_1 e θ_2 foram fixados em -60° e em 45° , enquanto que o valor de E_b/N_0 da segunda portadora (sinal interferente) foi fixado em 4 dB. Para cada rodada de Monte Carlo, os valores dos retardos τ_1 e τ_2 são sorteados uniformemente em $[0; 0,5)$. O

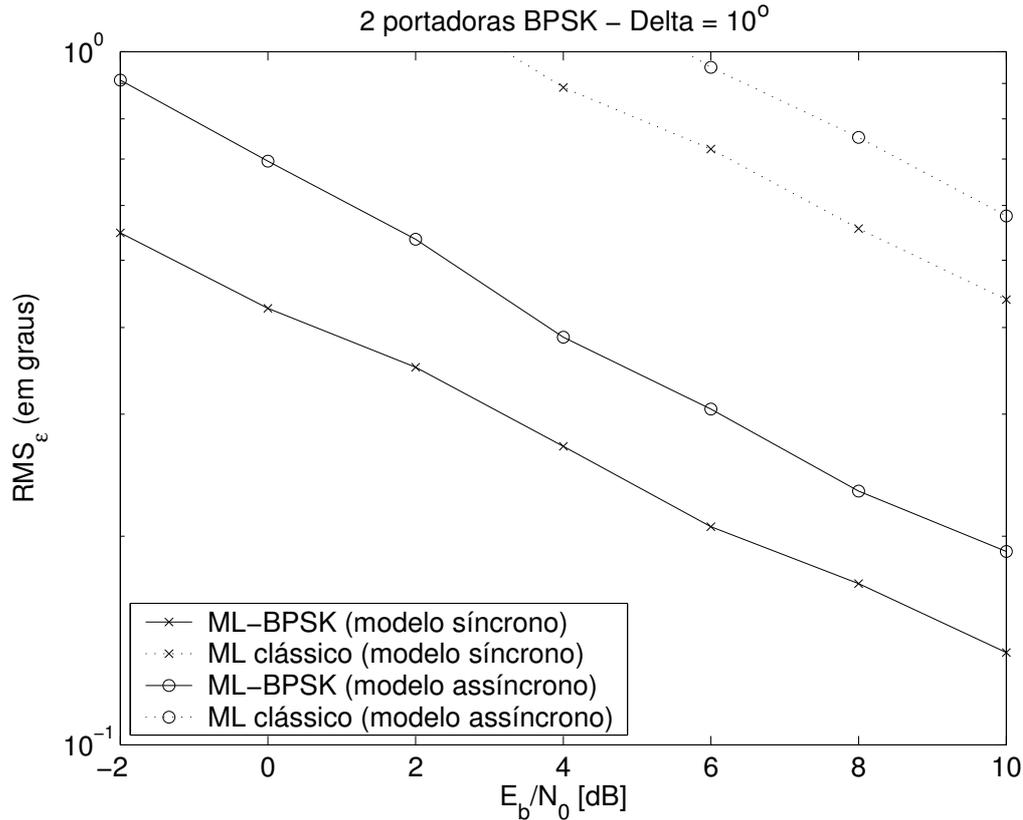


Figura 5.8: Desempenho dos estimadores ML na presença de duas portadoras BPSK com $\Delta = 10^0$.

desempenho das estimativas da DOA da primeira portadora para $\Delta = 40^0$, $\Delta = 20^0$ e $\Delta = 10^0$ são ilustrados nas Figs. 5.6, 5.7 e 5.8. Nota-se que o desempenho do estimador determinístico clássico degrada muito mais com a proximidade do sinal interferente que o desempenho do estimador proposto, este último diferindo muito pouco se comparado ao cenário com uma única portadora. Para $\Delta = 40^0$, o estimador proposto chega a superar em 1 dB o estimador clássico. Para $\Delta = 20^0$, esta diferença chega a 4 dB, e ultrapassa 8 dB para $\Delta = 10^0$. Percebe-se ainda que a degradação do estimador proposto no modelo assíncrono com relação ao síncrono aumenta com a redução de Δ , chegando a aproximadamente 3 dB em $\Delta = 10^0$. Para avaliar a confiabilidade destas curvas, foi obtido o desvio padrão do erro quadrático do estimador proposto. Para $E_b/N_0 = -2$ dB, este valor variou de 0,6 ($\Delta = 40^0$) a 1,3 graus² ($\Delta = 10^0$). Outra vez, nenhum limitante de Cramér-Rao foi apresentado nestes três gráficos devido às dificuldades de se obter aproximações durante tal desenvolvimento matemático, mas como o desempenho dos estimadores nestes cenários não pode ser melhor que o apresentado na Fig. 5.5, o limitante inferior apresentado em (5-4) poderia

ser utilizado também nestes três últimos cenários.

Conforme já foi dito, o desempenho dos estimadores ML-QPSK para modelo assíncrono não foi obtido devido à alta carga computacional requerida para a simulação destes cenários. Observando as figuras apresentadas durante todo este capítulo, pode-se intuir que, se o estimador ML-QPSK para o modelo assíncrono fosse implementado e simulado, ele apresentaria um desempenho semelhante ao obtido para o ML-BPSK para modelo assíncrono ilustrado nas Figs. 5.5 a 5.8, uma vez que os desempenhos de ambas as constelações apresentados nas Figs. 5.1 a 5.4 para o modelo síncrono foram bastante próximos.

Vale salientar aqui que, durante todos os cenários simulados, o estimador proposto sempre superou o estimador clássico descrito na Seção 2.2. Além disto, o fato do desempenho do método proposto neste trabalho permanecer aproximadamente constante frente a todos os cenários simulados (na presença ou não de portadoras interferentes) confirma a robustez do estimador proposto e aumenta sua credibilidade com relação ao estimador determinístico clássico, qualificando-o como uma ferramenta poderosa para a implementação de futuros sistemas de comunicações com acesso múltiplo híbrido (ex. S/TDMA).