



**Jaime Antonio Gonzalez Castellanos**

**Estimação de Velocidade do Motor com Controle Vetorial  
sem Sensor, Utilizando Filtro Estendido de Kalman com  
Estimação da Covariância dos Ruídos.**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador: Marcos Azevedo da Silveira

Co-orientador: Christian Kelber

**Rio de Janeiro, Agosto de 2004.**



**Jaime Antonio Gonzalez Castellanos**

**Estimação de Velocidade do Motor com Controle Vetorial  
sem Sensor, Utilizando Filtro Estendido de Kalman com  
Estimação da Covariância dos Ruídos.**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Dr. Marcos Azevedo da Silveira**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

**Dr. Christian Roberto Kelber**

UNISINOS

**Dr. Antônio Carlos Ferreira**

COPPE/UFRJ

**Dr. George Alves Soares**

ELETROBRÁS

**Dr. Eduardo Jorge Pires Paheco**

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

**Dr. Dr. Alvaro de Lima Veiga Filho**

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 09 de agosto de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Jaime Antonio Gonzalez Castellanos**

Gradou-se como Engenheiro Electricista en la Universidad de los Andes (ULA) em Mérida, Venezuela em 1993, como Mestre em Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio, em Rio de Janeiro, Brasil em 2000 e terminou seus estudos de Doutorado em Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio, em Rio de Janeiro, Brasil em 2004. Atualmente trabalha como professor Agregado na Universidad de los Andes em Mérida, Venezuela na área de Máquinas Elétricas.

#### Ficha Catalográfica

Gonzalez Castellanos, Jaime Antonio

Estimação de velocidade do motor com controle vetorial sem sensor, utilizando filtro estendido de Kalman com estimação da covariância dos ruídos / Jaime Antonio Gonzalez Castellanos ; orientador: Marcos Azevedo da Silveira ; co-orientador: Christian Kelber. –Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2004.

121 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica

Inclui referências bibliográficas

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Motor de indução. 3. Controle sem sensor. 4. Variação de velocidade. I. Silveira, Marcos Azevedo da. II. Kelber, Christian. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

**A Deus e Maria Auxiliadora, meus protetores, a meus pais,  
a minha esposa e filhos, a meus irmãos e a minha família.**

## Agradecimentos

A meus orientadores, Marcos Azevedo da Silveira e Christian Kelber pela ajuda prestada para a realização deste trabalho.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pela ajuda acadêmica e econômica, sem os quais este trabalho não poderia ser levado a um feliz termo.

Aos meus companheiros de estudo: Nelson, Juarez, Bernardo, Lindomar, Gisela, Rover, Felipe, David, Jorge e em especial ao meu amigo Leonardo.

## Resumo

Gonzalez Castellanos, Jaime Antonio. **Estimação de Velocidade do Motor com Controle Vetorial sem Sensor, Utilizando Filtro Estendido de Kalman com Estimação da Covariância dos Ruídos.** Rio de Janeiro, 2004. 110p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta uma solução para a estimação da velocidade do motor de indução quando é aplicado um controle vetorial sem sensor “sensorless”, utilizando o filtro estendido de Kalman com um filtro secundário, inovador, que proporciona os valores ótimos das matrizes de covariância e pode trabalhar em forma “on-line”.

## Palavras-chave

Motor de indução; controle sem sensor; variação de velocidade.

## Abstract

Gonzalez Castellanos, Jaime Antonio. **Motor Speed Estimation with Sensorless Vectorial Control, employing an extended Kalman Filter with Estimation of the Covariance of the Noises.** Rio de Janeiro, 2004. 110p. Thesis of Doutorado - Department of Electric Engineering, Pontifical University Catholic of Rio De Janeiro.

This work presents a solution to estimate the induction motor drive speed when a sensorless vectorial control is applied employing an extended Kalman Filter with a secondary filter, innovative, which supply the optimal covariance matrix values of the noise and it permit to work “on-line” way.

## Key-words

Induction machines; sensorless control; velocity variation.

# Sumário

1	Introdução	17
2	O Motor de Indução	21
2.1.	Equações do Motor de Indução Trifásico	21
2.2.	O Motor de Indução Trabalhando em Amplas Faixas de Velocidade	27
2.2.1.	Equação da Velocidade do Motor de Indução	27
2.2.2.	Operação do Motor em Baixa Velocidade	28
2.3.	Controle Vetorial do Motor de Indução	29
3	Estimação da Velocidade do Motor de Indução	34
3.1.	Medição Direta da Velocidade	34
3.1.1.	Tacogeradores	34
3.1.2.	O Resolver	35
3.1.3.	Transdutor de Velocidade Discreto com Detector Indutivo	35
3.2.	Estimação da Velocidade do Motor de Indução	36
3.2.1.	Estimação Baseada na Inteligência Artificial	37
3.2.1.1.	Estimação com Redes Neurais	38
3.2.1.1.1.	Equações do Motor	39
3.2.2.	Estimação Baseada no Modelo da Máquina	43
3.2.2.1.	Método baseado no Modelo do Rotor	44
3.2.2.2.	Método Baseado no Modelo do Estator	44
3.2.2.3.	Método Baseado na Orientação do Campo	45
3.2.2.3.1.	Fundamentos da Teoria dos Observadores	45
3.2.2.3.2.	Sistemas Adaptativos com Modelo de Referência (MRAS)	45
3.2.2.3.3.	O Filtro de Kalman	50
4	A Teoria de Filtragem	52
4.1.	Conceitos Probabilísticos	52
4.2.	O Filtro de Kalman	53
4.2.1.	A Inovação	55
4.2.1.1.	Propriedades da Inovação	55
4.2.2.	Algoritmo do Filtro de Kalman	56
4.3.	Filtro Estendido de Kalman	57

4.4. Filtro Sub-ótimo	58
4.5. Filtragem Adaptativa	59
4.5.1. Estimaco Bayesiana	60
4.5.2. Estimaco de Mxima Verossimilhana	60
4.5.3. Adequaco da covarincia	60
4.5.4. Mtodos de Correlaco	61
4.5.5. A seqncia de Inovaco	62
4.5.6. Algoritmo de Blanger	65
4.6. O Filtro Quadrtico	69
4.6.1. Escolha de $W^e$ e $\theta^e$	73
5 Implementaco do Controle	77
5.1. Implementaco do Motor de Induco	77
5.2. Implementaco do Filtro de Kalman Estendido	78
5.2.1. Modelo do Motor de Induco	78
5.2.2. Algoritmo do Filtro de Kalman Estendido	82
5.2.2.1. Velocidade do rotor para uma freqncia de 60 hz	83
5.2.2.2. Velocidade do rotor para uma pequena variaco da velocidade	85
5.2.2.3. Velocidade do rotor com transico de mdia a nominal	86
5.2.2.4. Velocidade do rotor com inverso do sentido de giro	87
5.2.2.5. Diminuico da velocidade do rotor	88
5.3. Implementaco do Filtro de Kalman Estendido junto com o Filtro Quadrtico	90
5.3.1. Computaco recursiva das Matrizes $F_{i,k,\ell}$	90
5.3.2. Algoritmo do Filtro de Kalman Estendido junto com o Filtro Quadrtico	91
5.3.2.1. Velocidade do rotor para uma freqncia de 60 hz	95
5.3.2.2. Velocidade do rotor para uma pequena variaco da velocidade	96
5.3.2.3. Velocidade do rotor com transico de mdia a nominal	97
5.3.2.4. Velocidade do rotor com inverso do sentido de giro	98
5.3.2.5. Diminuico da velocidade do rotor	99
5.3.3. Algoritmo do Filtro de Kalman Estendido junto com o Filtro Quadrtico utilizando as ferramentas do algoritmo de Blanger	101
5.3.3.1. Velocidade do rotor para uma freqncia de 60 hz	103
5.3.3.2. Velocidade do rotor para uma pequena variaco da Velocidade	104
5.3.3.3. Velocidade do rotor com transico de mdia a nominal	105
5.3.3.4. Velocidade do rotor com inverso do sentido de giro	106
5.3.3.5. Diminuico da velocidade do rotor	107
5.3.4. Estudo da Robustez do Algoritmo com respeito  Matriz de peso G.	110

6 Conclusões	112
7 Referências Bibliográficas	114
Anexo A	117

## Lista de Figuras

Fig. 1 Distribuição dos enrolamentos de uma máquina de indução trifásica .....	22
Fig. 2 Circuito para a obtenção das equações das tensões .....	23
Fig. 3 Corrente $I_{sd}$ do estator com os eixos na referência do estator.....	25
Fig. 4 Característica do Torque eletromagnético.....	26
Fig. 5 Velocidade do motor .....	26
Fig. 6 Relações angulares dos vetores de corrente .....	29
Fig. 7 Diagrama esquemático do controle vetorial .....	32
Fig. 8 Corrente de Magnetização Real e estimada .....	32
Fig. 9 Corrente do Torque.....	33
Fig. 10 Velocidade do motor Real e de Referência .....	33
Fig. 11 Transdutor Resolver.....	35
Fig. 12 Transdutor de velocidade discreto com sensor indutivo de proximidade.....	36
Fig. 13 Controle sem sensor do motor de indução.....	37
Fig. 14 Rede Neural.....	38
Fig. 15 Estrutura do nó $j$ .....	39
Fig. 16 Velocidade real do rotor com alimentação senoidal .....	40
Fig. 17 Velocidade real do motor com alimentação PWM.....	41
Fig. 18 Estimação de velocidade para a condição senoidal, 9 neurônios e 300 épocas .....	41
Fig. 19 Estimação da velocidade para a condição PWM, 9 neurônios e 300 épocas .....	42
Fig. 20 Estimação da velocidade com PWM e com 15 neurônios e 400 épocas de treinamento .....	42
Fig. 21 Estimação da velocidade com rede neural para uma característica mais dinâmica. ....	43
Fig. 22 Esquema do Modelo MRAS .....	46
Fig. 23 Modelo de tensão utilizado como modelo de referência.....	46
Fig. 24 Modelo de corrente utilizado como modelo ajustável .....	47
Fig. 25 Estrutura do MRAS para a estimação da velocidade do rotor .....	50
Fig. 26 Estrutura do filtro de Kalman.....	51
Fig. 27 Diagrama esquemático do controle vetorial .....	77
Fig. 28 Velocidade do rotor estimada e real com filtro de Kalman estendido .....	84
Fig. 29 Velocidade do rotor real e estimada com filtro de Kalman estendido .....	85

Fig. 30 Velocidade do rotor real e estimada com filtro estendido de Kalman .....	86
Fig. 31 Velocidade do rotor com inversão de sentido de giro com filtro estendido de Kalman.....	88
Fig. 32 Velocidade do rotor (10 rad/s) com filtro estendido de Kalman .....	89
Fig. 33 Velocidade do rotor (5rad/s) com filtro estendido de Kalman .....	90
Fig. 34 Velocidade do rotor com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático .....	95
Fig. 35 Comparação da estimação de velocidade.....	96
Fig. 36 Velocidade do rotor com filtro de Kalman estendido junto com filtro quadrático .....	96
Fig. 37 Comparação entre os dois métodos implementados.....	97
Fig. 38 Velocidade do rotor com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático .....	97
Fig. 39 Comparação das estimações dos dois algoritmos implementados.....	98
Fig. 40 Velocidade do rotor com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático .....	98
Fig. 41 Comparação das velocidades estimadas pelos dois algoritmos simulados .....	99
Fig. 42 Velocidade estimada com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático para baixa velocidade.....	99
Fig. 43 Comparação das duas velocidades estimadas pelos dois algoritmos ..	100
Fig. 44 Estimação da velocidade com o filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático para velocidade baixa .....	100
Fig. 45 Comparação das duas velocidades estimadas pelos dois algoritmos ..	101
Fig. 46 Velocidade do rotor utilizando filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático .....	103
Fig. 47 Comparação das duas simulações usando valores arbitrários e valores conhecidos.....	103
Fig. 48 Velocidade do rotor utilizando filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático para uma condição de variação pequena de velocidade .....	104
Fig. 49 Comparação da velocidade utilizando o filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático usando valores arbitrários e valores conhecidos. .	104
Fig. 50 Velocidade do rotor utilizando filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático usando valores conhecidos das matrizes de ponderação e covariâncias dos ruídos.....	105
Fig. 51 Comparação da velocidade estimada com o filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático utilizando valores arbitrários e valores achadas	

por tentativa e erro para as matrizes de ponderação e covariâncias dos ruídos.....	106
Fig. 52 estimação da velocidade do rotor com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático com valores das matrizes conhecidos .....	106
Fig. 53 Comparação de estimação do algoritmo com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático com as matrizes de ponderação e covariância dos ruídos arbitrários e conhecidos por tentativa e erro .....	107
Fig. 54 Estimação da velocidade do rotor com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático para uma condição de baixa velocidade e com os valores conhecidos das matrizes de ponderação e de covariância dos ruídos.....	108
Fig. 55 Comparação do algoritmo com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático usando os valores arbitrários e os conhecidos, para uma condição de velocidade baixa. ....	108
Fig. 56 Estimação de velocidade do algoritmo com os valores das matrizes de ponderação e covariância obtidos por tentativa e erro. ....	109
Fig. 57 Comparação das duas estimações com o mesmo algoritmo mas com as matrizes de ponderação e covariâncias dos ruídos arbitrárias e obtidas por tentativa e erro respectivamente. ....	109
Fig. 58 Estimação da velocidade utilizando o algoritmo com filtro de Kalman estendido junto com o filtro quadrático modificando a matriz de peso G. .	111

## Lista de Símbolos

A	Matriz de estado
B	Matriz de entrada
C	Matriz de saída
D	Matriz de transmissão direta
D	Eixo de referência direto
$\tilde{e}_k$	Erro de estimação
$F_s$	Função sigmoidal
F	Frequência de alimentação
$F_s$	Observações padrões
H	Matriz de saída
H1	Função não linear contendo a matriz de saída e vetor de estado
Im	Parte imaginaria de um produto
$i_s$	Valor instantâneo da corrente do estator
$i_r$	Valor instantâneo da corrente do rotor
$i_{mr}$	Corrente magnetizante do rotor
$\underline{i}_{mr}$	Fasor espacial da corrente magnetizante do rotor
$\underline{i}_s$	Fasor espacial da corrente do estator
$\underline{i}_r$	Fasor espacial da corrente do rotor
J	Inércia da máquina
$K_k$	Matriz de ganho
$K_k^{KB}$	Matriz de ganho de Kalman
$K^\alpha$	Matriz de ganho do filtro quadrático
$L_s$	Indutância do estator
$L_r$	Indutância do rotor
$L_0$	Indutância de enlace mútua
M	Indutância de Magnetização
N	Número de espiras
$N_r$	Número de espiras do rotor
$N_s$	Número de espiras do estator
P	Número de pólos

$P_{k k-1} = P_{k,k-1}$	Matriz de covariância do ruído do parâmetro um passo à frente
$P_{k k} = P_k$	Matriz de covariância do ruído do parâmetro estimado
Q	Covariância do ruído de sistema
R	Covariância do ruído de medida
$R_s$	Resistência do estator
$R_r$	Resistência do rotor
S	Escorregamento
$S_{k k-1} = S_{k,k-1}$	Matriz de covariância não ótima de erro de previsão
$S_{k k} = S_k$	Matriz de covariância não ótima de erro de estimação
$T_{em}$	Torque eletromagnético
$u_s$	Valor instantâneo da tensão do estator
$u_r$	Valor instantâneo da tensão do rotor
$\underline{u}_s$	Fasor espacial da tensão do estator
$\underline{u}_r$	Fasor espacial da tensão do rotor
U(t)	Valor instantâneo de tensão
$U_M$	Valor máximo da onda de tensão
$v_k$	Inovação
$W_{ij}$	Peso da unidade i para a unidade j
$W^e$	Covariância do ruído do filtro quadrático
W1	Ruído branco gaussiano de sistema
W2	Ruído branco gaussiano de medida
$x_k$	Vetor de estado
$\hat{x}_{k k-1} = \hat{x}_{k,k-1}$	Valor previsto
$\hat{x}_{k k} = \hat{x}_k$	Valor estimado
$\hat{x}_\ell$	Parâmetro estimado, dada uma realização
$Y_\ell$	Realização de parâmetros de saída de longitude $\ell$
$Y_j$	Saída
Y	Vetor de saída
$\hat{y}$	Vetor de saída ajustável
$\Phi$	Função n-vetorial
$\Phi_k$	Matriz de transição de estado
$\Phi 1_k$	Função não linear contendo a matriz de estado, vetor de

	entrada, vetor de estado
$\Gamma$	Matriz de peso de ruído
$\alpha$	Parâmetro desconhecido
$\varepsilon$	Posição angular do eixo do rotor
$\gamma$	Ângulo de defasagem de 120 graus
$\delta$	Posição angular entre a corrente do estator e o eixo do fluxo
$\eta$	Ruído do filtro quadrático
$\phi$	Fluxo
$\lambda_s$	Valor instantâneo do fluxo de enlace do estator
$\lambda_r$	Valor instantâneo do fluxo de enlace do rotor
$\underline{\lambda_s}$	Fasor espacial do fluxo de enlace do estator
$\underline{\lambda_r}$	Fasor espacial do fluxo de enlace do rotor
$\sigma_s$	Constante de enlace do estator
$\sigma_r$	Constante de enlace do rotor
$\sigma_t$	Observações geradas no contador t
$\theta$	Matriz de covariância do erro do filtro quadrático
$\rho$	Posição angular do eixo do fluxo
$\omega_r$	Velocidade do rotor
$\omega_n$	Frequência da fonte de alimentação $\varepsilon$
$\omega_1$	Velocidade do fasor de corrente do estator
$\zeta$	Posição angular do fasor corrente do estator