

Davi Michel Valladão

**Risk averse stochastic programming models:
Practical consequences of theoretical concepts**

Tese de Doutorado

Thesis presented to the Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica of the Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doutor em Engenharia Elétrica.

Advisor : Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho
Co-Advisor: Prof. Alexandre Street de Aguiar

Rio de Janeiro
March de 2012



Davi Michel Valladão

**Risk Averse Stochastic Programming Models: Practical
Consequences of Theoretical Concepts**

Thesis presented to the Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica of the Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio, as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doutor

Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho
Advisor

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. Alexandre Street de Aguiar
Co-Advisor

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. Marcus Vinicius Solidade Poggi de Aragão
Departamento de Informática

Profa. Márcia Helena Costa Fampa
UFRJ

Prof. Geraldo Veiga
RN Ciência e Tecnologia

Prof. Sérgio Granville
PSR Consultoria

Prof. José Eugenio Leal
Coordinator of the Centro Técnico
Científico da PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de março de 2012

All rights reserved.

Davi Michel Valladão

Davi Valladão is PhD candidate at the Electrical Engineering Department at Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brazil. He was also a visiting student research collaborator in Operations Research and Financial Engineering at Princeton University and his concentration area is decision support systems applied to finance. Davi participated in Asset and Liability Management (ALM) research and development projects for the largest Brazilian oil company and for the public pension fund of Angola. He has a Master's degree in Actuarial Science and Finance (2008) and a Bachelors degree in Electrical and Industrial Engineering (2006) also at PUC-Rio.

Bibliographic data

Valladão, Davi

Risk averse stochastic programming models: Practical consequences of theoretical concepts / Davi Michel Valladão; advisor: Álvaro de Lima Veiga Filho; co-advisor: Alexandre Street de Aguiar. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2012.

v., 105 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia Elétrica – Tese. 2. Programação Estocástica Multi-estágio. 3. Decisões Dinâmicas sob Incerteza. 4. Consistência Temporal. 5. Efeitos Terminais. 6. Gestão de Ativos e Passivos. 7. Seleção de Portfólio. I. Veiga, Álvaro. II. Street, Alexandre. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 510

A minha esposa Ana Carolina Barbosa Freire, pelo amor, carinho e dedicação.
Pela compreensão e apoio enquanto estive fora e, pela motivação e incentivo
em cada etapa do meu doutorado.
Aos meus amados pais José Ricardo Garcia Valladão e Marcia Michel
Valladão, pelos ensinamentos e valores. Pelo amor incondicional e pelos
sacrifícios que fizeram por mim e por minha formação.
A Deus, pela fé e, por minha família e amigos que me permitiram a
realização deste trabalho.

Agradecimentos

A meu orientador, mentor e amigo Álvaro Veiga, pelo o caminho que me ajudou a traçar. Agradeço de coração pelos ensinamentos e conselhos que tanto me serviram nas decisões importantes da minha carreira e da minha vida.

A meu amigo e co-orientador Alexandre Street, pelo exemplo, inspiração e motivação pela pesquisa.

Ao amigo e co-autor Geraldo Veiga, pela experiência, orientação e pelo trabalho que realizamos juntos.

Aos professores Birgit Rudloff and John Mulvey, por terem me recebido em Princeton e pela importante contribuição para este trabalho.

Aos professores Tara Baidya, Cristiano Fernandes, Paulo Henrique Soto Costa e Luciano Vereda pela oportunidade de trabalharmos juntos.

A CNPq, a PUC-Rio e ao Departamento de Engenharia Elétrica pelos benefícios concedidos e pelo ótimo ambiente de trabalho.

Resumo

Valladão, Davi; Veiga, Álvaro; Street, Alexandre. **Modelos de programação estocástica com aversão a risco: Consequências práticas da aplicação de conceitos teóricos.** Rio de Janeiro 2012. 105p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta tese é composta por quatro artigos que descrevem diferentes formas de inclusão de aversão a risco em problemas dinâmicos, ressaltando seus aspectos teóricos e consequências práticas envolvidas em técnicas de otimização sob incerteza aplicadas a problemas financeiros. O primeiro artigo propõe uma interpretação econômica e analisa as consequências práticas da consistência temporal, em particular para o problema de seleção de portfólio. No segundo artigo, também aplicado à seleção de portfólio, é proposto um modelo que considera empréstimo como variável de decisão e uma função convexa e linear por partes que representa a existência de diversos credores com diferentes limites de crédito e taxas de juros. A performance do modelo proposto é melhor que as aproximações existentes e garante otimalidade para a situação de vários credores. No terceiro artigo, desenvolve-se um modelo de emissão de títulos de dívida de uma empresa que deseja financiar um conjunto pré-determinado de projetos. Trata-se de um modelo de otimização dinâmico sob incerteza que considera títulos pré e pós-fixados com diferentes maturidades e formas de amortização. As principais contribuições são o tratamento de um horizonte longuíssimo prazo através de uma estrutura híbrida dos cenários; a modelagem detalhada do pagamento de cupons e amortizações; o desenvolvimento de uma função objetivo multi-critério que reflete a o trade-off entre risco-retorno além de outras medidas de performance financeiras como a taxa de alavancagem (razão passivos sobre ativos). No quarto artigo, é desenvolvido um modelo de programação estocástica multi-estágio para obter a política ótima de caixa de uma empresa cujo custo de investimento e o custo da dívida são incertos e modelados em diferentes regimes. As contribuições são a extensão de metodologia de equilíbrio dual para um modelo estocástico; a proposição de uma regra de decisão baseada na estrutura de regime dos fatores de risco que aproxima de forma satisfatória o modelo original.

Palavras-chave

Programação Estocástica Multi-estágio. Decisões Dinâmicas sob Incerteza. Consistência Temporal. Efeitos Terminais. Gestão de Ativos e Passivos. Seleção de Portfólio.

Abstract

Valladão, Davi; Veiga, Álvaro; Street, Alexandre. **Risk averse stochastic programming models: Practical consequences of theoretical concepts**. Rio de Janeiro, 2012. 105p. PhD Thesis — Department of Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This PhD Thesis is composed of four working papers, each one with a respective chapter on this thesis, with contributions on risk averse stochastic programming models. In particular, it focuses on analyzing the practical consequences of certain theoretical concepts of decision theory, finance and optimization. The first working paper analyzes the practical consequences and the economic interpretation of time consistent optimal policies, in particular for well known portfolio selection problem. The second paper has also a contribution to the portfolio selection literature. Indeed, we develop leverage optimal strategy considering a single-period debt with a piecewise linear borrowing cost function, which represents the actual situation faced by investors, and show a significant gap in comparison to the suboptimal solutions obtained by the usual linear approximation. Moreover, we develop a multistage extension where our cost function indirectly penalizes the excess of leverage, which is closely related to the contribution of the next working paper. The contribution of the third working paper is to penalize excess of leverage in a debt issuance multistage model that optimizes over several types of bonds with fixed or floating rate, different maturities and amortization patterns. For the sake of dealing with the curse of dimensionality of a long term problem, we divide the planning horizon into a detailed part at the beginning followed by a policy rule approximation for the remainder. Indeed, our approximation mitigates the end effects of a truncated model which is closely related to the contributions of the forth working paper. The forth paper develops a multistage model that seeks to obtain the optimal cash holding policy of a firm. The main contributions are a methodology to end effect treatment for a multistage model with infinite horizon and the development of a policy rule as approximation of the optimal solution.

Keywords

Multistage Stochastic Programming. Dynamic Decisions Under Uncertainty. Time Consistency. End Effects. Asset and Liability Management. Portfolio Selection.

Sumário

1	Introduction	13
2	Time consistency and risk averse dynamic decision models: Definition, interpretation and practical consequences	16
2.1	Experimental	19
2.2	Results and discussion	27
3	A Linear Stochastic Programming Model for Optimal Leveraged Portfolio Selection	33
3.1	The optimization model	34
3.2	Numerical example	39
3.3	Multistage extension	42
4	Corporate ALM: A Multistage Linear Stochastic Programming Model for Optimal Bond Issuance	44
4.1	Multistage Stochastic Programming Model	46
4.2	Illustrative example	57
4.3	Application to the oil industry	61
5	Corporate Cash Holding Policy with an Application in the Agribusiness Sector	67
5.1	The Model	68
5.2	Scenario Generation: An Application in the Agribusiness Sector	74
5.3	A Fixed Policy Rule Approximation for Corporate Cash Holding	91
6	Conclusions	98

Lista de figuras

2.1	Return tree for $i = 2$	21
2.2	Sub-Optimality gap due to Time Inconsistency	27
2.3	Conditional certainty equivalents	31
3.1	Borrowing cost function	36
3.2	CVaR based deviation measure	37
3.3	Efficient Frontier under the actual cost function.	40
4.1	Dynamic decision process	46
4.2	Information structure given by an event tree	47
4.3	Hybrid model for $T^* = 2$ and $T = 4$	48
4.4	Terminal cash utility function	56
4.5	Efficient Frontier	61
4.6	First Stage Decision X Risk Aversion Parameter	61
4.7	Expected Optimal Bond Issuance - Case 1 and Case 2	65
4.8	Stochastic Leverage Ratio - Case 2	66
5.1	A scenario tree with a branch structure of 3-2, which means that there are 3 branches coming out of each node at $t = 0$ and 2 branches coming out of each node at $t = 1$.	74
5.2	A graphical illustration of a Hidden Markov Model with hidden states S and output Y .	75
5.3	Bayesian Information Criterion used in determining the number of hidden states in the Hidden Markov Model.	77
5.4	Smoothing probabilities.	78
5.5	Total return of the S&P 500 and Agri Index with color-coded regimes.	79
5.6	The monthly returns of the Agriculture GSCI from 1/1/1990 to 3/31/2010 exhibit some volatility clustering behavior.	80
5.7	Weighted-average profit margin in the agribusiness sector from 1/1/1990 to 3/31/2010.	83
5.8	Production capacity function with various parameter values for β_0 and β_1 .	85
5.9	The solution tree of the stochastic program under one set of scenarios.	86
5.10	The average solution ratios under each regime and each stage of the stochastic program.	88
5.11	Sensitivity plot comparing the solution using regime 3 borrowing spread = 6.65% vs regime 3 borrowing spread = 13.3%.	89
5.12	Sensitivity plot comparing the solution using base case investment cost multiplier vs high investment cost. All other parameters are assumed to have the base case values.	90
5.13	Sensitivity plot comparing the solution using $\phi = 5\%$ vs $\phi = 0\%$. All other parameters are assumed to have the base case values.	91
5.14	Plots of average solution ratios given by the original stochastic program vs. fixed policy rule.	95

5.15 The average difference in debt-to-asset ratios given by the stochastic program and the fixed policy rule.

96

Lista de tabelas

2.1	Results of the sensitivity analysis	32
3.1	Borrowing Rates and Credit Lines	39
3.2	Asset returns - Descriptive Statistics for $\alpha = 95\%$.	39
3.3	Optimal Solutions for $\nu = 5\%$	41
3.4	Optimal Solutions for $\nu = 10\%$	41
5.1	Regime Analysis: Model parameters estimated using S&P 500 and cap-weighted agribusiness index monthly returns from 1/1/1990 to 3/31/2010.	78
5.2	GARCH(1,1) model calibrated using the sample data from 1/1/1990 to 3/31/2010 for price process of the agriculture commodity index.	81
5.3	Sample statistics of the Barclays Aggregate US Corporate AAA spread over the 3-month US T-Bill rate under each regime from 1/1/1990 to 3/31/2010.	81
5.4	Sample statistics of agribusiness companies from 1/31/1990 to 3/31/2010.	84
5.5	Base case parameter values.	86
5.6	Objective value gap between the objective value given by the optimal solution and the fixed policy rule approximation.	96

As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality.

Albert Einstein, *Geometry and Experience*.