

## Conclusões e Trabalhos Futuros

No presente trabalho, investigamos o problema de propagação de incertezas em reservatórios de petróleo. Sua importância resulta de uma análise mais realista para os cenários econômicos.

O primeiro capítulo é introdutório, onde justificamos o trabalho em questão e motivamos os capítulos subsequentes.

Nos Capítulos 2 e Capítulo 3, estabelecemos uma resenha dos principais conceitos e métodos para a leitura do texto. Especificamente, no Capítulo 2 apresentamos noções da teoria de probabilidade. Enquanto no Capítulo 3 caracterizamos os polinômios ortogonais de Legendre, Laguerre, e Hermite, que foram usados nas Expansões de Caos Polinomial e nas quadraturas Gaussianas (associadas a estes polinômios).

No Capítulo 4, formalizamos a teoria da Expansão de Caos Polinomial. Na Seção 4.1 definimos formalmente a noção de Caos Polinomial Homogêneo, enfatizando a construção da base polinomial multidimensional e seu truncamento. Na Seção 4.2 generalizamos o conceito de Caos Polinomial Homogêneo.

No Capítulo 5, abordamos o problema de propagação de incertezas por meio da análise de momentos. Para isto, apresentamos a técnica tradicional de Monte Carlo e o método não-intrusivo de Projeção Espectral. Especificamente, na Seção 5.1 consideramos a formulação matemática do problema de propagação de incertezas. Na Seção 5.2 definimos o método de Monte Carlo. Em seguida, Seção 5.3, enfatizamos no método da quadratura, para os casos unidimensional e multidimensional. Finalmente, na seção 5.4, investigamos o problema Maldição da dimensionalidade (i.e., aumento exponencial do número de simulações vis-à-vis o número de variáveis aleatórias).

No Capítulo 6, comparamos os métodos de Monte-Carlo, ECP por meio da quadratura, ECP e Sobol, para os parâmetros de entrada POR, PERMI, PERMJ e PERMK nos campos Tutorial e PUNQ-S3.

No método Monte Carlo, tanto para o caso unidimensional como multidimensional, os resultados obtidos chegam a ser semelhantes aos obtidos por meio do ECP, mas dependeram da quantidade de amostras simuladas. Para

o caso unidimensional, foram feitas 1000 a 5000 simulações, mostrando resultados pouco distantes entre os cálculos do valor esperado e a variância. Por sua vez, no caso multidimensional, no cálculo do valor esperado obtemos resultados similares tanto com 1000 simulações como com 5000. Por outro lado, a variância parece verse afetado significativamente pela configuração de amostras, mostrando resultados mais precisos quando incrementamos o número de simulações.

Para os testes usando o método da quadratura via Caos Polinomial, encontramos resultados satisfatórios. De fato, já com 3 pontos de quadratura encontramos valores precisos para os momentos que estamos investigando. Por tanto, para o caso unidimensional os resultados obtidos têm um custo computacional bastante reduzido se comparado ao método de Monte Carlo tradicional.

Para o caso multidimensional (propagação de 3 ou 4 variáveis) nossos testes mostraram que o uso de quadraturas continua sendo eficiente. Foram exibidos três testes diferentes, o primeiro referente a propagação das variáveis PERMI e PERMJ; o segundo caso para a propagação das variáveis PERMI, PERMJ e PERMK; e finalmente propagamos 4 variáveis aleatórias POR, PERMI, PERMJ e PERMK. Para cada um destes testes, encontramos uma boa exatidão no cálculo do valor esperado, mesmo utilizando poucos pontos. Por outro lado, o cálculo da variância mostra mais exatidão quando aumentamos o número de raízes, apesar de instável numericamente. Portanto, com estes testes, fica exemplificada a eficiência do método da quadratura via ECP, para o cálculo dos momentos de nossa saída aleatória, comparado ao método tradicional de Monte Carlo.

Com respeito aos resultados obtidos via sequências de Sobol, vimos que a técnica obteve em geral bons resultados. Particularmente, no caso da propagação de incertezas no campo de reservatório de petróleo PUNQ-S3, existe uma boa precisão nos testes para uma variável aleatória, no entanto, o número de simulações que o método têm que realizar é mais alto se comparado com o método da Quadratura. Embora seja melhor que o MC. Já para o caso multidimensional, Sobol apresenta resultados aceitáveis quando calculamos o valor esperado, com aproximadamente 1024 pontos. Mas, no cálculo da variância, obtivemos certa instabilidade da propagação de várias variáveis.

No caso de funções explícitas, foi tratado o problema da Maldição da Dimensionalidade por meio de alguns testes para funções explícitas. Onde encontramos bons resultados para o cálculo do valor esperado usando variáveis uniformemente distribuídas, apesar da instabilidade na variância. Por outro

lado, conseguimos calcular a esperança de até 15 variáveis aleatórias com precisão e usando apenas 512 simulações. Por fim, cabe destacar que para outras distribuições, como as gaussianas e exponenciais, os testes realizados se mostraram imprecisos inclusive para o cálculo da esperança.

A contribuição desta dissertação é a seguinte:

1. Apresentamos uma resenha detalhada da técnica de Expansão de Caos Polinomial (ECP). Além disso, foi feita uma ferramenta com esta resenha, que permite ao usuário propagar quantas variáveis ele desejar (sujeitos às limitações de memória e tempo de execução). Onde é possível propagar incertezas por meio de três métodos diferentes, Monte Carlo, quadratura e Sobol.
2. Propagação até 4 variáveis aleatórias com precisão por meio da quadratura gaussiana no campo PUNQ-S3.
3. Propagação até 4 variáveis aleatórias por meio das sequências de Sobol no campo PUNQ-S3.

Como futuros trabalhos podemos mencionar:

1. No caso do método da quadratura, implementar outro tipo de quadraturas, como por exemplo as quadraturas esparsas de Smoylak, que vem sendo utilizada para a propagação de incertezas e que poderia diminuir o problema de incremento exponencial das quadraturas gaussianas.
2. Investigar o tratamento de outro tipos de incertezas presentes nos reservatórios de petróleo.
3. Comparar nossos resultados com o Desenho de Experimentos tradicional, técnica que também é utilizada no campo de reservatórios de petróleo.
4. No caso da técnica Sobol, falta mais investigação para entender a obtenção de bons resultados para variáveis aleatórias uniformemente distribuídas, para, com isto, tentar generalizar a outras variáveis ou apontar como uma debilidade da técnica. Nesta mesma linha, falta testar por exemplo, as diferentes técnicas de estimação de erro, para verificar se elas de fato melhoram a estimativa da variância.