2 Modelo Matemático

Todo modelo matemático é a descrição do comportamento de um sistema baseado nos seguintes aspectos: (1) A estrutura do sistema e os parâmetros ou propriedades, os quais prevêem a descrição física do sistema; (2) as variáveis de entrada, ou seja, as variáveis que atuam sobre o sistema; (3) As variáveis de saída ou variáveis independentes as quais descrevem a relação do sistema com as variáveis de entrada (ASHRAE - Fundamentals 2001).

Neste contexto, o modelo matemático desenvolvido será apresentado precedido de uma revisão bibliográfica feita para estabelecer os modelos de cada componente e assim obter o modelo do sistema global em estudo.

2.1.

Estrutura e descrição física do sistema global - modos de operação

Na figura 9 apresenta-se um esquema onde fica delineado o grau de simplificação a ser adotado no modelo. O sistema está operando para atender à carga térmica do prédio e a carga do tanque de armazenamento (modo 1). Neste pode-se distinguir os componentes principais do sistema global para a simulação.

O sistema está operando para atender à carga térmica e à carga do tanque (processo de carga) no horário fora de ponta. Este esquema servirá para realizar os balanços em cada componente do sistema e do sistema global.

O chiller é composto por um motor-compressor, um condensador, um evaporador e um dispositivo de expansão, resfriando as vazões mássicas de água proveniente dos fans-coils e do tanque de armazenamento, no evaporador, que, é do tipo inundado.

A torre de resfriamento é de contato direto e, junto com a bomba B3, compõe o sistema auxiliar para rejeição do calor total do sistema global.

O tanque de armazenamento é do tipo aberto à atmosfera, e usa o método de estratificação, que é eficiente e de baixo custo.

As bombas B1, B2 e B3 são do tipo centrífuga e permitem vencer as quedas de pressão e desníveis nas tubulações da água.

As válvulas V0, V1, V2, V3, V4 e V5 são válvulas de passo, usadas para regular a vazão mássica de água em cada circuito hidráulico.





Modos de operação

O sistema de refrigeração para ar condicionado mostrado na figura anterior opera sob quatro modos particulares ao longo do dia, atendendo à carga térmica. Estes modos são esquematizados na figura 10.



Figura 10- Modos de operação do sistema com termoacumulação

2.2.1. Operação de resfriamento e acumulação (modo 1)

O chiller atende à carga térmica do prédio e armazena "frio" no tanque. Ficam abertas todas as válvulas no circuito da água: V0, V1, V2, V3, V4, V5 e VRP. A posição das válvulas e o sentido do fluxo dos fluidos se apresentam na Figura 9.

2.2.2. Operação de resfriamento com tanque de armazenamento (modo 2).

Só o tanque atende à carga térmica do prédio. O chiller fica desligado. As válvulas no circuito da água V0, V1, V5 são fechadas. A água é circulada pelo sistema com a bomba B2. O sistema trabalha neste modo nas horas de ponta.



Figura 11- Resfriamento exclusivamente com tanque de armazenamento (modo 2)

2.2.3. Operação de acumulação pura (modo 3)

O chiller atende exclusivamente à carga térmica do tanque. Ficam fechadas as válvulas no circuito de água V3 e VRP.



Figura 12- Modo de operação de acumulação pura (modo 3)

2.2.4. Operação conjunta (modo 4)

O chiller e o tanque atendem à carga térmica do prédio. Ficam abertas todas as válvulas. A posição das válvulas e o sentido do fluxo dos fluidos, comparativamente ao modo 1, mudam somente o sentido da circulação da água no tanque (processo de descarga).

2.3. Revisão bibliográfica

A seguir apresenta-se uma descrição das principais referências bibliográficas sobre modelos matemáticos de sistemas de compressão de vapor, chillers, torres de resfriamento e tanques de armazenamento de água gelada que foram utilizados neste trabalho.

2.3.1. Literatura sobre modelagem de sistemas de refrigeração por compressão de vapor e de componentes de chillers

Atualmente existem muitos artigos e publicações sobre modelos de simulação de sistemas de refrigeração. Alguns deles são baseados em curvas que descrevem o desempenho dos componentes. A simulação em tais casos consiste num ajuste do ponto de balanço entre a unidade de condensação (condensador e compressor) e o evaporador (Stoecker e Jones, 1982). Este pode ser completado graficamente ou matematicamente, com equações que representam os dados do desempenho dos componentes (Stoecker *et al.*, 1981). Algumas vezes são somente apresentadas as características do compressor (Bansal *et al.*, 1992).

Existe uma segunda categoria de modelos de simulação que descreve o comportamento de cada componente e do sistema como um todo. Um número de artigos sobre esses modelos pode ser encontrado na literatura apresentada por Parise (2001). O número de equações correspondente a cada componente é geralmente pequeno e o resultado é um sistema não linear de equações. A solução deste sistema de equações também pode ser resolvido simultaneamente, com um método numérico apropriado, tal como o método de Newton-Raphson para múltiplas variáveis (Stoecker, 1971; 1989). O modelo também pode ser resolvido de maneira modular-sequencial. As variáveis de saída de cada componente são as variáveis de entrada do próximo. Os cálculos completos são feitos até obter-se a convergência.

Finalmente existe uma terceira categoria de modelos de simulação citandose, como exemplo, os trabalhos de Ellison & Creswick (1978), Parise (1983), Domanski & Didion, (1983) e Nguyen (1986). Os componentes, neste caso, são modelados com grande detalhamento. Por exemplo, no caso de condensadores resfriados por ar e evaporadores de ar fonte, a serpentina pode ser dividida em pequenas seções do tubo (Parise 1983), formando um arranjo tridimensional dentro do casco do trocador. A análise pode também ser realizada sobre cada tubo (Domanski & Didon 1983). Esta análise local aproximada é aplicada ao dispositivo de expansão quando se usa tubo capilar. Os modelos de simulação podem ser divididos num modelo integral para regime permanente (Ellison & Creswick, 1978; Domaski & Didon, 1983), levando em conta todos os fluxos de energia (particularmente importante para compressores herméticos), e todos os processos transientes no interior do cilindro do compressor (Parise 1983), incluindo o movimento da válvula, a variação instantânea de pressão e a variação de volume. O código de simulação do NIST (Domanski & Didon 1983), HPFIVE, e ORNL (Elison & Creswisk 1978) têm sido atualizados regularmente (Fisher & Rice 1981; David 1982; Fisher & Rice 1983; Fisher *et al.*, 1988), e adequados a diferentes aplicações, incluindo misturas binárias (Domanski & Didon 1985; Domanski 1986).

Segundo Parise (2001), Jones em 1975 foi um dos primeiros que usou os dados de desempenho dos fabricantes para simular sistemas de refrigeração por modelagem de seus componentes. Seus estudos foram baseados no algoritmo recomendado por Stoecker (1971); Christiam em 1978, apresenta dados para a avaliação da vida útil e o desempenho (COP) a cargas parciais e a carga total de pacotes de chillers de compressão, com compressores de pistão, centrífugos e de parafuso, do tipo aberto e hermético com motor de acionamento elétrico; e Hebas em 1993 desenvolveu um modelo de simulação por compressão de vapor, este modelo foi empregado para cada componente do ciclo, resultando em um sistema de equações não linear, que foi resolvido numericamente. As perdas de calor ao ambiente foram incluídas. O modelo é capaz de prever o ponto de operação do sistema, incluindo as pressões de evaporação e condensação que são função dos componentes, por exemplo, o volume morto do compressor e as condutâncias globais de transferência de calor. O desempenho foi comparado com o de uma unidade de R12 existente. Este autor também fez uma análise comparativa do desempenho termodinâmico de uma bomba de calor operando com R12 e R134a.

A seguir apresenta-se uma breve descrição das principais referências bibliográficas usadas neste trabalho.

Usta [1997] mostra a importância da otimização econômica nos sistemas industriais e apresenta os resultados e conclusões obtidas por um software que foi desenvolvido especificamente para determinar os valores econômicos de

parâmetros ótimos de projeto de sistemas de refrigeração. Faz a análise de sensibilidade para determinar os efeitos de alguns parâmetros como a temperatura do meio ambiente.

Tan [2001] apresenta um estudo de simulação de um chiller usando um modelo matemático para a recuperação de calor. As capacidades de aquecimento do sistema, baseadas em diferentes condições de operação, foram avaliadas. O modelo desenvolvido foi testado usando as especificações existentes numa planta de chiller instalada na China.

Solati & Zmeureanu [2002] apresenta varias correlações baseadas em modelos usados para estimar o desempenho do chiller tipo parafuso operando com um ciclo de compressão de vapor. Eles foram desenvolvidos usando um modelo termodinâmico detalhado, contido no software Toolkit-I de ASHRAE, para a identificação de parâmetros. Os modelos desenvolvidos foram comparados com os chillers centrífugos de dois fabricantes.

Joudi & Namik [2002] apresentaram um programa de computador para achar o ponto de balanço dos componentes de um sistema de compressão de vapor usando componentes de vários fabricantes. A faixa de capacidade foi de 15 a 40 toneladas de refrigeração, com cinco condensadores de diferentes capacidades resfriados com água. Às unidades de condensação são acoplados cinco evaporadores de casco e tubos. Curvas características foram estabelecidas para várias temperaturas de água gelada, para cada combinação proposta.

2.3.2. Literatura sobre modelagem de torres de resfriamento

Um dos primeiros que tentaram modelar os processos realizados no interior de uma torre de resfriamento evaporativa foi Merkel em 1925 (Gan e Riffat, 1998). Utilizou várias suposições e aproximações: entre elas as perdas de água devido à evaporação podiam ser consideradas desprezíveis. Merkel (1925) reduz o problema a uma equação diferencial através de uma separação de variáveis. O método aproximado desenvolvido por Merkel tem sido usado para o projeto de torres de resfriamento durante décadas.

A maioria dos modelos usados para a análise do desempenho de torres de resfriamento abertas assume que a temperatura da interface é equivalente à

temperatura de bulbo da água. Em outras palavras, o coeficiente de filme de transferência de massa é considerado infinito.

Webb [1988] faz uma análise que inclui os efeitos de evaporação e resolve para a temperatura de interfase entre a água e o ar. Ele garante que os erros associados com os métodos dos projetos aproximados são similares aos obtidos pelo método de Merkel.

Gan & Riffat [1998] apresenta uma técnica para a avaliação do desempenho de uma torre de resfriamento para chillers. Técnicas numéricas de simulação de escoamento (CFD) foram utilizadas.

Kim & Smith [2001] apresentam estudo para o projeto de um sistema de água resfriada. Um modelo foi desenvolvido para o desempenho de uma torre de resfriamento permitindo as interações entre o desempenho da torre de resfriamento e o projeto de redes de água a explorar sistematicamente. Ele mostra que a efetividade da torre aumenta quando a temperatura da água na entrada da torre é alta.

Zweifel et al. [1995] apresentam alguns dos resultados do desenvolvimento e aplicação de equipamentos, relacionados com a simulação de sistemas de aquecimento, ventilação e calefação de ambientes de edifícios. Dentre eles, um modelo para uma torre de resfriamento de circuito fechado. O modelo é expresso em função dos termos do projeto como a carga de calor da torre, vazão mássica de água, etc. Depois de fixar um procedimento com as condições nominais, o modelo calcula a temperatura de saída da água para diferentes condições de operação.

2.3.3. Literatura sobre modelagem de tanques de armazenamento

Os tanques de armazenamento de calor sensível de líquido são usados em muitas aplicações na engenharia tais como aquecimento solar de água, e armazenamento de água gelada para aplicações de condicionamento de ar. O desempenho térmico dos tanques de armazenamento de calor sensível de líquido depende da taxa de degradação da camada chamada "**termocline**" estratificada durante os processo de carregamento e descarregamento. A taxa de degradação é influenciada pelas perdas térmicas, mistura dentro do tanque devido a diferenças de temperatura, recirculação do fluido e a convecção natural entre as camadas do fluido quente e frio.

Lavan & Thompson [1977] realizaram um estudo experimental sobre tanques de armazenamento de água quente, termicamente estratificados, para várias taxas de comprimento/diâmetro (razão de aspecto), várias diferenças de temperatura entre a entrada e a saída de água e diferentes vazões mássicas. Também estudaram o efeito da configuração da entrada e saída sobre a estratificação térmica. Os dados foram empiricamente correlacionados para produzir relações úteis para projetos de sistemas de armazenamento.

Cabelli [1977], usando um modelo bidimensional para tanques de armazenamento de água quente, estudou o efeito do número de Reynolds na entrada e examinou a contribuição da estratificação por flutuação. Efetuou a comparação com um modelo unidimensional, encontrando pequenas diferenças.

Nogueira [1981] analisou numérica e experimentalmente tanques de armazenamento estratificado líquido, usando um modelo unidimensional simplificado e comparou as previsões numéricas com experimentos específicos para validar o modelo proposto.

Gari & Loehrke [1982] investigaram analítica e experimentalmente o desempenho do jato flutuante, controlado como meio de aumentar a estratificação e tanque de armazenamento de líquidos. Um modelo analítico unidimensional de sistemas de jatos foi desenvolvido e as previsões do modelo foram comparadas com os resultados experimentais.

Ismail & Carrocci [1985] apresentaram um modelo convectivo para o tanque de armazenamento estratificado de líquido. Os resultados foram comparados com uma solução analítica unidimensional. Efeitos do "maximum initial swing" da geometria e do número de Reynolds foram apresentados e discutidos. Em 1986 eles apresentaram um modelo completo, bidimensional, para tanques estratificados incluindo perdas térmicas na parede e realizaram comparações experimentais para validar o modelo.

Wildin & Truman [1989] publicaram um trabalho experimental mostrando a geometria do tanque. Kandari [1990] analisou os resultados de um estudo experimental sobre estratificação térmica em tanques de armazenamento quente. Mostrou eficiências de extração para os processo de carregamento e descarregamento na faixa de 73% a 84% e recomendou o uso de malha para eliminar as turbulências pelo escoamento de líquidos.

Hariharam et al. [1991] realizaram experimentos sobre tanque de armazenamento estratificado para estudar os efeitos de condições de operação sobre as termoclinas e sobre a eficiência de extração. Foi encontrado que uma razão ótima entre o comprimento e o diâmetro do tanque, situada entre 3 e 4 nos tanques de armazenamento durante o transiente estratificado.

Abu-hamdan et al. [1992] apresentaram um estudo experimental extensivo para avaliar o desempenho térmico de um tanque de armazenamento estratificado sob condições variáveis na temperatura de entrada. Também investigaram as seções de entrada para o tanque incluindo um novo projeto na forma de placa distribuída perfurada.

Al-Najem [1993] investigou a estratificação térmica em um tanque de armazenamento usando um modelo teórico baseado numa técnica de transformação integral. Uma comparação com dados teóricos e experimentais foi usada para validar as previsões teóricas. A precisão do modelo em simular o comportamento térmico da estratificação é relativamente boa.

Ismail et al. [1996] apresentaram os resultados de um estudo sobre tanques estratificados termicamente para aplicações de armazenamento de água quente e frio. Um modelo bidimensional, baseado nas equações de conservação da massa, momentum e energia, foi formulado para representar os processos de transporte térmico no tanque. Usando o método de volume de controle, o sistema de equações foi resolvido. Uma simplificação foi feita para representar a condução pura que também foi resolvida pelo mesmo método. Os resultados obtidos foram comparados com resultados experimentais disponíveis e também com um modelo analítico unidimensional.

Homan et al. [1996] estudaram o desempenho térmico de tanques de armazenamento de água resfriada estratificada. Utilizaram uma solução analítica da equação de energia unidimensional instável para quantificar as predições da distribuição de temperatura na termoclina, e a eficiência do tanque de armazenamento de água resfriada estratificada. As previsões foram apresentadas em termos de grupos de parâmetro adimensionais que caracterizam a geometria do tanque e taxas de transferência de energia. Utilizaram as soluções analíticas para calcular o valor limite da eficiência, aplicando a primeira lei da termodinâmica a um tanque de armazenamento estratificado. Esta eficiência limitada é o resultado da difusão inevitável de energia pela "termoclina". A definição de eficiência é baseada na razão entre o calor transferido no período de carregamento e o calor transferido no período de descarga. A comparação desta eficiência ideal com o dos sistemas reais indica um potencial significativo para aumentos na eficiência térmica de tanques de armazenamento.

2.4. Considerações para o modelo adotado

Da bibliografia revisada adotamos as características principais para os modelos dos chillers, do tanque de armazenamento, da torre de resfriamento, assim como do sistema global.

2.4.1. Considerações para o chiller

As características de consumo de energia de um equipamento primário dependem do projeto do equipamento, das condições de carga, das condições do médio ambiente (clima), e das estratégias de controle do equipamento. Também temos que o desempenho depende dos fatores de projeto do equipamento (projeto do compressor), das temperaturas e fluxos através do condensador e evaporador e dos métodos para o controle do chiller para diferentes cargas e condições de operação. Por exemplo, para manter a temperatura da água resfriada no "set point". Em geral, as variáveis que determinam o consumo de energia variam constantemente exigindo um cálculo horário básico (ASHRAE Fundamentals, 2001).

No caso do chillers observamos que existem dois modelos principais para realizar a simulação:

a) <u>O modelo empírico de abordagem da caixa preta</u> ("empirical black-box approach") desenvolvido por Stoecker (1971). Este método usa equações empíricas de ajuste de dados dos fabricantes de cada componente. Assim, o desempenho dos modelos de cada componente é usado para simular o desempenho do chiller completo e da planta central de resfriamento da água. Esta é uma aplicação prática e de fácil implementação. A limitação deste modelo é sua

confiabilidade, que só é garantida dentro da faixa das condições para as quais foram ajustadas e não podem ser usadas para avaliar melhoras em novos projetos. Desta forma é inadequado para o diagnóstico de falhas. Os fabricantes não fornecem dados completos do comportamento de seus equipamentos e, por isso, sua utilidade é limitada.

b) <u>O modelo de abordagem mecanística detalhada</u> ("detailed mechanistic approach") desenvolvido por Brown (1988) e Browne & Bansal (2001). Esta é uma boa ferramenta para projetar chillers já que permite ao projetista fazer as avaliações em forma física na qual seus componentes são construídos, e na forma que o chiller é operado. Estes modelos utilizam balanços de massa, momento e energia sobre o compressor, o evaporador, condensador, e o dispositivo de expansão. Fisicamente esses modelos são universais e baseiam-se em relações básicas de transferência de calor e de massa, mas requerem também uma descrição física detalhada dos componentes do chiller. A única limitação está em resolver um sistema de equações altamente não lineares.

2.4.2. Considerações para a torre de resfriamento

As torres de resfriamento são as mais empregadas nos sistemas de grande porte, visto que seu melhor desempenho está nesta faixa. (Stoecker 1985).

Num sistema de refrigeração a torre de resfriamento representa a fonte quente do ciclo termodinâmico e merece grande atenção para sua seleção e controle em operação (Dossat, 1992).

As torres de resfriamento são classificadas entre os sistemas de resfriamento evaporativo, o que consiste na transformação de calor sensível em calor latente, donde a água e o ar são fluidos de trabalho. (Stoecker, 1985).

A transferência de calor por evaporação da água no ar é mais eficiente quando a temperatura é alta e o resfriamento se faz mais necessário.

As torres de resfriamento podem ser de contato direto ou indireto, dependendo se os fluidos ar e água são ou não misturados.

Na prática para projetar torres de resfriamento, é muito comum usar o conceito de eficiência de resfriamento (Goribar, 1973), definida por:

$$\varepsilon_{torre} = \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{bh}}\right) \tag{2.1}$$

Onde:

T₁: temperatura da água na entrada da torre

T₂: temperatura de água na saída da torre.

T_{bh:} temperatura de bulbo úmido do ar à entrada.

Esta equação será usada como parte de nosso modelo geral, considerando que a eficiência é um dado de entrada.

2.4.3. Considerações para o tanque de armazenamento

A adição de um tanque num sistema de resfriamento para condicionamento de ar permite aos chillers operar durante as horas fora da ponta quando as taxas de eletricidade são baixas. Mas estes operam com uma eficiência que é função de suas perdas de calor.

Num tanque de armazenamento estratificado encontram-se as seguintes perdas de calor:

- a) por transferência de calor através das paredes do tanque;
- b) por condução de calor através do gradiente térmico, na direção do eixo vertical do tanque ("termocline").
- c) devido à troca de calor durante os processos de carga e descarga.

Destes três mecanismos, o devido à troca de calor é de maior ordem de grandeza. Para demonstrar isto, Homan *et al.* (1996) desenvolveram um modelo considerando uma solução analítica da equação da energia unidimensional em estado transiente.

As soluções do modelo também podem ser usadas para calcular uma estimativa da máxima eficiência obtida aplicando a *primeira* lei da termodinâmica no armazenamento estratificado natural.

Os dados apresentados por Homan *et al.* (1996) mostram que os tanques de armazenamento correntes têm uma eficiência de armazenamento entre 50% a 80%. Sendo a eficiência do sistema de armazenamento básico o produto da eficiência do tanque de armazenamento pela eficiência do chiller.

Como no presente trabalho, são usados os conceitos como a temperatura máxima, o número de Peclet, e a eficiência do tanque e o COP do sistema com termoacumulação, apresentamos a seguir a análise completa do artigo feito por Homan *et al.* (1996).

2.4.3.1. Análise e equação de governo

Primeiro faz-se um balanço de energia num volume de controle mostrado na figura 13, que tem uma altura diferencial δy e uma área A, que é igual à área da seção transversal do tanque.



Figura 13- Fluxo uniforme unidimensional através de um tanque vertical.

Então, fazendo simplificações, temos a seguinte expressão da equação dimensional de conservação de energia:

$$\rho cA \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{t}} + \rho cAv \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{y}} = kA \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{y}^2} - PU(\hat{T} - \hat{T}_a)$$
(2.2)

Onde \hat{y} é a coordenada axial medida ao longo do eixo vertical do tanque, v é a velocidade convectiva que é igual à carga da taxa volumétrica dividida pela área da seção transversal do tanque como é requerido por conservação de massa. A troca de energia com o ambiente é formulada e m termos de um coeficiente de perda térmico, U, e uma temperatura ambiente constante. O uso deste coeficiente de perda é equivalente a uma aproximação quase constante que despreza a condução axial e os transientes na parede do tanque. Desprezar a condução axial é então uma aproximação razoável para tanques maiores.

A equação (2.2) transforma-se em adimensional levando às seguintes de variáveis:

$$y = \hat{y} / H$$

$$t = \hat{t} / ts$$

$$T = (\hat{T} - \hat{T}_i) / (\Delta \hat{T}_s)$$

$$t_s \cong H / v$$

$$(\Delta \hat{T}_s) \cong (\hat{T}_h - \hat{T}_i)$$

(2.3)

Onde H é a altura do tanque, t_s a escala de tempo para o processo de carga, que é escolhida como a relação entre o volume à taxa de carga volumétrica. A escala de temperatura característica é definida em termos de um aumento de temperatura através da carga do trocador de calor (ΔT_s) e a temperatura do fluido na entrada ao tanque no processo de carga \hat{T}_i , considerando \hat{T}_h como a temperatura do fluido que retorna do trocador de calor e entra no tanque durante o processo de descarga. Substituindo estas definições na equação (2.2), temos:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\frac{\alpha}{\nu H}\right] \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \left[\frac{HPU}{\rho c \nu A}\right] (T - T_a)$$
(2.4)

Os termos em parênteses são definidos como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\nu H} \end{bmatrix} = \frac{1}{Pe_{H}}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{HPU}{\rho c \nu A} \end{bmatrix} = 4(\frac{H}{D})^{2} \frac{Nu_{D}}{Pe_{H}}$$
(2.5)

Onde D é o diâmetro hidráulico do tanque definido por [4A/P], Onde P é o perímetro do tanque e A, sua área transversal. O número de Nusselt, (UD/k), é baseado no coeficiente de transferência de calor global, deve levar em conta os coeficientes de filme de parede-fluido e da construção da parede do tanque.

Em forma adimensional, as condições iniciais e de contorno escolhidas para o processo de carga são:

$$T(0,t) = 0; T(y \to \infty, t) < \infty T(y,0) = 1$$
 (2.6)

A razão por escolher essa condição limite, é que esta permita simplificar a advenção na termoclina fora do domínio $0 \le y \le 1$. Este é o tipo de saída ideal desejado, e é semelhante, de aquele respeito, ao produzido pela condição de contorno de "entrada".

2.4.3.2. Solução da temperatura

A solução de equação (2.4), sujeita às condições em equação (2.6), foi obtida por Homan et al. (1996) usando as transformadas de Laplace. Para o caso de parede adiabática ($Nu_D = 0$), a solução é :

$$T(y,t) = 1 - \exp(\frac{Pe_{H}y}{2}) f(t; y\sqrt{Pe_{H}}, \frac{\sqrt{Pe_{H}}}{2})$$
(2.7)

Onde:

$$f(\tau;a,b) = \frac{\exp(-ab)}{2} erfc(\frac{a}{2\sqrt{\tau}} - b\sqrt{\tau}) + \frac{\exp(ab)}{2} erfc(\frac{a}{2\sqrt{\tau}} + b\sqrt{\tau})$$
(2.8)

Para a função f da equação 2.7, o segundo termo vai para zero, quando 'y' e "t" são maiores que zero. Então, a equação (2.7) fica:

$$T(y,t) = 1 - (1/2) \operatorname{erfc}(\frac{y-t}{2\sqrt{t/Pe_{H}}})$$
(2.9)

E constitui também uma solução da equação (2.4) com $Nu_D = 0$, quando a condição de limite T(0,t) é substituída por $T(y \rightarrow 0, t) \rightarrow 0$. A semelhança da equação (2.9) com a clássica solução de condução de dois blocos, sugere uma razão escala para o acrescimento da termoclina, devido à difusão, dada por:

$$\delta \approx \sqrt{\frac{t}{Pe_{H}}} \tag{2.10}$$

A solução para a parede quase-constante ($Nu_D > 0$) com as condições dadas em (2.6) é:

$$T(y,t) = T_a[1 - (\exp Pe_H y/2)f(t; y\sqrt{Pe_H}, \sqrt{\sigma + Pe_H/4})] + (1 - T_a)\exp(-\sigma t)[1 - \exp(y Pe_H/2)f(t; y, \sqrt{Pe_H}, \sqrt{\sigma + Pe_H/2})]$$
(2.11)

Onde, para simplificar, σ é definido como:

$$\sigma = 4\left(\frac{H}{D}\right)^2 \frac{Nu_D}{Pe_H} \tag{2.12}$$

Neste ponto, a análise esteve orientada para a descrição do transiente observado durante o processo de carga. Uma consideração adicional é o potencial para transferência de calor para o fluido enquanto está sendo armazenado. Uma descrição simples do aumento de temperatura t_h durante o estado inativo do tanque completamente carregado se pode fundamentar num modelo de capacidade acumulado. Usando os parâmetros da equação (2.3), obtém-se como equação de governo a equação diferencial ordinária seguinte:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left[\frac{HPU}{\rho c v A}\right](T_a - T)$$
(2.13)

Com a condição inicial $T(0) = T_0$, a solução para equação (2.7) simplesmente é:

$$T(t) = T_{a} + (T_{o} - T_{a}) \exp(-\sigma t)$$
 (2.14)

A validade deste modelo está apoiada pelas medidas na inclinação da temperatura em tanques de armazenamento solar (Gross, 1982; Jaluria e Grupta, 1982).

2.4.3.3. Transferência de calor do ambiente

A energia transferida ao fluido através das paredes do tanque durante o processo de carga é:

$$\hat{Q}_{a} = \int_{0}^{\hat{t}_{c}} d\hat{t} \int_{0}^{H} PU[\hat{T}_{a} - \hat{T}(\hat{y}, \hat{t})] d\hat{y}$$
(2.15)

Substituindo as definições na equação (2.3), a forma adimensional de equação (2.15) é:

$$Q_{a} \cong \frac{\hat{Q}_{a}}{\rho c A H(\Delta \hat{T}_{s})} = [4(\frac{H}{D})^{2} \frac{N u_{D}}{P e_{H}}]_{0}^{t_{c}} d\hat{t} \int_{0}^{1} [T_{a} - T(y, t)] dy$$
(2.16)

 \hat{Q}_a , na equação (2.16), pode ser reconhecido como a capacidade resfriamento ideal de um tanque completamente carregado.

2.4.3.4. Eficiência do tanque de armazenamento

Pode ser descrita, a partir da primeira lei da Termodinâmica, para o dispositivo térmico, como a relação entre a energia desejada e a energia requerida. Para o tanque de armazenamento de água resfriada, a eficiência, portanto, é a razão entre energia removida durante o processo de descarga e a energia removida pelo chiller durante o processo de carga. Isto pode ser escrito como:

$$\eta_{st} = \frac{Q_d}{Q_c} \tag{2.17}$$

As definições explícitas para as quantidades Q_d (energia provida pelo tanque num processo de descarga) e Q_c (energia armazenada no tanque num processo de carga) na equação (2.13) são descritas mais adiante. A equação (2.17), embora seja útil para avaliar o desempenho de tanque de armazenamento projetado, só indica a eficiência do sistema global como provedor de frio, já que está baseada num volume de controle que inclui só o tanque de armazenamento. Determinando que a eficiência de um sistema de armazenamento de frio baseado num volume que inclui também tem a contribuição do trabalho do chiller (assumindo que este é um chiller de compressão de vapor). Então, o COP considerando as perdas da capacidade de descarga de um tanque de armazenamento de frio será:

$$COP_{st} = \frac{Q_d}{W_c} = \eta_{st} COP^*$$
(2.18)

Onde COP^* é o COP do chiller operando com um sistema de armazenamento de frio, e COP_{st} é o COP do sistema global.

Desde que a melhoria de COP seja fixada pelas condições do clima e por o projeto do chiller, à eficiência do tanque de armazenamento estratificado deverá ser superior a eficiência de energia global do sistema.

2.4.3.5. Métodos numéricos

Homan et al. (1996), obtiveram as soluções exatas da equação (2,4) para a temperatura usando as definições das funções matemáticas (equações 2.7 e 2.8), desenvolvidas por Wolfram (1992). O numerador e denominador na equação (2.17) foram calculados usando rotinas de integração numéricas. Para a equação (2.18), a integração espacial foi calculada usando a regra de integração trapezoidal. O tempo de integração foi baseado num intervalo de tempo $\Delta t = 0.05$. A integral foi mostrada para ser independente a esta escolha de passo de tempo.

2.4.3.6. Resultados - valores paramétricos

Segundo Homan *et al.* (1996), as condições de projeto e operação de sistemas de armazenamento de água resfriada estratificada típicas são apresentados na tabela 2. A faixa mostrada na tabela para o coeficiente de transferência de calor U inclui os extremos de um tanque de concreto isolado e um tanque de aço não isolado. Os valores foram calculados usando condutividades de materiais e coeficientes de filme contidos no manual de ASHRAE (1985). Os

valores compilados na tabela 2 foram usados para fazer uma estimativa da faixa dos parâmetros adimensionais definidos na equação (2.5). As faixas dos parâmetros são:

$$3 \le \log Pe_{H} \le 6$$

$$1 \le \log Nu_{D} \le 5$$

$$1 \le T_{a} \le 3.5$$

$$0.25 \le \left(\frac{H}{D}\right) \le 1.2$$

$$(2.19)$$

Tabela 2- Condições para um projeto típico e para a operação de sistemas de armazenamento de água fria estratificada.

Parâmetro	Faixa típica
T_i	4 até 7 °C
T_a	18 até 26°C
ΔT_c	6 até 11°C
t _c	6 até 14 h
	4.5 até 14 m (tanques de concreto) ^a
Н	10 até 21m (tanques de aço) ^a
	0.25 até 0.50 (tanques de concreto) ^a
H/D	0.5 até 1.2 (tanques de aço) ^a
U	0.3 até 0.35 W/(m-K)

^a ASHRAE(1994/ design guide for cool thermal storage).

2.4.3.7. Transferência de calor do ambiente

Segundo Homan *et al.* (1996), a transferência de energia ao fluido no tanque durante o processo de carga foi calculada usando a equação (2.16) e é apresentado na figura 14. Os dados na figura foram calculados usando log $Pe_H = 3$, já que tal valor corresponde a uma razão de carga baixa e, então, com maior oportunidade para transferência de calor. As perdas de capacidade de resfriamento devido à transferência de calor até o ambiente são desprezíveis, se o tanque é razoavelmente dimensionado e isolado. A mesma conclusão é estendida quando se considera a transferência de calor ao fluido durante o estado ocioso do tanque, como é ilustrado na figura 15. O tanque poderia ficar inativo para ordens de magnitude mais longa que o tempo de carga antes que a temperatura do fluido suba até a temperatura máxima permitida pela carga, de calor trocada. Nesta base, nós procedemos com o resto de análise que usa a aproximação adiabática.



Figura 14- Ganho de energia do meio ambiente (como uma função ideal da capacidade de resfriamento do tanque) durante o processo de carga para $Pe_{H} = 3$. (Homan *et al.*, 1996).



Figura 15- Tempo morto requerido para o armazenamento de fluido quente para uma temperatura máxima permitida. (Homan *et al.*,1996).



Figura 16- Perfis de temperatura num tanque de paredes adiabáticas durante o processo de carga.(Homan et al., 1996).

2.4.3.8. Espessura da termoclina

Examinando a faixa do número de Peclet para o tanque, mostrado nas equações (2.17) e a equação (2.10), sugerem-se que as termoclinas deveriam ser muito finas, sendo a difusão térmica o mecanismo dominante para seu crescimento. Esta expectativa é confirmada pelos perfís de temperatura mostrados na figura 18 para log $Pe_H = 4$. Porém, numerosas medidas experimentais mostraram que as termoclinas nos tanques estratificados supracitados são de tamanho mais próximo ao que se mostra na figura 16 para log $Pe_H = 2$. Um modo para quantificar o tamanho da termoclina é definir sua espessura, δ , como ilustrado em figura 16. As extremidades da termoclina são definidas pela temperatura de saída máxima permissível. Aplicando esta definição ao processo de carga, a mais baixa extremidade do termoclina é o ponto a qual $T = T_{max}$ e a extremidade superior correspondem ao ponto ao o qual $T = (1 - T_{max})$. A relação linear entre log $P_H = 2$ e log δ é ilustrado na figura 17.



Espessura da termoclina δ

Figura 17- Espessura da termoclina em cada etapa do processo de carga. (Homan et al., 1996).

Empiricamente, a espessura da termoclina normalmente observada é, freqüentemente, da ordem de 10% da altura do tanque. Isto indica que há fenômenos adicionais os quais não estão sendo considerados, e que afetam a termoclina e parecem aumentar a difusão térmica. A causa é sempre o movimento multidimensional de fluido. Como um meio simples de quantificar o impacto deste mecanismo relativo para difusão térmica, define-se um número de Peclet efetivo.

$$Pe_{H}^{*} = \frac{vH}{\varepsilon + \alpha} = \frac{Pe_{H}}{(\varepsilon / \alpha + 1)}$$
(2.20)

Onde ε é análogo à difusividade de remoinho, definida em escoamento turbulento, embora necessariamente não seja é um resultado de movimento fluido turbulento localizado. Este parâmetro, a difusividade efetiva, não só dependerá do projeto do tanque de armazenamento, mas também de como é operado.

A relação de difusividade de dimensões (\mathcal{E}/α) pode ser calculada habitualmente a partir de dados de temperatura medidos em escala de laboratório para tanques cheios estratificados. Especificamente, as medidas dos perfis temperatura vertical ou perfis de temperatura de saída poderiam ser usadas para calcular a relação $\frac{\varepsilon}{\alpha}$, cujo cálculo está baseado na solução da temperatura mostrada em equação (2.7). Formalmente a relação de difusividade seria calculada por:

$$\frac{\varepsilon}{\alpha} = g(\delta^*, t, Pe_H, T_{\max})$$
(2.21)

Onde δ^* é a espessura da termoclina empírica. A função g é uma função que pode ser obtida pela solução da equação (2.7) explicitamente para o número de Peclet efetivo.

Um método simples de calcular a relação de difusividade é usando as figuras (17) e (20) com a equação (2.20). A figura (17) pode ser usada para calcular Pe_{H}^{*} baseado na espessura da termoclina medida dos perfis de temperatura no tanque. Conhecidos Pe_{H}^{*} e Pe_{H} , a relação de difusividade é obtida da equação (2.20).

Segundo Homan et al. (1996), a literatura publicada que eles consultaram para medir os perfís de temperatura experimentalmente a razão $(\frac{\varepsilon}{\alpha})$ foi calculada como uma função de Pe_H . Os dados das cinco fontes diferentes, que incluem um armazenador de água fria e um armazenador térmico solar, são apresentados na figura (18). A figura não só ilustra a dependência da relação de difusividade no projeto do tanque. Porem pode-se dizer que as espessuras das termoclinas num tanque estratificado são diretamente proporcionais ao número de Peclet do tanque.



Figura 1- Razões de difusividade para tanque de armazenamento de água solar e resfriada. (Homan et al., 1996).

2.4.3.9. Eficiência de armazenamento estratificado

A eficiência foi definida na equação (2.17) como $\eta_{st} = \frac{Q_d}{Q_c}$. A carga de

transferência de calor Q_c é a quantidade de energia que pode deve ser removida pelo chiller para produzir um tanque totalmente carregado.

$$Q_c \cong \frac{\hat{Q}_c}{\rho c A H(\Delta \hat{T}_s)} = \int_0^{t_c} T_c(1, t) dt$$
(2.22)



Figura 2- Historia da temperatura de saída para um processo de carga e descarga num tanque de paredes adiabáticas. (Homan et al., 1996).



Figura 3- Volumes de tanque da água resfriada, necessário para produzir um tanque completamente carregado. (Homan et al., 1996).

Onde o tempo para carga o tanque é ilustrado na figura 19. Nota-se que o tempo depende da seleção de $T_{\rm max}$ e sempre é maior que a unidade. Esta definição da condição completamente carregada corresponde a um tipo de estado de equilíbrio para um tanque com paredes adiabáticas ou um volume inteiro de tanque, que poderia ser indefinidamente armazenado e permaneceria a uma temperatura menor que $T_{\rm max}$. Se o tanque não for completamente carregado, a condução proporcionaria uma porção do volume inútil para propósitos de resfriamento. O volume necessário de tanque para produzir um tanque completamente carregado é mostrado graficamente na figura 20. Como é esperado, uma termoclina mais espessa significa água mais fria que se precisa produzir durante o processo de carga e Qc, conseqüentemente será maior. O numerador na definição de eficiência, Q_d, é o ganho de energia da carga de resfriamento.

$$Q_d \simeq \frac{\hat{Q}_d}{\rho c A H(\Delta \hat{T}_s)} = (1 - \overline{T}) \int_0^{t_s} [1 - T_d(1, t)] dt$$
(2.23)

O tempo de descarga também é ilustrado na figura 19. Observa-se, nesta figura, que o tempo sempre é menor que a unidade por causa do perfil da termoclina. O perfil de temperatura de descarga foi calculado de uma solução análoga para a equação (2.18). A única diferença significativa é que uma porção da termoclina permanece em t_h no processo de carga. É assumido que esta parte restante da "termoclina" desaparece através de condução de forma que a temperatura uniforme T resulta ligeiramente maior que zero. O termo $(1-\overline{T})$ na equação (2.23) é um fator correção obtido de um balanço de energia usando as temperaturas reduzidas (adimensionais) no processo de descarga. O de tempo de descarga, t_d, na equação (2.23), foi obtido da chamada eficiência de extração por Lavan e Thompson (1977).

Homan et al. (1996) apresentam as curvas de eficiência para armazenamento estratificado na figura 21, contra o número de Peclet do tanque, para a faixa típica de números de Peclet. É evidente que a condução contribui com perdas de eficiência menores que 10%. Portanto, baseado na medição empírica das espessuras da termoclinas e da observação da difusividade efetiva, a difusividade térmica e a eficiência de sistemas reais é provavelmente muito menos o que 90%. Recentes medições têm sugerido que o armazenamento baseado nos sistemas de resfriamento pode exceder a eficiência de sistemas de resfriamento convencionais (Bahnfleth e Joyce, Florino, 1994). Uma estimativa das eficiências de sistemas reais também se pode ser obtida a partir das medidas na figura de mérito (FOM), a qual é uma medida de desempenho extensivamente usada na comunidade de armazenamento de água resfriada. A figura–de-mérito foi definida pela. ASHRAE em 1994, como:

$$FOM = \int_{0}^{1} [1 - T_d(1, t)] dt$$
(2.24)

Fazendo uma comparação entre FOM e a eficiência real de armazenamento, Dorgan (1994), entendeu que, para uma faixa do FOM entre 80 até 90%, correspondem eficiências de armazenamento entre 50 e 80%, dependendo da escolha de T_{max} .



Figura 4- Eficiência de um tanque de armazenamento estratificado segundo a primeira lei. (Homan et al., 1996).

2.5. Considerações específicas para o modelo do sistema completo

O modelo possibilitará a caracterização do sistema global, a partir dos modelos aqui estudados.

As potências das **bombas da água B1, B2** e **B3** assim com as perdas de calor nos **fans-coils** são consideradas desprezíveis.

No caso do **tanque de armazenamento** usaremos as equações de ajuste dos resultados do modelo apresentado por Homan *et al.* (1996) para obter o desempenho do tanque de armazenamento, baseado em sua eficiência termodinâmica.

No caso da **torre de resfriamento** usaremos a efetividade de uma torre de resfriamento de contato direto, como Goribar (1973).

Para o caso do **chiller e do sistema global** usaremos o modelo que descreve o comportamento de cada componente e o comportamento do sistema como um todo, como já foi usado por Parise (2001), Hebas (1993) e outros, com bons resultados.

Ainda, o modelo considera a variação da temperatura do meio ambiente e a conseqüente variação de temperatura de condensação ao longo do dia. Utiliza-se um modelo de regime quase permanente, isto é regime permanente a cada intervalo de tempo.

Uma vez ligado o chiller, seu desempenho é afetado somente pelas condições de operação tais como a temperatura de entrada da água ao

condensador e a temperatura de entrada ao evaporador do chiller. Assim, o modelo desenvolvido neste estudo está limitado a simular um chiller trabalhando sob condições de regime permanente, em cada intervalo de tempo de uma hora.

O refrigerante usado será o R22, refrigerante tradicional, adequado à faixa de temperatura de evaporação prevista (Dossat, 1980).

2.6. Modelagem

A modelagem do sistema de refrigeração completo implicou juntar os modelos adotados para o chiller, para a torre de resfriamento e para o tanque de armazenamento, para simular seu funcionamento, considerando que os dados de saída de um componente são os dados de entrada do próximo (caso estejam em seqüência).

A seguir, apresentam-se as hipóteses básicas do modelo, assim como os volumes de controles de cada componente e suas equações correspondentes.

2.6.1. Hipóteses básicas para o modelo do chiller

Considera-se um chiller de parafuso resfriado por água, isto é, um chiller que usa um compressor rotativo tipo parafuso e um condensador a água, com um evaporador inundado e um dispositivo de expansão adequado, (BITZER 1997) e (TRANE, 1994).

Varias hipóteses foram estabelecidas para o desenvolvimento deste modelo:

- 1. A simulação supõe o chiller operando em regime permanente a cada intervalo de uma hora.
- As pressões e temperaturas em todas as posições do sistema variam depois cada hora sem que a carga térmica do prédio ou a temperatura do meio ambiente variem.
- Supõe-se que as propriedades termodinâmicas do refrigerante (R-22) e da água estejam uniformemente distribuídas nas seções de entrada e saída dos volumes de controle.

- Os ganhos de calor nas tubulações da água são aproximados por 5% da carga térmica do prédio (Dorgan, 1994).
- O processo de estrangulamento através do dispositivo de expansão é isoentálpico.
- O grau de sub-resfriamento no condensador é mantido em 5,0°C para todas as condições de carga e para todos os tipos de chillers.
- O grau de superaquecimento no evaporador é mantido em 10 °C para todas condições de carga.
- 9. As vazões dos fluidos (refrigerante R-22 e da água) são fixas.
- 10. As variações de altura são desprezíveis.
- As quedas de pressão são desprezíveis no condensador e no evaporador, se comparadas com as quedas de pressão através do dispositivo de expansão.
- A queda de pressão nas tubulações do refrigerante é desprezível se comparada com a da válvula de expansão.
- 13. Não há perdas de calor no evaporador e condensador.
- 14. Não há ganhado de calor no caso do evaporador.

2.6.2. Modelos matemáticos dos componentes do chiller

A seguir apresentamos as equações específicas de cada componente do chiller associado a um volume de controle adequado.

2.6.2.1. Volume de controle e equações do evaporador

O modelo do chiller considera um evaporador de casco e tubo tipo inundado. Seu volume de controle é mostrado na figura 22.



Figura 5- Volume de controle do evaporador.

De um balanço de energia no lado da água no evaporador, a capacidade frigorífica, considerando com a hipóteses 1 e 2, é:

$$\dot{Q}_{ev} = \dot{m}_a c_{pa} (T_{13} - T_5) \tag{2.25}$$

Onde:

 \dot{m}_{a} : Vazão mássica de água no evaporador.

 c_{na} : Calor especifico a pressão constante da água no evaporador.

 T_{13} : Temperatura da água na entrada do evaporador.

 T_5 : Temperatura da água à saída do evaporador

De um balanço de energia no lado do refrigerante no evaporador, a capacidade frigorífica, considerando com a hipóteses 1 e 2, é:

$$\dot{Q}_{av} = \dot{m}_{r}(h_{1} - h_{4})$$
 (2.26)

Onde:

 \dot{m}_r : Vazão mássica de refrigerante no evaporador

 h_1 : Entalpia específica do refrigerante na entrada ao evaporador

 h_4 : Entalpia específica do refrigerante na saída do evaporador

Da definição de efetividade no evaporador a equação de troca (Parise,1999), tem-se:

$$\dot{Q}_{ev} = \dot{m}_a c_{p_{ae}} \varepsilon_{ev} (T_{13} - T_{ev})$$
(2.27)

Onde:

 \dot{m}_a : Vazão mássica da água no evaporador

 $c_{p_{ae}}$: Calor específico meio a pressão constante da água no

evaporador.

- ε_{ev} : Efetividade do evaporador
- T_{13} : Temperatura de entrada da água ao evaporador.
- T_{ev} : Temperatura de evaporação.

Da equação de troca ou da efetividade para o evaporador (Parise,1999), tem-

$$\varepsilon_{ev} = 1 - \exp\left(-\frac{UA_{ev}}{\dot{m}_a c_{p_{ae}}}\right)$$
(2.28)

Onde:

se:

 \dot{m}_a : Vazão mássica da água no evaporador

 $c_{\scriptscriptstyle p_{ae}}$: Calor específico meio a pressão constante da água no

evaporador.

UA_{ev}: Condutância global do evaporador.

2.6.2.2. Volume de controle e equações para o compressor parafuso



Figura 6- Volume de controle do compressor.

Considerando que o compressor é acionado por um motor elétrico, as equações do compressor para este sistema são descritas a seguir.

O cálculo da taxa de consumo, \dot{E}_c , ou potência consumida por um compressor de parafuso, deve ser conduzido a partir da seguinte equação (Rodrigues, 1991):

$$\dot{E}_c = \frac{\dot{m}_r w_k}{\eta_k \eta_m} \tag{2.29}$$

Onde:

 \dot{m}_r : Vazão mássica de refrigerante descarregada pelo compressor,

 w_k : Trabalho ideal adiabático por unidade de massa,

 η_k : Eficiência adiabática do compressor,

 η_m : Eficiência mecânica do compressor,

E o trabalho ideal adiabático por unidade de massa de massa é:

$$w_k = h_{2s} - h_1 \tag{2.30}$$

Onde:

- h_1 : Entalpia específica do refrigerante na entrada ao compressor.
- h_{2s} : Entalpia específica do refrigerante ao final de uma compressão

isentrópica.

E a eficiência isoentrópica do compressor é:

$$\eta_k = (\frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}) \tag{2.31}$$

Onde:

 h_2 : Entalpia específica do refrigerante ao final de uma compressão real.

2.6.2.3. Volume de controle e equações para o condensador



Figura 7 Volume de controle do condensador.

Considerando que o chiller é resfriado por água, aplicamos um balanço de energia ao lado da água no condensador. A capacidade do condensador isto é a taxa de calor rejeitado do ciclo, considerando com a hipóteses 1, 2, e 11, é:

$$\dot{Q}_{cd} = \dot{m}_c c_n \ (T_{16} - T_{15}) \tag{2.32}$$

Onde:

 \dot{m}_{c} : Vazão mássica de água no condensador.

 $c_{p_{ab}}$: Calor especifico a pressão constante da água no condensador.

 T_{15} : Temperatura da água na entrada do condensador

 T_{16} : Temperatura da água na saída do condensador

De um balanço de energia ao lado do refrigerante no condensador, a capacidade frigorífica, considerando com a hipóteses 1 e 2, é:

$$\dot{Q}_{cd} = \dot{m}_r (h_2 - h_3) \tag{2.33}$$

Onde:

 \dot{m}_r : Vazão mássica de refrigerante no condensador

 h_2 : Entalpia específica do refrigerante na entrada do condensador

 h_3 : Entalpia específica do refrigerante na saída do condensador

Da definição de efetividade no evaporador a equação de troca é:

$$\dot{Q}_{cd} = \dot{m}_c c_{pac} \varepsilon_{cd} (T_{cd} - T_{15})$$
 (2.34)

Da definição de efetividade no condensador a equação de troca é (Parise, 1999):

$$\varepsilon_{cd} = 1 - \exp\left(-\frac{UA_{cd}}{\dot{m}_c c_{p_{ac}}}\right)$$
(2.35)

2.6.2.4. Volume de controle e equações para o dispositivo de expansão



Figura 8- Volume de controle da válvula de expansão.

De um balanço de energia no volume de controle da válvula temos:

$$h_3 = h_4$$
 (2.36)

Onde:

 h_3 : Entalpia específica do refrigerante R-22 na entrada da válvula

 h_4 : Entalpia específica do refrigerante R-22 na entrada da válvula

Considerando o grau de superaquecimento controlado pela válvula temos:

$$T_1 = T_{ev} + \Delta T_{vet} \tag{2.37}$$

Onde:

 T_1 : Temperatura na saída do evaporador.

 T_{ev} : Temperatura de evaporação.

 ΔT_{vet} : Grau de superaquecimento.

2.6.3. Hipóteses básicas para o modelo do tanque de armazenamento

As hipóteses estabelecidas para o desenvolvimento do modelo do tanque são as apresentadas no modelo desenvolvido por Homan *et al.*(1996):

- a) Condução unidimensional ao longo do eixo tanque;
- b) Não se consideram efeitos de difusividade nos extremos da termoclina ou gradiente de temperatura entre a zona quente e a zona fria.

2.6.4. Volume de controle e equações do tanque de armazenamento

O modelo do tanque é estabelecido considerando os quatro modos de operação.

2.6.4.1. Operação do tanque no modo 1



Figura 9- Volume de controle do tanque de armazenamento operando no modo 1.



Figura 10- Volumes de controle das tubulações anexas ao tanque de armazenamento operando no modo 1.

Fazendo um balanço de massa e energia no tanque de armazenamento, e nas tubulações anexas, temos:

$$\dot{m}_a = \dot{m}_6 + \dot{m}_7 \tag{2.38}$$

$$\dot{m}_a = \dot{m}_{10} + \dot{m}_{11} \tag{2.39}$$

Onde:

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_{11} \tag{2.40}$$

e:

$$\dot{m}_7 = \dot{m}_{10} \tag{2.41}$$

De um balanço de energia no tanque, obtém-se que a taxa de variação de energia interna no tanque de armazenamento é:

$$\frac{dU}{dt} = \left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right)_{ta} = \dot{m}_6 c (T_6 - T_{11})$$
(2.42)

Onde:

c : Calor específico da água calculado à temperatura média no tanque T_{mta} , equação (2.74).

 \dot{m}_a : Vazão mássica da água no evaporador do chiller.

 \dot{m}_6 : Vazão mássica da água "fria" no tanque de armazenamento.

 \dot{m}_7 : Vazão mássica da água na entrada nos fans-coils.

 \dot{m}_{10} : Vazão mássica da água na saída dos fans-coils.

 \dot{m}_{11} : Vazão mássica da água "quente" no tanque de armazenamento.

De um balanço massa e energia nas tubulações de entrada e saída do tanque:

$$h_6 = h_5 \tag{2.43}$$

$$h_7 = h_6 \tag{2.44}$$

$$\dot{m}_{10}h_{10} + \dot{m}_{11}h_{11} = \dot{m}_a h_{13} \tag{2.45}$$

Onde : h_6 : Entalpia específica da água "fria" na saída do tanque.

- h_5 : Entalpia específica da água na saída do evaporador.
- h_{10} : Entalpia específica da água na saída dos fans-coils.
- h_{13} : Entalpia específica da água na entrada do evaporador.
- h_{11} : Entalpia específica da água "quente" na entrada ao tanque.

2.6.4.2. Operação do tanque no modo 2



Figura 11- Volume de controle do tanque de armazenamento operando no modo 2.

Fazendo um balanço de massa e energia no tanque de armazenamento temos:

$$\dot{m}_a = 0 \tag{2.46}$$

$$\dot{m}_7 = \dot{m}_6 \tag{2.47}$$

$$\dot{m}_7 = \dot{m}_{10}$$
 (2.48)

$$\dot{m}_{10} = \dot{m}_{11} \tag{2.49}$$

$$\frac{dU}{dt} = \left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right)_{ta} = \dot{m}_7 c (T_{11} - T_6)$$
(2.50)



Figura 12- Volumes de controle das tubulações anexas ao tanque operando no modo 2.

De um balanço de massa e energia nas tubulações anexas ao tanque de armazenamento temos:

$$h_6 = h_7 \tag{2.51}$$

$$h_{10} = h_{11} \tag{2.52}$$

$$h_{\rm 9} = h_{\rm 10} \tag{2.53}$$

2.6.4.3. Operação do tanque modo 3



Figura 13- Volume de controle do tanque de armazenamento operando no modo 3.

Fazendo um balanço de massa e energia no tanque de armazenamento temos:

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_{11} \tag{2.54}$$

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_a \tag{2.55}$$

$$\left(\frac{dU}{dt}\right) = \left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right)_{ta} = \dot{m}_6 c (T_6 - T_{11})$$
(2.56)



Figura 14- Volumes de controle das tubulações anexas ao tanque operando no modo 3.

De um balanço de massa e energia nas tubulações anexas ao tanque de armazenamento temos:

$$h_6 = h_5$$
 (2.57)

$$h_{11} = h_{12} \tag{2.58}$$

$$h_{11} = h_{13} \tag{2.59}$$



Figura 15- Volume de controle do tanque de armazenamento operando no modo 4.

Fazendo um balanço de massa e energia no tanque de armazenamento, temos:

$$\dot{m}_a = \dot{m}_7 - \dot{m}_6 \tag{2.60}$$

$$\dot{m}_a = \dot{m}_{10} - \dot{m}_{11} \tag{2.61}$$

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_{11} \tag{2.62}$$

$$\dot{m}_7 = \dot{m}_{10} \tag{2.63}$$

$$\frac{dU}{dt} = \left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right)_{ta} = \dot{m}_6 c (T_{10} - T_7)$$
(2.64)



Figura 16- Volumes de controle das tubulações anexas ao tanque operando no modo 4.

De um balanço de massa e energia nas tubulações anexas ao tanque de armazenamento temos:

$$h_{10} = h_{11} \tag{2.65}$$

$$h_{13} = h_{11} \tag{2.66}$$

$$\dot{m}_7 h_7 = \dot{m}_a h_5 + \dot{m}_6 h_6 \tag{2.67}$$

2.6.4.5. Eficiência do tanque de armazenamento

A eficiência η_{st} do tanque de armazenamento é obtida por ajustes das curvas de Homan (1996), apresentadas na Figura 21, Assim, de modo geral, tem-se:

$$\eta_{st} = f(Pe_H, T_{\max}) \tag{2.68}$$

Nos casos particulares, temos que:

Para
$$T_{\text{max}} = 0.05$$
 $\eta_{\text{st}} = 1-1,753 * \exp(-1,065*\log(\text{Pe}_{\text{H}}))$ (2.69)

Para
$$T_{\text{max}} = 0.15 \quad \eta_{\text{st}} = 1-1,393 \exp(-1,132 \log(\text{Pe}_{\text{H}}))$$
 (2.70)

Para
$$T_{\text{max}} = 0.25$$
 $\eta_{st} = 1-1,475 \exp(-1,336 \log (\text{Pe}_{\text{H}}))$ (2.71)

$$Pe_{H} = \left[\frac{\alpha}{\nu H}\right] \tag{2.72}$$

Onde:

- α: Difusividade térmica da água à temperatura média T_{mta} no tanque de armazenamento.
- H: Altura do tanque de armazenamento.
- v: Velocidade media da água no tanque de armazenamento, dada por:

$$v = \left[\frac{\dot{m}_{ta}}{\rho_{ta}A}\right] \tag{2.73}$$

Nesta equação:

 \dot{m}_{ta} : Vazão mássica da água no tanque no processo de carrega, no presente caso é \dot{m}_6

 ρ_{ta} : Densidade da água à temperatura media T_{mta}

Onde a temperatura media no tanque é:

$$T_{mta} = (T_6 + T_{11})/2$$
(2.74)

$$A = \frac{\Pi D^2}{4} \tag{2.75}$$

A: Área da seção transversal do tanque.

D: Diâmetro do tanque de armazenamento.

Quando a difusividade térmica não é disponível nas tabelas de propriedades termodinâmicas, usa-se sua definição:

$$\alpha = (\frac{k}{\rho c}) \tag{2.76}$$

Neste caso as propriedades termodinâmicas são medidas à temperatura média da água no tanque, T_{mia} .

2.6.5.

Hipóteses básicas para o modelo da torre de resfriamento de contato direto

Neste modelo usaremos a equação (2.1), apresentada por Goribar (1973), definindo a eficiência da torre. Esta eficiência é considerada conhecida.

2.6.6. Volume de controle e equações da torre de resfriamento de contato direto



Figura 17- Volume de controle da torre de resfriamento aberta.

O modelo para a torre de resfriamento está dado pela equação (2.1) usada por Goribar (1973) no cálculo de torres de resfriamento de contato direto:

$$\varepsilon_{torre} = \left(\frac{T_{16} - T_{15}}{T_{16} - T_{bhar}}\right)$$
(2.77)

Onde:

 ε_{torre} : Eficiência da torre de resfriamneto.

- T_{15} : Temperatura na saída da água na torre de resfriamento
- T_{16} : Temperatura na entrada da água na torre de resfriamento
- T_{bhar} : Temperatura de bulbo úmido do ar do meio ambiente, esta temperatura é calculada com a equação (2.97).

2.6.7. Volume de controle e equações dos "fan-coils"



Figura 18- Volume de controle dos fan-coils.

Neste modelo os fans-coils são considerados trocadores de calor adiabáticos, sem perdas de calor ao exterior. Temos então:

$$\dot{Q}_{T} = \dot{m}_{7}(h_{10} - h_{7}) \tag{2.78}$$

Onde:

 \dot{Q}_{T} Caga térmica do prédio.

 \dot{m}_7 : Vazão mássica da água nos fans-coils.

- h_{10} : Entalpia específica da água na saída da válvula VRP, numericamente igual à entalpia específica à saída dos fans-coils h_9 .
- h_7 : Entalpia especifica da água na entrada dos fans-coils.

2.7. Volumes de controle e equações para o sistema Global

As equações do sistema global operando com e sem termoacumulação são apresentadas a seguir, consideradas as hipóteses indicadas em nos items 2.5 e 2.6.1 (5).

2.7.1.

Volumes de controle e equações do sistema operando sem armazenamento



Figura 19- Volume de controle do chiller.

Fazendo um balance de energia no chiller ao lado do refrigerante R-22, temos:

$$\dot{Q}_{ev} + \dot{W}_{k} = \dot{Q}_{c} + \dot{Q}_{cd}$$
 (2.79)

Onde: \dot{Q}_{cd} : Capacidade do condensador,

- \dot{Q}_{ev} : Capacidade frigorífica do evaporador,
- \dot{Q}_c : Perda de calor pelo compressor.
- \dot{W}_k : Potência consumida pelo compressor



Figura 20- Volume de controle do sistema hidráulico operando sem armazenamento.

Também, aplicando balanço de energia no sistema global, temos as equações (2.80) até (2.84) para cada modo de operação.

$$\dot{Q}_{ev} = 1,05\dot{Q}_T$$
 (2.80)

Onde:

 \dot{Q}_T Caga térmica do prédio.

Também, aplicando o blançõs de energia no sistema global, temos as equações (2.80) até (2.84) para cada modo.

2.7.2. Equação do sistema global-modo 1



Figura 21- Volume de controle do sistema hidráulico operando no modo 1.

Fazendo um balanço d energia no volume de controle anterior, obtém-se a que a capacidade do evaporador é :

$$\dot{Q}_{ev} = 1,05\dot{Q}_T + \left(\frac{dU}{dt}\right)_{ta}$$
(2.81)

Onde:

 $\left(\frac{dU}{dt}\right)_{ta}$: Taxa de variação de energia interna armazenada no

tanque.

 \dot{Q}_{T} : Caga térmica do prédio.

2.7.3. Equação do sistema global - modo 2



Figura 22- Volume de controle do sistema hidráulico operando no modo 2.

Fazendo um balanço de energia no volume de controle anterior, temos que a taxa de variação de energia interna no tanque de armazenamento é:

$$\left(\frac{dU}{dt}\right)_{ta} = 1,05\dot{Q}_T \tag{2.82}$$

Onde:

 \dot{Q}_{T} : Carga térmica do prédio.

2.7.4. Equação do sistema global - modo 3



Figura 23- Volume de controle do sistema hidráulico operando no modo 3.

Fazendo um balanço de energia no volume de controle de sistema hidráulico anterior, temos:

$$\dot{Q}_{ev} = 1,05 \left| \left(\frac{dU}{dt} \right)_{ta} \right|$$
(2.83)

Onde:

$$\left(\frac{dU}{dt}\right)_{ta}$$
: A taxa de variação de energia armazenada no tanque é neste

caso negativa, por iso é necessário considerar o valor absoluto deste termo, porque o valor da capacidade do evaporador deve ficar positiva.

2.7.5.3 Equação do sistema global - modo 4



Figura 24- Volume de controle do sistema hidráulico operando no modo 4.

$$\dot{Q}_{ev} = 1,05\dot{Q}_T - \left(\frac{dU}{dt}\right)_{ta}$$
(2.84)

Onde:

$$Q_T$$
 : Carga térmica total do prédio.
 $\left(\frac{dU}{dt}\right)_{ta}$: Taxa de variação de energia interna no tanque de

armazenamento.

 \dot{Q}_{ev} : Capacidade do evaporador.

2.8. Coeficiente de performance (COP)

O coeficiente de performance é a razão entre a energia utilizada e a energia suprida.

$$COP = \frac{\dot{Q}_{ev}}{\dot{E}_{c}}$$
(2.85)

Onde:

 \dot{Q}_{ev} : Potencia térmica no evaporador

 \dot{E}_c : Taxa de consumo de energia do compressor.

2.9. Determinação das propriedades dos refrigerantes

Para complementar as equações necessárias no desenvolvimento e solução do sistema de equações que conformam o modelo geral precisa-se das propriedades dos refrigerantes nos pontos principais do sistema, apresentadas a seguir.

2.9.1. Propriedades do refrigerante primário R-22

Propriedades do refrigerante R-22:

$$P_1 = P_v(T_{ev}, x = 1) \tag{2.86}$$

$$P_2 = P_1(T_{cd}, x = 0) \tag{2.87}$$

$$h_0 = h_v(T_{ev}, x = 1) \tag{2.88}$$

$$h_1 = h(T_1, P_1) \tag{2.89}$$

$$s_1 = s(T_1, P_1)$$
 (2.90)

$$h_{2s} = h(P_2, s_1) \tag{2.91}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0124829/CA

$$h_3 = h(P_2, T_3) \tag{2.92}$$

Onde x é título do refrigerante R-22.

2.9.2. Propriedades do refrigerante secundário - água (R-718)

Propriedades da água (refrigerante R-718):

$$c_{p_{ae}} = c_p(T_{m1}, P_{at})$$
(2.93)

$$c_{p_{ac}} = c_p(T_{m2}, P_{at})$$
(2.94)

$$h_5 = h(T_5, P_{at}) \tag{2.95}$$

$$h_{13} = h(T_{13}, P_{at}) \tag{2.96}$$

2.9.3. Propriedades da mistura ar-água

A temperatura de bulbo úmido do ar é determinada por:

$$T_{bhar} = T(T_{amb}, w_{amb}, P_{at})$$
(2.97)

Onde:

 $T_{amb} =$ temperatura

 w_{amb} : umidade específica media do ambiente

 P_{at} : pressão atmosférica.