2 Referencial Teórico

2.1. Teoria das Opções Reais

A maioria dos projetos de avaliação econômico-financeira utiliza o método do Fluxo de Caixa Descontado (FCD), prática esta presente tanto no meio acadêmico quanto no cotidiano das empresas. Quando direcionado à valoração de investimentos reais (projetos), o método do fluxo de caixa descontado traz implicitamente algumas premissas, tais como: 1) o projeto será executado naquele momento; 2) uma vez iniciado, o projeto não é afetado por nenhuma decisão gerencial futura; 3) a decisão é baseada nos fluxos de caixa esperados e, por fim 4) o risco do projeto não se altera com o passar do tempo.

Este método também ignora eventuais sinergias que um projeto possa criar dentro da empresa, ao interagir com outros projetos da companhia, como, por exemplo, possibilidade de executar um segundo projeto que seria inviável sem a existência do primeiro. Dessa forma, ao não considerar o valor intrínseco da flexibilidade gerencial inerente a muitos tipos de empreendimentos, o método do FCD tende a sistematicamente subavaliar esses investimentos.

Percebe-se que os tradicionais métodos de avaliação baseiam-se no princípio de que os parâmetros de entrada são determinísticos e não se alteram no decorrer do tempo, sendo limitados ao desconsiderar a volatilidade das variáveis e não considerar as flexibilidades gerenciais existentes no cotidiano das empresas. A capacidade que a empresa tem de se ajustar às novas informações de mercado não é considerada pelo método do FCD, ocasionando uma análise simplificada e pouco realista, que pode subestimar o verdadeiro valor do projeto, levando a decisões não ótimas.

Ao longo da década de 70, Black e Scholes (1973) e Merton (1973) desenvolveram uma metodologia para valoração de opções financeiras que revolucionou toda a teoria financeira desenvolvida até então. Entende-se como opção um contrato que concede ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de

comprar ou vender determinado ativo, durante um período específico ou em uma data pré-acordada, por um determinado preço. O valor deste ativo é função de uma série de características e seu valor pode se alterar ao longo do tempo, o que gera possibilidade de gerenciá-lo de forma ótima. A metodologia de apreçamento de opções é usada para valorar ativos de mercado, sendo parte dos seus conceitos inclusive direcionados para outras áreas.

A partir destes trabalhos históricos, surgiu a idéia de estender os conceitos de opções financeiras e suas condições de incerteza em projetos de ativos reais, analogia perfeitamente aplicável dada a possibilidade dos gestores de alterar suas decisões ao longo do tempo à medida que novas informações são incorporadas ao projeto, resolvendo parte das incertezas. Este método visa agregar o valor da flexibilidade gerencial à metodologia de valoração tradicional do FCD, e foi intitulada de Teoria das Opções Reais, sendo o brasileiro Tourinho (1979) o pioneiro a aplicar a técnica em um problema que envolvia a valoração de reservas de recursos naturais.

Por esta analogia, pode-se considerar que o ativo-objeto de uma opção real é o valor de um determinado projeto, sendo seu preço de exercício o investimento necessário para implementá-lo e o período de decisão o prazo para a expiração da opção. A Tabela 1 auxilia na identificação das similaridades entre as opções financeiras e as opções sobre ativos reais:

Tabela 1– Comparação entre Opções Financeiras e Opções Reais

Opção Financeira	Opção Real
Preço da ação ou ativo-objeto sujeito a risco	Valor presente de uma oportunidade de investimento
Preço de exercício - opção de compra	Valor presente dos dispêndios no momento do exercício para concretizar a oportunidade de investimento
Tempo até o vencimento	Período de tempo que a decisão de investir pode ser postergada antes que a oportunidade expire
Volatilidade	Medida de variabilidade dos fluxos de caixa
Taxa livre de riscos	Rendimento de uma aplicação financeira isenta de riscos com o mesmo vencimento da opção real
Dividendos	Valor perdido durante o período em que a oportunidade de investimento foi postergada

Fonte: (FONTOURA, 2011)

Embora a Teoria das Opções Reais incorpore condições de incerteza à decisão, o que a aproxima dos conceitos das opções financeiras, geralmente o esforço na modelagem das flexibilidades é significativamente mais complexa quando aplicada em ativos reais. Opções financeiras têm como ativo básico ativos financeiros ou commodities que possuem determinadas características que facilitam o seu tratamento, como preço de mercado, séries históricas, divisibilidade e razoável conhecimento das suas distribuições probabilísticas, o que permitem que suas distribuições futuras sejam modeladas com alguma facilidade. Já o mesmo não ocorre com as opções reais, já que ativos reais são indivisíveis, possuem baixa liquidez devido a sua especificidade, possuem altos custos de transação e assimetria de informação, o tempo de expiração é longo e sua gerência é ativa, o que torna sua modelagem muito mais complexa.

Mesmo assim, após o trabalho seminal de Tourinho (1979), a técnica de opções reais se expandiu e foi amplamente aplicada em projetos de petróleo, gás e energia, sendo objeto de estudo de diversos pesquisadores (BRENNAN e SCHWARTZ, 1985; SIEGEL, SMITH *et al.*, 1987; PADDOCK, SIEGEL *et al.*, 1988; MORCK, SCHWARTZ *et al.*, 1989; TRIGEORGIS, 1990; TRIGEORGIS, 1996; SCHWARTZ, E. S., 1997a; SCHWARTZ, E. S., 1997b; SCHWARTZ, 1998; TUFANO, 1998; AMRAM e KULATILAKA, 1999). A expectativa é que estes segmentos continuem atraindo pesquisas acadêmicas com o uso de Opções Reais principalmente devido à reestruturação e recente expansão do setor de energia. No caso de projetos de fontes alternativas de energia, geralmente há um alto grau de flexibilidade gerencial associada, principalmente quando o insumo consiste em combustíveis alternativos como, por exemplo, a biomassa.

Amran e Kulatilaka (1999) argumentam que o emprego da Teoria das Opções Reais permite aos administradores compreender o comportamento das incertezas, facilitando o posicionamento de seus investimentos de modo a tirar o máximo proveito da situação. Sendo assim, a administração ativa cria valor à oportunidade de investimento, ampliando as possibilidades de ganho. Tais vantagens em um ambiente capital intensivo como o segmento de energia pode ser um importante diferencial na viabilidade econômico-financeira de projetos.

Dixit e Pindyck (1994) afirmam que são necessárias três características básicas para que um projeto possa ser avaliado através da TOR, são elas: 1) em função dos riscos, o valor futuro do projeto é *incerto*; 2) o investimento, quando

realizado é parcialmente ou totalmente *irreversível* e, por fim 3) o comportamento dos gestores não é estático, ou seja, existe por parte da gestão *flexibilidade* para agir, permitindo adaptar o projeto às novas informações e *incertezas*. Brandão e Dyer (2009) afirmam que a *incerteza* está presente em praticamente todos os projetos e é uma das principais fontes de risco associado ao negócio, sendo sua correta modelagem parte essencial para o sucesso da avaliação.

A avaliação de projetos usando a Teoria de Opções Reais pode ser resumida em algumas etapas básicas. O método parte da avaliação tradicional usando o Fluxo de Caixa Descontado, do qual se obtém o valor esperado do projeto. Neste ponto da análise, tem-se apenas um cenário determinístico refletindo o que, na avaliação dos gerentes, acontecerá no empreendimento. No entanto, o fluxo de caixa do projeto está sujeito a inúmeras incertezas, entre as quais algumas se destacam como capazes de influenciar mais significativamente a geração de caixa e, portanto, o valor do projeto. Incerteza significa risco, que pode ser estimado pela volatilidade passada dessas variáveis, assim como pela identificação do comportamento que tais variáveis têm apresentado.

Geralmente preços de commodities livremente negociadas em mercado apresentem um comportamento de grande variabilidade permeada, no entanto, por uma tendência de reversão a um valor de equilíbrio de longo prazo. Outras variáveis podem ter comportamento mais explosivo, com preços variando livremente em torno de uma tendência claramente positiva ou, ainda, variáveis que apresentem uma combinação dessas características. Assim, a segunda etapa da metodologia envolve modelar matematicamente o comportamento das incertezas presentes no projeto e, conseqüentemente, o risco do projeto ao longo do tempo.

Para a modelagem das incertezas geralmente se utilizam abordagens baseadas em processos estocásticos. Um processo estocástico pode ser definido como um modelo que descreve a estrutura de probabilidade de uma sequência de observações ao longo do tempo, sendo que suas oscilações ocorrem de modo aleatório (HULL, 2000). Basicamente um processo estocástico é uma família $Z = \{Z(t), t \in N\}$ tal que para cada $t \in R$, $Z(t)$ é uma variável aleatória. Se $N \equiv \{1, 2, \dots, t\}$, diz-se que o processo é de parâmetro discreto, denotado por Z_t . Se $N \in R$, diz-se que o processo é de parâmetro contínuo, denotando-se por $Z(t)$

Na terceira etapa do método, procuram-se identificar as flexibilidades de decisão disponíveis para os gestores do projeto. À medida que o tempo passa, vão-se revelando novos cenários para o projeto e, tendo os gestores a flexibilidade de decidir entre caminhos alternativos à luz de maiores e melhores informações, o projeto tem maior valor. Desta forma, é possível, por exemplo, que diante da incerteza da capacidade de geração de uma fonte alternativa, seja melhor investir em capacidade menor no início do projeto, expandindo-a caso o custo de não atender o compromisso de geração se torne superior ao de investir na expansão do parque. É possível, ainda, que a opção de abandonar um projeto que esteja extremamente deficitário seja a melhor alternativa. Assim como estas, há outras flexibilidades gerenciais, todas oferecendo a oportunidade de tomar diferentes e melhores decisões à medida que novas informações são reveladas.

Nesta terceira etapa, usa-se a Teoria de Opções Financeiras como modelagem para a solução do problema do projeto, real, sujeito aos riscos e flexibilidades modeladas nas etapas anteriores. Vale observar que uma mera análise de cenários não consegue capturar o impacto das decisões no risco do projeto. Ao usar a Teoria de Opções, no entanto, está-se conseguindo colocar no modelo o impacto do maior ou menor risco que resulta dessas decisões. A metodologia de Opções Reais consegue resolver esse dilema, superando uma importante limitação dos métodos tradicionais do Fluxo de Caixa Descontado e da análise de decisão usando cenários. Ao final do processo, consegue-se aferir o impacto que as flexibilidades gerenciais, que nada mais são do que a oportunidade de exercer opções ao longo da vida do projeto, têm sobre o valor do empreendimento.

2.2. Classificação das Opções Reais.

Minardi² (2000) resume em seu trabalho algumas flexibilidades gerenciais envolvidas em projetos, destacando: opção de adiamento, abandono, suspensão temporária, expansão, investimento sequenciado e, por fim, opção de alternância (*switch*), que pode ser a capacidade de se alternar a fonte de insumos ou o produto

² Também presente no livro texto de Dixit e Pindyck (1994)

final. A seguir uma breve explicação destes tipos de opções:

- **Opção de Adiamento:** a possibilidade de adiar o investimento é uma flexibilidade gerencial interessante quando se deseja aguardar por novas informações de modo que algumas incertezas referentes ao projeto possam ser superadas. Esta opção possui valor, pois quando o investimento (ou pelo menos parte dele) é irreversível, a decisão de prosseguir deve levar em consideração o custo de oportunidade de se esperar por novas informações. Em outras palavras, a decisão de investimento é a decisão de trocar um custo afundado por um ativo real, cujo valor flutua ao longo do tempo.
- **Opção de Contrair:** em cenários em que as condições do mercado não são favoráveis conforme o que havia sido planejado, a gerência pode optar por reduzir a quantidade do produto comercializado ou até mesmo sua capacidade de produção.
- Em cenários realmente catastróficos, pode-se exercer a **Opção de Abandono:** esta opção pode ser avaliada como uma opção americana³ de venda sobre o valor do projeto, com preço de exercício dado pelo valor salvado do projeto. Opções valiosas de abandono são encontradas em indústrias de capital intensivo tais como energia, eletricidade, concessões rodoviárias, etc.
- **Opção de Suspensão Temporária:** opção de suspensão temporária é exercida quando os custos variáveis de produção excedem as receitas operacionais do projeto. Neste caso é melhor suspender temporariamente a operação, e esperar que a receita supere novamente os custos para reiniciar a operação.
- **Opção de Expansão:** em cenários em que as condições do mercado estão favoráveis, ou espera-se que em um futuro próximo se tornem favoráveis, em algumas situações é possível que a alta administração opte por expandir o negócio. Essa opção geralmente incorre em novos investimentos e em

³ Opções Americanas são aquelas que podem ser exercidas em qualquer instante, não havendo nenhuma restrição quanto à sua data. Opções Européias possuem datas específicas para serem exercidas.

custos de continuação, ao passo que há possibilidade de incremento nas receitas dado o aumento da produção.

• **Opção de Alternância:** alguns segmentos industriais possuem processos produtivos que permitem a elaboração de mais de um produto ou a utilização de diferentes tipos de insumo. Naturalmente, a gerência irá optar por comercializar o produto final que possuir maior margem naquele instante ou, no caso de alternância de insumos, o uso da matéria prima que minimize os custos de produção. De acordo com Trigeorgis (1996), a opção de escolher entre duas alternativas torna o valor do sistema flexível maior do que o valor de um sistema onde não há possibilidade de troca. Como exemplo, pode-se citar a opção de conversão em uma planta de produção de álcool em um projeto flexível, onde se pode produzir tanto álcool como açúcar.

• **Opção Sequenciada:** em alguns casos, é possível segmentar o investimento inicial em diversas fases, sendo que as etapas seguintes estão condicionadas aos resultados obtidos nos períodos anteriores e na expectativa de retorno da próxima fase.

2.3. Processos Estocásticos

A correta modelagem do comportamento estocástico da variável incerta é fundamental para a avaliação das opções reais porventura existentes num projeto. Devem ser consideradas questões como: características econômicas, tempo de vida do ativo ou projeto, as dificuldades na parametrização do modelo estocástico escolhido, a aplicabilidade deste nas soluções dos modelos usados para valoração, entre outros fatores.

Dixit e Pindyck (1994) apontam para o fato de que, se o tempo de vida do ativo ou projeto for relativamente curto, a questão relativa ao tipo de processo estocástico a ser considerado é de menor relevância, permitindo a escolha em função da facilidade de modelagem ou obtenção de parâmetros. Isto por que em períodos curtos de tempo, segundo esses autores, processos como os de preços são dominados prioritariamente por choques estocásticos, ou seja, desvios de curto prazo. Nesse caso, a busca por um processo estocástico mais adequado ao

comportamento de preços pode ser considerada uma tarefa de alto custo frente aos benefícios a serem obtidos. Por outro lado, à medida que o horizonte de tempo se torna maior, o processo passa a ser mais dependente da componente que determina sua tendência, exigindo assim a busca por um processo que seja mais fidedigno ao comportamento do ativo. A correta modelagem do comportamento do ativo é fundamental para a determinação do seu valor.

No caso da modelagem de preços de energia elétrica, geralmente se aplicam os processos de reversão à média, em que há uma tendência da variável retornar ao seu nível de equilíbrio de longo prazo, também chamado de média de longo prazo. A lógica desse processo se baseia na microeconomia, que defende que em situações em que os preços se encontram em patamares baixos, ocorre um incremento da demanda e naturalmente o preço tende a crescer com o aumento da procura. Por outro lado, nos casos em que os preços estão elevados e acima da média esperada, ocorre a desistência de consumo, sendo que a sobreoferta isenta de procura força os preços novamente para os níveis tradicionais.

Dias (2004) apresenta um visão geral das opções reais e aplica a técnica para valorar ativos de exploração e produção de petróleo. Durante o estudo, o autor apresenta os processos estocásticos mais utilizados para modelar as incertezas em análise de projetos, conforme Tabela 2. Na sequência, serão apresentados alguns modelos citados na literatura:

Tabela 2 - Processos estocásticos mais utilizados em avaliação de ativos

Tipo de Modelo Estocástico	Nome do Modelo	Referências
Modelo Imprevisível	Movimento Geométrica Browniano (MGB)	Paddock, Siegel e Smith (1988)
Modelo Previsível	Reversão à Média Pura (MRM)	Dixit e Pindyck (1994) Schwartz (1997, modelo 1)
Modelos mais realistas	Modelo de dois ou três fatores, e de reversão para nível incerto de longo prazo	Gibson e Schwartz (1990) Schwartz (1997, modelos 2 e 3) Schwartz e Smith (2000)
	Reversão a média com saltos	Dias e Rocha (1999)

Fonte: (DIAS, 2004)

2.3.1. Modelo de Ornstein-Uhlenbeck

O modelo mais simplificado de reversão à média (MRM) é o processo de fator único conhecido por processo de Ornstein-Uhlenbeck, também conhecido como MRM Aritmético, e definido pela equação 1:

$$dx = \eta (\bar{x} - x) dt + \sigma dz \quad (1)$$

Onde:

x é a variável estocástica;

$\bar{x}$ é a média de longo prazo da variável estocástica, valor que corresponde ao nível de equilíbrio ao longo do tempo;

η é a velocidade de reversão a média;

σ é a volatilidade do processo e;

dz é o processo padrão de *Weiner*, com distribuição normal: $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$, $\varepsilon \sim N(0,1)$.

Dixit e Pindyck (1994) apresentam o valor esperado e a variância desse processo estocástico, que em termos de projeto de avaliação financeira, corresponde ao valor esperado e ao risco do negócio, respectivamente:

$$E(x_t) = \bar{x} + (x_0 - \bar{x}) \cdot e^{-\eta(t-t_0)} \quad (2)$$

$$\text{var}(x_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta(t-t_0)}) \quad (3)$$

Para fins de simulação do processo, torna-se necessário obter a equação em tempo discreto, que basicamente é a soma da parcela determinística representada pelo valor esperado, com a parcela estocástica dada pela variância do processo, esta última multiplicada por uma distribuição normal. Logo, a equação em tempo discreto é dada por:

$$x_t = x_{t-1} e^{-\eta \Delta t} + \bar{x} (1 - e^{-\eta \Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta \Delta t}}{2\eta}} N(0,1) \quad (4)$$

Bastian-Pinto (2009) descreve como estimar os parâmetros do MRM Ornstein-Uhlenbeck, sendo o primeiro passo a reestruturação da equação do valor esperado $E(x_t)$ em tempo discreto Δt :

$$x_t - x_{t-1} = \underbrace{\bar{x}(1 - e^{-\eta\Delta t})}_a + \underbrace{(e^{-\eta\Delta t} - 1)}_{b-1} x_{t-1} \quad (5)$$

Para fins de simplificação e estimação dos parâmetros, pode-se considerar o primeiro fator do lado direito da equação como o coeficiente linear de uma regressão e aquele que multiplica X_{t-1} como o coeficiente angular da reta subtraído de 1. Assim, os parâmetros do processo são obtidos a partir dos estimadores de uma regressão linear sobre as séries x_t .

$$\eta = -\ln(b) / \Delta t \quad (6)$$

$$\bar{x} = -\frac{a}{(b-1)} \quad (7)$$

$$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2\ln b}{(b^2-1)\Delta t}}, \text{ sendo } \sigma_\varepsilon \text{ o erro padrão da regressão.} \quad (8)$$

Embora os parâmetros já estejam calculados, torna-se necessário desenvolver a equação de avaliação neutra a risco. Isso porque a inserção de flexibilidades gerenciais alteram o retorno do projeto e conseqüentemente o risco do mesmo, modificando assim a taxa de desconto do projeto. De modo a solucionar tal problema, pesquisadores desenvolveram o método de simulação neutro a risco, que basicamente pode ser definido como um ferramental matemático que permite identificar qual o prêmio de risco que deve ser subtraído da média de longo prazo de modo que, ao descontar os fluxos de caixa do projeto pela taxa livre de risco, ofereça o mesmo valor presente de quando o desconto é feito pelo antigo custo de capital do projeto (HULL, 1999, p. 244). Ou seja, tanto o processo real quanto o neutro ao risco devem fornecer o mesmo valor presente.

Segundo Bastian-Pinto (2009), a passagem do processo real para o neutro ao risco é feito subtraindo o prêmio de risco normalizado $(\mu - r)/\eta$ da média de longo prazo $\bar{x}$. Assim, na prática, o preço converge para um nível menor do que o preço de longo prazo real. As equações neutras a risco em tempo contínuo e em tempo discreto são então dadas por:

$$dx = \eta \left(\left[\bar{x} - \frac{\mu - r}{\eta} \right] - x \right) dt + \sigma dz \quad (9)$$

$$x_t = x_{t-1} e^{-\eta \Delta t} + \left[\bar{x} - \frac{\mu - r}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta \Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta \Delta t}}{2\eta}} N(0,1) \quad (10)$$

Embora esse modelo seja bastante usado, sua utilização na modelagem de preços de energia é limitado devido à possibilidade do processo gerar valores negativos para esta variável. Como alternativa sugere-se a aplicação de processos de reversão à média geométricos, cujos valores da variável modelada são sempre positivos.

2.3.2. Modelo 1 de Schwartz (1997)

Schwartz (1997b) propôs um modelo de reversão a média geométrico dado pela equação 11:

$$dS = \eta [\alpha - \ln S] S dt + \sigma S dz \quad (11)$$

Dias (2009) afirma que geralmente considera-se $\alpha = \ln(\bar{S})$ e, portanto, a equação modificada será:

$$dS = \eta [\ln \bar{S} - \ln S] S dt + \sigma S dz \quad (12)$$

O valor esperado e a variância desse processo são dados por:

$$E[S_t] = \exp \left\{ \ln(S_{t_0}) e^{-\eta(t-t_0)} + \left[\ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] (1 - e^{-\eta(t-t_0)}) + \frac{\sigma^2}{4\eta} (1 - e^{-2\eta(t-t_0)}) \right\} \quad (13)$$

$$\text{var} [\ln(S_t)] = \text{var} [x_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta(t-t_0)}) \quad (14)$$

Conforme exposto por Bastian-Pinto (2009), a discretização do modelo é exata e o processo pode ser estimado através de simulações dos valores referentes à distribuição normal padrão $N(0,1)$:

$$S_t = \exp \left\{ \ln [S_{t-1}] e^{-\eta \Delta t} + \left[\ln (\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] (1 - e^{-\eta \Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta \Delta t}}{2\eta}} N(0,1) \right\} \quad (15)$$

Para a estimação dos parâmetros procede-se da mesma forma que no MRM Aritmético, ou seja, através de regressão linear sobre as séries de preços de S_t .

$$\ln (S_t / S_{t-1}) = \underbrace{(1 - e^{-\eta \Delta t}) \left(\ln \bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right)}_a + \underbrace{(e^{-\eta \Delta t} - 1)}_{b-1} \ln S_{t-1} \quad (16)$$

Os parâmetros velocidade de reversão e de volatilidade são estimados do mesmo modo que as equações 6 e 7, sendo a diferença na média de longo prazo $\bar{S}$:

$$\bar{S} = \exp \left[\frac{a}{(1-b)} + \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] \quad (17)$$

Substituindo a equações 6 e 7 na 17, chega-se a:

$$\bar{S} = \exp \left[\left(a + \frac{\sigma^2}{(1+b)} \right) / (1-b) \right] \quad (18)$$

Por fim, para obter a simulação neutra a risco deste processo, basta retirar da média de longo prazo o prêmio de risco normalizado, conforme equação 19 abaixo:

$$S_t = \exp \left\{ \ln [S_{t-1}] e^{-\eta \Delta t} + \left[\ln (\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu - r}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta \Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta \Delta t}}{2\eta}} N(0,1) \right\} \quad (19)$$

2.3.3. Modelo Misto de Difusão com Saltos

Alguns autores preferem alocar nos modelos de reversão a média processos que simulam a existência de saltos na série de dados. Tal modelagem é justificada para modelar ativos que sofrem variações fortes e repentinas nos seus níveis de preço, como é o caso das séries de preços de energia elétrica. Percebe-se que neste

último mercado as séries históricas de preços apresentam saltos discretos em função de eventos ou informações atípicas e que são identificados pelos agentes, ocasionado as alterações temporárias nos patamares de preço, que posteriormente retornam ao nível médio de preços de longo prazo. Para séries que apresentam este comportamento, é comum associar ao MRM um componente aleatório de saltos discretos. A incerteza é, portanto, modelada como um processo de difusão misto contemplando MRM e saltos, sendo que estes últimos correspondem a choques de preços descritos por um processo de *Poisson*. Adotando a equação 1 como exemplo, a simples inserção da componente dq permitiria a modelagem dos saltos:

$$dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz + dq \quad (20)$$

Sendo que o fator dq representa o processo de Poisson não correlacionado ao processo de *Wiener* dz e segue as seguintes premissas: i) se $dq=0$ a probabilidade é de $(1-\lambda)dt$ e ii) se $dq=\phi$, a probabilidade é λdt , onde λ é a frequência de ocorrências dos saltos e ϕ representa a distribuição de probabilidade da amplitude dos saltos.

2.3.3.1

O modelo de reversão à média com saltos de Clewlow, Strickland e Kaminski (2000)

Optou-se nesse trabalho por um modelo de reversão a média com saltos e fatores de sazonalidade⁴, cuja componente de reversão a média segue uma estrutura semelhante a proposta por Clewlow, Strickland e Kaminski (2000), conforme ilustrado pela equação 21:

$$dS = \eta(\ln \bar{S} - \ln S) S dt + \sigma dz + k S dq \quad (21)$$

sendo:

$$dS = \eta(\ln \bar{S} - \ln S) S dt + \sigma dz$$

estrutura idêntica ao MRM proposto pelo Modelo 1 de Schwartz (1997b) e;

⁴ Os Fatores de Sazonalidade e o modo como foram inseridos no modelo serão detalhados na sessão 5.4.3

$kSdq$ o processo de difusão por saltos, sendo k o tamanho proporcional do salto (randômico) e determinado pelo logaritmo natural dos saltos normalmente distribuídos conforme equação 22:

$$\ln(1-k) \sim N(\ln(1+\bar{k}) - \frac{1}{2}\gamma^2, \gamma^2) \quad (22)$$

onde $\bar{k}$ é o tamanho médio do salto e γ é o desvio padrão do tamanho proporcional do salto. A modelagem dos saltos ocorre em tempo discreto e os mesmos ocorrem em determinados períodos específicos, sendo sua frequência dada por uma variável binária dq . Assim, somente haverá salto quando no sorteio da simulação dq for igual a um, sendo que a mesma será igual a zero na maior parte das vezes, o que torna o processo um simples movimento de reversão a média.

A discretização do modelo seguirá a proposta apresentada por Fontoura (2011), que modifica a variável independente randômica ε_{2i} de uma distribuição normal para log-normal. Segundo o autor tal alteração faz-se necessária por o estudo desejar considerar apenas os saltos positivos da série. Para fins de simulação neutra a risco, conforme seção 2.3.1 e 2.3.2 deste trabalho, é necessário que se subtraia o prêmio de risco normalizado $\left[\frac{(\mu-r)}{\eta} \text{ ou } \frac{\pi}{\eta}\right]$ da média de longo prazo, o que leva a equação 23:

$$S_t = \exp \left\{ \ln[S_{t-1}] e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{(\mu-r)}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} N(0,1) + \log N(\bar{k}; \gamma) \cdot \mathbb{1}_{\{\mu_i < \phi\Delta t\}} \right\} \quad (23)$$

Sendo:

$\ln(\bar{S}), \sigma, \eta, \bar{k}, \gamma, \Delta t$, parâmetros já apresentados e discutidos quando abordados os modelos de MRM de Ornstein-Uhlenbeck e o Modelo 1 de Schwartz (1997b).

ϕ é a frequência de saltos em base semanal e;

u_i é um número randômico (0,1) com distribuição de probabilidade uniforme.

Considerando que os saltos só podem ser observados como parte de uma série temporal que inclui o comportamento normal de reversão à média, torna-se necessário filtrar os saltos desta série e determinar os seus parâmetros ($\bar{k}$, γ e ϕ) antes mesmo da estimação dos parâmetros de reversão à média. Clewlow, Strickland e Kaminski (2000) sugerem a aplicação do chamado filtro recursivo, entretanto ele é adequado para mercados onde os preço da energia possuem picos instantâneos (*spikes*) com alta velocidade de reversão a média (FONTOURA, 2011). No caso do Brasil, o mercado é um pouco diferente, visto que as séries de preços são semanais, e não horárias como em outros mercados, apresentando elevações que ocorrem gradativamente ao longo do tempo. Dessa forma optou-se nesse trabalho por considerar saltos qualquer valor de PLD que esteja acima de R\$200,00 MWh.

2.3.4. Aplicações de Processos Estocásticos na Modelagem do Preço de Energia

Recentemente diversos países iniciaram o processo de reestruturação do setor elétrico, tendo como alicerce a desregulamentação e liberalização comercial. Embora as razões para tal reforma sejam diversas, geralmente estão associadas ao incentivo por competição para fins de ganho de eficiência, redução de custos e aumento de investimentos no longo prazo. No Brasil, esse processo teve início na década de 90 e foi acompanhado por diversas privatizações, que visavam 1) desverticalizar as empresas estatais de energia a fim de separar as atividades de geração, distribuição e transmissão 2) promover o livre acesso às redes de transmissão e distribuição e, por fim 3) introduzir a atividade de comercialização no setor (FELIZATTI, 2008). Em paralelo, o processo de reestruturação do setor de energia no Brasil visava o desenvolvimento de um ambiente competitivo, de máxima eficiência que viabilizasse investimentos em expansão e garantisse o alinhamento entre demanda e oferta de energia (PASCHOALINO e LOUREIRO, 2007).

A desregulação do setor de energia tem causado diversas oscilações nas series históricas de preços. (KANAMURA e ÔHASHI, 2007). As variações nos preços, além de serem consideradas elevadas quando comparadas as de qualquer outra *commodity* (RODRIGUES, 2007), são impactadas por variáveis complexas e de difícil compreensão. No Brasil, os preços à vista são formados por otimização, sujeita a aspectos relacionados à temperatura, pluviometria, logística de operação, restrições de transmissão e disponibilidade de combustíveis. Além de todas essas variáveis causais, a dinâmica dos preços no setor de energia também é influenciada pela sazonalidade, flutuações diárias na demanda, a impossibilidade de armazenamento, dificuldade de transferência do produto, significativa presença de picos na série de preços, baixa liquidez em alguns períodos, bem como a intensa volatilidade, o que dificulta a modelagem e a previsão dos preços (PILIPOVIC, 1998; BLANCO, GRAY *et al.*, 2003; WERON, 2008).

Outro exemplo que comprova a alta volatilidade dos preços de energia é o relatório da US Federal Energy Regulatory Commission (2004), que comparou a volatilidade histórica anual do preço de energia elétrica (Cinergy hub), gás (Henry hub), petróleo (NYMEX) e do mercado financeiro (S&P 500). O resultado demonstrou que a volatilidade da energia elétrica é da ordem de 300%, bem maior que os 100% encontrados em outras commodities de energia e os 20% da bolsa de valores. Higgs e Worthington (2008) demonstraram que, de fato, o mercado de energia elétrica na Austrália é significativamente mais volátil que demais segmentos, tendo ainda como fator agravante a constante presença de picos e saltos na série histórica. Os autores reforçam ainda a importância de se conhecer a dinâmica dos preços de energia e caracterizam este *know-how* como importante diferencial na valoração de ativos reais no segmento de energia e na avaliação e gerenciamento de riscos nos empreendimentos de geração.

Especialistas consideram o setor de energia como capital intensivo, ou seja, é um segmento que exige grandes investimentos em ativo imobilizado e o retorno do investimento é de longo prazo. Logo, a correta modelagem do mercado, aliada à elaboração de cenários de previsão, é de extrema relevância no contexto da tomada de decisão. Blanco e Sowonow (2001) comentam ainda que a correta modelagem do preço de energia e de seus saltos pode minimizar os erros de estimação, facilitando a recuperação de capital e reduzindo o período de *payback*.

Embora diversos estudos para a modelagem da volatilidade em tempo discreto e contínuo tenham sido desenvolvidos no mercado financeiro, os mesmos costumam ser aplicados no setor de energia elétrica sem nenhum tipo de adaptação ou ajuste às reais características desse mercado tão peculiar. Segundo Takashi (2009) são exemplos dessas aplicações o modelo de Heston (1993), o método da Elasticidade Constante de Variância (Constant Elasticity of Variance) desenvolvido por Cox (1975) e os modelos auto-regressivos de estudo de volatilidade como ARCH⁵, ARCH-M⁶ e GARCH⁷, sendo alguns exemplos de aplicações no setor elétrico os trabalhos de Duffie et al. (1999), Deaves and Krinsky (1992) e Pindyck (2004) respectivamente.

Alguns autores associaram o comportamento de preços de energia no longo prazo com processos estocásticos semelhantes ao MGB (TEISBERG, 1994; CASTRO, 2000; CAPORAL e BRANDÃO, 2008). Vale ressaltar que já há no meio acadêmico certo consenso de que preços de energia possuem tendência de reversão a uma média de longo prazo (SCHWARTZ, E. S. , 1997; LUCIA e SCHWARTZ, 2002) e que a modelagem de preços de energia através do MGB permite desviar os preços para níveis considerados impraticáveis para esse setor e seus resultados raramente estão aderentes às teorias mostradas anteriormente, (DIAS e ROCHA, 1999; CLEWLOW e STRICKLAND, 2000; DENG, 2000) o que impõe novos desafios para sua modelagem.

O que se percebe na literatura é que os tradicionais modelos usados para a estimação do preço de commodities estocáveis, como petróleo e gás (SCHWARTZ, E. S. , 1997; PINDYCK, 1999) são pouco úteis para o mercado de energia elétrica, principalmente devido à impossibilidade de armazenamento e estocagem deste insumo. Além disso, as ferramentas quantitativas clássicas que são frequentemente utilizadas em outros mercados de energia não se aplicam no caso da energia elétrica, uma vez que suposições tais como normalidade, independência dos retornos e homocedasticidade são raramente encontradas (SOUZA, 2003).

Geralmente a solução encontrada pelos pesquisadores é adicionar processos de salto em modelos de reversão à média. (DENG, 2000; KNITTEL e ROBERTS,

⁵ Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

⁶ Autoregressive Conditional Heteroskedasticity in Mean

⁷ Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

2001). Segundo Huisman e Mahieu (2003) a ideia é que o processo de reversão a média esteja vinculado ao salto, de modo que no momento em que este ocorra, imediatamente o fator de reversão à média force o preço para o seu nível “normal”.

O trabalho de Hilliard e Reis (1998) considera os efeitos de saltos além de outros fatores que afetam o preço à vista, futuro e a termo de algumas commodities. Os autores comprovaram que a presença de saltos na série não afeta o preço nos mercados futuro e a termo. Por outro lado, há pesquisadores (ex.: DENG, 2000) que acreditam que tal resultado pode não ser coerente em mercados de *commodities* não estocáveis como o mercado de energia elétrica. Kaminski (1997) e Barz e Johnson (1998) desenvolveram trabalhos para a modelagem específica para o preço de energia elétrica. O primeiro autor introduziu a necessidade de considerar saltos e volatilidade estocástica no preço, enquanto que Barz e Johnson (1998) confirmaram tais necessidades ao encontrarem evidências de que o Movimento Geométrico Browniano e Reversão a Média são inadequados para a modelagem do preço *spot* de energia, o que os levou a elaborar um modelo que combina reversão e saltos.

Em alguns mercados pode-se dizer que não há saltos, mas sim picos. Ou seja, não é comum um salto no nível de preços e a manutenção destes nesse patamar, mas sim um aumento drástico e momentâneo, que em curto período de tempo retorna aos níveis anteriormente observados. Isso se deve principalmente ao fato de que nesses mercados é impossível estocar energia. Jong (2005) compartilha dessa opinião e comenta que, ao contrário dos mercados financeiros em que os saltos acontecem e o mercado retorna aos poucos para o seu nível médio, no segmento de energia elétrica o que se observa são picos que em poucas horas ou dias já não são mais observados na série. Em outras palavras, a velocidade de reversão é extremamente elevada, o que torna este parâmetro irrealista para os atuais modelos empregados no setor.

Este comportamento justifica o estudo aprofundado do melhor processo estocástico capaz de modelar o preço de energia elétrica, especialmente no contexto brasileiro onde a existência de grandes reservatórios das hidrelétricas possibilita a existência de estoques de energia.

Jong (2005) critica ainda a premissa adotada em boa parte dos modelos de que a existência dos saltos é constante ao longo dos períodos, enquanto na

verdade o que se observa nas séries históricas são picos que se alternam ao longo do tempo, em alguns instantes com comportamentos explosivos e em outros menos agressivos. Esta observação é importante, pois pode causar erro no processo de estimação dos parâmetros de reversão, conforme exposto por Huisman and Mahieu (2003). No caso específico da modelagem de preço de energia elétrica no Brasil, Pemberton Jr. (2006) comenta que mesmo modelos de difusão com reversão à média e saltos apresentam pouca aplicação, basicamente por duas razões: 1) reduzido histórico de dados e 2) complexo procedimento para a formação de preços, que atualmente são modelados pelo operador do sistema através dos programas NEWAVE e DECOMP.

No caso de simulação do preço de energia elétrica, pode-se segmentar a literatura em dois grupos: 1) Modelos Determinísticos, com otimização linear para o cálculo do preço de equilíbrio no longo prazo e 2) Modelos baseados em Processos Estocásticos, que no setor de energia geralmente se baseiam no movimento de reversão à média, conforme citado anteriormente. Gibson e Schwartz (1990) propuseram um modelo de dois fatores para petróleo em que o log dos preços segue um processo normal e a taxa de conveniência foi modelada como um processo de reversão a média. Brennan (1991) também modelou séries de preços e de conveniência como processos estocásticos separados, incorporando aos mesmos uma correlação constante.

Existem modelos que separam a parte determinística da estocástica (KARAKATSANI e BUNN, 2008) e outros que consideram as duas abordagens em um único modelo (LUCIA e SCHWARTZ, 2002). Möst e Keles (2010) argumentam que o ideal é considerar ambos os processos, fator determinístico e estocástico simultaneamente, o que oferece resultados mais coerentes com a realidade. Os mesmos autores optaram por remover a parte determinística da série temporal de preços de energia original, nomeando a sobra como “resíduos estocásticos”. Posteriormente, modelaram tais resíduos com modelos econométricos e, após diversas simulações, a parte determinística foi novamente incluída no modelo.

Lucia e Schwartz (2002), a partir de dados retirados do Nordpool⁸, utilizaram um modelo de fator único para modelar o preço à vista de energia. Os autores examinaram o comportamento dos preços de energia elétrica e suas implicações na valoração de contratos a termo através de modelos de difusão de um e dois fatores, estendendo a abordagem proposta por Schwartz e Smith (2000) ao incluírem uma função determinística de sazonalidade. Após testarem os dois modelos, os autores concluem que, na base de dados analisada, a volatilidade depende das estações do ano, que sua modelagem pode ser feita via processo de reversão a média e que a inclusão de saltos é uma alternativa a ser sugerida para trabalhos futuros.

Modelos de dois ou mais fatores também foram objeto de análise de diversos pesquisadores (DENG, 2000; HUISMAN e JONG, 2003; HUISMAN e MAHIEU, 2003; JONG, 2005). A ideia por trás desses estudos é identificar de modo separado aquilo que é reversão à média e o que é um processo de geração de “picos”. Dessa forma há um processo estocástico específico para a modelagem da série em períodos considerados como “normais” e outro alocado somente para a identificação de picos, quando os preços sobem de repente e, em alguns casos, um terceiro processo de reversão do pico para o patamar tradicional do preço (também chamado de jump-reverse). Segundo Higgs e Worthington (2008), o principal benefício desse tipo de modelo está justamente na capacidade de considerar os picos como um evento independente e esporádico que retira a série de preços da sua estabilidade. Por outro lado, os mesmos autores comentam que os modelos ainda não permitem a modelagem de múltiplos picos consecutivos, característica essa observada em algumas séries históricas de preço de energia.

Diante do exposto, percebe-se que há uma extensa literatura de métodos estocásticos criados com o intuito de modelar as séries históricas de preços, embora boa parte dos mesmos desconsidere os efeitos da oferta e demanda no processo de estimação (KANAMURA e ŌHASHI, 2007). Segundo London (2007), preços de energia são fortemente dependentes da demanda dos consumidores e seus determinantes. A crítica é que os processos estocásticos modelam o comportamento da série e não as variáveis causais que influenciam as

⁸ Criada durante a década de 1990 pelos países Nórdicos, o Nordpool foi a primeira bolsa internacional para a comercialização de energia elétrica

mesmas. Compartilhando dessa ideia, Skantze, Gubina, and Ilic (2000) formularam modelo de reversão à média que descreve os preços como uma função exponencial da demanda. Barlow (2002) inovou ao usar uma função inversa da transformação de Box-Cox no lugar da função exponencial. Estes dois últimos trabalhos contribuíram ao alocar nos modelos estocásticos características econômicas, tornando a metodologia mais cautelosa e coerente com o mercado.

No caso deste trabalho adotou-se como base o modelo geométrico de reversão a média com saltos de Clewlow, Strickland e Kaminski (2001), devidamente adaptado ao mercado brasileiro ao incorporar fatores de sazonalidade na volatilidade do preço de energia.

2.4. Aplicações da Teoria de Opções Reais no Setor de Energia

A Teoria de Opções Reais já foi empregada por diversos pesquisadores em projetos envolvendo fontes alternativas de energia (LAURIKKA, 2006; BLYTH, BRADLEY *et al.*, 2007; WICKART e MADLENER, 2007; FUSS, SZOLGAYOVA *et al.*, 2008; YANG, BLYTH *et al.*, 2008). No caso específico da biomassa, além das incertezas em relação ao preço, somam-se as inseguranças quanto ao volume de resíduos que será gerado, o valor necessário para adaptar o empreendimento à cogeração, a dificuldade de selecionar a melhor tecnologia para o processamento do resíduo, o longo tempo de maturidade do negócio e as condições climáticas, variáveis estas que influenciam a análise de viabilidade de empreendimentos de energia.

Fleten, Heggedal & Linnerud (2009) usam opções reais e o modelo de decisão discreto multivariado para avaliar até que ponto investimentos em energias renováveis são afetados por incertezas de políticas climáticas. Os autores terminam por concluir que o modelo de análise por opções reais apresenta melhores resultados nas avaliações do melhor momento de investimento em uma PCH⁹, do que a análise estática pelo VPL.

Dykes e Neufville (2003) avaliam a oportunidade de investimento em geração de energia eólico, tendo como variável de incerteza o preço da energia e a

⁹ Pequena Central Hidrelétrica

receita oriunda de crédito carbono. Através de um modelo híbrido envolvendo árvore de decisão e simulação de Monte Carlo, os autores incluem na avaliação do projeto a opção de expansão e abandono do parque gerador.

Frølund e Obling (2009) desenvolveram trabalho com aplicação da TOR em um parque eólica ainda em construção na Dinamarca. Os autores desenvolveram um modelo de 6 estágios de desenvolvimento do negócio e inserem diferentes incertezas de mercado em cada uma das etapas. Através de um modelo quadrinomial, os autores modelaram a opção de abandono e estimaram a probabilidade de exercê-la.

Méndez, Goyanes e Lamothe (2005) avaliam a instalação de um parque eólico na Espanha, na qual a natureza e construção do negócio são sequenciais (cinco anos) A decisão de investir ou não na próxima etapa está condicionada aos ganhos futuros esperados com a venda da energia, cujos preços possuem volatilidade e estão relacionados a diretrizes governamentais. Foram modeladas as opções de investimento sequenciado e de interrupção temporal.

Yu, Sheblé, Lopes e Matos (2006) avaliaram a opção de selecionar o melhor mercado para a comercialização de energia: o regulado, na qual as tarifas para geração são fixas, ou a livre negociação, na qual o preço está sujeito as variações do mercado spot. Esse é o típico caso de opção de troca (switch), sendo possível ainda a operação em ambos os mercados, estratégia de hedge para o empresário do setor frente às incertezas de preço da energia e da disponibilidade de ventos.

Gilboa e Guo (2000) estudaram a viabilidade de um grande empreendimento de energia solar através de opções reais. Usando Simulações de Monte Carlo, os autores desenvolveram uma árvore binomial de decisão incorporando como incerteza o preço da energia, os custos de implantação e outros parâmetros tecnológicos que afetam o projeto.

Em relação aos trabalhos nacionais, ainda são poucos aqueles que discorrem sobre o tema opções no setor elétrico e menor ainda os que envolvem análise quantitativa, o que reforça e justifica a importância do presente estudo. Dentre as poucas iniciativas, Torres (2006) modelou contratos contendo flexibilidades do tipo *Take-or-Pay*, adotando como premissa que o retorno dos preços segue um MGB. Segundo Fellizatti (2008), “essas suposições são pouco realistas para o mercado brasileiro, já que os Preços de Liquidação das Diferenças (PLD) tendem

a se afastar da distribuição Log-Normal e, principalmente, não possuem variâncias constantes e nem são independentes no tempo”.

Gomes (2002) estudou o melhor instante para se investir em termelétricas no Brasil. Em outro trabalho, os autores Gomes, Silva *et al* (2005) utilizaram os conceitos da teoria clássica de opções para flexibilidades contratuais no ambiente de contratação livre.

Em Bastian-Pinto e Brandão (2010), é feita uma avaliação da planta de produção de açúcar e etanol no Brasil, a qual possui tanto uma opção de expansão quanto de agregar uma unidade de co-geração a qual permitiria a venda de energia excedente. Os preços de açúcar, etanol e energia elétrica são modelados como processos de reversão à média geométrica e o valor das opções americanas compostas foi estimado através de uma árvore binomial recombinante não censurada. Bastian-Pinto, Brandão e Hahn (2009) quantificam a flexibilidade existente numa usina de processamento de cana de açúcar para produzir etanol ou açúcar, dependendo das condições de mercado.

Da mesma forma, a diversidade dos insumos disponíveis para a produção de biodiesel, como mostram Penedo, Tizziani e Brandão (2008) e Araujo, Hamacher, e Scavarda (2010), ou a flexibilidade existente numa usina de processamento de cana de açúcar para co-gerar energia elétrica após investimento em melhoria de equipamentos, fazem com que o uso de metodologias que levem em conta o valor dessa flexibilidade, como teoria das opções reais, sejam de grande aplicabilidade para a determinação da viabilidade de projetos neste setor.

Em Fenolio (2008) se aplica a teoria de opções reais à flexibilidade gerencial de adiamento de um projeto de PCH, durante o período de 2004 a 2008. Buscou-se mostrar que a opção de adiar o investimento na construção de uma PCH, agrega valor para o empreendedor, pois o mesmo poderia aguardar um momento mais favorável de preços para vender energia.