



**Alexander Argüello Quiroga**

**Vinculando a fase de violação de CP de  
neutrinos de Majorana na era de precisão da  
Cosmologia e dos experimentos de duplo  
decaimento Beta**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do  
Departamento de Física da PUC-Rio como requisito parcial para  
obtenção Do título de Doutor em Física

Orientador: Prof. Hiroshi Nunokawa

Rio de Janeiro  
março de 2014



**Alexander Argüello Quiroga**

**Vinculando a fase de violação de CP de  
neutrinos de Majorana na era de precisão da  
Cosmologia e dos experimentos de duplo  
decaimento Beta**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do Departamento de Física do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção Do título de Doutor em Física. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Hiroshi Nunokawa**

Orientador

Departamento de Física — PUC-Rio

**Prof. João Carlos Costa dos Anjos**

CBPF

**Prof. Pedro Cunha de Holanda**

UNICAMP

**Prof. Pietro Chimenti**

Universidade Federal do ABC

**Prof. Hélio da Motta Filho**

CBPF

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 21 de março de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### Alexander Argüello Quiroga

Graduou-se bacharel em física na Universidad Industrial de Santander em 2006. Em 2009 obteve o grau de Mestre em Ciências - Física pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

#### Ficha Catalográfica

Quiroga, Alexander Argüello

Vinculando a fase de violação de CP de neutrinos de Majorana na era de precisão da Cosmologia e dos experimentos de duplo decaimento Beta / Alexander Argüello Quiroga; orientador: Hiroshi Nunokawa. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Física, 2014.

v., 155 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Física.

Inclui referências bibliográficas.

1. Física – Tese. 2. Neutrino. 3. Massa do neutrino. 4. Oscilação de neutrinos. 5. Fração de exclusão. 6. Decaimento beta. 7. Duplo decaimento beta sem neutrinos. 8. Cosmologia. 9. Matriz Nuclear de Elementos. 10. Fase CP de Majorana. 11. Hierarquia de massa. I. Nunokawa, Hiroshi. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Física. III. Título.

CDD: 510

## Agradecimentos

À Deus, Criador de toda a ciência e conhecimento;

Ao meu orientadore Hiroshi Nunokawa, pela paciência que teve na realização deste trabalho, por ter-me aceitado como seu estudante de mestrado e depois como doutorando, pela amizade e pela preocupação que tem em minha formação como pesquisador;

Ao Professor Hisakazu Minakata, por ter entrado neste projeto junto, pelas discussões em física, pelos conselhos, e pelas saídas a jantar junto com a Kiku e o Hiroshi;

Ao professor Marco Cremona, quem passou a ser meu amigo, sempre com um ombro para me apoiar nos tempos difíceis, sem ele nada disto teria acontecido, por isso Marco “Grazie mille!!”;

Ao professor Marcelo Maia pela ajuda que me deu no momento que mais precisava, o cargo de professor na PUC-Rio:

Ao professor Waldemar Monteiro pelas muitas e muitas discussões de física, sempre com um café e um sorriso;

Ao professor Geraldo Sigaud pelo incentivo, pelas discussões de física e pelo ser humano que ele foi, sempre vivirá em meu coração como uma pessoa admirável e como o melhor professor que tive;

Aos meus amigos e colegas Fábio Alex Pereira dos Santos e Thiago Mühlbeier, pelas discussões em física, em programação e Latex, pelas viagens, pelas cervejas, pelos churrascos, pelos rodízios, pelo tempo que gastamos brincando com a física;

À minha amiga Johanna Pacheco e o esposo Alexandre de Camara, pela amizade e pelos momentos de descontração que me ofereceram sempre que nos convidavam para São Pedro, esses momentos foram importantes para meu o bem-estar mental;

À minha esposa Sandra Jasmin Florez Galvis, pois ela foi meu todo nestes 4 anos de doutorado, sem ela, sem sua ajuda, sem sua companhia, sem seu amor e sobre todo sem sua paciência, este trabalho não teria sentido, pois tudo que sou e tudo que ainda farei sempre será na procura de um futuro melhor para nós dois;

Aos demais alunos e funcionários da Pós-Graduação do Departamento de Física da PUC-Rio, os quais de inúmeras formas ajudaram no andamento desta dissertação, em especial à Giza, à Marcia e ao Julinho;

À CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro, que foi de vital importância para a elaboração deste trabalho;

Finalmente, gostaria de agradecer a minha mãe Azucena Quiroga e meu irmão Ariel Argüello Quiroga, pois apesar da distância que nos separa, sempre estiveram de coração presente durante estes anos no Brasil, por todo o calor de família, pelo apoio nos momentos de tribulação e o incentivo necessário para não desfalecer ante as adversidades; E ao meu pai Alejandro Argüello Mora quem sempre sonhou com me ver formado, a ele hoje posso dizer com orgulho “Eu consegui paizinho e isto é só o começo!!” Obrigado por todo e por me fazer sentir que você nunca se foi, que sempre esteve aqui comigo.

## Resumo

Quiroga, Alexander Argüello; Nunokawa, Hiroshi. **Vinculando a fase de violação de CP de neutrinos de Majorana na era de precisão da Cosmologia e dos experimentos de duplo decaimento Beta**. Rio de Janeiro, 2014. 155p. Tese de Doutorado — Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Atualmente podemos determinar com grande precisão os parâmetros das massas e misturas dos neutrinos. Porém, mesmo que no futuro as incertezas sobre as medidas destes parâmetros sejam reduzidas consideravelmente, talvez algumas questões ainda continuem em aberto, como por exemplo, o valor absoluto da massa dos neutrinos, a hierarquia de massa e também determinar se os neutrinos são de Majorana ou Dirac, e se forem de Majorana, então quais seriam os valores das fases de CP? Nesta tese, nós abordamos parte destas questões estudando a detetabilidade da fase CP de Majorana através das medidas de massa dos neutrinos, que são extraídas de experimentos de decaimento beta, duplo decaimento beta sem neutrinos e observações cosmológicas. Para quantificar a sensibilidade dos experimentos à fase de Majorana, além de usar os gráficos convencionais das regiões permitidas, usamos a função de exclusão, definida como uma fração no espaço de parâmetros CP, que é excluída quando um conjunto de parâmetros de entrada é fornecido. A sensibilidade dos experimentos é considerada quando variamos as incertezas desde o valor mais pessimista até o valor mais otimista e também incluímos o erro experimental devido à matriz de elementos nucleares. Com esta análise, encontramos que a fase de Majorana, denotada como  $\alpha_{21}$ , pode ser restringida ao ser excluído o espaço de parâmetros entre um 10% e até 50%, com um nível de confiança de  $3\sigma$ , isto se consideramos que a massa do neutrino mais leve é  $0.1\text{eV}$ . Também são tratados aspectos característicos da sensibilidade à fase  $\alpha_{21}$ , como por exemplo, a dependência à outra fase de Majorana  $\alpha_{31}$ . Para finalizar, nós estudamos o caso de se na atualidade, a incerteza do elemento de matriz nuclear pode ser limitado usando as medidas dos mesmos experimentos.

### Palavras-chave

Neutrino; Massa do neutrino; Oscilação de neutrinos; Fração de exclusão; Decaimento beta; Duplo decaimento beta sem neutrinos; Cosmologia; Matriz Nuclear de Elementos; Fase CP de Majorana; Hierarquia de massa;

## Abstract

Quiroga, Alexander Argüello; Nunokawa, Hiroshi. **Constraining Majorana CP Phase in Precision Era of Cosmology and Double Beta Decay Experiment**. Rio de Janeiro, 2014. 155p. PhD Thesis — Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nowdays we are in a precision epoch where is possible to get accurately the parameters that involve the neutrino physics, however, even that in the future the uncertainties on those parameters will decrease enormously, perhaps still will continue some open question, for instance, what is the absolute mass of neutrinos? What is the hierarchy of the masses? Are the neutrinos Majorana or Dirac? And if they were Majorana, what would be the value of the CP phases? In this work, we studying the detectability of the CP phase through experiments of neutrino beta decay, neutrinoless double beta decay and cosmology. In order to quantify the sensitivity to the Majorana phase we use the CP exclusion fraction, it is a fraction of region of the CP phase, that is excluded for a given set of assumed input parameters. The experiments sensitivity is account when it is varied since the pessimistic to optimistic one, assumptions of the experimental erros, the uncertainty of nuclear matrix elements and all the scenarios are considering with the Normal and Inverted hierarchies. We find that a Majorana phase, the called  $\alpha_{21}$  can be constrained strongly by excluded 10 – 50% of phase space at  $3\sigma$  CL for the lowest neutrino mass of 0.1 eV. The characteristic features of the sensitivity to  $\alpha_{21}$ , such as dependences on the other phase  $\alpha_{31}$  are addressed. We also arise the question of whether the uncertainties of nuclear matrix elements could be constrained be consistency of such measurements.

## Keywords

Neutrino; Neutrino masses; Neutrino oscillation; Exclusion Fraction; Beta Decay; Neutrinoless Double Beta Decay; Cosmology; Nuclear Matrix Element; Majorana CP phase; Neutrino mass hierarchy;

## Sumário

1	Introdução	<b>15</b>
2	Neutrinos	<b>18</b>
2.1	História dos neutrinos	18
2.2	Física de neutrinos	24
2.3	Neutrinos de Majorana e Dirac	27
2.4	Massa do neutrino	29
3	Cosmologia	<b>38</b>
3.1	Introdução	38
3.2	Elementos de Relatividade Geral	39
3.3	A métrica Robertson-Walker	42
3.4	Propagação da luz	44
3.5	Distância de Luminosidade.	46
3.6	Movimento Geodésico	50
3.7	A função de distribuição dos neutrinos	51
4	Observáveis	<b>59</b>
4.1	Decaimento beta	60
4.2	Duplo decaimento beta sem neutrinos	70
4.3	Observações Cosmológicas	82
4.4	Supernova 1987A	92
5	Erros experimentais e Análise do procedimento.	<b>95</b>
5.1	Erros experimentais	95
5.2	Análise do procedimento	99
6	Resultados	<b>106</b>
6.1	Regiões permitidas	106
6.2	A Fração de Exclusão	116
6.3	É possível restringir a incerteza da matriz de elementos nucleares?	124
7	Conclusão	<b>134</b>

## Lista de figuras

2.1	Gráfico da mistura dos auto-estados de sabor do neutrino $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ , dos auto-estados de massa $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ e dos ângulos de mistura $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ .	32
2.2	Gráfico que representa o ordenamento das massas dos neutrinos.	35
4.1	Gráfico do processo de decaimento beta.	63
4.2	Gráfico da função de Kurie.	66
4.3	Gráfico do decaimento beta.	67
4.4	Gráfico de $m_2$ e $m_3$ em função da massa mais leve para hierarquia normal, levando em consideração a incerteza a $1\sigma$ .	67
4.5	Gráfico de $m_1$ e $m_2$ em função da massa mais leve para hierarquia invertida, levando em consideração a incerteza a $1\sigma$ .	68
4.6	Figura que mostra as partes do experimento KATRIN.	69
4.7	Gráfico do processo $2\beta_{2\nu}^-$ .	71
4.8	Gráfico do duplo decaimento beta sem neutrino, para neutrinos de Dirac.	74
4.9	Gráfico do duplo decaimento beta sem neutrino, para neutrinos de Majorana.	75
4.10	Gráfico da região permitida do duplo decaimento beta em função da massa do neutrino mais leve, $m_0 = m_1$ no caso de hierarquia normal e $m_0 = m_3$ para a hierarquia invertida, representamos a incerteza de $1\sigma$ dos parâmetros de mistura com as regiões mais escuras, as regiões mais claras representam os parâmetros com melhor valor de ajuste.	77
4.11	Figura que mostra as partes do experimento EXO-200.	79
4.12	Figura que mostra o efeito da câmara de projeção temporal.	80
4.13	Figura que mostra o experimento KAMLAND-Zen.	81
4.14	Figura que mostra o experimento GERDA em Gran Sasso na Italia.	82
4.15	Gráfico do efeito da massa do neutrino no espectro de potência da temperatura do CMB, para um modelo cosmológico $\Lambda$ CDM e diferentes massas dos neutrinos..	84
4.16	Gráfico espectro de potência da matéria para grandes estruturas no espaço de Fourier. Evidenciamos o efeito da atenuação do espectro em altos numeros de onda por causa da massa dos neutrinos.	86
4.17	Gráfico do espectro de potência da matéria com efeito de Lente Gravitacional Fraca.	87
4.18	Gráfico do efeito da massa do neutrino na distância de luminosidade $d_L(z, m_\nu)$ em função do desvio para o vermelho para diferentes massas do neutrino.	88

4.19	Ampliação da distância de luminosidade, notamos nesta aproximação que por casusa da massa dos neutrinos há uma reduzao na $d_L(z, m_\nu)$ .	89
4.20	Gráfico de $\Sigma$ , a suma de massa dos neutrinos em função da massa mais leve dos neutrinos $m_0$ , para as hierarquias normal e invertida, com $1\sigma$ da inverteza dos parâmetros de mistura.	89
4.21	Gráfico do observatório espacial PLANCK.	90
4.22	Gráfico da região permitida produto da combinação de observáveis $m_\beta$ , $m_{0\nu\beta\beta}$ e $\Sigma$ .	93
5.1	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $\alpha_{21}$ para o caso de hierarquia normal, com $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	100
5.2	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $\alpha_{21}$ para o caso de hierarquia invertida, com $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	101
5.3	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $\alpha_{21}$ para o caso de hierarquia normal, com $\sigma_\Sigma = 0,02$ eV.	102
5.4	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $\alpha_{21}$ para o caso de hierarquia invertida, com $\sigma_\Sigma = 0,02$ eV.	102
5.5	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $m_0$ para o caso de hierarquia normal, com $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	103
5.6	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $m_0$ para o caso de hierarquia invertida, com $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	104
5.7	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $m_0$ para o caso de hierarquia normal, com $\sigma_\Sigma = 0,02$ eV.	104
5.8	Gráfico de $\Delta\chi^2$ em função de $m_0$ para o caso de hierarquia invertida, com $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	105
6.1	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 1,5$ , $m_0 = 0,1$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	106
6.2	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 1,5$ , $m_0 = 0,2$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	107
6.3	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 1,5$ , $m_0 = 0,1$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,02$ eV.	108
6.4	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 1,5$ , $m_0 = 0,2$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,02$ eV.	108
6.5	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 2,0$ , $m_0 = 0,1$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	109
6.6	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 2,0$ , $m_0 = 0,1$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,02$ eV.	110
6.7	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 2,0$ , $m_0 = 0,2$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV.	111
6.8	Gráfico da região de confiança com $r_{NME} = 2,0$ , $m_0 = 0,2$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,02$ eV.	111
6.9	Gráfico das regiões de confiança com $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , $m_0 = 0,0; 0,05; 0,1; 0,2$ eV e $\sigma_\Sigma = 0,05$ eV e $\alpha_{31} = 0$ .	112

- 6.10 Gráfico das regiões de confiança com  $r_{NME} = 2,0, 1,5, 1,3$ ,  $m_0 = 0,0, 0,05, 0,1, 0,2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $\alpha_{31} = \pi$ . 113
- 6.11 Gráfico das regiões de confiança com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ ;  $m_0 = 0,0; 0,05; 0,1; 0,2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $\alpha_{31} = 0$ . 114
- 6.12 Gráfico das regiões de confiança com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ ;  $m_0 = 0,0; 0,05; 0,1; 0,2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $\alpha_{31} = \pi$ . 116
- 6.13 Gráfico da fração de exclusão  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ ;  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0, \pi$ . 118
- 6.14 Gráfico da fração de exclusão  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ ,  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0, \pi$ . 120
- 6.15 Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_\Sigma = 0,02$  eV)  $- (\sigma_\Sigma = 0,05$  eV). Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0$ . 121
- 6.16 Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_\Sigma = 0,02$  eV)  $- (\sigma_\Sigma = 0,05$  eV). Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = \pi$ . 121
- 6.17 Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_\Sigma = 0,02$  eV)  $- (\sigma_\Sigma = 0,05$  eV) e  $\Delta f_{CPX}(r_{NME}) = f_{CPX}(r_{NME} = 1,1) - f_{CPX}(r_{NME} = 1,3)$ . Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0$ . 122
- 6.18 Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_\Sigma = 0,02$  eV)  $- (\sigma_\Sigma = 0,05$  eV) e  $\Delta f_{CPX}(r_{NME}) = f_{CPX}(r_{NME} = 1,1) - f_{CPX}(r_{NME} = 1,3)$ . Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = \pi$ . 123
- 6.19 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV. 125
- 6.20 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV. 125
- 6.21 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV. 126
- 6.22 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV. 126
- 6.23 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV. 127
- 6.24 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV. 128
- 6.25 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV. 128
- 6.26 Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV. 129
- 6.27 Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV. 129
- 6.28 Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV. 130

6.29	Gráfico da região permitida de $\xi$ para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com $\sigma_{\Sigma} = 0,05$ eV e $m_0 = 0,2$ eV.	131
6.30	Gráfico da região permitida de $\xi$ para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com $\sigma_{\Sigma} = 0,05$ eV e $m_0 = 0,2$ eV.	131
6.31	Gráfico da região permitida de $\xi$ para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com $\sigma_{\Sigma} = 0,02$ eV e $m_0 = 0,2$ eV.	132
6.32	Gráfico da região permitida de $\xi$ para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com $\sigma_{\Sigma} = 0,02$ eV e $m_0 = 0,2$ eV.	132
6.33	Gráfico da região permitida de $\xi$ para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com $\sigma_{\Sigma} = 0,02$ eV e $m_0 = 0,1$ eV.	133
6.34	Gráfico da região permitida de $\xi$ para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com $\sigma_{\Sigma} = 0,02$ eV e $m_0 = 0,1$ eV.	133

## Lista de tabelas

2.1	Valores das massas dos neutrinos.	27
4.1	Resumo dos valores das massas do neutrino obtidos através do decaimento beta.	62
4.2	Valores das incertezas do Elemento de Matriz Nuclear (NME siglã em inglês).	75

*“Although it is perhaps still not possible to decide experimentally between this new theory and what is the simple extension of the Dirac equations to neutral particles, one must consider that the first one introduces, in this still little explored field, a smaller number of hypothetical entities.... The advantage of this procedure over the elementary interpretation of the Dirac equations is that there is no reason to presume the existence of antineutrons or antineutrinos.”*

*Ettore Majorana.*

# 1

## Introdução

A corrida por desvendar as propriedades dos neutrinos, nos leva na atualidade, a entender que precisamos de várias áreas do conhecimento humano, trabalhando conjuntamente em prol de um mesmo objetivo. Neste sentido, a Cosmologia oferece informação valiosa à física dos neutrinos, a qual pode ser complementada à extraída dos experimentos terrestres.

As observações astrofísicas e cosmológicas nos proporcionam dados indiretos do valor absoluto da soma das massas dos neutrinos. Atualmente graças à Colaboração de Planck [1] e experimentos como SDSS [2], BAO [3, 4], as Lentes Gravitacionais [5], CMB [6, 7] e Lyman $\alpha$ -forest [8, 9] fornecem dados com alto grau de precisão.

Esta informação cosmológica pode ser usada como um complemento dos dados extraídos dos experimentos de laboratório, interessados em determinar o valor absoluto da massa dos neutrinos. Entre estes experimentos terrestres temos os que estudam o processo de decaimento beta [10, 11], e os que estudam o processo de duplo decaimento beta sem neutrinos ( $0\nu\beta\beta$ ) [12, 13, 14].

Por outro lado, experimentos terrestres de acelerador, reator, neutrinos atmosféricos e solares assim como experimentos de oscilação, têm medido os ângulos da matriz de mistura leptônica [15] e a diferença quadrada dos autovalores da matriz de massa dos neutrinos [16], vaticinando que entramos em uma nova era da física dos neutrinos. É claro que ainda há questões em aberto no setor de léptons, assim como a violação da fase CP Kobayashi-Maskawa [17] e a hierarquia de massa dos neutrinos. Contudo, mesmo que nos próximos anos consigamos determinar estes parâmetros, talvez ainda permaneçam algumas questões importantes em aberto como, por exemplo, qual é o valor absoluto da massa dos neutrinos. Determinar se os neutrinos são de Majorana ou de Dirac, e, caso sejam de Majorana, então quais seriam os valores das fases CP? [18, 19, 20].

Nesta tese estudamos a capacidade que temos de detectar, na atualidade, a fase CP de Majorana, isto desde o arcabouço da chamada “era da cosmologia de precisão” e em conjunto com experimentos de decaimento beta e duplo decaimento beta sem neutrinos ( $0\nu\beta\beta$ ). Mostramos que quando combinamos as observações cosmológicas com os experimentos de laboratório, há um aumento na sensibilidade a  $\alpha_{21}$ , uma das duas fases CP de Majorana.

Esperamos, por conseguinte, que este resultado renove o interesse da comunidade científica no estudo da fase CP de Majorana, o qual desde décadas passadas tem permanecido em um lúgubre ceticismo. Entretanto, é possível resgatar alguns trabalhos dedicados a este quesito [21, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31].

O intuito de realizar este trabalho é porque sentimos que estamos no tempo propício para abordar este setor da física de neutrinos. Isto devido às seguintes razões: primeiro, as observações cosmológicas atingiram um alto grau de precisão, conseqüentemente a cosmologia hoje é mais sensível ao valor absoluto da massa dos neutrinos que os experimentos de laboratório, como por exemplo, os limites à massa dos neutrinos impostos pela combinação de experimentos em Planck [1]. Para outros estudos ver [32]. Por esta razão, agora podemos adotar uma nova estratégia para estudar o quesito “massa dos neutrinos”, restringindo este parâmetro usando principalmente a cosmologia e complementando esta informação, com dados de decaimento beta e  $0\nu\beta\beta$  para estudar as fase CP de Majorana. Segundo, estamos em uma época onde vários experimentos de  $0\nu\beta\beta$  restringirão a massa efetiva dos neutrinos a alguns meV [12, 13, 14], [33, 34, 35, 36, 37]. Para mais detalhes ver [38, 39, 40]. Além disto, grandes esforços tem sido dedicados a melhorar a forma como a matriz de elementos nucleares (NME siglâ em inglês) é calculada, isto é superlativo na hora de obter o valor da massa efetiva dos neutrinos [41, 42, 43, 44]. Terceiro, recentemente as incertezas dos ângulos de mistura no setor de lépton diminuíram notavelmente. Por exemplo, o erro de  $\sin^2 \theta_{12}$  é agora somente 4% [45] e cairá ainda mais com experimentos de reator [46, 47]. Além do mais, o ângulo de mistura  $\theta_{13}$  que antes era desconhecido, agora é medido com precisão [48, 49] e esperamos que a incerteza com que esse parâmetro é medido caia a um nível de 5%. Como veremos no capítulo 4, o efeito das incertezas com que os parâmetros são medidos é infimo. Para finalizar, o experimento cinemático KATRIN [50, 51] restringirá a massa do neutrino a um nível de 0,2 eV com 90% de nível de confiança (CL é a siglâ em inglês e vai ser adotada nesta tese).

Portanto, para realizar esta tese, iniciaremos no capítulo 2 apresentando uma breve história dos neutrinos, desde quando sua existência foi postulada por W. Pauli como uma forma de salvar a conservação da energia, passando pelos experimentos que os detectaram até os experimentos que existem hoje para medir sua massa. Depois discutiremos as propriedades dos neutrinos, assim como o efeito de oscilação de sabor que eles sofrem, onde nos focaremos na oscilação no vácuo. Para finalizar o capítulo, veremos como foi determinado o limite de massa Gerstein-Zeldovic. No capítulo 3 estudaremos brevemente aspectos teóricos da relatividade geral, formalismo que vamos usar, ainda nesse capítulo para descrever a teoria do neutrino cosmológico ou como é comumente chamado, neutrino de fundo cósmico. No capítulo 4 estudaremos em detalhe os processos envolvidos com a medida do valor absoluto da massa dos neutrinos, desde os experimentos cinemáticos que estudam o decaimento beta, passando pelos experimentos que extraem informação do duplo decaimento beta sem neutrinos, o qual é um raro processo que mostraria a natureza de Majorana se for reportado um sinal positivo. Finalizando o capítulo, estudaremos os sinais que deixados por neutrinos na expansão do universo e quais são os observáveis cosmológicos envolvidos na análise do valor absoluto da massa dos neutrinos. Após este primeiro contato com a teoria mais geral, porém importante, vamos ao capítulo 5, onde analisaremos as incertezas associadas às medidas dos experimentos que usamos nesta tese. Também mostraremos o tratamento que daremos aos dados construindo a função  $\chi^2(m_0, \alpha_{21}, \alpha_{31}, r_{NME})$ . No capítulo 6 apresentaremos e analisaremos os resultados usando primeiramente as regiões permitidas dos parâmetros  $m_0, \alpha_{21}, \alpha_{31}$ . Após esta análise, quantificaremos através da fração de exclusão [52], a sensibilidade dos experimentos às fases CP de Majorana. Neste capítulo mostraremos o impacto das observações cosmológicas na sensibilidade à fase CP de Majorana. No capítulo 6 apresentaremos as conclusões e discussões desta tese.

## 2 Neutrinos

### 2.1 História dos neutrinos

A história das interações fracas data do ano 1896, quando o francês A. Becquerel (1852-1908) descobriu a radioatividade do Urânio. Três anos depois, o neozelandês E. Rutherford (1871-1939), descobriu os raios  $\alpha$  e  $\beta$ . O raio  $\gamma$  foi descoberto em 1900 pelo químico e físico francês P. Villard (1860-1934) enquanto estudava o urânio e o rádio. Em 1914, o inglês J. Chadwick (1891-1974) demonstrou que o espectro  $\beta$  era contínuo, diferente dos raios  $\alpha$  e  $\gamma$ , e este resultado foi conferido por Ellis e Wooster em 1927. A austríaca L. Meitner (1878-1968) tentou explicar o espectro contínuo do decaimento  $\beta$ , comparando-o com o espectro discreto dos núcleos que produzem os decaimentos  $\alpha$  e  $\gamma$ . Ela formulou a hipótese de que a energia faltante no espectro do decaimento  $\beta$  era devida a raios  $\gamma$ , criados em processos secundários pelos elétrons emitidos no mesmo decaimento  $\beta$ . Entretanto, ela demonstrou que sua hipótese estava errada e que a energia ausente no decaimento  $\beta$  não podia ser atribuída aos raios  $\gamma$ . Esse resultado levou a duas possíveis interpretações teóricas: a primeira do dinamarquês N. Bohr (1855-1962), que disse que talvez a conservação da energia neste processo fosse somente num sentido estatístico. A segunda, formulada pelo físico austríaco W. Pauli (1900-1958), que disse que a energia é conservada, que uma radiação adicional é emitida junto com os elétrons e tal radiação consiste de uma nova partícula neutra.

Em 1930, W. Pauli enviou uma carta intitulada “Caros senhores e senhoras radioativos” [53] a dois colegas que participavam de uma conferência em física em Tübingen (Alemanha), o físico alemão H. Geiger (1882-1945) e a física austríaca L. Meitner. Nesse encontro seria discutido o problema do decaimento  $\beta$ , processo no qual um núcleo atômico se transforma em outro e emite um elétron. A energia dessa partícula varia de zero até um valor máximo,

quando se esperava que fosse um valor fixo. Na carta Pauli dizia-lhes que havia resolvido o problema “inventando” uma nova partícula, um férmion neutro que interage muito fracamente com a matéria, com spin  $1/2$  e que cumpre o princípio de exclusão. Esse férmion seria emitido no decaimento  $\beta$  e a partícula carregaria a energia que faltava ao elétron emitido no decaimento, e o chamou de *nêutron*<sup>1</sup>.

Pauli apresentou sua idéia em 1931 em uma série de conferências e, em 1932, quando Chadwick descobriu o nêutron tal e como o conhecemos hoje [54], o italiano E. Fermi (1901-1954) propôs o nome de *neutrino* (nêutron pequeno). A primeira publicação que faz referência ao neutrino foi na conferência Solvay em Outubro de 1933, onde Fermi [55] e o francês J. Perrin (1670-1942) [56] independentemente concluíram que os neutrinos poderiam não ter massa.

Em 1934, Fermi juntou o neutrino, o nêutron, a teoria quântica, e o conceito de partícula e anti-partícula em uma teoria sobre o decaimento  $\beta$  conhecida como a teoria de Fermi [57, 58]. Esta teoria descreve o espectro de energia do decaimento  $\beta$  para o caso que o neutrino tem uma massa nula, e de que forma o espectro mudaria se o neutrino tivesse uma massa pequena.

Em 1936, o físico russo G. Gamow (1904-1968) e o físico norte-americano de origem húngara E. Teller (1908-2003) [59], estenderam a teoria adicionando vetores axiais de tal forma que a paridade é conservada, (a violação de paridade naquela época era inconcebível). A teoria de Fermi explicava muito bem os dados experimentais, mas para alguns cientistas não era convincente, porque o neutrino ainda não havia sido detectado. As primeiras tentativas revelaram que a partícula podia atravessar imensas distâncias sem interagir com nenhum átomo.

O físico alemão H. Bethe (1906-2005) e o inglês R. Peierls (1907-1995), propuseram que se o decaimento do nêutron criava um próton, um elétron e um anti-neutrino, então deveria existir o decaimento  $\beta$  inverso [60] no qual, um neutrino deveria colidir com um próton, gerando um nêutron e liberando um pósitron [61]. Para demonstrar como isso é pequeno pode se dizer que por  $1\text{cm}^3$  de água que contém  $7 \times 10^{22}$  prótons, um neutrino dificilmente colidiria com um desses átomos pois a probabilidade disso seria da ordem de  $10^{-21}$ . Então

<sup>1</sup> Pauli chamou-o de *nêutron* porque achou que era a partícula proposta por Rutherford, de carga zero com massa proporcional ao elétron e que compõe o núcleo atômico junto com os prótons. Mas naquela época não se sabia o que era precisamente o nêutron (como o conhecemos hoje) quem se desintegrava, produzindo o decaimento  $\beta$  no processo  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ .

para ver um neutrino colidindo seria necessário uma camada de água com uma espessura de  $10^{21}$  cm, que seria a espessura de nossa galáxia.

Os norte-americanos C. Cowan (1919-1974) e F. Reines (1918-1998) imaginaram que a absorção de um neutrino por um próton, num grande tanque com um líquido cintilador<sup>2</sup> liberaria um pósitron e assim aconteceria a aniquilação com os elétrons do meio. Nesse processo seriam emitidos raios  $\gamma$ , e com esses raios haveria uma emissão de luz que seria detectada por fotocélulas colocadas nas paredes do tanque. O experimento teria que ser feito no subsolo, de outra forma os raios cósmicos alterariam os resultados, porque eles também poderiam ionizar o líquido cintilador usado.

A primeira tentativa de medir esse fenômeno foi chamada “*Projeto Poltergeist*”, mas ele teve interferência dos raios cósmicos, embora o tanque estivesse 20 metros no subsolo. Para evitar o problema, cientistas fizeram um detector novo, nele se intercalavam pequenos tanques do líquido cintilador com tanques menores cheios de água e cloreto de cádmio [62, 63]. Em julho de 1956, depois de usar uma versão melhorada do detector, Cowan e Reines revelaram a Pauli por telegrama que haviam detectado os neutrinos, e a taxa de reações era a prevista pela teoria de Fermi.

Em 1956, os chineses T. Lee (1926- ) e C. Yang (1922- ), da universidade de Columbia em New York, foram os que viram evidência da violação de paridade nas interações fracas, não só nos decaimentos do  $K$ , mas sim em todos os decaimentos com interação fraca vistos no passado [64]. Em 1958 a teoria V-A foi formulada pelos norte-americanos R. Feynman (1918-1988), M. Gell-Mann (1929- ) [65], o indiano E. Sudarshan (1931- ), o russo S. Marshak (1887-1964) [66] e o japonês J. Sakurai (1933-1982) [67], podendo facilmente ser aplicada no setor dos léptons usando a teoria de dois componentes de neutrinos sem massa, proposta em 1957 pelo soviético L. Landau (1908-1968) [68], T.D. Lee e C.N. Yang [69] e o paquistanês A. Salam (1926-1996) [70]<sup>3</sup>. Nesta teoria

<sup>2</sup>O líquido cintilador desenvolvido para detectar o neutrino foi

- Tolueno contendo trifenil, 2-(1-naftil)-5-fenil-oxazole( $\alpha$ NPO), e metil borato (ou cádmio),
- Trietilbenzeno contendo 2,5-difeniloxazole,  $\alpha$ NPO and metil borato,
- óleo puro contendo 2,5-difeniloxazole,  $\alpha$ NPO and metil borato. Essas soluções resultam em uma densidade de  $4.6 \times 10^{22}$  a  $7.2 \times 10^{22}$  prótons por centímetro cúbico.

<sup>3</sup>A idéia foi proposta primeiro pelo suíço H. Wely (1885-1955) em 1929, mas esta foi rejeitada por Pauli pois violava a até então sagrada paridade.[71]

os neutrinos são de mão esquerda e os anti-neutrinos são de mão direita.

Em 1958, M. Goldhaber(1911- ), L. Grodzins e A. Sunyar [72] mediram a polarização de um neutrino na captura do elétron,  $e^- + {}^{152}\text{Eu} \rightarrow {}^{152}\text{Sm}^* + \nu_e$ , com o seguinte decaimento  ${}^{152}\text{Sm}^* \rightarrow {}^{152}\text{Sm} + \gamma$ . Eles encontraram que a polarização medida do fóton implicava que a polarização do  $\nu_e$  foi necessariamente numa direção oposta a seu movimento, dentro das incertezas experimentais e em acordo com a teoria de dois componentes de um neutrino sem massa.

O conceito do número leptônico  $L$  foi introduzido em 1953 pelo físico E. Konopinski (1911-1990) e H.Mahmound para explicar alguns modos de decaimento. As partículas  $e^-$ ,  $\mu^-$ ,  $\tau^-$ ,  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$ ,  $\nu_\tau$  são identificadas com  $L = 1$ , enquanto suas anti-partículas tem  $L = -1$ , na teoria V-A e ainda hoje no modelo padrão das interações fracas,  $L$  é conservado. Por outra parte, o norte-americano R. Davis (1914-2006) tentou observar a reação  $\bar{\nu}_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$  mas não observou nada porque o processo viola o número leptônico. Para conservar o número leptônico ele tinha que substituir o anti-neutrino eletrônico  $\bar{\nu}_e$  pelo neutrino eletrônico  $\nu_e$ . Esse neutrino eletrônico é produzido no interior do Sol, desta forma ele fez o primeiro detector de neutrinos solares e que foi chamado de Homestake [73].

Embora a conservação do número leptônico permita a reação  $\mu \rightarrow e + \gamma$ , seu limite experimental foi algumas ordens de grandeza menor do que o previsto. Isso sugeriu uma nova lei da conservação, na qual se atribuiu diferentes números leptônicos a cada família leptônica. Foi proposto e mostrado pelo físico italiano B. Pontecorvo (1913-1993) [74] que  $\nu_\mu$  produzido em  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  não induz  $e^-$ , então  $\nu_\mu$  e  $\nu_e$  são necessariamente partículas diferentes

A pedra fundamental na teoria das interações fracas é a formulação do modelo padrão de Glashow-Weinberg-Salam pelo norte-americano S. Weinberg (1933- ) [75] e A. Salam [76] em 1967. O modelo é baseado nas teorias de calibre  $SU(2) \times U(1)$ , as quais prevêm a existência de correntes neutras fracas e do Bóson  $Z$ . O modelo padrão adiciona o chamado mecanismo de Higgs dentro do modelo Glashow. O mecanismo de Higgs foi proposto em 1964 pelo britânico P. Higgs (1929- ) [77, 78, 79], e pelos belgas F. Englert (1932- ), R. Brout (1928- ) [80], G. Guralnik, C. Hagen e T. Kibble [81, 82].

A renormalização do modelo padrão foi feita pelos holandeses G. 't Hooft (1946- ) e M. Veltman (1931- ) em 1972 [83, 84, 85] levando o modelo a ser

auto-consistente na física quanto na matemática. O sucesso do Modelo Padrão foi afirmado em 1973 quando se descobriu a corrente neutra das interações do neutrino, no experimento Gargamelle do CERN [86, 87, 88] e foi confirmado depois pelo Fermilab [89].

A descoberta em 1974 do quark charme na forma das partículas  $J/\psi$  ( $c\bar{c}$ ) em BNL ( $J$ ) [90] e SLAC ( $\psi$ ) [91] e logo depois o descobrimento do  $W^\pm$  [92, 93] e do  $Z$  [94, 95] no CERN, estabeleceram finalmente o Modelo Padrão como o modelo leptônico e hadrônico das interações eletrofracas.

O terceiro lépton, o  $\tau$ , descoberto pelo norte-americano M. Perl (1927- ) em 1975 [96], e os quarks  $b$  e  $t$  descobertos no Fermilab em 1977 [97] e 1995 [98, 99] completaram o conjunto de partículas do Modelo Padrão com três gerações. O número de gerações foi fixado a três em 1989 graças ao experimento LEP no CERN [100, 101, 102, 103]. O Bóson Higgs foi anunciado em 2012 e confirmado em 2013.

Em 1964, J. Christenson, J. Cronin (1931- ), V.L. Fitch (1923- ) e R. Turlay (1932-2002) [104] inesperadamente encontraram a violação da simetria CP no decaimento  $K^0$ . A existência desta violação foi colocada no arcabouço do Modelo Padrão através da mistura das três gerações de quarks graças aos físicos japoneses M. Kobayashi (1944- ) e T. Maskawa (1940- ) [105] em 1973, ampliando dessa forma a teoria da mistura de duas gerações desenvolvida pelo físico italiano N. Cabibbo (1935- ) [106] em 1963.

O fluxo de neutrinos solares que bombardeiam a Terra é monitorado desde os anos 70s, mas esses experimentos só detectavam a terça parte dos neutrinos previstos no Modelo Solar Padrão. Essa diferença ficou conhecida como “*o problema do neutrino solar*”. A idéia que melhor explicava o fenômeno naquela época foi a oscilação dos neutrinos, onde um neutrino do elétron que sai do centro do Sol e vai até a Terra pode mudar a um neutrino do múon ( $\nu_\mu$ ) ou do tau ( $\nu_\tau$ ). Isso pode ser explicado graças à mecânica quântica mas só poderia acontecer se os neutrinos tivessem massa.

O conceito de oscilação de neutrino foi proposto primeiro por B. Pontecorvo [107, 108]; motivado pelo fenômeno de oscilação dos  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ . A primeira teoria que ele propôs para explicar o fenômeno de oscilação foi  $\nu \rightarrow \bar{\nu}$  para neutrinos de Majorana. Para provar esta teoria B. Pontecorvo usou a reação  $\bar{\nu} + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$  feita por Davis para detectar anti-neutrinos, (a qual está errado porque viola o número leptônico). Porém, a teoria V-A das interações fracas implica que no regime ultra-relativístico que é aplicado aos

neutrinos, os anti-neutrinos são de helicidade de mão direita, e mesmo que eles oscilem eles serão sempre de mão direita porque há conservação da helicidade, e para obter  $\nu + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$  precisa-se de neutrinos de mão esquerda.

Um estudo mais em acordo com a teoria de oscilação que conhecemos hoje foi feito pelos japoneses Z. Maki, M. Nakagawa e S. Sakata em 1967 [109]. Eles propuseram que os neutrinos  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$  são estados misturados de dois auto-estados da massa.

Em 1967, Pontecorvo apresentou o primeiro trabalho tentando, talvez de uma forma um pouco intuitiva, entender a mistura dos neutrinos e sua oscilação [110] o qual foi depois completado por V. Gribov e B. Pontecorvo em 1969 [111]. A teoria da oscilação dos neutrinos foi finalmente completada por S. Eliezer e A. Swift [112], H. Fritzsch e P. Minkowski [113], S. Bilenky e B. Pontecorvo [114, 115] nos anos 1975-1976.

Os neutrinos atmosféricos no começo foram vistos como um resíduo não desejado nos experimentos que investigavam o decaimento do próton, porém os pesquisadores conseguiram vincular isto com uma possível oscilação dos neutrinos. O neutrino atmosférico foi detectado nos anos 80's, no experimento Kamiokande [116] e IMB [117]. Hoje, a alta precisão nas medidas do experimento do Super-Kamiokande [118], confirmadas pelas medidas dos experimentos Soudan 2 [119, 120, 121] e MACRO [122, 123], nos fornecem informação precisa sobre os valores dos parâmetros da oscilação do neutrino atmosférico, os quais estão em acordo com resultados dos primeiros experimentos independentes em grande escala, o experimento K2K [124, 125] e o MINOS [126, 127].

Na década dos anos 90, aconteceram grandes avanços na busca da solução do problema do neutrino solar, o qual acredita-se que foi finalmente bem entendido. Este problema foi descoberto no experimento Homestake [73], e observado com o experimento Kamiokande, GALLEX/GNO [128, 129], SAGE [130, 131], Super-Kamiokande, KamLAND [132, 133, 134] e SNO [135].

Em particular, este último experimento foi fundamental para resolver o problema do neutrino solar em 2002. A resposta para a “perda” dos neutrinos solares foi finalmente encontrada e é devida a uma oscilação de  $\nu_e$  a  $\nu_\mu$  ou  $\nu_\tau$  dentro do Sol explicada pelo efeito MSW (Mikheev-Smirnov-Wolfenstein) [136, 137, 138]. Por outro lado, o modelo solar proposto pelo americano John Bahcall (1934-2005) e outros [139, 140, 141] chegou a ser o Modelo Padrão o qual pode ser usado para pesquisar outras propriedades do neutrino solar.

Todos os dados dos experimentos atmosféricos e solares acima mencionados, são bem explicados pela teoria de oscilação dos neutrinos. Um modelo simples, no qual o sabor dos três neutrinos  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  são uma combinação linear unitária de três neutrinos massivos  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  e  $\nu_3$ . Com isto obtemos informação do valor da diferença do quadrado das massas dos neutrinos  $\Delta m_{12}^2$ ,  $\Delta m_{31}^2$  e  $\Delta m_{32}^2$ , e os valores da mistura dos ângulos  $\theta_{12}$  e  $\theta_{23}$  e  $\theta_{13}$ .

Uma pergunta que está ainda em aberto, é determinar qual deveria ser a natureza dos neutrinos, se Dirac ou Majorana. O experimento duplo decaimento  $\beta$  sem neutrinos é considerado o mais promissor para encontrar essas respostas.

## 2.2

### Física de neutrinos

Segundo o Modelo Padrão, 12 partículas são a base da matéria: 6 quarks e 6 léptons. Os neutrinos são léptons e têm a propriedade de não possuírem carga elétrica. Além disso, o neutrino no Modelo Padrão é um férmion sem massa descrito por um espinor de duas componentes, os quais são projeções quirais de um operador de campo  $\Psi$  de quatro componentes, com spin 1/2, e sempre orientado na direção oposta de sua velocidade ou que tem sempre helicidade negativa.

A helicidade negativa é uma consequência da suposição que o neutrino no Modelo Padrão é considerado sem massa. A helicidade não é conservada sob transformações de Lorentz e a única forma que a helicidade se conserve nesta transformação é que a partícula viaje à velocidade da luz tendo massa zero. São conhecidos 3 tipos de neutrinos: o neutrino eletrônico  $\nu_e$ , o neutrino muônico  $\nu_\mu$  e o neutrino taônico  $\nu_\tau$ . ver tabela 2.1.

Para estudar um pouco mais a fundo as propriedades dos neutrinos, teremos que usar algumas notações da teoria de campos como a matriz  $\gamma^5$ , que pode ser chamada de matriz quiralidade, onde  $(\gamma^5)^2 = \pm 1$ . Se denotamos os campos que são auto-funções de  $\gamma^5$  como  $\Psi_L$  e  $\Psi_R$ , com auto-valores  $-1$  e  $+1$  respectivamente, então

$$\begin{aligned}\gamma^5\Psi_R &= +\Psi_R, \\ \gamma^5\Psi_L &= -\Psi_L,\end{aligned}\tag{2.1}$$

os campos  $\Psi_R$  e  $\Psi_L$  são chamados de mão-direita e de mão-esquerda.

Também é possível escrever o espinor como uma mistura de  $\Psi_R$  e  $\Psi_L$  como

$$\Psi = \Psi_R + \Psi_L, \quad (2.2)$$

com

$$\Psi_R = P_R \Psi, \quad (2.3)$$

$$\Psi_L = P_L \Psi, \quad (2.4)$$

onde o operador quiralidade é definido como

$$P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}, \quad (2.5)$$

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}, \quad (2.6)$$

e satisfaz as propriedades

$$P_R + P_L = 1, \quad (2.7)$$

$$(P_R)^2 = P_R, \quad (2.8)$$

$$(P_L)^2 = P_L, \quad (2.9)$$

$$P_R P_L = P_L P_R = 0. \quad (2.10)$$

Os campos quirais  $\Psi_L$  e  $\Psi_R$  são conhecidos como espinores de Weyl <sup>4</sup>.

Um espinor de Weyl tem só duas componentes independentes, para que isso seja verificado podemos trabalhar na representação de Weyl (quiral)

$$P_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_L = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

<sup>4</sup>É curioso dizer que a possibilidade de descrever o comportamento de uma partícula com os espinores de Weyl foi rejeitado por Pauli em 1933, porque estes levavam à violação da Paridade. De fato, a inversão espacial de  $\Psi_R$  e  $\Psi_L$  implica que a conservação de paridade precisa da simultânea existência das duas componentes quirais. Porém, em 1956-57 se reabriu a possibilidade de descrever partículas sem massa com os espinores de Weyl, quando se descobriu a violação de paridade. Landau [68], Lee e Yang [69] e Salam [70] propuseram descrever o neutrino com o espinor de Weyl de mão-esquerda  $\Psi_L$ . Esta é a chamada teoria de dois componentes de neutrinos sem massa a qual foi incorporada ao Modelo Padrão das partículas.

e escrever o espinor  $\Psi$  como

$$\Psi = \begin{pmatrix} \chi_R \\ \chi_L \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

onde  $\chi_R$  e  $\chi_L$  são espinores de duas componentes, com (2.12) sobre (2.5) obtemos

$$\Psi_R = \begin{pmatrix} \chi_R \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_L = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi_L \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Isso mostra que  $\Psi_R$  e  $\Psi_L$  tem somente duas componentes.

Para partículas massivas, a quiralidade permanece invariante sob transformações de Lorentz, mas para partículas não massivas, a quiralidade e a helicidade são invariantes sob transformações de Lorentz e são equivalentes.

Assim,

$$\begin{aligned} \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|} \Psi_R &= \Psi_R, \\ \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|} \Psi_L &= -\Psi_L. \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde  $\frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|}$  é o operador helicidade definido como

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

onde  $\sigma$  são as matrizes de Pauli e  $\vec{P}$  é o momento linear. O operador helicidade pode-se definir também assim

$$\hat{h} = \frac{\vec{S} \cdot \vec{P}}{s|\vec{P}|}$$

onde  $\vec{S}$  é o operador do spin. Desta forma vê-se que para partículas sem massa a quiralidade (2.1) e a helicidade (2.14) são idênticas.

Férmion	Representação	Massa
Geração 1 (elétron)		
neutrino eletrônico	$\nu_e$	$< 2, 2\text{eV}$
anti-neutrino eletrônico	$\bar{\nu}_e$	$< 2, 2\text{eV}$
Geração 2 (múon)		
neutrino muônico	$\nu_\mu$	$< 170\text{keV}$
anti-neutrino muônico	$\bar{\nu}_\mu$	$< 170\text{keV}$
Geração 3 (tao)		
neutrino taônico	$\nu_\tau$	$< 15, 5\text{MeV}$
anti-neutrino taônico	$\bar{\nu}_\tau$	$< 15, 5\text{MeV}$

**Tabela 2.1:** Valores das massas dos neutrinos.

### 2.3

#### Neutrinos de Majorana e Dirac

Até agora falamos das propriedades e da massa dos neutrinos, e dissemos que a massa do neutrino poderia ser de Dirac ou de Majorana, mas não explicamos o que são estes dois termos. De uma forma geral podemos dizer que como os neutrinos têm massa, então eles deveriam ser como qualquer outro férmion e ter espinores de Dirac, mas há um porém: como os neutrinos não têm carga elétrica então eles poderiam ter espinores de Majorana. Entre os férmions somente o neutrino poderia ser de Majorana, isso porque a carga é uma quantidade até agora conservada, e nenhuma partícula carregada poderia ser de Majorana. Nesta seção vamos explicar como é que isso pode acontecer.

O neutrino livre é descrito por

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_\nu) \Psi, \quad (2.16)$$

onde  $m_\nu$  é a massa do neutrino e  $\Psi$  é o biespinor ou um espinor de 4 componentes. A equação de movimento é

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_\nu) \Psi = 0, \quad (2.17)$$

que é a chamada equação de Euler-Lagrange, e que tem como solução

$$\Psi(x) = \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E}} \sum_{s=\pm 1/2} (a_s(p)u_s(p)e^{-ip \cdot x} + b_s^\dagger(p)v_s(p)e^{ip \cdot x}), \quad (2.18)$$

onde  $s$  é o spin e  $E = p^0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ , os espinores  $u_s$  e  $v_s$  são ondas planas

com energia positiva e negativa respectivamente e  $a_s(p)$  e  $b_s^\dagger(p)$  são operadores que aniquilam o estado de uma partícula de momentum  $p$  e com a componente do spin na direção do momentum.

Aplicando a conjugação de carga na equação (2.18) temos

$$C\Psi(x)C^{-1} = \Psi^c = \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E}} \sum_{s=\pm 1/2} (n_c^* b_s(p) u_s(p) e^{-ip \cdot x} + n_c^* a_s^\dagger(p) v_s(p) e^{ip \cdot x}), \quad (2.19)$$

e com a condição que  $\Psi = e^{i\theta} \Psi^c$  para o campo de Majorana, onde uma partícula é igual a sua anti-partícula, podemos assim comparar (2.18) e (2.22) obtendo

$$a_s(p) = n_c^* b_s, \quad (2.20)$$

$$b_s^\dagger(p) = n_c^* a_s^\dagger(p). \quad (2.21)$$

Substituindo (2.20) em (2.18) obtemos o campo de Majorana

$$\Psi_M = \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E}} \sum_{s=\pm 1/2} (a_s(p) u_s(p) e^{-ip \cdot x} + n_c^* a_s^\dagger(p) v_s(p) e^{ip \cdot x}), \quad (2.22)$$

onde  $n_c^*$  é um fator, e  $|n_c^*| = 1$ . Então o campo de Dirac (2.18) precisa de 4 operadores  $a_s$ ,  $a_s^\dagger$ ,  $b_s$  e  $b_s^\dagger$ , e o campo de Majorana precisa de dois  $a_s$  e  $a_s^\dagger$ .

Da Langrangiana (2.16) podemos escrever o termo de massa de Dirac e Majorana assim

$$-\mathcal{L}_{massa} = m \bar{\Psi} \Psi, \quad (2.23)$$

$$-\mathcal{L}_{massa} = m (\Psi_L + \Psi_R) (\bar{\Psi}_L + \bar{\Psi}_R), \quad (2.24)$$

na equação (2.23) vemos como a massa acopla as componentes da mão esquerda com as componentes de mão direita do campo fermiônico. Então, como já vimos para Dirac temos

$$-\mathcal{L}_D = m_D \bar{\Psi}_L \Psi_R + m_D \bar{\Psi}_R \Psi_L = \bar{\Psi} \Psi. \quad (2.25)$$

Este termo permite a conservação do número leptônico  $L$ , mas o problema é que  $\bar{\Psi}_R$  não está contemplado no Modelo Padrão.

A Langrangiana de Majorana pode ser escrita como

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} ((\bar{\Psi}_L)^c M \Psi_L + \bar{\Psi}_L M (\Psi_L)^c). \quad (2.26)$$

O neutrino de Majorana não tem número leptônico definido, ele viola o número leptônico em  $\Delta L = \pm 2$ .

Uma diferença muito grande entre o termo de massa de Dirac e Majorana é que o termo de Dirac é invariante sob transformações  $U(1)$ , isto é

$$\Psi \rightarrow e^{i\alpha}\Psi, \quad (2.27)$$

$$\bar{\Psi} \rightarrow e^{-i\alpha}\bar{\Psi}, \quad (2.28)$$

$$\bar{\Psi}\Psi \rightarrow e^{-i\alpha}e^{i\alpha}\bar{\Psi}\Psi. \quad (2.29)$$

Com isso temos  $\bar{\Psi}\Psi = \Psi\bar{\Psi}$ , quer dizer que o termo de massa de Dirac conserva a carga elétrica e o número bariônico.

## 2.4

### Massa do neutrino

Como foi mencionado na seção (2.1), no Modelo Padrão os neutrinos não têm massa, mas hoje sabemos que eles têm, e isto graças ao efeito de oscilação de sabor que eles sofrem à medida que evoluem no tempo. Essa teoria da oscilação explica bem o problema do neutrino solar, o qual foi detectado por vários experimentos como Homestake, GALLEX, SAGE, GNO, Kamiokande, Super-Kamiokande.

Até agora não se encontrou uma medida direta do valor absoluto da massa do neutrino, existem apenas limites superiores de  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  [142, 143, 144], que foram obtidos cinematicamente

$$\nu_e < 2,2\text{eV}, \quad (2.30)$$

$$\nu_\mu < 170\text{keV}, \quad (2.31)$$

$$\nu_\tau < 15,5\text{MeV}. \quad (2.32)$$

### 2.4.1

#### A criação dos neutrinos

Neutrinos  $\nu_\alpha$  e anti-neutrinos  $\bar{\nu}_\alpha$  com sabor  $\alpha = e, \mu, \tau$  são produzidos pelo decaimento de um lépton carregado  $l_\alpha^-$  ou um anti-lépton carregado  $l_\alpha^+$ , devido a processos de interações fracas de correntes carregadas (CC). A Lagrangiana de interação leptônica de corrente carregada que descreve esses processos é

$$\mathcal{L}_{I,L}^{(CC)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left( j_{W,L}^\rho W_\rho + j_{W,L}^{\rho\dagger} W_\rho^\dagger \right), \quad (2.33)$$

onde  $j_{W,L}^\rho$  é a corrente carregada leptônica

$$j_{W,L}^\rho = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\Psi}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_k U_{\alpha k}^* \bar{\Psi}_{kL} \gamma^\rho l_{\alpha L}, \quad (2.34)$$

a qual é válida para massas de Dirac e de Majorana (ver seção 2.3).

Estes neutrinos serão detectados em processos de espalhamento de corrente carregada e corrente neutra fraca, e em espalhamentos elásticos  $\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-$  que tenham a seção de choque proporcional à energia do neutrino,  $\sigma(E) \sim \sigma_0 E_\nu / m_e$  com  $\sigma_0 \sim 10^{-44} \text{cm}^{-2}$ .

#### 2.4.2

#### A oscilação do neutrino

A oscilação do neutrino é um fenômeno quântico proposto por Pontecorvo nos anos 1950s [107, 108] no qual a probabilidade de medir um determinado sabor leptônico tem uma dependência periódica com a propagação do neutrino. A fim de explicar essa mudança de sabor, e em analogia com a oscilação  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ , Pontecorvo introduz o termo de neutrino *estéril* [110], pois até os anos 1950 só se conhecia o neutrino *ativo*  $\nu_e$ . O neutrino *estéril* é um férmion neutro que não tem parte nas interações fracas.

Em 1962, Maki-Nakagawa e Sakata [109] foram os que consideraram pela primeira vez um modelo com a mistura dos diferentes sabores leptônicos dos neutrinos. A mistura dos neutrinos está definida pela matriz

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

que é chamada de matriz MSN. Também em 1962 Lederman, Schwartz, Steinberger *et al* [145] encontraram o neutrino muônico e, com essa descoberta, conseguiu-se provar que a oscilação entre diferentes sabores de neutrinos ativos é possível, isso se os neutrinos são massivos e misturados.

Em 1967, Pontecorvo [110] previu o problema do neutrino solar como uma consequência da transição  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , e foi medido depois no experimento de Homestake. Um importante fato na oscilação de neutrino é que nos experimentos de oscilação os neutrinos detectados são ultra-relativísticos, e

a massa do neutrino é da ordem de  $\sim \text{eV}$ , e somente neutrinos com energia maior que  $100\text{KeV}$  são detectados.

### A matriz de mistura

Os auto-estados de sabor  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  são uma combinação linear de auto-estados de massa definidos como  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  com massas  $m_1, m_2, m_3$  respectivamente. De 2.35 para os três sabores temos

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

onde  $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$  e  $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$ . Os fatores de fase  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são diferentes de zero somente se consideramos os neutrinos como de Majorana, e não entrariam no fenômeno de oscilação de neutrinos,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  implicam a fase de violação de CP de Majorana. A fase  $\delta$  é diferente de zero ou  $\pi$  somente se a oscilação de neutrino viola a simetria CP, mas isto ainda não foi verificado experimentalmente. Na figura (2.1) mostra-se a relação entre os auto-estados de sabor e os auto-estados de massa, assim como os ângulos de mistura [146].

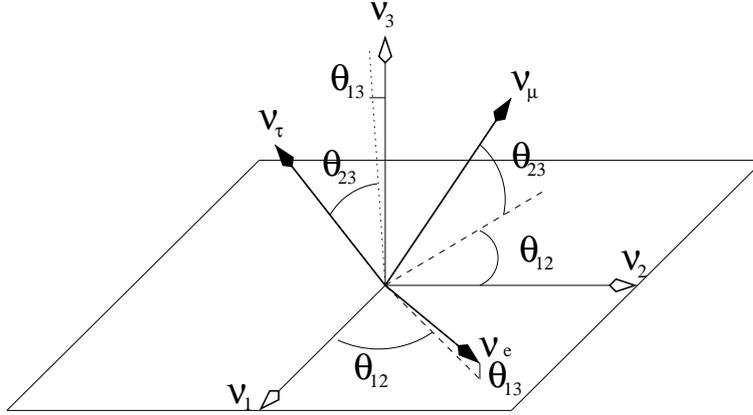
### A oscilação de neutrinos no vácuo

O processo de oscilação dos neutrinos [112, 113, 114, 115], no qual um neutrino  $\nu_\alpha$  muda seu sabor leptônico a  $\nu_k$  está descrito pela equação

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle, \quad \text{com } \alpha = e, \mu, \tau, \quad (2.38)$$

onde  $\langle \nu_\alpha | \nu_k \rangle = \delta_{\alpha k}$  e  $U_{\alpha k}^*$  é a matriz de mistura. Os estados dos neutrinos massivos  $|\nu_k\rangle$  são auto-estados da Hamiltoniana

$$\mathcal{H}|\nu_k\rangle = E_k|\nu_k\rangle, \quad (2.39)$$



**Figura 2.1:** Gráfico da mistura dos auto-estados de sabor do neutrino  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ , dos auto-estados de massa  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  e dos ângulos de mistura  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ .

com auto-estado de energia  $E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}$ . A evolução temporal é dada pela equação que é equivalente à equação de Schrödinger na mecânica quântica não-relativística

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_k(t)\rangle. \quad (2.40)$$

Isso implica que o estado do neutrino massivo  $|\nu_e\rangle$  evolui no tempo como uma onda plana, isso é

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle. \quad (2.41)$$

Se consideramos agora um estado de sabor  $|\nu_\alpha\rangle$  o qual descreve um neutrino criado num tempo  $t = 0$  com um sabor  $\alpha$ , e com (2.38) e (2.41) então teremos

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad \text{com } \alpha = e, \mu, \tau \quad (2.42)$$

tal que

$$|\nu_\alpha(t=0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle, \quad (2.43)$$

e usando a propriedade da matriz de mistura de ser unitária,

$$U^\dagger U = 1 \quad \leftrightarrow \quad \sum_\alpha U_{\alpha k}^* U_{\alpha j} = \delta_{jk}.$$

Então, os estados massivos  $|\nu_k\rangle$  podem ser expressados como

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle \quad \text{com } k = 1, 2, 3, \quad (2.44)$$

e com isso obtemos

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_{k=1,2,3} U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle \quad \text{com } \alpha = e, \mu, \tau. \quad (2.45)$$

Com a equação (2.45) temos que os estados de neutrinos massivos  $|\nu_\alpha\rangle$  são uma superposição de diferentes estados de sabor em  $t > 0$ .

A amplitude  $A(t)$  das transições de  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  em um tempo  $t$  é

$$\sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t), \quad (2.46)$$

e a probabilidade destas transições será determinada por

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t)|^2 = \sum_{kj} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}. \quad (2.47)$$

Para neutrinos ultra-relativísticos temos que a energia pode ser tomada como

$$E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2} \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad (2.48)$$

e

$$E_k - E_j = \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}, \quad (2.49)$$

$\Delta m_{kj}^2 = m_k^2 - m_j^2$  é a diferença quadrada de massas. A probabilidade pode ser expressada como

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = \sum_{kj} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} t}. \quad (2.50)$$

Nos experimentos de oscilação de neutrinos o tempo  $t$  não é medido mas pode-se medir o deslocamento que faz o neutrino desde a fonte até o detector, e considerando que o neutrino é ultra-relativístico podemos fazer  $L \simeq t$ . Deste modo temos

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = \sum_{kj} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L}. \quad (2.51)$$

A probabilidade de oscilação ainda pode ser reescrita como

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} \Re(U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \left( 1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L\right) \right) + 2 \sum_{k>j} \Im(U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L\right), \quad (2.52)$$

ou na forma

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re(U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{k>j} \Im(U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \operatorname{sen} \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right). \quad (2.53)$$

com  $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$  e  $k, j = 1, 2, 3$ .

A probabilidade de oscilação satisfaz duas regras de conservação de probabilidade que são:

- A soma das probabilidades de transição de um sabor  $\nu_\alpha$  a todos os sabores dos neutrinos  $\nu_\beta$  (com  $\alpha = \beta$ ) é igual a um,

$$\sum_{\beta} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = 1,$$

- A soma das probabilidades de transição de algum neutrino com sabor  $\nu_\alpha$  (com  $\alpha = \beta$ ) a um neutrino com sabor  $\nu_\beta$  é igual a um,

$$\sum_{\alpha} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = 1.$$

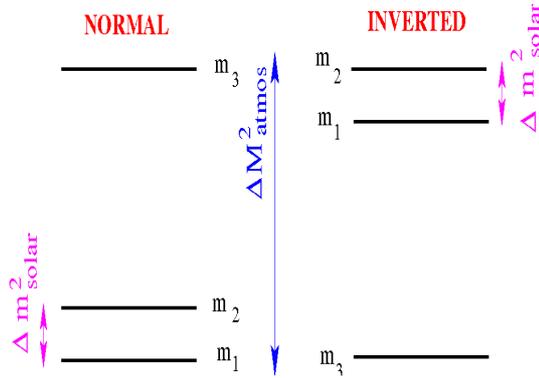
### 2.4.3

#### A Hierarquia das massas dos neutrinos

Vimos que temos três tipos de neutrinos que são auto-estados de massa do Hamiltoniano ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ ) e embora não saibamos quais sejam os valores de cada neutrino massivo, sabemos que eles possuem valores diferentes e, ao menos dois deles são não nulos. Observando a figura 2.2 notamos que ha dois possíveis ordenamentos:

- A Hierarquia Invertida, é quando  $m_3 < m_1 < m_2$ ,
- A Hierarquia Normal, é quando  $m_1 < m_2 < m_3$

Nesta tese nos representamos a massa mais leve do neutrino como  $m_0 = m_1$  para o caso de hierarquia normal, e  $m_0 = m_3$  para o caso de hierarquia invertida. É



**Figura 2.2:** Gráfico que representa o ordenamento das massas dos neutrinos.

comum deixar os valores dos outros auto-estados de massa em função de  $m_0$ , isto é:

$$m_1 \equiv m_0, \quad (2.54)$$

$$m_2 = \sqrt{\Delta m_{21}^2 + m_0^2} \quad (2.55)$$

$$m_3 = \sqrt{\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2 + m_0^2} \quad (2.56)$$

$$\text{Hierarquia de massa normal,} \quad (2.57)$$

$$m_1 = \sqrt{-\Delta m_{21}^2 - \Delta m_{32}^2 + m_0^2} \quad (2.58)$$

$$m_2 = \sqrt{-\Delta m_{32}^2 + m_0^2} \quad (2.59)$$

$$m_3 \equiv m_0 \quad (2.60)$$

$$\text{Hierarquia de massa invertida,} \quad (2.61)$$

onde  $\Delta m_{32}^2$  é um valor negativo no caso de hierarquia invertida.

Os parâmetros de mistura foram extraídos de [16]:

$$\Delta m_{21}^2 = 7,54 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \quad (2.62)$$

$$\sin^2 \theta_{12} = 0,3808 \text{ ou } \sin^2 2\theta_{12} = 0,853, \quad (2.63)$$

$$(2.64)$$

estes valores são válidos para os dois ordenamentos de massa. Fazemos agora:

$$\Delta m_{32}^2 = 2,40(-2,44) \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \quad (2.65)$$

$$\sin^2 \theta_{13} = 0,0234(0,0239) \text{ ou } \sin^2 2\theta_{13} = 0,0914(0,0933), \quad (2.66)$$

$$(2.67)$$

definidos para o ordenamento (invertido) normal

#### 2.4.4

##### O limite Grestein Zeldovich.

O limite de massa proporcionado pela Cosmologia foi primeiramente determinado por Grestein e Zeldovich [147], e os critérios que eles levaram em consideração para realizar o cálculo [148] foram:

- Equilíbrio térmico no começo do Universo entre os neutrinos, elétrons e fótons.
- Uma assimetria quase zero ou tão pequena que o potencial químico leptônico não é considerado no cálculo da densidade de energia, embora a validade desta suposição ainda não tenha sido conferida experimentalmente. Nas contas que fizeram Gerstein e Zeldovich usaram  $\mu = 0$ .
- Que não existam outras fontes que possam esquentar os fótons em  $T \leq \text{MeV}$ , a não ser o processo de aniquilação  $e^+, e^-$ , se os fótons foram esquentados em algum ponto entre o desacoplamento do neutrino e hoje então o limite da massa do neutrino deveria mudar.

O neutrino sofreu o desacoplamento quando  $T_\gamma \sim 1\text{MeV}$  sendo uma partícula relativística, com função de distribuição dada pela equação de Fermi-Dirac:

$$f_\chi(\vec{p}) = \frac{1}{\exp(E_\chi - \mu_\chi)/T_\chi \pm 1}, \quad (2.68)$$

e com densidade de número dada pela equação:

$$n_\chi = \frac{g_\chi}{(2\pi)^3} \int f_\chi(\vec{p}) d^3p, \quad (2.69)$$

Fazendo a aproximação  $T_\gamma \ll m_\nu$  na equação (2.69) temos:

$$n_\nu = \begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_\nu T_\nu^3 & \text{Bósons,} \\ \frac{3\zeta(3)}{4\pi^2} g_\nu T_\nu^3 & \text{Férmions,} \end{cases} \quad (2.70)$$

Podemos expressar a densidade de número de neutrino em função da densidade de número dos fótons,

$$n_\nu + \bar{n}_\nu = \frac{3\zeta(3)}{4\pi^2} g_\nu (T_\nu^0)^3 = \frac{3\zeta(3)}{11\pi^2} g_\nu (T_\gamma^0)^3, \quad (2.71)$$

$$n_\nu + \bar{n}_\nu = \frac{3}{11} n_\gamma \simeq 111,9 \pm 0,1 \text{cm}^{-3}. \quad (2.72)$$

Na equação (2.71) fizemos  $g_\nu = 1$ , porque estamos no limite  $T_\gamma \sim T_\nu^{\nu-des}$ , sendo antes do desacoplamento quando os neutrinos e anti-neutrinos estavam em equilíbrio

térmico. Então para a densidade de energia usando (2.71) teremos

$$\sum_j (\rho_{\nu_j} + \rho_{\bar{\nu}_j}) = \sum_j m_{\nu_j} (n_{\nu} + \bar{n}_{\nu}), \quad (2.73)$$

$$\Omega_{\nu} = \frac{\sum_j (\rho_{\nu_j} + \rho_{\bar{\nu}_j})}{\rho_c} = \frac{\sum_j m_{\nu_j} (111,9 \pm 0,1 \text{ cm}^{-3})}{1,8788 \times 10^{-29} h^2 \text{ g cm}^{-3}}, \quad (2.74)$$

$$\Omega_{\nu} h^2 \simeq \frac{\sum_j m_{\nu_j}}{94,14 \text{ eV}}. \quad (2.75)$$

A relação (2.75) é o chamado limite Gerstein Zeldovich, onde  $h$  é o fator de expansão de Hubble,  $\Omega_{\nu}$  é a densidade de energia dos neutrinos. Este é um importante do ponto de vista histórico, porque Gerstein e Zeldovich conseguiram obter de uma forma direta um limite competitivo na época para a massa do neutrino.

Agora com medições do Planck do conteúdo de matéria no Universo, temos que  $\Omega_m h^2 = 0,111 \pm 0,017$  então

$$\Omega_{\nu} h^2 \ll \Omega_m h^2 \rightarrow \sum_j m_{\nu_j} \ll 10 \text{ eV}. \quad (2.76)$$

O primeiro limite para a massa do neutrino que foi encontrado por Gerstein e Zeldovich foi de  $m_{\nu} < 400 \text{ eV}$  o qual foi muito elevado porque eles usaram um valor pequeno para a idade do Universo,  $t_0 \geq 5$  bilhões de anos, e um valor da densidade de energia cosmológica,  $\rho < 2 \times 10^{-28} \text{ g cm}^{-3}$ . Nos subseqüentes artigos eles melhoraram os resultados obtendo  $m_{\nu} < 130 \text{ eV}$ ; no artigo de Cowsik e McClelland [149] foi encontrado um limite bem baixo,  $m_{\nu} < 8 \text{ eV}$ .

## 3 Cosmologia

### 3.1 Introdução

Na década dos anos 50 Alpher et al [150] notaram que os neutrinos estariam em equilíbrio térmico nos primórdios do Universo. Também notaram que a aniquilação dos pares  $e^+ - e^-$  aumentaria a temperatura dos fótons, mas não dos neutrinos já desacoplados. Logo depois, Chiu e Morrison [151] calcularam a razão da interação  $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e$  no plasma e encontraram  $\Gamma_\nu \sim G_F^2 T^5$ . Zeldovich usou isso para calcular a temperatura em que os neutrinos desacoplaram, igualando a razão das interações acima mencionadas com a razão da expansão de Hubble na época onde a radiação foi dominante. Na década dos anos 60, Pontecorvo e Smorodinski discutiram a possibilidade de obter limites na densidade de energia cosmológica com energia dos neutrinos com a massa da ordem de MeV, usando dados provenientes do experimento de Reines-Cowan. Na mesma década dos anos 60 Gerstein e Zeldovich fizeram a conexão que se os neutrinos oriundos do Universo primordial quente (“neutrinos reliquia”) são massivos, então um limite sobre a soma da massa dos neutrinos poderia ser obtida com a condição que  $n_\nu m_\nu < \rho_0$ , sendo  $\rho_0$  como a densidade de energia cosmológica total.

Um melhor limite de  $m_\nu < 130\text{eV}$  foi encontrado por Szalay e Marx [152]. Eles integraram numericamente a equação de Friedmann desde o desacoplamento do neutrino de múon até a época atual, colocando a condição que  $t_0 < 4,5\text{Gyr}$ . Separadamente, Cowsik e McClelland usaram diretamente limites sobre  $\Omega$  e  $h$  para assim obter  $m_\nu < 8\text{eV}$ , assumindo que  $m_\nu = m_{\nu_e} = m_{\nu_\mu}$ , mas assumiram de forma errada que  $T_\gamma = T_\nu$ . Chegando assim na versão moderna do limite Gerstein-Zeldovich, eles usaram  $t_0 > 10\text{Gyr}$  e  $h > 0,4$  com  $\Omega h^2 < 1$ , e  $\rho < 10,54\text{keVcm}^{-3}$ , com isto eles encontraram  $\Omega_\nu h^2 \sim \sum(m_\nu/94,14\text{eV})$ .

A partir da descoberta de oscilação dos neutrinos em 1998, os cosmólogos notaram a importância que têm os neutrinos no início do Universo, em muitas formas, por exemplo, o número de espécies de neutrinos afeta a nucleossíntese do Big Bang

(Big Bang Nucleosynthesis-BBN), a qual define a composição dos elementos leves no Universo. Com esse argumento pode-se dizer que o número de espécies dos neutrinos é de três, que está em acordo com o número determinado no CERN, no experimento LEP [153]. Também os neutrinos têm impacto nas anisotropias da Radiação Cósmica de Fundo de Microondas (Cosmic Microwave Background Radiation-CMBR), na formação de estruturas a grandes escalas (Large Scale Structure-LSS), sob forma de matéria escura quente.

Os neutrinos relíquia que desacoplaram do resto do plasma primordial quando o Universo tinha cerca de um segundo de idade, são a segunda partícula mais abundante no Universo depois dos fótons, com a densidade de número um pouco menor, só por um fator de 3/11 por cada família. Mas detectar diretamente os neutrinos relíquia é na atualidade um grande desafio científicos, devido à interação fraca que eles tem com a matéria.

Neste capítulo fazemos uma breve revisão do modelo padrão da cosmologia. Começamos revisando alguns elementos da Relatividade Geral, logo obtemos a métrica de Robertson-Walker. A partir desta métrica, discutimos algumas propriedades da propagação da luz, e construímos a expressão para a distância de luminosidade. Ainda neste capítulo, estudamos a função de distribuição dos neutrinos, com o qual concluiremos que, mesmo que os neutrinos sejam hoje não-relativísticos, eles são descritos pela mesma função de distribuição usada para partículas relativísticas.

### 3.2 Elementos de Relatividade Geral

O modelo Cosmológico está baseado na solução das equações de Einstein, levando em consideração o princípio cosmológico de homogeneidade e isotropia. A equação da gravidade de Einstein é dado por:

$$\mathcal{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mathcal{R}g^{\mu\nu} = 8\pi G_N T^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

onde  $g^{\mu\nu}$  é o tensor métrico<sup>1</sup> do espaço-tempo,  $\Lambda$  e  $G_N$  são a constante cosmológica e a constante de Newton;  $T^{\mu\nu}$  é tensor momento-energia. Em um espaço-tempo plano<sup>2</sup>  $g^{\mu\nu}$  se reduz ao limite de Minkowski definido como  $diag(1, -1, -1, -1)$ , isso é o tensor métrico da relatividade especial. O *tensor de Ricci*<sup>3</sup>  $\mathcal{R}^{\mu\nu}$  e o *escalar de Ricci*  $\mathcal{R}$  são

<sup>1</sup>Aqui as letras gregas definem o espaço quadridimensional  $\alpha, \beta=0,1,2,3$

<sup>2</sup>o qual depende do observador

<sup>3</sup>Estamos considerando a notação de soma de Einstein:

$$A'_i = \sum_j \frac{\partial x^j}{\partial x'^i} A_j \quad \rightarrow \quad A'_i = \frac{\partial x^j}{\partial x'^i} A_j,$$

definidos por:

$$\mathcal{R}^{\mu\nu} = \mathcal{R}_\alpha^{\alpha\nu\mu}, \mathcal{R} = \mathcal{R}_\nu^\nu, \quad (3.2)$$

onde  $\mathcal{R}_{\nu\rho\sigma}^\mu$  é o tensor de *Riemann* definido como:

$$\mathcal{R}_{\nu\rho\sigma}^\mu = \frac{\partial\Gamma_{\nu\sigma}^\mu}{\partial x^\rho} - \frac{\partial\Gamma_{\nu\rho}^\mu}{\partial x^\sigma} + \Gamma_{\eta\rho}^\mu\Gamma_{\nu\sigma}^\eta - \Gamma_{\eta\sigma}^\mu\Gamma_{\nu\rho}^\eta. \quad (3.3)$$

O símbolo de Christoffel é definido como:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = \frac{1}{2}g^{\mu\rho} \left( \frac{\partial g_{\beta\rho}}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial g_{\alpha\rho}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\rho} \right), \quad (3.4)$$

e o intervalo de tempo próprio  $d\tau$  é:

$$d\tau^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta. \quad (3.5)$$

Na relatividade geral, vetores e tensores têm propriedades de transformação definidas sob transformações de coordenadas  $x \rightarrow x'$ , vetores contravariantes  $V^\mu$  e covariantes  $W_\mu$  seguem as leis de transformação:

$$V'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} V^\nu, \quad W'_\mu = \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\mu} W_\nu, \quad (3.6)$$

assim o produto  $V.W = V^\mu W_\mu$  é invariante sob transformações de coordenadas. As transformações anteriores podem ser generalizadas para tensores com índices contravariantes e covariantes. Um tensor covariante  $V_{\gamma\lambda}$  transforma como:

$$V'_{\gamma\lambda} = \frac{\partial x^\rho}{\partial x'^\gamma} \frac{\partial x^\tau}{\partial x'^\lambda} V_{\rho\tau}, \quad (3.7)$$

um tensor contravariante transformaria como:

$$U'^{\alpha\beta} = \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\kappa} \frac{\partial x'^\beta}{\partial x^\sigma} U^{\kappa\sigma}. \quad (3.8)$$

Como um exemplo, podemos transformar o tensor métrico que aparece em (3.1), ele é um tensor contravariante e transforma segundo (3.9), assim

$$g'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\xi} \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\delta} g^{\xi\delta}, \quad (3.9)$$

$g^{\alpha\beta}$  tem uma matriz inversa que é um tensor covariante, isso é

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\beta} = \delta_\beta^\nu. \quad (3.10)$$

Já o símbolo de Christoffel não é um tensor porque ele transforma como:

$$\Gamma'_{\alpha\beta}^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} \frac{\partial x^\rho}{\partial x'^\alpha} \frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\beta} \Gamma_{\rho\sigma}^\nu + \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} \frac{\partial^2 x^\nu}{\partial x'^\alpha \partial x'^\beta}. \quad (3.11)$$

Muitos sistemas macroscópicos podem ser considerados com boa aproximação quando um índice no termo principal aparece duas vezes então a soma é feita sobre estes índices, e o sinal de somatória não é necessário.

como *fluidos perfeitos*, isso quer dizer, sistemas no qual um observador viajando à velocidade do fluido, o vê como isotrópico. O tensor que descreve este tipo de fluido é o tensor energia momentum, e é definido por:

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (3.12)$$

onde  $\rho$  é a densidade de energia,  $p$  é a pressão e  $u$  é a quadrivelocidade do fluido.

A conservação da energia implica que para um volume  $V$

$$d(\rho a^3) + Pd(a^3) = 0, \quad (3.13)$$

onde  $a$  é o fator de escala do Universo que será definido na seção 3.3 e  $V \propto a^3$ . A equação (3.13) é a equivalente à primeira lei da termodinâmica

$$dQ = dU + dL, \quad (3.14)$$

onde  $dQ = 0$  é o calor dado ao sistema,  $dU = d(\rho a^3)$  é a variação da energia interna, e  $dL = pd(a^3)$  é o trabalho feito pelo sistema. Temos

$$d(\rho a^3) = -pd(a^3), \quad (3.15)$$

abrindo estas derivadas temos:

$$\rho d(a^3) + a^3 d\rho = -pd(a^3), \quad (3.16)$$

somando  $a^3 dp$  a cada lado da equação (3.16) obtemos:

$$(\rho + p)d(a^3) + a^3 d\rho + a^3 dp = a^3 dp. \quad (3.17)$$

Assim, podemos escrever (3.15) de outra forma,

$$d[a^3(\rho + p)] = a^3 dp. \quad (3.18)$$

Para uma equação de estado  $p = w\rho$  onde  $w$  é constante, temos:

$$d[a^3(1 + w)\rho] = a^3 dp, \quad (3.19)$$

e abrindo a equação (3.19) para reagrupar termos e lembrando que  $p = w\rho$ , com  $w$  constante

$$(1 + w)\rho d(a^3) + a^3(1 + w)d\rho = a^3 w d\rho. \quad (3.20)$$

Organizando os termos em (3.20),

$$(1 + w)\rho d(a^3) = -a^3 d\rho, \quad (3.21)$$

e integrando (3.21) obtemos:

$$\rho \propto a^{3(1+w)}. \quad (3.22)$$

Matéria implica partículas não-relativísticas e pressão zero  $p_M = 0$ , enquanto radiação implica  $p_R = \frac{1}{3}\rho_R$ .

$$\rho_M \propto a^3 \quad (\text{matéria}), \quad (3.23)$$

$$\rho_R \propto a^4 \quad (\text{radiação}), \quad (3.24)$$

$$\rho_\Lambda \propto \text{constante} \quad (\text{energia do vácuo}). \quad (3.25)$$

### 3.3

#### A métrica Robertson-Walker

No modelo padrão da cosmologia supõe-se que a matéria e a radiação podem ser aproximadas a um fluido perfeito, em grandes escalas, e seguidamente, basamos-nos em recentes resultados de experimentos como WMAP, Boomerang e outros (e os quais estão em acordo com o princípio cosmológico de homogeneidade e isotropia em grandes escalas (da orden de 100Mpc)). Definimos a geometria do espaço-tempo, que pode ser descrita pela métrica de Robertson-Walker representando um Universo espacialmente homogêneo e isotrópico, o qual será discutido nesta seção.

Em um espaço tridimensional com curvatura constante o tensor de Riemann é dado por

$$R_{abcd} = K(g_{ac}g_{bd} - g_{ad}g_{bc}), \quad (3.26)$$

onde os índices romanos variam de 1 a 3, e  $K$  é uma constante chamada de curvatura. A geometria do espaço é assim definida pelo sinal de  $K$ .

Contraindo (3.26) com  $g^{ac}$  temos

$$g^{ac}R_{abcd} = R_{bd},$$

de modo que

$$R_{bd} = K(3g_{bd} - g_{bd}), \quad (3.27)$$

$$R_{bd} = 2K g_{bd}.$$

Como o espaço tridimensional é isotrópico em torno de cada ponto, o elemento pode ser escrito na forma

$$d\sigma^2 = g_{ab}dx^a dx^b = e^\lambda dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (3.28)$$

Com (3.28) consegue-se manter a condição de isotropia, pois  $r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$  tem simetria esférica e é invariante sob rotações, com isto, embora o sistema rode vamos ter a mesma medida para dois observadores em uma posição diferente com um  $r$  constante.

As componentes não-nulas do tensor de Ricci são

$$R_{11} = \frac{\lambda}{r}, \quad (3.29)$$

$$R_{22} = \operatorname{cosec}^2\theta, \quad (3.30)$$

$$R_{33} = 1 + \frac{1}{2}re^{-\lambda}\lambda - e^{-\lambda}. \quad (3.31)$$

Segundo a condição (3.27) para o espaço curvo temos apenas duas equações não triviais

$$\frac{\lambda}{r} = 2Ke^\lambda, \quad (3.32)$$

$$1 + \frac{1}{2}re^{-\lambda}\lambda - e^{-\lambda} = 2Kr^2. \quad (3.33)$$

De (3.32) temos

$$e^{-\lambda}d\lambda = 2Krd r \quad (3.34)$$

$$-e^{-\lambda} = Kr^2 + C \quad (3.35)$$

$$e^\lambda = \frac{1}{Kr^2 + C} \quad (3.36)$$

com  $r \ll 1$  para um espaço de Minkowski plano  $C = 1$ , com esta aproximação temos

$$e^\lambda = \frac{1}{1 - Kr^2}. \quad (3.37)$$

Assim obtém-se que a métrica para um espaço com curvatura constante é

$$d\sigma^2 = \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (3.38)$$

O elemento de linha pode ser escrito como

$$ds^2 = f(x^a, t)dt^2 - h_{ab}(x^a, t)dx^a dx^b. \quad (3.39)$$

Para um observador co-móvel ( $dx^a = 0$ ), o elemento de linha representa o tempo próprio medido por esse observador, pela condição de isotropia e homogeneidade, todos os observadores têm que medir o mesmo tempo, de modo que  $f(x^a, t)$  não pode depender da posição  $x^a$ . Assim, a função deve depender somente do tempo  $f(t)$ . Com isto o elemento de linha (3.39) fica

$$ds^2 = f(t)dt^2 - h_{ab}(x^a, t)dx^a dx^b. \quad (3.40)$$

Podemos redefinir a variável temporal como  $dt' = \sqrt{f(t)}dt$  de modo que

$$ds^2 = dt'^2 - h(x^a, t)_{ab}dx^a dx^b. \quad (3.41)$$

Consideremos que temos três pontos em um espaço tridimensional e um tempo  $t_1$ , cada um separados por uma distância fixa co-móvel  $\delta x^a$ . A distância própria de cada ponto evolui de tal forma que ela tem que depender somente do tempo e não da posição, isto devido à homogeneidade e isotropia do espaço. Desta forma, se consideramos os 3 pontos em um tempo  $t_2$ , a forma geométrica será igual a vista

no tempo  $t_1$ , mas o tamanho não será o mesmo, estando multiplicado por um fator chamado de “fator de escala”  $a(t)$ . Com isto teremos:

$$h_{ab} = [a(t)]^2 d\sigma(x^a), \quad (3.42)$$

e das equações (3.42), (3.38) e (3.41) obteremos o elemento de linha:

$$ds^2 = dt^2 - [a(t)]^2 \left( \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) \right). \quad (3.43)$$

Esta é a conhecida métrica de Robertson-Walker.

Na média, as galáxias estão em repouso no referencial co-móvel que descreve a métrica Robertson-Walker, o qual é definido como o sistema de referência no qual a radiação cósmica de fundo é isotrópica.  $K$  é definida como:

$$K = \begin{cases} < 0 & \text{universo hiperbólico,} \\ 0 & \text{universo plano,} \\ > 0 & \text{universo esférico.} \end{cases} \quad (3.44)$$

### 3.4 Propagação da luz

Na seção 3.3 definimos o fator de escala  $a(t)$ , mas não sabemos se esse fator de escala está crescendo ou diminuindo. A maneira que temos para determinar isto é analisando a informação que nos chega do Universo em forma de “luz”. A análise consiste em comparar a mudança nas linhas espectrais da frequência da luz, de alguma fonte no Universo (uma galáxia por exemplo) com os dados observados na Terra. Nesta seção vamos discutir essa mudança nas linhas espectrais relacionando o fator de escala com a frequência da luz emitida pela fonte e a observada na Terra. Concluiremos que o fator de escala está crescendo e como consequência disso a frequência da luz terá um aumento, isso é chamado de “desvio para o vermelho”.

Uma forma simples de ver o desvio para o vermelho é a partir da mecânica quântica, quando a partícula se propaga, o comprimento de onda associado a ela é proporcional a  $\lambda = h/p$ , onde  $h$  é a constante de Planck e  $p$  é o momento da partícula. Como discutir-se-á na seção 3.6, o momento devido à expansão do Universo é escalado por  $a^{-1}$ , se o momento muda então o comprimento de onda tem que mudar também. O comprimento de onda em um tempo  $t_0$  que é quando o raio de luz chega

ao observador terá um comprimento de onda  $\lambda_0$ , para um tempo  $t_1$  que é quando o raio sai da fonte terá um comprimento de onda  $\lambda_1$ , isto pode ser relacionado da seguinte forma:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{a(t_1)}{a(t_0)}. \quad (3.45)$$

Quando o Universo se expande, o comprimento de onda mudará com esta expressão. Neste caso, o comprimento de onda aumentará e isto é conhecido como desvio para o vermelho.

Se consideramos a métrica de Robertson-Walker (3.43), podemos chegar ao mesmo resultado mas a partir de um ponto de vista clássico. Se consideramos que a luz que sai de um ponto  $P$ , descreve uma trajetória radial até o observador que está na origem de coordenadas  $O$ , fazemos na métrica (3.43)  $d\theta = \phi = 0$ , e com  $d^2S = 0$  para obter uma geodésica radial nula. Teremos:

$$\frac{dt}{a(t)} = \pm \frac{dr}{(1 - Kr^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (3.46)$$

Considerando um raio saindo de uma galáxia  $P$  com uma linha de Universo  $r_1$  em um tempo  $t_a$  e chegando em  $O$  em um tempo  $t_b$ , então:

$$\int_{t_a}^{t_b} \frac{dt}{a(t)} = - \int_{r_1}^0 \frac{dr}{(1 - Kr^2)^{\frac{1}{2}}} = f(r_1), \quad (3.47)$$

onde:

$$f(r_1) = \begin{cases} \sqrt{K} \operatorname{sen}^{-1} r_1 & K > 0, \\ r_1 & K = 0, \\ \sqrt{K} \operatorname{senh}^{-1} r_1 & K < 0. \end{cases} \quad (3.48)$$

Agora, vamos considerar dois raios de luz, um saindo de  $P$  em um tempo  $t_1$  e outro em um tempo  $t_1 + dt$  e chegando em  $O$  nos tempos  $t_0$  e  $t_0 + dt_0$ . Então da equação (3.47) temos que:

$$\int_{t_1+dt_1}^{t_0+dt_0} \frac{dt}{a(t)} - \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_0}^{t_0+dt_0} \frac{dt}{a(t)} - \int_{t_1}^{t_1+dt_1} \frac{dt}{a(t)} = 0. \quad (3.49)$$

Se  $dt_0$  é muito pequeno,  $\lambda = \delta t \ll t$  temos que

$$\frac{dt_0}{a(t_0)} = \frac{dt_1}{a(t_1)}. \quad (3.50)$$

Desta forma os intervalos  $dt_1$  e  $dt_2$  são os intervalos de tempo próprios entre o raio medido pela fonte e o observador, por isso o intervalo medido por  $O$  é  $\frac{a(t_0)}{a(t_1)}$  vezes o intervalo medido por  $P$ .

Em um Universo em expansão

$$t_0 > t_1 \rightarrow a(t_0) > a(t_1),$$

de (3.50) pode-se dizer que a luz sofre um desvio para o vermelho  $z$  dado por

$$1 + z = \frac{\nu_1}{\nu_0} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)}, \quad (3.51)$$

onde  $\nu_1$  e  $\nu_0$  são, respectivamente, as frequências do sinal emitido pela fonte em  $t = t_1$ , e medido pelo observador em  $t = t_0$ . O desvio para o vermelho será

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1}. \quad (3.52)$$

Como a frequência  $\nu$  é inversamente proporcional ao comprimento de onda  $\lambda$ , pode ser reescrita como

$$z = \frac{\nu_1}{\nu_0} - 1. \quad (3.53)$$

### 3.5

#### Distância de Luminosidade.

Uma das formas que temos de conhecer qual é a distância entre uma fonte que está fora de nossa galáxia e nós, é medindo a luminosidade aparente da fonte, que é o valor medido a partir da Terra. Isso é possível se já conhecemos a luminosidade absoluta, que é aquela medida por um observador co-móvel à fonte. Nesta seção veremos como é possível fazer este tipo de medida, isto usando o fator de escala  $a(t)$  e o desvio para o vermelho  $z$  definido na seção 3.4.

Consideremos um detector com um espelho de raio  $b$ , o qual detectará os raios de luz vindos de uma fonte localmente inercial. Consideremos agora um vetor unitário que sai do centro do detector até o centro da fonte. Este vetor unitário fará um ângulo sólido com os raios de luz vindos da fonte, os quais serão paralelos a este vetor unitário e tangentes ao espelho do detector. Esse ângulo sólido está dado por:

$$\pi|\epsilon|^2 = \frac{\pi b^2}{a^2(t_0)r_1^2}, \quad (3.54)$$

onde  $r_1$  é o raio que sai do detector até a fonte, e  $a(t_0)$  é o fator de escala.

A fração de raios distribuídos isotropicamente no espelho do detector é:

$$\frac{|\epsilon|^2}{4} = \frac{A}{4\pi a^2(t_0)r_1^2}, \quad (3.55)$$

onde  $A$  é a área própria do espelho no detector  $A = \pi b^2$ .

Cada fóton emitido com energia  $h\nu_1$  terá uma energia desviada para o vermelho dada por  $h\nu_1 \frac{a(t_1)}{a(t_0)}$ , e fótons emitidos num intervalo de tempo  $\delta t_1$  chegarão em

intervalos de tempo  $\delta t_1 \frac{a(t_0)}{a(t_1)}$ , onde  $t_1$  é o tempo em que o fóton é emitido e  $t_0$  é o tempo em que o fóton é detectado. Então, a potência recebida pelo espelho é:

$$P = L \left( \frac{a(t_1)}{a(t_0)} \right)^2 \left( \frac{A}{4\pi a^2(t_0) r_1^2} \right), \quad (3.56)$$

e a luminosidade aparente é:

$$l = \frac{P}{A} = \left( \frac{L a^2(t_1)}{4\pi a^4(t_0) r_1^2} \right). \quad (3.57)$$

Num espaço Euclidiano a luminosidade aparente de uma fonte em repouso a uma distância  $d$  é  $L/4\pi d^2$ , desta forma podemos definir a distância de luminosidade como:

$$d_L = \left( \frac{L}{4\pi l} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.58)$$

e usando (3.57) podemos reescrevê-la como:

$$d_L = a^2(t_0) \frac{r_1}{a(t_1)}. \quad (3.59)$$

Usando as equações (3.51), (3.46) e (3.47) obtemos:

$$d_L(z) = a(t_0)(1+z)r_1. \quad (3.60)$$

A distância de luminosidade  $d_L$  deve ser escrita em termos de quantidades observáveis independentes do sistema de coordenadas, por isso temos que reescrever o termo  $a(t_0)r_1$ . Para isso usa-se um resultado para os fótons que viajam em geodésicas nulas radiais, dados por (3.46) e (3.47)

$$\chi = \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \frac{1}{a(t_0)} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}, \quad (3.61)$$

onde usamos a relação entre  $a$  e  $z$  (3.51), e a definição  $H = \dot{a}/a$ . A quantidade  $\chi$  é chamada distância própria.

$$\chi = f(r_1) \rightarrow \sqrt{k}r_1 = f_k(\sqrt{k}\chi), \quad (3.62)$$

onde:

$$f_k(x) = \begin{cases} \text{sen}(x) & k > 0, \\ x & k = 0, \\ \text{senh}(x) & k < 0. \end{cases} \quad (3.63)$$

Para expressar  $k$  em termos de observáveis usamos a equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}, \quad (3.64)$$

escrita como:

$$(\Omega - 1)a^2 H^2 = k, \quad (3.65)$$

onde se vê que a curvatura é nula se  $\Omega = 1$ , e  $\Omega$  é a soma de todas as componentes da densidade de energia. Isto é:

$$\Omega = \sum_i \Omega_i = \sum_i \frac{\rho_i}{\rho_c}, \quad (3.66)$$

onde  $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$  é a densidade de energia crítica e  $i = m, r, \Lambda, \nu$ . Usando (3.65) podemos escrever:

$$\sqrt{k} = a(t_0)H_0\sqrt{\Omega_0 - 1}. \quad (3.67)$$

Sendo  $\Omega_0$  o parâmetro de densidade atual e  $H_0$  a constante de Hubble, podemos agora escrever:

$$a(t_0)r_1 = \frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_0 - 1}} f_K \left( H_0\sqrt{\Omega_0 - 1} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right), \quad (3.68)$$

e a distância de luminosidade será então:

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0\sqrt{\Omega_0 - 1}} f_K \left( H_0\sqrt{\Omega_0 - 1} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right). \quad (3.69)$$

Assim  $d_L(z)$  fica expressa somente em função de quantidades físicas de sistema de coordenadas que podem ser, em princípio, medidas observacionalmente. Vê-se que a equação (3.69) depende de  $H(z)$ , para encontrar essa relação temos que expressar a equação de Friedmann,

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{k}{a^2} = H_0^2 \left( \sum_i \Omega_{i0} \frac{\rho_i}{\rho_{i0}} + \Omega_{k0} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-2} \right). \quad (3.70)$$

A densidade de energia em função do fator de escala  $\rho(a)$  pode ser obtida a partir da equação (3.22), como também a partir da equação da conservação da energia  $\dot{\rho} = -3H(\rho + P)$ . Fazendo:

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}\rho(1+w), \quad (3.71)$$

onde  $w = P/\rho$  é a equação de estado. Se  $w$  é constante, integrando temos:

$$\int \frac{d\rho}{\rho} = -3(1+w) \int \frac{da}{a}, \quad (3.72)$$

$$\ln(\rho) = -3(1+w)\ln(a) + C,$$

$$\rho(a) = Ca^{-3(1+w)},$$

onde o valor de  $C$  é:

$$C = \frac{\rho_o}{a_o^{-3(1+w)}},$$

e substituindo o valor de  $C$  temos:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w)}. \quad (3.73)$$

Já com esta equação podemos ver a dependência das diferentes densidades de energia com o parâmetro de escala  $a$ . Por exemplo, para a radiação a equação de estado é  $w = 1/3$ , então

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-4} \quad (3.74)$$

e para bárions  $w = 0$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-3}. \quad (3.75)$$

Para a densidade de energia escura temos  $w = -1$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1. \quad (3.76)$$

Ou seja, vemos que ela não depende do parâmetro de escala.

A densidade de alguma outra componente será denotada por  $\rho_x$  para diferenciá-la das demais densidades de energia, onde:

$$g_x = \frac{\rho_x}{\rho_{x0}}. \quad (3.77)$$

Com (3.74), (3.75), (3.76) e (3.70) escrevemos o parâmetro de Hubble como:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{x0} g_x(z') + \Omega_{m0}(1+z')^3 + \Omega_{r0}(1+z')^4 + \Omega_{k0}(1+z')^2 + \Omega_\Lambda}. \quad (3.78)$$

Finalmente a distância de luminosidade pode ser escrita da seguinte forma:

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0 \sqrt{\Omega_0 - 1}} f_K \left( \sqrt{\Omega_0 - 1} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right), \quad (3.79)$$

onde:

$$E(z') = \sqrt{\Omega_{x0} g_x(z') + \Omega_{m0}(1+z')^3 + \Omega_{r0}(1+z')^4 + \Omega_{k0}(1+z')^2 + \Omega_\Lambda}, \quad (3.80)$$

e  $\Omega_{k0}$  é definido como:

$$\Omega_{k0} = 1 - \Omega_0 = 1 - \Omega_{x0} - \Omega_{m0} - \Omega_{r0} - \Omega_\Lambda. \quad (3.81)$$

Em (3.80) temos que  $\Omega_{m0}$  é a densidade de matéria,  $\Omega_{r0}$  é a densidade de energia da radiação,  $\Omega_0$  é a densidade de energia total no Universo,  $\Omega_\Lambda$  é a densidade de energia do vácuo e  $\Omega_{x0}$  é a densidade de energia do neutrino e  $g_x(z')$  é uma função que determina como mudou o neutrino na expansão do universo, isto é, passou de ser uma partícula relativística nos primórdios, a ser considerado como matéria ordinaria

na atualidade. Com isso determina-se por completo a distância de luminosidade prevista por um modelo teórico, e portanto podem-se comparar os dados de um determinado modelo com os dados observacionais e ver a consistência entre eles.

### 3.6 Movimento Geodésico

Em um espaço de Minkowski, uma geodésica é definida como a reta que une dois pontos, já para um espaço curvo, uma geodésica é a menor curva que une dois pontos e que não necessariamente é uma reta.

Nesta seção apresentaremos uma discussão acerca do movimento geodésico, representado pela equação:

$$\frac{du^\mu}{d\tau} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu u^\alpha u^\beta = 0 \quad (3.82)$$

onde  $u^\mu = (u^0, u^i) = (\gamma, \gamma v^i)$  é a quadrivelocidade da partícula, com  $v^i = dx^i/dt$  e  $\gamma = (1 - |\vec{v}|^2)^{-1/2}$ . No caso do Universo homogêneo e isotrópico descrito pela métrica de Robertson-Walker (3.43), a componente  $\mu = 0$  e as componentes que ficam no símbolo de Christoffel são  $\Gamma_{kj}^0 = -g_{kj}\dot{a}/a$ , assim temos:

$$\frac{du^0}{d\tau} + \frac{\dot{a}}{a} |\vec{u}|^2 = 0, \quad (3.83)$$

onde  $|\vec{u}|^2 = -g_{kj}u^k u^j$ , se temos:  $(u^0)^2 - |\vec{u}|^2 = 1$  e  $u^0 du^0 = |\vec{u}|d|\vec{u}|$ . Substituindo em (3.83) temos

$$\frac{1}{u^0} \frac{d|\vec{u}|}{d\tau} + \frac{\dot{a}}{a} |\vec{u}| = 0. \quad (3.84)$$

Finalmente, com  $u^\mu = \frac{dx^\mu}{dt}$  como a quadrivelocidade, podemos fazer  $u^0 = \frac{dt}{d\tau}$  obtendo:

$$\frac{\dot{|\vec{u}|}}{|\vec{u}|} = -\frac{\dot{a}}{a}. \quad (3.85)$$

Integrando temos

$$\ln(|\vec{u}|) \sim -\ln(a(t)), \quad (3.86)$$

isto é

$$|\vec{u}| \sim a^{-1}, \quad (3.87)$$

com  $p^\mu = mu^\mu$  podemos fazer

$$|\vec{p}| \propto a^{-1}. \quad (3.88)$$

Assim, para um Universo em expansão teríamos:

$$|\vec{p}| = |\vec{p}|_{\nu-des} \left( \frac{a}{a_{\nu-des}} \right)^{-1}. \quad (3.89)$$

Quando os neutrinos sofrem o desacoplamento do plasma primordial eles ficam livres e têm um momento com um desvio para o vermelho dado por (3.89).

### 3.7

#### A função de distribuição dos neutrinos

A evolução da densidade de energia e da pressão dos neutrinos tem duas épocas bem definidas: a primeira, no Universo primordial quando os elétrons, fótons e neutrinos estavam em equilíbrio térmico; a segunda, quando os neutrinos se desacoplaram e ficaram livres do plasma primordial. Esse desacoplamento foi devido ao caminho médio dos neutrinos tornar-se comparável em ordem de grandeza à taxa de expansão do Universo.

Nesta seção vamos discutir a evolução da densidade de energia e da pressão dos neutrinos para as duas épocas, a do equilíbrio térmico e a do desacoplamento dos neutrinos.

#### 3.7.1

##### A função de distribuição no equilíbrio térmico

A matéria e radiação nos primórdios do Universo estiveram em equilíbrio térmico devido à rápida interação das partículas. Neste caso, cada espécie das partículas presentes no Universo primordial formavam um gás o qual interagia muito fortemente, com densidade de número  $n_\chi$ , densidade de energia  $\rho_\chi$  e pressão  $P_\chi$  dados por:

$$n_\chi = \frac{g_\chi}{(2\pi)^3} \int f_\chi(\vec{p}) d^3p, \quad (3.90)$$

$$\rho_\chi = \frac{g_\chi}{(2\pi)^3} \int E_\chi(\vec{p}) f_\chi(\vec{p}) d^3p, \quad (3.91)$$

um

$$P_\chi = \frac{g_\chi}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|^2}{3E_\chi(\vec{p})} f_\chi(\vec{p}) d^3p, \quad (3.92)$$

onde  $g_\chi$  é o número de graus internos de liberdade (spin), e  $E_\chi(\vec{p})^2 = |\vec{p}|^2 + m_\chi^2$  é a energia de cada espécie no plasma primordial.

A função de distribuição  $f_\chi(\vec{p})$ , é dada por:

$$f_\chi(\vec{p}) = \frac{1}{\exp(E_\chi - \mu_\chi)/T_\chi \pm 1}, \quad (3.93)$$

onde  $E_\chi$  é a energia de cada espécie,  $\mu_\chi$  é o potencial químico de cada espécie, e o sinal positivo corresponde aos férmions, caso do neutrino, e o sinal negativo corresponde aos bósons, como no caso do fóton.

#### O potencial químico

É normalmente assumido que a assimetria da carga leptônica é muito pequena, pois a contribuição do elétron para a assimetria dos léptons é desprezada devido à neutralidade do Universo, portanto o potencial químico do elétron também deve

ser desprezado. Então, a contribuição para a assimetria leptônica (se não for muito pequena) é feita pelos neutrinos. A carga leptônica é a diferença entre os neutrinos e anti-neutrinos.

Embora os neutrinos de fundo cosmológico não podem ser observados diretamente ainda, sua assimetria pode ser estimada. Hoje sabemos que a assimetria do número bariônico é muito pequena, e portanto, os potenciais químicos dos bárions também. Isto é conferido por vários resultados de dados cosmológicos como WMAP e é coerente com o modelo de BBN<sup>4</sup>. A expressão:

$$\eta \sim \frac{n_B}{n_\gamma} \sim 10^{-9} \quad (3.94)$$

é a comparação entre a carga bariônica e bosônica [154].

Por outro lado, a assimetria dos léptons está diretamente relacionada com os potenciais químicos dos neutrinos, e não necessariamente é igual ou comparável à assimetria dos bárions. Como não existe uma única teoria sólida que nos diga o valor numérico do potencial químico dos neutrinos, ele tem que ser determinado a partir de dados cosmológicos observados (as abundâncias dos elementos leves) e a teoria que conhecemos como BBN.

Se olhamos o gráfico (FIG 1) do artigo [155], vemos a abundância de He como função de  $\xi = \mu_\nu/T$ . Se o valor de  $\xi$  for grande (pequeno), esperar-se-ia menos (mais) He no Universo. Se  $\xi$  for grande (pequeno) ter-se-ia mais  $\nu_e$  de que  $\bar{\nu}_e$  (mais  $\bar{\nu}_e$  de que  $\nu_e$ ), isto influencia a razão entre o nêutron e o próton (n/p) através das reações



Para que os dados de abundância de He concordem com os dados da previsão teórica que vem do modelo de BBN, os valores de  $\xi$  têm que estar em certo intervalo que é  $-0,046 < \xi < 0,072$  [155]. Deste modo podemos fazer o potencial químico  $\mu \simeq 0$  na função de distribuição da equação para a densidade de energia (3.91).

<sup>4</sup>O BBN é uma teoria a qual foi desenvolvida por Alpher, Bethe, Gamow e Herman, eles disseram que devido a certas condições que aconteceram no Universo primordial, fez-se possível a formação de núcleos leves. A sua intuição os levou à predição da existência da CMBR (radiação cósmica de fundo), a qual foi descoberta anos depois por Penzias e Wilson. Os estudos deixaram claro que o BBN é responsável pela formação de 4 isótopos leves <sup>2</sup>He, <sup>3</sup>He, <sup>4</sup>He e <sup>7</sup>Li.

### 3.7.2

#### A função de distribuição dos neutrinos depois do desacoplamento

As equações (3.90), (3.91) e (3.92) são as que descrevem o comportamento de cada espécie de partícula na época do equilíbrio térmico (elétrons, fótons e neutrinos). E pelas razões apresentadas na seção anterior, pode-se aproximar o potencial químico a  $\mu = 0$ . Nesta seção vamos discutir qual a temperatura em que os neutrinos sofrem o desacoplamento e qual será a função que descreverá seu comportamento depois do desacoplamento.

O Universo esteve em equilíbrio térmico devido à rápida interação das partículas que nesse momento o compõem. Como foi visto na seção 3.4, o Universo está se expandindo e a temperatura cai como  $T \propto a^{-1}$ , então ele está se esfriando. Enquanto o Universo continua se expandindo as partículas continuam sua interação até que o neutrino, devido à sua interação fraca com as outras partículas, desacopla do plasma primordial de uma forma quase instantânea. Quando o neutrino se desacopla ainda é relativístico, pois se comparamos a temperatura do Universo primordial com a energia da massa em repouso do neutrino, esta última pode ser desprezada, ou seja, o neutrino seria considerado como de massa zero e por isso relativístico; esse neutrino é chamado de “reliquia quente”.

Da seção 3.6 sabemos que o momento de uma partícula tem um desvio para o vermelho dado por (3.89), e da seção do potencial químico sabemos que podemos aproximá-lo a zero  $\mu_\nu = 0$ , com<sup>5</sup>  $T_\nu^{\nu-des} = T_\gamma^{\nu-des}$  no momento do desacoplamento do neutrino. Depois do desacoplamento temos:

$$f_\nu(\vec{p}) = \left[ \exp \left( \frac{\sqrt{|\vec{p}|^2 (a/a_{\nu-des})^2 + m_\nu^2}}{T_\nu^{\nu-des}} \right) \pm 1 \right]^{-1}, \quad (3.98)$$

como o neutrino é relativístico então temos que  $T_\gamma^{\nu-des} \gg m_\nu$ . Desse modo a equação da função de distribuição fica:

$$f_\nu(\vec{p}) \simeq \left[ \exp \left( \frac{|\vec{p}|(a/a_{\nu-des})}{T_\nu^{\nu-des}} \right) \pm 1 \right]^{-1}, \quad (3.99)$$

utilizando que

$$T_\nu = T_\gamma^{\nu-des} \left( \frac{a}{a_{\nu-des}} \right)^{-1}, \quad (3.100)$$

obtemos a função de distribuição:

$$f(\vec{p}) \simeq \frac{1}{e^{\frac{p}{T_\nu}} + 1}. \quad (3.101)$$

A partícula mantém a função de distribuição relativística depois do

<sup>5</sup> $T_\nu^{\nu-des}$  é a temperatura do neutrino no momento do seu desacoplamento e  $T_\gamma^{\nu-des}$  é a temperatura do fóton no momento do desacoplamento do neutrino.

desacoplamento, e mesmo que a partícula chegue a ser não relativística ela continua<sup>6</sup> sendo descrita pela mesma função de distribuição.

### A temperatura do desacoplamento

No plasma primordial o neutrino se mantinha em equilíbrio térmico por meio das interações

$$\nu + \bar{\nu} \longleftrightarrow e^+ + e^-, \quad (3.102)$$

$$\bar{\nu} + e^\pm \longleftrightarrow \bar{\nu} + e^\pm. \quad (3.103)$$

A taxa das interações é dada por

$$\Gamma = n \langle \sigma v \rangle, \quad (3.104)$$

onde  $n$  é a densidade de número das partículas alvo,  $\sigma$  é a seção de choque,  $v$  é a velocidade do neutrino, e  $\langle \sigma v \rangle \sim G_F^2 T_\gamma^2$ , onde  $T_\gamma$  é a temperatura que determina a ordem de grandeza da energia das partículas que interagem no banho térmico, e  $n \sim T_\gamma^3$ . Com isso temos:

$$\Gamma \sim G_F^2 T_\gamma^5. \quad (3.105)$$

O desacoplamento dos neutrinos acontece quando a taxa de interação  $\Gamma$  se torna comparável à variação da temperatura  $|\dot{T}_\gamma/T_\gamma|$  ou à taxa de expansão  $H$

$$\Gamma \sim H. \quad (3.106)$$

Isso quer dizer que o neutrino sofre o desacoplamento quando o seu caminho médio aumenta de tal forma que a interação fraca com as outras partículas seja tão pequena que eles conseguem sair do plasma primordial. Quando o neutrino sofre o desacoplamento temos que  $T_\gamma \gg m_\nu$ . Fazendo esta aproximação na equação<sup>7</sup> (3.91), temos:

$$\rho(T_\chi) = \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} g_\chi T_\chi^4 & \text{para bósons,} \\ \frac{7\pi^2}{240} g_\chi T_\chi^4 & \text{para férmions.} \end{cases} \quad (3.107)$$

e usando a equação de Friedmann (3.64) com  $k = 0$ , obtemos:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho, \quad (3.108)$$

Como na época considerada a densidade de energia foi dominada por partículas relativísticas, de (3.107)

<sup>6</sup>a partícula chega a ser não-relativística porque sua massa se torna comparável à temperatura do Universo.

<sup>7</sup>As aproximações  $T_\gamma \gg m_\nu$  e  $T_\gamma \ll m_\nu$  serão discutidas em detalhe no capítulo 4.

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{\pi^2}{30} g_x T_x^4, \quad (3.109)$$

e com  $M_P = \sqrt{\hbar c/G}$  que é a massa de Planck<sup>8</sup>, temos:

$$H = \frac{2\pi^{2/3}}{3\sqrt{5}M_P} \sqrt{g_\rho} T_\gamma^2 = 1.66 \frac{\sqrt{g_\rho}}{M_P} T_\gamma^2. \quad (3.110)$$

Por simplicidade tomaremos:

$$H \sim \frac{T_\gamma^2}{M_p}, \quad (3.111)$$

isolando  $T_\gamma^2$  obtemos:

$$T_\gamma^2 \sim H M_p. \quad (3.112)$$

Agora usando (3.105) e o fato que a taxa de interação torna-se comparável à taxa de expansão do Universo (3.106) obtemos  $H \sim G_F^2 T_\gamma^5$ . Substituindo isto temos:

$$T_\gamma^2 \sim G_F^2 T_\gamma^5 M_P, \quad (3.113)$$

cancelando a temperatura obtemos:

$$(T_\gamma^{\nu des})^3 \sim \frac{1}{G_F^2 M_P}, \quad (3.114)$$

onde  $T_\gamma^{\nu des}$  seria a temperatura da radiação cósmica de fundo por fótons quando o neutrino sofre o desacoplamento. A temperatura na qual o neutrino se desacopla é

$$T_\gamma^{\nu des} \sim 1 MeV. \quad (3.115)$$

### Relação da temperatura do neutrino e do fóton

Vimos na equação (3.100) que a temperatura do neutrino está relacionada com a temperatura do fóton, veremos isso de uma forma mais detalhada. Vamos usar a primeira e a segunda lei da termodinâmica a qual dizem, respectivamente,  $dQ = dU + dL$  e  $dQ = TdS$  onde  $S(T, V)$  é a função de estado chamada *entropia*, com:

$$dU = d[\rho(T)V] \quad dL = p(T)dV. \quad (3.116)$$

Fazendo  $TdS = dU + dL$  temos:

$$TdS(T, V) = d[\rho(T)V] + p(T)dV, \quad (3.117)$$

abrindo o primeiro termo  $d[\rho(T)V] = Vd\rho + \rho dV$ , e organizando os termos

$$TdS(T, V) = V \frac{d\rho(T)}{dT} dT + [\rho(T) + p(T)]dV. \quad (3.118)$$

<sup>8</sup>Lembrando que aqui estamos tomando as unidades naturais  $\hbar = c = 1$

Se aplicamos derivadas parciais a (3.118) em relação a  $T$  e  $V$ , obtemos que

$$\frac{\partial S(T, V)}{\partial T} = \frac{V}{T} \frac{d\rho(T)}{dT} \frac{\partial S(T, V)}{\partial V} = \frac{\rho(T) + p(T)}{dT}, \quad (3.119)$$

onde a condição de integrabilidade

$$\frac{\partial^2 S(T, V)}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S(T, V)}{\partial T \partial V}, \quad (3.120)$$

implica que:

$$\frac{dp(T)}{dT} = \frac{\rho(T) + p(T)}{T}. \quad (3.121)$$

Usando a primeira lei da termodinâmica,  $dQ = TdS$  e (3.119) obtemos:

$$dS = d\left(\frac{\rho + p}{T}V\right). \quad (3.122)$$

A entropia em um volume  $V$ , a uma temperatura  $T$ , pode ser escrita como:

$$S(T, V) = \frac{\rho + p}{T}V, \quad (3.123)$$

$$s = \frac{S}{V} = \frac{\rho + p}{T}, \quad (3.124)$$

Em equilíbrio térmico a entropia é conservada ( $TdS=dQ=0$ ), e a conservação da entropia  $s$  em um Universo em expansão implica que:

$$s \propto a^{-3}. \quad (3.125)$$

De (3.107) e (3.123), e lembrando que para partículas relativísticas  $w = 1/3$ , podemos escrever a entropia como

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_\chi T_\gamma^3, \quad (3.126)$$

onde  $g_\chi$  é a soma dos graus de liberdade das partículas que estão nesse momento interagindo no Universo primordial.

$$g_s = \sum_{\chi=\text{Bósons}} g_\chi \left(\frac{T_\chi}{T_\gamma}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\chi=\text{Férmios}} g_\chi \left(\frac{T_\chi}{T_\gamma}\right)^4. \quad (3.127)$$

Das equações (3.126) e (3.125) podemos escrever uma relação entre o fator de escala  $a(t)$  e a temperatura

$$T_\gamma \propto g_s^{-\frac{1}{3}} a^{-1}. \quad (3.128)$$

Esta equação é uma generalização da relação (3.100), a qual agora inclui as possíveis variações do número de partículas relativísticas interagindo no Universo primordial.

A fim de encontrar a relação entre a temperatura do neutrino e a do fóton, temos primeiro que entender o que nos diz a relação (3.128). Durante o esfriamento do Universo devido à expansão, para qualquer espécie de partícula que está interagindo no plasma e torna-se não-relativística, sua entropia é transferida para as partículas

relativísticas que ainda ficam interagindo no plasma, isto através de uma mudança do fator  $(g_s)^{-\frac{1}{3}}$ . Com (3.128) podemos calcular o comportamento de  $T_\gamma$  e  $(1+z)$  fazendo:

$$T_\gamma = T_\gamma^0 \left(\frac{g^0}{g}\right)^{-\frac{1}{3}} \frac{a_0}{a} = T_\gamma^0 \left(\frac{2}{g}\right)^{-\frac{1}{3}} (1+z). \quad (3.129)$$

Em (3.129) podemos determinar a temperatura do fóton para qualquer desvio para o vermelho definindo a  $T_\gamma^0$  como a temperatura da radiação cósmica de fundo hoje e  $g_s^0 = 2$  como o valor de  $g_\gamma$  hoje. A temperatura em que os  $e^- - e^+$  desacoplaram foi  $T_\gamma \simeq 0,2\text{MeV}$ , passando sua entropia aos fótons por meio da aniquilação de  $e^- - e^+$ . Isto fez que a temperatura do fóton aumentasse e ficasse diferente da temperatura do neutrino.

De (3.127) e tendo em consideração que os fótons receberam a entropia da aniquilação  $e^+ - e^-$ :

$$g_s = g_s^\gamma + g_s^{e^\pm} = 2 + \frac{7}{8}4 = \frac{11}{2}. \quad (3.130)$$

Substituindo em (3.129) temos:

$$T_\gamma = T_\gamma^0 \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{1}{3}} (1+z), \quad (3.131)$$

e tendo que:

$$T_\nu \propto a^{-1} \quad T_\gamma \ll T_\gamma^{\nu-des} \sim 1\text{MeV}, \quad (3.132)$$

$$T_\nu = T_\nu^0(1+z) \quad T_\gamma \ll \frac{m_\mu}{3}. \quad (3.133)$$

Comparando as equações quando  $T_\gamma \gg T_\gamma^{\nu-des}$  e  $T_\nu = T_\gamma$ , temos:

$$T_\nu^0 = \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{1}{3}} T_\gamma^0. \quad (3.134)$$

Infelizmente, esta previsão teórica ainda não foi conferida experimentalmente isso devido à grande dificuldade para detectar os neutrinos do fundo cosmológico devido à sua interação fraca. Como a temperatura dos fótons e dos neutrinos é escalada pelo fator  $a^{-1}$ , depois da aniquilação dos  $e^+ - e^-$  eles mantêm a mesma relação da época quando a neutrino desacopla,

$$T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{1}{3}} T_\gamma \simeq 0,7138T_\gamma. \quad (3.135)$$

Voltando a equação da densidade de energia (3.91),

$$\rho_\nu(\vec{p}_\nu, T_\nu) = \frac{g_\nu}{(2\pi)^3} \int E_\nu(\vec{p}_\nu) f_\nu(\vec{p}_\nu, T_\nu) d^3p, \quad (3.136)$$

e usando a equação (3.101), com  $d^3p = p^2 \text{sen}\theta dp d\theta d\phi$ , obtemos a função da densidade de energia:

$$\rho_\nu(T_\nu) = \frac{g_\nu}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{p_\nu^2 + m_\nu^2} p_\nu^2 dp_\nu}{e^{\frac{p_\nu}{T_\nu}} + 1}, \quad (3.137)$$

e a equação para a pressão será:

$$P_\nu(T_\nu) = \frac{g_\nu}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{p_\nu^4 dp_\nu}{\sqrt{p_\nu^2 + m_\nu^2} (e^{\frac{p_\nu}{T_\nu}} + 1)}. \quad (3.138)$$

## 4 Observáveis

Neste capítulo discutiremos, seguindo a referência [156], três observáveis sensíveis à soma da massa dos neutrinos, a qual pode ser determinada nos experimentos de decaimento beta [50], [10], [11], duplo decaimento beta sem neutrinos [13, 40] e cosmologia [1],[157].

Determinar o valor da massa dos neutrinos tem sido, desde sua postulação por Pauli [53], motivo de grande interesse por parte da comunidade científica. No modelo padrão de partículas (MPP) o neutrino entra como uma partícula sem massa, mas sempre foi questionado o por quê um fermion teria massa zero. Ainda hoje é motivo de forte pesquisa entender o por quê o neutrino tem uma massa minúscula em comparação com seus correspondentes membros da mesma família.

Do ponto de vista da cosmologia, o neutrino maciço se encaixava à perfeição na teoria que explicava a matéria escura [158]. O estudo da distribuição da velocidade em galáxias espirais, assim como do desvio da luz, produto de uma massa que age como lente gravitacional e distorce, localmente, o espaço-tempo, alterando desta forma a trajetória dos fótons, também a comparação de abundâncias dos elementos leves no universo e o “*Big Bang nucleosíntese*”, indicam que existe matéria não bariônica que é chamada de matéria escura. Na década passada, quando  $\Sigma \sim$  alguns eV, quem melhor se ajustava e este exótico componente do universo eram os neutrinos, uma vez que, segundo o modelo padrão da cosmologia, existe um mar de neutrinos (chamado fundo cósmico de neutrino e ainda não detectado) que foram copiosamente reproduzidos nos primórdios do universo, fazendo com que sejam a segunda partícula mais abundante no cosmos, após dos fótons, com densidade de  $339 \text{ neutrinos/cm}^3$  [159]. Hoje nós sabemos, através dos estudos de formação de estruturas a grandes escalas e da análise do CMB, que os neutrinos compõem uma pequena componente da matéria escura, chamada de matéria escura quente [160].

Em 1998 a observação de neutrinos atmosféricos pelo Super-Kamiokande [161] mostrou um déficit no fluxo de neutrinos muônicos. Este experimento, assim como outros (Super-Kamiokande [162], Kamiokande [163], Gallex [164], SAGE [165], SNO [166], Borexino [167], KamLAND [168], K2K [169], MINOS [170]), evidenciam que

um estado de sabor de um neutrino (por exemplo,  $\nu_\mu$  no caso mencionado antes para neutrinos atmosféricos) pode oscilar para outro estado de sabor (por exemplo  $\nu_\tau$ ) durante seu tempo de vôo, mostrando à comunidade científica que os neutrinos possuem massa.

Por outro lado, experimentos de oscilação de neutrinos somente são sensíveis à diferença quadrada dos auto-valores da matriz de massa dos neutrinos, mas são incapazes de fornecer informação do valor absoluto da massa.

O valor absoluto da massa dos neutrinos pode ser determinado através de experimentos como :

- Decaimento beta,
- Duplo decaimento beta sem neutrino,
- Cosmologia,
- Supernova,
- Decaimento dos píons e dos múons.

Neste trabalho, consideraremos apenas os três primeiros casos, porém, vamos rapidamente explicar o processo mediante o qual é possível obter um limite superior do valor da massa dos neutrinos com experimentos de supernovas.

## 4.1

### Decaimento beta

A história dos experimentos que estudaram este decaimento é vasta. O primeiro experimento conhecido nos leva ao século XX com Curran *et al* [171]. Embora Konopinski [172] em 1947, teria sido o primeiro a fazer uma estimativa da massa do anti-neutrino eletrônico, obtendo 11 – 17 keV, foi Curran *et al* em 1948 [173], quem fez a primeira medida achando um limite superior da massa do neutrino de 1 keV.

Hamilton [174] e Langer [175], nos anos 50, usaram espectrômetros de alta resolução atingindo agora o valor de 250 eV, na década seguinte esse valor caiu para 75 eV com Salgo e Daris [176]-[177], que aprimoraram o experimento idealizado por Hamilton.

Em 1972 foi dado a conhecer o método que seria o precursor dos experimentos atuais. Liderado por Bergkvist [178]-[179], o experimento usava um espectrômetro magnético ligado a uma fonte electrostática que aumentava a luminosidade sem perder resolução. Desta maneira, eles obtiveram um limite de 55 eV no valor absoluto da massa dos neutrinos; vale a pena salientar que eles foram os primeiros a incluir os efeitos finais das moléculas e fizeram estimativas desses valores [180].

Em 1976, o grupo ITEP em Moscou, obteve um limite de 35 eV usando um espectrômetro em forma toroidal de alta luminosidade [181], com uma fonte de aminoácido escolhido por sua baixa pressão de vapor de trítio. Com isto quatro anos depois obtiveram um valor de  $14 - 46$  eV com 90%CL. Este valor na massa do neutrino chamou a atenção da comunidade, em especial Simpson e Bergkvist, que falaram que o grupo de Moscou cometera um erro em sua análise comprometendo o valor obtido. O grupo ITEP refez o estudo, eles aprimoraram e aumentaram a resolução do experimento, assim conseguiram um valor de 20 eV com valor central de 33 eV.

Como o valor obtido pelo grupo de Moscou foi polêmico, dois grupos entraram em cena para tentar verificar esses resultados. O primeiro deles foi um grupo de Zurich [182] que usou o mesmo método de ITEP e achou um valor de 18 eV. O segundo grupo foi o experimento de Los Alamos (LANL) [183] que determinou um limite superior do valor absoluto da massa dos neutrinos de 27 eV com 95%CL.

Nos anos 90, um grupo de Tóquio, o INS [184], reportou um valor da massa do neutrino de 32 eV. Eles usaram uma fonte feita de uma película de cádmio que era depositada exatamente com uma precisão de 2 moléculas de largura. Em anos seguintes reportaram valores de 29 eV [185] e 13 eV [186]. O laboratório LANL no ano 1991 reportou um valor de 9,3 eV [187]. Em 1995 o grupo de Lawrence Livermore reduziu este limite anunciando um valor de 3,9 eV [188]. Estes resultados estão resumidos na tabela 4.1.

#### 4.1.1

##### Aspectos Teóricos

Do ponto de vista histórico, o decaimento beta foi o primeiro método de grande importância para o estudo de algumas propriedades de interação fraca dos neutrinos, além de ter sido a motivação de W. Pauli para o estudo da “violação da conservação da energia” e posteriormente a postulação do neutrino.

O decaimento beta é o nome comum para os três processos:  $\beta^+$ ,  $\beta^-$  e a captura do elétron. Basicamente é uma transição nuclear dominada por interações fracas onde o número atômico é alterado em uma unidade, enquanto que o peso atômico permanece constante. Isto acontece nos seguintes decaimentos:

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (4.1)$$

$$(Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e, \quad (4.2)$$

$$e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e, \quad (4.3)$$

este decaimento é representado pela figura 4.1. O mecanismo básico destes processos

Autor/Grupo	Ano	$m_\beta$ [eV]
Curran <i>et al</i>	1948	<1000
Hanna and Pontecorvo	1949	<1000
Langer and Moffat	1952	<250
Hamilton <i>et al</i>	1953	<250
Salgo and Staub	1969	<200
Daris and St Pierre	1969	<75
Bergkvist	1972	<55
ITEP	1976	<35
ITEP	1980	<34,3
ITEP	1985	<334,8
Zurich	1986	<18
ITEP	1987	<30,3
LANL	1987	<27
INS Tôquio	1987	<32
INS Tôquio	1988	<29
INS Tôquio	1991	<13
LANL	1991	<9,3
Zurich	1992	<11
Lawrence Livermore	1995	<3,9

**Tabela 4.1:** Resumo dos valores das massas do neutrino obtidos através do decaimento beta.

é dado por:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (4.4)$$

A energia do neutrino que é gerada neste decaimento é dada por:

$$E_{\nu_e} = Q_\beta - T, \quad (4.5)$$

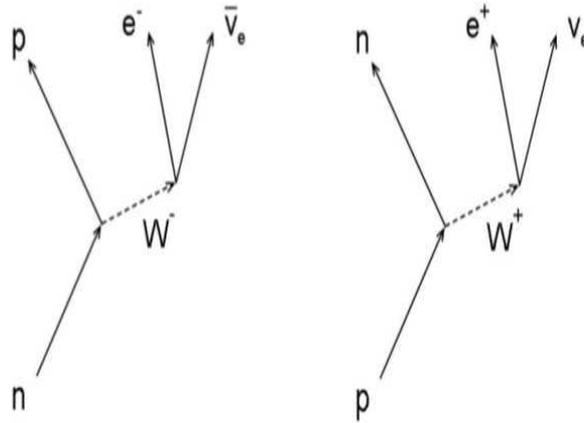
onde  $Q_\beta$  é a energia total do lépton menos a massa do elétron, esse valor é relacionado pela equação:

$$Q_\beta = M_i - M_f - m_e, \quad (4.6)$$

aqui  $M_i$  e  $M_f$  são as massas dos nucleos inicial e final, e  $T = E_e - m_e$ .

Nesta tese, estamos interessados no impacto que o neutrino tem, na forma do espectro de energia observado do elétron, para isto, devemos estudar qual é a taxa das transições em um decaimento beta que gera um elétron, em um intervalo de energia  $E$  e  $E + \delta E$ . A taxa de decaimento é definida pela equação:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N(t), \quad (4.7)$$



**Figura 4.1:** Gráfico do processo de decaimento beta.

com solução:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (4.8)$$

onde  $\lambda$  é a taxa de transição ou a constante do decaimento. Experimentalmente o inverso de  $\lambda$  é o tempo de vida médio entre dois estados, podemos relacioná-lo matematicamente como:

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \ln(2)\tau. \quad (4.9)$$

O tempo de vida médio pode ser calculado teoricamente usando a regra de ouro de Fermi:

$$\lambda = \frac{2\pi}{h} |M_{f,i}|^2 \rho(E_f), \quad (4.10)$$

sendo  $|M_{f,i}| = \langle f | H_{f,i} | i \rangle$  a matriz de transição de estados finais,  $H_{f,i}$  o operador hamiltoniano e  $\rho(E_f)$  a densidade de estados finais.

Para calcular  $\rho(E_f)$ , consideramos o número de diferentes estados finais  $dn$  de partículas dentro de um volume  $V$ , e que faz um ângulo sólido  $d\Omega$  com momento  $p$  e  $p + dp$ :

$$dn = \frac{V p^2 dp d\Omega}{h^3} = \frac{V p^2 dp d\Omega}{(2\pi h^3)}, \quad (4.11)$$

$$dn = \frac{V p E dE d\Omega}{(2\pi h)^3}, \quad (4.12)$$

$$\frac{d^2 n}{dE d\Omega} = \frac{V p E}{(2\pi h)^3}, \quad (4.13)$$

que é a densidade de estados por unidade de energia.

Como a massa do núcleo mãe é maior que as energias dos léptons emitidos, este núcleo tem uma energia de recuo muito pequena, porém, compensa o momento do sistema, portanto, os momentos das partículas criadas têm que ser tratados de maneira independente. Conseqüentemente, a densidade de estados finais é:

$$\rho(E_e, E_\nu, d\Omega_e, d\Omega_\nu) = \frac{d^2 n_e}{dE_e d\Omega_e} \cdot \frac{d^2 n_\nu}{dE_\nu d\Omega_\nu}, \quad (4.14)$$

$$\rho(E_e, E_\nu, d\Omega_e, d\Omega_\nu) = \frac{V^2 \cdot \sqrt{E_e^2 - m_e^2} \cdot E_e \sqrt{E_\nu^2 - m(\nu_e)_\nu^2} E_\nu}{(2\pi\hbar)^6}. \quad (4.15)$$

Para calcular a matriz de transição fazemos:

$$\langle f | H_{f,i} | i \rangle = \int dV \psi_f^* H_{f,i} \psi_i, \quad (4.16)$$

onde  $\psi_i$  é a função de onda que determina o estado inicial do núcleo mãe e  $\psi_f$  determina a função de onda do sistema final. Se

$$\phi_e(r) = \frac{1}{\kappa} e^{-i\vec{p}_e \cdot \vec{r} / \hbar}, \quad (4.17)$$

$$\phi_\nu(r) = \frac{1}{\kappa} e^{-i\vec{p}_\nu \cdot \vec{r} / \hbar}, \quad (4.18)$$

são as funções de onda do elétron e do neutrino, com  $\kappa$  sendo o volume nuclear no qual a função de onda é normalizada. Neste volume o produto  $\vec{p}_l \cdot \vec{r} \ll 1$ , desta forma, quando expandimos as funções de onda na série de Taylor podemos, com boa aproximação, pegar o primeiro termo da expansão que é  $\approx 1$ , portanto, podemos escrever agora as funções de onda como:

$$\phi_l(r) = \frac{1}{\kappa}, \quad \text{com } l = e, \nu. \quad (4.19)$$

Incluindo na função de onda do elétron os efeitos de interação eletromagnética contidos na função de Fermi:

$$F(Z+1, E) = \frac{|\phi(0)_{coul}|^2}{|\phi(0)|^2}, \quad (4.20)$$

$$F(Z+1, E) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{12\pi\eta}}, \quad (4.21)$$

onde  $\eta$  é o parâmetro de Sommerfeld definido como:  $\eta = \alpha(Z+1)/\beta$ , e  $\alpha$  sendo a constante de estrutura fina e  $\beta = v/c$ .

Somando sobre os estados de spin e fazendo a média sobre o fator de correlação

$1 + a.(\vec{\beta}.\vec{\beta}_\nu)$ , temos que a taxa de decaimento  $\beta$  é:

$$\Gamma = \int \frac{A}{(2\pi)^5} \cdot F(Z+1, E) p_e E_e \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2} E_\nu (1 + a.(\vec{\beta}.\vec{\beta}_\nu)) \times \delta(a + m - E_{tot} - E_{tot,\nu} - E_{rec}) dE_{tot} dE_{tot,\nu} d\Omega d\Omega_\nu. \quad (4.22)$$

Para resolver esta integral sobre  $E_{tot,\nu}$ , temos que somar sobre todos os estados finais, isto é uma dupla soma sobre os 3 auto-estados de massa do neutrino  $m(\nu_i)$ , com probabilidade  $|U_{ei}|^2$ . Além disso, temos que considerar os estados finais do núcleo filho com probabilidade  $P_j$  e energia de excitação  $E_j$ . Usando a equação (4.5) em (4.22) e como estamos interessados no efeito que produz o neutrino no espectro de energia fazemos também  $d\Gamma/dE$  e obtemos:

$$\gamma = AF(Z+1, E) p_e E_e \sum_{i,j} |U_{ei}|^2 \sqrt{(Q_\beta - T)^2 - m_{\nu_i}^2} (Q_\beta - T) \Theta(Q_\beta - T - m_{\nu_i}). \quad (4.23)$$

A medida que a resolução do experimento é maior que a diferença dos auto-estados dos neutrinos, o espectro resultante pode ser analisado em termos de um observável:

$$m_\beta^2(\nu_e) = \sum_{i,j} |U_{ei}|^2 m^2(\nu_i). \quad (4.24)$$

Para medir a massa do neutrino eletrônico é necessário definir a função de Kurie:

$$K(T) = \left( \frac{d\Gamma/dE}{AF(Z+1, E) E_e p_e} \right)^{1/2}, \quad (4.25)$$

substituindo os valores da equação 4.22 obtemos:

$$K(T) = \left[ (Q_\beta - T) \sqrt{(Q_\beta - T)^2 - m_\nu^2} \right]^{1/2}, \quad (4.26)$$

da equação (4.26) observamos com clareza o efeito que tem a massa do neutrino, por exemplo, se  $m_\nu = 0$ , vemos que a função é uma reta,

$$K(T) = Q_\beta - T, \quad (4.27)$$

na figura (4.2) esta equação esta representada pela linha de cor magenta. se agora  $m_\nu = 5 \text{ eV}$  notamos, na mesma figura, como o espectro é deslocado, isto é representado com a linha celeste.

É possível estimar a massa do neutrino medindo esse deslocamento e comparando-o com a linha cheia, pois agora  $T_{max} = Q_\beta - m_\nu$ , a dificuldade está em fazer medidas nessa região do espectro, devido à pouca quantidade de eventos. Porém, na prática os experimentalistas usam este processo para fazer uma estimativa do valor da massa do neutrino, com o qual, Mainz [10] e Troitzk [11] encontraram

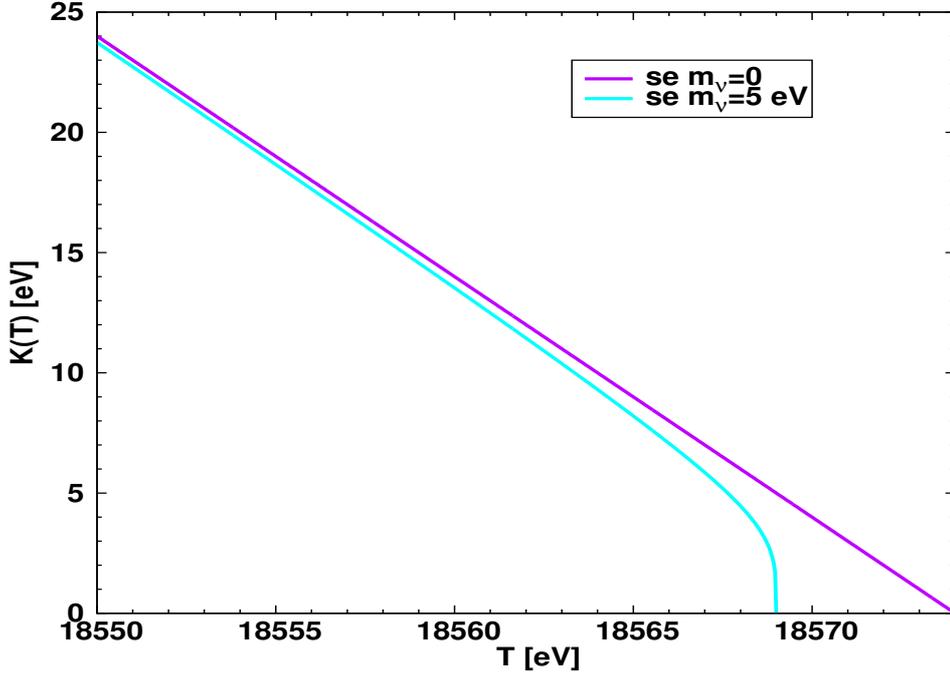


Figura 4.2: Gráfico da função de Kurie.

os limites:

$$m_\beta < 2,3 \text{ eV} (95\%CL; \text{Mainz Collaboration}), \quad (4.28)$$

$$m_\beta < 2,05 \text{ eV} (95\%CL; \text{Troistk Collaboration}), \quad (4.29)$$

Espera-se em um futuro com KATRIN [50] uma maior sensibilidade o qual vai fornecer um limite na soma da massa do neutrino de  $\approx 0,2 \text{ eV}$ .

É possível escrever a equação (4.24) da massa do neutrino do decaimento beta  $m_\beta$  usando os parâmetros de ajuste global (ver cap 2.4.3), deixando  $m_\beta$  em função da massa mais leve como mostra a figura (4.3). Para o caso da hierarquia normal (HN) temos que  $m_1 = m_0 < m_2 < m_3$  e para o caso da hierarquia invertida (IH)  $m_3 = m_0 < m_1 < m_2$ ,

$$m_\beta = [ |U_{e1}|^2 m_1^2 + |U_{e2}|^2 m_2^2 + |U_{e3}|^2 m_3^2 ]^{1/2} = [ c_{13}^2 c_{12}^2 m_1^2 + c_{13}^2 s_{12}^2 m_2^2 + s_{13}^2 m_3^2 ]^{1/2}, \quad (4.30)$$

e usando as definições de oscilação de neutrinos, podemos escrever (4.30) para os casos de hierarquia Normal e Invertida, respetivamente, como:

$$m_\beta = [ c_{13}^2 c_{12}^2 m_0^2 + c_{13}^2 s_{12}^2 (\Delta m_{21}^2 + m_0^2) + s_{13}^2 (\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2 + m_0^2) ]^{1/2}, \quad (4.31)$$

$$m_\beta = [ c_{13}^2 c_{12}^2 (m_0^2 - \Delta m_{21}^2 - \Delta m_{31}^2) + c_{13}^2 s_{12}^2 (m_0^2 - \Delta m_{32}^2) + s_{13}^2 m_0^2 ]^{1/2}. \quad (4.32)$$

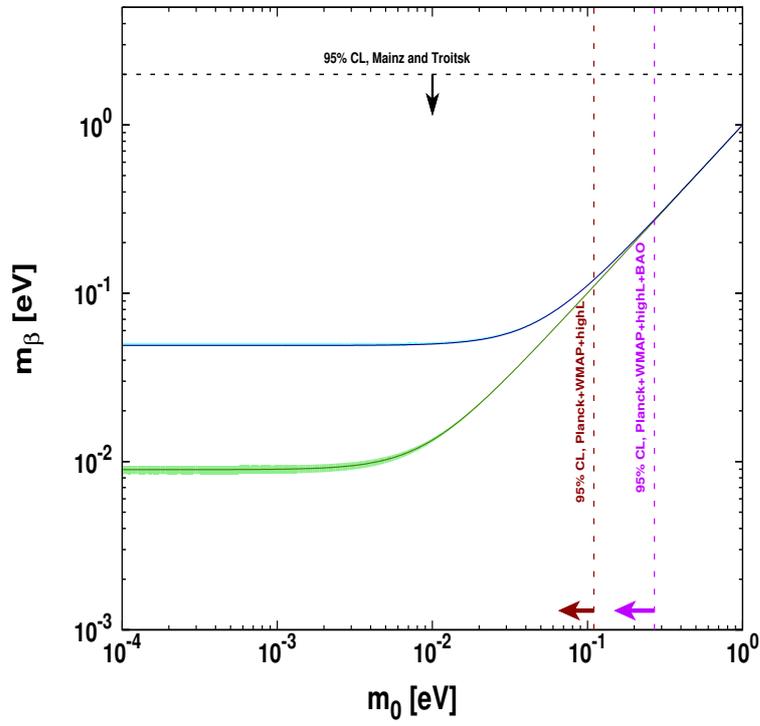


Figura 4.3: Gráfico do decaimento beta.

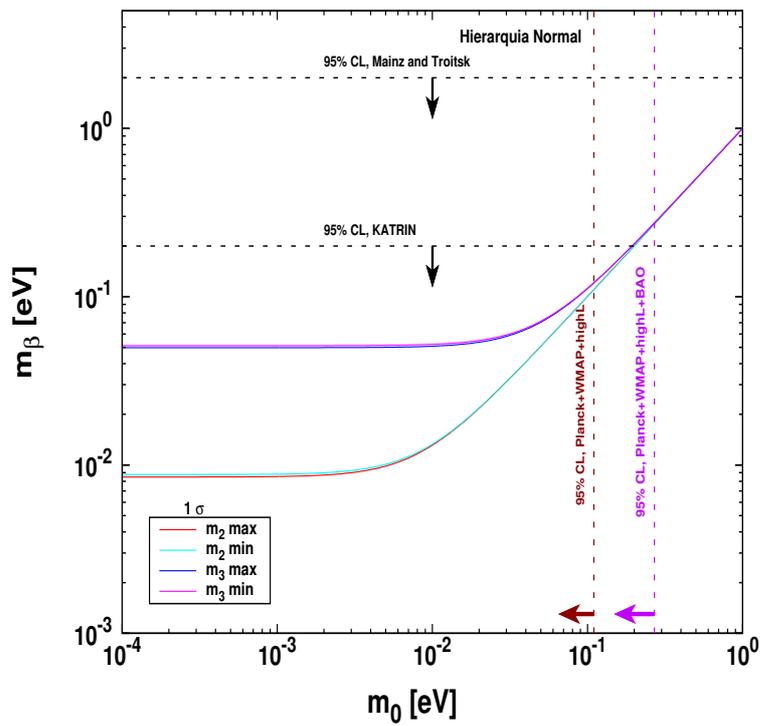
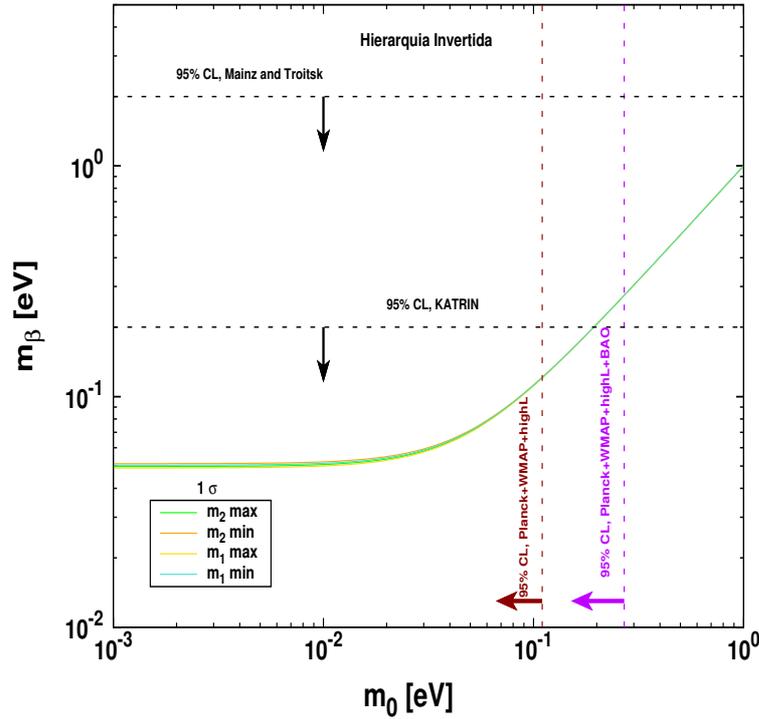


Figura 4.4: Gráfico de  $m_2$  e  $m_3$  em função da massa mais leve para hierarquia normal, levando em consideração a incerteza a  $1\sigma$ .



**Figura 4.5:** Gráfico de  $m_1$  e  $m_2$  em função da massa mais leve para hierarquia invertida, levando em consideração a incerteza a  $1\sigma$ .

Na figura (4.3) foi graficada a região permitida da massa do neutrino produzida no decaimento beta, em função da massa mais leve, para as hierarquias normal (linha cor verde) e invertida (linha cor azul), também foi considerada a incerteza dos experimentos de oscilação em  $1\sigma$ , e foi representada como as faixas verde e azul. Podemos analisar que, se os experimentos cinemáticos que estudam o decaimento beta obtém um valor menor que  $\sim 4,8 \times 10^{-2} \text{eV}$ , segundo nossa figura, a HI seria descartada e ficaria a HN como a única possibilidade.

Pode ser observada uma área onde as duas linhas estão se sobrepondo e inclusive, os efeitos das incertezas provenientes dos experientos de oscilação parecem desaparecer, isto acontece em  $\sim m_0 \geq 0,15 \text{eV}$  e os auto-estados de massa são degenerados, porém, a cosmologia (como veremos na seguinte seção) tem evoluído nas ultimas décadas convertendo-se em uma alternativa para achar o valor absoluto da massa do neutrino, vemos nessa mesma figura que experimentos cosmologicos como Plank, BAO e CMB fornecem dois limites o qual ajuda a excluir uma parte da região permitida. Na figura 4.4 mostramos a contribuição a  $m_\beta$  de cada auto-valor de massa dos neutrinos no ordenamento Normal. Notamos que há uma região quase degenerada em  $m_\beta \geq 9 \times 10^{-2} \text{eV}$ , neste caso é difícil distinguir as duas hierarquias de massa (comparando com a figura 4.5). Observamos também que a principal contribuição a  $m_\beta$  vem de  $m_3$ , isto é porque este auto-estado de massa tem um termo a mais em

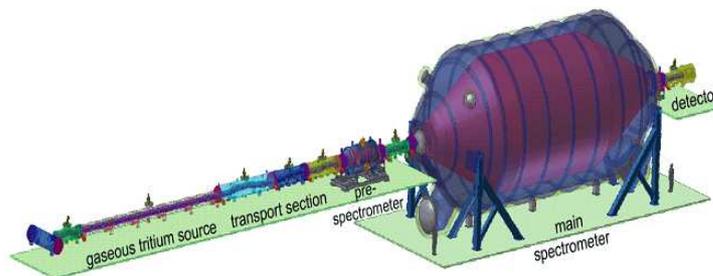
comparação com  $m_2$ , isto é  $m_3 = \sqrt{\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2 + m_0^2}$  e  $m_2 = \sqrt{\Delta m_{21}^2 + m_0^2}$ . No caso da Hierarquia Invertida, figura 4.5 notamos que os dois auto-estados de massa contuibuem igualmente a  $m_\beta$  isto é porque neste caso  $m_0 \ll m_1 < m_2$ .

#### 4.1.2

#### O experimento KATRIN

KATRIN [50] (**KA**rlsruhe **TR**itium **N**eutrino) é um experimento que está sendo construído para medir a massa do anti-neutrino eletrônico, usando o espectro de elétrons emitidos no decaimento beta do trítio e como principal objetvo é baixar o valor absoluto da massa do neutrino a 0,2eV 90% de nível de confiança. O núcleo do experimento é um espetrometro de 200 ton, que foi construído na cidade de Deggondorf e foi levado para Karlsruhe por uma rota de 6600Km passando pelo mar negro, pelo mar mediterrâneo e o oceano atlantico. Os testes deste experimento começaram em 2013 com o espetrometro, o experimento completo está programado para ser testado em 2014.

A obtenção da massa do anti-neutrino eletrônico é uma medida de alta precisão da energia cinética do decaimento beta do trítio. Neste experimento um elétron e um anti-neutrino eletrônico são lançados com a mesma energia, a qual é distribuída em sua energia cinética e sua massa em repouso, do elétron e do anti-neutrino. Quando é analisado o final do espectro deste decaimento, pode-se ver uma distorção do mesmo, este fenômeno está relacionado com a massa do anti-neutrino.



**Figura 4.6:** Figura que mostra as partes do experimento KATRIN.

A principio qualquer isótopo que produz um decaimento beta pode ser usado, mas o trítio é o melhor candidato para este estudo devido à baixa energia no final

do espectro de energia ( $Q_\beta$ ), assim o efeito da massa do neutrino no espectro do decaimento é mais significativo. Além disso, o trítio tem uma estrutura simples, com um próton e dois neutrons. Isto significa que não é necessário aplicar correções de energia ao estudo do espectro do decaimento, e também pode ser calculado pela teoria V-A.

A alta sensibilidade do experimento para analisar com precisão a energia cinética do decaimento será atinjada graças a um espectrômetro especialmente construído para este fim, ver figura (4.6). É o MAC-E-Filter (Magnetic Adiabatic Collimation and Electrostatic filter, sigla em inglês). Este espectrômetro tem dois solenoides superconductores que estão produzindo um campo magnético B. Assim os elétrons produzidos no decaimento beta são guiados pelo experimento como um feixe de partículas graças ao campo magnético gerado no espectrômetro. Durante o deslocamento deste feixe ao centro do experimento, o campo magnético B cai em algumas ordens de magnitude. Portanto, esta diferença de campo magnético B transforma parte da energia do ciclotrão do feixe em um movimento linear. Este feixe de elétrons produzidos no decaimento beta estão se deslocando em contra de uma diferença de potencial eletrostática que é formada por eletrodos no experimento. Assim todos os elétrons com energia suficiente vão superar esta barreira de potencial e serão re-acelerados e colimados em outro detector. Variando a diferença de potencial eletrostática será possível formar o espectro do decaimento beta. Para maiores informações pode ser consultada a página: <http://www.katrin.kit.edu>.

## 4.2

### Duplo decaimento beta sem neutrinos

O duplo decaimento beta sem neutrinos ( $0\nu\beta\beta$ ) é o experimento mais promissor na busca da natureza de Majorana dos neutrinos e na estimativa da escala absoluta de massa dos neutrinos; este decaimento somente pode acontecer se os neutrinos são maciços e se são partículas de Majorana [189]. Isto quer dizer, que a partícula e a anti-partícula são indistinguíveis. Entre as motivações que tem a comunidade científica pelo estudo deste decaimento é que além de ser uma prova única e suficiente que os neutrinos são partículas de Majorana, isto abriria a porta ao estudo de nova física além do modelo padrão, assim como favoreceria a modelo de criação de massa através do mecanismo de “see-saw” e também favoreceria o modelo de Leptôgenesis, com o qual seria possível explicar a assimetria bariônica do universo através da conversão dos léptons em bárions pelo processo chamado de “Sphalerons”. Antes de explicar o  $0\nu\beta\beta$  temos que entender o processo de duplo decaimento beta com dois neutrinos  $2\nu\beta\beta$ .

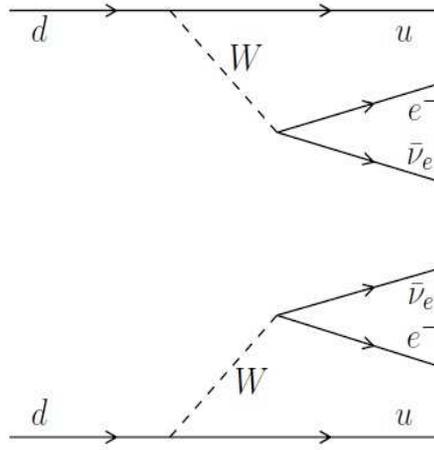


Figura 4.7: Gráfico do processo  $2\nu\beta_{2\nu}^-$ .

### Duplo decaimento beta

Este processo foi primeiro idealizado por M. Goeppert-Mayer em 1935 [190], neste trabalho foi calculada uma expressão para a taxa de decaimento e acharam um valor de tempo médio  $T_{1/2}^{2\nu} 10^{17}$  anos com um valor  $Q \sim 10\text{MeV}$ .

O  $2\nu\beta\beta$  é um processo no qual dois decaimentos beta acontecem simultaneamente no mesmo núcleo, emitindo dois elétrons e dois anti-neutrinos no processo ( $2\beta_{2\nu}^-$ ) e dois pósitrons e dois neutrinos no processo ( $2\beta_{2\nu}^+$ ), o diagrama deste processo poder ser visto na figura (4.7). Neste processo, o decaimento beta pode ser energeticamente proibido ou altamente suprimido e cuja representação matemática é:

$$N(Z, A) \rightarrow N(Z + 2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e, \quad (4.33)$$

$$N(Z, A) \rightarrow N(Z - 2, A) + 2e^+ + 2\nu_e, \quad (4.34)$$

este decaimento conserva o número leptônico e é permitido no modelo padrão de partículas (MPP) independentemente da natureza do neutrino.

O fator  $Q_{\beta\beta}$  neste processo é definido como:

$$Q_{\beta\beta} = m(Z, A) - m(Z \pm 2, A) - 2m_{e\pm}, \quad (4.35)$$

onde  $m(Z, A)$  é a massa inicial,  $m(Z \pm 2, A)$  é a massa do núcleo final e  $m_e$  é a massa do elétron ou pósitron.

O tempo de vida médio para o processo  $2\nu\beta\beta$  é expressado pela equação:

$$(T_{1/2}^{2\nu})^{-1} = G^{2\nu}(Q, Z)|M^{2\nu}|^2, \quad (4.36)$$

onde  $G^{2\nu}(Q, Z)$  é uma fase e o termo  $|M^{2\nu}|$  é o elemento de matriz nuclear (NME sigla em inglês) que fornece a probabilidade do decaimento e pode ser calculada teoricamente.

#### Duplo decaimento beta sem neutrinos

Em 1937, Ettore Majorana formulou uma nova teoria onde os neutrinos e anti-neutrinos são a mesma partícula [191] e para testar esta hipótese, Giulio Racah [192] idealizou as reações:

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \nu, \quad (4.37)$$

$$\nu + (Z', A') \rightarrow (Z' + 1, A') + e^-, \quad (4.38)$$

que são proibidas se o neutrino for de Dirac. Em 1939 Wolfgang Funy [193] foi o primeiro a considerar o duplo decaimento beta ( $0\nu\beta\beta$ ) mediante a reação:

$$N(Z, A) \rightarrow N(Z + 2, A) + 2e^-, \quad (4.39)$$

$$N(Z, A) \rightarrow N(Z - 2, A) + 2e^+, \quad (4.40)$$

onde  $A$  e  $Z$  são o número de massa nuclear e a carga do núcleo, no caso do  $0\nu\beta\beta$  a energia disponível é o valor  $Q$  do decaimento:

$$Q = M_i - m_f. \quad (4.41)$$

Em 1952, Henry Primakoff [194] calculou a correlação angular  $e^- - e^-$  e o espectro de energia dos dois decaimentos  $2\nu\beta\beta$  e  $0\nu\beta\beta$ . Raymond Davis [195] idealizou um experimento para medir anti-neutrinos com a reação  $\bar{\nu}_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$  o qual não forneceu nenhum resultado, isto foi interpretado como se o neutrino fosse de Dirac, e como consequência, foi introduzido o número leptônico (LN) para diferenciar a partícula de sua respectiva anti-partícula.

Nesta mesma época, a busca por  $0\nu\beta\beta$  perdeu o interesse, pois a fim de encontrar algum sinal deste tipo de decaimento, duas condições tinham que ser contempladas: A violação do número leptônico e a quebra da invariância da matriz de corrente fraca  $\gamma_5$ .

Porém, extensões do MPP como os de grande teoria de unificação (GUT sigla em inglês) e modelos de supersimetria (SUSY sigla em inglês), mostraram que o MPP impunha a conservação do LN o qual deixava o neutrino como sendo sem massa e portanto, a invariância do  $\gamma_5$  era preservada, contudo, estas extensões mostram que a conservação do LN era uma simetria global e não uma de gauge, portanto podia ser violada em algum nível. Uma teoria que explica a natureza de Majorana dos

neutrinos é proposta por Mohapatra *et al* [196]-[197], cuja generalização do MPP predice que o neutrino é de Majorana, assim como também que possui massa e que tem uma interação de mão-direita.

O  $0\nu\beta\beta$  [193] não foi confirmado ainda, mas há alguns limites no tempo médio de vida do decaimento reportados por Heidelber-Moscou [198], NEMO [199], COURICINO [200], KamLAND-Zen [201] como sendo, respetivamente:

$$T_{1/2}^{0\nu}({}^{76}\text{Ge}) \geq 1,9 \times 10^{25} \text{ anos}, \quad (4.42)$$

$$T_{1/2}^{0\nu}({}^{130}\text{Te}) \geq 3,0 \times 10^{24} \text{ anos}, \quad (4.43)$$

$$T_{1/2}^{0\nu}({}^{100}\text{Mo}) \geq 1,0 \times 10^{24} \text{ anos}, \quad (4.44)$$

$$T_{1/2}^{0\nu}({}^{136}\text{Xe}) \geq 5,7 \times 10^{24} \text{ anos}. \quad (4.45)$$

O grupo de [202, 203] tem indícios de um sinal de  $0\nu\beta\beta$  em mais que  $4\sigma$  produzido com  ${}^{76}\text{Ge}$ , com tempo de vida médio  $T_{1/2}^{0\nu} = 2,23 \times 10_{-0.31}^{+0.44} \times 10^{25}$  anos, o qual é consistente com  $m_{0\nu\beta\beta} = 0,1 - 0,6 \text{ eV}$ . Este resultado não foi confirmado ainda [204] por experimentos como GEDRA que usa o mesmo núcleo de  ${}^{76}\text{Ge}$ . Além do mais, usando dados de EXO e KamLAND-Zen que usam o núcleo de  ${}^{136}\text{Xe}$  encontram um limite superior de massa efetiva dos neutrinos de  $m_{0\nu\beta\beta} < 0,1 - 0,25 \text{ eV}$  com 90% de confiança, o qual excluiria o anterior tempo de vida médio [201]. Estes experimentos logo cobrirão a região de massa invertida e esta tensão entre experimentos será resolvida.

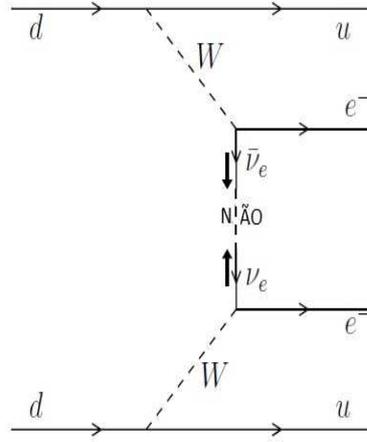
#### 4.2.1 Aspectos teóricos

Conforme já apresentamos anteriormente, o processo  $0\nu\beta\beta$  acontece se o neutrino tem massa, propriedade confirmada pelo SK [161] e se os neutrinos são partículas de Majorana; o decaimento é efetuado através das reações:

$$N(A, Z) \rightarrow N(A, Z + 2) + 2e^-, \quad (4.46)$$

$$N(A, Z) \rightarrow N(A, Z - 2) + 2e^+, \quad (4.47)$$

onde podemos ver que o número leptônico é violado em duas unidades  $\Delta LN = \pm 2$ , no MPP este número é conservado. Para entender este processo vamos analisar as figuras (4.8) e (4.9). Observamos na figura (4.8) que para que não haja  $\nu$  no decaimento temos que ligar os vértices do decaimento, porém, isto não é permitido no MPP porque o neutrino produzido no vértice superior não pode ser aniquilado pelo neutrino gerado no vértice inferior, e a helicidade dos dois neutrinos são opostas. Portanto, duas condições são necessárias para que o decaimento  $0\nu\beta\beta$  aconteça: que



**Figura 4.8:** Gráfico do duplo decaimento beta sem neutrino, para neutrinos de Dirac.

a partícula e anti-partícula sejam indistinguíveis, o que significa que o neutrino tem que ser de Majorana e a segunda condição é que a helicidade seja a mesma, como podemos ver na figura (4.9)

A massa efetiva produzida neste processo é proporcional à soma dos auto-estados de massa, que podem ser expressados como:

$$m_{0\nu\beta\beta} = c_{12}^2 c_{13}^2 m_1 + e^{i\alpha_{21}} c_{13}^2 s_{12}^2 m_2 + e^{i\alpha_{31}} s_{13}^2 m_3, \quad (4.48)$$

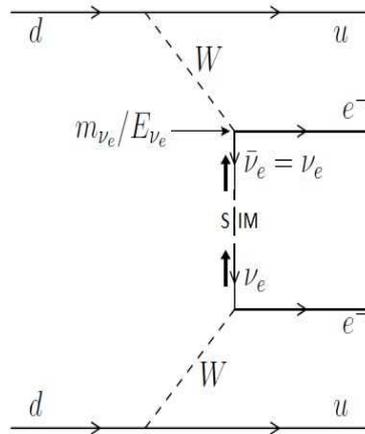
onde  $c_{12}^2 = \cos^2(\theta_{12})$ ,  $c_{13}^2 = \cos^2(\theta_{13})$ ,  $s_{12}^2 = \sin^2(\theta_{12})$ ,  $s_{13}^2 = \sin^2(\theta_{13})$ ,  $\alpha_{21}$  e  $\alpha_{31}$  são as fases CP de Majorana. Neste trabalho usamos a parametrização padrão das fases CP de Majorana como em [205].

O valor da massa efetiva do neutrino (4.48) não é uma medida direta, ela depende de vários fatores que estão relacionados com o tempo de vida médio:

$$(T_{1/2}^{0\nu})^{-1} = G_{0\nu}^N |M_{0\nu}^N|^2 \left( \frac{m_{0\nu\beta\beta}}{m_e} \right)^2, \quad (4.49)$$

onde  $G_{0\nu}^N$  é um fator de fase e  $|M_{0\nu}^N|$  é o elemento de matriz nuclear (NME sigla em inglês), este termo é o responsável pela grande incerteza na medida do valor da massa efetiva da massa do neutrino, pois é um termo complexo de calcular teoricamente e não é um valor observável [38]-[40], [206].

A tabela 4.2 [207] mostra os valores da matriz (MNE), calculados com diferentes métodos, para  $^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$ , podemos ver que há um fator de incerteza de 3 no valor da matriz o qual vai influenciar no valor da massa efetiva do neutrino



**Figura 4.9:** Gráfico do duplo decaimento beta sem neutrino, para neutrinos de Majorana.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0912574/CA

$ M_{0\nu}^{76Ge} $	$m_{0\nu\beta\beta}$	Método
4,59	0,32	QRPA
4,32	0,34	QRPA
4,21	0,35	QRPA
4,04	0,37	RQRPA
3,64	0,41	QRPA
3,62	0,41	RQRPA
3,62	0,41	QRPA
3,45	0,43	Number-project QRPA
3,41	0,43	QRPA
3,32	0,44	QRPA
3,21-3,82	0,39-0,46	second QRPA
3,13	0,47	QRPA with forbidden
2,95-3,16	0,47-0,50	RQRPA
2,68	0,55	QRPA with forbidden
2,40	0,62	QRPA with forbidden
2,31-3,68	0,40-0,64	full QRPA
2,09	0,71	full QRPA
1,87-3,74	0,39-0,79	RQRPA
1,74	0,85	Large-scale shell model RQRPA
1,71-4,45	0,33-0,86	QRPA
1,69-1,87	0,79-0,87	QRPA
1,5	0,98	QRPA with up pairing

**Tabela 4.2:** Valores das incertezas do Elemento de Matriz Nuclear (NME sigla em inglês).

$$1,5 \leq |M_{0\nu}^{76\text{Ge}}| \leq 4,6. \quad (4.50)$$

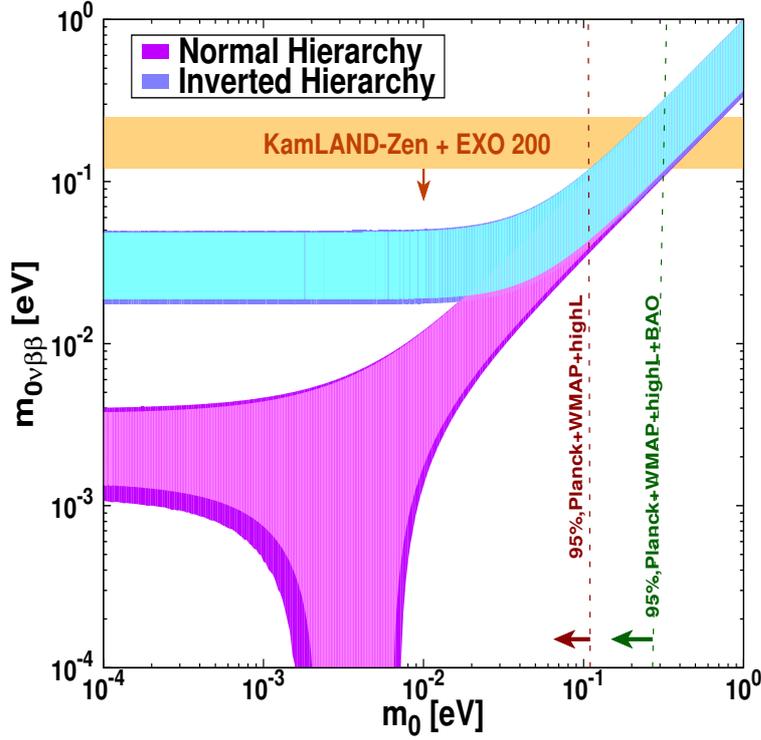
Por exemplo, da equação (4.49) podemos encontrar o primeiro valor na tabela para a massa efetiva do neutrino, se  $T_{1/2}^{0\nu} = 1,9 \times 10^{25}$  anos,  $G_{0\nu}^N = 6,31 \times 10^{-15}$  anos [208],  $|M_{0\nu}^N| = 4,58$  e  $m_e = 0,5$  MeV obtemos o valor da massa efetiva indicado na primeira fileira, segunda coluna da tabela 4.2  $m_{0\nu\beta\beta} = 0,32$  eV.

Como determinar o valor de MNE não faz parte do escopo desta tese, vamos somente mencionar os principais métodos que são usados neste quesito.

O modelo de camada nuclear (MSM sigla em inglês) [209] é amplamente usado para calcular os estados de partículas perto do nível de Fermi. Este método é somente aplicável a núcleos leves como  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$  [210, 211], para uma revisão mais detalhada ver [208]. Por outra parte, outro modelo usado é o de aproximação de fase aleatória quase-partícula (QRPA sigla em inglês) [212, 213, 214, 215], o qual lida com grande número de estados intermedios e leva em consideração as interações  $p-p$  partícula-partícula do elemento de matriz nuclear, e é correlacionada à interação proton-proton, e a matriz de elementos  $p-h$  partícula-buraco que é correlacionada à interação proton-neutron; os dois tipos de matrizes têm constantes de interação independentes  $g_{pp}$  e  $g_{ph}$  [216], onde normalmente o fator  $g_h$  é fixo e está relacionado com a ressonância Gamow-Teller [217]. O fator  $g_{pp}$  é o parâmetro livre e é o que produz a maior incerteza na matriz NME.

Na figura 4.10 apresentamos a região permitida do  $0\nu\beta\beta$  em função da massa do neutrino mais leve ( $m_0 = m_1$  no caso de hierarquia normal e  $m_0 = m_3$  para a hierarquia invertida), as regiões mais escuras representam a incerteza de  $1\sigma$  nos parâmetros de mistura extraídos dos experimentos de oscilação, reator e acelerador de neutrinos. As curvas magenta escuro para o caso de HN e celeste escuro para o caso de HI, as curvas magenta e celeste claro são as curvas para os parâmetros com melhor valor de ajuste. Podemos ver que na atualidade, as curvas com e sem incerteza de oscilação estão muito próximas, indicando uma medida com maior precisão. Porém, o fator de incerteza introduzido pela matriz NME, não é a única fonte de imprecisão na medida da massa efetiva do neutrino extraída através do duplo decaimento beta sem neutrinos, as fases de Majorana introduzem uma incerteza ainda maior, pois são as que produzem a grande área ocupada pela região permitida da massa efetiva do neutrino, inclusive, geram uma área onde a massa efetiva pode ser zero, isto quando  $2 \times 10^{-3} \text{ eV} \leq m_0 \leq 7 \times 10^{-3} \text{ eV}$  para o caso de HN.

Na mesma figura (4.10), vemos que para pequenos valores de  $m_0$  as hierarquias são facilmente diferenciáveis até  $\sim 10^{-1} \text{ eV}$ , a cima deste valor, as curvas se sobrepoem, e da mesma maneira que para o decaimento beta, nesta região os auto-estados de massa são considerados degenerados, onde podemos aproximar



**Figura 4.10:** Gráfico da região permitida do duplo decaimento beta em função da massa do neutrino mais leve,  $m_0 = m_1$  no caso de hierarquia normal e  $m_0 = m_3$  para a hierarquia invertida, representamos a incerteza de  $1\sigma$  dos parâmetros de mistura com as regiões mais escuras, as regiões mais claras representam os parâmetros com melhor valor de ajuste.

$m_0 \gg \sqrt{\Delta m_{atm}^2} \approx 0,05\text{eV}$ . Vemos também na mesma figura os limites da massa efetiva do neutrino reportados por: Plank [1], linha vermelha e magenta verticais; KamLAND-Zen [201] e EXO 200 [13], faixa horizontal laranja, vale a pena salientar aqui que, para KamLAND-Zen+EXO 200, o limite é uma faixa e não uma linha por causa da incerteza da NME.

**Caso Degenerado** A equação (4.48) no caso degenerado  $m_0 \approx m_2 \approx m_3$  pode-se reescrever como:

$$m_{0\nu\beta\beta} \approx c_{13}^2 m_0 \times \left[ 1 - \sin^2(2\theta_{12}) \sin\left(\frac{\alpha_{21}^2}{2}\right) + \frac{1}{2} \sin^2(2\theta_{13})(c_{12}^2 \cos(\alpha_{31}) + s_{12}^2 \cos(\alpha_{21} - \alpha_{31})) \right]^{1/2}, \quad (4.51)$$

vemos que o fator de majorana  $\alpha_{21}$  é dominante na expressão (4.51), pois o segundo termo é pequeno em comparação com o primeiro. Os valores máximos e mínimos

desta equação, para valores de  $m_0 \geq 0,1 \text{ eV}$  são:

$$m_{0\nu\beta\beta}^{\min} \approx c_{13}^2 m_0, \quad (4.52)$$

$$m_{0\nu\beta\beta}^{\max} \approx c_{13}^2 m_0 \cos(\theta_{12}), \quad (4.53)$$

$$m_{0\nu\beta\beta}^{\min} = 0,383 m_0^{\max}. \quad (4.54)$$

Isto significa que o fator entre o valor máximo e mínimo é  $\sim 2,6$ , com o que podemos concluir que, se é medida a massa efetiva do neutrino com incertezas menores que este fator, a principio, é possível obter informação da fase de majorana  $\alpha_{21}$ .

**Caso Hierarquia Invertida** O caso de Hierarquia invertida consiste no regime onde  $m_1 \approx m_2 \sim \sqrt{\Delta m_{atm}^2} \gg m_3 = m_0$ , que é a faixa horizontal na figura (4.10), para valores de  $m_0 \ll \sqrt{\Delta m_{21}^2} \approx 0,01 \text{ eV}$ . Da mesma forma que foi feito para o caso degenerado, podemos reescrever a equação (4.48) como:

$$m_{0\nu\beta\beta} = c_{13}^2 \sqrt{\Delta m_{atm}^2} \left[ 1 - \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2\left(\frac{\alpha_{21}}{2}\right) \right]^{1/2}, \quad (4.55)$$

onde o termo que contém  $s_{13}^2 m_3$  é muito pequeno em comparação com os outros termos da equação, e por isto é desconsiderado. A dependência da fase de Majorana, em (4.55) é praticamente a mesma que em (4.51).

**Caso Hierarquia Normal** Este caso é considerado se  $m_0 \ll \sqrt{\Delta m_{21}^2} \sim 10^{-4}$  logo  $m_0 = m_1$  pode ser ignorado em (4.48), com isto obtemos:

$$m_{0\nu\beta\beta} = \sqrt{\Delta m_{21}^2} \left[ s_{12}^4 c_{13}^4 + 2 \sqrt{\frac{s_{13}^4}{\epsilon}} s_{12}^2 c_{13}^2 \cos(\alpha_{31} - \alpha_{21}) \right]^{1/2}, \quad (4.56)$$

onde  $\epsilon \approx \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{atm}^2 \approx 0,0314$ . Nesta equação foram ignorado termos proporcionais a  $\epsilon^2, s_{13}^4, s_{13}^4/\epsilon$  e  $\sqrt{\epsilon} s_{13}^2$ . Vemos que aparece em (4.56) um fator  $\cos(\alpha_{31} - \alpha_{21})$ , que não apareceu em (4.55) o qual influencia a taxa do duplo decaimento beta, portanto, a massa efetiva vai variar como:

$$\sqrt{\Delta m_{21}^2} \left[ s_{12}^4 c_{13}^4 - 2 \sqrt{\frac{s_{13}^4}{\epsilon}} s_{12}^2 c_{13}^2 \right]^{1/2} \leq m_{0\nu\beta\beta} \leq \sqrt{\Delta m_{21}^2} \left[ s_{12}^4 c_{13}^4 + 2 \sqrt{\frac{s_{13}^4}{\epsilon}} s_{12}^2 c_{13}^2 \right]^{1/2} \quad (4.57)$$

ou para ver melhor o efeito desta variação vamos expressar a equação (4.57) numericamente:

$$9,11 \times 10^{-4} \text{ eV} \leq m_{0\nu\beta\beta} \leq 3,58 \times 10^{-3} \text{ eV}, \quad (4.58)$$

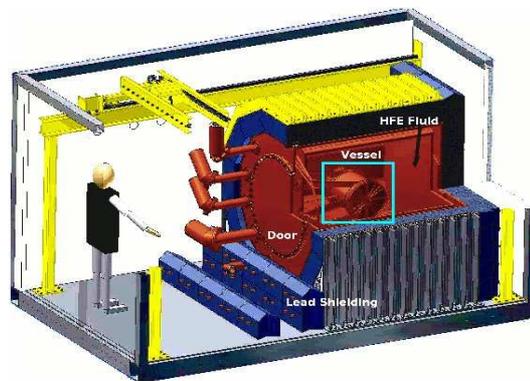
o qual nos diz que há um fator de variação de  $\sim 4$

## 4.2.2

## Experimentos de duplo decaimento beta sem neutrinos

## O experimento EXO-200

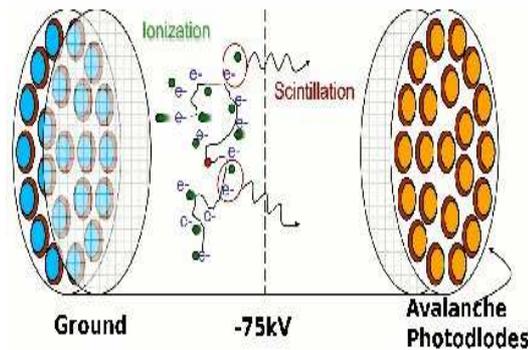
EXO-200 ver figura (4.11) é um dos experimentos que investiga o duplo decaimento beta sem neutrinos usando o isótopo  $^{136}\text{Xe}$ , este experimento tem duas fases:



**Figura 4.11:** Figura que mostra as partes do experimento EXO-200.

- Um protótipo de 200Kg que está atualmente operando no WIPP (Waste Isolation Pilot Plant) no novo México nos Estados Unidos. O experimento tem coletado dados do duplo decaimento beta e continua a operar a fim de melhorar os resultados que têm do tempo de vida médio do duplo decaimento beta sem neutrinos. O valor que eles têm é de  $T_{1/2}^{0\nu} = 6,4 \times 10^{25}$  yr com o qual podemos obter uma massa efetiva do neutrino de  $m_{0\nu\beta\beta}$  100 – 200 meV.
- nEXO (next to EXO) é um experimento de uma tonelada com o isótopo  $^{136}\text{Xe}$  que estará focado na busca do duplo decaimento beta sem neutrinos, espera-se uma massa efetiva de  $m_{0\nu\beta\beta}$  5 – 30 meV. Com um tempo de vida médio de  $T_{1/2}^{0\nu} = 2,0 \times 10^{26}$  yr. É esperado um tempo mais agressivo de  $T_{1/2}^{0\nu} = 4,1 \times 10^{27}$  yr com 10ton.

As vantagens de usar um elemento nobre como o xenônio é que o tratamento para purificá-lo é relativamente fácil, podendo assim ser re-aproveitado em outros detectores. O  $^{136}\text{Xe}$  pode ser enriquecido usando as mesmas técnicas que são aplicadas aos isótopos usados na fissão nuclear. O valor- $Q$  do decaimento deste isótopo é 2,48MeV, o qual é grande o suficiente para que o processo não seja apagado pela energia dos raios gama, estes raios são provenientes de outros isótopos radioativos.



**Figura 4.12:** Figura que mostra o efeito da câmara de projeção temporal.

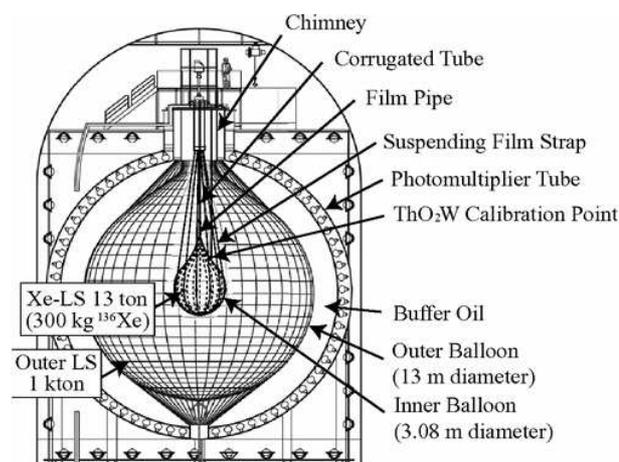
Os 200Kg de Xenônio líquido são enriquecidos a 80%, este isótopo preenche o tanque que será usado para analisar os eventos aplicando a técnica TCP (“Time projection Chamber”) ou Câmara de projeção temporal ver figura (4.12). Quando uma partícula transfere energia ao líquido de  $^{136}\text{Xe}$  este líquido é ionizado ao perder elétrons a causa da colisão. Então é aplicado um campo elétrico ao líquido ionizado o qual puxa os elétrons para as grades de arame onde são recolhidos. A posição da grade fornece uma localização 2D e o número de elétrons é proporcional à energia do evento.

Contudo, alguns ions de Xe ficam em estado excitado, quando estes estados são relaxados, eles emitem luz ultravioleta, conhecida como cintilação, esta luz é coletada em fotodiodos. Assim o tempo entre o sinal de luz e o sinal de ionização permite reconstruir a localização 3D do evento. Além do mais, a quantidade de luz está também relacionada com os eventos.

### O experimento KAMLAND-Zen

É um experimento localizado em Japão, perto de Toyama e usa a antiga mina de Kamioka que tem uma profundidade de 2700 metros equivalentes de água (mew). O KAMLAND-Zen é uma modificação feita no experimento de KAMLAND, esta modificação consiste em um balao de 3,08m de diâmetro no interior do KAMLAND, este balão contém o isótopo enriquecido, sendo 90% de  $^{136}\text{Xe}$  e 8,9% de  $^{134}\text{Xe}$  com 320Kg do isótopo no total. Espera-se que na segunda fase deste experimento o isótopo seja aumentado para 1ton. O KAMLAND-Zen ver figura (4.13) tem um primeiro tanque cilíndrico com 20 m de altura e 20 metros de diâmetro, dentro tem água de altíssima pureza que age como blindagem de raios cósmicos e radioatividade, este tanque contém 225 tubos fotomultiplicadores que detetam a luz de Cherenkov.

Dentro deste tanque exterior, tem dois detetores. O primeiro consiste de uma esfera com uma camada externa de aço inoxidável de 18m de diâmetro e contém um revestimento de 2.100 tubos fotomultiplicadores a cada 50cm de diâmetro. A segunda



**Figura 4.13:** Figura que mostra o experimento KAMLAND-Zen.

câmara é um balão feito de nylon com 13m de diâmetro, este balão é preenchido com um líquido cintilador composto de 1ton de óleo mineral, benzeno e outros produtos químicos fluorescentes. O óleo é não cintilante e faz com que este balão fique longe dos fotomultiplicadores e também protege da radiação externa.

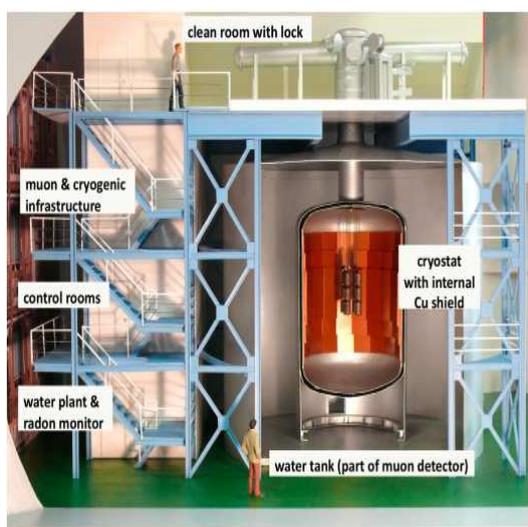
Este experimento começou tomar dados em outubro de 2011, depois de uma exposição de 30,8Kg.yr do isótopo  $^{136}\text{Xe}$  (77,6 dias). Isto reportou um tempo de vida médio para o duplo decaimento beta de  $T_{1/2}^{2\nu} = 2,38 \times 10^{21}\text{yr}$ . Recentemente foi medido um sinal perto da região de interesse do duplo decaimento beta sem neutrinos, porém foi descartado como um evento, pois tratava-se de contaminação por  $^{100m}\text{Ag}$  dentro do balão. O valor reportado do tempo de vida médio por este experimento foi de  $T_{1/2}^{0\nu} > 1,9 \times 10^{25}\text{yr}$  com 90% de nível de confiança.

Depois de uma purificação cuidadosa do balão, foi possível uma redução da contaminação e um recomeço na toma dos dados no final do 2013. A análise preliminar dos dados melhorou o anterior tempo de vida médio, com um valor de  $T_{1/2}^{0\nu} > 2,6 \times 10^{26}\text{yr}$  90% nível de confiança.

## O Experimento GERDA

É um experimento que foi proposto em 2004 e está localizado em Gran Sasso na Itália, e usa o isótopo  $^{76}\text{Ge}$  enriquecido a 86%. Este experimento além de estudar o duplo decaimento beta sem neutrinos usando o isótopo 76 de germânio, quer verificar os dados fornecidos pelo experimento de “Heidelberg-Moscow”, assim como também quer mostrar a possibilidade de uma redução do background em 2-3 ordens de magnitude. Neste experimento o isótopo está imerso em argônio líquido contido em uma câmara de  $64\text{m}^3$ , o argônio serve como um meio de refrigeração e também como proteção de agentes externos ver figura (4.14). O tanque exterior é feito com 30 ton de aço inoxidável de baixa radioatividade, as paredes verticais são recobertas com 16

ton de cobre puro. A blindagem é completada com um tanque de 10m de diâmetro e 9m de altura com água ultrapura ( $590\text{cm}^3$ ). A função desta blindagem d'água, é evitar a radiação gama externa e também absorver múons.



**Figura 4.14:** Figura que mostra o experimento GERDA em Gran Sasso na Italia.

Na fase I, o experimento contava com 8 detectores de  $^{76}\text{Ge}$  de 18Kg, e tinha uma exposição de  $30\text{Kg}\cdot\text{yr}$  e um background esperado de  $10^{-2}\text{eventos}/(\text{Kg}\cdot\text{KeV}\cdot\text{yr})$ . A sensibilidade que foi atinjida é:  $T_{1/2}^{0\nu} > 2,1 \times 10^{25}\text{yr}$  que seria proporcional a uma massa efetiva do neutrino de  $m_{0\nu\beta\beta} < 270\text{meV}$ . Este resultado está em desacuerdo com o limite encontrado pelo Heilderber-Moscow. Espera-se obter mais dados para confirmar ainda este resultado.

A segunda fase do experimento, conta com 14 detectores de germânio, além dos 8 iniciais da fase I, agora com 22Kg. Nesta fase, os primeiros 4 meses os detectores irão operar em nitrogênio líquido, depois serão colocados a operar em árgon. Obtendo uma exposição de  $150\text{Kg}\cdot\text{yr}$  e um background de  $10^{-3}\text{eventos}/(\text{Kg}\cdot\text{KeV}\cdot\text{yr})$ . Espera-se atinjr uma sensibilidade de  $T_{1/2}^{0\nu} > 1,5 \times 10^{26}\text{yr}$  com uma massa efetiva de  $m_{0\nu\beta\beta} = 110\text{meV}$ . Para maiores informacoes pode ser consultada a pagina do experimento: <http://www.mpi-hd.mpg.de/gerda/>

### 4.3 Observações Cosmológicas

Atualmente as observações astrofísicas e cosmológicas nos proporcionam dados indiretos do valor absoluto da soma das massas dos neutrinos, os quais são

comparáveis com os dados fornecidos pelos experimentos em laboratórios. Isto graças à alta precisão com que são obtidos os dados provenientes das estruturas a grandes escalas (LSS sigla em inglês), os quais são extraídos de galáxias localizadas em altos desvios para o vermelho, pelos experimentos 2 degree field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS) [218], o Sloan Digital Sky Survey (SDSS) [2], da radiação cósmica de fundo (CMB) a qual neste momento é analisada com maior precisão por PLANCK [1], e com informação adicional dada pelo *Lyman- $\alpha$*  forest [8, 9].

Uma pergunta importante que pode ser respondida pelo modelo padrão da cosmologia é: qual é a contribuição da densidade de energia dos neutrinos no Universo? Pois os neutrinos são como qualquer outra partícula e contribuem para a densidade de energia total do Universo. Na atualidade, a densidade de energia dos neutrinos está relacionada com a soma absoluta das massas dos neutrinos [148] na forma (ver capítulo 2 seção 2.4.2)

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_i m_\nu}{94 \text{ eV}},$$

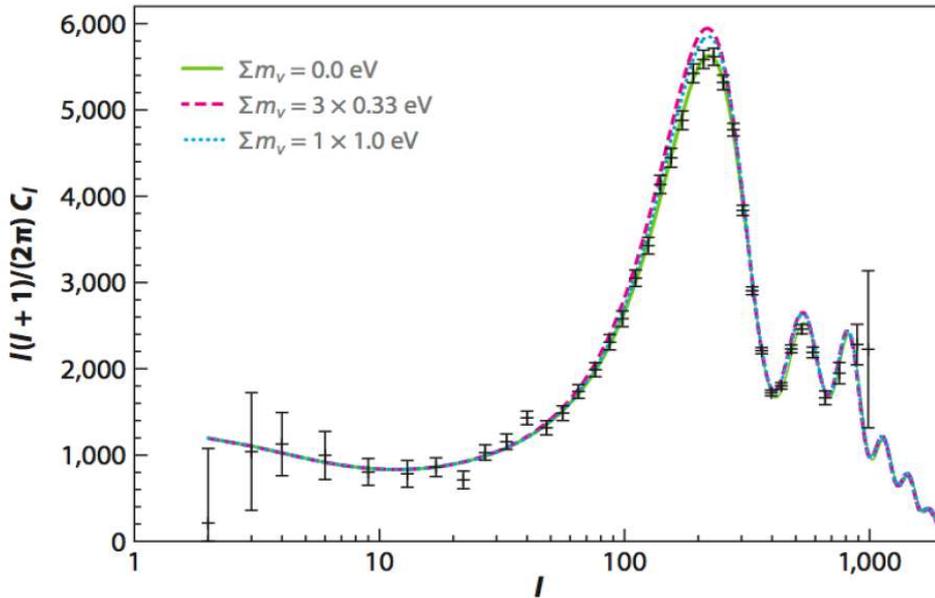
onde  $h = 0,73(3)$  [154] é a taxa atual de expansão do Universo em unidades de  $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

O principal efeito dos neutrinos na cosmologia é quando eles se tornam não-relativísticos, e como consequência, neutrinos com alguns elétron-volts (eV) de massa produzirão efeitos na expansão do Universo. Com este efeito pode-se colocar limites na massa dos neutrinos, comparando-se os dados cosmológicos mais recentes com as previsões teóricas. Vale a pena salientar que embora hoje os melhores limites na massa dos neutrinos sejam os obtidos pela análise estatística de dados cosmológicos, estes limites são dependentes do modelo adotado, podendo causar algumas imprecisões [159]. Como um exemplo disto podemos citar a análise estatística do Planck, que junto com dados provenientes de CMB e Weak Lensing consegue impor limites na massa dos neutrinos de  $0,32 \text{ eV}$ , enquanto que se adicionamos à anterior análise as oscilações acústicas de bárions (BAO sigla em inglês), obtém-se uma massa do neutrino de  $0,98 \text{ eV}$ . Estudos anteriores usando WMAP-9 junto com SDSS e *Lyman- $\alpha$*  forest obtiveram a um limite de  $0,3 - 0,9 \text{ eV}$ ; em [202] foi obtido um limite na soma das massas de  $0,17 - 2,0 \text{ eV}$ .

Nesta seção fazemos uma breve revisão dos efeitos dos neutrinos de fundo cósmico na expansão do universo, também discutiremos os observáveis cosmológicos usados para extrair o valor absoluto da massa dos neutrinos.

#### **Efeito da massa do neutrino na evolução do Universo**

Os neutrinos de fundo cósmico deixaram sua marca na expansão do universo e isto pode ser usado para fazer uma estimativa, de forma indireta, do valor absoluto



**Figura 4.15:** Gráfico do efeito da massa do neutrino no espectro de potência da temperatura do CMB, para um modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM e diferentes massas dos neutrinos..

de massa.

O estudo das flutuações de temperatura no universo, reportadas primeiro pelo COBE [219] e hoje pelo Planck [1] mostra que os neutrinos influenciaram a forma do espectro de potência de duas formas, uma é através do efeito conhecido como “*early integrated Sachs-Wolfe*”, no qual os neutrinos quando desacoplaram do plasma primordial, foram partículas relativísticas que caíram em poços de potencial, produzidos na época que a radiação era predominante, e a segunda forma é por causa também do caráter relativístico dos neutrinos na época do desacoplamento, pois eles vão contar como radiação ao invés de matéria na densidade de energia do universo primordial, isto fez com que o período de igualdade matéria/radiação fora postergada. A combinação destes dois fenômenos distorcem o espectro de potência da temperatura, fazendo com que o primeiro e o segundo pico (ver figura 4.15) fiquem maiores e deslocados para esquerda.

Outro observável, que é usado para extrair informação da massa dos neutrinos, é o estudo de grandes estruturas (LSS) [2, 220]. O principal efeito dos neutrinos no crescimento de estruturas é devido ao chamado “*free-streaming*” ou livre propagação que têm os neutrinos, pois eles saíram do plasma primordial com altas velocidades térmicas e junto com sua interação fraca, fez com que os neutrinos fossem dificilmente

“aprisionados” em poços de potencial, isto apagou estruturas em pequenas escalas, menores que o comprimento de onda da livre propagação (ou comprimento de Jeans), que pode ser calculado como:

$$\lambda_{FS}(t) = 2\pi \frac{a(t)}{k_{FS}}, \quad (4.59)$$

com  $k_{FS}$  sendo:

$$k_{FS}(t) = \left( \frac{4\pi G\rho(t)a^2(t)}{v_{gru}^2} \right)^{1/2}, \quad (4.60)$$

quando os neutrinos passam do regime relativístico ao nao-relativístico a velocidade de grupo  $v_{gru}$  pode ser calculado como:

$$v_{gru} = \frac{\langle p \rangle}{m} = \frac{3T_\nu}{m} = 150(1+z)(1\text{eV}/m)\text{Km s}^{-1}, \quad (4.61)$$

encontramos que:

$$k_{FS}(t) = 0,82 \frac{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1+z)^3}}{(1+z)^2} \left( \frac{m}{1\text{eV}} \right) \text{hMpc}^{-1}, \quad (4.62)$$

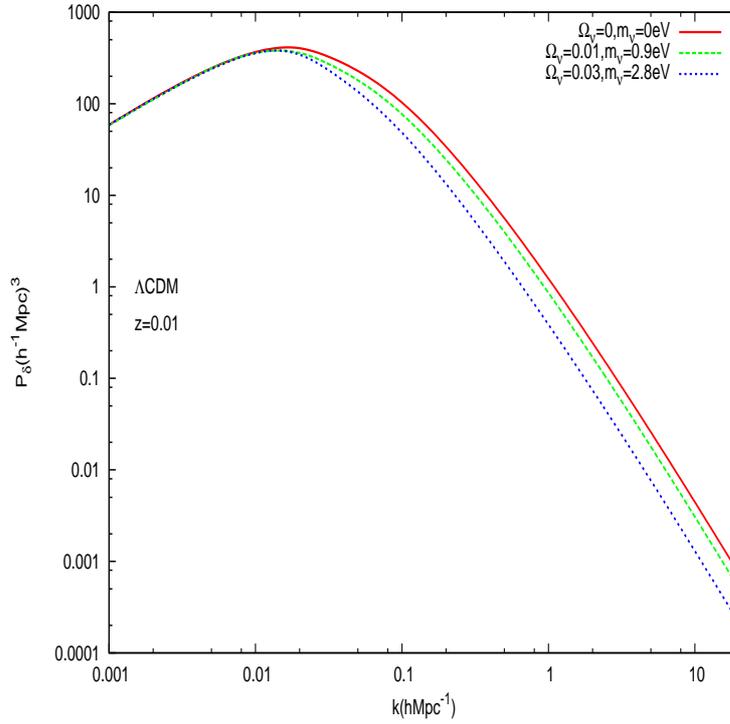
assim o comprimento de Jeans é:

$$\lambda_{FS}(t) = 7,7 \frac{1+z}{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1+z)^3}} \left( \frac{1\text{eV}}{m} \right) \text{h}^{-1}\text{Mpc}. \quad (4.63)$$

A figura (4.16) representa o espectro de potência da matéria em função do número de onda e é usado para mostrar o efeito da livre propagação dos neutrinos, notamos por exemplo que para grandes escalas (isto é um número de onda pequeno) o efeito da massa dos neutrinos no espectro de potência é infimo, porém para escalas pequenas (número de onda grande)  $k > 10^{-2}\text{hMpc}^{-1}$  o espectro de potência da matéria diminui com o aumento do valor absoluto da massa dos neutrinos. Nesta figura não incluímos o efeito de não-linearidade.

Por outra parte, com a entrada em cena de Planck [1] e futuramente o EUCLID [221, 222] novas técnicas são necessárias para extrair informação da massa dos neutrinos, e a mais promissora é o estudo do cisalhamento cósmico (shear cosmic em inglês) ou simplesmente o estudo de Lentes Gravitacionais [5, 223, 157]. Para mais detalhes ver [224]. As lentes gravitacionais são uma excelente ferramenta no que diz respeito ao estudo do lado escuro do universo pelas seguintes razões: não muda o comprimento de onda do sinal, não absorve energia, não dependem do estado nem da natureza da matéria que conforma a lente, comprova a densidade total de matéria sem distinguir entre matéria bariônica ou escura e as lentes podem ser reduzidas a um estudo de geometria, onde a maioria dos sistemas de lentes têm uma fonte, uma lente e um observador, logo, as lentes também podem dar informação a geometria do universo.

A teoria da relatividade prediz que o espaço-tempo ao redor de uma massa M



**Figura 4.16:** Gráfico espectro de potência da matéria para grandes estruturas no espaço de Fourier. Evidenciamos o efeito da atenuação do espectro em altos numeros de onda por causa da massa dos neutrinos.

é curvado e como resultado dessa curvatura, um raio de luz pode ser defletido e sua imagem pode ser magnificada e cisalhada, efeito produzido por lentes gravitacionais, e essa é uma ferramenta usada para estudar a distribuição de matéria que existe entre um observador e a fonte.

Os raios de luz são defletidos localmente como:

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dw^2} = -\frac{2}{c^2} \Delta \Phi \quad (4.64)$$

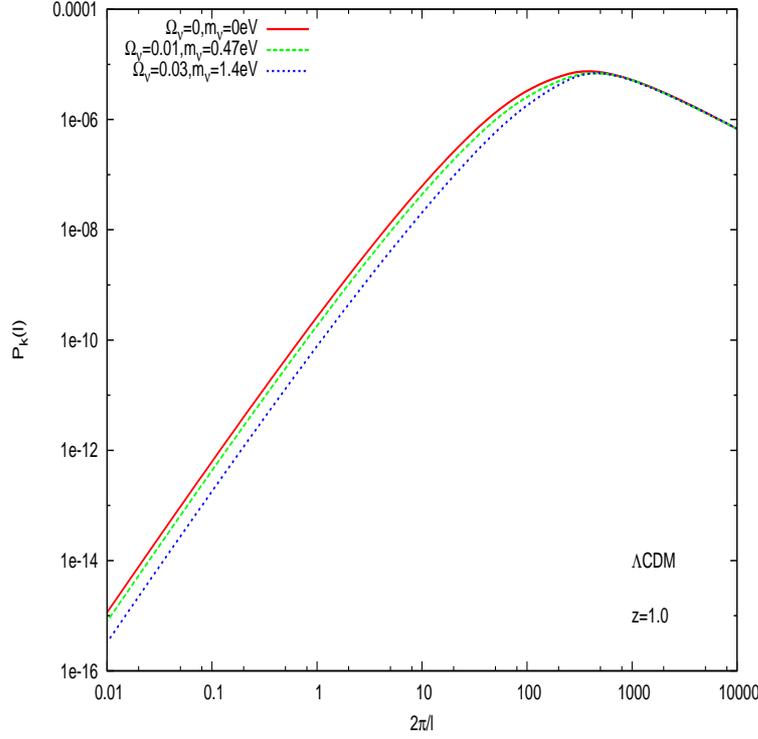
onde  $\vec{x}$  é um vetor de separação co-móvil,  $dw$  é a linha de visada co-móvil e  $\Phi$  é o potencial da lente. O ângulo defletido ( $\vec{\alpha}$ ) a uma distância  $w$  é medido a partir da diferença entre  $\vec{x}$  e  $\vec{x}'$ , isto é:

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}, w) = \frac{2}{c^2} \int_0^\infty dw' \frac{f_k}{f_k} \Delta \Phi(f_k \theta, w). \quad (4.65)$$

A fim de medir o efeito dos neutrinos usando a lente gravitacional (fraca), devemos usar a convergência efetiva, a qual é definida como:

$$\vec{\kappa}(\theta) = \Delta_\theta \cdot \vec{\alpha}(\vec{\theta}), \quad (4.66)$$

esta equação é relacionada com o espectro de potência da matéria, para assim encontrar a função:



**Figura 4.17:** Gráfico do espectro de potência da matéria com efeito de Lente Gravitacional Fraca.

$$P_{\kappa}(l) = \frac{9H_0^2\Omega_0^2}{4c^2} \int_0^{w_H} dw \frac{W^2(w)}{a^2(w)} P_{\delta} \left( \frac{l}{f_k(w)}, w \right), \quad (4.67)$$

onde  $W$  é uma função de peso,  $P_{\delta}$  é o espectro de potência da matéria e  $a(w)$  e o fator de escala. A função peso é definida como:

$$W(w) = \int_w^{w_H} dw' G(w') \frac{f_k(w' - w)}{f_K(w')}, \quad (4.68)$$

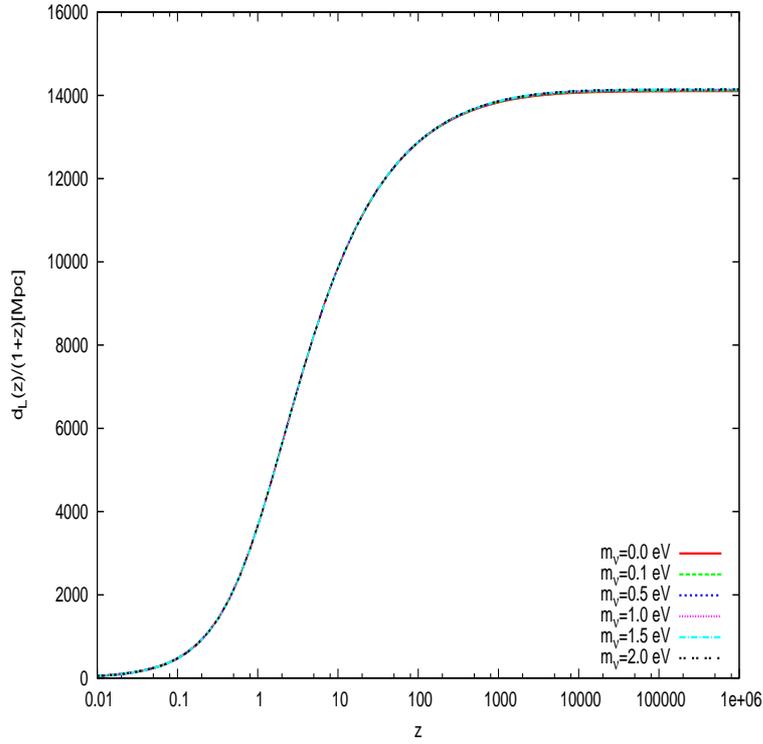
com  $G(w)dw = p_z(z)dz$  e

$$p_z(z)dz = \frac{\beta}{z_0^3\Gamma(3/\beta)} z^2 \exp \left[ - \left( \frac{z}{z_0} \right)^{\beta} \right] dz, \quad (4.69)$$

onde  $p_z(z)dz$  é uma função de probabilidade de encontrar uma distribuição de matéria a um determinado desvio para o vermelho.

A figura (4.17) mostra o espectro de potência da matéria com o efeito de lente gravitacional fraca, para o modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM e para um desvio para o vermelho de  $z = 1,0$ . Com esta figura podemos ver o efeito do valor absoluto da massa dos neutrinos no cisalhamento cósmico.

Outras formas de estimar a massa dos neutrinos através dos observáveis

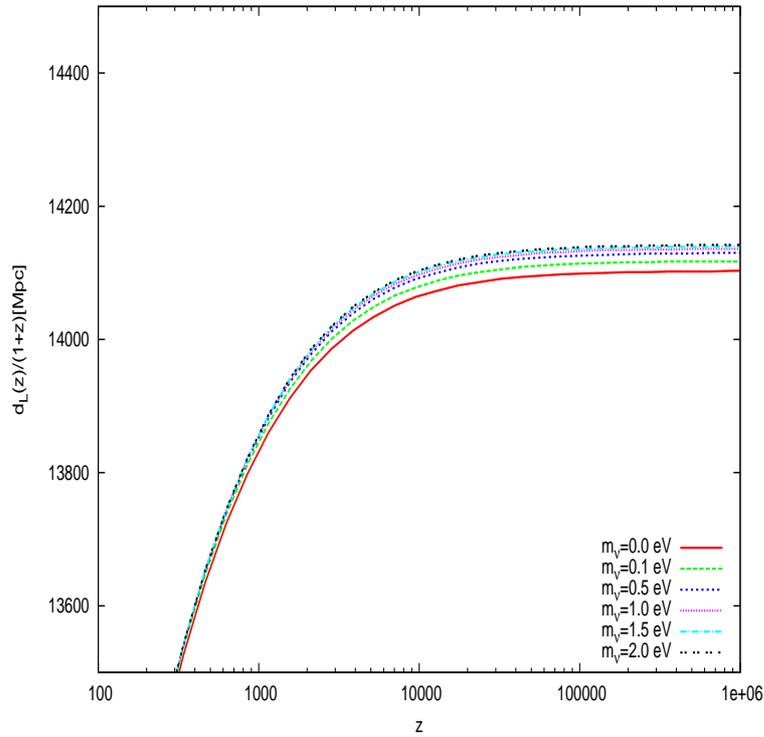


**Figura 4.18:** Gráfico do efeito da massa do neutrino na distância de luminosidade  $d_L(z, m_\nu)$  em função do desvio para o vermelho para diferentes massas do neutrino.

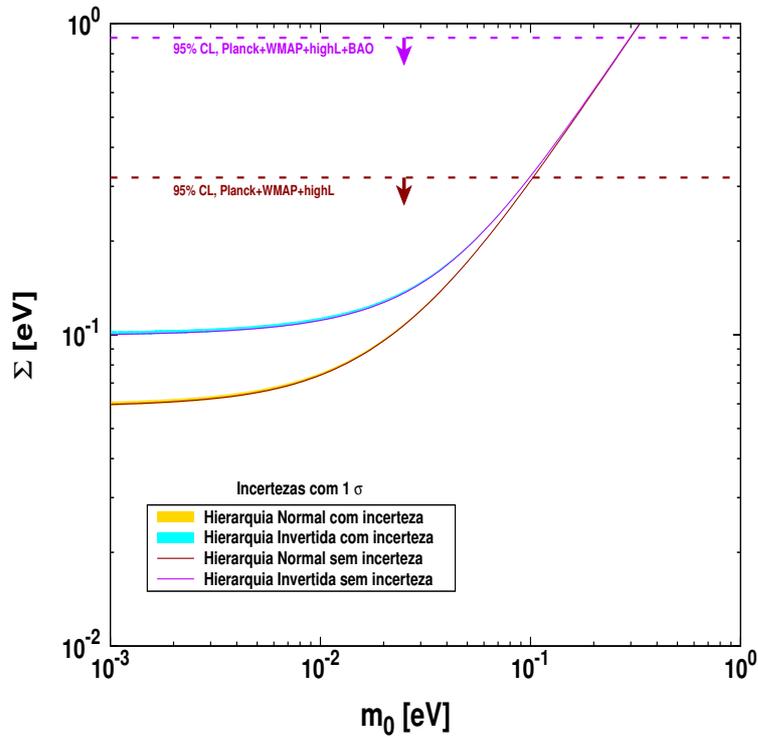
cosmológicos são, entre outros, as supernovas tipo Ia que são chamadas de reguas padrão porque é conhecida sua luminosidade, medindo sua magnitude aparente de Luminosidade, além de saber o seu desvio para o vermelho ( $z$ ) é possível obter uma relação distância- $(z)$  que irá ajudar na estimativa da massa do neutrino, além do mais, é possível mostrar que a distância de luminosidade ( $d_L$ ), função usada para determinar a magnitude aparente de luminosidade, é sensível à massa dos neutrinos. Isto pode ser visto nas figuras (4.18), (4.19). Outro observável é o BAO [4, 3], o qual fornece uma medida que depende da distância angular ( $d_A$ ) que é sensível também à massa dos neutrinos.

Para finalizar esta seção mostramos a figura da dependência da massa dos neutrinos cosmológicos com o auto-estado de massa mais leve,  $m_0 = m_1$  em HN e  $m_0 = m_3$  em HI, ver figura (4.20), vemos que  $\sum = m_1 + m_2 + m_3$ , considerando apenas três neutrinos ativos, a hierarquia normal com incerteza de  $1\sigma$  está representado pela faixa amarela, e sem incerteza a linha vermelha dentro da faixa amarela, para a hierarquia invertida a faixa celeste representa a incerteza de  $1\sigma$  e a linha magenta dentro é a medida sem incerteza.

A cosmologia é uma boa ferramenta no que diz respeito à estimativa do valor absoluto da massa dos neutrinos, porém, não é sensível às fases CP de Majorana, mesmo assim, hoje a cosmologia está em uma época de precisão onde poderia



**Figura 4.19:** Ampliação da distância de luminosidade, notamos nesta aproximação que por causa da massa dos neutrinos há uma redução na  $d_L(z, m_\nu)$ .



**Figura 4.20:** Gráfico de  $\Sigma$ , a soma de massa dos neutrinos em função da massa mais leve dos neutrinos  $m_0$ , para as hierarquias normal e invertida, com  $1\sigma$  da incerteza dos parâmetros de mistura.

inclusive estimar a hierarquia dos neutrinos. Por exemplo, se nos próximos anos os experimentos de  $0\nu\beta\beta$  não acharem nenhum sinal, os neutrinos seriam de Dirac, e se para  $\Sigma > 0,3\text{ eV}$  os auto-estados de massa dos neutrinos são degenerados, ver figura (4.20). Uma área interessante é entre  $0,1\text{ eV} < \Sigma < 0,3\text{ eV}$ , vemos que nesta região é possível diferenciar as hierarquias de massa, e se não houver sinal do  $0\nu\beta\beta$ , os neutrinos, além de ser de Dirac, segundo a figura (4.20), teriam a hierarquia invertida. É claro que não necessariamente um sinal negativo nos experimentos de  $0\nu\beta\beta$  indicam que os neutrinos são de Dirac, ter-se-ia primeiro que verificar se o sinal estaria por baixo do umbral de detecção do experimento.

### O observatório espacial PLANCK

O Planck (figura (4.21)) foi um observatório espacial operado pela agência espacial europeia (ESA) cujo principal objetivo foi observar as anisotropias do fundo cósmico de radiação de microondas (CMB sigla em inglês), para este fim contava com instrumentos de frequências em microondas e infravermelho, assim como uma alta sensibilidade e baixa resolução angular. O projeto inicialmente foi chamado de COBRA/SAMBA mas foi renomeado a PLANCK em honor ao físico alemão Max Planck ganhador do premio nobel em 1918.

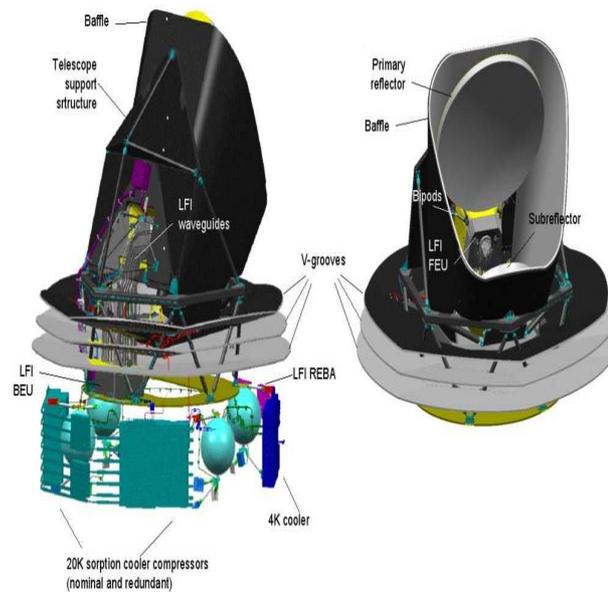


Figura 4.21: Gráfico do observatório espacial PLANCK.

Este observatório espacial foi lançado em 14 de maio de 2009, chegando ao ponto de langrangiana L2 sistema terra/sol em julho; em fevereiro de 2010 havia começado a segunda parte do mapeamento do céu. Em março de 2013 a missão de remapear todo o céu foi relançada.

Planck está completando e melhorando as medidas feitas pelo predecessor, o WMPA (“Wilkinson Microwave Probe Anisotropy”), lançado pela agência espacial norte-americana NASA, este experimento mediu as anisotropias do fundo cósmico de radiação com uma grande resolução angular e baixa sensibilidade. Além das anisotropias, Planck pode fornecer informação de outros parâmetros cosmológicos assim como testar teorias dos primórdios do universo.

Além dos principais objetivos que já foram mencionados, esta missão espacial tem também como objetivos secundários:

- Alta resolução na medição da temperatura e da polarização das anisotropias primordiais do CMB,
- A criação de um catálogo de aglomerados de galáxias através do efeito “Sunyaev-Zel’dovich”,
- A observação do lenteamento gravitacional do CMB, assim como o efeito “Sachs-Wolfe”,
- Observação do brilho extragaláctico (núcleos ativos de galáxias),
- O observação da via láctea incluindo meio interestelar e emissão síncrotron,
- O estudo do sistema solar incluindo planetas, asteróides e cometas.

Esta missão espacial conta com dois instrumentos, um de baixa frequência (LFI sigla em inglês) e outro de altas frequências (HFI sigla em inglês). Ambos os instrumentos podem detectar a temperatura e polarização dos fótons e juntos cobrem uma frequência de 30-830 GHz, distribuídas em 9 bandas; cinco a mais que o WMAP. Em março de 2013 a equipe que trabalhou no Planck deu a conhecer os primeiros resultados, entre eles salientamos: O nosso universo é um pouco mais velho do que já foi medido pelas anteriores missões, isto é  $t = 13,798 \pm 0,037$  bilhões de anos. Contém 4,9% de matéria ordinária, 26,8% de matéria escura e 68,3% de energia escura, assim como um valor da constante de Hubble de  $67,80 \pm 0,77$  Km/s/Mpc.

## 4.4

## Supernova 1987A

O único estudo de neutrinos feito com os dados de uma explosão de supernova ocorreu em uma galáxia satélite à via-lactea denominada Grande Nuvem de Magalhães, em fevereiro de 1987 (SN1987A). Nessa época, o evento foi detectado por 4 experimentos que estavam em funcionamento, Super-Kamiokande II [225, 226], IMB [227, 228], Baksan [229, 230] e LSD [230]. Os detectores registraram a passagem dos neutrinos oriundos da SN1987A através do processo:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+. \quad (4.70)$$

O processo físico para mensurar a massa dos neutrinos é considerar o tempo de voo que os neutrinos levam desde a estrela até a terra, método introduzido por Zatsepin [231] na década dos anos 60 e usada por Arnett (17) a partir dos dados de SKII e IMB.

O tempo de voo dos neutrinos é comparado com o tempo de voo dos fótons provenientes da mesma estrela, sendo este tempo menos que o gasto pelos neutrinos, pois os fótons viajam à velocidade da luz e os neutrinos têm massa fazendo diminuir a velocidade e aumentar o tempo de voo. A diferença entre os tempos é:

$$\Delta t = t_\nu - t_\gamma, \quad (4.71)$$

o tempo de voo de cada partícula é:

$$t_\gamma = \frac{D}{c} \quad \text{e} \quad t_\nu = \frac{D}{\beta_{min} c}, \quad (4.72)$$

sabendo que  $\beta \approx 1$  para partículas relativistas e  $c$  é a velocidade da luz e  $\beta/c$  é a velocidade do neutrino, e  $D$  é a distância que as duas partículas devem percorrer. Fazendo uma transformação temos que:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}, \quad (4.73)$$

fazendo aqui uma aproximação de Taylor obtemos  $\beta \sim 1 - \frac{1}{2\gamma^2}$ . Usando isto em (4.72) obtemos:

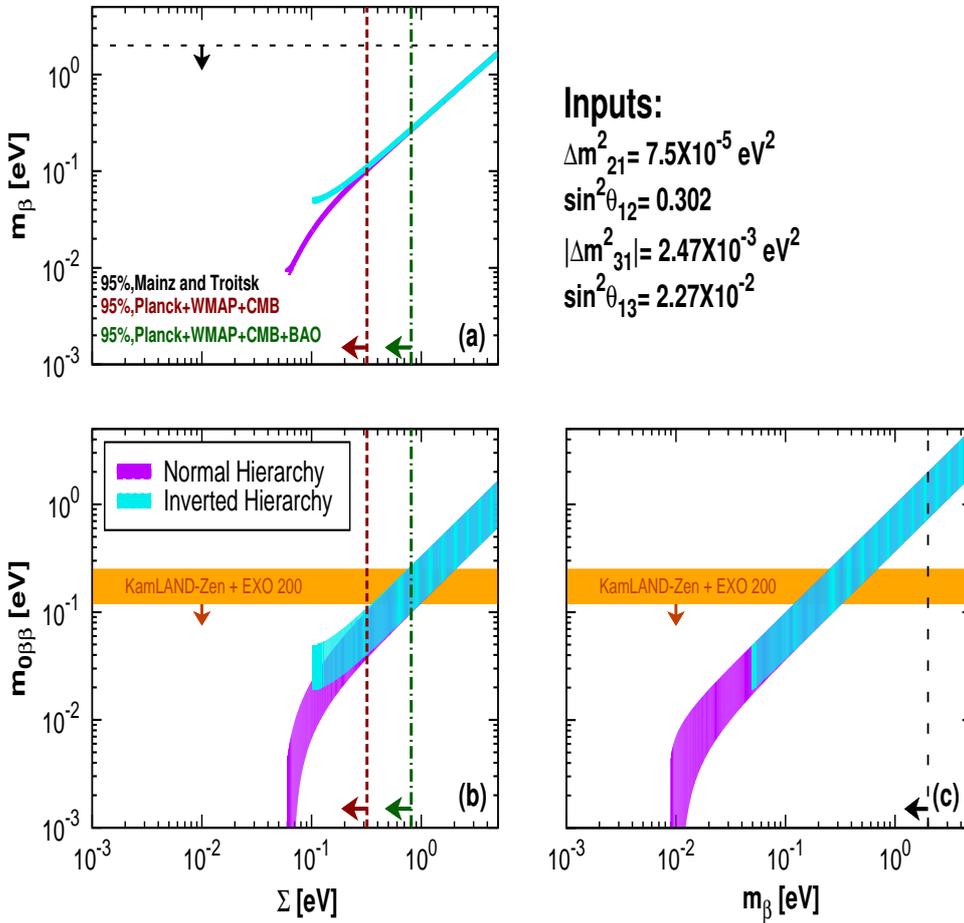
$$\Delta t = \frac{D}{2c\gamma^2}. \quad (4.74)$$

fazendo  $E = \gamma m$  obtemos:

$$\Delta t = \left(\frac{E}{m}\right)^2 D \quad (4.75)$$

sendo  $m$  a massa e  $E$  a energia do neutrino.

Infelizmente, apesar que obtiveram um valor de 5,7eV, este método é dependente de modelo e de eventos de supernova os quais são extremamente raros



**Figura 4.22:** Gráfico da região permitida produto da combinação de observáveis  $m_\beta$ ,  $m_{0\nu\beta\beta}$  e  $\Sigma$ .

de acontecer.

Contudo, até agora todos os observáveis foram apresentados em função da massa mais leve do neutrino, isto é  $m_\beta - m_0$ ,  $m_{0\nu\beta\beta} - m_0$  e  $\Sigma - m_0$ , mas  $m_0$  não é uma grandeza mensurável diretamente, conseqüentemente é conveniente apresentar estes observáveis de outra maneira. Isto é feito no painel 4.22, onde apresentamos três figuras:  $m_\beta - \Sigma$  (a),  $m_{0\nu\beta\beta} - \Sigma$  (b) e  $m_{0\nu\beta\beta} - m_\beta$  (c). As curvas (linhas) celeste e magenta representam as hierarquias invertida e normal respectivamente, as linhas tracejadas preta, vermelha e verde simbolizam os limites extraídos do decaimento beta e da cosmologia, a região laranja é o limite fornecido pelos experimentos de  $0\nu\beta\beta$ . Observamos que agora podemos excluir uma região em cada figura graças a combinação de dois observáveis.

Resumindo, os experimentos de oscilação de neutrinos fornecem dados da

diferença quadrada dos auto-estados da matriz de massas dos neutrinos e dos ângulos de mistura, mas não conseguem dar informação do valor absoluto da massa, coisa que pode ser feita com experimentos cinemáticos como Maiz e Troitsk e futuramente com KATRIN, entretanto, estes são insensíveis ao valor das fases CP de Majorana e portanto não conseguem determinar a natureza de Dirac ou Majorana dos neutrinos. Neste quesito, os experimentos de  $0\nu\beta\beta$  podem-nos dar uma luz, porém, para um sinal positivo no duplo decaimento beta sem neutrinos, ainda é necessária a informação proveniente da cosmologia (ou decaimento beta) para restringir o espaço de parâmetros e assim determinar a hierarquia de massa dos neutrinos. Com isto podemos concluir que, a busca de tão almejado valor absoluto da massa dos neutrinos é a soma dos esforços mancomunados de vários experimentos.

## 5

### Erros experimentais e Análise do procedimento.

Neste capítulo explicaremos as considerações feitas para a execução do trabalho. Primeiro mostraremos as incertezas nas medidas dos observáveis, seguidamente, mostraremos como definimos a incerteza dos elementos de matriz nuclear (NME), a qual como já vimos no capítulo passado, gera uma grande imprecisão na determinação da massa efetiva dos neutrinos através do duplo decaimento beta sem neutrinos.

A primeira consideração foi nos dados de mistura, nós não usamos as incertezas e somente usamos o valor central, pois na atualidade o valor das incertezas é pequeno e estimamos que, no futuro próximo, as incertezas serão ainda menores com experimentos de oscilação como JUNO [46] e RENO [47], como foi discutido em [16, 232, 233, 234]

#### 5.1

##### Erros experimentais

Assumimos que, os três observáveis ( $\Sigma, m_\beta, 0\nu\beta\beta$ ), são medidos com incerteza:

$$\Sigma^{obs} = \Sigma^0 \pm \sigma_\Sigma, \quad (5.1)$$

$$m_\beta^{obs} = m_\beta^0 \pm \sigma_\beta, \quad (5.2)$$

$$m_{0\nu\beta\beta}^{obs} = m_{0\nu\beta\beta}^0 \pm \sigma_{0\nu\beta\beta}, \quad (5.3)$$

sendo

$$\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV}, \quad \sigma_\beta = 0,06 \text{ eV} \quad e \quad \sigma_{0\nu\beta\beta} = 0,01 \text{ eV}. \quad (5.4)$$

As medidas cosmológicas têm várias fontes de erros [1], como por exemplo, a variância cósmica, incertezas nas medidas dos desvios para o vermelho através de fotometria, as imprecisões produto da calibração dos experimentos que extraem o cisalhamento das imagens de galáxias. Porém, assumindo medidas do desvio para o vermelho sem bias, conhecendo as imprecisões produto do tratamento de fotometria e aumentando o numero de bins, permitirá que as medidas tenham incertezas cada vez menores, chegando até  $\sigma_\Sigma = 0,025 \text{ eV}$ . Um valor bastante otimista de  $\sigma_\Sigma = 0,011 \text{ eV}$

pode ser alvejado se é conhecido o bias de galáxias e é combinado os dados de PLANCK de cisalhamento e dos surveys de galáxias [235].

Para nosso trabalho, nós escolhemos o erro proveniente da cosmologia como na equação (5.4), pois o achamos mais conservador. Contudo, apresentaremos também uma análise em paralelo com um erro de  $\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}$ .

A colaboração de KATRIN [50], anunciou um erro de  $\sim 0,025 \text{ eV}^2$  para  $m_\beta^2$ , o qual pode justificar o valor de  $0,063 \text{ eV}$  para um valor real de  $m_0 = 0,2 \text{ eV}$ .

O erro de  $0\nu\beta\beta$  precisa de uma discussão que é apresentada a seguir, pois temos que ver como a incerteza experimental em  $T_{1/2}^{0\nu}$  impacta no valor da massa efetiva dos neutrinos.

Primeiro, vamos omitir a incerteza produzida pelo elemento de matriz nuclear  $M_{0\nu}^N$ , a qual vamos tratar mais adiante. Para mais detalhes e discussões da sensibilidade experimental pode-se consultar os trabalhos [38, 39, 40], [234, 206].

A massa efetiva pode ser relacionada como:

$$m_{0\nu\beta\beta} = \sqrt{\frac{m_e}{T_{1/2}^{0\nu} G_{0\nu}^N |M_{0\nu}^N|^2}}, \quad (5.5)$$

o número de eventos esperados no experimento é:

$$N_{0\nu\beta\beta} = \epsilon_{det} \frac{m_X N_A}{W_X} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t_{exp} \ln 2}{T_{1/2}^{0\nu}}\right) \right] \approx \frac{\epsilon_{det} N_A m_X t_{exp} \ln 2}{W_X T_{1/2}^{0\nu}}, \quad (5.6)$$

onde  $\epsilon_{det}$  é a eficiência do detector,  $m_X$  e  $W_X$  são a massa e o peso molecular do isótopo  $X$  usado no experimento de duplo decaimento beta,  $N_A$  é o número de Avogadro e  $t_{exp}$  é o tempo de exposição que é assumido ser muito menor que  $T_{1/2}^{0\nu}$ . De (5.6) temos que se queremos observar um evento por ano e assumindo a massa de Majorana de  $50 \text{ meV}$ , necessitamos uma massa do isótopo emissor de  $100 \text{ kg}$  e  $T_{1/2}^{0\nu} \sim 10^{26} - 10^{27} \text{ yr}$ .

Observar um unico e inequívoco evento do duplo decaimento beta sem neutrinos não é uma tarefa fácil, pois construir um experimento capaz de tal detecção representa um grande desafio experimental, entre os que salientamos os eventos de background, os quais podem até ser confundidos, em muitos casos, com eventos de  $2\nu\beta\beta$ . Eventos de duplo decaimento beta produzem background que podem distorcer o espectro de energia que identificaria os eventos de  $0\nu\beta\beta$ . Para isto, é necessária uma boa resolução de energia. Contudo, outros eventos de background estão sempre presentes, como o resultante da radioactividade, impurezas dos componentes do detector e background proveniente do ambiente fora do detector. O número esperado de background pode ser quantificado como:

$$N_{BG} = b \Delta E_{mX} t_{exp}, \quad (5.7)$$

onde  $b$  é o número de eventos de background medido normalmente em  $\text{keV}^{-1}\text{KG}^{-1}\text{yr}^{-1}$ ,  $\Delta E$  é a resolução de energia.

Por outra parte, a sensibilidade do tempo de vida médio esperado do duplo decaimento beta é determinado quando  $N_{0\nu\beta\beta} \sim \sqrt{N_{BG}}$ , o que implica:

$$T_{1/2}^{0\nu} \sim \frac{\epsilon_{det} N_A m_X t_{exp} \ln 2}{W_X \sqrt{b \Delta E m_X t_{exp}}} = \frac{\epsilon N_A \ln 2}{W_X} \sqrt{\frac{m_X t_{exp}}{b \Delta E}}. \quad (5.8)$$

Isto pode ser expressado em termos do valor mínimo observável possível  $m_{0\nu\beta\beta}^{min}$  como em [236],

$$m_{0\nu\beta\beta}^{min} \sim \frac{m_e}{\sqrt{G_{0\nu} |M_{0\nu}^N|^2 \ln 2}} \left[ \frac{W_X}{\epsilon_{det} N_A} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{b \Delta E}{m_X t_{exp}} \right]^{\frac{1}{4}}. \quad (5.9)$$

Se usarmos isótopos de  $^{76}\text{Ge}$  e  $^{76}\text{Xe}$ , escolhendo os valores típicos para  $G_{0\nu}$ ,  $M_{0\nu}^N$  [40] para a taxa de background e resolução de energia, para  $^{76}\text{Ge}$  ( $G_{0\nu} = 2,36 \times 10^{-15} \text{yr}^{-1}$ ) obtemos:

$$m_{0\nu\beta\beta}^{min} \sim 0,12 \left[ \frac{5,0}{M_{0\nu}^N} \right] \left[ \frac{b}{0,01 \text{keV} \cdot \text{kg} \cdot \text{yr}} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{\Delta E}{3,5 \text{keV}} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{100 \text{Kg} \cdot \text{yr}}{\epsilon_{det}^2 \cdot m_{Ge} \cdot t_{exp}} \right]^{\frac{1}{4}} \text{eV}, \quad (5.10)$$

enquanto que para  $^{136}\text{Xe}$  [237] usando  $G_{0\nu} = 14,58 \times 10^{-15} \text{yr}^{-1}$  obtemos:

$$m_{0\nu\beta\beta} \sim 0,24 \left[ \frac{3,0}{M_{(0\nu)}^N} \right] \left[ \frac{b}{0,01 \text{keV} \cdot \text{kg} \cdot \text{yr}} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{\Delta E}{100 \text{keV}} \right]^{\frac{1}{4}} \left[ \frac{100 \text{kg} \cdot \text{yr}}{\epsilon_{det}^2 \cdot m_{Xe} \cdot t_{exp}} \right]^{\frac{1}{4}} \text{eV}, \quad (5.11)$$

onde  $m_{Ge}$  ( $m_{Xe}$ ) é a massa total do isótopo de  $^{76}\text{Ge}$  ( $^{136}\text{Xe}$ ) que vai ser usado no experimento de duplo decaimento beta.

Podemos ver que a sensibilidade aumenta somente com a potência de um quarto do tamanho do experimento, além do background e da resolução de energia, isto aparentemente faz com que melhorar o sensibilidade do experimento não seja fácil e mais ainda atingir um nível de  $\sigma(m_{0\nu\beta\beta}) \sim O(0,01)\text{eV}$ , mesmo considerando experimento de uma tonelada de tamanho. Por tanto, é necessário fazer o experimento livre de background para chegar nesse nível.

Agora, vamos considerar o caso que o background  $b$  é tão baixo que  $N_{BG}$  em (5.7) é ínfimo, sendo chamado de experimento com zero background. Neste caso, o tempo de vida médio pode ser estimado como:

$$T_{1/2}^{0\nu} = \frac{\epsilon_{det} n_X t_{exp} \ln 2}{N_{0\nu\beta\beta}}, \quad (5.12)$$

e a incerteza é:

$$\sigma(T_{1/2}^{0\nu}) \sim T_{1/2}^{0\nu} \frac{\delta(N_{0\nu\beta\beta})}{N_{0\nu\beta\beta}} \sim T_{1/2}^{0\nu} \frac{1}{\sqrt{N_{0\nu\beta\beta}}}. \quad (5.13)$$

então usando (5.5) e (5.13) obtemos:

$$\sigma(m_{0\nu\beta\beta}) \sim \frac{1}{2} m_{0\nu\beta\beta}^{(0)} \frac{\delta(T_{1/2}^{(0\nu)})}{T_{1/2}^{(0\nu)}} \sim \frac{1}{2} m_{0\nu\beta\beta}^{(0)} \frac{1}{\sqrt{N_{0\nu\beta\beta}}}, \quad (5.14)$$

$$\sim \frac{m_e}{2\sqrt{G_{0\nu}|M_{(0\nu)}^N|^2\epsilon_{det}(m_X N_A/W_X)t_{exp}\ln 2}}. \quad (5.15)$$

Vemos que o resultado não depende do tempo de vida médio, e a incerteza pode ser pequena quando aumentamos o produto da massa e o tempo de exposição do experimento, considerando somente o erro estatístico, até o ponto onde o background não poder ser mais desprezado.

Usando os mesmos valores de  $G_{0\nu}$  e  $M_{0\nu}^N$  que foram usados para obter  $m_{0\nu\beta\beta}^{min}$  em (5.10) e (5.11), para  $^{76}\text{Ge}$  obtemos:

$$\sigma(m_{0\nu\beta\beta}) \sim 0,06 \left[ \frac{100\text{kg} \cdot \text{yr}}{\epsilon_{det} \cdot m_{Ge} \cdot t_{exp}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{5,0}{M^{(0\nu)}} \right] \text{eV}, \quad (5.16)$$

enquanto que para  $^{136}\text{Xe}$ , o resultado é:

$$\sigma(m_{0\nu\beta\beta}) \sim 0,04 \left[ \frac{100\text{kg} \cdot \text{yr}}{\epsilon_{det} \cdot m_{Ge} \cdot t_{exp}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{3,0}{M^{(0\nu)}} \right] \text{eV}. \quad (5.17)$$

Esperamos que estes valores coincidam com o valor mínimo observável (ou sensibilidade) dos experimentos, ou em outras palavras que  $\sigma(m_{0\nu\beta\beta}) \sim m_{0\nu\beta\beta}^{min}$ . Portanto, quando o background é ínfimo, considerando por exemplo experimentos de  $\sim 1$  ton, parece possível atingir o nível de  $\sigma(m_{0\nu\beta\beta}) \sim O(0,01\text{eV})$ . Neste trabalho, nós assumimos que  $m_{0\nu\beta\beta}$  pode ser determinado com uma precisão de  $0,01\text{eV}$  para os diferentes valores dos elementos de matriz nuclear (NME). A seguir explicaremos como tratamos a incerteza da NME.

O erro produzido na medida da massa efetiva dos neutrinos, no duplo decaimento beta, é devido à incerteza da NME, dificultando, portanto, a obtenção de informação das fases de Majorana. Por esta razão, considerar esta incerteza em nosso trabalho é de vital importância. Seguindo [29], temos que, Assumindo que o verdadeiro valor da NME está confinado ao intervalo:

$$M_{min}^{0\nu} \leq M^{0\nu} \leq M_{max}^{0\nu}, \quad (5.18)$$

onde  $M_{min}^{0\nu}$  e  $M_{max}^{0\nu}$  são os valores mínimos e máximos que a NME pode ter, então, podemos definir a incerteza gerada pela NME como:

$$r_{NME} = \frac{M_{max}^{(0\nu)}}{M_{min}^{(0\nu)}}, \quad (5.19)$$

se definimos  $M_0^{(0\nu)}$  como valor referência com média geométrica:

$$M_0^{(0\nu)} \equiv \left( M_{max}^{(0\nu)} M_{min}^{(0\nu)} \right)^{1/2}, \quad (5.20)$$

com  $M_{max}^{(0\nu)}$  e  $M_{min}^{(0\nu)}$  definidos como:

$$\begin{aligned} M_{max}^{(0\nu)} &= \sqrt{r_{NME}} M_0^{(0\nu)}, \\ M_{min}^{(0\nu)} &= \frac{1}{\sqrt{r_{NME}}} M_0^{(0\nu)}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

se  $r_{NME} = 1$  implica que não há incerteza na NME.

## 5.2 Análise do procedimento

Para introduzir esta incerteza em nosso estudo, definimos uma função  $\chi^2$  que depende de  $\Sigma$ ,  $m_\beta$  e  $m_{0\nu\beta\beta}$ :

$$\chi^2 \equiv \min \left\{ \left[ \frac{\Sigma^{(0)} - \Sigma^{(fit)}}{\sigma_\Sigma} \right]^2 + \left[ \frac{m_\beta^{(0)} - m_\beta^{(fit)}}{\sigma_\beta} \right]^2 + \left[ \frac{\xi \cdot m_{0\nu\beta\beta}^{(0)} - m_{0\nu\beta\beta}^{(fit)}}{\sigma_{0\nu\beta\beta}} \right]^2 \right\}, \quad (5.22)$$

onde

$$\xi = \frac{M_0^{(0\nu)}}{M^{(0\nu)}}, \quad (5.23)$$

e varia segundo os valores no intervalo  $[1/\sqrt{r_{NME}}, \sqrt{r_{NME}}]$ , e a minimização deveria ser feita com respeito a  $m_0$ ,  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{31}$  e  $\xi$ . Podemos concluir que a incerteza NME é tratada como um erro sistemático. Consideramos valores, neste trabalho, de  $r_{NME} = 1, 3; 1, 5$  e  $2, 0$ , sendo o valor de  $r_{NME} = 2, 0$  como o máximo valor que poderia tomar a incerteza do valor dos elementos de matriz nuclear atualmente, contudo, esta incerteza poderia ser reduzida em um futuro se é definida e bem calculada a principal discrepância da NME. Rigorosamente falando, vemos que os erros associados aos três observáveis que consideramos neste trabalho não são Gaussianos, especialmente o fornecido pela cosmologia. Por conseguinte, seria apropriado fazer um tratamento baseado em simulações de Monte Carlo, como feito em [238, 239]. Porém, acreditamos que o procedimento que usamos produz resultados, aproximadamente corretos, os quais são suficientes para nossos propósitos.

Apresentaremos no seguinte capítulo, o espaço de parâmetros permitidos, fazendo uso de (5.22) e impondo a condição:

$$\Delta\chi^2 \equiv \chi^2 - \chi_{min}^2 < 2, 3; 6, 18 \text{ e } 11, 83 \text{ (1; 4 e 9)}, \quad (5.24)$$

para 1; 2 e  $3\sigma$ CL para dois (um) grau de liberdade.

**Como podemos restringir a fase de Majorana  $\alpha_{21}$ ?**

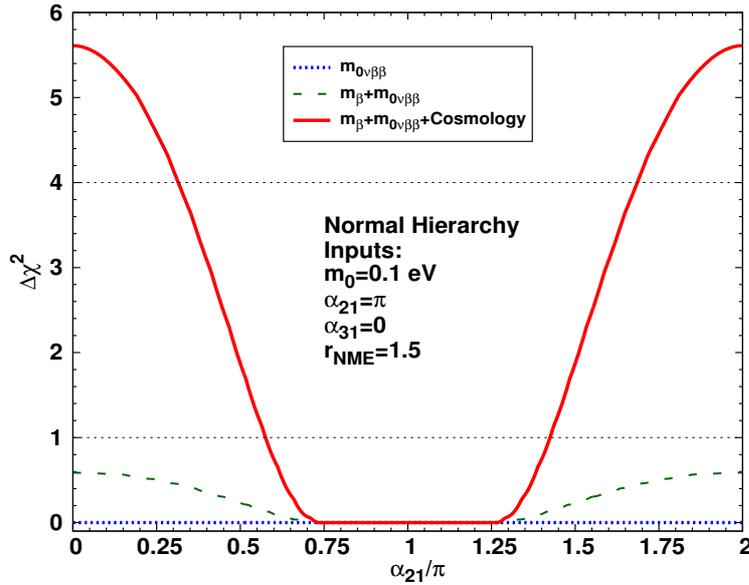
Neste ponto, poderiam estar se perguntando como é possível obter algum tipo de informação da fase CP de Majorana, com a presença da NME na equação (5.22); essa análise é apresentada nesta parte final do capítulo.

A massa efetiva do neutrino observada na natureza, por definição é  $m_{0\nu\beta\beta}^{obs}$  e usando a análise no caso degenerado feita no capítulo anterior, encontramos que:

$$m_{0\nu\beta\beta}^{obs} = \xi^{-1} m_{0\nu\beta\beta}^{true} \sim \xi^{-1} c_{13}^2 m_0 \left[ 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left( \frac{\alpha_{21}}{2} \right) \right]^{1/2}, \quad (5.25)$$

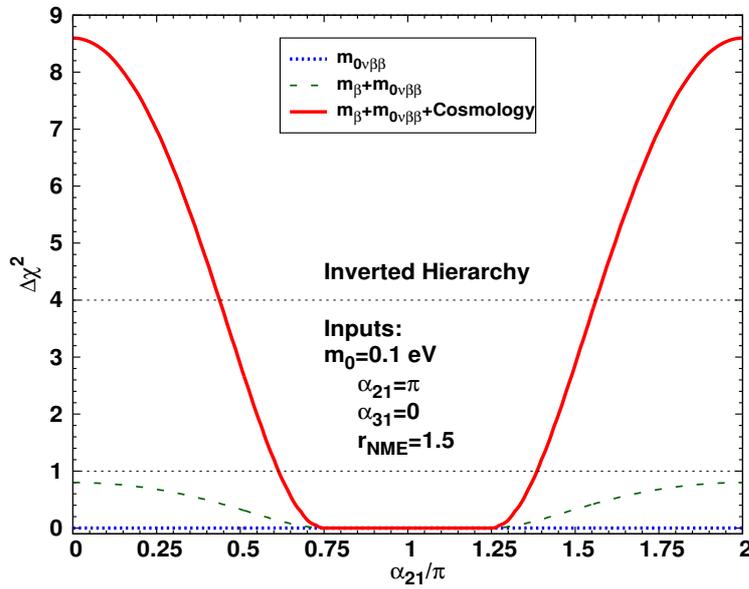
vemos que  $\xi$  e  $m_0$  fazem parte da mesma equação, portanto, podemos inferir que sem conhecer o valor de  $m_0$  previamente, é impossível obter algum tipo de informação da fase CP de Majorana, inclusive se  $\xi = 1$ . Concluimos que é imperativo extrair informação de  $m_0$  com outro tipo diferente de experimento ao duplo decaimento beta sem neutrinos, nós mostraremos que, nesse quesito, a cosmologia tem um papel importante.

Por enquanto assumimos que podemos determinar, com boa precisão, o valor de  $m_0$ ; em (5.25) o valor de  $m_{0\nu\beta\beta}^{true}$  oscila em um fator de  $\sim 2,6$  com a variação de  $\alpha_{21}$ , conseqüentemente, para ter algum valor da fase é necessário que  $\xi$  não compense esta variação. Assim, nós esperamos que a sensibilidade à fase de Majorana seja máxima nos valores de  $\alpha_{21} = 0, \pi$ .



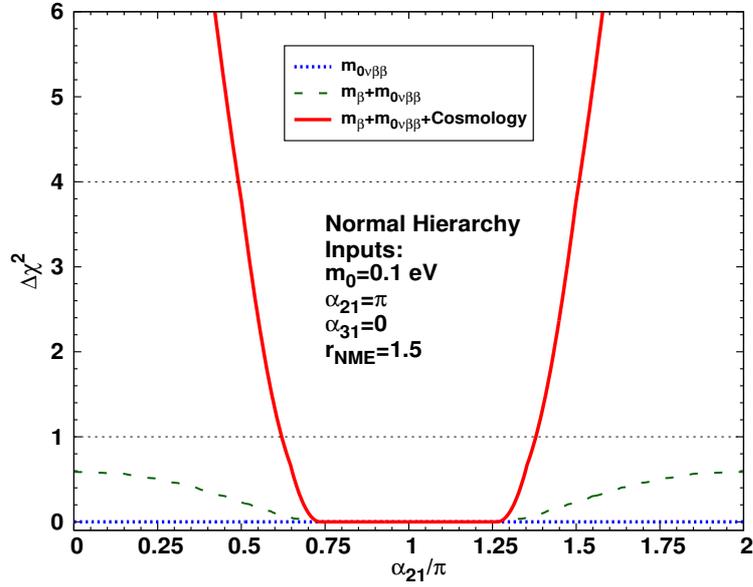
**Figura 5.1:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\alpha_{21}$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV.

As figuras (5.1) e (5.2) mostram os valores de  $\Delta\chi^2$  como função de  $\alpha_{21}$  para as hierarquias normal e invertida respectivamente. Usamos como parâmetros de entrada os seguintes valores:  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$ ,  $\alpha_{21} = \pi$  e  $\alpha_{31} = 0$ , as três curvas representam as combinações dos dados de experimentos de  $0\nu\beta\beta$  linha pontilhada azul,  $0\nu\beta\beta + m_\beta$  linha tracejada verde e  $0\nu\beta\beta + m_\beta + \text{Cosmologia}$  linha cheia vermelha, os erros dos experimentos são os mesmos aos assumidos em (5.4).

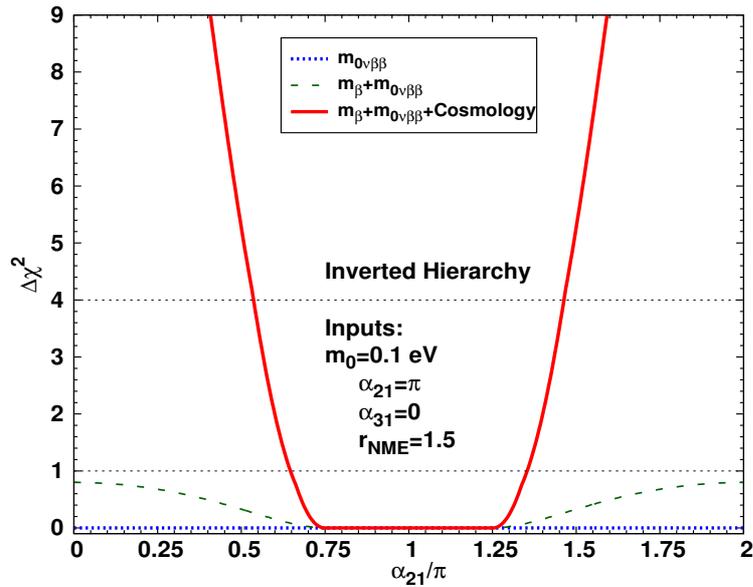


**Figura 5.2:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\alpha_{21}$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV}$ .

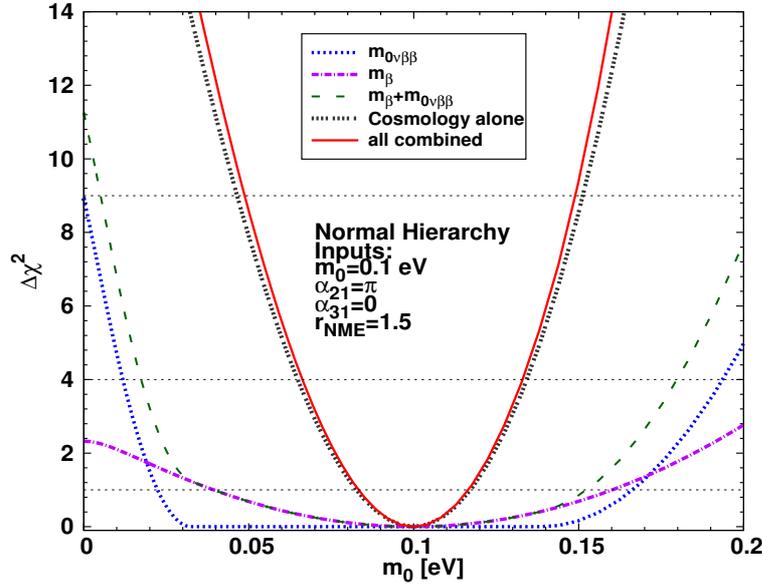
A contribuição de  $0\nu\beta\beta$  a  $\Delta\chi^2$  é pequena, logo nos confirma que não poderíamos determinar o valor de  $\alpha_{21}$  somente com dados provenientes deste experimento, inclusive se  $\xi = 1$ , quando combinado com os dados de  $m_\beta$  a contribuição aumenta, mas a capacidade de restringir a fase de Majorana ainda é fraca, como podemos ver na linha verde tracejada. Porém, quando adicionamos os dados comológicos  $\Delta\chi^2$  fica por fora da região  $0,6\pi - 1,4\pi$  em  $\alpha_{21}$  como pode ser visto na figura (5.2) com a linha vermelha cheia. Conseqüentemente, é a precisão em  $\Sigma$  junto com os outros experimentos quem vão fornecer limites sobre  $\alpha_{21}$ . A região degenerada na parte baixa da mesma figura (5.2), o intervalo entre  $\sim 0,75\pi - 1,25\pi$ , tem esse comportamento por causa da incerteza da NME. Isto significa que, sem importar a precisão com que sejam determinados os valores dos experimentos, é impossível determinar o valor da fase de Majorana  $\alpha_{21}$ .



**Figura 5.3:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\alpha_{21}$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}$ .



**Figura 5.4:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\alpha_{21}$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}$ .

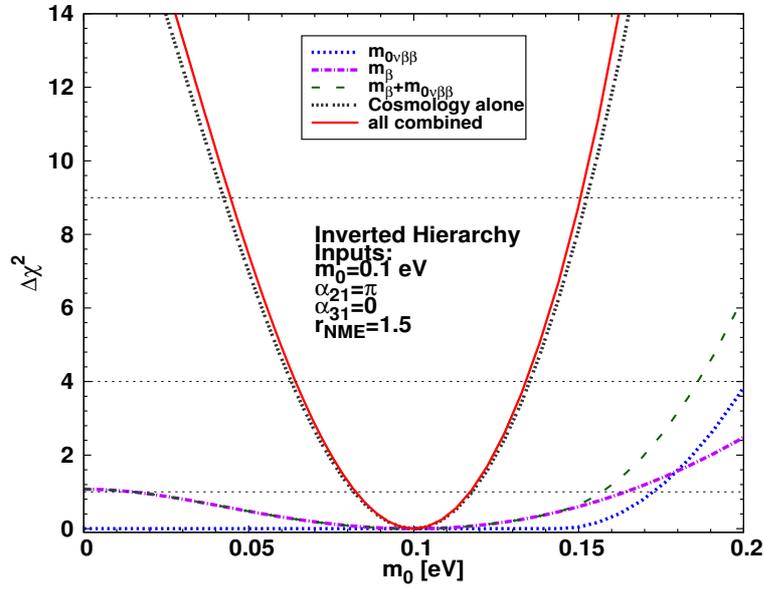


**Figura 5.5:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $m_0$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV.

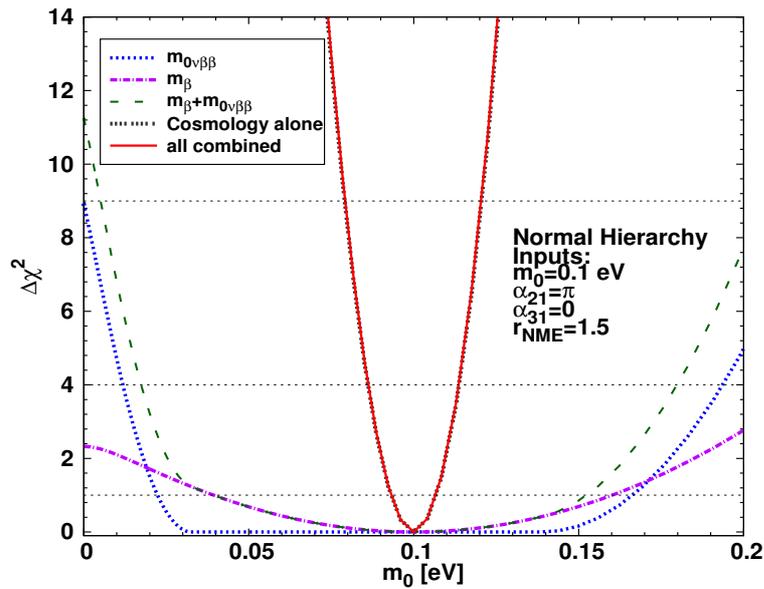
Se compararmos as figuras (5.2) e (5.1), vemos que a sensibilidade à fase de Majorana é maior no caso da hierarquia invertida que no caso de hierarquia normal, isto é porque para um certo valor de  $m_0$ , os termos  $m_1$  e  $m_2$  em (4.48) são maiores na hierarquia invertida. Mostramos também o caso onde os dados cosmológicos sejam medidos com maior precisão com erro de  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV, vemos nas figuras (5.4) e (5.3) que a sensibilidade dos experimentos aumenta enormemente quando combinamos os dados dos três observáveis, o que nos confirma que os dados fornecidos pela cosmologia atualmente têm um papel importante na física de neutrinos.

Nas figuras (5.6) e (5.5) mostramos a contribuição de cada experimento para determinar o valor da massa do neutrino mais leve,  $m_0$ , para os casos de hierarquia invertida e normal respectivamente. Usamos como parâmetros de entrada os valores reais de  $m_0 = 0,1$  eV,  $\alpha_{21} = \pi$  e  $r_{NME} = 1,5$ . As figuras têm cinco combinações de dados dos experimentos, o  $0\nu\beta\beta$  é representado com a curva pontilhada azul,  $m_\beta$  é identificada com a curva roxa tracejada-pontilhada, os dados fornecidos pela cosmologia tem a curva cinza e as combinações  $0\nu\beta\beta + m_\beta$  foi usada a curva verde tracejada, todos os dados combinados são representados pela curva cheia vermelha. Notamos que é a cosmologia, quando combinado com os outros experimentos, é quem domina a contribuição a  $\Delta\chi^2$ . A contribuição de  $m_\beta$  só seria notória em  $m_0 > 0,15$  eV para o caso invertido, para o caso normal em  $0,03$  eV  $> m_0 > 0,15$  eV.

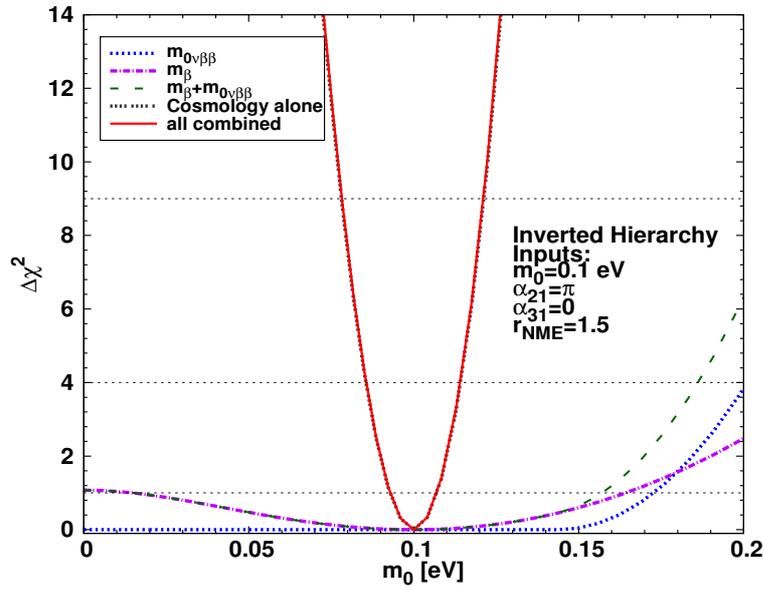
Da mesma forma que fizemos com a função de  $\Delta\chi^2(\alpha_{21})$ , onde apresentamos um par de figuras que mostram o impacto que tem a precisão com que são extraídos os dados da Cosmologia, apresentamos nas figuras (5.8) e (5.7), o efeito que teriam as



**Figura 5.6:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $m_0$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV.



**Figura 5.7:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $m_0$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV.



**Figura 5.8:** Gráfico de  $\Delta\chi^2$  em função de  $m_0$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV.

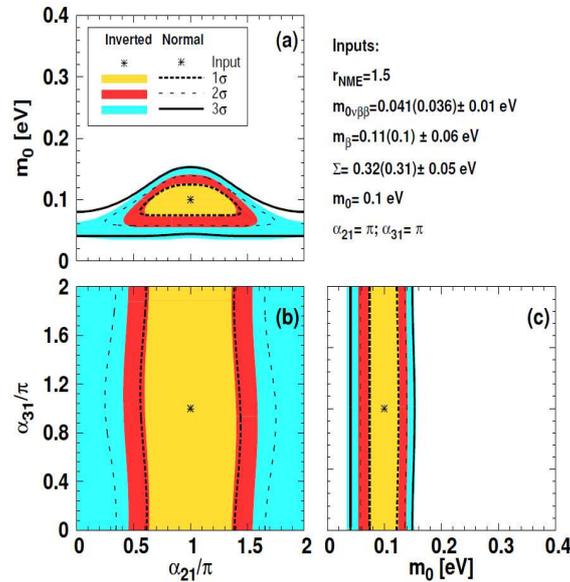
observações cosmológicas a  $\Delta\chi^2(m_0)$  se o erro passa de  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV a  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV. Da análise destas figuras, podemos entender que os esforços mancomunados da Cosmologia e dos experimentos que envolvem  $0\nu\beta\beta$  forneceram limites sobre a fase de Majorana  $\alpha_{21}$ .

## 6 Resultados

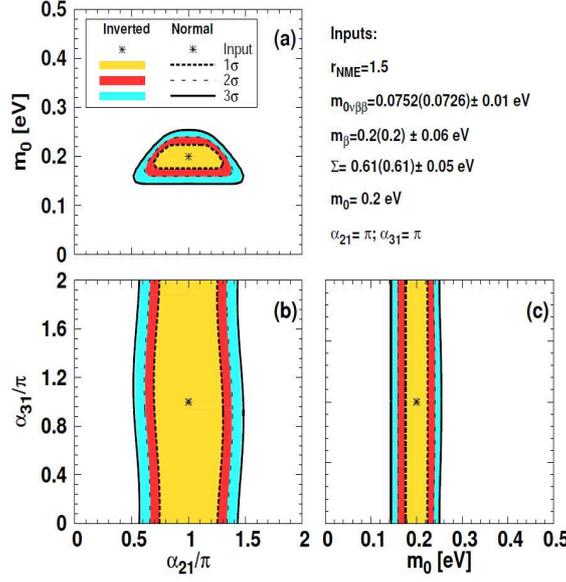
### 6.1 Regiões permitidas

Nesta seção nós estudamos a sensibilidade à fase CP a través das figuras das regiões permitidas, as quais indicam com que precisão podemos reproduzir os parâmetros de entrada assumidos.

Vamos considerar, com o propósito de ilustração, os casos onde os valores reais dos parâmetros fundamentais são:



**Figura 6.1:** Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 1,5$ ,  $m_0 = 0,1$  eV e  $\sigma_{\Sigma} = 0,05$  eV.



**Figura 6.2:** Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 1,5$ ,  $m_0 = 0,2 \text{ eV}$  e  $\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV}$ .

$$m_0 = 0,1 \text{ eV} (\Sigma \simeq 0,32 \text{ eV}) \quad \alpha_{21} = \alpha_{31} = \pi. \quad (6.1)$$

Na figura (6.1) mostramos a região de confiança projetada nos planos (a)  $\alpha_{21}-m_0$ , (b)  $\alpha_{21}-\alpha_{31}$ , (c)  $m_0-\alpha_{21}$ . Nesta primeira figura tomamos a incerteza NME como  $r_{NME} = 1,5$ . A hierarquia invertida é representada com as regiões preenchidas nos três sub-painéis, de cores amarela, azul e vermelha com  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  CL respectivamente, e a hierarquia normal é representada com as curvas pontilhadas ( $1\sigma$ ), tracejadas ( $2\sigma$ ) e solidas ( $3\sigma$ ).

Observamos na figura (6.1) que é possível restringir em  $2\sigma$  CL, para alguns intervalos, a fase de majorana  $\alpha_{21}$  nas duas hierarquias de massa, porém, não é possível impor limites nesta fase em  $3\sigma$  CL, como pode ser conferido nos painéis (a) e (b). Por outra lado, como era esperado, não é possível restringir a fase de majorana  $\alpha_{31}$  devido ao pequeno valor de  $\theta_{31}$ , verificamos que isto é verdade inclusive para diferentes valores de  $\alpha_{31}$ , pois sua dependência na função que produz as regiões permitidas, é fraca.

Na figura (6.2) apresentamos a região de confiança como em (6.1) mas para  $m_0 = 0,2 \text{ eV}$ . Neste caso, como podemos ver nos painéis (a) e (b), podemos confinar significativamente melhor a fase de Majorana  $\alpha_{21}$  nas duas hierarquias de massa, comparando-a com o caso de massa  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$  em (6.1).

Apresentamos também os casos das regiões de confiança com  $\sigma_\Sigma = 0.02 \text{ eV}$  e  $m_0 = 0.1 \text{ e } 0.2 \text{ eV}$ , os quais podem ser conferidos nas figuras (6.3), (6.4). Se comparamos por exemplo os painéis (6.1) e (6.3), notamos que a única diferença

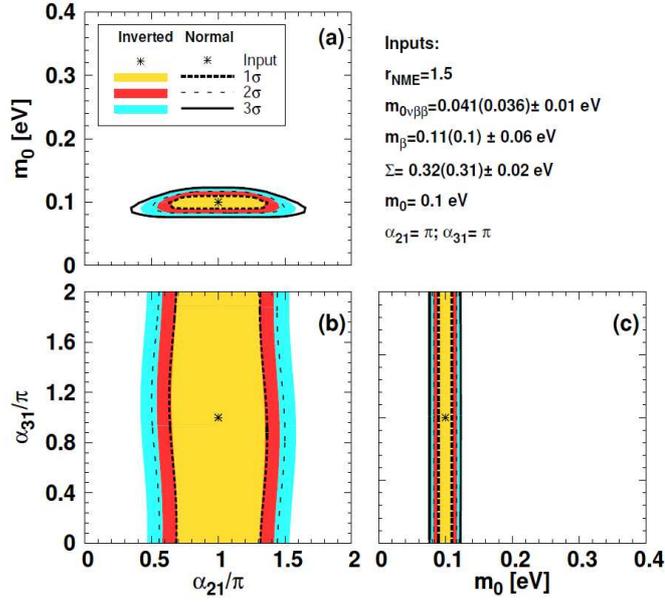


Figura 6.3: Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 1,5$ ,  $m_0 = 0,1$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV.

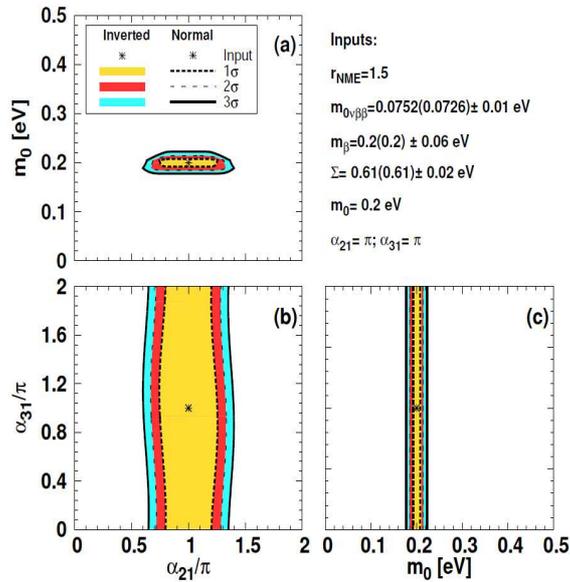
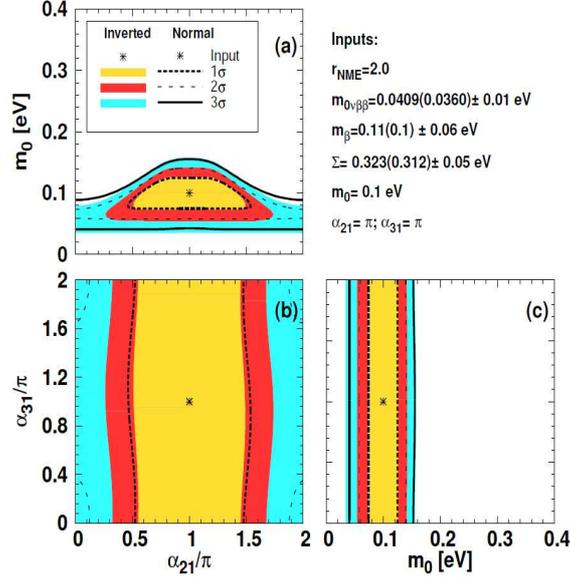


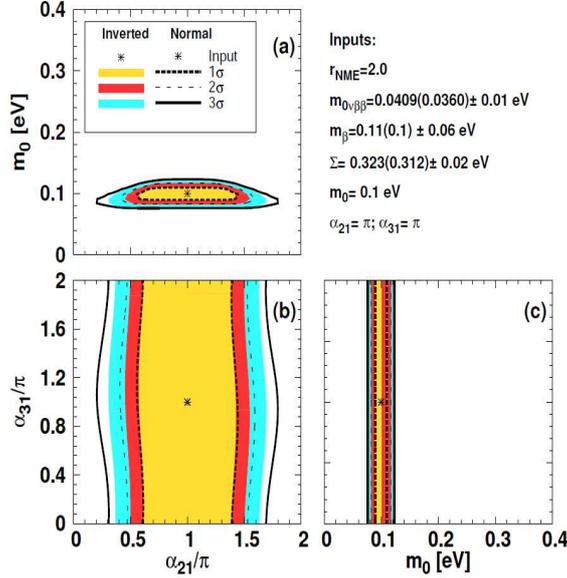
Figura 6.4: Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 1,5$ ,  $m_0 = 0,2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV.



**Figura 6.5:** Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 2,0$ ,  $m_0 = 0,1$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV.

entre esta duas figuras é o valor da incerteza da cosmologia  $\sigma_\Sigma$ , a figura (a) mostra o efeito que tem essa incerteza na região de confiança, pois no painel (6.1)-(a) nós não podemos restringir a fase de Majorana em  $3\sigma$ , mas no painel (6.3)-(a) encontramos que essa fase pode ser restringida em  $3\sigma$ . Nos painéis (6.2) e (6.4) apresentamos as regiões de confiança para a massa  $m_0 = 0,2$  eV, vemos que nestes dois casos podemos restringir a fase de Majorana  $\alpha_{21}$  em  $3\sigma$ , porém, a fase  $\alpha_{31}$  continua sem ser confinada.

As figuras anteriores foram feitas com um valor de NME de  $r_{MNE} = 1,5$ , que é um valor otimista para a incerteza da matriz dados os métodos usados hoje, portanto, apresentamos um valor da NME mais conservador, o qual é  $r_{NME} = 2,0$  e com os mesmos parâmetros de entrada. No painel (6.5) temos a região de confiança com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV, como era esperado para uma incerteza maior, a região de confiança perde a capacidade de restringir o espaço de parâmetros, pois se comparamos os painéis (6.1) e (6.5), vemos que a região para  $2\sigma$  no painel (6.5) é maior, produto da incerteza em NME. Para ver o efeito dos dados cosmológicos mostramos no painel (6.6), que tem a região de confiança com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV, neste caso, é possível restringir a fase de Majorana  $\alpha_{21}$  em até  $3\sigma$ . Para finalizar, apresentamos nos painéis (6.7) e (6.8) as regiões correspondentes a  $r_{NME} = 2,0$  e  $m_0 = 0,2$  eV, como esperado e de acordo com a anterior análise, vemos que nos dois



**Figura 6.6:** Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 2,0$ ,  $m_0 = 0,1$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV.

casos é possível obter informação da fase de Majorana  $\alpha_{21}$  em  $3\sigma$ , mas a diferença entre (6.2) e (6.8) agora não é tão notável como em (6.5) e (6.6).

Concluimos que, os dados provenientes da cosmologia, hoje graças à “época de precisão”, têm um papel importante na física de neutrinos e no futuro, com experimentos como EUCLID [222], a cosmologia terá uma contribuição fundamental junto com os experimentos terrestres “na corrida da física de neutrinos”, ajudando a impor um limite na escala absoluta da massa dos neutrinos  $\Sigma$ , a determinar sua hierarquia de massa e se os neutrinos forem de Majorana, como vimos anteriormente, a cosmologia restringiria o espaço de parâmetros que contem a fase  $\alpha_{21}$  de Majorana. Infelizmente, a dependência de  $\alpha_{31}$  é fraca e não podemos extrair informação, portanto, vamos considerar a continuação regiões projetadas no espaço de parâmetros  $\alpha_{21} - m_0$ .

Na figura (6.9) apresentamos um painel que representa o espaço de parâmetros  $m_0 - \alpha_{21}$ , com os casos onde a massa do neutrino é  $m_0 = 0,0; 0,05; 0,1; 0,2$  eV, e o valor verdadeiro de  $\alpha_{21} = 0; \pi/2; \pi$  e  $\alpha_{31} = 0$ . Representamos a incerteza da matriz NME com as regiões preenchidas na hierarquia invertida onde  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$  têm as cores celeste, vermelho e amarelo respectivamente. No caso da hierarquia normal, apresentamos a incerteza NME com as linhas cheias, tracejada e pontilhada para  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$  respectivamente. Nesta figura foi isolado o parâmetro  $\alpha_{31}$ ,

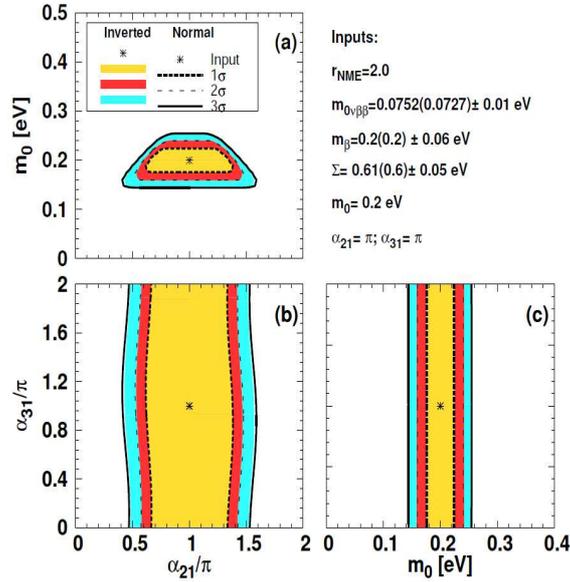


Figura 6.7: Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 2,0$ ,  $m_0 = 0,2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV.

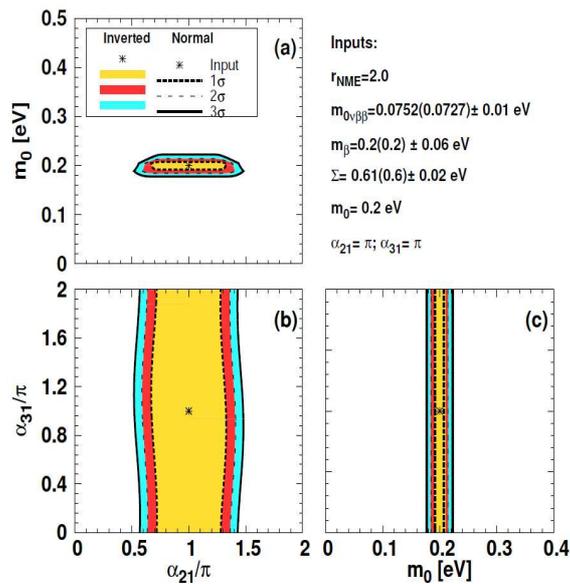
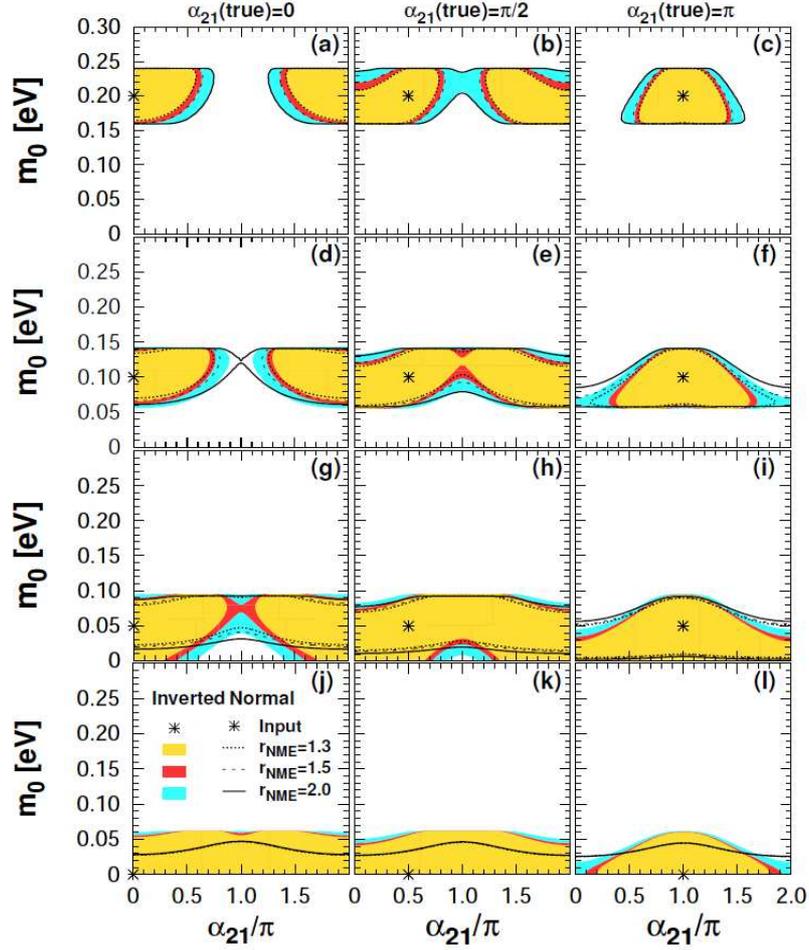


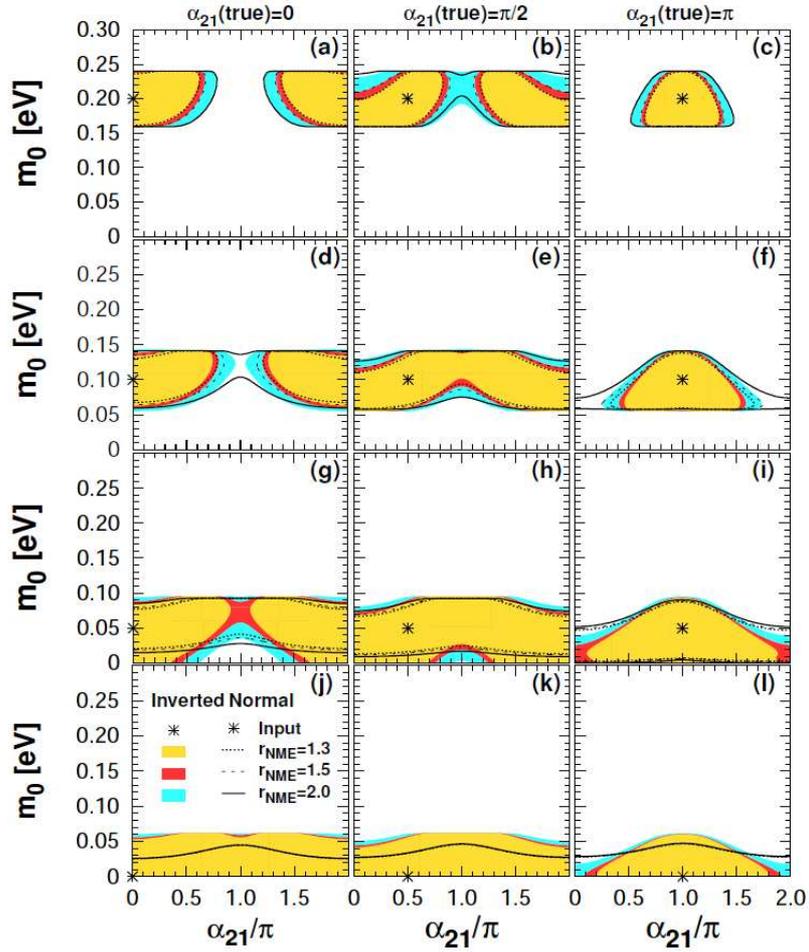
Figura 6.8: Gráfico da região de confiança com  $r_{NME} = 2,0$ ,  $m_0 = 0,2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV.



**Figura 6.9:** Gráfico das regiões de confiança com  $r_{NME} = 2, 0; 1, 5; 1, 3$ ,  $m_0 = 0, 0; 0, 05; 0, 1; 0, 2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0, 05$  eV e  $\alpha_{31} = 0$ .

vemos que o comportamento das regiões permitidas têm uma simetria em  $\alpha_{21} = \pi$ . A sensibilidade para  $\alpha_{21}$  no espaço de parâmetros aumenta para valores de  $m_0$  maiores, como pode ser visto nas figuras (i) e (c). A única exceção está entre as regiões permitidas (i) e (l), pois o contorno de  $m_0 = 0$  eV é um pouco menor que o contorno de  $m_0 = 0, 05$ , eV. Também, a sensibilidade é melhor para o valor real de  $\alpha_{21} = \pi$ , em comparação com o valor  $\alpha_{21} = \pi/2$ , como era esperado e foi visto no capítulo 4.

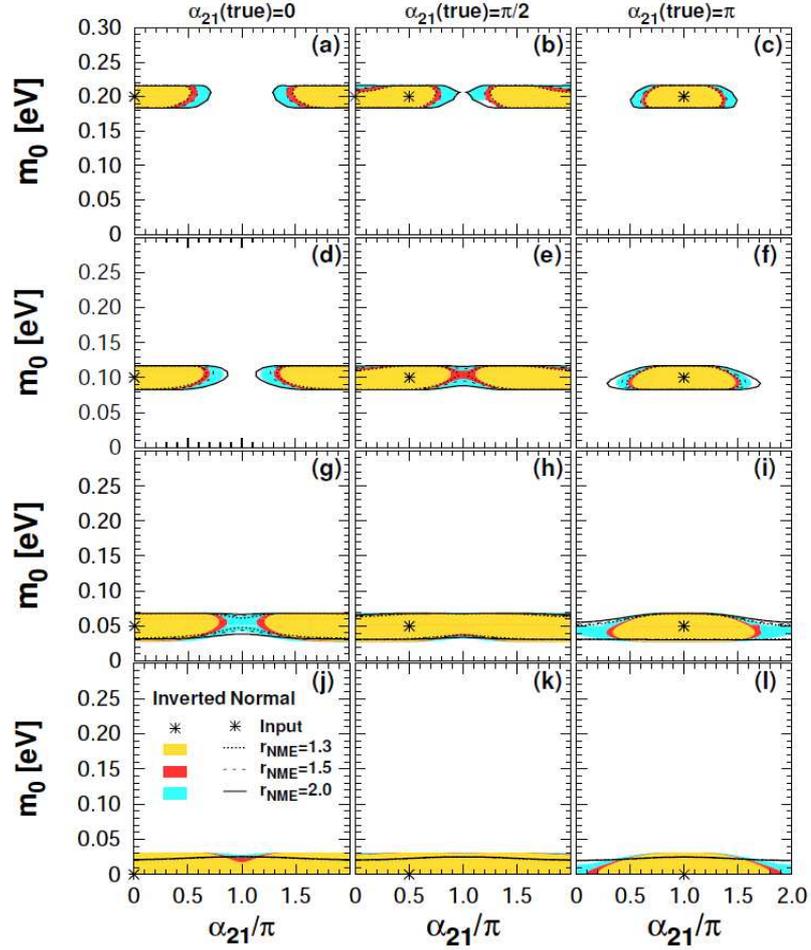
A figura (c) no painel (6.9) é a que tem a melhor sensibilidade, mesmo assim, a região que representa o espaço de parâmetros não é menor que a terceira parte de  $\alpha_{21}$ . Por outro lado, a sensibilidade a  $\alpha_{21}$  se mantém inclusive para valores pequenos de  $m_0$  quando o valor real de  $\alpha_{21} = \pi$ . Se comparamos a sensibilidade das hierarquias, vemos que quando aumentamos o valor da massa mais leve, a diferença entre a hierarquia normal e invertida é pequena, isto porque estamos no regime degenerado, porém quando diminuimos o valor a massa, vemos que a diferença entre as hierarquias



**Figura 6.10:** Gráfico das regiões de confiança com  $r_{NME} = 2.0, 1.5, 1.3$ ,  $m_0 = 0.0, 0.05, 0.1, 0.2 \text{ eV}$  e  $\sigma_\Sigma = 0.05 \text{ eV}$  e  $\alpha_{31} = \pi$ .

aumenta, como pode ser visto nas figuras (j), (k) e (l).

Observamos que as regiões de confiança nos proporcionam informação de  $m_0$ , primeiramente vemos que restringir a massa mais leve é independente do valor real de  $\alpha_{21}$ , pois a fração dos contornos que nos fornecem limites sobre  $m_0$ , todos têm aproximadamente o mesmo tamanho, isto era esperado, pois a maior contribuição à escala da massa  $\Sigma$  é fornecida pela cosmologia, a qual não é sensível à fase de Majorana CP. Também vemos que se a hierarquia de massa é a invertida, para um valor real de  $m_0 = 0,05 \text{ eV}$ , não podemos excluir  $m_0 = 0 \text{ eV}$  inclusive para  $r_{NME} = 1.3$  em  $2\sigma$  CL. Isto pode ser explicado considerando que se a hierarquia é a invertida, nós não podemos diferenciar o caso em que  $m_0 = m_3 = 0,05 \text{ eV}$  (real) ou  $\Sigma \equiv 0,19 \text{ eV}$ , com o caso da massa de ajuste de  $m_0 = 0 \text{ eV}$ , como pode ser conferido nas figuras (g), (h) e (i). Se a hierarquia de massa é a normal, vemos que para o



**Figura 6.11:** Gráfico das regiões de confiança com  $r_{NME} = 2, 0; 1, 5; 1, 3$ ;  $m_0 = 0, 0; 0, 05; 0, 1; 0, 2$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0, 02$  eV e  $\alpha_{31} = 0$ .

mesmo valor real de  $m_0 = 0, 05$  eV é possível excluir  $m_0 = 0$  eV como nas figuras (g) e (h).

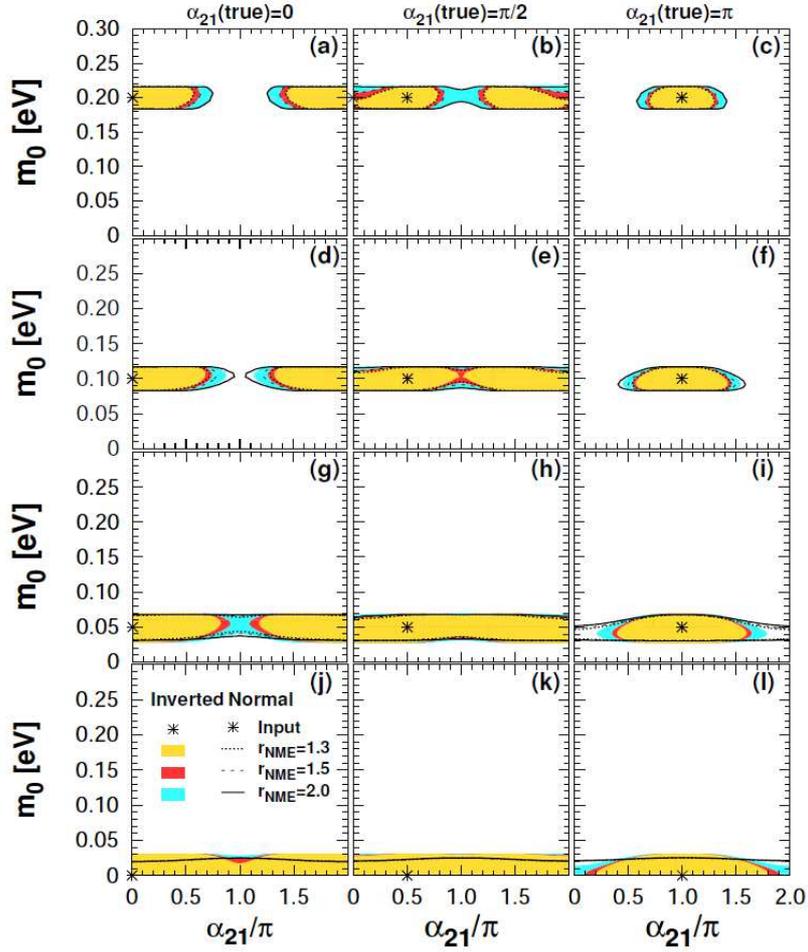
Com o intuito de comparar as regiões de confiança para diferentes parâmetros, apresentamos na figura (6.10), o mesmo painel que em (6.9) mas para um valor da fase de Majorana real de  $\alpha_{31} = \pi$ . Para começar vemos em ambas as figuras que a capacidade que temos para restringir  $m_0$  é a mesma, isto devido a que a maior contribuição neste quesito é fornecido pela cosmologia. No painel (6.10) observamos que ao igual que em (6.9), a maior sensibilidade é atingida quando ajustamos o valor da massa mais leve a  $m_0 = 0, 2$  eV, porém há uma diferença entre as duas figuras, para o caso de  $\alpha_{31} = \pi$  encontramos que é possível restringir um pouco mais a fase de Majorana  $\alpha_{21}$  do que em no caso  $\alpha_{31} = 0$ , podemos conferir nas figuras que para o segundo caso, o contorno para  $3\sigma$  ocupa  $2/4$  do segmento de linha correspondente à

fase de Majorana  $\alpha_{21}$  comparado com  $3/4$  para o primeiro caso. Assim como foi visto no primeiro caso, no segundo também não é possível excluir o valor de  $m_0 = 0\text{ eV}$  para um valor real de  $m_0 = 0,05\text{ eV}$  se o ordenamento de massa é invertido, mas é possível no caso de hierarquia normal como visto nas figuras (g) e (h) de (6.10). Em geral podemos dizer que a sensibilidade para o caso com  $\alpha_{31} = \pi$  é maior que para o caso com  $\alpha_{31} = 0$ .

Para finalizar esta primeira parte da análise dos resultados, vamos apresentar a continuação, o efeito da diminuição da incerteza proveniente da cosmologia para um valor otimista, este valor é  $\sigma_\Sigma = 0,02\text{ eV}$ . Na figura (6.11) temos um painel que tem os mesmos parâmetros descritos acima para a figura (6.9) com a diferença que passamos de uma incerteza cosmologia de  $\sigma_\Sigma = 0,05\text{ eV}$  para  $\sigma_\Sigma = 0,02\text{ eV}$ . A primeira grande diferença é o tamanho que ocupam os contornos de confiança no espaço de parâmetros, os quais agora são consideravelmente menores, contudo ao igual que as anteriores figuras a sensibilidade é maior com o aumento do valor real da massa do neutrino mais leve, sendo o valor de  $m_0 = 0,2\text{ eV}$  e  $\alpha_{21} = \pi$  o contorno de confiança que mais exclui o espaço de parâmetros.

Se analisamos o quanto podemos restringir agora a fase de Majorana  $\alpha_{21}$ , vemos que quando diminuimos a incerteza proveniente da cosmologia, o segmento de linha que representa a fase de Majorana no espaço de parâmetros, passa de uma proporção de  $3/4$  para  $\sigma_\Sigma = 0,05\text{ eV}$  e  $\alpha_{31} = 0$  para uma proporção de  $2/4$  com  $\sigma_\Sigma = 0,02\text{ eV}$  e mesmo valor da fase de Majorana. Isto era esperado, pois como foi visto anteriormente, quando combinamos os dados dos três observáveis, é a cosmologia quem domina a sensibilidade à fase de Majorana  $\alpha_{21}$ . Por outro lado, se agora vemos o quanto de  $m_0$  é excluído, vemos que em comparação com as figuras (6.9) e (6.10), as regiões de confiança na figura (6.11) são menores, isto porque a principal contribuição ao valor absoluto da massa dos neutrinos  $\Sigma$  provem da cosmologia, portanto, se reduzimos sua incerteza, poderemos determinar melhor o valor de  $m_0$ . A grande diferença entre as regiões de confiança com  $\sigma_\Sigma = 0,05\text{ eV}$  e  $\sigma_\Sigma = 0,02\text{ eV}$  nos painéis (6.9) e (6.11) é que com a menor incerteza, agora podemos excluir  $m_0 = 0\text{ eV}$  para a hierarquia de massa invertida para um valor de ajuste de  $m_0 = 0,05\text{ eV}$  como representado nas figuras (g), (h) e (i).

A figura (6.12) representa as regiões de confiança do espaço de parâmetros  $m_0 - \alpha_{21}$  com incerteza  $\sigma_\Sigma = 0,02\text{ eV}$  e  $\alpha_{31} = \pi$ , observamos que a sensibilidade à fase  $\alpha_{21}$  aumenta como era esperado e acorde com o comportamento visto nas anteriores regiões de confiança, porém neste painel observamos que na figura (i), para  $\alpha_{21} = \pi$  (real) e  $m_0 = 0,05\text{ eV}$  (real) podemos confinar o espaço de parâmetros a uma área menor, com isto podemos restringir em até  $3\sigma$  a fase de Majorana  $\alpha_{21}$ , ao invés de  $2\sigma$  visto nos contornos anteriores.



**Figura 6.12:** Gráfico das regiões de confiança com  $r_{NME} = 2, 0; 1, 5; 1, 3; m_0 = 0, 0; 0, 05; 0, 1; 0, 2 \text{ eV}$  e  $\sigma_\Sigma = 0, 02 \text{ eV}$  e  $\alpha_{31} = \pi$ .

Notamos que se analisamos a capacidade de excluir a fase de Majorana  $\alpha_{21}$ , é feita com um grau de liberdade (1DOF), o qual é razoável pois se estamos somente interessados em um único parâmetro,  $\alpha_{21}$ , a sensibilidade melhora, isto vai ser apresentado na análise da seguinte seção.

## 6.2 A Fração de Exclusão

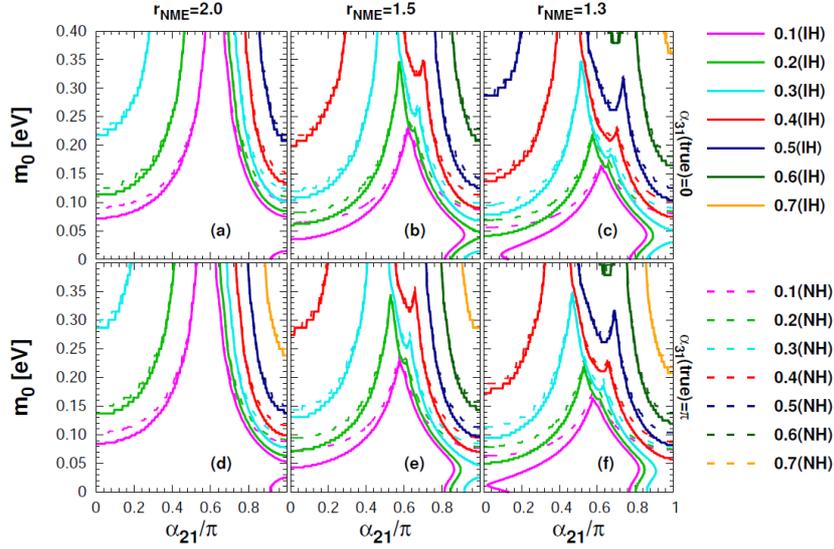
Nesta seção apresentaremos parte dos resultados usando a Fração de Exclusão ( $f_{CPX}$ ), mas antes explicaremos como é construída esta função, a finalidade e a vantagem de usar o tipo de informação extraída da  $f_{CPX}$ . Para definir a  $f_{CPX}$ , precisaremos primeiro dar algumas definições que farão mais fácil entender o comportamento desta função. Para mais detalhes pode-se consultar [52].

Primeiro vamos chamar o conjunto de parâmetros de entrada como PE, os quais são  $\Delta m_{21}^2, \sin^2 \theta_{12}, \Delta m_{32}^2, \sin^2 \theta_{13}, \sigma_{m_\beta}, \sigma_{0\nu\beta\beta}, \sigma_\Sigma$ . Seguidamente definimos o conjunto de valores que formam o espaço de parâmetros, os quais serão ajustados pela função  $\chi^2$ , para assim obter as regiões permitidas (RP), este conjunto é definido como EPA (espaço de parâmetros a serem ajustados). Em inglês, comunmente os autores se referem a estes parâmetros usando a palavra “*fit*”. Os parâmetros que conformam este espaço são  $(m_0, \alpha_{21}, \alpha_{31}, r_{NME})^a$  onde o índice  $a$  indica “ajustado”. Agora precisaremos comparar o EPA com outro conjunto de valores que chamaremos o espaço de parâmetros reais EPR. Em inglês é usada a palavra “*true*” para este conjunto de valores. Os parâmetros que formam o EPR são  $(m_0 - \alpha_{21})^r$ , onde o índice  $r$  significa real. No conjunto EPR se encontra o único e verdadeiro par de valores que existem na natureza e que até agora a comunidade científica não conseguiu medir, por esta razão, variamos o EPR como  $0 \leq m_0^r \leq 1,0\text{eV}$  e  $0 \leq \alpha_{21}^r \leq \pi$ , para cubrir todos os casos possíveis. Como já vimos anteriormente, nós não temos sensibilidade à fase  $\alpha_{31}^r$ , por tanto vamos fixar seu valor a  $0$  e  $\pi$ .

Por tanto agora podemos definir a  $f_{CPX}$  como uma fração que é excluída no EPR, construída a partir da região permitida (RP) para algum nível de confiança. Para obter a  $f_{CPX}$ , calculamos os valores da massa do neutrino provenientes dos três observáveis  $m_\beta, 0\nu\beta\beta$ , e  $\Sigma$ , usando os conjuntos de valores contidos no EPA e EPR. Uma vez feito isto, construímos a função  $\chi^2$  com a qual podemos extrair a região de confiança (RC) em  $2\sigma$ , que foi o nível de confiança escolhido para o trabalho. Neste ponto, temos que dizer que existe uma única RC para cada par coordenado no EPR. Uma vez pronta a RC, calculamos a fração (FRP) que está dentro da RP, fazemos isto para um grau de liberdade, (1DOF como é usado em inglês, sigla que vamos adotar neste trabalho) pois só estamos interessados em obter informação da fase de Majorana  $\alpha_{21}^r$ . Deste modo, para finalizar fazemos  $1 - FRP$  para assim obter a fração de exclusão, ou dito de outra maneira  $f_{CPX} = 1 - FRP$ .

As figuras da  $f_{CPX}$  são uma ferramenta de grande utilidade para investigar o potencial que tem os experimentos de fornecer informação da fase de Majorana. Com a  $f_{CPX}$  podemos quantificar a sensibilidade que tem os experimentos à fase de Majorana  $\alpha_{21}^r$ , inclusive quantifica a sensibilidade de experimentos que não são sensíveis a este parâmetro, como no caso da cosmologia, que como já foi mencionado, quando combinado com os outros observáveis, domina a sensibilidade tanto da massa do neutrino mais leve ( $m_0$ ) como da fase de Majorana ( $\alpha_{21}$ ). Assim, para um conjunto de parâmetros EPA e PE é possível favorecer ou desfavorecer certas regiões no espaço de parâmetros EPR.

No painel (6.13) apresentamos os contornos da fração de exclusão determinada com  $2\sigma$  CL, usamos o EPR  $m_0 - \alpha_{21}^r$ , de esquerda para direita a incerteza do elemento



**Figura 6.13:** Gráfico da fração de exclusão  $r_{NME} = 2, 0; 1, 5; 1, 3$ ;  $\sigma_{\Sigma} = 0, 05 \text{ eV}$  e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0, \pi$ .

de matriz nuclear  $r_{NME} = 2, 0; 1, 5; 1, 3$  e foi isolado o valor da fase de Majorana verdadeiro  $\alpha_{31} = 0$  posicionados nas figuras da parte de cima e  $\alpha_{31} = \pi$  nas figura de baixo. As figuras do painel têm simetria em  $\alpha_{21} = \pi$  por tanto apresentamos os resultados no intervalo de  $0 \leq \alpha_{21} \leq \pi$ . As hierarquias de massa estão representadas com as curvas de linhas cheias para a invertida e as curvas de linhas tracejadas para a normal, com diferentes valores de  $f_{CPX}$  começando por magenta 0,1; verde claro 0,2; celeste 0,3; vermelho 0,4; azul 0,5; verde escuro 0,6 e laranja 0,7. Neste ponto salientamos que um valor alto de  $f_{CPX}$  indica mais sensibilidade à fase  $\alpha_{21}$ , pois indica que uma maior fração pode ser excluída.

Observamos que em cada figura do painel (6.13) obtemos as maiores sensibilidades em  $\alpha_{21} = 0 \text{ e } \pi$ , sendo  $\pi$  a região que tem a maior sensibilidade, a menor sensibilidade está ao redor de  $\alpha_{21} \sim 2\pi/3$ . Podemos ver também que para  $m_0 \geq 0, 1 \text{ eV}$  as curvas que representam as hierarquias quase estão se sobrepondo, ou dito de outra maneira, a diferença entre hierarquias é pequena, isto porque essa região é o regime de massa do neutrino degenerado. Na mesma figura podemos comparar a sensibilidade encontrada para as duas fases de Majorana  $\alpha_{31}$ , vemos que no caso de  $\alpha_{31} = \pi$  (figuras (d), (e) e (f)) encontramos uma melhor sensibilidade se comparada com que no caso de  $\alpha_{31} = 0$  (figuras (a), (b) e (c)) isto quando  $\alpha_{21} \sim \pi$ . Se agora analisamos a região de  $\alpha_{21} \sim 0$ , notamos que a melhor sensibilidade é quando

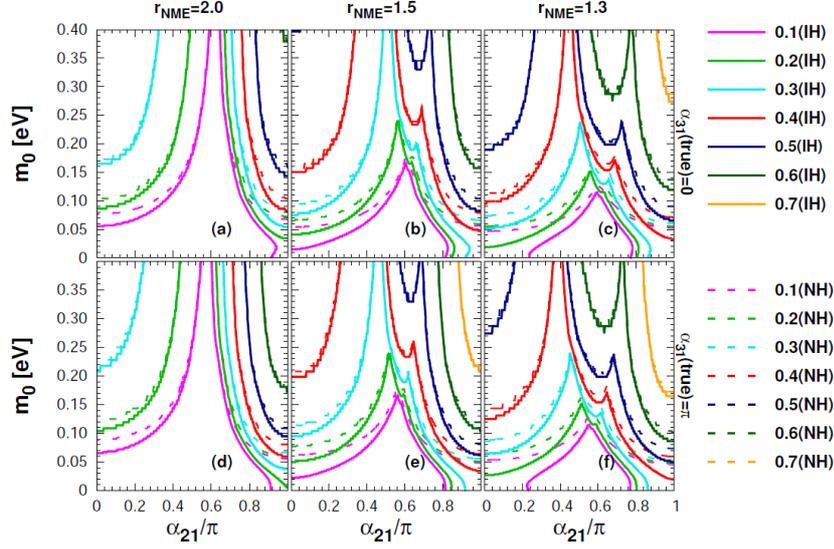
$\alpha_{31} = 0$  ao invés de  $\alpha_{31} = \pi$ . Contudo, esta melhoria na sensibilidade é pequena, pois a dependência que tem as equações com  $\theta_{13}$ , termo que acompanha a fase de Majorana  $\alpha_{31}$ , é pequeno. Como visto na análise das regiões de confiança, nós não temos sensibilidade ao valor real da fase de Majorana  $\alpha_{31}$ , por tanto, assumimos o valor real de  $f_{CPX}$  seja algum valor entre  $0 \leq \alpha_{31} \leq \pi$ .

Por outro lado, observamos que a sensibilidade de  $f_{CPX}$  tem uma forte dependência com o valor de  $r_{NME}$ , vemos por exemplo os painéis (a)-(d) para  $r_{NME} = 2,0$  e (b)-(e) para  $r_{NME} = 1,5$  o aumento da sensibilidade é notável. Por exemplo, se tomamos a figura (a) do painel (6.13) observamos que para  $m_0 = 0,15$  eV a  $f_{CPX} > 0,3$  cobre somente 20% da fase de Majorana  $\alpha_{21}$ , para  $r_{NME} = 1,5$  a situação passa a 50%, o mesmo acontece para  $\alpha_{31} = \pi$  figuras (d) e (e). Se analisamos as linhas que conformam a hierarquia invertida, vemos que podemos excluir uma pequena fração da fase  $\alpha_{21}$ , isto é, para  $0 \leq m_0 \leq 0,05$  eV há uma fração de exclusão de  $f_{CPX} = 0,1 - 0,2$  para  $r_{NME} = 2,0$ , se a incerteza é de  $r_{NME} = 1,3$  a fração de exclusão é  $f_{CPX} = 0,1 - 0,3$ .

Embora é uma surpresa ver que experimentos cosmológicos aumentem a sensibilidade à fase de Majorana, e mesmo estando em uma época de precisão nas medidas cosmológicas, vemos que ainda a sensibilidade não é o suficiente, se vemos o painel (6.13) e observamos a massa mais leve  $m_0 = 0,1$  eV, que é a massa que os experimentos cosmológicos mais estão favorecendo, encontramos que a exclusão é  $f_{CPX} = 0,1 - 0,3$  inclusive para  $r_{NME} = 1,3$  que é o caso mais otimista.

Por esta razão, a continuação estudamos duas opções que no futuro poderiam aumentar a sensibilidade à fase  $\alpha_{21}$ . A primeira opção é aumentar a precisão com que a informação da massa dos neutrinos é extraída da cosmologia, chegando a um valor de  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV, ver o painel (6.14), valor ainda conservador pois é esperado um valor de  $\sigma_\Sigma = 0,011$  eV [235]. Como foi visto, o valor da incerteza dos elementos de matriz nuclear tem um papel importante na sensibilidade à fase de Majorana, consequentemente a segunda opção que vamos estudar a continuação é ver o efeito que teria uma incerteza de  $r_{NME} = 1,1$ , assumindo que a futuro se desenvolva uma nova tecnologia que reduza esta incerteza consideravelmente. Como foi mencionado antes, se houver um sinal de duplo decaimento beta sem neutrino, este pode ser usado para “calibrar” teoricamente a incerteza  $r_{NME}$ .

No painel (6.14) apresentamos os contornos da fração de exclusão, onde a única diferença com o painel (6.13) é o valor da incerteza cosmológica agora com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV, notamos uma melhoria na sensibilidade à fase de Majorana, por exemplo, na figura (a) para  $m_0 = 0,15$  eV a região que tem um valor de  $f_{CPX} \geq 0,3$  cobre 20% da fase  $\alpha_{21}$ , igual que no caso quando  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV, com a ressalva que para  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV a linha celeste que indica  $f_{CPX} = 0,3$  fica bem mais próxima de

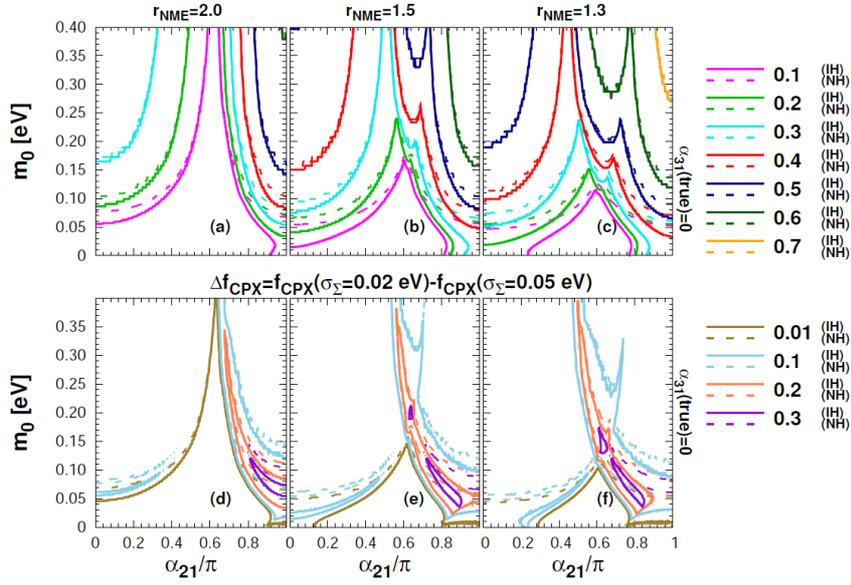


**Figura 6.14:** Gráfico da fração de exclusão  $r_{NME} = 2, 0; 1, 5; 1, 3$ ,  $\sigma_{\Sigma} = 0, 02 \text{ eV}$  e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0, \pi$ .

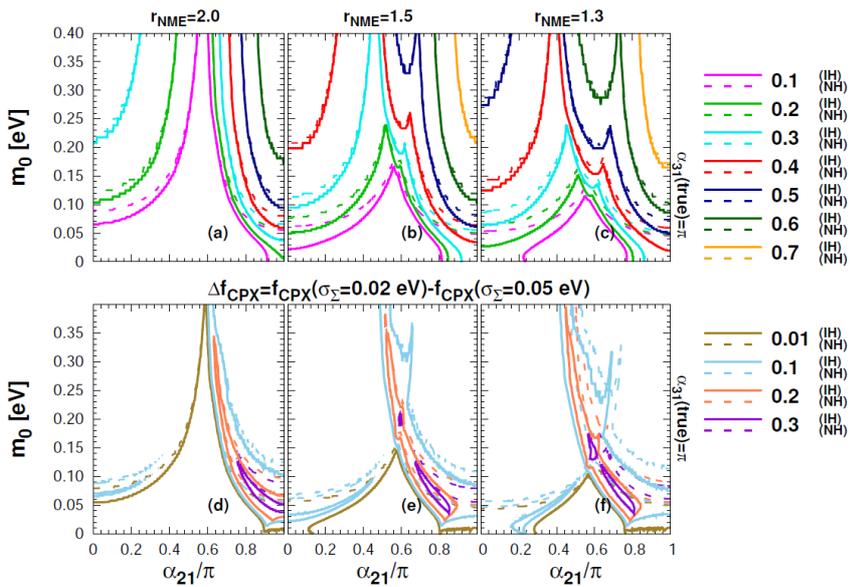
$m_0 = 0, 15 \text{ eV}$ . Quando diminuímos a incerteza da matriz de elementos nucleares a 1,3 (figura (b)), constatamos que a  $f_{CPX} \geq 0, 3$  tem agora um 70%, a diferença com  $\sigma_{\Sigma} = 0, 05 \text{ eV}$  é portanto notável.

Embora em algumas regiões o aumento da sensibilidade é facilmente apreciável, observamos que há outras regiões em que o aumento da sensibilidade é ínfimo. Por exemplo, podemos usar o valor de  $\alpha_{21} \equiv 0, 6\pi$  como referência, para valores maiores que  $0, 6\pi$  o aumento da sensibilidade é fácil de reconhecer, porém, para valores menores que  $0, 6\pi$  o aumento é ao redor de  $f_{CPX} \equiv 0, 1$ . Portanto, para quantificar estes resultados mostramos os painéis (6.15) e (6.16), nos quais fizemos as diferenças  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_{\Sigma} = 0, 02 \text{ eV}) - (\sigma_{\Sigma} = 0, 05 \text{ eV})$  para  $\alpha_{31} = 0$  e  $\pi$  respectivamente.

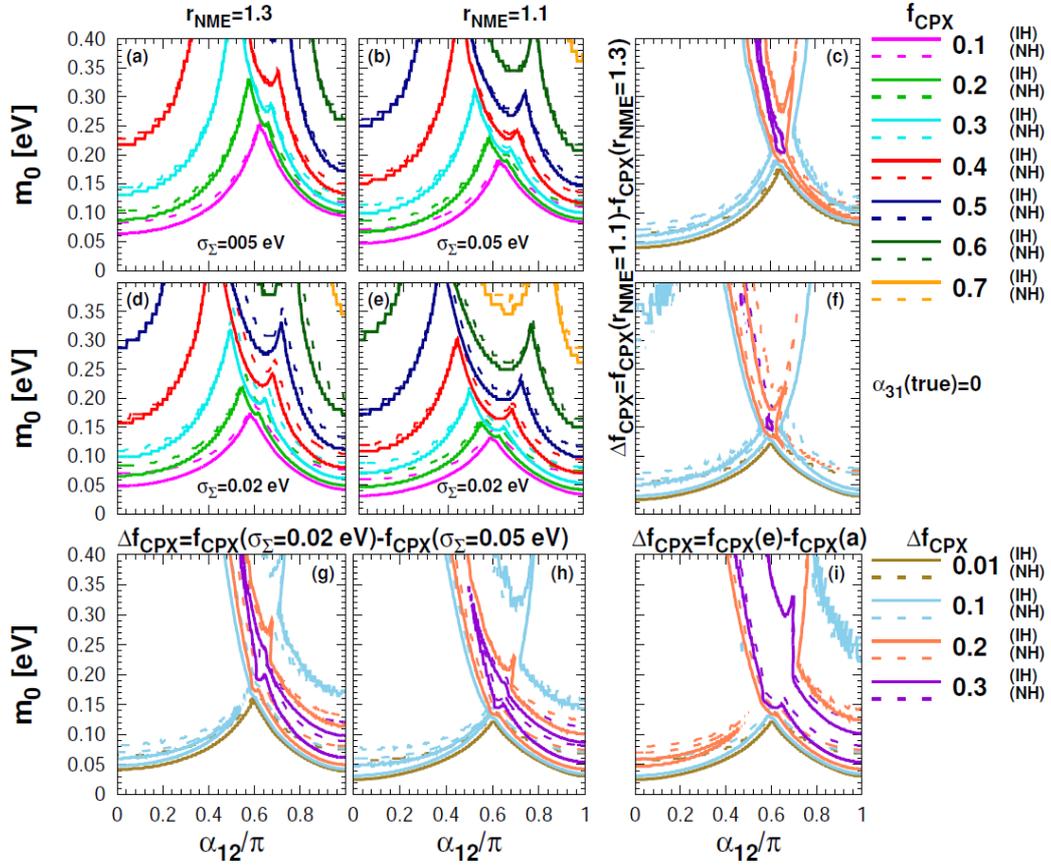
No painel (6.15) apresentamos na primeira linha, as figuras (a), (b) e (c), as mesmas figuras que apresentamos em (6.14) na mesma posição e da mesma forma, no painel (6.16) apresentamos nas figuras (a), (b) e (c) as figuras (d), (e) e (f) de (6.15). Por outro lado, nas figuras (d), (e) e (f) no painel (6.15) apresentamos a diferença  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_{\Sigma} = 0, 02 \text{ eV}) - (\sigma_{\Sigma} = 0, 05 \text{ eV})$  e  $\alpha_{31} = 0$  e  $r_{NME} = 2, 0; 1, 5$  e  $1, 3$ . As linhas verde, celeste, rosa e roxo representam  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = 0, 01, 0, 1, 0, 2, 0, 3$  respectivamente. Observamos que para  $\alpha_{21} < 0, 64\pi$  o aumento da sensibilidade é fraco quando passamos de  $\sigma_{\Sigma} = 0, 05 \text{ eV} \rightarrow \sigma_{\Sigma} = 0, 02 \text{ eV}$ , a diferença é de  $\Delta f_{CPX} \leq 0, 1$ . Se analisamos agora a região para  $\alpha_{21} \geq 0, 64\pi$  observamos algumas



**Figura 6.15:** Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}) - (\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV})$ . Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0$ .



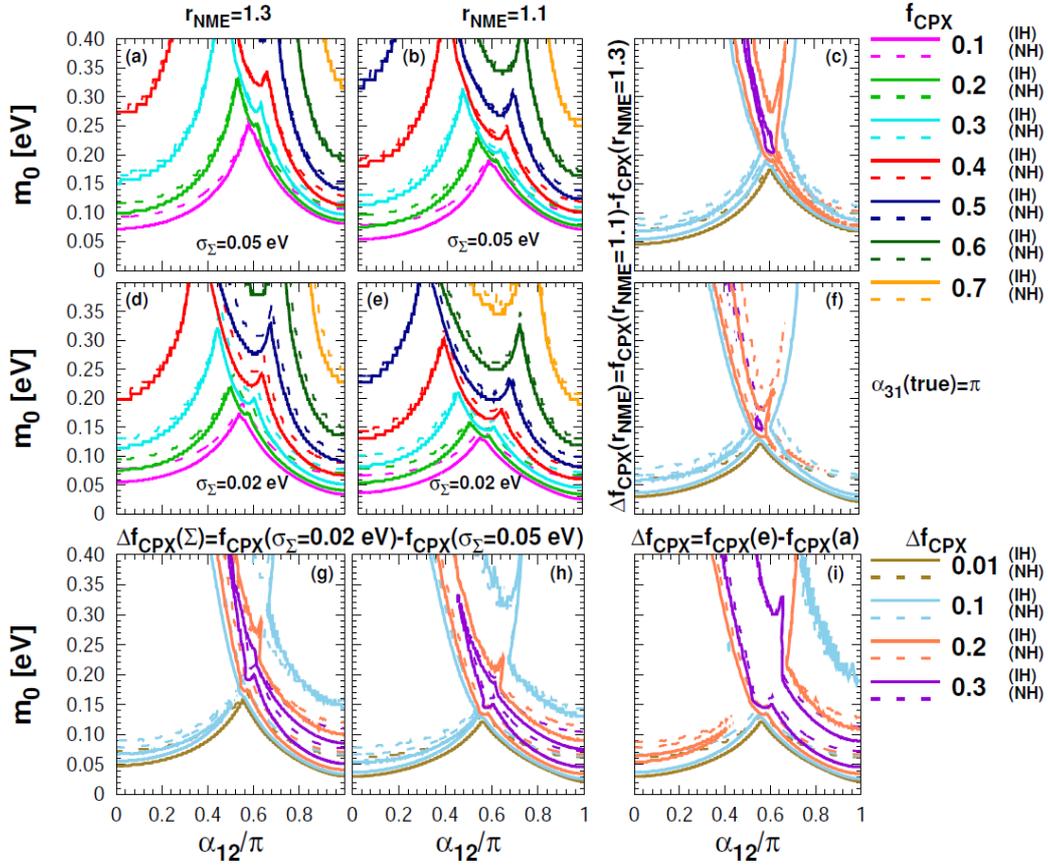
**Figura 6.16:** Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}) - (\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV})$ . Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = \pi$ .



**Figura 6.17:** Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (f_{CPX}(\sigma_{\Sigma} = 0,02 \text{ eV}) - f_{CPX}(\sigma_{\Sigma} = 0,05 \text{ eV}))$  e  $\Delta f_{CPX}(r_{NME}) = f_{CPX}(r_{NME} = 1,1) - f_{CPX}(r_{NME} = 1,3)$ . Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = 0$ .

regiões onde o aumento da sensibilidade é relativamente maior, isto é  $\Delta f_{CPX} \geq 0,2$ . No painel (6.16) apresentamos também  $\Delta f_{CPX}(\Sigma)$  mas para  $\alpha_{31} = \pi$ , notamos que o aumento da sensibilidade, se comparada com o caso de  $\alpha_{31} = 0$ , o aumento de sensibilidade para  $r_{NME} = 2,0$  é mínimo sendo agora  $\alpha_{21} < 0,6\pi$  a região com  $\Delta f_{CPX} \simeq 0,1$ . Para a região  $\alpha_{21} \geq 0,64\pi$  encontramos um aumento relativamente maior, porém este aumento é notável quando passamos analisar a figura (f) no painel (6.16) para  $r_{NME} = 1,3$ , contemplamos que  $\Delta f_{CPX} \geq 0,2$  começa a partir de  $\alpha_{21} = 0,5\pi$ .

Para finalizar, nos painéis (6.17) e (6.18) apresentamos a segunda opção onde não somente reduzimos o valor da incerteza proveniente da cosmologia, também estudamos o comportamento da sensibilidade para um valor de  $r_{NME} = 1,1$  para  $3\sigma$  CL. Portanto temos nas figuras (a), (b), (d) e (e) as funções  $f_{CPX}(0,05 \text{ eV}; 1,3)$ ,



**Figura 6.18:** Gráfico da diferença da fração de exclusão  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_{\Sigma} = 0,02 \text{ eV}) - (\sigma_{\Sigma} = 0,05 \text{ eV})$  e  $\Delta f_{CPX}(r_{NME}) = f_{CPX}(r_{NME} = 1,1) - f_{CPX}(r_{NME} = 1,3)$ . Com  $r_{NME} = 2,0; 1,5; 1,3$ , e deixando isolado o valor da fase de Majorana verdadeira  $\alpha_{31} = \pi$ .

$f_{CPX}(0,05 \text{ eV}; 1,1)$ ,  $f_{CPX}(0,02 \text{ eV}; 1,3)$ ,  $f_{CPX}(0,02 \text{ eV}; 1,1)$  respectivamente. No painel (6.15) o valor de  $\alpha_{31} = 0$  e no painel (6.16) o valor é  $\alpha_{31} = \pi$ , as figuras (g)-(h) representam a função  $\Delta f_{CPX}(\Sigma) = (\sigma_{\Sigma} = 0,02 \text{ eV}) - (\sigma_{\Sigma} = 0,05 \text{ eV})$  e as figuras (c) e (f) a função  $\Delta f_{CPX}(r_{NME}) = f_{CPX}(r_{NME} = 1,1) - f_{CPX}(r_{NME} = 1,3)$ , a figura (i) mostra o efeito de reduzir simultaneamente a incerteza proveniente da cosmologia e dos elementos de matriz nuclear.

Comparando as figuras (c) e (g) em (6.17) notamos que reduzir a incerteza cosmológica ( $\sigma_{\Sigma} = 0,05 \text{ eV} \rightarrow \sigma_{\Sigma} = 0,02 \text{ eV}$ ) tem um maior efeito do que reduzir  $r_{NME} = 1,3 \rightarrow 1,1$ , pois na figura (c) observamos que somente uma pequena região tem  $\Delta f_{CPX} = 0,3$  se a projetamos na fase de Majorana temos  $0,5\pi < \alpha_{21} < 0,7\pi$  em comparação com a figura (g) com  $\Delta f_{CPX} = 0,3$  para  $\alpha_{21} > 0,52\pi$ . Este comportamento fica mais forte quando comparamos as figuras (f)-(h), em (f) a região

que tem  $\Delta f_{CPX} = 0,3$  se reduz a  $\alpha_{21} = 0,58 - 0,62\pi$  contra  $\alpha_{21} > 0,52\pi$  em (h). Por outro lado, contemplamos em (i) o efeito combinado de  $\sigma_\Sigma$  e  $r_{NME}$ , como resultado encontramos que o aumento da sensibilidade é notável pois agora temos uma região com  $\Delta f_{CPX} = 0,3$  que começa desde  $\alpha_{21} = 0,4\pi$ . No painel (6.16) observamos um leve aumento na sensibilidade, se a comparamos com os contornos de  $\Delta f_{CPX}$  apresentados em (6.15), onde no presente painel todas as linhas levemente se deslocam para a esquerda.

### 6.3

#### É possível restringir a incerteza da matriz de elementos nucleares?

Finalmente, nesta seção estudamos a possibilidade de extrair informação da NME. Neste trabalho assumimos que esta incerteza é confinada, a alguma região, somente através do cálculo computacional, porém, nos perguntamos se é possível restringir a incerteza da NME através da informação dos experimentos usados nesta tese, isto apesar de deixamos esta incerteza variar livremente no EPA.

Para responder esta questão, usamos a mesma análise mas sem impor condições sobre o parâmetro da incerteza da NME, lembrando que foi definida como  $\xi = M_0^{0\nu}/M^{\nu\nu}$ , onde  $M_0^{0\nu}$  é um valor de referência definida no capítulo 4 na equação (5.20), e  $M^{\nu\nu}$  é o valor real que a matriz de elementos nucleares possui, mas que atualmente é desconhecido. Se  $\xi = 1$  o não existe valor de incerteza na NME.

Na figura (6.19) apresentamos um resultado similar aos mostrados no capítulo 5 com as figuras (5.1-5.8), mas desta vez em função de  $\xi$  para diferentes valores reais de  $\alpha_{21} = 0, \pi/4, \pi/2$  e  $\pi$ , usamos os dois ordenamentos de massa e a outra fase de Majorana foi fixada em  $\alpha_{31} = 0$ . Incluímos também o valor de  $r_{NME} = 2; 1,5; 1,3$  representado com as linhas tracejada, pontilhada e cheia respectivamente. Mostraremos os efeitos combinados de considerar diferentes valores reais de massa mais leve  $m_0 = 0,1$  e  $0,2$  eV junto com os dois valores de incerteza cosmológica  $\sigma_\Sigma = 0,05$  e  $0,02$ . Assim na figura (6.19) temos  $m_0 = 0,1$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV contemplamos que podemos confinar fracamente  $\xi$  para  $\alpha_{21} \leq 0,5\pi$ . A próxima combinação, na figura (6.20), usamos  $m_0 = 0,1$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV, desta vez o poder que temos para restringir  $\xi$  aumenta levemente, com  $\alpha_{21} = 0$  como a melhor possibilidade. Os casos de hierarquia normal das duas combinações anteriores são apresentadas nas figuras (6.21) e (6.22), observamos a sensibilidade é ligeiramente menor que no caso de hierarquia invertida.

Nas figuras (6.23) e (6.24) podemos observar a função  $\Delta\chi^2(\xi)$  com  $m_0 = 0,2$  eV,  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV respectivamente, com o ordenamento de massa invertido em ambos os casos. Notamos agora que a sensibilidade aumenta fortemente e a combinação observada na figura (6.24) é a que melhor confina  $\xi$ ,

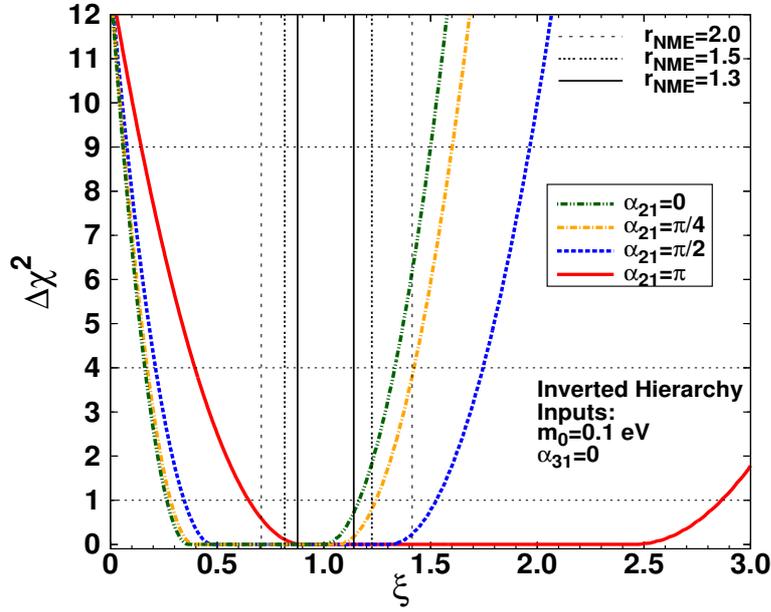


Figura 6.19: Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV.

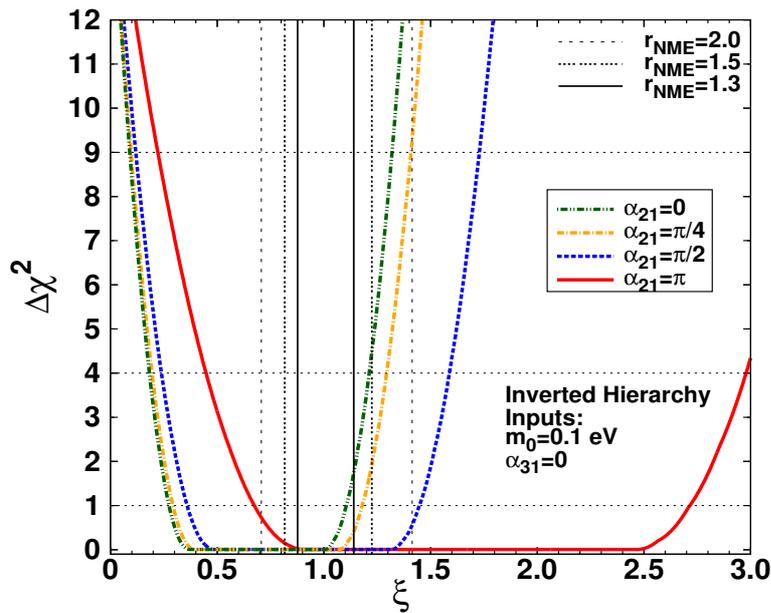


Figura 6.20: Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV.

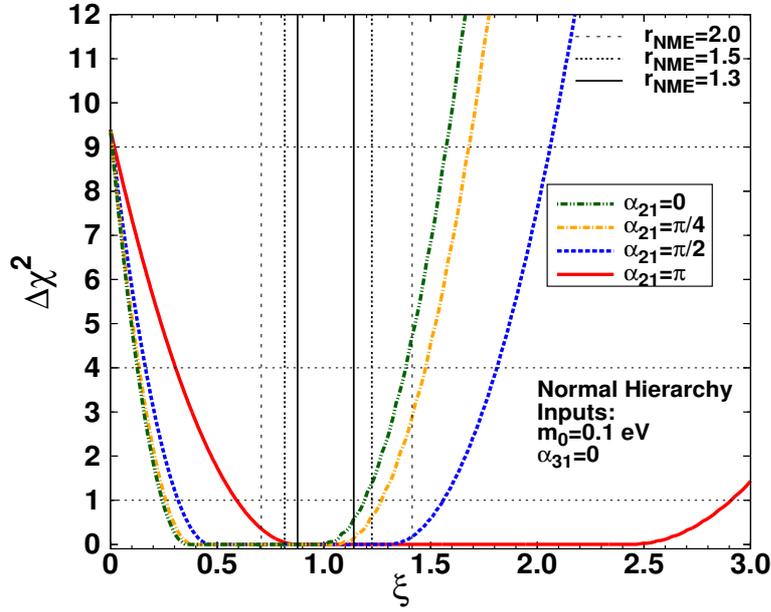


Figura 6.21: Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV}$  e  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$ .

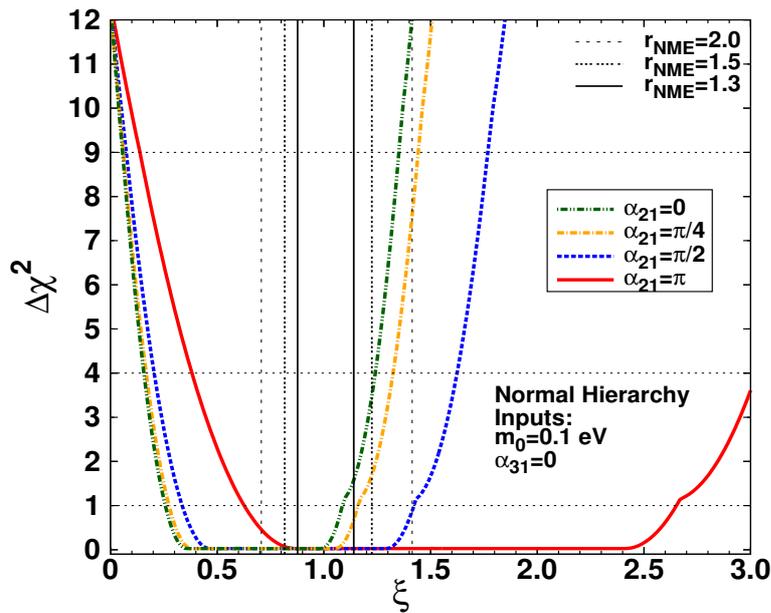
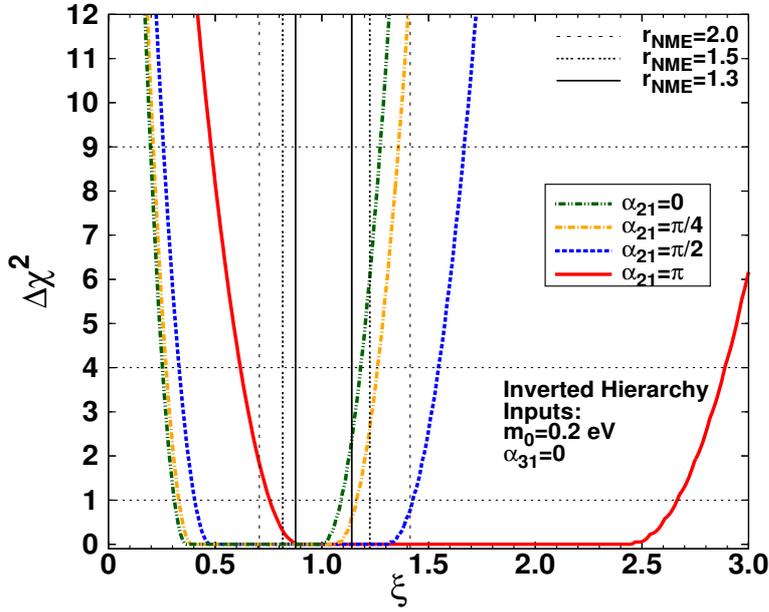


Figura 6.22: Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}$  e  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$ .



**Figura 6.23:** Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV.

embora observamos que podemos restringir  $\xi$  para valores reais de  $\alpha_{21} \leq 0,5\pi$ , é  $\alpha_{21} = 0$  quem oferece o melhor limite. As hierarquias normais são apresentadas em (6.25) e (6.26), ao igual que para  $m_0 = 0,1$  eV as curvas estão quase sobrepostas, porém a sensibilidade cai ligeiramente.

Na figura (6.27) apresentamos a região permitida de  $\xi$  em 1, 2 e 3  $\sigma$  para 1 DOF, representados na figura como as regiões amarela, vermelha e celeste, em função de  $\alpha_{21}$  e o valor real de  $\alpha_{31} = 0$ , assim como o valor real de  $m_0 = 0,1$  eV a hierarquia de massa é a invertida. Incluímos também a  $r_{NME} = 2,0; 1,5$  e  $1,3$  com as linhas tracejadas, pontilhadas e cheias respetivamente. Nesta figura observamos que se  $0 \leq \alpha_{21} \leq 0,2\pi$  podemos restringir fortemente o valor máximo de  $\xi$  enquanto que se  $\alpha_{21} \sim \pi$  podemos restringir seu limite inferior mas desta vez de forma fraca. Em (6.28) notamos que para a contraparte de (6.27), isto é a hierarquia normal, perdemos sensibilidade pois agora podemos confinar o valor máximo de  $\xi$  mas agora com  $0 \leq \alpha_{21} \leq 0,16\pi$ .

A seguir vamos analisar as figuras (6.29) e (6.30), as quais mantem os mesmos parâmetros detalhados acima, mas com a única diferença que a massa do neutrino mais leve é  $m_0 = 0,2$  eV. Notamos que com este valor de massa podemos impor limites fortes no limite superior de  $\xi$  quando  $0 \leq \alpha_{21} \leq 0,4\pi$ . Neste regime de valor de massa mais leve, vemos que não há diferença entre os ordenamentos de massa, pois a figura (6.30), que é o caso de hierarquia normal, as curvas quase se sobrepõem com as curvas da figura (6.29), este comportamento é esperado pois estamos no regime

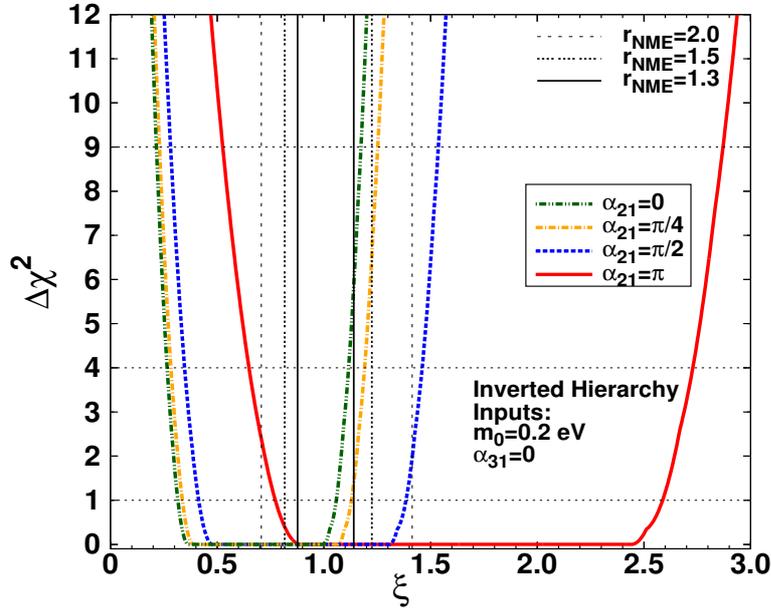


Figura 6.24: Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV.

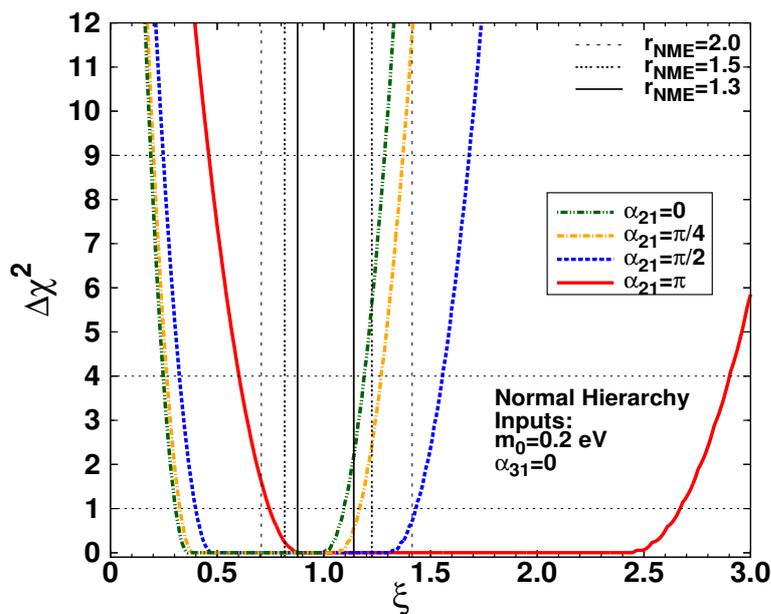


Figura 6.25: Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV.

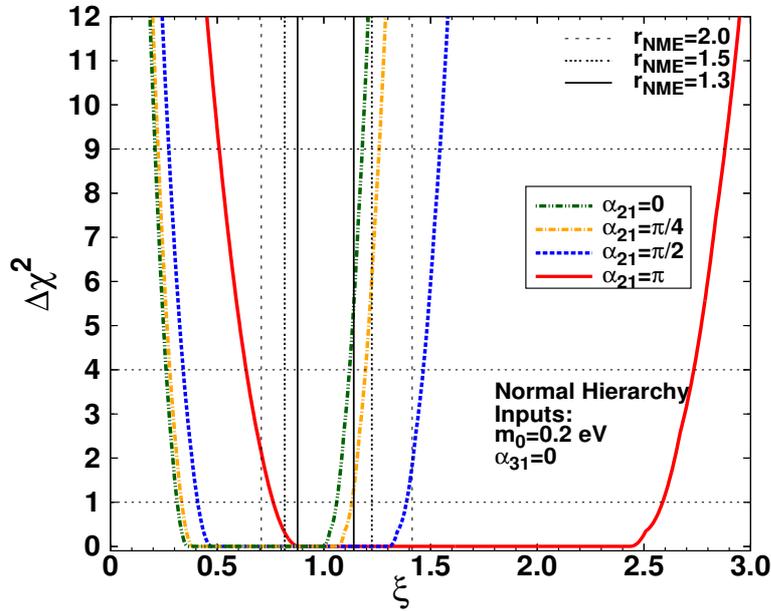


Figura 6.26: Gráfico da função  $\Delta\chi^2$  em função de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal, com  $\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}$  e  $m_0 = 0,2 \text{ eV}$ .

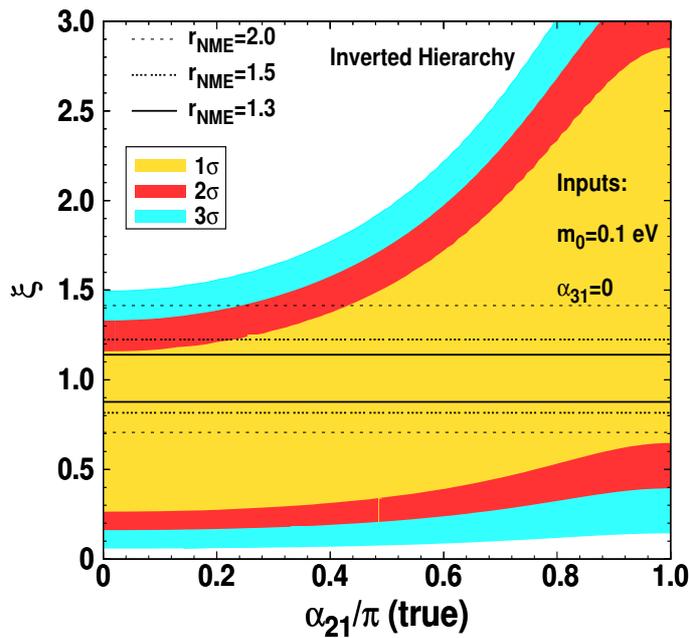
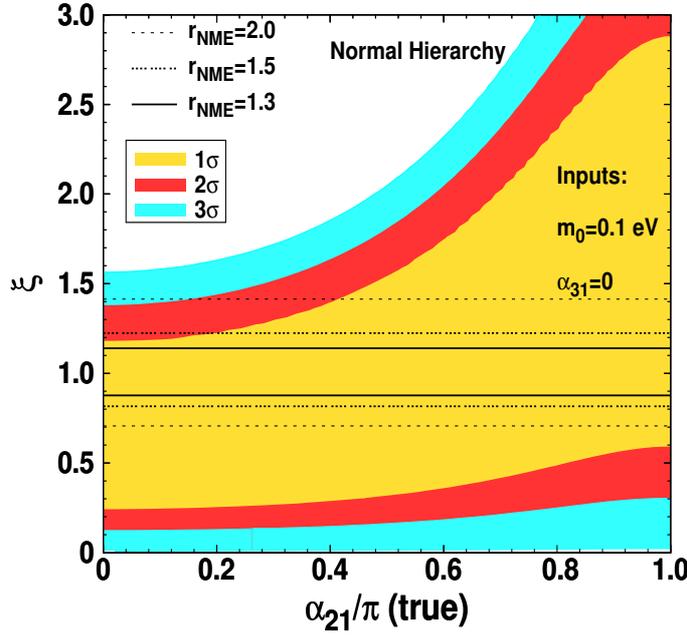


Figura 6.27: Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV}$  e  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$ .



**Figura 6.28:** Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com  $\sigma_{\Sigma} = 0,05 \text{ eV}$  e  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$ .

de massa de neutrino quase degenerada, portanto não há mais hierarquias de massa.

Para finalizar este capítulo, apresentamos o efeito que tem reduzir a incerteza cosmológica de  $\sigma_{\Sigma} = 0,05 \text{ eV} \rightarrow \sigma_{\Sigma} = 0,02 \text{ eV}$ . Nas figuras (6.31) e (6.32) exibimos o comportamento das regiões permitidas de  $\xi$  para  $\sigma_{\Sigma} = 0,02 \text{ eV}$  e  $m_0 = 0,2 \text{ eV}$ , com esta combinação de parâmetros o poder de restringir a incerteza da NME aumenta consideravelmente se comparada com o encontrado em (6.29) quando  $\sigma_{\Sigma} = 0,05 \text{ eV}$ . Notamos que o valor máximo de  $\xi$  pode ser confinado quando  $0 \leq \alpha_{21} \leq 0,4\pi$ , contudo não podemos confinar fortemente o limite inferior de  $\xi$ . A figura (6.32) mantém o comportamento da herarquia normal analisado nas anteriores figuras, diminuendo levemente o poder de restringir  $\xi$ . Por último, exibimos as figuras (6.33) e (6.34) agora com  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$ , o poder de restringir  $\xi$  diminui em comparação com as duas anteriores figuras, como era esperado, pois como já vimos, a sensibilidade aumenta com o valor da massa mais leve do neutrino. Contudo, se comparamos as figuras (6.33) e (6.34) com (6.27) e (6.28) encontramos um notável aumento da sensibilidade.

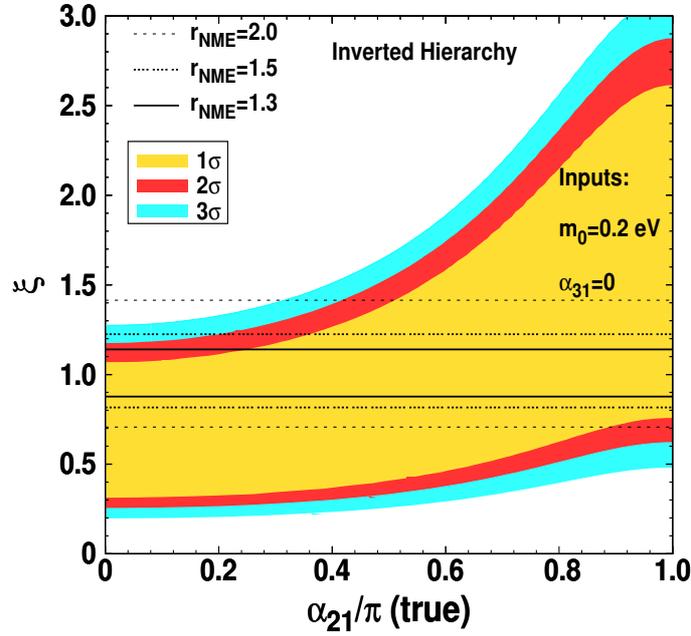


Figura 6.29: Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV.

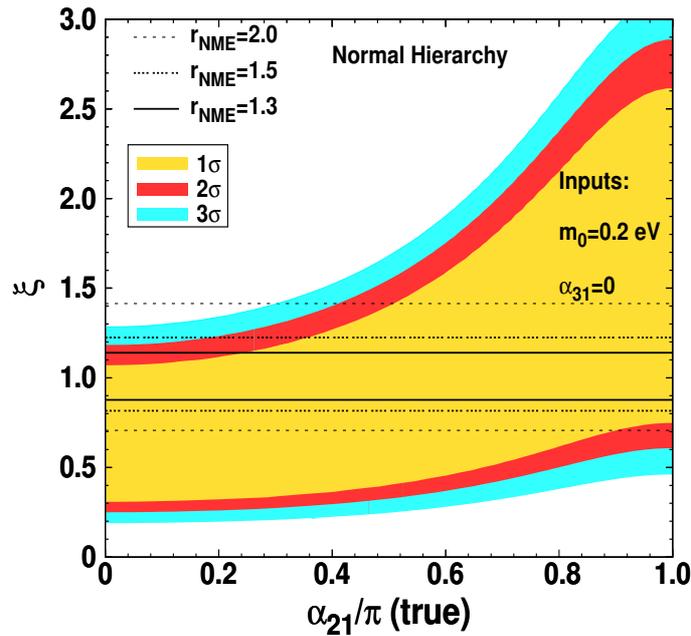


Figura 6.30: Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,05$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV.

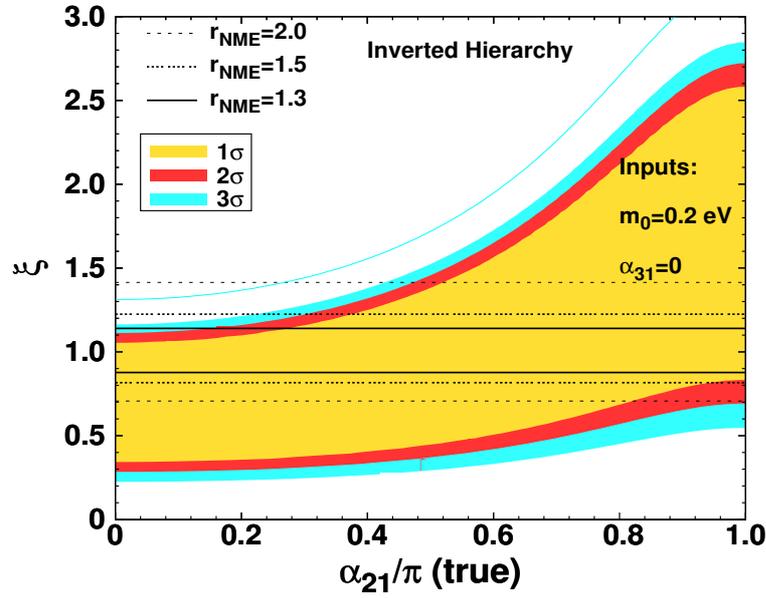


Figura 6.31: Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV.

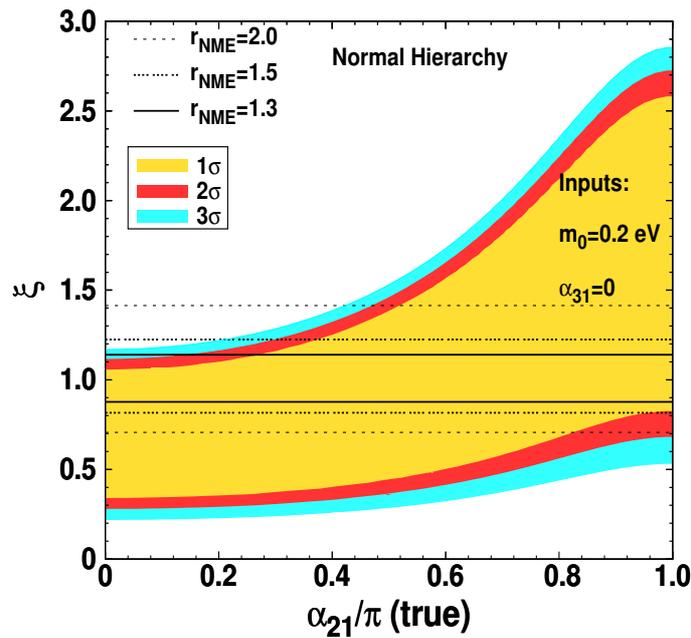
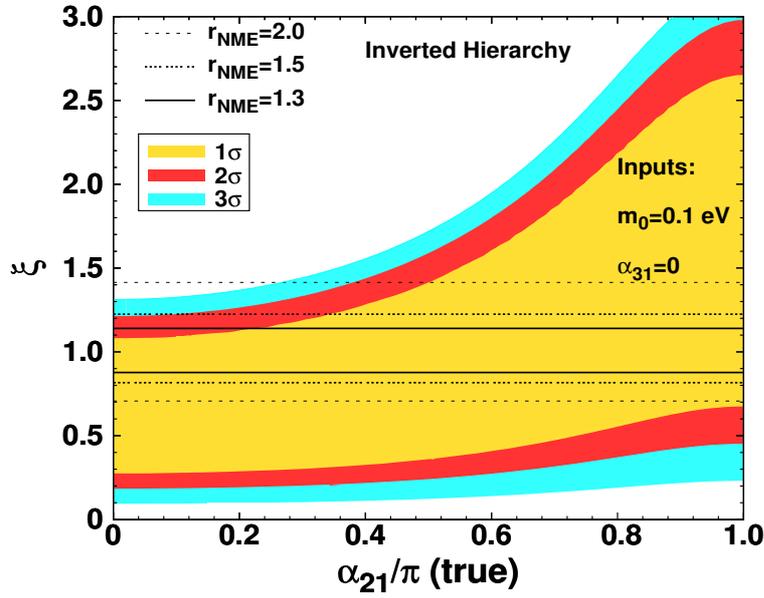
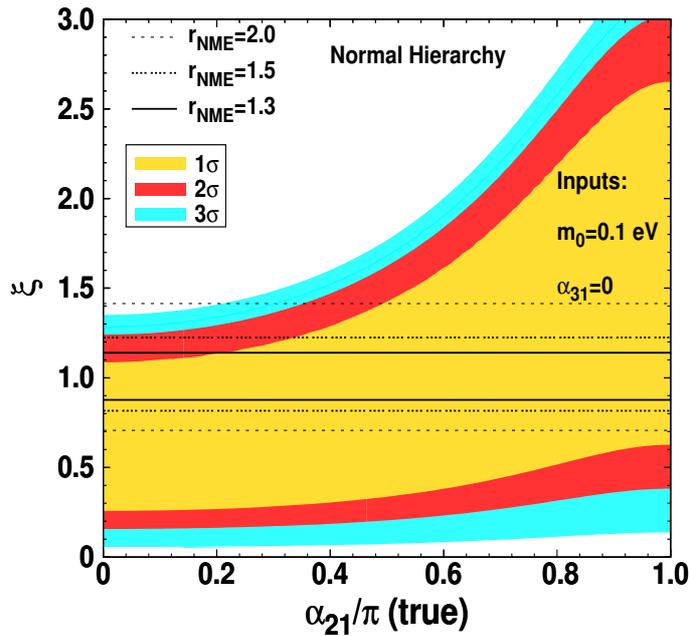


Figura 6.32: Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,2$  eV.



**Figura 6.33:** Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia invertida com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV.



**Figura 6.34:** Gráfico da região permitida de  $\xi$  para o caso de hierarquia normal com 1 DOF, com  $\sigma_\Sigma = 0,02$  eV e  $m_0 = 0,1$  eV.

## 7

### Conclusão

Esta tese teve como propósito analisar se é possível restringir a fase de CP de Majorana, assumindo um sinal positivo do duplo decaimento beta sem neutrinos, usando os dados cinemáticos e cosmológicos da massa do neutrino. Para alcançar este objetivo, começamos no capítulo 2 com uma revisão das propriedades do neutrino, assim como de sua oscilação, efeito que proporciona forte evidência que pelo menos dois neutrinos possuem massa, fato superlativo nas medidas cosmológicas na chamada “cosmologia de precisão”. No capítulo 3 estudamos brevemente os elementos de relatividade geral que precisaremos mais adiante no mesmo capítulo, para estudar a cosmologia de neutrino. No capítulo 4 estudamos os processos “Observáveis” os quais são: o decaimento beta, o duplo decaimento beta sem neutrinos e os sinais que deixou o neutrino na evolução do universo. No capítulo 5 estudamos a incerteza de cada Observável usado nesta tese. No capítulo 6 apresentamos os resultados de nosso estudo, onde analisamos as regiões permitidas dos parâmetros de nosso interesse, estes são:  $m_0$ ,  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{31}$ , esses iso-contornos das regiões permitidas nos permitirá ver até que ponto os valores verdadeiros dos parâmetros podem ser reproduzidos. Para quantificar a sensibilidade dos experimentos nos parâmetros, usamos a fração de exclusão. Para finalizar nosso estudo, ainda no capítulo 6, analisamos a capacidade que tem estes experimentos em restringir a incerteza da NME representada pelo parâmetro  $\xi$ .

Para analisar a sensibilidade às fases de Majorana  $\alpha_{21}$  e  $\alpha_{31}$ , assumimos um sinal positivo dos experimentos de duplo decaimento beta sem neutrinos, com uma incerteza na medida de  $\sigma_{0\nu\beta\beta} = 0,01\text{ eV}$ , igualmente temos uma incerteza para o decaimento beta de  $\sigma_\beta = 0,06\text{ eV}$  e a imprecisão fornecida pelos dados cosmológicos é de  $\sigma_\Sigma = 0,05\text{ eV}$ . Definimos também uma incerteza associada à NME denominada como  $r_{NME}$ , que é um parâmetro que produz o valor mínimo e máximo que teoricamente a NME pode ter. O parâmetro  $r_{NME}$  pode adquirir valores entre  $1,3 - 2,0$ . Para analisar a dependência deste parâmetro na sensibilidade à fase de Majorana, usamos um valor de  $r_{NME}$  mais agressivo fazendo  $r_{NME} = 1,1$  e combinamos esta análise com um valor otimista da incerteza cosmológica de

$\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}$ , como pode ser conferido nas figuras (6.17) e (6.18).

A sensibilidade dos experimentos às fases de Majorana é apresentada usando as regiões permitidas dos parâmetros  $m_0$ ,  $\alpha_{21}$ , e  $\alpha_{31}$ , figuras (6.1-6.8). Notamos que não podemos vincular a fase de Majorana  $\alpha_{31}$ , razão pela qual nos concentramos nos parâmetros  $\alpha_{21}$  e  $m_0$ , usando os painéis (6.9-6.12).

Para quantificar a sensibilidade dos experimentos, mostramos a fração de exclusão ( $f_{CPX}$ ), a qual é definida como uma função que exclui uma região no espaço de parâmetros, para um conjunto de valores de entrada já fornecidos. Observamos que a  $f_{CPX}$  é uma função que é adequada para identificar a sensibilidade à fase de Majorana, pois mesmo que encontremos um valor relativamente baixo, oferece informação extra que ajuda vincular este parâmetro. Ver artigo [52].

Estudamos também o comportamento da sensibilidade à fase  $\alpha_{21}$  com diferentes valores de  $r_{NME}$ . Notamos nos painéis (6.9-6.12) que a melhor sensibilidade é atingida quando  $r_{NME} = 1,3$  (linha pontilhada), isto acontece nos dois ordenamentos de massa. Quantificamos este vínculo com a  $f_{CPX}$ . Observamos que para  $r_{NME} = 1,3$  e  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$  no painel 6.13 figura (c) podemos excluir, para as duas hierarquias de massa, entre 10–50% da fase de Majorana, com  $2\sigma$  CL e  $\alpha_{31} = 0$ . Se agora comparamos este resultado com  $r_{NME} = 2,0$ , a figura (a) no mesmo painel, notamos que podemos excluir entre 10 – 30%. Neste ponto, gostaríamos analisar também a dependência que tem o parâmetro  $\alpha_{31}$  à sensibilidade de  $\alpha_{21}$ . Usando a figura (b) como referência e comparando a sensibilidade aqui quantificada com os iso-contornos da  $f_{CPX}$ , mostrados na figura (e), encontramos que no segundo caso com  $m_0 = 0,1 \text{ eV}$ , podemos excluir entre 10 – 50%, mostrando um leve aumento na sensibilidade quando  $\alpha_{31} = \pi$ .

Contemplamos também os casos quando a incerteza cosmológica passa de um valor  $\sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV} \rightarrow 0,05 \text{ eV}$ . Analisamos primeiro as figuras (b) no painel (6.13) e (b) em (6.14), como já foi visto, no primeiro caso podemos excluir entre 10 – 40%, já no segundo caso excluimos entre 10 – 50%, temos portanto um aumento na sensibilidade graças à redução da incerteza cosmológica. No painel (6.17), são apresentados os efeitos da redução da  $r_{NME}$  (c) e (f) e da incerteza  $\sigma_\Sigma$  (g) e (h), com  $\alpha_{31} = 0$ . No painel 6.18 o mesmo análise mas para  $\alpha_{31} = \pi$ .

Resumindo, podemos mostrar que a tendência da sensibilidade à fase de Majorana pode ser descrita do seguinte modo. Primeiro, observamos que a sensibilidade à fase  $\alpha_{21}$  tem uma leve dependência com  $\alpha_{31}$ , mas este vínculo é fraco. Este comportamento pode ser explicado observando que o termo que contém  $\alpha_{31}$  é  $s_{13}^2$  o qual é muito pequeno por causa do valor de  $\theta_{13}$ .

Segundo, analisando os painéis (6.9-6.12) notamos que há um aumento na sensibilidade à fase de Majorana, isto se o valor real é  $\alpha_{21} = 0$  ou  $\pi$ . A anterior

conclusão também pode ser conferida observando as figuras da  $f_{CPX}$  (6.13-6.14). Encontramos também que para um valor real de  $\alpha_{21} \sim 2\pi/3$  a sensibilidade é mínima.

Terceiro, encontramos que a sensibilidade nos dois ordenamentos de massa, para valores grandes da massa mais leve,  $m_0 \geq 0,15 \text{ eV}$ , a diferença entre as duas hierarquias é ínfima, isto porque para este valor de  $m_0$  estamos no regime de massa degenerado, portanto não existe diferença de hierarquias, onde  $m_0 = m_1 \sim m_2 \sim m_3$ . Porém, contemplamos que há uma tendência a um melhoramento na sensibilidade à fase de Majorana com o aumento do valor da massa mais leve. Contudo, para valores de massa mais leve,  $m_0 \leq 0,05 \text{ eV}$ , encontramos um melhoramento da sensibilidade à fase de Majorana  $\alpha_{21}$  para a hierarquia invertida.

Quarto, a sensibilidade à fase de Majorana  $\alpha_{21}$  aumenta quando consideramos uma redução da incerteza da NME. Esperamos portanto, que se um sinal positivo de  $0\nu\beta\beta$  é reportado, este seja a ponte entre a teoria e os experimentos, com o qual, melhores métodos e técnicas para medir a massa efetiva do neutrino sejam idealizados, com isto uma possível atenuação da incerteza da NME poderia ser atingida.

Quinto, encontramos uma dependência à fase de Majorana quando variamos o valor da incerteza cosmológica de  $\sigma_\Sigma = 0,05 \text{ eV} \rightarrow \sigma_\Sigma = 0,02 \text{ eV}$ . Este comportamento pode ser conferido nas figuras (6.17) e (6.18). Consequentemente, as medidas de  $\Sigma$  extraídas de Planck, no arcabouço da intitulada “era de precisão”, renovará o interesse do estudo do impacto da cosmologia na física de neutrinos. EUCLID e a combinação destes dados com os obtidos dos aglomerados de galáxias e de lenteamento fraco, abrirá um novo horizonte na cosmologia de neutrinos, onde poderemos obter  $\sigma_\Sigma \sim 0,01 \text{ eV} - 0,02 \text{ eV}$ , e assim vincularemos mais fortemente a fase de Majorana CP  $\alpha_{21}$ .

Neste ponto, poderíamos nos perguntar se o vínculo, entre os dados cosmológicos e a sensibilidade à fase de Majorana  $\alpha_{21}$ , é dependente do modelo cosmológico usado. Embora é um argumento válido, devemos ter presente que no futuro, os mesmos dados cosmológicos, servirão como teste para identificar qual é o modelo que melhor descreve o conteúdo de nosso universo. Consequentemente, neste trabalho assumimos que será estabelecido um modelo cosmológico robusto, o suficiente para obter uma medida sólida da pequena fração que os neutrinos têm em nosso universo.

Por outro lado, vale a pena salientar que um aspecto notável que encontramos em nosso trabalho, é a complementariedade entre os experimentos de  $0\nu\beta\beta$  e a cosmologia para restringir a fase CP de Majorana. Observamos que quando introduzimos dados cosmológicos podemos confinar a fase de Majorana, inclusive se os dados de  $0\nu\beta\beta$  por si só, carecem de informação relevante à fase de Majorana.

Finalmente, nos estudamos a possibilidade de restringir o elemento de matriz nuclear somente a partir da consistência com os resultados experimentais. Fazemos isto deixando o parâmetro  $\xi$  variar livremente. Encontramos que nos casos quando  $\alpha_{21} \sim 0$  ou  $\alpha_{21} \sim \pi$  é possível obter algum vínculo sobre NME, o qual pode ser usado para verificar sua consistência com o cálculo teórico.

## Referências Bibliográficas

- [1] P. A. R. Ade and *et al.* [Planck Collaboration]. Planck 2013 results. XVI. cosmological parameters. *astro-ph*, 1303.5076, 2013. 1, 4, 4.2.1, 4.3, 4.3, 5.1
- [2] M. Tegmark. and *et al.* Cosmological parameters from SDSS and WMAP. *Phys Rev*, D69:103501, 2004. 1, 4.3, 4.3
- [3] D. Eisenstein, W. Hu, and M. Tegmark. Cosmic complementarity:  $h_0$  and  $\omega_m$  from combining cosmic microwave background experiments and redshift surveys. *ApJ*, 504(L57), 1998. 1, 4.3
- [4] B. bassett and R. Hlozek. Barionic acoustic oscillations. *astro-ph/0910.5224*. 1, 4.3
- [5] W. Hu and M. Tegmark. Weak lensing: Prospect for measuring cosmological parameters. *ApJ*, 514(L65-L68), 1998. 1, 4.3
- [6] D. N. Spergel and *et al.* [WMAP Collaboration]. First year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters. *Astrophys. J. Suppl.*, 148:175–194, 2003. 1
- [7] D. N. Spergel and *et al.* [WMAP Collaboration]. Wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) three year results: Implications for cosmology. *Astrophys. J. Suppl.*, 170:377, 2007. 1
- [8] R. A. C. Croft and *et al.* Towards a precise measurement of matter clustering: Lyman- $\alpha$  forest data at redshifts 2-4. *The Astrophysical Journal*, 581:20, 2002. 1, 4.3
- [9] N. Y. Gnedin and A. J. S. Hamilton. Matter Power Spectrum from the Lyman-Alpha Forest: Myth or Reality? *MON.NOT.ROY.ASTRON.SOC.*, 334:107, 2002. 1, 4.3
- [10] C. Kraus, B. Bornschein, L. Bornschein, B. Flatt, A. Kovalik, B. Ostrick, E. W. Otten, and *et al.* Final results from phase II of the mainz neutrino mass search in tritium beta decay. *Eur Phys J. C*, 40(447), 2005. 1, 4, 4.1.1

- [11] V. N. Aseev and *et al.* [Troitsk Collaboration]. An upper limit on electron antineutrino mass from troitsk experiment. *Phys Rev D*, 84(112003), 2011. 1, 4, 4.1.1
- [12] M. Agostini and *et al.* [GEDRA Collaboration]. Results on neutrinoless double beta decay of  $^{76}\text{Ge}$  from gerda phase I. *Phys Rev Lett*, 111(122503), 2013. 1
- [13] M. Auger and *et al.* [EXO Collaboration]. Search for neutrinoless double-beta decay in  $^{136}\text{Xe}$  with EXO-200. *Phys Rev Lett*, 109(032505), 2012. 1, 4, 4.2.1
- [14] A. Gando and *et al.* [KamLAND-Zen Collaboration]. Limit on neutrinoless  $\beta\beta$  decay of  $^{136}\text{Xe}$  from the first phase of kamland-zen and comparison with the positive claim in  $^{76}\text{Ge}$ . *Phys Rev Lett*, 110(062502), 2013. 1
- [15] Z. Maki , M. Nakagawa, and S. Sakata . Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog Theor Phys*, 28(870), 1962. 1
- [16] F. Capozzi , G. L. Fogli , E. Lisi , A. Marrone , D. Montanino , and A. Palazzo . Status of three-neutrino oscillation parameters circa 2013. 1, 2.4.3, 5
- [17] M. Kobayashi and T. Maskawa. CP violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Prog Theor Phys*, 49(652), 1973. 1
- [18] M. Doi , T. Kotani , H. Nishiura , K. Okuda , and E. Takasugi . CP violation in majorana neutrinos. *Nucl Phys A*, 102(323), 1981. 1
- [19] S. M. Bilenky, S. Pascoli, and S. T. Petcov. Majorana neutrinos, neutrino mass spectrum, CP violation and neutrinoless double beta decay: The three neutrino mixing case. *Phys Rev D*, 64(053010), 2001. 1
- [20] J. Schechter and J. W. F. Valle. Neutrino masses in  $su(2) \times u(1)$  theories. *Phys Rev D*, 22(2227), 1980. 1
- [21] H. Minakata and O. Yasuda. Constraining almost degenerate three flavor neutrinos. *Phys Rev D*, 56(1962), 1997. 1
- [22] M. Czakon , J. Gluza , J. Studnik , and M. Zralek. In quest of neutrino masses at 0 (eV) scale. *Phys Rev D*, 65(053008), 2002. 1
- [23] S. Pascoli, S. T. Petcov, and L. Wolfenstein. Searching for the CP violation associated with majorana neutrinos. *Phys Lett B*, 524(319), 2002. 1
- [24] V. Barger, S. L. Glashow , P. Langacke, and D. Marfatia . No go for detecting CP violation via neutrinoless double beta decay. *Phys Lett B*, 540(247), 2002. 1

- [25] H. Nunokawa , W. J. C. Teves , and R. Zukanovich Funchal. Constraining the absolute neutrino mass scale and majorana CP violating phases by future 0 neutrino beta beta decay experiments. *Phys Rev D*, 66(093010), 2002. 1
- [26] S. Pascoli, S. T. Petcov, and W. Rodejohann . On the CP violation associated with majorana neutrinos and neutrinoless double beta decay. *Phys Lett B*, 549(177), 2002. 1
- [27] F. Deppisch , H. Pas , and J. Suhonen. Double beta decay versus cosmology: Majorana CP phases and nuclear matrix elements. *Phys Rev D*, 72(033012), 2005. 1
- [28] A. Joniec and M. Zralek . Conditions for detecting CP violation via neutrinoless double beta decay. *Phys Rev D*, 73(033001), 2006. 1
- [29] S. Pascoli , S. T. Petcov, and T. Schwetz. The absolute neutrino mass scale, neutrino mass spectrum, majorana CP-violation and neutrinoless double-beta decay. *Nucl Phys B*, 734(24), 2006. 1, 5.1
- [30] S. Choubey and W. Rodejohann. Neutrinoless double beta decay and future neutrino oscillation precision experiments. *Phys Rev D*, 72(033016), 2005. 1
- [31] F. Simkovic , S. M. Bilenky , A. Faessler , and T. .Gutsche . On the possibility of measuring the CP majorana phases in  $0\nu\beta\beta$  beta decay. *Phys Rev D*, 87(073002), 2013. 1
- [32] K. N. Abazajian, E. Calabrese, A. Cooray, F. De Bernardis, S. Dodelson, A. Friedland, G. M. Fuller, S. Hannestad, and *et al.* Cosmological and astrophysical neutrino mass measurements. *Astropart Phys*, 35(177), 2011. 1
- [33] V. Alvarez and *et al.* [NEXT Collaboration]. The NEXT-100 experiment for neutrinoless double beta decay searches (conceptual design report). *arxiv:1106.3630*. 1
- [34] R. Arnold and *et al.* [SuperNEMO Collaboration]. Probing new physics models of neutrinoless double beta decay with SuperNEMO. *Eur Phys J. C*, 70(927), 2010. 1
- [35] R. Gaitskell and *et al.* [Majorana Collaboration]. The majorana zero neutrino double beta decay experiment. 1
- [36] J. Hartnell and *et al.* [SNO Collaboration]. Neutrinoless double beta decay with SNO+. *J Phys Conf Ser*, 375(042015), 2012. 1

- [37] C. Arnaboldi and *et al.* [CUORE Collaboration]. CUORE: A cryogenic underground observatory for rare events. *Nucl Instrum Meth A*, 518(775), 2004. 1
- [38] J. J. Gomez-Cadenas, J. Martin-Albo, M. Mezzetto, F. Monrabal, and M. Sorel. The search for neutrinoless double beta decay. *Riv Nuovo Cim*, 35(29), 2012. 1, 4.2.1, 5.1
- [39] A. Giuliani and A. Poves. Neutrinoless double-beta decay. *Adv High Energy Phys*, 2012(857016), 2012. 1, 5.1
- [40] O. Cremonesi and M. Pavan. Neutrinoless double beta decay experiments. *arxiv*, 1310.4692, 2013. 1, 4, 4.2.1, 5.1, 5.1
- [41] V. A. Rodin , A. Faessler , F. Simkovic , and P. Vogel . On the uncertainty in the  $0 \nu \beta\beta$  decay nuclear matrix elements. *Phys Rev C*, 68(044302), 2003. 1
- [42] V. A. Rodin, A. Faessler, F. Simkovic, and P. Vogel. Assessment of uncertainties in QRPA  $0\nu\beta\beta$ -decay nuclear matrix elements. *Nucl Phys A*, 766(107), 2006. 1
- [43] E. Caurier, F. Nowacki, A. Poves, and J. Retamosa. Shell model studies of the double beta decays of  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$ , and  $^{136}\text{Xe}$ . *Phys Rev Lett*, 77(1954), 1996. 1
- [44] F. Simkovic, A. Faessler, H. Muther, V. Rodin, and M. Stauf. The  $0 \nu \beta\beta$ -decay nuclear matrix elements with self-consistent short-range correlations. *Phys Rev C*, 79(055501), 2009. 1
- [45] A. Gando [KamLAND Collaboration]. Reactor on-off antineutrino measurement with KamLAND. *arXiv:1303.4667*. 1
- [46] S. Kettell , J. Ling , X. Qian , M. Yeh , C. Zhang , C. -J. Lin , C. K. -B. Luk , R. Johnson, and *et al.* Neutrino mass hierarchy determination and other physics potential of medium-baseline reactor neutrino oscillation experiments. *hep-ex/1307.7419*. 1, 5
- [47] S. -H. Seo. Observation of reactor antineutrino disappearance at RENO and future plan. *Nucl Phys Proc Suppl*, 237(65), 2013. 1, 5
- [48] F. P. An and *et al.* [Daya Bay Collaboration]. Improved measurement of electron antineutrino disappearance at daya bay. *Chin Phys C*, 37(011001), 2013. 1

- [49] H. Seo. Recent results from reno. *Talk at XXIV Workshop on Weak Interactions and Neutrinos (WIN 2013)*, 2013. 1
- [50] J. Wolf [KATRIN Collaboration]. The KATRIN neutrino mass experiment. *Nucl Instrum Meth A*, 623(442), 2010. 1, 4, 4.1.1, 4.1.2, 5.1
- [51] <http://www-ik.fzk.de/katrin/publications/documents/designreport2004-12jan2005.pdf>. 1
- [52] P. A. N. Machado , H. Minakata , H. Nunokawa, and R. Zukanovich Funchal . What can we learn about the lepton CP phase in the next 10 years? 1, 6.2, 7
- [53] W. Pauli. Dear radioactive ladies and gentlemen. *Phys. Today*, 31N9:27, 1978. 2.1, 4
- [54] J. Chadwick. Possible existence of a neutron. *Nature*, 129:312, 1932. 2.1
- [55] E. Fermi. Trends to a theory of beta radiation. (in italian). *Nuovo Cim*, 11:1–19, 1934. 2.1
- [56] J. Perrin. On the theory of collisions between atoms and electrically charged particles. *Comptes Rendues*, 197:1625, 1933. 2.1
- [57] E. Fermi. On the theory of collisions between atoms and electrically charged particles. *Nuovo Cim.2*, pages 143–158, 1925. 2.1
- [58] E. Fermi. An attempt of a theory of beta radiation. 1. *Z. Phys*, 88:161–177, 1934. 2.1
- [59] G. Gamow and E. Teller. Selection rules for the  $\beta$ -disintegration. *Phys Rev*, 49(12):895–899, Jun 1936. 2.1
- [60] F. Reines and C. L. Cowan. A proposed experiment to detect the free neutrino. *Phys Rev*, 90(3):492–493, May 1953. 2.1
- [61] H. Bethe and R. Peierls. The neutrino. *Nature*, 133:532, 1934. 2.1
- [62] F. Reines. The neutrino: From poltergeist to particle. *Rev. Mod. Phys.*, 68:317–327, 1996. 2.1
- [63] F. Reines, C. L. Cowan, F. B. Harrison, A. D. McGuire, and H. W. Kruse. Detection of the free antineutrino. *Phys Rev*, 117(1):159–173, Jan 1960. 2.1
- [64] T. D. Lee and C. N. Yang. Question of parity conservation in weak interactions. *Phys Rev*, 104(1):254–258, Oct 1956. 2.1

- [65] R. P. Feynman and M. Gell-Mann. Theory of the fermi interaction. *Phys Rev*, 109(1):193–198, Jan 1958. 2.1
- [66] E. C. G. Sudarshan and R. E. Marshak. Chirality invariance and the universal fermi interaction. *Phys Rev*, 109(5):1860–1862, Mar 1958. 2.1
- [67] J. J. Sakurai. Mass reversal and weak interactions. *Nuovo Cim.*, 7:649–660, 1958. 2.1
- [68] L. D. Landau. On the conservation laws for weak interactions. *Nucl Phys*, 3:127–131, 1957. 2.1, 4
- [69] T. D. Lee and C. N. Yang. Parity nonconservation and a two-component theory of the neutrino. *Phys Rev*, 105(5):1671–1675, Mar 1957. 2.1, 4
- [70] A. Salam. On parity conservation and neutrino mass. *Nuovo Cim.*, 5:299–301, 1957. 2.1, 4
- [71] W. Pauli. General principles of quantum mechanics. *Springer-Verlag.*, 1980. 3
- [72] M. Goldhaber, L. Grodzins, and A. W. Sunyar. Helicity of neutrinos. *Phys Rev*, 109(3):1015–1017, Feb 1958. 2.1
- [73] B. T. Cleveland and *et al.* Measurement of the solar electron neutrino flux with the homestake chlorine detector. *Astrophys. J.*, 496:505–526, 1998. 2.1
- [74] B. Pontecorvo. Electron and muon neutrinos. *Sov. Phys. JETP*, 10:1236–1240, 1960. 2.1
- [75] S. Weinberg. A model of leptons. *Phys Rev Lett*, 19(21):1264–1266, Nov 1967. 2.1
- [76] A. Salam. Proc. of the 8th Nobel Symposium on Elementary Particle Theory, Relativistic Group and Analyticity. *Stockholm Sweden.*, pages 367–377, 1968. 2.1
- [77] P. W. Higgs. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Phys Rev Lett*, 13(16):508–509, Oct 1964. 2.1
- [78] P. W. Higgs. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons. *Phys Rev*, 145(4):1156–1163, May 1966. 2.1
- [79] P. W. Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Phys Lett*, 12:132–133, 1964. 2.1

- [80] F. Englert and R. Brout. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Phys Rev Lett*, 13(9):321–323, Aug 1964. 2.1
- [81] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble. Global conservation laws and massless particles. *Phys Rev Lett*, 13(20):585–587, Nov 1964. 2.1
- [82] T. W. B. Kibble. Symmetry breaking in non-abelian gauge theories. *Phys Rev*, 155(5):1554–1561, Mar 1967. 2.1
- [83] Gerard 't Hooft. Renormalization of massless yang-mills fields. *Nucl Phys*, B33:173–199, 1971. 2.1
- [84] Gerard 't Hooft. Renormalizable lagrangians for massive yang-mills fields. *Nucl Phys*, B35:167–188, 1971. 2.1
- [85] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman. Regularization and renormalization of gauge fields. *Nucl Phys*, B44:189–213, 1972. 2.1
- [86] F. J. Hasert and *et al.* [Gargamelle Neutrino Collaboration]. Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the gargamelle neutrino experiment. *Phys Lett*, B46:138–140, 1973. 2.1
- [87] F. J. Hasert and *et al.* Search for elastic muon neutrino electron scattering. *Phys Lett*, B46:121–124, 1973. 2.1
- [88] F. J. Hasert and *et al.* [Gargamelle Neutrino Collaboration]. Observation of neutrino like interactions without muon or electron in the gargamelle neutrino experiment. *Nucl Phys*, B73:1–22, 1974. 2.1
- [89] A. Benvenuti and *et al.* Observation of muonless neutrino-induced inelastic interactions. *Phys Rev Lett*, 32(14):800–803, Apr 1974. 2.1
- [90] J. J. Aubert and *et al.* Experimental observation of a heavy particle  $j$ . *Phys Rev Lett*, 33(23):1404–1406, Dec 1974. 2.1
- [91] J. E. Augustin and *et al.* Discovery of a narrow resonance in  $e+e-$  annihilation. *Phys Rev Lett*, 33(23):1406–1408, Dec 1974. 2.1
- [92] G. Arnison and *et al.* [UA1 Collaboration]. Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at  $s^{(1/2)} = 540$ -gev. *Phys Lett*, B122:103–116, 1983. 2.1
- [93] M. Banner and *et al.* [UA2 Collaboration]. Observation of single isolated electrons of high transverse momentum in events with missing transverse energy at the CERN anti-p p collider. *Phys Lett*, B122:476–485, 1983. 2.1

- [94] G. Arnison and *et al.* [UA1 Collaboration]. Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around  $95 - \text{GeV}/c^2$  at the CERN SPS collider. *Phys Lett*, B126:398–410, 1983. 2.1
- [95] P. Bagnaia and *et al.* [UA2 Collaboration]. Evidence for  $Z^0 \rightarrow e^+e^-$  at the CERN anti-p p collider. *Phys Lett*, B129:130–140, 1983. 2.1
- [96] M. L. Perl and *et al.* Evidence for anomalous lepton production in  $e + -e-$  annihilation. *Phys Rev Lett*, 35(22):1489–1492, Dec 1975. 2.1
- [97] S. W. Herb and *et al.* Observation of a dimuon resonance at 9.5 GeV in 400-GeV proton-nucleus collisions. *Phys Rev Lett*, 39(5):252–255, Aug 1977. 2.1
- [98] F. Abe and *et al.* Observation of top quark production in  $p\bar{p}$  collisions with the collider detector at Fermilab. *Phys Rev Lett*, 74(14):2626–2631, Apr 1995. 2.1
- [99] S. Abachi and *et al.* Observation of the top quark. *Phys Rev Lett*, 74(14):2632–2637, Apr 1995. 2.1
- [100] D. Decamp and *et al.* [ALEPH Collaboration]. Determination of the number of light neutrino species. *Phys Lett*, B231:519, 1989. 2.1
- [101] P. A. Aarnio and *et al.* [Delphi Collaboration]. Measurement of the mass and width of the  $Z^0$  particle from multi-hadronic final states produced in  $e^+e^-$  annihilations. *Phys Lett*, B231:539, 1989. 2.1
- [102] B. Adeva and *et al.* [L3 Collaboration]. A determination of the properties of the neutral intermediate vector boson  $Z^0$ . *Phys Lett*, B231:509, 1989. 2.1
- [103] M. Z. Akrawy and *et al.* [OPAL Collaboration]. Measurement of the  $Z^0$  mass and width with the OPAL detector at LEP. *Phys Lett*, B231:530, 1989. 2.1
- [104] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, and R. Turlay. Evidence for the  $2\pi$  decay of the  $K^0_2$  meson. *Phys Rev Lett*, 13(4):138–140, Jul 1964. 2.1
- [105] M. Kobayashi and T. Maskawa. CP violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Prog Theor Phys*, 49:652–657, 1973. 2.1
- [106] N. Cabibbo. Unitary symmetry and leptonic decays. *Phys Rev Lett*, 10(12):531–533, Jun 1963. 2.1
- [107] B. Pontecorvo. Mesonium and antimesonium. *Sov Phys JETP*, 6:429, 1957. 2.1, 2.4.2

- [108] B. Pontecorvo. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge. *Sov Phys JETP*, 7:172–173, 1958. 2.1, 2.4.2
- [109] Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog Theor Phys*, 28:870, 1962. 2.1, 2.4.2
- [110] B. Pontecorvo. Neutrino experiments and the question of leptonic-charge conservation. *Sov Phys JETP*, 26:984–988, 1968. 2.1, 2.4.2, 2.4.2
- [111] V. N. Gribov and B. Pontecorvo. Neutrino astronomy and lepton charge. *Phys Lett*, B2:493, 1969. 2.1
- [112] S. Eliezer and R. A. Swift. Experimental consequences of electron neutrino-muon-neutrino mixing in neutrino beams. *Nucl Phys*, B105:45, 1976. 2.1, 2.4.2
- [113] H. Fritzsch and P. Minkowski. Vector-like weak currents, massive neutrinos, and neutrino beam oscillations. *Phys Lett*, B62:72, 1976. 2.1, 2.4.2
- [114] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo. The lepton-quark analogy and muonic charge. *Yad Fiz*, 24. 2.1, 2.4.2
- [115] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo. Again on neutrino oscillations. *Nuovo Cim Lett*, 17:569, 1976. 2.1, 2.4.2
- [116] K. Hirata and *et al.* Observation of a neutrino burst from the supernova SN1987A. *Phys Rev Lett*, 58(14):1490–1493, Apr 1987. 2.1
- [117] J. N. Bahcall, P. I. Krastev, and A. Yu Smirnov. Where do we stand with solar neutrino oscillations? *Phys Rev D*, 58(9):096016, Oct 1998. 2.1
- [118] M. Malek and *et al.* Search for supernova relic neutrinos at Super-Kamiokande. *Phys Rev Lett*, 90(6):061101, Feb 2003. 2.1
- [119] W. M. Allison and *et al.* The atmospheric neutrino flavor ratio from a 3.9 fiducial kiloton-year exposure of soudan 2. *Phys Lett*, B(449):137–144, 1999. 2.1
- [120] M. Sanchez and *et al.* Measurement of the L/E distributions of atmospheric  $\nu$  in soudan 2 and their interpretation as neutrino oscillations. *Phys Rev D*, 68(11):113004, Dec 2003. 2.1
- [121] W. M. Allison and *et al.* Neutrino oscillation effects in soudan 2 upward-stopping muons. *Phys Rev D*, 72(5):052005, Sep 2005. 2.1

- [122] S. P. Ahlen and *et al.* [MACRO Collaboration]. Atmospheric neutrino flux measurement using upgoing muons. *Phys Lett*, B357:481–486, 1995. 2.1
- [123] M. Ambrosio and *et al.* [MACRO Collaboration]. Measurement of the atmospheric neutrino-induced upgoing muon flux using macro. *Phys Lett*, B434:451–457, 1998. 2.1
- [124] M. H. Ahn and *et al.* Indications of neutrino oscillation in a 250 Km long-baseline experiment. *Phys Rev Lett*, 90(4):041801, Jan 2003. 2.1
- [125] E. Aliu and *et al.* Evidence for muon neutrino oscillation in an accelerator-based experiment. *Phys Rev Lett*, 94(8):081802, Mar 2005. 2.1
- [126] D. Michael and *et al.* [MINOS Collaboration]. Observation of muon neutrino disappearance with the MINOS detectors and the NuMI neutrino beam. *Phys Rev Lett*, 97:191801, 2006. 2.1
- [127] G. L. Fogli and *et al.* Observables sensitive to absolute neutrino masses: A reappraisal after WMAP-3y and first MINOS results. *Phys Rev*, D75:053001, 2007. 2.1
- [128] W. Hampel and *et al.* [GALLEX Collaboration]. Gallex solar neutrino observations: Results for GALLEX IV. *Phys Lett*, B447:127–133, 1999. 2.1
- [129] M. Altmann and *et al.* [GNO Collaboration]. Complete results for five years of GNO solar neutrino observations. *Phys Lett*, B616:174–190, 2005. 2.1
- [130] A. I. Abazov and *et al.* Search for neutrinos from the sun using the reaction  ${}^{71}\text{Ga}(\nu_e, e^-) {}^{71}\text{Ge}$ . *Phys Rev Lett*, 67(24):3332–3335, Dec 1991. 2.1
- [131] J. N. Abdurashitov and *et al.* Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. *Phys Rev C*, 60(5):055801, Oct 1999. 2.1
- [132] T. Araki and *et al.* [KamLAND Collaboration]. Measurement of neutrino oscillation with KamLAND: Evidence of spectral distortion. *Phys Rev Lett*, 94:081801, 2005. 2.1
- [133] K. Eguchi and *et al.* First results from KamLAND: Evidence for reactor antineutrino disappearance. *Phys Rev Lett*, 90(2):021802, Jan 2003. 2.1
- [134] T. Araki and *et al.* Experimental investigation of geologically produced antineutrinos with KamLAND. *Nature*, 436:499–503, 2005. 2.1

- [135] Q. R. Ahmad and *et al.* [SNO Collaboration]. Measurement of the rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  interactions produced by  $^8\text{B}$  solar neutrinos at the sudbury neutrino observatory. *Phys Rev Lett*, 87:071601, 2001. 2.1
- [136] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. *Phys Rev D*, 17(9):2369–2374, May 1978. 2.1
- [137] S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Sov J Nucl Phys*, 42:913–917, 1985. 2.1
- [138] S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonant amplification of neutrino oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Nuovo Cim.*, C9:17–26, 1986. 2.1
- [139] J. N. Bahcall, W. A. Fowler, I. Iben, and R. L. Sears. Solar neutrino flux. *Astrophys J*, 137:344–346, 1963. 2.1
- [140] John N. Bahcall. Neutrino astrophysics. CAMBRIDGE, UK: UNIV. PR. (1989) 567p. 2.1
- [141] J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, and S. Basu. Solar models: Current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties. *Astrophys J*, 555:990–1012, 2001. 2.1
- [142] L. Langer and R. Moffat. The beta-spectrum of tritium and the mass of the neutrino. *Phys Rev*, 88(4):689–694, Nov 1952. 2.4
- [143] Assamagan. K and *et al.* Upper limit of the muon-neutrino mass and charged pion mass from momentum analysis of a surface muon beam. *Phys Rev*, D53:6065–6077, 1996. 2.4
- [144] R. Barate and *et al.* [ALEPH Collaboration]. An upper limit on the  $\tau$  neutrino mass from three-and-five-prong tau decays. *Eur. Phys. J.*, C2:395–406, 1998. 2.4
- [145] G. Danby and *et al.* Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos. *Phys Rev Lett*, 9(1):36–44, Jul 1962. 2.4.2
- [146] S. F. King. Neutrino mass. page 52, 2007. 2.4.2
- [147] S. S. Gershtein and Ya. B. Zeldovich. Rest mass of muonic neutrino and cosmology. *JETP Lett.*, 4:120–122, 1966. 2.4.4

- [148] A. D. Dolgov. Neutrinos in Cosmology. *Physics Reports*, 370:333, 2002. 2.4.4, 4.3
- [149] R. Cowsik and J. McClelland. An upper limit on the neutrino rest mass. *Phys Rev Lett*, 29(10):669–670, Sep 1972. 2.4.4
- [150] Alpher. Ralph A, Follin. James W, and Herman. Robert C. Physical Conditions in the Initial Stages of the Expanding Universe. *Phys Rev*, 92(6):1347–1361, Dec 1953. 3.1
- [151] Chiu. Hong-Yee and P. Morrison. Neutrino Emission from Black-Body Radiation at High Stellar Temperatures. *Phys Rev Lett*, 5(12):573–575, Dec 1960. 3.1
- [152] A.S. Szalay and G. Marx. Neutrino rest mass from Cosmology. *Astron.Astrophys*, 49:437–441, Dec 1976. 3.1
- [153] P.A. Aarnio and *et al.* Measurement of the Mass and Width of the  $z^0$  Particle from multi-Hadronic Final States Produced in  $e^+ - e^-$  annihilations. *Phys.Lett*, B231:539, Apr 1989. 3.1
- [154] Particle data group. *Physics Letters*, B:104, 2009. 3.7.1, 4.3
- [155] Serpico. Pasquale D and Raffelt. Georg G. Lepton asymmetry and primordial nucleosynthesis in the era of precision cosmology. *Phys Rev D*, 71(12):127301, Jun 2005. 3.7.1, 3.7.1
- [156] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, A. Palazzo, P. Serra, and J. Silk. Observables sensitive to absolute neutrino masses: Constraints and correlations from world neutrino data. *Phys Rev D*, 70(113003), 2004. 4
- [157] R. A. Battye and A. Moss. Evidence for massive neutrinos from CMB and lensing observations. *Phys Rev Lett*, 112(051303). 4, 4.3
- [158] E. Gawiser and J. Silk. Extracting primordial density fluctuations. *Science*, 280(1405), 1998. 4
- [159] J. Lesgourgues and S. Pastor. Massive neutrinos and cosmology. *Physics Reports*, 429:307–379, 2006. 4, 4.3
- [160] E. Komatsu and *et al.* [WMAP Collaboration]. Five year wilkinson microwave anisotropy probe WMAP observations: Cosmological interpretation. *Astrophys J Suppl*, 180:330–376, 2009. 4

- [161] Y. Fukuda and *et al* [Super-Kamiokande Collaboration]. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys Rev Lett*, 81(1562), 1998. 4, 4.2.1
- [162] J. Hoska and *et al* [Super-Kamiokande Collaboration]. Solar neutrino measurements in Super-Kamiokande - I. *Phys Rev D*, 73(112001), 2006. 4
- [163] K. Hirata and *et al* [Super-Kamiokande Collaboration]. Observation  $^8\text{B}$  of solar neutrinos in the Kamiokande - II detector. *Phys Rev D*, 73(112001), 2006. 4
- [164] P. Anselmann and *et al* [GALLEX Collaboration]. Solar neutrinos observed by GALLEX at Gran Sasso. *Phys Rev Lett*, B 285(386), 1992. 4
- [165] J. Abdurashitov and *et al* [GALLEX Collaboration]. Results from SAGE. *Phys Rev Lett*, B 328(234), 1994. 4
- [166] Q. Ahmad and *et al* [SNO Collaboration]. Measurement of the rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  interactions produced by  $^8\text{B}$  solar neutrinos at the sudbury neutrino observatory. *Phys Rev Lett*, 87(071301), 2001. 4
- [167] C. Arpesella and *et al* [BOREXINO Collaboration]. First real detection of  $^7\text{Be}$  solar neutrinos by borexino. *Phys Rev Lett*, B 658(101), 2008. 4
- [168] K. Eguchi and *et al* [Super-Kamiokande Collaboration]. First results from KamLAND: Evidence for reactor antineutrino disappearance. *Phys Rev Lett*, 90(021802), 2003. 4
- [169] E. Alui and *et al* [K2K Collaboration]. Evidence for muon neutrino oscillation in an accelerator-based experiment. *Phys Rev Lett*, 94(081802), 1994. 4
- [170] D. Michael and *et al* [MINOS Collaboration]. Observation of muon neutrino disappearance with the MINOS detectors in the NuMI neutrino beam. *Phys Rev Lett*, 97(191801), 2006. 4
- [171] S. Curran, J. Angus, and A. Cockroft. The beta-spectrum of tritium. *Phys Rev*, 76(853), 1949. 4.1
- [172] E. Konopinski.  $\text{H}^3$  and the mass of the neutrino. *Phys Rev*, 72(518), 1947. 4.1
- [173] S. Curran, J. Angus, and A. Cockroft. The beta-spectrum of tritium. *Nature*, 162(352), 1948. 4.1
- [174] D. Hamilton, W. Alford, and L. Gross. Upper limits on the neutrino mass from the tritium beta spectrum. *Phys Rev*, 92(1521), 1953. 4.1

- [175] L. Langer and R. Moffat. The beta-spectrum of tritium and the mass of the neutrino. *Phys Rev*, 88(689), 1952. 4.1
- [176] R. Salgo and H. Staub. Re-determination of beta-energy of tritium and its relation of neutrino rest mass and gamow-teller matrix element. *Nucl Phys, A* 138(417), 1969. 4.1
- [177] R. Daris and C. St Pierre. Beta decay of tritium. *Nucl Phys, A* 138(545), 1969. 4.1
- [178] K. Bergkvist. High luminosity, high resolution study of endpoint behaviour of tritium beta spectrum (I)- basic experimental procedure and analysis with regard to neutrino mass and neutrino degeneracy. *Nucl Phys, B* 39(317), 1972. 4.1
- [179] K. Bergkvist. High luminosity, high resolution study of endpoint behaviour of tritium beta spectrum (II)- endpoint energy of spectrum- comparasion of experimental axial-vector matrix element with predictions based on PAC. *Nucl Phys, B* 39(371), 1972. 4.1
- [180] K. Bergkvist. *Phys Scr*, 4(23), 1971. 4.1
- [181] E. Trer'yakov. Measurements of tritium beta-spectrum in order to improve upper limit for rest mass of anti-neutrino. *Izvest Akad Nauk, SSSR Ser Fiz* 39(583), 1975. 4.1
- [182] M. Fritschi and *et al.* An upper limit for the mass of the  $\nu_e$  from tritium beta-decay. *Phys Rev Lett*, 173B(485), 1986. 4.1
- [183] J. Wilkerson and *et al.* Limit on  $\bar{\nu}_e$  mass from free-molecular-tritium-beta-decay. *Phys Rev Lett*, 58(2023), 1987. 4.1
- [184] H. Kawakami and *et al.* An upper limit for the mass of the electron anti-neutrino from INS experiment. *Phys Rev Lett*, 187B(198), 1987. 4.1
- [185] H. Kawakami and *et al.* Neutrino mass and endpoint energy of  $^3\text{H}$  beta-decay. *Journal of the Phys Soc Jap*, 57(2873-2876), 1988. 4.1
- [186] H. Kawakami and *et al.* New upper bound on the electron anti-neutrino massa. *Phys Rev Lett B*, 256(105-111), 1991. 4.1
- [187] R. Robertson and *et al.* Limit on  $\bar{\nu}_e$  mass form observation of the  $\beta$  decay of molecular tritium. *Phys Rev Lett*, 67(957-960), 1991. 4.1

- [188] W. Stoeffl and D. Duncan. Anomalous structure in the beta decay of gaseous molecular tritium. *Phys Rev Lett*, 75(3237-3240), 1995. 4.1
- [189] J. Schechter and J. W. F Valle. Neutrinoless double- $\beta$  decay in  $su(2) \times u(1)$  theories. *Phys Rev B*, 25(2951), 1982. 4.2
- [190] M. Goeppert. Double beta desintegration. *Phys Rev*, 48(512), 1935. 4.2
- [191] E. Majorana. Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone. *Nuovo Cimento*, 14(171), 1937. 4.2
- [192] G. Racah. *Nuovo Cimento*, 14(322), 1937. 4.2
- [193] W. Furry. On transition probabilities in double beta-disintegration. *Phys Rev*, 56(1184), 1939. 4.2, 4.2
- [194] H. Primakoff. Angular correlation of electrons in double beta-decay. *Phys Rev*, 85(888), 1952. 4.2
- [195] R. Davis. Attempt to detect the antineutrinos from a nuclear reactor by the Cl  $^{37}(\bar{\nu}, e^-) A^{37}$  reaction. *Phys Rev*, 97(766), 1955. 4.2
- [196] J. Pati and A. Salam. Lepton number as the fourth "color". *Phys Rev D*, 10(275), 1974. 4.2
- [197] R. Mohapatra and G. Senjanovic. Exact left-right symmetry and spontaneous violation of parity. *Phys Rev D*, 12(1502), 1975. 4.2
- [198] L. Baudis and *et al*. Limits on the majorana neutrino mass in the 0.1 eV range. *Phys Rev Lett*, 83(41), 1999. 4.2
- [199] R. Arnold and *et al* [NEMO3 Collaboration]. First results of the search for neutrinoless double-beta decay with the NEMO 3 detector. *Phys Rev Lett*, 95(182302), 2005. 4.2
- [200] C. Arnaboldi and *et al* [CUORE Collaboration]. Limits on the Majorana neutrino mass in the 0.1 eV range. *Phys Lett B*, 584(260), 2004. 4.2
- [201] A. Gando and *et al* [KamLAND Collaboration]. Measurement of the double- $\beta$  decay half-life of  $^{136}\text{Xe}$  with the KamLAND-Zen experiment. *Phys Rev C*, 85(045504), 2012. 4.2, 4.2, 4.2.1
- [202] H. V. Klapdor-Kleingrothaus, I. V. Krivosheina, and A. Dietz and O. Chkvorets. Search for neutrinoless double beta decay with enriched  $^{76}\text{Ge}$  in gran sasso 1990-2003. *Physics Letters B*, 586:198, 2004. 4.2, 4.3

- [203] H. V. Klapdor-Kleingrothaus , I. V. Krivosheina , A. Dietz , and O. Chkvorets . Search for neutrinoless double beta decay with enriched  $^{76}\text{Ge}$  in gran sasso 1990-2003. *Phys Lett B*, 586(198), 2004. 4.2
- [204] F. Avignone, S. Elliot, and J. Engel. Double beta decay, majorana neutrinos, and neutrino mass. *Rev Mod Phys*, 80, 2008. 4.2
- [205] J. Beringer and *et al* [Particle Data Group Collaboration]. Review of particle physics (rpp). *Phys Rev D*, 86(010001), 2012. 4.2.1
- [206] S. R. Elliott and P. Vogel . Double beta decay. *Ann Rev Nucl Part Sci*, 52(115), 2002. 4.2.1, 5.1
- [207] S. Elliott and J. Engel. Double beta decay. *J Phys*, G30(R183), 2004. 4.2.1
- [208] J. Suhonen and O. Civitarese. Weak interactions and nuclear structure aspects of nuclear double beta decay. *Phys Rep*, 300(123), 1998. 4.2.1
- [209] W. Haxton and G. Stephenson. Double beta decay and neutrino masses. *Prog Particle and Nucl Phys*, 12(409), 1984. 4.2.1
- [210] J. Sinatkas, L. Skouras, D. Strottman, and J. Vergados. Shell-model calculations in the A=80-100 mass region: I. a study of the N=50 nuclei. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 18(8):1377, 1992. 4.2.1
- [211] E. Caurier, A. Zucker, and A. Poves. A Full  $0\text{ h-bar}$  omega description of the 2 neutrino beta beta decay of  $^{48}\text{Ca}$ . *Phys Lett B*, 252(13), 1990. 4.2.1
- [212] A. Huffman. Nuclear matrix elements in the double beta decay  $^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$ . *Phys Rev C*, 2(742), 1970. 4.2.1
- [213] J. Suhonen, P. Divari, L. Skouras, and I. Johnstone. Double beta decay of  $^{92}\text{Mo}$ : Comparison of the shell model and the quasiparticle random-phase approximation. *Phys Rev C*, 55(714), 1997. 4.2.1
- [214] J. Rematosa, E. Caurier, and F. Nowacki. Neutrinoless double beta decay of  $^{48}\text{Ca}$ . *Phys Rev C*, 51(371), 1995. 4.2.1
- [215] E. Caurier, F. Nowacki, A. Poves, and J. Rematosa. Shell model studies of the double beta decays of  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$  and  $^{136}\text{Xe}$ . *Phys Lett*, 77(1954), 1996. 4.2.1
- [216] P. Vogel and M. Zirnbauer. Suppression of the two-neutrino double-beta decay by nuclear-structure effects. *Phys Lett*, 57(3148), 1986. 4.2.1

- [217] J. Hirsch and *et al.* Gamow-Teller strength functions and two-neutrino double beta decay. *Nucl Phys*, A516(305), 1990. 4.2.1
- [218] S. Cole and *et al.* The 2dF Galaxy Redshift Survey: Power-spectrum analysis of the final dataset and cosmological implications. 2005. 4.3
- [219] W. Boggess and *et al.* The COBE mission- Its desing and performance two years after launch. *ApJ*, 397(420), 1992. 4.3
- [220] W. HU , D. Eisenstein, and M. Tegmark. Weighing Neutrinos with Galaxy Survey. *Phys Rev Lett*, 80(24):5255, 1998. 4.3
- [221] L. Casarini, A. Maccio, and S. Bonometto. Dynamical dark energy simulations: high accuracy power spectra at high redshift. *JCAP*, 2009(03):014, 2009. 4.3
- [222] L. Amendola and *et al* [Euclid Theory Working Group Collaboration]. Cosmology and fundamental physics with the euclid satellite. *Living Rev Rel*, 16(6), 2013. 4.3, 6.1
- [223] SNAP Collaboration. Probing dark energy via weak gravitational lensing with the supernova acceleration probe (SNAP). 2005. 4.3
- [224] M. Bartelmann and P. Schneider. Weak Gravitational Lensing. *Phys Rep*, 340(291-472), 2001. 4.3
- [225] K.S. Hirata, T. Kajita, M. Koshiba, M. Nakahata, Y. Oyama, and *et al.* Observation in the kamiokande-II detector of the Neutrino Burst from Supernova SN 1987A. *Phys Rev*, D38:448–458, 1988. 4.4
- [226] K.S. Hirata, T. Kajita, M. Koshiba, M. Nakahata, Y. Oyama, and *et al.* Observation of a neutrino burst from the supernova SN1987A. *Phys Rev Lett*, 58:1490–1493, Apr 1987. 4.4
- [227] R. M. Bionta, G. Blewitt, C. B. Bratton, D. Casper, and *et al.* Observation of a neutrino burst in coincidence with supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud. *Phys Rev Lett*, 58:1494–1496, Apr 1987. 4.4
- [228] C. B. Bratton, D. Casper, A. Ciocio, R. Claus, and *et al.* Angular distribution of events from SN1987A. *Phys Rev D*, 37:3361–3363, Jun 1988. 4.4
- [229] E. N. Alexeyev, L. N. Alexeyeva, I. V. Krivosheina, and V. I. Volchenko. Detection of the neutrino signal from SN87A using the baksan underground scintillation telescope. *Phys Lett B*, 205(209-214), 1988. 4.4

- [230] V. L. Dadykin, G. T. Zatsepin, V. B. Korchagin, P. V. Korchagin, A. S. Malgin, and *et al.* Detection of a Rare Event on 23 February 1987 by the Neutrino Radiation Detector Under Mont Blanc. *JETP Lett*, 45:593–595, 1987. 4.4
- [231] G. Zatsepin. Possibility of determining the upper limit of the neutrino mass from the time of flight. *JETP Lett*, 8(205-206), 1968. 4.4
- [232] H. Minakata , H. Nunokawa , W. J. C. Teves , and R. Zukanovich Funchal . Reactor measurement of  $\theta_{12}$ : Principles, accuracies and physics potentials. *Phys Rev D*, 71(013005), 2005. 5
- [233] S. -F. Ge , K. Hagiwara , N. Okamura , and Y. Takaesu . Determination of mass hierarchy with medium baseline reactor neutrino experiments. *JHEP*, 1305(131), 2013. 5
- [234] F. Capozzi , E. Lisi , and A. Marrone . Neutrino mass hierarchy and electron neutrino oscillation parameters with one hundred thousand reactor events. *Phys Rev D*, 89(013001), 2014. 5, 5.1
- [235] J. Hamann, S. Hanestad , and Y. Wong . Measuring neutrino masses with a future galaxy survey. *JCAP*, 11(052), 2012. 5.1, 6.2
- [236] M. K. Moe . Experimental review of double beta decay. *Nucl Phys Proc Suppl*, 19(158), 1991. 5.1
- [237] J. Kotila and F. Iachello. Phase space factors for double- $\beta$  decay. *Phys Rev C*, 85(034316), 2012. 5.1
- [238] O. Host , O. Lahav , F. B. Abdalla , and K. Eitel . Forecasting neutrino masses from combining KATRIN and the CMB: Frequentist and bayesian analyses. *Phys Rev D*, 76(113005), 2007. 5.2
- [239] S. Hannestad . Global neutrino parameter estimation using Markov Chain Monte Carlo. *hep-ph/0710.1952*. 5.2