

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Juan Guillermo Lazo Lazo

**Determinação do Valor de Opções Reais por Simulação
Monte Carlo com Aproximação por Números Fuzzy e
Algoritmos Genéticos**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientadores: Marley Maria B. R. Vellasco
Marco Aurélio C. Pacheco

DEE-PUC-Rio, Agosto de 2004



Juan Guillermo Lazo Lazo

**Determinação do Valor de Opções Reais por Simulação
Monte Carlo com Aproximação por Números Fuzzy e
Algoritmos Genéticos**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Dr. Marco Aurélio Cavalcanti Pacheco

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Dr. Ricardo Tanscheit

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Dr. Tara Keshar Nanda Baidya

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Dr. José Paulo Teixeira

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Dr. Valmir Carneiro Barbosa

COPPE-UFRJ

Dr. Alexandre Gonçalves Evsukoff

COPPE-UFRJ

Dr. José Franco Machado do Amaral

UERJ

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 27 de Agosto de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Juan Guillermo Lazo Lazo

Graduou-se em Engenharia Eletrônica na Universidad Nacional de San Agustin de Arequipa – Perú em 1995. Obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 2000, tendo como área de concentração: Métodos de Apoio à Decisão e como linha de pesquisa: Inteligência Computacional aplicada a Finanças Desenvolveu junto com os seus orientadores diversos projetos para a indústria.

Ficha Catalográfica

Lazo Lazo, Juan Guillermo

Determinação do valor de opções reais por simulação monte carlo com aproximação por números fuzzy e algoritmos genéticos / Juan Guillermo Lazo Lazo; orientadores: Marley Maria B. R. Vellasco, Marco Aurélio C. Pacheco. – Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2004.

190 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Elétrica – Teses. 2. Opções reais. 3. Números fuzzy. 4. Simulação Monte Carlo. 5. Algoritmos genéticos. 6. Incertezas técnicas e econômicas. 7. Processos estocásticos. I.Vellasco, Marley Maria B. R. II.Pacheco, Marco Aurélio C. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

Aos meus queridos pais Lucy e Juan.

Agradecimentos

A Deus.

A meus pais por seu amor, carinho e seu contínuo apoio e estímulo.

Aos meus orientadores Professores Marley M. B. R. Vellasco e Marco Aurélio C. Pacheco, pelo apoio, confiança e pela sua dedicada orientação.

Ao professor Tara Keshar Nanda Baidya pelo inestimável apoio e comentários durante o desenvolvimento deste trabalho.

A Marco Antônio G. Dias pelo apoio e comentários durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio financeiro.

Aos professores, pesquisadores, funcionários e colegas do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

À Pontificia Universidade Católica de Rio de Janeiro.

A mis amigos Ediso Yvan por contínuo seu apoio e colaboração.

Aos amigos de ICA por seu contínuo apoio e colaboração.

Resumo

Lazo Lazo, Juan Guillermo. **Determinação do Valor de Opções Reais por Simulação Monte Carlo com Aproximação por Números Fuzzy e Algoritmos Genéticos**. DEE-PUC-Rio, 2004. 190p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

As decisões econômicas de investimento, assim como as avaliações econômicas de projetos, são afetadas por incertezas econômicas, incertezas técnicas e por flexibilidades gerenciais embutidas em projetos. Flexibilidades gerenciais dão liberdade ao gerente para tomar decisões, tais como investir, expandir, parar temporariamente ou abandonar um determinado projeto. Tais flexibilidades possuem valor e só a teoria de opções reais consegue avaliá-las.

As opções reais permitem considerar, além das incertezas, a flexibilidade gerencial, tendo por objetivo maximizar o valor da oportunidade de investimento.

Para se determinar o valor de uma opção real, normalmente são utilizados modelos de árvores binomiais, diferenças finitas ou técnicas de simulação Monte Carlo. Entretanto, os métodos tradicionais de árvores binomiais e diferenças finitas são impraticáveis na avaliação de opções com mais de três fatores de incerteza, enquanto que a simulação Monte Carlo tem um custo computacional muito elevado devido ao processo iterativo da simulação estocástica na amostragem de cada variável.

O objetivo deste trabalho é pesquisar uma metodologia computacionalmente viável para determinar o valor de opções reais sob diversas incertezas técnicas e de mercado. Neste contexto, é feita uma investigação multidisciplinar (lógica *fuzzy*, computação evolucionária, processos estocásticos e opções reais) em busca de métodos alternativos que possam reduzir o tempo computacional e assim facilitar as tomadas de decisão conseqüentes da simulação. Para isto, é proposta a união de várias técnicas: Números *Fuzzy* para representar determinados tipos de incertezas das quais se desconhece o processo estocástico que as modela, processos estocásticos para representar as demais incertezas e a simulação Monte Carlo para obter uma boa aproximação do valor da opção real. Além disso, aplica-se um algoritmo genético em conjunto com a simulação Monte Carlo para aproximar uma regra de decisão ótima e determinar o valor da opção real no caso de se ter várias opções de investimento em um projeto. A regra ajuda na decisão

entre o investimento imediato em uma das opções ou a espera por melhores condições, as quais dependem do estado das incertezas consideradas.

O modelo proposto foi avaliado em problemas de opção de expansão e de opção de investimento em informação, aplicados na área de exploração e produção de petróleo, obtendo os mesmos resultados que as técnicas convencionais com uma redução expressiva do custo computacional.

A principal contribuição deste trabalho é a concepção de uma nova metodologia para a determinação do valor de opções reais na presença de incertezas técnicas e de mercado, que oferece vantagens em relação aos métodos convencionais. Os resultados obtidos comprovam que o uso de números *fuzzy* para representar incertezas das quais se desconhece o processo estocástico que as modela, reduz significativamente o tempo computacional. Além disso, a metodologia demonstra que a técnica de algoritmos genéticos é adequada para obter uma regra de decisão ótima, com uma boa aproximação do valor da opção real, quando são consideradas várias opções de investimento.

Palavras-chave

Opções Reais; Números *Fuzzy*; Simulação Monte Carlo; Incertezas Técnicas e Econômicas; Algoritmos Genéticos; Processos Estocásticos.

Abstract

Lazo Lazo, Juan Guillermo. **Determination of the Value of Real Options for Monte Carlo Simulation whit Approach for Fuzzy Numbers and Genetic Algorithms.** Rio de Janeiro, 2004. 190p. Ph.D. Thesis - Department of Electrical Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

The economic decision on investment and evaluation of projects are affected by economic and technical uncertainties and by management flexibilities inserted on projects. These management flexibilities give the manager freedom to take decisions, such as to invest, to expand, to temporarily stop or to abandon a Project. These flexibilities have value and only can be evaluated ththrough real option theory.

The use of real options considers uncertainties and management flexibilities with the objective of maximizing the value of the investment opportunity.

To determine the value of the real option, models of binomials tree, finite differences or Monte Carlo simulation techniques are normally used. However, the traditional methods of binomials tree and finite differences are impracticable in the evaluation of options with more than three uncertainties, while the Monte Carlo simulation presents a high computational cost due to the iterative process of the stochastic simulation in sampling each variable.

The objective of this work is to investigate a computational methodology that can be used to determine the value of real option under diverse uncertainties, both of technical and market types. Therefore, this work investigates methods that can reduce computational time and thus create means for taking decisions. For this purpose, the union of several techniques is proposed: fuzzy numbers to represent some types of uncertainties of which an adequate stochastic process is unknown, stochastic process to represent other uncertainties and the Monte Carlo simulation to obtain a good approximation of the value of real options. Moreover, a genetic algorithm, together with Monte Carlo simulation, is used to approximate an optimum decision rule and to determine the value the real option when several investment options are available in a project. The rule helps decide whether to make an immediate investment in an option or to wait for better conditions; this is dependent on the state of the uncertainties considered.

The proposed model was evaluated in problems of options of expansion and

of investment in information, applied in the area of oil exploration and production. Results obtained were similar to those achieved by conventional techniques, with a substantial reduction in computational time.

The main contribution of this work is the conception of a new methodology for the determination of the value of real options with technical and market uncertainties. This methodology has shown to be advantages in relation to conventional methods.

Results show that the use of fuzzy numbers to represent uncertainties of which the stochastic process that shapes them is unknown reduces the computational time significantly. Moreover, the methodology demonstrates that the genetic algorithm is an adequate technique for approximating a decision rule when many investment options are considered.

Keywords

Real Options; Fuzzy Numbers; Monte Carlo Simulation; Technical Uncertainties and Economic Uncertainties; Genetic Algorithms; Stochastic Process.

Sumário

1	Introdução	21
1.1.	Motivação	21
1.2.	Objetivos	22
1.3.	Descrição da Tese	22
1.4.	Contribuições	24
1.5.	Organização da Tese	24
2	Teoria das Opções Reais	26
2.1.	Introdução	26
2.2.	Opções Financeiras	26
2.2.1.	Opções de Compra	27
2.2.2.	Opções de Venda	27
2.3.	Opções Reais	30
2.3.1.	Tipos de Opções Reais	31
2.4.	Métodos de Avaliação de Opções Reais	36
2.4.1.	Ativos Contingentes	37
2.4.2.	Programação Dinâmica	38
2.4.3.	Métodos Numéricos	39
2.4.4.	Técnicas de Simulação	42
3	Técnicas de Inteligência Computacional	46
3.1.	Introdução	46
3.2.	Algoritmos Genéticos	46
3.2.1.	Representação	48
3.2.2.	Codificação e Decodificação	48
3.2.3.	Avaliação	49
3.2.4.	Operadores Genéticos	49
3.2.5.	Parâmetros da Evolução	51
3.3.	Teoria de Conjuntos <i>Fuzzy</i>	53
3.3.1.	Conjunto <i>Fuzzy</i>	54

3.3.2. Conjunto Singleton	54
3.3.3. α -Cut de um Conjunto <i>Fuzzy</i>	55
3.4. Números <i>Fuzzy</i>	56
3.4.1. Número <i>Fuzzy</i> Triangular	57
3.4.2. Número <i>Fuzzy</i> Trapezoidal	58
3.4.3. Aritmética Intervalar	60
3.4.4. Operações com Números <i>Fuzzy</i>	62

4 Metodologia Proposta para o Cálculo do Valor de Opções Reais por Simulação Monte Carlo com Aproximação por Números *Fuzzy* e Algoritmos Genéticos.

4.1. Introdução	67
4.2. Descrição da Metodologia Proposta de Avaliação de Opções Reais por Aproximação com Números <i>Fuzzy</i>	67
4.2.1. Módulo: Gerador e amostrador de números aleatórios	68
4.2.2. Módulo: Processo Estocástico para a <i>Commodity</i>	69
4.2.3. Módulo: Números <i>Fuzzy</i>	70
4.2.4. Módulo: Cálculo da Curva de Gatilho	71
4.2.5. Módulo: Simulação Monte Carlo para Determinar o Valor da Opção	74
4.2.6. Módulo: Valor da Opção	75
4.3. Descrição da Metodologia Proposta para a Obtenção de uma Regra de Decisão Ótima por Aproximação com Algoritmos Genéticos	75
4.3.1. Módulo: Gerador e amostrador de números aleatórios	76
4.3.2. Módulo: Processo Estocástico para a <i>Commodity</i>	77
4.3.3. Módulo: Algoritmo Genético	77
4.3.4. Módulo: Regra de Decisão e Valor da Opção	80

5 Estudo de Casos: Valor da Opção de Expansão por Aproximação com Números *Fuzzy*

5.1. Introdução	81
5.2. Descrição do Problema	82
5.3. Solução por Simulação Estocástica	86
5.3.1. Avaliação da Opção de Expansão pela Metodologia Tradicional	87
5.4. Solução pela Metodologia Híbrida Estocástica com Números <i>Fuzzy</i>	89

5.5. Experimentos e Resultados	92
5.5.1. Experimento 1	92
5.5.2. Experimento 2	96
5.5.3. Experimento 3	99
5.5.4. Experimento 4	102
5.5.5. Experimento 5	105
5.5.6. Experimento 6	108
5.5.7. Experimento 7	110
5.5.8. Experimento 8	113
5.6. Conclusões	115

6 Estudo de Casos: Valor da Opção de Investimento em Informação por Aproximação com Números <i>Fuzzy</i>	118
6.1. Introdução	118
6.2. Descrição do Problema	119
6.3. Solução por Simulação Estocástica	120
6.3.1. Avaliação da Opção de Investimento em Informação pela Metodologia Tradicional	122
6.4. Solução pela Metodologia Híbrida Estocástica com Números <i>Fuzzy</i>	123
6.5. Experimentos e Resultados	125
6.5.1. Experimento 1	125
6.5.2. Experimento 2	129
6.6. Conclusões	132

7 Estudo de Casos: Obtenção de uma Regra de Decisão Ótima por Aproximação com Algoritmos Genéticos	133
7.1. Introdução	133
7.2. Descrição do Problema	133
7.3. Modelando as Incertezas do Preço do Petróleo	134
7.4. Regra de Decisão Ótima	135
7.5. Modelagem do Problema	136
7.6. Representação do Cromossomo	138
7.7. Avaliação do Cromossomo	141
7.8. Resultados	143

8 Conclusões e Trabalhos Futuros	146
8.1. Trabalhos Futuros	149
9 Referências Bibliográficas	150
Apêndice A	156
Tipos de Incerteza em Projetos de Investimento	156
Incerteza de Mercado	156
Incerteza Técnica	156
Apêndice B	158
Técnicas de Redução de Variância	158
Latin Hypercube Sampling	159
Seqüências de Baixa Discrepância ou Quase Monte Carlo	160
Apêndice C	162
Processos Estocásticos	162
Processo de Markov	162
Processo de Wiener	162
Processo Generalizado de Wiener	163
Processo de Itô	164
Lema de Itô	164
Movimento Geométrico Browniano	164
Processo de Reversão à Média	166
Modelo de Reversão à Média de Schwartz	167
Modelo de Reversão à Média de Dias	169
Apêndice D	171
Algoritmo de Grant, Vora e Weeks	171
Apêndice E	176
Média de um Número <i>Fuzzy</i>	176
Variância de um Número <i>Fuzzy</i>	177

Apêndice F	180
Descrição da Metodologia Tradicional de Avaliação de Opções Reais	180
Descrição da Metodologia Proposta para Avaliação de Opções Reais por Aproximação com Números <i>Fuzzy</i>	184
Apêndice G	188

Lista de figuras

Figura 1 – Variação do valor de uma opção de compra	27
Figura 2 – Variação do valor de uma opção de venda.....	28
Figura 3 - Representação do modelo de árvores binomiais com três períodos.	40
Figura 4 – Ramo da árvore binomial	41
Figura 5 – Procedimento básico do algoritmo genético	48
Figura 6 – Cruzamento de um ponto.....	50
Figura 7 – Mutação.....	50
Figura 8 - Componentes de um conjunto <i>fuzzy</i>	54
Figura 9 – Conjunto singleton.....	55
Figura 10 – α -Cut de um conjunto <i>fuzzy</i>	55
Figura 11 – Intervalo α -Cut de um número <i>fuzzy</i> ($\alpha' < \alpha$) $\rightarrow (A\alpha \subset A\alpha')$	57
Figura 12 – Número <i>fuzzy</i> triangular $A = [a_1, a_2, a_3]$	58
Figura 13 – Número <i>fuzzy</i> trapezoidal $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$	59
Figura 14 - Solução analítica da soma <i>fuzzy</i>	63
Figura 15 - Número <i>fuzzy</i> como intervalo de confiança	66
Figura 16 – Principais partes da metodologia proposta para determinar o valor da opção por aproximação com números <i>fuzzy</i>	68
Figura 17 – Representação da incerteza técnica por um número <i>fuzzy</i> triangular	70
Figura 18 - Discretização do tempo no algoritmo de Grant, Vora e Weeks	72
Figura 19 - Cálculo do valor da opção no tempo T por simulação Monte Carlo.....	72
Figura 20 - Incremento de $S_{T-\Delta t}$ e simulação Monte Carlo.....	73
Figura 21 - Repetir recursivamente os passos 2 e 3	73
Figura 22 - Cálculo do valor final da opção.....	74
Figura 23 – Principais partes da metodologia proposta para obter uma regra de decisão ótima e determinar o valor da opção por aproximação com um algoritmo genético	76

Figura 24 – Estrutura do cromossomo para N alternativas de investimento.	78
Figura 25 – Curva de gatilho e caminhos do preço da <i>commodity</i>	80
Figura 26 - Período de exercício da opção	86
Figura 27 - Número <i>fuzzy</i> do valor da opção resultante da última execução do experimento 1	129
Figura 28 - Número <i>fuzzy</i> do valor da opção resultante da última execução do experimento 2	132
Figura 29 - A curva de gatilho e caminhos do preço do petróleo	136
Figura 30 – Cromossomo	140
Figura 31 - Fluxograma do modelo.....	143
Figura 32 - Comparação das regra de decisão ótima obtidas pelo A.G. e E.D.P. quando o preço do petróleo segue um movimento geométrico browniano.....	144
Figura 33 - Comparação das regra de decisão ótima obtidas pelo A.G. e E.D.P. quando o preço do petróleo segue um processo de reversão à média.....	145
Figura 34 - Histograma e QQ-Plot para amostras aleatórias obtidas com SRS e com LHS.....	160
Figura 35 – Comparação de pontos de uma seqüência pseudo aleatória e seqüência quase Monte Carlo de Sobol.....	161
Figura 36 – Comparação de duas amostras de uma distribuição normal obtidas de uma seqüência pseudo aleatória e seqüência quase Monte Carlo de Sobol.....	161
Figura 37 - Discretização do tempo no algoritmo de Grant, Vora e Weeks	173
Figura 38 - Cálculo do valor da opção no tempo T por simulação Monte Carlo.....	174
Figura 39 - Incremento de $S_{T-\Delta t}$ e simulação Monte Carlo.....	174
Figura 40 - Repetir recursivamente os passos 2 e 3.....	175
Figura 41 - Cálculo do valor final da opção.....	175
Figura 42 – Definição das distribuições para as incertezas técnicas e do processo estocástico para o preço e amostragem das incertezas...	181

Figura 43 – Construção da curva de gatilho com o algoritmo de Grant, Vora e Weeks.....	182
Figura 44 – Simulação Monte Carlo para o cálculo do valor da opção para as amostras da incerteza.	182
Figura 45 – Cálculo do valor da opção para as amostras da incerteza... ..	183
Figura 46 – Tomam-se novas amostras e calcula-se do valor da opção para as amostras da incerteza.	183
Figura 47 – Repetição do processo de cálculo do valor da opção para as amostras da incerteza.....	184
Figura 48 – Valor da opção real resultante da simulação.....	184
Figura 49 – Definição dos números <i>fuzzy</i> para as incertezas técnicas e do processo estocástico para o preço da <i>commodity</i>	185
Figura 50 – Construção da curva de gatilho com o algoritmo de Grant, Vora e Weeks modificado para trabalhar com números <i>fuzzy</i>	186
Figura 51 – Simulação Monte Carlo para o cálculo do valor da opção ...	186
Figura 52 – Cálculo do valor da opção <i>fuzzy</i> para todos os caminhos do preço.	187
Figura 53 – Valor da opção <i>fuzzy</i> resultante da simulação.	187

Lista de tabelas

Tabela 1 – Analogia entre opções financeiras e opções reais.....	31
Tabela 2 - Parâmetros usados no experimento 1	93
Tabela 3 - Comparação de Resultados utilizando o Movimento Geométrico Browniano	95
Tabela 4 - Parâmetros usados no experimento 2	97
Tabela 5 - Comparação de Resultados utilizando o Movimento Geométrico Browniano com 5000 simulações para o preço do petróleo.....	98
Tabela 6 - Parâmetros usados no experimento 3.	100
Tabela 7 - Comparação de Resultados utilizando o Processo de Reversão à Média com 1000 simulações para o preço do petróleo	101
Tabela 8 - Parâmetros usados no experimento 4	103
Tabela 9 - Comparação de Resultados utilizando o Processo de Reversão à Média com 5000 simulações para o preço do petróleo	104
Tabela 10 - Parâmetros usados no experimento 5	106
Tabela 11 - Comparação de Resultados utilizando o Processo de Reversão à Média com 5000 simulações para o preço do petróleo e incerteza técnica assimétrica.....	107
Tabela 12 - Parâmetros usados no experimento 6	109
Tabela 13 - Comparação de Resultados utilizando o Processo de Reversão à Média e duas incertezas técnicas	110
Tabela 14 - Parâmetros usados no experimento 7	111
Tabela 15 - Comparação de resultados utilizando o processo de reversão à média com saltos e uma incertezas técnicas	112
Tabela 16 - Parâmetros usados no experimento 8	114
Tabela 17 - Comparação de Resultados das 30 repetições do experimento.....	115
Tabela 18 – Resumo dos resultados dos experimentos.....	117
Tabela 19 - Parâmetros das três alternativas de investimento em informação	121

Tabela 20 - Parâmetros usados no experimento 1 de opções de investimento em informação	127
Tabela 21 - Comparação de Resultados utilizando o Movimento Geométrico Browniano no caso da opção de investimento em informação	128
Tabela 22 - Parâmetros usados no experimento 2 de opções de investimento em informação	130
Tabela 23 - Comparação de Resultados utilizando o Movimento Geométrico Browniano no caso da opção de investimento em informação	131
Tabela 24 - Parâmetros das três alternativas	137
Tabela 25 – Restrições para cada gene do cromossomo	139
Tabela 26 - Tabela comparativa do VPL obtido pelo Algoritmo Genético e por EDP	143

Lista de símbolos e abreviações

C_T	Valor da opção de compra na data de vencimento T
P_T	Valor da opção de venda na data de vencimento T
S_T	Preço do ativo objeto na data de vencimento T
K	Preço de exercício
T	Data de vencimento da opção
S	Preço do ativo objeto (ação)
S_0	Preço atual do ativo
σ	Volatilidade do ativo objeto
τ	Tempo que falta para a expiração da opção
r	Taxa de juros livre de risco
δ	Dividendos do ativo objeto
F	Valor da opção real
V	Retorno do investimento
I	Investimento
P^*	Preço ótimo para o exercício da opção
dz	Incremento de Wiener
π_T	Remuneração terminal da opção
$\mu_A(x)$	Graus de pertinência ao conjunto <i>fuzzy</i> A
$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$	Intervalo α -cut para um número <i>fuzzy</i> A
$a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}$	Limite inferior e limite superior do intervalo α -cut
$exp(-rt)$	Taxa de desconto
VPL	Valor Presente Líquido
TIR	Taxa Interna de Retorno
FCD	Fluxo de Caixa Descontado
AG	Algoritmos Genéticos
SRS	Simple Random Sampling
LHS	Latin Hypercube Sampling
MGB	Movimento Geométrico Browniano
PRM	Processo de Reversão à Média
ROV	Real Option Value
$FROV$	Fuzzy Real Option Value