6
ALOCAÇÃO POR ÚLTIMA ADIÇÃO (UA)

As desvantagens do método BM apresentadas no capítulo 5 sugerem que a alocação dos benefícios seja feita proporcionalmente ao prejuízo causado pela saída de cada participante da grande coalizão. Neste método, o benefício alocado a cada participante da grande coalizão é calculado através da diferença entre o benefício total da grande coalizão e o benefício total da grande coalizão sem o participante. Note que neste caso é como se a usina fosse sempre a última a entrar, daí o nome Última Adição (UA).

6.1.
Descrição do Método

O prejuízo para a energia firme de um sistema hidrelétrico causado pela saída de cada uma das usinas pode ser calculado por:

$$\Delta f(i) = f(N) - f(N-i) \qquad i = 1, \ldots, N \tag{6.1}$$

onde:

i	Indexa as usinas (N - número de usinas)
Δf(i)	prejuízo decorrente da saída da usina i do sistema
$f(N)$	Energia Firme total do Sistema
$f(N$ - i)	Energia Firme do sistema sem usina i

A alocação UA sugere então que Energia Firme alocada a cada usina seja:

$$\phi(i) = \left(\Delta f(i) \Big/ \sum_{j=1}^{N} \Delta f(j) \right) f(N) \qquad i = 1, \ldots, N \tag{6.2}$$

6.2.
Vantagens e Desvantagens do Método

O critério de "última adição" evita a distorção que existe no método de alocação pela geração média durante o período crítico entre os benefícios alocados às usinas com e sem reservatório. Mostrou-se que as usinas com reservatório são sistematicamente prejudicadas pela alocação GMPC, pois não "recebem" benefício por regularem as vazões das usinas a jusante.

O método UA, ao simular a retirada da usina, leva em consideração tanto o efeito da capacidade de produção, como o da regularização dos reservatórios, e por isso é considerado economicamente eficiente.

Note que esta alocação pode ser vista como uma versão discretizada da metodologia marginalista, pois os benefícios marginais correspondem ao benefício para o sistema causado por uma variação marginal nos "recursos" de cada usina. Portanto estes tipos de alocações tendem a se igualar quando os "recursos" dos agentes são pequenos em relação aos "recursos" disponíveis no sistema como um todo.

A primeira desvantagem constatada neste método é a de que nem sempre fornece uma alocação no núcleo do jogo, ou seja, nem sempre aloca a energia firme de forma "justa". Isso será mostrado através de um exemplo:

Suponha que três usinas e suas respectivas sub-coalizões possuam as seguintes energias firmes[19]:

$f(H_1) = 10$

$f(H_2) = 15$

$f(H_3) = 45$

$f(H_1, H_2) = 40$

$f(H_1, H_3) = 60$

---

[19] As unidades das energias firmes (MW médios) são subtendidas e serão suprimidas dos valores apresentados.

$f(H_2, H_3) = 65$

$f(H_1, H_2, H_3) = 100$

Aplicando o método da última adição temos:

$\Delta f(H_1) = 100 – 65 = 35$

$\Delta f(H_2) = 100 – 60 = 40$

$\Delta f(H_3) = 100 – 40 = 60$

que resulta em uma alocação:

$\phi_1 = 35 * [100 / (35 + 40 + 60)] = 25{,}93$

$\phi_2 = 40 * [100 / (35 + 40 + 60)] = 29{,}63$

$\phi_3 = 60 * [100 / (35 + 40 + 60)] = 44{,}44$

O valor alocado à usina 3 por este método é 44,44 MW médios, que é um valor menor que sua energia firme individual $f(H_3)$, que é 45 MW médios. Portanto, o método *viola* a restrição do núcleo $\phi_3 \geq f(H_3)$.

Note que se a soma dos Δf ’s for maior ou igual ao firme total, no caso $f(H_1,H_2,H_3)$, o método por última adição garante que algumas restrições do núcleo são atendidas, porque se isso ocorrer as seguintes inequações sendo satisfeitas:

$$\phi_1 \leq \Delta f(H_1) \qquad (6.3)$$

$$\phi_1 \leq \Delta f(H_2) \qquad (6.4)$$

$$\phi_1 \leq \Delta f(H_3) \qquad (6.5)$$

Mas note que a inequação (6.3), por exemplo, equivale a:

$$\phi_1 \leq \underline{f(H_1, H_2, H_3)} - f(H_2, H_3) \quad \Rightarrow \quad \phi_1 \leq \underline{\phi_1 + \phi_2 + \phi_3} - f(H_2, H_3) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi_2 + \phi_3 \geq f(H_2, H_3) \qquad (6.6)$$

O mesmo vale para (6.4) e (6.5), que equivalem, respectivamente, a $\phi_1 + \phi_3 \geq f(H_1,H_3)$ e $\phi_1 + \phi_2 \geq f(H_1,H_2)$

Portanto, para um caso geral com N agentes, se a soma dos Δf's for maior ou igual ao firme total, as restrições do núcleo associadas a todas as sub-coalizões com (N-1) agentes são atendidas. Porém, não se garante o atendimento de todas as outras restantes.

A soma dos Δf's obtidos pelo método UA sempre será maior que o firme total do sistema, e, portanto, as restrições do núcleo citadas acima sempre serão atendidas. Para provar isso, suponha que a energia firme do sistema é formulada como o seguinte problema de programação linear:

$$F(b1,...,bm) = \text{Max } cx \tag{6.7}$$

s.a.

$[Ai]x \leq bi$

para i = 1,..., m

onde:

c vetor n-dimensional de benefícios

x vetor n-dimensional de variáveis de decisão

$[A_i]$ linhas da matriz A associadas à i-ésima usina

b_i i-ésimo subvetor de b correspondente à i-ésima usina.

De acordo com o critério de última adição, a energia alocada à usina i é:

$$\eta_i = F(b_1,\ldots, b_{i-1},b_i\, b_{i+1},,...,b_m) - F(b_1,\ldots,b_{i-1},0,b_{i+1},...,b_m) \tag{6.8}$$

Temos que mostrar que :

$$\sum_i \eta_i \geq F(b_1,...,b_m) \tag{6.9}$$

ou que

$$m\, F(b_1,\ldots,b_m) - \sum_i F(b_1,...,b_{i-1},0,b_{i+1},...,b_m) \geq F(b_1,...,b_m) \tag{6.10}$$

que é equivalente a:

$$(m\text{-}1)\, F(b_1,\ldots,b_m) \geq \sum_i F(b_1,...,b_{i-1},0,b_{i+1},...,b_m) \tag{6.11}$$

Seja agora $\left(\pi_1^0,\ldots,\pi_m^0\right)$ a solução dual ótima de (6.7), então:

$$F(b_1,..,b_m) = \pi_1^0 b_1 + \ldots + \pi_m^0 b_m \qquad (6.12)$$

Considere para cada i, i =1,..., m, o seguinte problema:

$$F(b_1,...,b_{i-1},0,b_{i+1},\ldots b_m) = \text{Max } cx \qquad (6.13)$$

s.a.

$[A_j]x \leq h_j$

para j = 1,..., m

onde:

$h_j = b_j$, para $j \neq i$ e $h_i = 0$.

Cujo dual para i = 1,..., m é respectivamente:

$$(D_i): \quad \text{Min } \sum_{i=1}^{m} \delta_i h_i \qquad (6.14)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^{m} \delta_i^t A_i \geq c$$

Como $\left(\pi_1^0,\ldots,\pi_m^0\right)$ é dual viável para (6.14) para qualquer i, i =1,..., m, então:

$$\pi_1^0 h_1 + \ldots + \pi_m^0 h_m \geq \delta_1^i h_1 + \ldots + \delta_m^i h_m = F(b_1,\ldots,b_{i-1},0,b_{i+1},\ldots,b_m) \quad (6.15)$$

onde $\left(\delta_1^i,\ldots,\delta_m^i\right)$ é solução ótima de (D_i):

ou,

$$\pi_1^0 b_1 + \ldots + \pi_{i-1}^0 b_{i-1} + \pi_{i+1}^0 b_{i+1} + \ldots + \pi_m^0 b_m \geq F(b_1,\ldots,b_{i-1},0,b_{i+1},\ldots,b_m) \qquad (6.16)$$

por outro lado,

$$(m\text{-}1)\, F(b_1,\ldots,b_m) = (m\text{-}1) \sum_i (\pi_1^0 b_1 + \ldots + \pi_m^0 b_m) =$$

$$= \sum_{i} (\pi_1^0 b_1 + ... + \pi_{i-1}^0 b_{i-1} + \pi_{i+1}^0 b_{i+1} + ... + \pi_m^0 b_m) \qquad (6.17)$$

então,

$$(m\text{-}1)\ F(b_1,\dots,b_m) \geq \sum_{i} F(b_1,...,b_{i-1},0,b_{i+1},...,b_m) \qquad (6.18)$$

que implica que soma das energias alocadas de acordo com o critério de ultima adição nunca é inferior à energia total do sistema.