PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

6
Estudo de Casos: Valor da Opção de Investimento em Informação por Aproximação com Números *Fuzzy*

6.1.
Introdução

Este capítulo apresenta o segundo estudo de casos, no qual também são empregados números *fuzzy* para representar incertezas técnicas e processos estocásticos para representar a incerteza de mercado (preço da *commodity*), juntamente com a simulação Monte Carlo, com o objetivo de reduzir o tempo computacional da simulação e obter uma boa aproximação do valor da opção real.

A diferença para o caso apresentado no capítulo 5 é que, neste estudo de caso, trata-se especificamente do problema de avaliação de uma opção de investimento em informação (e não de expansão) em uma reserva de petróleo, considerando incertezas técnicas e de mercado. As incertezas técnicas consideradas são o tamanho da jazida de petróleo (B) e a qualidade econômica da reserva (q), enquanto que a incerteza de mercado considerada é o preço do petróleo.

A fim de comparar os resultados do método proposto, este problema também foi resolvido da forma tradicional, isto é, aplicando-se simulação estocástica onde as incertezas técnicas são representadas por distribuições de probabilidade triangular e o preço do petróleo (incerteza de mercado) pelo Movimento Geométrico Browniano, que é um processo estocástico muito usado para representar os preços das *commodities* (vide Apêndice C). A curva de gatilho, que determina o conjunto de pontos de valor crítico, onde é indiferente manter a opção ou exercê-la naquele tempo, foi calculada empregando-se o algoritmo recursivo de programação dinâmica proposto por Grant, Vora e Weeks [4] e foram considerados os mesmos parâmetros para ambos casos.

Este capítulo está organizado da seguinte forma:

- Descrição do problema de avaliação de uma opção de investimento em informação em uma reserva de petróleo considerando incertezas técnicas e de mercado;
- Apresentação da solução por simulação estocástica;
- Apresentação da metodologia proposta que emprega números *fuzzy* para representar as incertezas técnicas, e;
- Comparação dos resultados pelas duas metodologias nos diferentes experimentos realizados.

6.2. Descrição do Problema

Neste trabalho investiga-se o problema de cálculo do valor da opção de investimento em informação de um campo de petróleo, descrito a seguir.

Considere um campo de petróleo descoberto, mas ainda não desenvolvido, com incertezas sobre o tamanho (B) e a qualidade econômica (q) da reserva. Existe a possibilidade de investir em informação para a redução do risco e para revelar algumas características da reserva. O problema consiste em avaliar qual é a melhor alternativa de investimento em informação existente dado que o preço do petróleo segue uma equação diferencial estocástica. Sejam k alternativas de investimento em informação. Seja $D(B_k)$ o custo de desenvolvimento do campo. O valor presente líquido do campo referente a cada alternativa k é definido como:

$$VPL(P)_K = V(P)_K - D(B_K) = q_K \cdot P \cdot B_K - D(B_K) \tag{51}$$

onde:

$V(P)$ = valor da reserva;

q_k = qualidade econômica da reserva na alternativa k (variável estocástica);

B_k = tamanho da reserva na alternativa k (variável estocástica);

P = preço do petróleo no instante t, em US$/barril;

$D(B_k)$ = custo de desenvolvimento do campo para cada alternativa k.

Cada alternativa k apresenta um custo chamado custo da informação revelada que definimos como I_k. Esse custo deve ser incorrido em t = 0, porém, a

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

informação somente é revelada em t_k. O tempo entre $t = 0$ e $t = t_k$ equivale a uma espera por informações reveladas e, nesse período, a opção (campo de petróleo) não pode ser exercida (desenvolvido).

Dado o preço do petróleo hoje, e seu processo de evolução futuro, deseja-se determinar qual a melhor alternativa de investimento k que deverá ser adotada. O desenvolvimento do campo apresenta um prazo de maturidade pré-determinado de T anos.

Conforme mencionado, na modelagem são consideradas as incertezas técnicas e de mercado. As incertezas técnicas correspondem ao tamanho da jazida de petróleo (B) e à qualidade econômica da reserva (q), enquanto que a incerteza de mercado, o preço do petróleo, considera-se que este segue um Movimento Geométrico Browniano (vide Apêndice C).

Para determinar o valor da opção serão aplicadas duas metodologias. A primeira, que é a mais usada neste tipo de problema, corresponde ao método de simulação estocástica (simulação Monte Carlo) [5] [6] [37]. Nesta metodologia as incertezas técnicas são representadas por distribuições de probabilidade triangulares. A segunda envolve uma metodologia híbrida que une a simulação estocástica com números *fuzzy*. Nesta metodologia as incertezas técnicas (tamanho da jazida de petróleo, B, e a qualidade econômica da reserva, q) são representadas por números *fuzzy*, ao invés das distribuições de probabilidade triangulares.

6.3.
Solução por Simulação Estocástica

A metodologia empregada para a solução numérica do problema é formada pelo uso da simulação Monte Carlo, juntamente com a programação dinâmica, para o cálculo do valor da opção, e pelo emprego do algoritmo de Grant, Vora e Weeks [4], descrito no Apêndice D, (também empregando a simulação Monte Carlo) para a determinação da fronteira de exercício ótima ou curva de gatilho. Este método de cálculo da curva de gatilho é geral, numericamente eficiente e preciso, aplicado a diferentes tipos de opções.

A utilização da simulação Monte Carlo para calcular o valor da opção deve-se ao fato de que a informação somente é revelada em algum instante futuro.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

Neste caso a incerteza técnica é representada por distribuições de probabilidade triangular e os parâmetros do problema são:

- Expiração das alternativas de investimento em informação: 2 anos;
- Custo de investimento em informação: 10 MMUS$;
- Tempo de aprendizado da informação: 1 ano;
- Discretização do tempo de vida da opção: 0.08333 anos;
- Discretização do preço do petróleo: 0.5 US$/barril;
- Preço atual do Petróleo: 20 US$/barril;
- Volatilidade do preço do Petróleo: 25% a.a.;
- Taxa de juros livre de risco: 8% US$ a.a.;
- Taxa de conveniência da *commodity*: 8% US$ a.a.;
- Número de simulações do preço do petróleo: 10.000;
- Alíquota de *royalties*: 10%;
- Alíquota de imposto de renda + Contribuição social: 33%;
- Taxa de desconto ajustada ao risco: 12% US$ a.a.;

Consideram-se três alternativas de investimento em informação com os seguintes parâmetros:

Parâmetro	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
Custo operacional fixo (MM US$)	200	400	500
Custo operacional variável (MM US$)	0.5	1.5	3
Custo de desenvolvimento (MM US$)	394.65	983.95	1667.92

Tabela 19 - Parâmetros das três alternativas de investimento em informação

São definidos também os valores médios das incertezas técnicas:

- Tamanho médio da reserva: 400 MM barril
- Qualidade econômica média da alternativa 1: 8%
- Qualidade econômica média da alternativa 2: 16%
- Qualidade econômica média da alternativa 3: 22%

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

6.3.1. Avaliação da Opção de Investimento em Informação pela Metodologia Tradicional

Nesta seção é descrita a metodologia usada para calcular o valor da opção de investimento em informação considerando incertezas técnicas e de mercado.

A incerteza de mercado, preço do petróleo, é representada por um processo estocástico conhecido, como é o Movimento Geométrico Browniano (MGB).

As incertezas técnicas representada pelo tamanho da jazida de petróleo e pela qualidade econômica da reserva são normalmente são traduzidas por distribuições de probabilidades triangulares.

Definida a distribuição de probabilidade triangular para o tamanho da reserva B e a qualidade econômica q, o processo começa tomando uma amostra da distribuição triangular.

Em seguida, calcula-se a curva de gatilho da opção empregando o algoritmo de Grant, Vora e Weeks [4], descrito no Apêndice D. Este algoritmo é usado para transformar uma opção americana em uma européia através da determinação da fronteira ótima, e, em seguida, resolver o problema de cálculo do valor da opção européia com a aplicação padrão da simulação Monte Carlo.

O algoritmo de Grant, Vora e Weeks, para o cálculo da curva de gatilho ou fronteira ótima, é um algoritmo recursivo que deve ser utilizado seguindo a programação dinâmica, começando na expiração e decrementando o tempo até o momento atual, conforme descrito no Apêndice D.

A fronteira ótima é definida para cada instante de tempo como o valor do ativo subjacente à opção no qual o investidor fica indiferente entre manter ou exercer a opção.

Para cada instante de tempo, calcula-se o valor da opção para os casos de manter a opção ou efetuar seu exercício imediato. O valor da variável estocástica subjacente no qual obtém-se uma igualdade aceitável entre os valores é definido com a fronteira ótima naquele respectivo instante de tempo.

Concluída a curva de gatilho, são feitas novas simulações para o preço do petróleo a partir do preço inicial, P_0. Procede-se à simulação e sorteio das variáveis estocásticas q e B até o momento que estas ultrapassam a fronteira ótima pré-determinada. Nesse momento interrompe-se o processo de simulação e o valor da opção é atribuído ao valor de exercício imediato associado ao ponto acima da fronteira. Isto é, sorteiam-se as variáveis q e B em um total de M vezes e para cada sorteio simula-se N trajetórias do preço do petróleo, P_t. A cada ponto de cada trajetória ou caminho do preço é calculado o valor da opção segundo a equação (51). Continuando com o ponto seguinte da trajetória, até o momento que o valor da opção calculado ultrapassa a fronteira ótima, este valor é acumulado, e continua-se o processo com as outras trajetórias. No Apêndice F é descrita de forma esquemática esta metodologia tradicional de avaliação de opções reais (ver figuras 39, 40, 41, 42, 43, 44 e 45).

O valor da opção final $F(P_0, t_0)$ é, portanto, definido como uma média entre os valores da opção condicionais a cada simulação N de P e a cada sorteio M de pares q e B:

$$ValorOpçãoFinal = \frac{1}{M} . \sum_{M} \left(\frac{1}{N} \sum_{N} F(P_0, t_0 \mid P) \mid qB \right) \qquad (52)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

6.4. Solução pela Metodologia Híbrida Estocástica com Números *Fuzzy*

Nesta seção é descrita a metodologia proposta que combina a simulação Monte Carlo com números *fuzzy* para calcular o valor da opção de investimento em informação que considera incertezas técnicas e de mercado.

Da mesma forma que na seção anterior, a incerteza de mercado, o preço do petróleo, será representada por um processo estocástico conhecido, como é o Movimento Geométrico Browniano (MGB).

As incertezas técnicas, representadas pelo tamanho da jazida de petróleo e pela qualidade econômica da reserva, neste caso serão modeladas cada uma por um número *fuzzy* triangular ao invés da distribuição de probabilidade triangular. O número *fuzzy* triangular apresenta os mesmos parâmetros usados para a distribuição de probabilidade triangular.

Neste caso o número *fuzzy* que substitui a distribuição de probabilidade é usado integralmente para operar em todas as equações utilizadas. Este fato implica que as equações empregadas, (51) e (52), devem ser transformadas para equações *fuzzy*. Para isto, as variáveis não *fuzzy* são consideradas como singletons. A seguir apresenta-se a equação *fuzzy* para o cálculo do valor presente líquido do campo referente a cada alternativa *k*:

$$VPL(P)_{K_F} = V(P)_{K_F} - D(B_{K_F}) = q_{K_F} \cdot P \cdot B_{K_F} - D(B_{K_F}) \tag{53}$$

onde:

$V(P)_{KF}$ = número *fuzzy* do valor da reserva;

q_{KF} = qualidade econômica da reserva na alternativa *k* (número *fuzzy*);

B_{KF} = tamanho da reserva na alternativa *k* (número *fuzzy*);

P = preço do petróleo no instante *t*, em US$/barril (singleton);

$D(B_{KF})$ = custo de desenvolvimento do campo para cada alternativa *k* (singleton).

Do mesmo modo, o algoritmo de Grant, Vora e Weeks (vide Apêndice D) foi adaptado para trabalhar com números *fuzzy* de forma a determinar a curva de gatilho; para este caso, cada ponto da curva de gatilho é na realidade um número *fuzzy*, como foi descrito na seção 4.2.4.

O processo inicia-se tomando os números *fuzzy* triangulares, B_F, q_F, que representam as incertezas técnicas, para determinar a curva de gatilho usando o algoritmo de Grant, Vora e Weeks que foi adaptado para trabalhar com operações *fuzzy* (da mesma forma que na seção 5.4).

Construída a curva de gatilho, fazem-se novas simulações para o preço do petróleo a partir do preço inicial, P_0; o valor da opção, V_{iF}, é a média *fuzzy* [75] [76] [77] de todos os valores que alcancem ou superem a curva de gatilho na simulação, equação (54), trazidos ao valor presente.

$$V_{iF} = \frac{1}{N}\sum_{n} F(P_0, t_0 \mid P) \mid q_F B_F \tag{54}$$

Foram realizados vários experimentos empregando ambas as metodologias de solução para determinar o valor da opção de investimento em informação e seus resultados são apresentados e comparados na seção seguinte.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

6.5. Experimentos e Resultados

Nesta seção são apresentados os experimentos realizados com ambas as metodologias de solução: pela metodologia de simulação estocástica e pela metodologia híbrida estocástica com números *fuzzy*. Em todos estes experimentos foram considerados os mesmos parâmetros, substituindo-se unicamente a distribuição de probabilidade triangular por um número *fuzzy* triangular.

A seguir são descritos estes experimentos e comparados os resultados obtidos com ambas metodologias.

Para comparar os resultados em cada experimento foram usadas nas tabelas as seguintes métricas: o valor da opção de expansão, o desvio padrão do valor da opção de expansão em cada execução, o tempo empregado em cada execução do experimento, o tempo total empregado em todas as execuções, a média e a variância do valor da opção do experimento, o erro médio relativo da metodologia híbrida estocástica com números *fuzzy* em relação à metodologia de simulação estocástica e a eficiência em tempo da metodologia híbrida proposta. Esta eficiência em tempo é calculada da mesma forma como no capítulo 5 usando a equação (50).

Todos os experimentos apresentados neste capítulo foram executados em um microcomputador com processador AMD Athlon de 1.5GHz e com 256Mb de memória RAM.

6.5.1. Experimento 1

Neste experimento foi determinado o valor da opção real de investimento em informação para uma reserva de petróleo usando as metodologias de simulação estocástica, ou simulação Monte Carlo (ROV – *Real Option Value*), e a Híbrida Estocástica com Números *Fuzzy* (FROV – *Fuzzy Real Option Value*), com o Movimento Geométrico Browniano para representar o processo que segue o preço do petróleo.

O problema apresenta três alternativas de desenvolvimento do campo, considerando-se a opção de investimento em informação em cada alternativa. Além disso, cada alternativa apresenta a mesma expectativa de redução de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

variância do tamanho da reserva por revelação da informação (EVR do tamanho da reserva), assim como a expectativa de redução de variância da qualidade econômica por revelação da informação (EVR da qualidade econômica).

Conforme mencionado anteriormente, este experimento considera duas incertezas técnicas para cada alternativa de investimento que contém a opção de investimento em informação. Estas incertezas correspondem ao tamanho e à qualidade econômica da reserva. As incertezas técnicas são representadas num caso por funções de probabilidade triangular e no outro por números *fuzzy* triangulares. A variação da incerteza técnica considerada é de 50%, isto é, tanto as distribuições triangulares como os números *fuzzy* são simétricos. Os valores dos parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 20.

Foi usado um gerador de números Pseudo Aleatório (vide Apêndice B) para realizar a amostragem da distribuição de probabilidade e para o processo estocástico que segue o preço do petróleo. Por este motivo o número de simulações para o preço do petróleo foi de 10.000 simulações.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

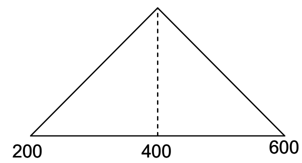
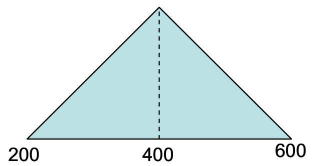
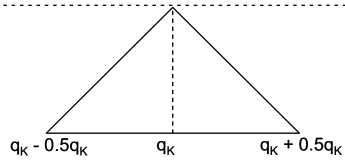
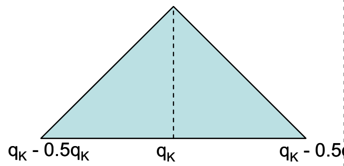
	ROV ***(Simulação M. Carlo)***	**FROV** ***(Híbrido com Fuzzy)***
Incerteza: Tamanho da Reserva em MM bbl (B)	Distribuição Triangular 	Número *Fuzzy* Triangular 
Incerteza: Qualidade Econômica da Alternativa k (q_k)		
q_1	8 %	8 %
q_2	16 %	16 %
q_3	22 %	22 %
Simulações para o Preço do Petróleo (*Paths*)	10 000	10 000
Número de Amostras da Incerteza Técnica	1000	Número *Fuzzy* Triangular
Processo Estocástico para o Preço do Petróleo	Movimento Geométrico Browniano	Movimento Geométrico Browniano
Tipo de Amostragem	Pseudo Aleatório	Pseudo Aleatório
Discretização do Tempo	0.08333333	0.08333333
Tempo de Aprendizado	1 ano	1 ano
Estimativa de Redução de Variância para B e q_k	50 %	50 %
Custo de Investimento: I	10 MM US$	10 MM US$

Tabela 20 - Parâmetros usados no experimento 1 de opções de investimento em informação

O experimento foi executado 13 vezes. A Tabela 21 apresenta os resultados obtidos com ambas metodologias (a metodologia híbrida estocástica com números *fuzzy* e a metodologia de simulação estocástica).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

	Amostragem Pseudo Aleatorio					
	Tempo	**Fuzzy ROV**		**ROV**		Tempo
	Horas	**V. Opção**	**Desv. Padrão**	**Desv. Padrão**	**V. Opção**	Horas
1	0:02:17	348.309	347.625	384.229	328.396	42:10:43
2	0:02:20	345.592	344.901	383.986	329.446	44:11:26
3	0:01:57	348.321	347.597	385.373	332.411	40:37:20
4	0:02:10	345.258	346.625	383.627	329.92	44:04:21
5	0:02:34	348.543	347.658	385.067	326.436	42:06:09
6	0:02:24	348.163	348.778	392.589	333.272	39:36:26
7	0:01:56	345.616	345.671	385.047	327.974	41:16:47
8	0:01:45	348.17	346.679	382.005	326.525	46:51:33
9	0:01:18	345.42	345.696	388.047	328.514	47:18:59
10	0:01:42	343.845	344.437	383.488	328.191	46:31:50
11	0:02:14	348.147	347.827	386.858	329.106	46:43:01
12	0:01:49	345.456	346.038	384.459	326.439	41:15:14
13	0:01:25	346.774	347.596	386.06	328.719	46:39:46

		Fuzzy ROV			**ROV**	
	Tempo	**V. Opção**			**V. Opção**	Tempo
MÉDIA DOS EXPERIMENTOS	0:01:59	**346.74**			**328.87**	43:47:58
VARIÂNCIA DOS EXPEIMENTOS		**2.57**			**4.36**	
TEMPO TOTAL	0:25:51					569:23:35

ERRO MÉDIO	**5.43%**		
EFICIÊNCIA MÉDIA	**99.92%**	**1321.61**	**Vezes mais rápido com Números Fuzzy**

Tabela 21 - Comparação de Resultados utilizando o Movimento Geométrico Browniano no caso da opção de investimento em informação

Observa-se que o erro médio relativo das simulações entre os métodos é pequeno e aceitável para o tipo de aplicação. Observa-se também que os desvios padrões para cada execução em ambas metodologias são muito próximos. Destaca-se a significativa diferença de tempo computacional entre ambas metodologias: 569:23 horas para a metodologia de simulação estocástica e 25 minutos para o metodologia híbrida proposta, apresentando uma boa eficiência computacional, sendo a última metodologia 1321.61 vezes mais rápida.

A seguir, apresenta-se a título de ilustração, o número *fuzzy* que representa o valor da opção resultante da última execução do experimento (Figura 27).

$FROV_{13}$ = (-421.668, 305.278, 1281.2).

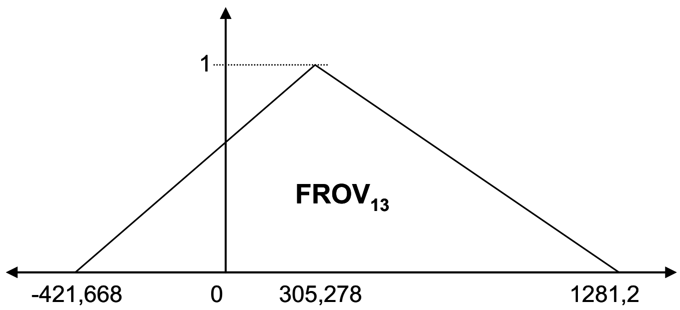


Figura 27 - Número *fuzzy* do valor da opção resultante da última execução do experimento 1

6.5.2. Experimento 2

Este experimento é similar ao anterior; nele analisa-se o problema de determinar o valor da opção de investimento em informação em uma reserva de petróleo considerando duas incertezas técnicas e usando as metodologias de simulação estocástica, ou simulação Monte Carlo (ROV) e a Híbrida Estocástica com Números *Fuzzy* (FROV). Foram utilizados os mesmos parâmetros que no experimento anterior exceto que a expectativa da revelação de variância para a qualidade econômica e do tamanho da reserva é de 25%. O problema apresenta três alternativas de desenvolvimento do campo considerando a opção de investimento em informação. Os valores dos parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 22.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

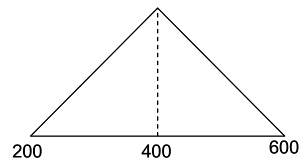
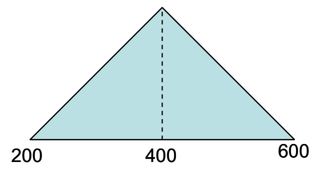
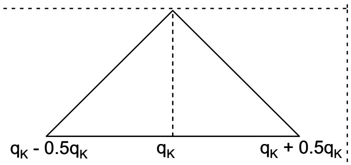
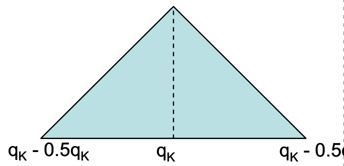
	ROV **(*Simulação M. Carlo)***	**FROV** **(*Híbrido com Fuzzy)***
Incerteza: Tamanho da Reserva em MM bbl (B)	Distribuição Triangular 	Número *Fuzzy* Triangular 
Incerteza: Qualidade Econômica da Alternativa k (q_k)		
q_1	8 %	8 %
q_2	16 %	16 %
q_3	22 %	22 %
Simulações para o Preço do Petróleo (*Paths*)	10 000	10 000
Número de Amostras da Incerteza Técnica	1000	Número *Fuzzy* Triangular
Processo Estocástico para o Preço do Petróleo	Movimento Geométrico Browniano	Movimento Geométrico Browniano
Tipo de Amostragem	Pseudo Aleatório	Pseudo Aleatório
Discretização do Tempo	0.08333333	0.08333333
Tempo de Aprendizado	1 ano	1 ano
Estimativa de Redução de Variância para B e q_k	25 %	25 %
Custo de Investimento: I	10 MM US$	10 MM US$

Tabela 22 - Parâmetros usados no experimento 2 de opções de investimento em informação

Este experimento também foi executado 13 vezes. A Tabela 23 apresenta os resultados obtidos para o valor da opção de investimento em informação e o tempo utilizado em cada execução do experimento. A Tabela 23 apresenta também todas as métricas consideradas no experimento anterior.

	Amostragem Pseudo Aleatorio					
	Tempo	Fuzzy ROV		ROV		Tempo
	horas	V. Opção	Desv. Padrão	Desv. Padrão	V. Opção	horas
1	0:01:59	326.399	238.555	352.826	320.897	42:36:57
2	0:01:34	326.653	237.951	355.694	324.011	41:38:28
3	0:01:45	327.037	238.512	352.039	319.181	39:58:38
4	0:01:37	327.46	238.144	354.701	318.661	45:33:39
5	0:01:58	325.48	237.382	353.191	320.667	47:16:36
6	0:01:45	323.981	236.173	350.697	316.484	46:53:49
7	0:01:55	327.957	239.156	354.125	319.441	47:23:10
8	0:01:49	326.125	237.923	350.997	317.063	49:35:01
9	0:01:42	326.931	238.831	353.659	319.211	43:42:17
10	0:02:40	321.278	235.461	355.769	324.161	47:48:11
11	0:02:14	327.733	238.515	354.95	322.776	46:12:51
12	0:01:20	327.362	238.136	352.07	318.052	39:23:55
13	0:01:48	328.12	238.665	350.524	318.512	43:17:32

		Fuzzy ROV	ROV	
	Tempo	V. Opção	V. Opção	Tempo
MÉDIA DOS EXPERIMENTOS	0:01:51	326.35	319.93	44:43:10
VARIÂNCIA DOS EXPEIMENTOS		3.58	6.06	
TEMPO TOTAL	0:24:06			581:21:04

ERRO MÉDIO	2.01%		
EFICIÊNCIA MÉDIA	99.93%	1447.35	Vezes mais rápido com Números Fuzzy

Tabela 23 - Comparação de Resultados utilizando o Movimento Geométrico Browniano no caso da opção de investimento em informação

Neste experimento observa-se que o erro médio relativo das simulações é pequeno (aproximadamente 2%) e aceitável para o tipo de aplicação. Este erro é bem menor que o obtido no experimento anterior devido à diminuição da estimativa de redução de variância na incerteza técnica.

Novamente destaca-se a boa eficiência computacional da metodologia híbrida proposta, por ter uma significativa diferença no tempo computacional entre ambas metodologias, sendo o tempo empregado para a metodologia de simulação estocástica de 581:21 horas e de 24 minutos para a metodologia híbrida proposta, sendo esta última metodologia 1447.35 vezes mais rápida.

A seguir, apresenta-se o número *fuzzy* que representa o valor da opção resultante da última execução do experimento (Figura 28).

$FROV_{13}$ = (-216.052, 307.902, 953.163).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA

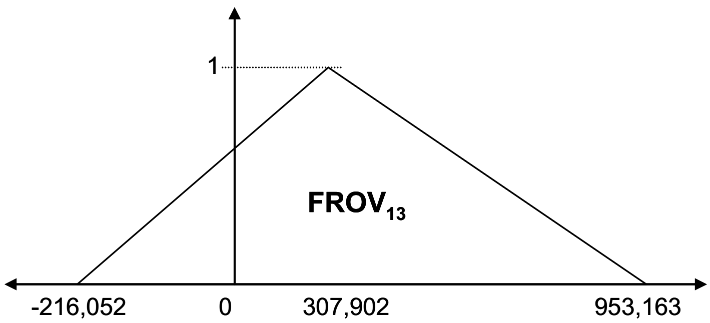


Figura 28 - Número *fuzzy* do valor da opção resultante da última execução do experimento 2

Conforme mencionado no início deste capítulo, o objetivo principal deste estudo de caso foi verificar o desempenho da metodologia proposta no caso de se ter duas incertezas técnicas em várias opções de investimento (neste caso foram consideradas três opções de investimento, cada uma com duas incertezas técnicas). Deste modo, não foram testadas outras configurações nos experimentos, uma vez que, conforme demonstrado no capítulo anterior, essas variações não afetam muito o desempenho em termos de tempo computacional e precisão.

6.6. Conclusões

Dos resultados obtidos nos experimentos, observa-se que a metodologia híbrida proposta, que une a simulação Monte Carlo com os Números *Fuzzy* e processos estocásticos para representar o comportamento do preço do petróleo, da mesma forma que nos experimentos do capítulo anterior, apresenta na média valores muito próximos para o valor da opção de investimento em informação, isto é, o erro médio relativo é pequeno.

A metodologia híbrida com número *fuzzy* emprega significativamente menos tempo nas simulações que a metodologia tradicional de simulação estocástica.

Comprovou-se novamente que o uso de números *fuzzy* para a representação das incertezas técnicas permite obter uma boa aproximação do valor da opção. Alem disso, a metodologia torna possível se executar vários experimentos em pouco tempo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0024885/CA