

Esta tese apresentou a proposta e o desenvolvimento de uma metodologia computacionalmente viável para determinar o valor de opções reais sob diversas incertezas técnicas e de mercado, com o objetivo de reduzir o tempo computacional e assim facilitar as tomadas de decisão conseqüentes da simulação. Para isto, foi proposta a união de várias técnicas: Números *Fuzzy* para representar determinados tipos de incertezas, processos estocásticos para representar as demais incertezas e a simulação Monte Carlo para obter uma boa aproximação do valor da opção real. Além disso, aplicou-se um algoritmo genético, em conjunto com a simulação Monte Carlo, para aproximar uma regra de decisão ótima e determinar o valor da opção real no caso de se ter várias opções de investimento em um projeto. A regra ajuda na decisão entre o investimento imediato em uma das opções ou a espera por melhores condições, as quais dependem do estado das incertezas consideradas.

A metodologia proposta aborda dois problemas: a avaliação de uma opção real sob incerteza técnica e de mercado; e a obtenção de uma regra de decisão ótima de investimento juntamente com a determinação do valor da opção quando um projeto tem várias opções de investimento sob incerteza de mercado.

Para o primeiro problema foi proposta uma metodologia híbrida que integra a simulação Monte Carlo, processos estocásticos para representar a incerteza de mercado, números *fuzzy* para representar a incerteza técnica, técnicas de redução de variância e a teoria de opções reais para determinar o valor da opção real, visando reduzir o tempo computacional da simulação. Os resultados deste modelo foram comparados com os resultados obtidos pelas metodologias tradicionais de simulação estocástica. Os resultados mostraram-se satisfatórios com erros médios das simulações pequenos, enquanto que o tempo empregado nas simulações com a metodologia híbrida com números *fuzzy* é significativamente menor que o tempo requerido na metodologia tradicional de solução por simulação estocástica. Da mesma forma, as variâncias das execuções são muito próximas e pequenas.

Com a metodologia híbrida comprovou-se que a variabilidade dos resultados obtidos pela metodologia híbrida proposta é mínima, como foi visto no experimento oito da seção 5.5.8.

Verificou-se ainda que o uso de números *fuzzy* para a representação das incertezas técnicas permite executar vários experimentos em pouco tempo, obtendo-se uma boa aproximação do valor da opção.

A metodologia híbrida proposta com número *fuzzy* mostrou-se eficiente para aproximar o valor da opção real, reduzindo significativamente o tempo computacional para todos os processos estocásticos seguidos pelo preço da *commodity*.

A redução do tempo computacional com erro médio pequeno para o valor da opção, na metodologia híbrida proposta, é devido ao número *fuzzy* representar toda a incerteza técnica. Desse modo não é necessário fazer amostragem da incerteza técnica. Assim, o algoritmo de Grant, Vora e Weeks [4] (que calcula a curva de gatilho) é executado uma única vez.

O uso de técnicas de redução de variância como as de amostragem estratificada (seqüências de baixa discrepância ou quase Monte Carlo e *Latin Hypercube Sampling*) permitem obter melhores aproximações do valor da opção em menor tempo que a amostragem *simple random sampling* ou Pseudo-aleatória. Isto se deve ao fato dessas técnicas precisar de menos amostras para realizar a simulação, uma vez que as amostras estão espalhadas uniformemente.

Comprovou-se também a eficiência da metodologia híbrida com números *fuzzy* em problemas que consideram duas ou mais incertezas, como foi visto nos experimentos das seções 6.5.1 e 6.5.2.

Deve ser destacado, entretanto, que, quando o número de incertezas técnicas aumenta e na função para o cálculo do valor da opção real existem operações de divisão de números *fuzzy*, a aproximação do valor da opção pela metodologia híbrida proposta apresenta um erro médio maior devido ao efeito das operações com estes números; o domínio do número *fuzzy* cresce com cada operação *fuzzy* realizada por serem estas baseadas na aritmética de intervalos. Isto pode ser verificado no experimento 6, seção 5.5.6.

Para o segundo problema abordado nesta pesquisa foi proposto um modelo usando algoritmos genéticos e a simulação Monte Carlo, o qual foi projetado para encontrar uma regra de decisão ótima de investimento e determinar o valor da

opção quando um projeto tem várias opções de investimento sob incerteza de mercado. Esta regra de decisão ótima é formada por três alternativas mutuamente exclusivas que descrevem três regiões de exercício ao longo do tempo até a expiração da opção. A simulação Monte Carlo é usada com um algoritmo genético para simular os possíveis caminhos para o preço até a expiração. Foram usados dois diferentes processos estocásticos para representar o preço do petróleo: o movimento geométrico browniano e o processo de reversão à média, empregando o *Latin Hypercube Sampling* como técnica de redução de variância, com o propósito de melhorar a eficiência computacional e a precisão dos resultados da simulação Monte Carlo.

Os resultados obtidos com este modelo foram comparados com os resultados obtidos pelo método de equações diferenciais parciais, os quais se mostraram muito similares.

A vantagem do modelo com o algoritmo genético na análise de alternativas de desenvolvimento consiste na sua maior flexibilidade, podendo-se introduzir mais alternativas de investimento, mudar o processo estocástico ou introduzir outras incertezas com poucas modificações. Estes aspectos representam uma das maiores limitações dos métodos analíticos, onde o aumento do número de variáveis aleatórias e do número de alternativas tornam praticamente impossível a solução das equações diferenciais parciais. Além disso, a mudança do processo estocástico implica em alterar todas as equações diferenciais parciais.

Outra vantagem é que o algoritmo genético permite obter regras de decisão ótimas ou sub-ótimas, evitando-se a resolução de equações diferenciais parciais (EDP).

As metodologias propostas e verificadas nesta pesquisa se apresentam como uma alternativa promissora para sistemas de apoio à decisão na área de opções reais. A capacidade de obter boas aproximações para valor de uma opção real, sem ter que realizar pesadas simulações estocásticas, bem como a facilidade em obter regras de decisão ótimas sem a necessidade de solucionar complicadas equações diferenciais, abrem caminho para sistemas mais ágeis capazes de realizar vários experimentos em pouco tempo.

8.1. Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros sugerem-se os seguintes itens:

- adaptar esta metodologia para problemas de avaliação de opções reais compostas;
- pesquisar outras formas de representação de números *fuzzy*, isto é, pesquisar definições para números *fuzzy* da forma gaussiana e log-normal, além de definir as operações aritméticas para este tipo de números *fuzzy*, ou suas aproximações;
- pesquisar formas de controlar o crescimento explosivo do domínio dos números *fuzzy* quando são realizadas operações sucessivas entre eles.
- pesquisar a variabilidade dos resultados quando a representação dos números *fuzzy* é da forma LR.
- pesquisar outras funções para representar as curvas de exercício ótimo ou curvas de gatilho invés das curvas logarítmicas usadas neste trabalho, a fim de ter uma melhor aproximação da curva de gatilho.
- pesquisar uma forma de realizar de forma simples operações com as distribuições de probabilidade, sem precisar realizar amostragem destas distribuições, inspirado nas idéias para o tratamento das operações de números *fuzzy*.
- pesquisar a forma de realizar a avaliação de opções reais de forma fuzzy, isto é, construir regras de decisão fuzzy, considerando todo o domínio do número fuzzy resultante como um intervalo que mostra a incerteza da resposta.