



Fábio Simone de Souza

**FLEXIBILIZAÇÃO E COGERAÇÃO:
Aplicação da Teoria de Opções Reais ao Setor Sucroalcooleiro**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Carlos Patrício Samanez
Co-Orientador: Prof. Tara Keshar Nanda Baidya

Rio de Janeiro
Agosto de 2012



Fábio Simone de Souza

**FLEXIBILIZAÇÃO E COGERAÇÃO:
Aplicação da Teoria de Opções Reais ao Setor Sucroalcooleiro**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Carlos Patrício Samanez

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Tara Keshar Nanda Baidya

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Katia Maria Carlos Rocha

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Ilda Maria de Paiva Almeida Spritzer

Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação – Cefet/RJ

Prof. José Paulo Teixeira

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 03 de Agosto de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fábio Simone de Souza

Graduou-se em Ciências Econômicas pela Universidade Federal Fluminense em Agosto de 2000. Finalizou o curso de Mestrado em Administração Pública no ano de 2003. Fez parte do Governo do Estado de Minas Gerais, atuando como Especialista em Políticas Públicas e estando lotado na Área de Comércio Exterior da Secretaria de Desenvolvimento Econômico. Atualmente está no cargo de Professor Assistente do Departamento de Administração Industrial do Cefet/RJ.

Ficha Catalográfica

Souza, Fábio Simone de

Flexibilização e cogeração: aplicação da teoria de opções reais ao setor sucroalcooleiro / Fábio Simone de Souza ; orientador: Carlos Patrício Samanez ; co-orientador: Tara Keshar Nanda Baidya. – 2012.

146 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2012.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Cogeração. 3. Opções reais. 4. Processos estocásticos. 5. Setor sucroalcooleiro. 6. Energia elétrica. I. Samanez, Carlos Patrício. II. Baidya, Tara Keshar Nanda. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. IV. Título.

CDD: 658.5

Para Edir Simone de Souza e Edson Costa de Souza.

Agradecimentos

Aos professores do Departamento de Engenharia Industrial, em especial Carlos Patrício Samanez e Tara Keshar Nanda Baidya pela ajuda e pelos aconselhamentos na elaboração desta dissertação.

Ao pessoal da Secretaria deste Departamento, que participou intensamente da minha vida acadêmica e compreendeu os momentos de aflição e preocupação para o cumprimento dos prazos processuais e estava sempre disposto a ajudar. Não se pode deixar de mencionar a benevolência com o cafezinho, combustível essencial para as jornadas diárias de estudo.

A todos os amigos e amigas de sala de aula deste curso, que foram fiéis escudeiros na realização dos exercícios e nas jornadas de estudo. Nomeá-los restringiria sobremaneira a coletividade e a harmonia compartilhada. Obrigado a todos e todas.

Institucionalmente agradeço à PUC-Rio, pela qualidade de ensino disponibilizada aos seus alunos, e ao Cefet/RJ, em especial ao corpo docente do Departamento de Administração Industrial, que me disponibilizou o tempo necessário para a conclusão desta jornada.

Agradeço a toda minha família que compreendeu meus momentos de ausência e, em especial, a minha esposa Silvia, que foi peça fundamental para que eu alcançasse meu equilíbrio nos momentos tortuosos, nos quais o chão ficava c
vez mais distante de meus pés.

Resumo

Souza, Fábio Simone de; Samanez, Carlos Patrício; Baidya, Tara Keshar Nanda. **Flexibilização e Cogeração: Aplicação da Teoria de Opções Reais ao Setor Sucroalcooleiro**. Rio de Janeiro, 2012. 146p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação analisa o resultado da atividade de cogeração de energia elétrica no setor sucroalcooleiro, e em paralelo analisa a opção de *Switch* que o produtor de açúcar e etanol possui. Para verificar estes resultados, considera o comportamento dos preços dos produtos gerados no setor, sendo estes relacionados ao etanol, ao açúcar e à energia elétrica. Para analisar estes comportamentos estocásticos, são utilizadas as ferramentas matemáticas no intuito de incorporar as incertezas ao modelo, sendo elas correspondentes ao Movimento Geométrico Browniano, representando o caminho aleatório das variáveis analisadas, e o Movimento de Reversão à Média. A simulação realizada utiliza uma estrutura numérica em tempo discreto, por meio das árvores binomiais, e calcula o valor da Opção que o usineiro possui na sua estrutura de produção. A maioria dos trabalhos apresentados no setor apresenta a Opção que o usineiro tem ao escolher entre a produção do etanol e do açúcar. Este trabalho verifica que no final da primeira década do século XXI houve um descolamento no preço do açúcar no mercado internacional, ampliando-se sobremaneira e fazendo com que a diferença relativa ao preço do etanol aumente e faça com que o usineiro prefira o resultado apresentado pelos fluxos de caixa do açúcar, priorizando este processo produtivo. Esta situação acontece no momento em que as Usinas modificam/ampliam a capacidade de suas caldeiras para cogerar energia elétrica, fato que proporciona valor para o usineiro, sendo que este possui opções tecnológicas na incorporação deste novo sistema. Este trabalho comprova a existência de valor nestas opções tecnológicas considerando os processos estocásticos analisados.

Palavras Chave

Cogeração; Opções Reais; Processos Estocásticos; Setor Sucroalcooleiro; Energia Elétrica.

Abstract

Souza, Fábio Simone; Samanez, Carlos Patrício (Advisor); Baidya, Tara Keshar Nanda (Co-advisor). **Flexibility and Cogeneration: Application of the Theory of Real Options to Sugarcane Sector**. Rio de Janeiro, 2012. 146p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This dissertation analyzes the result of the activity of cogeneration of electric energy in the sugarcane sector, and in parallel analyzes the option of Switch of sugar and ethanol that the producer has. To verify these results, considers the behavior of prices of the products generated in the sector, which are related to ethanol, sugar and electric energy. To analyze these stochastic behaviors, mathematical tools are used in order to incorporate the model uncertainty, and they correspond to the Geometric Brownian Motion, representing the path of random variables, and the Movement of Mean Reversion. The simulation uses in this work is with a numerical structure in discrete time by binomial trees, and calculates the value of the option that the sugar mill owner has in its production structure. Most of the papers presented in this sector calculate the sugar mill owner option's to choose between ethanol production and sugar. This study finds that in the end of the first decade of the XXI centuries there was a detachment in sugar prices in the international market, expanding greatly and making a difference on the relative price of ethanol, rising and causing to the sugar mill owners to prefer the result presented by cash flows of the sugar, focusing to this production process. This happens when the sugar mills modify/expand the capacity of their boilers to cogenerate electric energy, a fact that provides value to the sugar mill owner, and this has technological options to incorporate this new system. This dissertation indicates the existence of value in these technology options considering the stochastic analysis used.

Keywords

Cogeneration; Real Options; Stochastic Processes; Sugarcane Sector; Electric Energy.

Sumário

1. Introdução	13
2. O Setor de energia elétrica	20
2.1. Introdução	20
2.2. Órgãos que compõem o Setor e suas funções	24
2.3. O funcionamento do mercado e a geração de energia elétrica	27
2.4. Fontes energéticas e a formação de preços associada ao risco	31
3. Etanol: Histórico, Produtividade, Preços, Estrutura de Produção e Cogeração	38
3.1. Introdução	38
3.2. O processo produtivo do setor sucroalcooleiro	42
3.2.1. Com possibilidade de alternância de output	43
3.2.2. Com possibilidade de cogeração	45
3.3. A determinação do nível de preços e da empresa representativa do setor sucroalcooleiro: Fluxo de Caixa do processo produtivo	51
4. Processos Estocásticos	60
4.1. Processos de Markov e Processo de Wiener	60
4.2. O Movimento Aritmético Browniano	62
4.3. O Movimento Geométrico Browniano	63
4.4. A análise da estacionaridade	65
4.5. O Movimento de Reversão à Média	69
4.5.1. Modelos de Eduardo Schwartz	70
4.5.2. Estimação dos Parâmetros	72
4.6. A análise dos preços de energia elétrica, açúcar e etanol	73
4.7. O Modelo Empírico: Determinação dos Parâmetros Necessários	76
5. Metodologias de Avaliação de Investimento	78
5.1. O valor da empresa na forma tradicional	78
5.2. O Mercado de Opções	80
5.3. O Modelo Binomial de Cox, Ross e Rubinstein	87
5.4. O Método Binomial	88
5.4.1. Aproximação da Binomial para o MGB	88
5.4.2. Aproximação da Binomial para o MRM	92
5.4.2.1. O modelo para um Fator Estocástico	93
5.4.2.2. O modelo para dois Fatores Estocásticos	97
5.5. A Estrutura utilizada neste trabalho	101
5.5.1. MGB com um Fator Estocástico	101
5.5.2. MRM com um Fator Estocástico	102
5.5.3. MRM com dois Fatores Estocásticos	102

6. Tratamento e análise dos dados	104
7. Conclusões e Recomendações	112
Referências Bibliográficas	115
Anexo 01 – Série Histórica dos preços do etanol (R\$/litro)	123
Anexo 02 – Série Histórica dos preços do açúcar (R\$/saco de 50kg)	124
Anexo 03 – Série Histórica dos preços da energia elétrica (R\$/MWh)	125
Anexo 04 – Aproximação do MRM pelo Método Binomial: Modelo Bastian-Pinto (2009)	126
Apêndice 01 – Conceitos Adicionais da Análise de Opções Reais: Notas de aula do professor Marco Antônio, 2010, e demais trabalhos acadêmicos	129
Apêndice 05 – Formas de Definição da Probabilidade Neutra ao Risco	135
Apêndice 06 – Aproximação do MGB pelo Método Binomial: Notas de aula do professor Tara Keshar Nanda Baydia, 2010	140

Lista de Figuras

Figura 3.1 – Processo Produtivo do Etanol/Açúcar	44
Figura 3.2 – Sistema de Cogeração	45
Figura 3.3 – Distribuição das Usinas no Território Brasileiro	48
Figura 3.4 – Processo de Cogeração de Energia Elétrica no Setor Sucroalcooleiro	50
Figura 5.1 – Relação entre as Opções Financeiras e as Opções Reais	82
Figura 5.2 – Valor da Opção de Expansão em um Projeto de Investimento	84
Figura 5.3 - Estrutura Binomial de dois períodos	89
Figura 5.4 – Estrutura Binomial Padronizada	89
Figura 5.5 – Nó Binomial no Processo Ornstein-Uhlenbeck	95
Figura 5.6 – Nó Binomial aditivo no Processo Ornstein-Uhlenbeck	95
Figura 5.7 – Árvore quadrinomial para modelo de dois fatores	97
Figura 5.8 – Divisão da árvore quadrinomial em duas binomiais	100
Figura 5.9 – MRM com dois processos correlacionados de um fator	101
Figura A.1 – Nó Binomial no Processo OU	126
Figura A.2 – Nó Binomial Aditivo no Processo OU	127
Figura A.3 – Diversificação de risco	129
Figura A.4 – Análise da impossibilidade de arbitragem	130
Figura A.5 – Valor da Flexibilidade Gerencial	131
Figura A.6 – Estrutura Binomial do Valor do Ativo	140
Figura A.7 – Estrutura Binomial para o Valor da Carteira sem Risco	140
Figura A.8 – Estrutura Binomial do Valor da Carteira: análise em três períodos	142
Figura A.9 – Nó superior da Árvore no 2º período	143

Lista de Gráficos

Gráfico 4.1 – Fator R_K da série histórica do preço do etanol	68
Gráfico 4.2 – Fator R_K da série histórica do preço do açúcar	68
Gráfico 4.3 – Fator R_K da série histórica do preço da energia elétrica	69
Gráfico 4.4 – Série histórica deflacionada do preço da energia elétrica (Base: outubro/2012)	74
Gráfico 4.5 – Série histórica nominal do preço da energia elétrica	74
Gráfico 4.6 - Série histórica deflacionada do preço do açúcar (Base: outubro/2012)	75
Gráfico 4.7 – Série histórica nominal do preço do açúcar	75
Gráfico 4.8 – Série histórica deflacionada do preço do etanol (Base: outubro/2012)	76
Gráfico 4.9 - Série histórica nominal do preço do etanol	76

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Oferta Interna de Energia Elétrica – OIEE (GWh e %)	32
Tabela 3.1 – Comparação das Diferentes Matérias-primas para a Produção de Bioetanol	40
Tabela 3.2 – Produção Brasileira/Processada pelas Usinas Brasileiras	42
Tabela 3.3 – Resultado comparativo entre níveis de variações tecnológicas	56
Tabela 4.1 – Valores críticos de $t (= \tau)$ do teste da raiz unitária de Dickey-Fuller com deslocamento, sem tendência temporal	66
Tabela 4.2 – Parâmetro do MGB	77
Tabela 4.3 – Parâmetros do MRM	77
Tabela 6.1 – Tabela de resultados e parâmetros do MRM	105
Tabela 6.2 - Comparação dos valores para os diferentes tipos de usinas (s/ Opção)	106
Tabela 6.3 – Comparação dos valores para os diferentes tipos de usinas (c/ Opção)	107
Tabela 6.4 – Comparação dos valores para a Opção Tecnológica da Cogeração	108
Tabela 6.5 – Valor das Opções disponíveis em cada nível tecnológico	110
Tabela 6.6 – Percentual das Opções disponíveis em cada nível tecnológico	111

Lista de Siglas e Abreviaturas

ACL – Ambiente de Contratação Livre

ACR – Ambiente de Contratação Regulada

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica

ANOVA – Análise de Variância

CCEE – Câmara de Comercialização de Energia Elétrica

CEC – Custo Econômico de Curto Prazo

CMO – Custo Marginal de Operação

COP – Custo de Operação

CO – Custo de Operação e Manutenção

CV – Custo Variável

EPE – Empresa de Pesquisa Energética

FC – Fluxo de Caixa

GWh – Gigawatt-hora

ICB – Índice de Custo Benefício

IPC – Índice de Preço ao Consumidor

LEN – Leilão de Energia Nova

MAE – Mercado Atacadista de Energia

MAB – Movimento Aritmético Browniano

MGB – Movimento Geométrico Browniano

MISE – Modelo Institucional do Setor Elétrico

MME – Ministério de Minas e Energia

MWh – Megawatt-hora

MRM – Movimento de Reversão à Média

ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico

PCH – Pequenas Centrais Hidrelétricas

PLD – Preço de Liquidação das Diferenças

RESEB – Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro

SIN – Sistema Interligado Nacional

TEP – Toneladas Equivalentes de Petróleo

TUSD – Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição de Energia

TUST – Tarifa de Uso do Sistema de Transmissão de Energia

VPL – Valor Presente Líquido

1 Introdução

A planta de produção do etanol gerado a partir da cana-de-açúcar foi ampliada gradativamente no século XX, potencializando sua capacidade de gerar produtos e subprodutos e apresentando, ao final deste período, uma diversificação no que tange os *outputs* gerados a partir deste insumo.

Nesta mudança, a estrutura não ficou restrita a produção de açúcar e etanol como muitos trabalhos acadêmicos restringem esta análise da flexibilidade de sua planta produtiva. Ela incorporou outras opções de fabricação que vieram a compor seu resultado, gerando desta forma mais valor ainda a este processo.

Estas opções são representadas no trabalho do IEL/SEBRAE (2005) por algumas dezenas de produtos que utilizam este insumo e até seus rejeitos inicialmente desprezados deste processo, como é o caso da fabricação de plásticos para embalagens.

Estudos vêm sendo desenvolvidos na área de Finanças para dimensionar o valor da Opção de produção neste setor, tendo um representativo destaque o trabalho de Bastian-Pinto (2009), no qual se considera a possibilidade de alterar o produto fabricado, aproveitando a Opção de *Switch* que o produtor sucroalcooleiro tem entre produzir etanol ou açúcar dependendo do contexto externo ao da empresa, ou seja, do comportamento dos preços destes produtos no mercado. Uma atenção especial deve ser dada à ferramenta de análise estruturada em seu trabalho.

Neste início do século XXI, diante desta ampliação das descobertas tecnológicas, um novo subproduto da cana-de-açúcar ganhou destaque pelo valor intrínseco ao resultado no setor sucroalcooleiro e também pelo benefício gerado na matriz energética brasileira, representado pela cogeração de energia elétrica.

Seu nível de produtividade ainda vem sendo aprimorado, mas a energia gerada já é comercializada nas redes públicas de transmissão; fazendo com que este produto não só satisfaça as necessidades energéticas internas à usina, mas também possa gerar receita com a sua venda para as empresas distribuidoras de energia, para os consumidores livres, para o Sistema Interligado Nacional.

Nos trabalhos que abordam este produto cogeração, Correia-Neto (2001) apresenta uma análise tecnológica do setor e Dantas Filho (2009) analisa o aspecto financeiro, sendo que este último verifica os custos fixos e variáveis existentes neste processo produtivo ao realizar um estudo de caso com quatro usinas.

No que se refere tanto a este quanto a outros mercados, os gestores de um determinado processo produtivo podem utilizar a Teoria das Opções para determinar o valor das oportunidades de investimento, assim como o melhor momento para que possam exercer esta decisão de investimento, um ponto de gatilho para exercer sua Opção.

Estas Opções Reais disponíveis têm de levar em consideração as diversas formas de incerteza existentes, já que no mercado existem as incertezas para os investidores, assim como insegurança para os consumidores na escolha de compra de um produto.

Surge daí o principal questionamento deste trabalho, relacionado com a verificação da existência e, sendo assim, da intensidade da ampliação de valor para a empresa/usina com a cogeração de energia elétrica na indústria produtora de açúcar e etanol e com a Opção que esta tem em modificar tecnologicamente sua estrutura de cogeração básica.

Paralelamente constata-se que o valor da Opção de *Switch* que o usineiro possui, encontrado no trabalho de Bastian-Pinto (2009), foi reduzido com o descolamento dos preços entre o açúcar e o etanol no mercado, proporcionando uma preferência pela produção de açúcar nas usinas com esta capacidade de escolha do produto a ser fabricado.

Quanto à cogeração, a justificativa da utilização desta ferramenta financeira das Opções Reais reside no fato de que, de acordo com Paterman-Brasil (2005), a decisão sobre a implantação de uma estrutura de cogeração de energia elétrica é definida com base numa análise de risco, tendo sua incerteza ligada aos custos de confiabilidade existente no sistema tradicional de geração de energia, além da necessidade de incorporação dos mecanismos utilizados para que seja mitigada a incerteza existente nos preços dos combustíveis e no custo da energia elétrica.

Para dimensionamento destas Opções é analisada a possível variação do nível de preços nos respectivos mercados, sendo que estes seguem

comportamentos aleatórios que estão modelados por meio dos processos estocásticos definidos para esta análise.

Estas questões estocásticas são cruciais para reflexão, análise e verificação desta capacidade de geração de valor no setor sucroalcooleiro. Inclusive, em muitos casos de análise em Opções Reais, seu valor pode ser obtido com o uso de equações fechadas, analisadas em tempo contínuo, com pagamentos sistemáticos de uma taxa de conveniência, como afirma Dias (2010). No caso das Opções Reais Americanas este procedimento é cerceado pela impossibilidade de aplicação destas fórmulas, o que demanda assim a realização de análises que utilizem uma abordagem numérica.

Em suma, diante da capacidade da indústria do setor sucroalcooleiro de flexibilizar sua planta de produção, este estudo tem o objetivo de demonstrar que o valor associado a uma planta de produção com a alternância entre a produção de etanol e açúcar, encontrado em Bastian-Pinto (2009), foi ampliado com o valor adicionado com a capacidade da planta produtiva em cogerar e comercializar energia elétrica, possibilidade financeiramente defendida por Dantas-Filho (2009) ao usar somente ferramentas tradicionais de avaliação.

A relevância existente neste estudo reside no fato de que o setor sucroalcooleiro brasileiro ampliou-se ao longo do século XX e início do XXI, sendo necessária a estimação do valor deste redimensionamento.

Não se pode deixar de comentar a potencial força propulsora gerada com o Programa brasileiro de estímulo à produção de etanol (Pró-Álcool), na década de 1970, pelo qual ampliou a produtividade destas usinas no que se refere ao processo produtivo do etanol e açúcar, e assim ampliando a estrutura disponível, chegando ao estágio de cogerar energia elétrica.

Quanto à comercialização destes produtos, o mercado nacional apresenta uma diminuição na demanda de etanol gerada a partir da cana-de-açúcar em 2011, principalmente influenciada pelo aumento de preço neste período, apesar do aumento nas vendas ocorridas em anos anteriores de automóveis com a tecnologia de utilização do combustível flexível, que proporciona a possibilidade do proprietário do veículo utilizar tanto o etanol quanto a gasolina.

Segundo dados da ANFAVEA (2010) a produção destes automóveis leves no ano de 2006 foi de 1,39 milhões de unidades e em 2007 de 1,94 milhões, tendo

um aumento neste período de quase 40% nesta produção, chegando a 2010 com 2,63 milhões de novas unidades.

Além desta visão associada ao mercado interno, no aspecto relacionado ao mercado internacional existe um aumento da demanda de etanol brasileiro, que mesmo com barreiras tarifárias e não tarifárias¹ e dificuldades crescentes no comércio internacional, segundo dados da Secretaria de Comércio Exterior – SECEX-MDIC, as exportações brasileiras de etanol tiveram um pequeno aumento de 3,42 bilhões de litros em 2006 para 3,53 bilhões de litros em 2007, mas no ano de 2008 as exportações tiveram um aumento expressivo, alcançando um patamar de 5,12 bilhões de litros.

Porém no ano de 2009, conforme publicado na *Resenha Energética Brasileira* (MME, 2010), as exportações de etanol tiveram nova reversão recuando 36%, apesar do consumo para uso rodoviário no Brasil ter aumentado 7,1%.

Adicionalmente a estas questões, constata-se um quadro mundial no qual existe uma busca por um recurso natural renovável que possua propriedades capazes de substituir a utilização do petróleo, em virtude da dependência generalizada existente deste no processo produtivo e da sua necessidade para o nível de atividade econômica global.

A utilização dos subprodutos do petróleo, como a gasolina, proporciona efeitos nocivos de degradação ambiental a partir das partículas de poluição lançadas na atmosfera, proporcionando conseqüências como a do efeito estufa.

Desta forma a cana-de-açúcar tem, além do fato de ser um recurso que teve a sua utilização ampliada a diversos subprodutos, um destaque na produção do etanol, que representa um biocombustível de baixo custo, renovável e, principalmente, que proporciona uma redução no impacto desta degradação ambiental.

Para uma constatação inicial da crescente comercialização de energia elétrica gerada com a utilização do bagaço da cana-de-açúcar, conforme publicado na *Resenha Energética Brasileira* (MME, 2010), no ano de 2009 o setor sucroalcooleiro vendeu 5.872 gigawatts-hora – GWh – no mercado de energia

¹ Diante da questão política dos diversos países de incentivar fontes diferenciadas de energia renovável, como é o caso do EUA com o etanol de milho e de países da Europa com o etanol de beterraba.

elétrica, sendo que neste ano o percentual de energia fornecido no Brasil proveniente da biomassa é de 4,7% do total da Oferta Interna de Energia Elétrica.

Como apresentado nesta Resenha, a energia elétrica proveniente do setor sucroalcooleiro, ou seja, gerada a partir da utilização do bagaço da cana, já possui uma participação de 3,99% da Matriz Energética Brasileira.

Este benefício energético para os consumidores acontece diante do resultado financeiro que o produtor encontra com a atividade de cogeração.

Nesta direção, para a verificação da ampliação do valor da firma considerando as Opções de modificação da estrutura produtiva para cogerar energia elétrica, é estimado o resultado do Fluxo de Caixa – FC – projetado diante da capacidade de proporcionar estas alterações no processo produtivo. Assim, esta análise é estruturada com base nos conceitos associados ao valor das Opções Reais, que incorpora o FC de cada estrutura produtiva nos períodos analisados e utiliza, na geração de valor para a empresa, o FC relacionado aos variados níveis tecnológicos.

A análise para a Opção de *Switch* é definida com a planta de produção financeiramente mais vantajosa, sendo que para isso será considerada a variação estocástica dos preços, orientada pela ferramenta matemática associada ao processo de Reversão à Média – MRM.

Já no caso da cogeração de energia, esta análise irá incorporar as possibilidades de produção diante dos níveis tecnológicos definidos e considerando tanto o MRM quanto o Movimento Geométrico Browniano – MGB – na determinação e comparação dos resultados, determinado assim o valor destes processos.

Estes valores das Opções mensurados estão relacionados ao processo de produção numa indústria representativa do setor sucroalcooleiro e são constituídos como referência para a tomada de decisão por parte dos produtores deste setor, os quais analisarão o ganho que deve ser incorporado ao seu resultado na tomada de decisão.

No mercado de cogeração de energia, já existem algumas estruturas disponíveis além das que serão aplicadas neste trabalho, como no caso da realização desta atividade com complementação de gás natural em determinados estágios do processo.

Como o interesse deste trabalho é o de verificar a influência direta do valor gerado pela energia proveniente da queima da biomassa proveniente da fabricação de etanol, e sua respectiva possibilidade de gerar valor com a expansão da planta de produção, o trabalho restringe-se ao valor da estrutura de capital e aos níveis tecnológicos apresentados, empregando no processo produtivo apenas os insumos (bagaço e palha seca) gerados pela própria usina, sem a possibilidade de adquirir estes insumos no mercado.

É considerado neste trabalho que o período da safra corresponde a 240 dias, sendo este equivalente a oito meses do ano, definidos de abril a novembro, apesar de já existirem estudos e tecnologia para aproveitamento desta biomassa durante todo o ano.

Para determinar a produção de etanol ou açúcar que proporcione o insumo para a cogeração de energia elétrica, é apresentada uma estrutura de capital fixa para estes processos, sem variação ao longo da vida útil de seu maquinário, dado que a mesma estrutura definida deve comportar a possibilidade de produção de ambos os produtos.

No que diz respeito à cogeração de energia elétrica esta hipótese é relaxada, já que o interesse é o da ampliação do valor diante da possibilidade de investimento na potência das caldeiras da usina.

Desta forma os dados (preços, custos, taxas) utilizados neste trabalho foram obtidos em alguns dos estudos já disponíveis e nas informações de domínio público disponibilizadas pelas instituições ligadas ao setor, justamente para proporcionar uma aproximação mais realista da estrutura necessária para análise. Quanto às séries históricas dos preços do etanol, açúcar e energia elétrica, são consideradas as séries mensais definidas entre Julho/2001 e Outubro/2012.

A estrutura montada para a realização deste estudo apresenta no primeiro capítulo esta Introdução, definindo assim o problema e o objetivo a serem analisados, a sua relevância, a metodologia da análise utilizada e a estrutura do trabalho.

O segundo capítulo constitui-se de uma revisão da bibliografia existente sobre o setor de energia elétrica, apresentando os conceitos básicos e fundamentais amplamente discutidos e relacionados nas publicações sobre o setor, para que assim haja uma melhor compreensão da participação dos agentes na

formação dos níveis de preço, assim como a maneira com que esta precificação é desenvolvida.

O capítulo seguinte analisa o setor sucroalcooleiro, verificando a dinâmica do seu processo produtivo para que, definidas sua formação dos custos e das receitas, possam ser apresentados os valores necessários para a análise e verificação do possível valor adicionado à usina.

O quarto capítulo apresenta os processos estocásticos, definindo as ferramentas matemáticas a serem utilizadas para a realização deste estudo. As apresentações, quando necessárias, são realizadas em tempo contínuo ou discreto, com a possível constituição de estimadores para a aplicação nos modelos para a valoração dos ativos. Ao final deste são apresentadas algumas características das variáveis relacionadas ao setor sucroalcooleiro.

O Mercado de Opções é explicado no quinto capítulo, no qual também estão apresentados os métodos de verificação destas Opções, associados ao comportamento estocástico dos preços, analisado no capítulo anterior.

No sexto capítulo, diante dos dados coletos do setor e das informações existentes, são mensurados os valores dos FC e, desta forma o possível valor adicionado à empresa/usina, o qual é procedido pelo capítulo das Conclusões e Recomendações sobre estas análises. Além destas conclusões, baseadas nos dados encontrados, também estão definidas as perspectivas de possíveis trabalhos futuros.

Após este capítulo são apresentadas as referências bibliográficas que nortearam esta pesquisa e análise de dados, sendo finalizado pelo material em Anexo que proporciona uma verificação mais apurada de determinadas análises desenvolvidas, principalmente as estruturas matemáticas associadas às equações e aos processos apresentados ao longo do trabalho.

2 O setor de energia elétrica

2.1. Introdução

Desde o final do século XIX já era gerada e fornecida energia elétrica no Brasil, conforme apresentado em Pinto Jr., *et al* (2007), sendo que a dimensão dos empreendimentos foi sendo ampliada gradativamente.

Pinto Jr., *et al*, (2007) complementa esta análise afirmando que este processo de geração da eletricidade no Brasil tem como um dos propulsores do seu desenvolvimento o estado do Rio de Janeiro, que à época tinha o município de Campos como seu grande produtor de açúcar e gerador de renda do estado, apesar desta geração possuir pouca capacidade de fornecimento e servir para iluminar apenas algumas lâmpadas.

Além deste estado, Minas Gerais e São Paulo também tinham vasto interesse na geração de energia, sendo que nesta época sua utilização era, inclusive, um indicador de sucesso financeiro.

Nesta direção de ampliação da rede energética foram sendo instaladas centrais geradoras de energia por empreendedores locais em setores de destaque, como nos moinhos utilizados para a moagem de cereais, além das usinas sucroalcooleiras já comentadas. A fonte de energia era basicamente o carvão mineral.

No período de mudança para o século XX, o aproveitamento hidroelétrico passou a ser muito presente na geração energética brasileira, desde então sendo incentivada de tal forma que alcança uma participação no âmbito do Sistema Nacional de 92,5% no ano de 2009, conforme dados da Resenha Energética de 2009 (2010).

Esta fonte de energia teve iniciada sua produção em escala no final do século XIX com o início das operações da primeira usina brasileira de grande porte deste segmento, em Juiz de Fora, no estado de Minas Gerais.

Em 10 de julho de 1934 foi decretado o Código de Águas pelo então presidente Getúlio Vargas, sendo que com este documento foi instituído o

controle governamental sobre o “aproveitamento industrial das quedas de águas e outras fontes de energia hidráulica, quer do domínio público, quer do domínio particular” (Decreto nº 24.643, de 1934), sendo então esta fonte energética utilizada, a partir deste momento, por meio de autorizações e concessões.

Para a implantação de um sistema de fornecimento de energia elétrica no Brasil, o governo federal foi ampliando suas funções de geração, transmissão e de distribuição, concentrando-as em suas atividades. Este procedimento estratégico foi uma prioridade político-econômica, dada a dimensão da estrutura de capital necessária em torno destas atividades, com características de monopólio natural. Com esta participação os preços eram controlados e, inclusive, as empresas absorviam custos adicionais para não proporcionar um aumento expressivo no nível de preço para seus consumidores.

Neste processo de ampliação da atuação governamental no setor, no início da segunda metade do século XX foi criada a empresa denominada por Centrais Elétricas Brasileiras – Eletrobrás, proposta no ano de 1954, pelo então presidente Getúlio Vargas, mas que só entrou em operação em 1962 no governo de Jânio Quadros. O objetivo da empresa era o de realizar estudos e pesquisas, para desenvolver projetos para a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Esta empresa passou a atuar como uma *holding*.

Nas últimas décadas do século XX, com novas redefinições da participação governamental no setor, esta passou para uma nova perspectiva de atuação, limitando-se à regulamentação e fiscalização, desfazendo-se da atuação em todos os seus segmentos.

Para que fosse realizada a reestruturação desta participação governamental, o setor energético brasileiro teve a junção de esforços governamentais, do meio empresarial e das representações civis que, por meio de seminários e reuniões, elaboraram uma proposta de modificação para o Setor Elétrico.

Este entendimento iniciou-se em 1996 quando foi apresentado o Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro, que teve a coordenação do Ministério de Minas e Energia – MME – e visava acabar com a verticalização do setor de energia elétrica, retirando esta característica da estrutura das empresas que compunham o setor.

O objetivo deste Projeto era propiciar a divisão deste setor, segmentando as empresas em: geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, tendo

também as empresas que apenas comercializavam esta energia. Neste Projeto, a estrutura de mercado relacionada a cada segmento foi definida no sentido de buscar competição na geração e comercialização para, como constituem monopólios naturais, regulamentar e fiscalizar os setores de distribuição e transmissão.

Nesta mesma direção, o MME publicou em julho de 2003 a primeira versão da Proposta de *Modelo Institucional do Setor Elétrico* – MISE – brasileiro. Este documento ainda sofreu modificações posteriormente, ao longo dos anos de 2003 e 2004, para que entrasse em vigor a partir de 2004.

Neste novo modelo o MME propunha três objetivos principais a serem alcançados pelas políticas governamentais elaboradas, sendo eles:

- Garantir a segurança de suprimento de energia elétrica;
- Promover a modicidade tarifária, por meio da contratação eficiente de energia para os consumidores regulados;
- Promover a inserção social no Setor Elétrico, em particular pelos programas de universalização de atendimento.

MME, 2003

Conforme definido, para que estes objetivos fossem alcançados, o documento elaborado apresentou alguns temas sobre o assunto. O primeiro tema apresentado foi o da segurança de suprimento, sendo que o modelo anterior não levava em consideração a contratação de 100% da demanda, além de desconsiderar algumas restrições hidrológicas, fato que proporciona um risco para o fornecimento de energia elétrica, o que foi modificado com a exigência da contratação total da demanda.

No que se refere à modicidade tarifária, a principal ação no intuito de gerar eficiência aos consumidores de energia regulada foi definida pela sistemática compra de energia elétrica utilizando o artifício dos leilões e licitações, com separação das estruturas de produção de energia, e desta forma incluindo a diferenciação dos empreendimentos novos dos já existentes.

Nestes processos públicos as definições são realizadas com a escolha das menores tarifas, o que deságua no terceiro objetivo, associado à universalização do atendimento, tendo a necessidade de ampliação do sistema para um fornecimento generalizado, conciliando preços factíveis de pagamento pelas

diversas classes de consumidores e direcionamento da programação para a ampliação da rede, com estímulo ao investimento, principalmente em áreas nas quais o custo de fornecimento é elevado.

Desta forma foram definidos dois ambientes nos quais poderiam ser realizadas as contratações de compra de energia elétrica, dando apenas a determinados perfis de consumidores o poder de escolha do consumo entre um Ambiente de Contratação Regulada – ACR – e um Ambiente de Contratação Livre – ACL; a maioria dos consumidores se enquadra no ACR.

A principal diferença entre eles está no fato do ACR atender aos seus consumidores por meio de tarifas licitadas e reguladas por órgão governamental com a realização de leilões de energia entre as estruturas produtivas correspondentes àquela modalidade, permitindo que ocorra maior modicidade tarifária.

Este ambiente funciona como uma grande associação (*pool*) que fornece sua energia gerada aos distribuidores por meio de um sistema integrado. Como esta energia não pode ser estocada, seu consumo é instantâneo e incerto, existe uma contabilização para as diferenças entre os valores que foram inicialmente contratados e os realmente consumidos, sendo estes valores definidos por um custo de referência, determinado pelo Preço de Liquidação das Diferenças – PLD.

No caso do ACL surge a figura do consumidor livre, que tem a possibilidade de contratação (livre) da energia elétrica consumida, sob a qual seu preço é negociado por intermédio de contrato bilateral com seu fornecedor.

Para participar da geração de energia tanto no ACR quanto no ACL as empresas têm de respeitar determinadas condições, assim como possuir alguns requisitos mínimos para a operação, conforme legislação específica. Isso não impede de uma empresa geradora comercializar a energia gerada em ambos os ambientes, justamente para que esta alternativa comercial possa ampliar a concorrência no setor.

Para caracterizar e dar representatividade à geração de energia elétrica, estes geradores podem ser classificados pelas Concessionárias de Serviço Público de Geração, pelos Produtores Independentes de Energia Elétrica, assim como pelos Autoprodutores.

Conforme definido no MISE, os consumidores em geral compram energia por meio do ACR, sendo que os que utilizam carga igual ou superior a três

Megawatts podem consumir a energia no ACL, devendo seguir prazos legais para esta alternância, estabelecidos de acordo com o nível de demanda máxima.

Desta forma, para este perfil de consumidor migrar do ACR para o ACL, se sua demanda máxima estiver entre três e cinco Megawatts, o prazo é de um ano de antecedência. De cinco a 10 o prazo é de dois anos e com demanda máxima maior do que 10 Megawatts, o prazo é de três anos. Existe ainda a possibilidade de retorno ao ambiente regulado, sendo que a distribuidora local deve ser informada com cinco anos de antecedência.

Inseridos entre os geradores e os consumidores existem os distribuidores e os comercializadores de energia, os quais compram e vendem energia dos geradores e consumidores, respectivamente, tanto no ACR quanto no ACL. Estes comercializadores ainda podem comercializar energia com as concessionárias de distribuição, além de poderem representar os geradores em leilões de mercado do *pool* formado para o sistema de geração.

Diante destes ambientes de contratação e da necessidade de acompanhamento e regulação do setor, no próximo item é definida a participação institucional no setor, gerenciada pela ação governamental, sendo especificado o órgão responsável pela determinação e acompanhamento do PLD, que é utilizado na análise deste trabalho por representar um nível de preços para o mercado à vista de energia elétrica.

2.2. Órgãos que compõe o Setor e suas funções

A energia elétrica disponível no Brasil é proporcionada, basicamente, pelo Sistema Interligado Nacional – SIN. Este Sistema fornece energia a todos os estados brasileiros, cobrindo completamente os estados do Sul, Sudeste, Centro-Oeste e Nordeste. O estado do Norte não possui uma cobertura na plenitude de sua extensão, dada a dificuldade de transmissão em determinadas regiões.

Desta forma, conforme dados fornecidos no *site* do Operador Nacional do Sistema Elétrico – ONS²(2011), “apenas 3,4% da capacidade de produção de eletricidade do país encontra-se fora do SIN”.

² Conforme pode ser visto em: www.ons.org.br/conhca_sistema/o_que_e_sin.aspx.

Com a utilização do SIN existe uma repartição dos riscos no fornecimento, assim como dos possíveis benefícios proporcionados pelos contratos firmados, fazendo desta forma com que as tarifas cobradas no suprimento de energia sejam equalizadas pelos distribuidores.

Para a operação de um setor tão amplo e complexo quanto é o de energia elétrica existente no Brasil, tendo uma dimensão com uma característica muito particular quando analisado em relação aos demais sistemas energéticos existentes ao redor do mundo, este precisa da conjunção de várias atuações institucionais para que possa manter-se em operação, assim como necessita de uma estrutura técnica eficaz, para que seja desenvolvido e ampliado diante de uma possível necessidade energética de mercado.

Diante deste fato, o setor de energia elétrica possui um órgão que gera sua análise técnica, assessorando a cada Presidente brasileiro na formulação das políticas públicas energéticas necessárias para o crescimento da economia e o desenvolvimento da estrutura produtiva do país, determinando com isso as diretrizes para o setor energético e assim buscando maximizar o aproveitamento energético existente e disponível, com um planejamento de curto, médio e longo prazo da matriz energética brasileira.

Este órgão é representado pelo Conselho Nacional de Política Energética – CNPE, que está ligado ao MME, tendo este Ministério a função de planejar, formular e colocar em prática o que é determinado pelo Governo Federal no que se refere à política nacional relacionada às fontes energéticas.

Coordenado diretamente pelo MME existe o Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico – CMSE, que foi um dos três agentes institucionais criados com a elaboração do MISE e possui a função de monitoramento contínuo e avaliação sistemática do setor energético, de forma a analisar o risco de descontinuidade da geração e do fornecimento, assim como toda a segurança relacionada ao suprimento energético no Brasil.

E para suprir esta necessidade de informações e dados que possam embasar estas avaliações sistemáticas, realizando estudos e levantando dados relacionados ao setor de forma a proporcionar instrumentos de análise para as tomadas de decisões, foi criada a Empresa de Pesquisa Energética – EPE, também ligada ao MME e sendo o segundo agente institucional criado com a elaboração do MISE.

Vinculada ao MME, ainda tem a Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL, que representa uma autarquia sobre regime especial, tendo como objetivo a regulamentação e a fiscalização da energia elétrica produzida, transmitida, distribuída e comercializada em território nacional, seguindo para isso o que for definido pelo Governo Federal.

Ainda surgem dois órgãos regulados e fiscalizados pela ANEEL, sendo estes definidos por pessoas jurídicas de direito privado e sem fins lucrativos, que são: a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE (terceiro, e último, agente criado pelo MISE) e o Operador Nacional do Sistema Elétrico – ONS.

A CCEE tem a incumbência de comercializar a energia elétrica gerada por intermédio do SIN, administrando a contabilização e liquidação dos contratos existentes de compra e venda desta energia, conforme definido em seu estatuto social³.

Sua criação teve o intuito de suceder ao Mercado Atacadista de Energia – MAE, já que este novo agente passou a monitorar e avaliar as diferenças surgidas nos contratos realizados de curto prazo, contabilizando-as e liquidando-as. Além disso, dentre estas novas incumbências, ainda pode ser destacada a função da CCEE em administrar os contratos realizados para a compra de energia elétrica direcionada aos consumidores que as adquirirem por intermédio dos dois ambientes de contratação, ACR e ACL.

O ONS também dá suporte ao SIN, coordenando e controlando todas as suas operações de geração e transmissão de energia do Sistema, conforme determinado na Resolução Autorizativa de número 328, de 12 de agosto de 2004, que aprova o Estatuto do ONS.

Além desta representação organizacional do setor de energia elétrica, fazem parte também desta rede relacionada ao setor os agentes geradores, que são autorizados ou concessionários para a geração de energia elétrica, os agentes de transmissão que possuem uma concessão para transmitir a energia elétrica e os agentes de distribuição, que também possuem a concessão para participar do SIN e, desta forma, ser usuário desta rede básica. Estes últimos têm de contratar os serviços fornecidos pelos agentes de transmissão da energia.

³ Este estatuto pode ser encontrado em:
<http://www.ccee.org.br/cceeinterdsm/v/index.jsp?vgnextoid=c801a5c1de88a010VgnVCM100000a01a8c0RCRD>

A energia elétrica também pode ser importada ou exportada por agentes relacionados a estas atividades, sendo que neste aspecto internacional existe um agente próprio para a comercialização da energia gerada especificamente pela Hidroelétrica de Itaipu, já que esta pertence tanto ao Brasil quanto ao Paraguai, ocorrendo entre estes dois países tratados específicos para estas atividades geradoras de energia.

Nesta direção da comercialização, conforme apresentado, a energia gerada no Brasil pode ser comercializada no ACR por meio de leilões, mas também pode ser obtida por meio da comercialização em um ACL com contratos bilaterais entre os fornecedores e consumidores, tendo neste ambiente a especificidade da opção pelo consumidor de escolha de qual será seu fornecedor de energia elétrica, sendo esta possibilidade de contratação definida por meio de resolução pela ANEEL. A formação dos preços no leilão ocorre diante dos lances realizados e nos contratos bilaterais os preços são definidos entre as partes.

Então, considerando estes aspectos institucionais, na próxima seção é apresentado o funcionamento do mercado, com as definições dos agentes que participam da formação dos preços nos ambientes de comercialização de energia elétrica, definindo para isso as estruturas correspondentes às diversas modalidades de participação no Sistema.

2.3. Funcionamento do mercado e a geração de energia elétrica

Considerando os dois ambientes de mercado disponíveis de comercialização de energia elétrica, podem fazer parte do ACL⁴ os agentes de geração registrados/autorizados pela ANEEL, no qual estão geradoras estatais, produtores independentes de energia que produzem energia que internalizam o seu risco, assim como os autoprodutores que tem autorização da ANEEL e produzem para o autoconsumo, mas que eventualmente comercializam excedentes, como forma de uma possível constituição de renda adicional a sua atividade.

Também fazem parte deste ambiente os agentes de comercialização registrados/autorizados pela ANEEL, que comprem energia elétrica para posterior revenda.

⁴ Conforme definido em http://www.cogen.com.br/info_com_merc.asp.

O terceiro grupo de agentes do ACL abrange os consumidores livres, que devem ter uma demanda maior ou igual a três Megawatts, além da tensão maior ou igual a 69 quilovolts – kV. Esta exigência do nível de tensão é relaxada se o consumidor já for ligado com a rede de distribuição de energia antes de julho de 1995.

Outra condição possível para o enquadramento destes consumidores no ACL existe quando sua demanda é maior ou igual a 500 Kilowatts, para qualquer tensão de fornecimento, desde que esta energia comprada seja adquirida de fontes de energia eólica, solar ou da biomassa, podendo ser também de pequenas centrais hidrelétricas.

No ACL os preços são negociados entre as partes que assumem todo o risco associado ao contrato, seja diante da oscilação do seu nível de preços, seja diante da disponibilidade da geração.

Como no ACR a comercialização da energia elétrica gerada é realizada pela CCEE por meio de leilões, que são diferenciados de forma a abranger as diferentes estruturas de geração de energia elétrica, existem assim três tipos básicos de contratações previstas neste Novo Modelo: a proveniente de nova geração, a de geração existente e a de ajuste.

Além destes, o governo ainda proporciona dois mercados complementares para desenvolver outras fontes de energia e dar mais garantias ao seu fornecimento, associados aos de origem de Fontes Alternativas e ao de Energia de Reserva.

Com isso, as ofertas geradas de energia elétrica por meio de leilões têm neste Novo Modelo Energético a caracterização associada ao período de antecedência de sua operação no mercado para os Leilões de Energia Nova, além das especificações apresentadas para as demais formas de licitação. Então os leilões são definidos nas seguintes modalidades:

- Leilão de Energia Nova – LEN A-1, no qual esta oferta de energia deve ocorrer com o início de seu fornecimento após o período de um ano do mercado, relacionado apenas para novos empreendimentos.
- Leilão de Energia Nova – LEN A-3, oferta na qual deve ter seu início de fornecimento após três anos do mercado, para novos empreendimentos.

- Leilão de Energia Nova – LEN A-5, ocorrendo para a energia que terá o início do fornecimento em cinco anos, para novos empreendimentos, com aplicação de um incentivo às geradoras nos três primeiros anos de fornecimento da energia contratada.
- Leilão de Energia Nova de Fontes Alternativas, referente às fontes alternativas de geração de energia, visando estimular a produção em centrais eólicas, pequenas centrais hidrelétricas – PCH – e das termelétricas que utilizam a biomassa como insumo, como as que usam resíduos de madeira, de capim elefante, ou de bagaço de cana-de-açúcar.
- Leilão de Energia Existente, no qual os investimentos já foram realizados e tem por objetivo utilizar a carga disponível das empresas geradoras de energia então existentes.
- Leilão de Energia de Reserva, no qual podem participar tanto as novas estruturas de geração quanto as estruturas existentes, sendo que visam proporcionar uma garantia emergencial para o sistema.
- Leilão de Ajuste, que é realizado para o fornecimento de energia que tiver sua necessidade determinada acima dos limites fixados de aquisição, tendo como referência um período de três anos de antecedência.

Os contratos de energia podem ser classificados pela “quantidade de energia”, sob o qual os riscos (tanto favoráveis quanto desfavoráveis) são assumidos em sua totalidade pelos geradores de energia, tendo estes que arcar com todos os custos incidentes sobre o fornecimento da energia contratada.

Assim, as Usinas Hidroelétricas são enquadradas nesta classificação e, conforme definido pela Empresa de Pesquisa Energética, “os custos decorrentes dos riscos hidrológicos devem ser assumidos pelos agentes vendedores” (EPE, 2006).

A duração destes contratos estabelecidos por leilão, conforme determinado no MISE, é de 15 a 35 anos para a contratação de nova geração, de três a 15 anos para a contratação da geração existente e de dois anos, no máximo, para a contratação de ajuste.

Nos Leilões de Energia Nova, a energia proveniente de empreendimentos que tem sua origem de fonte hidroelétrica, geralmente possui duração de 30 anos, enquanto a energia oriunda das termoelétricas tem duração de 15 anos.

A outra classificação existente refere-se aos contratos de “disponibilidade de energia”. Neste caso os riscos são repassados aos agentes compradores, incidindo sobre os consumidores regulados, mas sendo primeiramente alocados aos agentes distribuidores (EPE, 2006). Os riscos definidos por esta classificação podem ser exemplificados pelos hidrológicos, assim como os relacionados aos possíveis atrasos nas obras a serem realizadas.

Na classificação definida por esta “disponibilidade de energia”, não só os custos, mas também os benefícios são repassados, assim como as possíveis exposições financeiras ocorridas no âmbito da CCEE, nos mercados de curto prazo.

Este tipo de contrato tem as Usinas Termoelétricas enquadradas nesta classificação e, conforme definido pela EPE (2006), “trate-se de uma nova modalidade de contrato de energia elétrica (MWh) onde os custos decorrentes dos riscos hidrológicos devem ser assumidos pelos agentes compradores” (EPE, 2006).

Em Castro, Brandão e Dantas (2010) é definida a importância deste tipo de contrato para as geradoras termoelétricas, já que diante das incertezas que o mercado pode proporcionar, três itens são minimizados por intermédio do ACR: o nível contratado para o despacho da Usina, o preço definido para a venda da energia, assim como o resultado da liquidação financeira no Mercado de Curto Prazo.

Desta forma, a formação de preços para a energia elétrica gerada a partir da biomassa concorre tanto com demais fontes de energia não convencionais substitutas, como a eólica e a solar, quanto com fontes de energia convencional, sendo o caso das hidroelétricas. Para verificar como esta relação se processa, na próxima seção é analisado o nível de preços do mercado, assim como o risco associado ao empreendedor que opera no segmento de geração de energia.

2.4.

Fontes energéticas e a formação de preços associada aos riscos

Para a ampliação da geração da energia elétrica disponibilizada para os consumidores brasileiros, existe uma política de expansão das fontes e da quantidade de energia gerada. Segundo dados do Boletim de Energia, divulgado pela ANEEL (2011)⁵, houve um processo contínuo de crescimento da estrutura disponível para geração de energia no país nas duas últimas décadas, tendo alguns anos nos quais ocorreram desacelerações nesta ampliação da rede, mas nunca decréscimo da capacidade.

Apesar da crise de fornecimento de energia ocorrida em 2001, com base nestes dados, pode-se afirmar que houve um crescimento médio anual de aproximadamente 3.796 Megawatts na capacidade instalada para a geração de energia elétrica a partir do ano de 2000, tendo o teto desta expansão em 2010, com um aumento de 6.149,37 Megawatts e tendo a menor taxa de crescimento no ano de 2008.

Cabe observar que, conforme dados da ANEEL (2011), a previsão para entrada em operação das Usinas em obras para o ano de 2011 é de 6.500,4 Megawatts, considerando apenas os projetos que não possuem nenhum tipo de restrição para a entrada em operação.

O sistema energético brasileiro possui fontes diversificadas de geração de energia. A maior parte da energia gerada em território brasileiro é proveniente das Usinas Hidroelétricas, conforme pode ser observado na Tabela 2.1, que está apresentada na Resenha Energética: Exercício de 2009 (MME, 2010), na qual apresenta a Oferta Interna de Energia Elétrica no Brasil, tendo o percentual hidroelétrico correspondendo a 77,3% no ano de 2009. E quando analisada em termos de percentual de participação no SIN, esta fonte energética aumenta seu percentual para 92,5%.

Neste ano analisado, a participação da biomassa, que em 2008 representava 4,1% da estrutura disponível de energia elétrica, teve um crescimento de 15,5% na sua participação e foi ampliada para 4,7% da estrutura brasileira. Ressalta-se que deste total da biomassa, em 2009, 1.238 GWh correspondem a energia gerada de

⁵ Conforme pode ser visto em:

http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/noticias_boletim/?fuseaction=boletim.detalharNoticia&idNoticia=871.

fonte eólica, além do fato de que houve neste ano uma queda na participação de todas as demais fontes geradoras de energia, com exceção da hidroelétrica.

Tabela 2.1 – Oferta Interna de Energia Elétrica – OIEE (GWh e %)

Especificação	GWh		09/08 %	Estrutura (%)	
	2008	2009		2008	2009
Hidro	369.556	390.998	5,8	73,1	77,3
Nuclear	13.969	12.957	-7,2	2,8	2,6
Gás Natural	28.778	13.332	-53,7	5,7	2,6
Carvão Mineral	6.206	5.214	-16,0	1,2	1,0
Derivados de Petróleo	15.628	12.724	-18,6	3,1	2,5
Biomassa	20.681	23.877	15,5	4,1	4,7
Gás Industrial	8.301	7.066	-14,9	1,6	1,4
Importação	42.211	39.666	-6,0	8,4	7,8
TOTAL	505.331	505.824	0,1	100,0	100,0

Fonte: MME, 2010

As diversas fontes energéticas têm diferentes dinâmicas para a formação de preço, dado que tanto seus custos quanto a própria estrutura de produção utilizada para definição do nível preço, são diferenciadas. Desta forma, o preço de comercialização da energia praticado nos distintos mercados, tem de incorporar os diferentes níveis de investimento associados a todas as formas de produção e em distintos momentos.

Como dito pelo presidente do Conselho de Administração da CCEE, em um Workshop para a formação de preço ocorrido no ano de 2008, “em sistemas termoeletricos, o preço de curto prazo é o custo variável de operação da última termoeletrica acionada” (CCEE, 2011). Já para o caso do preço de curto prazo das usinas hidroelétricas, ele definiu como sendo “o valor esperado do custo de oportunidade de água no futuro” (CCEE, 2011).

As relações comerciais, instituídas por contratos bilaterais entre as empresas que operam no SIN, determinam tanto contratos de longo quanto de curto prazo, podendo ser definidas com estes dados uma aproximação para a série de preço *spot* neste mercado.

Para determinar a formação de preços em um processo licitatório, esta se distingue quanto a sua forma de geração, dado que elas se diferenciam quando provenientes da forma hidroelétrica e da termoeletrica.

Conforme Portaria nº 97e116/2006 (MME, 2006), existe uma estrutura processual para que ocorram os leilões de energia, sendo que nos de Energia Nova existem duas fases de negociação, com uma etapa inicial com as usinas de fonte hidroelétrica, seguida de uma contínua, na qual entram as de fonte termoelétrica.

Desta forma, este leilão é iniciado com a análise de projetos hidroelétricos, representando uma priorização governamental por este recurso energético, sendo que esta decisão é influenciada por fatores que fogem do foco deste trabalho, não sendo explorado este conteúdo.

Nesta Portaria, para as Usinas Hidroelétricas o lance definido em leilão pelas empresas deve conter o lance para a Oferta Hidro, o que pode ser diretamente considerado em reais por megawatt-hora (R\$/MWh), sendo medido pelos níveis dos reservatórios, da garantia de fornecimento, da dimensão da estrutura de geração. Nos lances destes leilões ainda são definidas outras variáveis, como a quantidade de lotes, sendo também necessário respeitar outras definições, como o lastro apresentado para a venda da energia.

No caso das Termoelétricas, a EPE utiliza outra medida de referência para a análise de menor custo nos leilões, definida com base na garantia física informada ao MME para cada tipo de empreendimento. A formação dos preços utiliza o montante financeiro desta estrutura física, que adicionado ao Valor Esperado do Custo Econômico de Curto Prazo – CEC e ao Valor Esperado do Custo de Operação – COP, são totalizados e ponderados por esta garantia física definida inicialmente.

Diante destes dados, são gerados os Índices de Custo-Benefício – ICB – para as Termoelétricas, determinados também em reais por MWh (R\$/MWh).

Para a participação nos leilões de energia, as empresas devem ter o aceite da EPE, que analisa seus projetos considerando as condições econômicas e socioambientais destes empreendimentos, de forma que estes proporcionem uma segurança de suprimento de energia, assim como uma sustentabilidade ambiental.

Para complementar o critério de precificação das Termoelétricas, a EPE ainda disponibiliza no mercado os Custos Marginais de Operação – CMO, de forma que este represente um alicerce para a verificação do COP e do CEC dos empreendimentos, sendo que da mesma forma tornará disponível estes dados para cada um dos proponentes vendedores.

Para a escolha dos projetos no ACR, os leilões são estruturados para a obtenção do menor custo global para o Sistema, ou seja, este custo minimizado tem que incorporar tanto os fatores fixos quanto os variáveis, estando eles relacionados aos custos de investimentos, custos operacionais, de manutenção, socioambientais.

Como definido em EPE (2006), a justificativa para a incorporação dos custos socioambientais está na determinação de que estes custos devem atender não somente ao quesito voltado para a segurança de suprimento de energia, mas também abarcar o conceito de sustentabilidade ambiental.

Neste trabalho da EPE, que apresenta a metodologia de cálculo do ICB, define-se um valor para cada empreendimento de geração de energia, considerando para cada um destes projetos uma razão entre o custo total e o benefício energético de seu empreendimento.

Com isso o ICB pode ser calculado em base mensal ou anual, com a seguinte expressão:

$$ICB = \frac{CustosFixos + E(CustosDeOperação) + E(CustoEconômicoDeCurtoPrazo)}{GarantiaFísica}$$

Podendo ser resumido pelos seguintes fatores:

$$ICB = \frac{CustosFixos + COP + CEC}{GarantiaFísica}$$

Neste cálculo, a parcela fixa deve incorporar não só os gastos com a implantação do empreendimento, mas também outros como os custos socioambientais, juros incidentes durante a fase de construção, a quota fixa para operação e manutenção da usina (considerando o combustível para possível operação) e o custos das Tarifas de Uso dos Sistemas, o de Transmissão – TUST – e o de Distribuição – TUSD.

Tanto o COP quanto o CEC são definidos por variáveis aleatórias associadas, respectivamente, à expectativa de custos operacionais e econômicos da operação, definidos em reais por ano (R\$/ano). Ambos os custos possuem esta aleatoriedade por serem definidos de acordo com uma simulação estática de cinco anos, calculados mensalmente, e considerando nesta simulação a utilização de uma amostra com 2.000 cenários possíveis para o comportamento do SIN.

O COP está diretamente relacionado com os valores declarados pelo empreendedor quanto ao nível de inflexibilidade no fornecimento energético da

usina em questão e do seu custo variável relacionado à operação e manutenção da mesma. Existe uma relação desta variável com o Custo Marginal de Operação – CMO, valor acumulado pelas liquidações realizadas no mercado de curto prazo de energia.

O CEC, além de também estar relacionado à inflexibilidade de despacho da usina e ao seu custo variável, é definido pela diferença existente entre o fornecimento real da usina e a garantia física declarada. Estas diferenças são apuradas mensalmente e relaciona-se também com o CMO.

O CMO é calculado por simulação em base mensal e definido considerando as Garantias Físicas dos novos empreendimentos, ocorrendo diante de especificidades como cenários possíveis equiprováveis em cada período de tempo, definidos nos submercados regionais.

Segundo a EPE (2006), a inflexibilidade do despacho das usinas pode ocorrer por dois motivos, sendo o primeiro caracterizado por razões elétricas, as quais estão relacionadas com alguma necessidade do sistema de transmissão, fato pelo qual estas não são consideradas no cálculo do ICB.

A segunda razão refere-se à possibilidade do seu Custo Variável – CV – ser diferente do seu CMO, fato pelo qual podem acontecer duas situações (EPE, 2006):

- Quando o CMO⁶ for maior ou igual ao CV, a Geração de energia (em megawatts médios – MW_{méd.}) no período é igual a sua Disponibilidade de energia, relacionado à sua capacidade máxima.
- Quando o CMO for menor que o CV, a Geração de energia (em MW_{méd.}) no período é igual a sua Inflexibilidade de despacho, correspondendo esta inflexão a sua possibilidade mínima de geração de energia.

Desta forma, o CV da empresa representa um balizador para a decisão de geração de energia, podendo ser diferente do CMO calculado pela EPE diante de um modelo de simulação de seus dados e, sendo assim, influenciando no volume gerado de energia.

Castro, Brandão e Dantas (2010) apresentam uma perda de precisão na simulação dos dados pelo modelo de simulação utilizado, dada a sua incapacidade

⁶ Relacionado a um determinado sub-mercado, cenário, período e definido em R\$/MWh.

de verificação das restrições hidráulicas com o ONS entre os reservatórios, além da relacionada à utilização da queda que não seja a existente localmente.

Em relação aos benefícios percebidos para o setor, Da Costa e Pierobon (2008) analisam a sistemática dos resultados do leilão, tendo como uma de suas conclusões o fato de que ocorrido o aumento da demanda acima do previsto para os leilões, associado à diminuição da oferta de energia hidroelétrica, proporcionou uma ampliação no despacho das termoeletricas, aumentando-os acima dos patamares estimados de ICB para os leilões.

Cabe ainda ressaltar a conclusão encontrada no trabalho desenvolvido por Dimitri Martins (2008), o qual verificou que na formação do ICB das Termoeletricas o custo variável declarado será maior quanto maior for o preço futuro esperado pelo empreendedor, tornando enviesada esta estimativa.

Mesmo considerando estas ressalvas na estrutura metodológica da formação dos preços neste mercado, o PLD é utilizado neste trabalho para a definição de uma série de preços à vista do mercado de energia, formado a partir do ajuste diário entre demanda e oferta de energia.

No controle deste ajuste, a CCEE registra os contratos celebrados entre vendedores e compradores de energia, verificando o volume de energia e o período de vigência determinado. Com isso, este órgão pode contabilizar todas as diferenças existentes entre o que foi produzido/consumido e o que foi previamente definido no contrato.

Este acompanhamento é realizado para que as diferenças existentes que certamente ocorrem, sejam elas positivas ou negativas, possam ser liquidadas em um Mercado de Curto Prazo, no qual é utilizado o PLD para esta prática.

Este PLD é definido a cada semana, sendo especificado por submercado e diante do volume de carga. A base de cálculo utilizada para sua formação é o CMO, sendo que há limites de mínimo e de máximo nesta determinação do seu valor.

A definição do nível de risco para as empresas geradoras de energia elétrica no setor sucroalcooleiro esbarra no fato deste setor agregar, cada vez mais, atividades que ampliam as incertezas relacionadas à definição de seu custo do capital.

Para representar o custo deste capital investido, definindo assim o nível de risco relacionado ao setor de geração de energia elétrica, a ANEEL, por

intermédio da Nota Técnica de número 262/2010, aborda sobre a Metodologia e Critérios para Definição da Estrutura e do Custo de Capital Regulatórios, a qual tem como objetivo “apresentar a metodologia e os critérios a serem adotados pela ANEEL para a determinação da estrutura de capital e do custo de capital a ser utilizado no cálculo da remuneração das instalações de distribuição de energia elétrica (...)” (ANEEL, 2010).

Esta análise apresentada pela ANEEL é contextualizada considerando as condições de monopólio natural, do custo de oportunidade dos recursos, da taxa de retorno do capital, do nível de risco assumido pelas indústrias reguladas.

Este risco para o setor de distribuição de energia elétrica, conforme definido na nota, é considerado baixo, sendo ratificado tanto pelo mercado brasileiro quanto pelos países ao redor do mundo, que operam com regimes regulatórios desta natureza.

Desta forma, considerando a metodologia exposta para o cálculo do Custo Médio Ponderado do Capital (*Weighted Average Cost of Capital – WACC*), assim como as condições definidas, a Nota Técnica define o WACC com sendo de 7,15%, em termos reais.

A aplicação desta taxa de retorno definida para as companhias distribuidoras de energia elétrica na análise do setor de geração de energia está embasada na verificação de que no Índice de Energia Elétrica constituído pela Bolsa de Valores de São Paulo – IEE/Bovespa possui 70% das empresas listadas na sua constituição como detentoras de ativos com remuneração vinculada ao setor de geração de energia e, desta forma, podendo ser definido um risco associado também a esta atividade de produção.

Diante destas informações do setor elétrico brasileiro, no próximo capítulo é apresentado o setor sucroalcooleiro, sendo caracterizada sua perspectiva histórica, sua estrutura de produção com seu respectivo nível de produtividade, além das séries históricas dos preços associadas aos produtos analisados.

3

Etanol: Histórico, Produtividade, Preços, Estrutura de Produção e Cogeração

3.1.

Introdução

No início do século XX já havia uma recomendação para que se implantasse no Brasil uma infraestrutura de produção para utilização do etanol em veículos automotores nos serviços federais, estaduais e municipais. Segundo Goldemberg, *et al* (1993), este foi o resultado do I Congresso Nacional sobre Aplicações Industriais do Álcool, ocorrido em 1903⁷.

Ao longo dos anos do referido século foi sendo intensificada a necessidade de diversificação da fonte de recursos energéticos, principalmente pela utilização de uma intensa dependência do uso dos derivados do petróleo, *commodity* que possui reservas não renováveis.

A ocorrência de acontecimentos momentâneos, na década de 1970, relacionada com a intensa escassez do petróleo no mercado impulsionou a produção do etanol com uma política pública de estímulo ao investimento no setor, tendo redução em seus impostos, garantia de remuneração ao produtor e de disponibilidade e preço ao consumidor. O programa instituído para superar esta escassez foi o Programa Nacional do Álcool, o Proálcool.

Houve uma redução substancial destes benefícios financeiros ainda no século XX, sendo que o governo manteve certo estímulo com a utilização de um percentual de 20% de etanol anidro como componente da gasolina comercializada no país durante vários anos, sendo reduzido para 18% em 2011 diante da elevação dos níveis de preço do etanol.

Segundo o Núcleo de Assuntos Estratégicos da Presidência da República – NAE (2004), no que tange a visão histórica relacionada à produção do etanol da cana-de-açúcar produzido no Brasil, este alcançou três resultados importantes. O

⁷ Uma análise histórica detalhada, incluindo este Congresso e outros episódios políticos e técnicos, acontecidos ao longo deste século para o desenvolvimento do setor, pode ser observada também em SILVA, Ozires, FISCHETTI, Decio. Etanol: A revolução verde e amarela. São Paulo: Bizz, 2008.

primeiro está relacionado ao nível de produção e do padrão de consumo brasileiro, dado que diante da expectativa governamental houve uma superação das metas predefinidas para o programa de incentivo ao produto.

O segundo resultado mencionado refere-se ao nível de produtividade, pelo qual este combustível renovável tornou-se competitivo no mercado, superando inclusive em determinados momentos a preferência aos combustíveis fósseis para alguns consumidores.

E o terceiro aspecto refere-se à questão ambiental, já que seu consumo, relativamente ao dos combustíveis fósseis, proporciona uma redução nos efeitos nocivos proporcionados pelas emissões de gases do efeito estufa, que advém da utilização dos meios de locomoção.

Este relatório ainda menciona uma característica importante do setor, a qual define que, já em 2004, o processo produtivo do etanol é realizado com uma tecnologia a qual “atingiu sua maturidade plena”. Esta maturidade está atrelada ao processo do etanol, no qual os ganhos de produtividade na primeira década do século XXI foram mínimos. Isso não invalida a diversificação da planta produtiva e a constituição de novos produtos e subprodutos nesta planta.

No processo produtivo do etanol, além de ser gerado o etanol anidro a ser misturado na gasolina utilizada no Brasil, também é gerado o etanol hidratado a ser comercializado isoladamente para que possa servir como uma forma de combustível própria para os veículos automotores.

Como fato complementar para ampliação deste mercado, já se constata a utilização de etanol em veículos automotores a diesel, como é o caso de ônibus na Suécia, assim como o etanol hidratado que passou a ser utilizado a partir de 2005 no Ipanema, avião fabricado pela Embraer. Cabe ressaltar que no dia 26 de maio de 2011, foram entregues 50 ônibus movidos a etanol para a Viação Metropolitana com a função de circularem pelas ruas da cidade de São Paulo, visando principalmente reduzir a emissão dos gases poluentes na atmosfera, conforme divulgado no *site* da UNICA neste mesmo dia.

O etanol pode ser extraído não só da cana, mas também de outras formas de biomassa, com níveis diferenciados de produtividade e custo, sendo o concorrente mais comum o etanol de milho, que tem os Estados Unidos da América como seu maior produtor mundial, conforme apresentado no *Annual Industry Outlook*, relatório elaborado pela Associação de Combustíveis Renováveis – RFA (2010).

Além desta opção de produção do etanol proveniente do milho, este ainda pode ser gerado de outras formas de biomassa, como da mandioca, do trigo, da beterraba açucareira e dos resíduos lignocelulósicos, sendo que este último possui em sua estrutura, principalmente, a lignina, a celulose e a hemicelulose⁸.

O etanol extraído destas diversas fontes renováveis, conforme estudo realizado no trabalho gerado pela parceria BNDES/CGEE (2008), o qual apresenta os resultados energéticos de diferentes formas de insumos energéticos (apresentados na Tabela 3.1), indica como uma referência a cana-de-açúcar, por representar a matéria renovável que proporciona a maior relação de energia, definida como um quociente entre a energia gerada de forma renovável pela biomassa e a energia de origem fóssil necessária para esta produção.

Tabela 3.1 – Comparação das Diferentes Matérias-primas para a Produção de Bioetanol

Matéria-prima	Relação de energia
Cana	9,3
Milho	0,6 – 2,0
Trigo	0,97 – 1,11
Beterraba	1,2 – 1,8
Mandioca	1,6 – 1,7
Resíduos lignocelulósicos (estimativa)	8,3 – 8,4

Fonte: BNDES/CGEE (2008) – adaptado

Associado a este benefício econômico-ambiental pode ser constatado entre estas biomassas listadas, que no final do século XX a estrutura tecnológica existente no Brasil gera um custo de produção inferior ao etanol gerado tanto nos EUA quanto nos países europeus, sendo que nestes ainda permanecem os benefícios (subsídios) internacionais concedidos por seus governos. Este não é o caso do Brasil, por mais que o governo brasileiro tenha contribuído principalmente nas décadas de 1970 a 1990, potencializando e dando manutenção à política do combustível etanol como uma fonte alternativa de energia.

Quanto a estes custos de produção, conforme apresentado por Macedo e Horta Nogueira (2004) em trabalho elaborado para o CGEE, na produção do etanol gerado a partir da cana-de-açúcar o custo médio é de US\$ 0,15 a US\$ 0,163 por litro, sendo que no caso do etanol proveniente do milho esta marca alcança a

⁸ O detalhamento desta matéria-prima não é o interesse deste trabalho; para maiores explicações veja: REFFATTI, P., AGUIAR, C. M., BARRETO-RODRIGUES, M. *Estudo da Bioconversão de Resíduos Agroindustriais Lignocelulósicos por *Lentinula Edodes*: Produção e Caracterização de Proteína Unicelular*. Revista Brasileira de Tecnologia Agroindustrial, vol. 01, nº 1, pp.1-8, 2007.

cifra de US\$ 0,33 cada litro, e no caso do etanol de beterraba seu custo médio por litro gira em torno de US\$ 0,43.

Quanto aos índices de produtividade, a beterraba possui um acúmulo de açúcar similar ao da cana, alcançando índices de produtividade semelhante.

E mesmo diante de dados favoráveis relacionados ao resultado da produção de etanol de milho e de beterraba, segundo dados apresentados no *site* da UNICA (2011), no mês de abril de 2011 o nível de produtividade do etanol gerado a partir da cana-de-açúcar alcança a marca de 6.800 litros por hectare de cana plantada, enquanto o de milho tem um nível máximo de 3.100 litros por hectare e o de beterraba europeu de 5.500 litros por hectare.

Além do processo produtivo do etanol de cana-de-açúcar possuir uma extensa gama de subprodutos, variando desde a produção de gás carbônico, liquefeito e armazenado sobre pressão para ser comercializado com indústrias de refrigerante e gelo seco, passando pelo melaço, levedura, vinhaça e torta de filtro, existe a capacidade de cogeração de energia elétrica proveniente do bagaço da cana e da palha seca, sendo que esta tecnologia ainda não chegou a sua maturidade, tendo uma possibilidade de seu processo produtivo ser realizado de forma combinada com outras fontes energéticas.

Conforme disponível no *site* do Centro de Tecnologia Canavieira – CTC (2011), diante da tecnologia existente, quando a palha é deixada no campo ela apresenta benefícios líquidos, dado que sua permanência proporciona benefícios agrônômicos e poucas desvantagens. Se for considerada sua retirada para aproveitamento energético, esta demanda tecnologia e investimentos para a viabilização do processo.

Conforme os níveis de produção apresentados na Tabela 3.2, associado ao volume de cana-de-açúcar projetada, com base nos dados da UNICA e do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento – MAPA (2011) houve um aumento contínuo ao longo das safras de 2006/07 a 2008/09, tendência que permanece nas duas safras seguintes, dado o levantamento realizado pela CONAB (2010 e 2011) para o acompanhamento destas safras.

Tabela 3.2 – Produção Brasileira/Processada pelas Usinas Brasileiras

PRODUÇÃO (Brasil)	ANO				
	2006/07	2007/08	2008/09	2009/10*	2010/11*
Cana de Açúcar Processada (mil ton.)	425.535,8	495.723,3	569.062,6	604.513,6	623.905,1
Etanol (mil litros)	17.719.209	22.526.824	27.512.962	25.762.623	25.612.506
Açúcar (mil ton.)	29.882,4	31.026,2	31.049,2	33.074,6	38.168,4

Fonte: UNICA/MAPA⁹ (2011)

* Levantamento Companhia Nacional de Abastecimento – CONAB (2010 e 2011)

Este aumento no volume de cana processada explica o aumento contínuo da produção de açúcar e etanol ao longo dos períodos analisados, apesar da produção de etanol expressar um crescimento nas safras de 2006/07 a 2008/09, conforme os dados da UNICA/MAPA, sendo procedido no levantamento pela CONAB de uma ligeira regressão na safra de 2009/10, para permanecer praticamente inalterada na safra seguinte.

No caso da produção de açúcar o crescimento foi ininterrupto, tanto nos dados obtidos da UNICA/MAPA, quanto nos dados levantados pela CONAB. Para uma representação e visualização destas estruturas produtivas do setor sucroalcooleiro, na próxima seção é apresentado o processo produtivo do setor com a possibilidade de fabricação do etanol/açúcar e a estrutura associada à sua possibilidade de cogeração.

3.2. O processo produtivo do setor sucroalcooleiro

Nesta seção para um melhor entendimento do processo produtivo do setor, este está definido considerando as duas possibilidades de geração de valor, com a alternância de *output* entre etanol e açúcar, conforme definido por Bastian-Pinto (2009), e com a sua capacidade de cogeração de energia elétrica.

Para isso, é necessário o entendimento de que, como define Gordinho (2010), todo o processo se baseia na lavoura e na produção de cana-de-açúcar, que representa uma planta que possui rebrotas anualmente e que necessita de replantio a cada cinco ou seis anos, dependendo da região, da tecnologia e da forma de plantio e colheita utilizada.

⁹ Disponível em <http://www.unica.com.br/>.

Como definido em seu trabalho, a sazonalidade da safra está definida de acordo com a região, dado que na região Centro-Sul brasileira a safra ocorre de Abril a Novembro, e no Nordeste de Setembro a Março.

No que se refere ao período do ano, vale ressaltar a complementaridade da disponibilidade entre a termoeétrica com bagaço de cana-de-açúcar e as hidroelétricas na geração de energia elétrica, pois conforme dados disponibilizados no *site* da ONS¹⁰ (2011), a partir do mês de abril acontece uma queda nos níveis dos reservatórios hidroelétricos, representando justamente o período no qual é iniciada a colheita da safra de cana-de-açúcar.

De qualquer forma, a duração das safras varia de sete a oito meses do ano, fazendo com que a matéria-prima para a produção do etanol e do açúcar esteja disponível neste período. Já em relação à cogeração de energia, esta pode ser gerada durante o período da safra, mas que diante da possibilidade de estocagem do bagaço ainda tem a capacidade de gerar energia no decorrer de todos os meses do ano.

3.2.1. Com possibilidade de alternância de *output*

Para entender o mecanismo de transformação e as etapas as quais estão definidas este processo, a estrutura de produção considerada é utilizada tanto na produção de açúcar quanto na de etanol, podendo ser este último anidro ou hidratado. O entrelaçamento dos estágios existentes na estrutura proporciona um maior aproveitamento do processo.

Na Figura 3.1 pode ser constatado que o processo produtivo do etanol inicia-se pela moagem da cana-de-açúcar, que tanto gera uma sobra de bagaço para ser usada nas caldeiras para cogeração de energia, quanto seu caldo, que após tratamentos químicos, vaporizações e condensações, passa pelo processo de filtração.

Com o nível tecnológico utilizado, depois deste estágio, o processo é direcionado para a especificação de qual será o produto fabricado, se etanol (hidratado ou anidro) ou açúcar. Daí em diante, os processos se segregam e

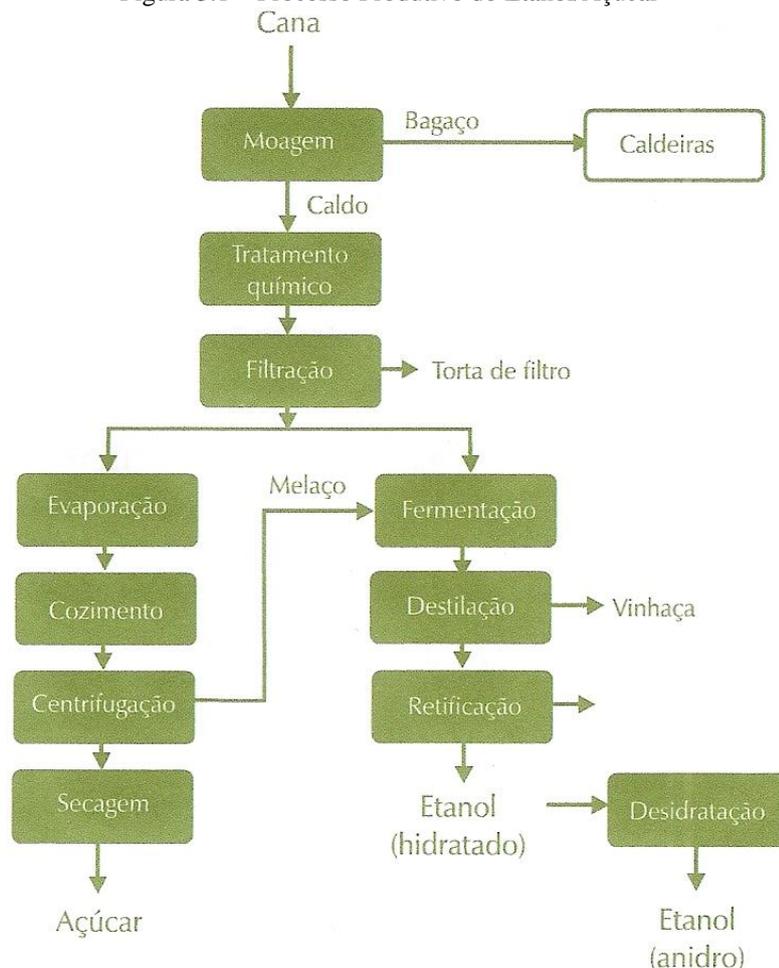
¹⁰ Disponível em: http://www.ons.org.br/historico/geracao_energia.aspx.

tomam rumos diferenciados, por mais que estejam interligados novamente num estágio avançado da produção de açúcar.

Se o processo for definido para a produção de açúcar seguem-se os estágios de evaporação, cozimento, centrifugação, no qual é gerado o melaço, finalizando com a secagem para a extração do açúcar. Neste caso, quando o processo passa pelo estágio da centrifugação, o subproduto do melaço representa uma solução residual rica em açúcares redutores e este proporciona ainda a fabricação de um determinado volume de etanol, podendo também ser proporcionado um etanol de segunda geração, tecnologia ainda em evolução e não considerada neste trabalho.

Já quando o processo produtivo é direcionado para a produção de etanol, as etapas subsequentes são a fermentação, a destilação, na qual é gerado o subproduto da vinhaça, sendo que com a retificação proporciona o etanol hidratado, que quando este é desidratado gera outro tipo de álcool, com a especificação referente ao etanol anidro.

Figura 3.1 – Processo Produtivo do Etanol/Açúcar



Fonte: Seabra, 2008.

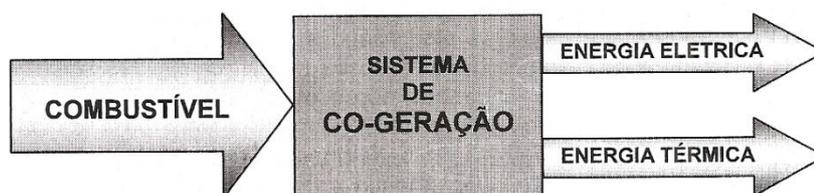
Segundo o trabalho BNDES/CGEE (2008) são necessários três tipos de energia para o processamento da cana, com sua necessidade representada pela energia térmica, que é utilizada nos estágios de aquecimento, da energia mecânica expressa pelas atividades realizadas pelas moendas, e pela energia elétrica utilizada em diversos sistemas de acionamento existentes nos variados estágios da produção. Esta energia elétrica pode ser produzida pela própria usina, como será visto na próxima subseção.

Cabe ressaltar que todos os resíduos proporcionados neste processo produtivo, compostos pela vinhaça, torta de filtro, assim como as cinzas das caldeiras, representam subprodutos que são cada vez mais e melhor aproveitados na geração de valor para a usina, como é o caso do tratamento destes e sua utilização como fertilizantes.

3.2.2. Com possibilidade de cogeração

A cogeração de energia, conforme definido por Paterman-Brasil (2005), está relacionada à “geração simultânea, e combinada, de energia térmica e energia elétrica ou mecânica, a partir de uma mesma fonte”, conforme pode ser visto na Figura 3.2. Esta fonte pode ser proveniente do gás natural, do resíduo asfáltico originado no refino do petróleo, da biomassa.

Figura 3.2 – Sistema de Cogeração



Fonte: Paterman-Brasil (2005)

Segundo a ISO (2009), a cogeração representa um processo no qual são produzidas eletricidade e energia térmica útil, tanto calor quanto resfriamento. Este processo ocorre perto de seu ponto de utilização, além de apresentar uma elevada eficiência.

O trabalho salienta ainda que, na usina, em praticamente todas as fases de fabricação do açúcar existe a necessidade de calor, seja na extração do suco, na secagem da polpa, na purificação, evaporação, cristalização, enfim, tendo sua utilidade potencializada neste processo.

Conforme informado em sua publicação, vale dizer que esta eficiência no processo é ampliada com o fato de que esta produção combinada de calor e energia elétrica aumenta a eficiência total do processo em, aproximadamente, 50% se comparado com a produção isolada destes.

A possibilidade de cogeração de energia elétrica acontece a partir do calor que é liberado pelas caldeiras ao realizarem a combustão, no setor sucroalcooleiro, do bagaço e da palha de cana.

Paterman-Brasil (2005) ratifica as vantagens à sua utilização, como a diminuição nos custos operacionais do processo, a proximidade ao consumidor, que diminuem os custos de transmissão. Numa análise relativa, o autor verifica que as centrais hidroelétricas não necessariamente fornecem estas vantagens de utilização e transmissão.

Em termos relativos ao seu aproveitamento, Castro, *et al* (2010) privilegiam as Termoelétricas como reserva de energia, dado que representam uma garantia de suprimento para o período necessário de fornecimento, definindo as térmicas de gás natural como sendo complexas e dispendiosas.

Para ilustrar o perfil do setor sucroalcooleiro, conforme dados publicados no *site* da UNICA (2010), das 432 usinas do setor existentes no Brasil, 100 delas possuem um sistema de cogeração implantado de energia elétrica, sendo destas 54 usinas estabeleceram-se no estado de São Paulo, o que dá representatividade para o enfoque da cogeração neste estado.

Esta informação é ratificada em seu Relatório de Sustentabilidade (UNICA, 2010), no qual define que no mês de agosto de 2010, das 432 usinas operando no Brasil, 58% delas são produtoras de açúcar e etanol e 37,5% são destilarias. Este relatório afirma ainda sobre a autossuficiência destas na geração de energia térmica e elétrica.

Com isso, pode ser verificado que a autossuficiência de algumas Usinas em energia elétrica e térmica já existe diante da estrutura mínima tecnológica disponível em suas instalações, e desta forma que a cogeração representa uma realidade operacional.

Conforme COGEN (2010), as estruturas produtivas de cogeração de energia são definidas como *greenfield* quando a sua instalação acompanha a implantação da Usina, incorporando os custos do maquinário necessário para atingir a produtividade desejada.

Já as usinas classificadas como *retrofit* são aquelas nas quais o maquinário básico das Usinas de etanol/açúcar já foi adquirido e este já se encontra em operação, sendo que estas precisam realizar investimentos para adquirir novos equipamentos para uma possível ampliação da potência deste maquinário já existente, assim como novas estruturas de capital para geração, captação e distribuição desta energia gerada.

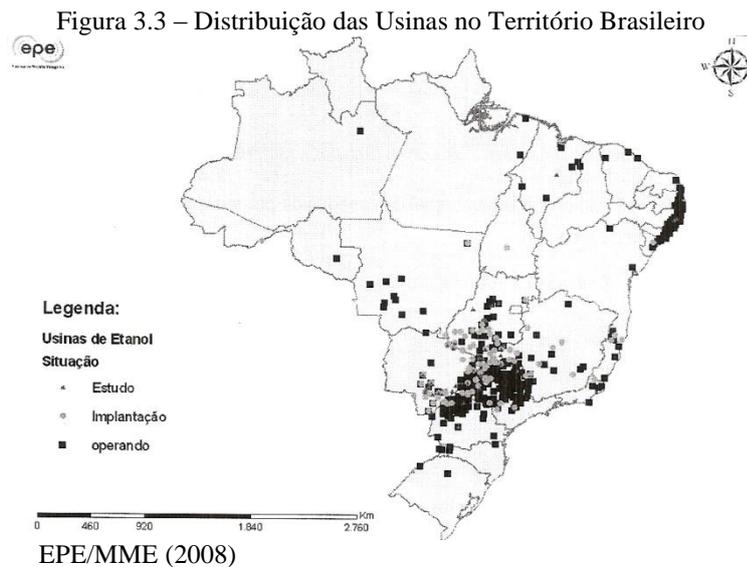
Nyko, *et al* (2011) conclui em seu trabalho que grande parte dos possíveis investimentos estão atrelados ao *retrofit*, indicando a opinião dos usineiros a respeito da ausência de uma modalidade específica como fonte de financiamento que dificulta o investimento na conversão para o sistema de cogeração.

Este trabalho ainda apontou que não foi informada pelos usineiros alguma dificuldade em operar no fornecimento de energia, obtendo também uma baixa relevância o impacto causado pelos custos de ligação com a rede de transmissão, com exceção das usinas existentes no Mato Grosso do Sul, as quais possuem uma dificuldade relacionada justamente com a distância associada aos pontos de fornecimento.

Pode-se complementar esta percepção do produtor com a visão de que no estado de São Paulo existe uma elevada concentração de usinas, situação que dificulta cada vez mais a possibilidade de implantação de estruturas do tipo *greenfield*.

Uma forma de visualização da distribuição das usinas ao longo do território brasileiro é apresentada em EPE/MME (2008), conforme ilustrada na Figura 3.3. Diante desta Figura pode ser constatada que a aglomeração das usinas se dá no estado de São Paulo e nas suas fronteiras, além da percepção de uma considerável incidência no litoral nordestino.

Desta forma, este é um forte indicador para ser considerada neste trabalho a análise com base nas estruturas *retrofit*, assim como o nível de preços praticado nesta região.



O nível de aproveitamento do bagaço é analisado pela CTC (2011), a qual determina em seu *site* que a sua característica físico-química irá depender da forma com que a cana-de-açúcar é colhida, sendo que esta pode ocorrer com ou sem queimadas, além da possibilidade de escolha da forma de corte, podendo ser semi-mecanizado, na qual o corte é manual e seu carregamento é mecanizado, mas podendo também ter o corte mecanizado.

Em seu endereço eletrônico apresenta os resultados de uma análise imediata do bagaço¹¹ de cana (determinando porcentagens de umidade, voláteis, carbono fixo e cinzas), sob a qual “para 24 amostras de cana picada e 30 amostras de cana inteira não mostraram diferenças significativas entre os métodos de colheita e os valores médios são compatíveis com os de diversos outros autores”.

Ainda a respeito do nível de produtividade da cogeração, cabe ressaltar que, visando definir uma perspectiva para o maior aproveitamento da palha (já que o aproveitamento até 2009 é praticamente nulo) e, assim, aumentar o nível de eficiência do processo de geração de energia, a Secretaria de Meio Ambiente do Estado de São Paulo assinou um Protocolo¹² no dia 04 de junho de 2007 com a UNICA, o Governo do Estado de São Paulo e com a Secretaria de Agricultura e Abastecimento de São Paulo – SMA/SP, objetivando o fim das queimadas realizadas nas plantações de cana-de-açúcar para 2014 nas áreas mecanizáveis e 2017 para qualquer tipo de área de produção.

¹¹ Conforme divulgado em: http://www.ctcanaveira.com.br/index.php?option=com_content&view=article&id=372&Itemid=1327.

¹² Encontrado em: <http://www.ambiente.sp.gov.br/cana/protocolo.pdf>.

Com as metas progressivas definidas no Protocolo, conforme definido no Balanço da Safra de 2010/2011, publicado pela SMA/SP, foram atendidos os percentuais de redução de queimada da palha nas plantações para este período, o que proporcionou uma redução na emissão de 2,4 milhões de toneladas de CO₂ na atmosfera¹³.

Diante destes dados, pode-se perceber que existe uma tendência ao aumento do recolhimento da palha nos campos, já que conforme apresenta a própria publicação, a colheita mecanizada já tem uma capacidade definida em 32 milhões de toneladas de palha, podendo chegar a 2014, quando iniciar o prazo final do cumprimento das orientações do Protocolo, a um volume de 70 milhões de toneladas de palha. Mas como apresentado anteriormente pelo trabalho da CTC (2011), este recolhimento requer tecnologia e investimentos, o que pode restringir a perspectiva de análise deste trabalho.

Contudo, conforme dados do trabalho do BNDES (2010), a cogeração de energia proveniente da palha resultante da plantação de cana-de-açúcar existente, ainda não é amplamente difundida pelas usinas sucroalcooleiras, tendo uma elevada heterogeneidade na sua utilização.

Desta forma, o aproveitamento do bagaço da cana-de-açúcar utilizado para cogeração de energia pode ser definido por um percentual de 28% a cada tonelada da cana moída, como foi publicado na segunda edição do Atlas de Energia Elétrica no Brasil (ANEEL, 2005).

Este nível de aproveitamento também é definido pela CTC¹⁴ (2011), já que “para cada tonelada de cana processada resultam ao redor de 280 kg de bagaço”.

Quanto ao destino da energia gerada no setor sucroalcooleiro, como existe a necessidade de utilização de energia elétrica nas diversas formas de acionamento, condução dos sistemas de controle e de iluminação e os sistemas de bombeamento existentes, a possibilidade de cogeração de energia minimamente supre uma carência interna, inclusive tendo sido este o interesse inicial do processo nas Usinas que tinham caldeiras de maior pressão e maior eficiência.

Como a energia não pode ser estocada e a produção é superior à necessidade interna, acabou gerando excedentes disponibilizados para o mercado.

¹³ Conforme a seguinte publicação: <http://www.ambiente.sp.gov.br/verNoticia.php?id=1157>

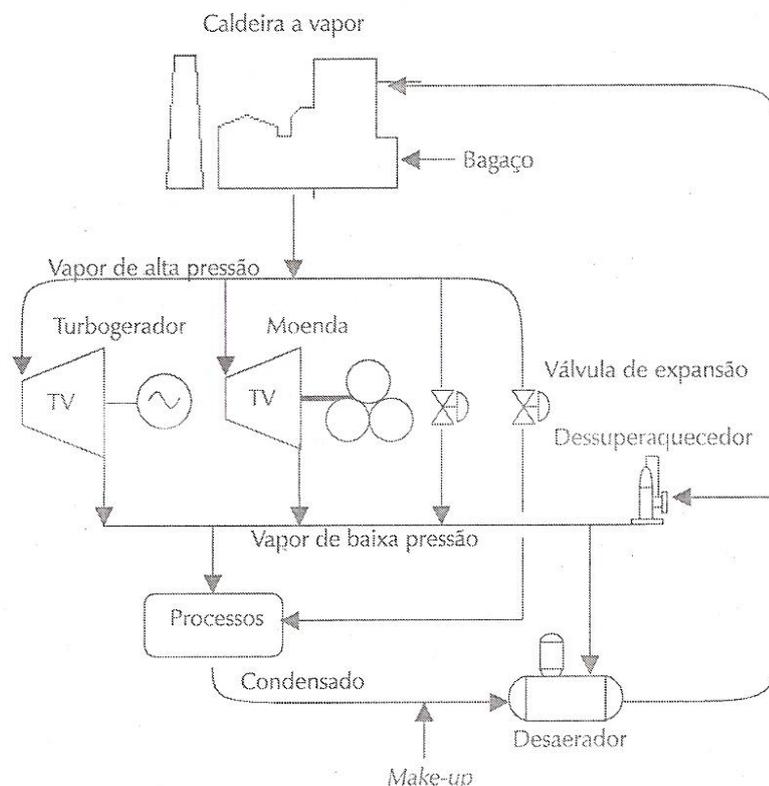
¹⁴ Disponível em:

http://www.ctcanavieira.com.br/index.php?option=com_content&view=article&id=367&Itemid=1323.

Alguns fatores interferem na produtividade da cogeração, já que esta é derivada da capacidade dos fornos para a queima do bagaço e da possível palha recolhida dos campos, assim como das próprias características destes insumos como o nível de umidade e o tecnológico do processo utilizado para a produção de energia, podendo inclusive ser este combinado com a utilização de gás, conforme afirma Corrêa-Neto (2001), que analisa esta tecnologia de forma que o ciclo proveniente da queima deste insumo possa ocorrer de forma continuada, tendo a produção proporcionada também em períodos da entressafra da colheita da cana-de-açúcar.

Conforme pode ser visto na Figura 3.4, Seabra (2008) mostra que as caldeiras a vapor geram gases de alta pressão com a combustão do bagaço e da possível palha recolhida. Estes vapores acionam as turbinas para a geração de energia elétrica, assim como realizam (de forma mecânica) alguns acionamentos do processo, proporcionando então escape de vapor à baixa pressão neste sistema. Este processo mecânico supre determinadas necessidades térmicas.

Figura 3.4 – Processo de Cogeração de Energia Elétrica no Setor Sucroalcooleiro



Fonte: Seabra, 2008.

Esta caracterização representa uma estrutura básica, sendo que esta pode ser ampliada e reestruturada diante de investimentos, utilizando-se de turbinas que realizem suas atividades de cogeração com níveis mais elevados de vapor e pressão, determinados em função da mudança tecnológica desejada, da intensidade de utilização dos insumos e da necessidade de produção definida pela usina.

Para minimizar o custo associado ao aproveitamento do bagaço¹⁵ nos períodos de entressafra, a estocagem do bagaço pode ser feita em pilhas em pátios abertos, coberto por lona plástica, para que o mesmo não seja alvo da água das possíveis chuvas.

Além deste espaço para armazenamento, conforme divulgado no *site* da CTC (2011), ainda existe a possibilidade de armazenamento do bagaço em armazéns fechados, assim como a utilização de outras técnicas para estocá-lo, como a compactação, a briquetagem, enfardamento.

Diante destes níveis de produtividade, associados a uma indústria representativa do setor, na próxima seção estão apresentados o padrão de custos e os níveis de preço que definem uma estrutura do FC estimado para as análises.

3.3.

A determinação do nível de preços e da empresa representativa do setor sucroalcooleiro: Fluxo de Caixa do processo produtivo

Nesta seção, para melhor entendimento, aplicação e análise dos dados a cada período verificado é apresentada a estrutura e o nível de produção e caracterizado o Fluxo de Caixa Esperado para a empresa representativa do setor, justamente para que este possa ser analisado considerando a sua planta com a Opção do investimento adicional para que realize a possível modificação tecnológica na cogeração de energia elétrica, assim como quando é considerada a planta flexível para o caso da Opção de escolha entre produzir etanol ou açúcar.

Existe um mercado solidificado nacional¹⁶ e internacionalmente de açúcar, com a formação de preços e a verificação dos níveis de produtividade do processo

¹⁵ Disponível em:

http://www.ctcanaveira.com.br/index.php?option=com_content&view=article&id=391&Itemid=1344.

¹⁶ Com o Brasil sendo o maior produtor/exportador mundial (Illovo, 2011), conforme pode ser encontrado em: http://www.illovo.co.za/World_of_sugar/Sugar_Statistics/International.aspx

produtivo deste produto. Quanto ao etanol, por mais que exista um esforço nacional para fortalecer seu mercado mundial e a vontade de colocá-lo como uma sólida opção de recurso renovável frente aos combustíveis de origem fóssil, tendo no Brasil um amplo mercado, na maioria dos países este incentivo não acontece, dificultando sua formação de preços e caracterização do risco associado a sua atividade.

O etanol brasileiro possui um baixo custo de produção, estando diretamente associado aos custos de produção do açúcar em sua estrutura de capital, já que diante de sua planta produtiva podem ser fabricados ambos os produtos. Neste quesito, a diferença na produção entre estes dois produtos encontra-se em seus custos variáveis, dada a mesma estrutura de capital constituída.

A negociação no mercado se processa para o açúcar com sua cotação definida em reais por cada saco de 50 kg, sendo o etanol comercializado em reais para cada litro do produto.

Como na produção de etanol são geradas duas composições distintas (anidro e hidratado), conforme está definido em Gonçalves, *et al* (2006), para representar seu nível de preço representativo do produto, foi considerada uma participação de 70% do etanol anidro e o restante do etanol hidratado, ambos expressos em litros.

Como já apresentado, o setor possui as empresas com seu processo produtivo com maior participação da produção nacional no Estado de São Paulo, assim na análise deste processo produtivo é utilizado o nível de preço dos produtos comercializados pelas indústrias deste estado, sendo que os valores tanto do açúcar quanto do etanol de cana-de-açúcar foram extraídos das pesquisas realizadas pelo Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada – CEPEA/USP¹⁷.

Quanto à energia elétrica comercializada proveniente do setor sucroalcooleiro, referente ao processo de cogeração, os níveis de preço utilizados são provenientes do PLD, conforme dados obtidos na CCEE.

O valor da energia elétrica utilizado neste trabalho está definido em reais por Megawatt-hora (R\$/MWh) comercializado.

Para o cálculo do valor da flexibilidade que as usinas possuem em alternar a produção entre etanol e açúcar, é aplicada a estrutura considerada no trabalho de

¹⁷ Encontrado em: <http://www.cepea.esalq.usp.br/>

Bastian-Pinto (2009), no qual o autor analisa uma usina representativa do setor com um nível de produção anual de 2,6 milhões de toneladas, a qual possui um nível de investimento de R\$83,2 milhões e um comportamento diferenciado dos custos variáveis entre a produção de açúcar e de etanol, sendo os da produção de açúcar superior ao do etanol em R\$ 4 milhões ao ano.

Considera, ainda, uma alíquota de 34% para o Imposto de Renda, já incluindo a Contribuição Social sobre o Lucro Líquido, sobre os quais são descontados os benefícios fiscais associados ao setor.

Com base nesta estrutura de produção apresentada, a seguinte relação é definida para o cálculo do FC esperado associado a cada período com a utilização de uma tonelada de cana-de-açúcar no processo produtivo do etanol.

$$FC_{ETANOL} = \{([80P_{ETANOL}\{1-0,04\}] - 29,67)2.600 - 28.726\}(1-0,19)$$

Neste FC é considerado que o preço do etanol é expresso em reais por litro gerado do combustível (R\$/litro), os impostos de venda são de 4%, os custos variáveis de R\$29,67 por tonelada de cana, sendo que são processadas em média anualmente 2,6 milhões de toneladas de cana por ano. Esta estrutura é definida como tendo um custo fixo de R\$28.726,00 e uma alíquota do Imposto de Renda a ser descontada de 19%.

E para o processo produtivo do açúcar, como este pode gerar também um determinado volume de etanol, este autor usa em sua análise a seguinte relação na definição do FC esperado para cada período referente a cada tonelada de cana-de-açúcar processada, considerando que esta produção está representada com a mesma estrutura de capital de quando somente o etanol estaria sendo produzido:

$$FC_A = \{([2,14P_{AÇÚCAR}\{1-0,16\}] + [12P_{ETANOL}\{1-0,04\}] - 31,94)2.600 - 28.726\}(1-0,19)$$

É mantido o percentual para os impostos de venda do etanol da equação anterior e definido como sendo de 16% para a venda de açúcar. Os custos variáveis sobem para R\$31,94 por tonelada de cana, sendo processada anualmente a mesma quantidade média de 2,6 milhões de toneladas de cana. O autor

considera ainda o mesmo custo fixo por tonelada de cana, assim como a mesma alíquota de Imposto de Renda anteriormente considerados.

Para os cálculos das variáveis de simulação do comportamento do preço do açúcar e etanol foram utilizados os dados compreendidos do período de Julho/2001 a Outubro/2012. Estes dados obtidos foram transformados em dados mensais sendo deflacionados pelo Índice de Preços ao Consumidor – IPC, da Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas – FIPE, já que este mede a variação dos preços ao consumidor da cidade de São Paulo, conforme apresentado no Anexo 01 para o preço do etanol e no Anexo 02 para o do açúcar.

A cogeração de energia elétrica não apresenta uma tecnologia única para sua estrutura de capital. Desta forma, existe uma ampla variabilidade em seus custos e níveis de produtividade com as estruturas em operação, considerando os diversos níveis tecnológicos. O desafio deste trabalho inclui o esforço de busca e verificação destes números que representam este setor que ainda não encontrou sua maturidade nesta atividade.

Para a análise dos níveis de preço da energia elétrica são utilizados os valores do PLD, conforme apresentado no Anexo 03, que foram extraídos do *site* da CCEE e deflacionados pelo mesmo índice aplicado ao etanol e açúcar, o IPC/FIPE.

Dias, *et al* (2011) apresenta uma análise para uma usina que realiza cogeração de energia e encontra um resultado favorável para esta estrutura da planta produtiva, sendo que considera os preços de etanol e açúcar como não correlacionados com o de energia elétrica, hipótese também definida neste trabalho.

Em seu trabalho, os autores analisaram a opção de expansão de toda a Usina, considerando que esta direciona metade da cana de açúcar cultivada para a produção de açúcar e metade para a produção de etanol. Do bagaço resultante é gerada a energia elétrica a ser comercializada.

Como já mencionado, na verificação do nível de produtividade do setor sucroalcooleiro, conforme definido por ANNEL (2005), além de divulgado no *site* da CTC (2011), a disponibilidade de bagaço (com 50% de umidade) opera na ordem de 28% a cada tonelada de cana – tc.

Desta forma, o trabalho realizado pelo CGEE (2005) mostra que a capacidade de geração de excedente de energia elétrica na indústria

sucroalcooleira irá depender de variáveis relacionadas à capacidade e potência dos fornos, do período associado a sua atividade para considerar a disponibilidade de insumo para o processo, assim como da característica dos insumos utilizados para esta produção, o que irá gerar um nível variado de *output* de energia elétrica.

Este trabalho define que, em condições típicas referentes às da região Centro-Sul brasileira, uma Usina de açúcar e etanol que realiza a moagem de dois milhões de toneladas de cana por ano, tendo em seus sistemas convencionais com cogeração representados por 65bar, 480° C, possui uma capacidade instalada para gerar 57,6 Megawatts por tonelada de cana processada, considerando o caso de uma usina do tipo *greenfield*.

Para percepção desta dimensão da variação tecnológica, Heck (2006) relata que já existe Usina que opera com parâmetros de cogeração a 65bar, 515° C, como é o caso da Usina do Vale do Rosário, que já em 2005 produzia 200 toneladas de vapor por hora e gerava 60 Megawatts por tonelada de cana processada.

Este aumento de produtividade é reforçado em Seabra (2008), no qual apresenta o fato de que no final da primeira década do século XXI estão sendo implementadas caldeiras com operação além dos 90 bar e, desta forma, com uma geração de energia voltada para a rede pública estimada em 146KWh por tonelada de cana.

Na análise realizada por Dantas-Filho (2009), o autor realiza um estudo de caso em quatro usinas de São Paulo, verificando os custos com geração de energia com a utilização do bagaço da cana-de-açúcar. Nesta verificação, a Usina Santa Cândida possui uma capacidade de processamento de 2,9 milhões de toneladas de cana, sendo fundada em 1930 e tendo a modificação da sua estrutura para cogeração de energia, qualificando-se no perfil *retrofit*.

Nesta Usina, a estrutura de cogeração é composta por duas caldeiras de 21bar com 300°C, uma caldeira de 42bar com 400°C, três geradores, sendo um de 15.000kVA, um de 18.750kVA e outro de 20.000kVA, dois transformadores de 25 MVA, um sistema de transporte de bagaço, além de possuir uma unidade de tratamento de água.

Neste trabalho, o valor do Investimento para a adaptação da estrutura produtiva foi de R\$25 milhões. O autor ainda encontrou em sua pesquisa um Custo Médio para a Operação do processo e Manutenção do sistema de R\$17,49

por MWh, sendo que o Custo de Operação e Manutenção máximo encontrado nas Usinas pesquisadas foi de R\$35,70 por MWh.

E com esta estrutura de produção a usina tem capacidade de cogerar 23 Megawatts, sendo oito Megawatts para consumo próprio e disponibilizado para comercialização 15 Megawatts.

Este nível de produtividade encontrado em Dantas-Filho (2009) tem correspondência com o a publicação da FIESP/CIESP (2001), na qual são tratados os níveis de potência das caldeiras, associados às potências adicionais geradas pelo processo (em Megawatts) e seus respectivos volumes de investimentos incrementais, em milhões de reais (R\$ milhões). Estes e os demais dados listados podem ser visualizados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Resultado comparativo entre níveis de variações tecnológicas

VARIÁVEIS	Variações Tecnológicas				
	III	IV	V	VI	VII
Potência da Caldeira	21	42	61	81	81
Potência Adicional (Megawatts)	13,9	29,2	33,3	41,5	38,7
Energia Anual Excedente (GWh)	51,0	107,3	122,4	152,4	284,2
Período de Operação	Safra	Safra	Safra	Safra	Anual
Investimentos Incrementais (R\$ milhões)	11,7	16,5	31,6	38,2	40,6

Fonte: FIESP/CIESP (2001) – modificada.

Assim, os investimentos incrementais serão adicionados ao valor do investimento inicial definido para a Usina Santa Cândida para compor o FC em cada momento de decisão.

Diante da capacidade instituída, deve ser considerado que a produção ocorre durante os oito meses da safra, assim como 30 dias a cada mês e a cogeração ocorrendo ao longo das 24 horas do dia. Desta forma, a usina opera num período de 5.760 horas por safra.

Com os dados do trabalho FIESP/CIESP (2001) é definida uma comercialização, variando respectivamente dos níveis tecnológicos III a VII, com um potencial excedente de: 51.000MWh, 107.300MWh, 122.400MWh, 152.400MWh e 284.200MWh.

Como o nível tecnológico VII capacita a Usina a produzir durante todo o ano, este não será utilizado, sendo aproveitados neste estudo os níveis tecnológicos nos quais a produção de energia é gerada apenas durante a safra de cana de açúcar.

Para desconto do custo de investimento do Projeto, é utilizada a taxa instituída no Programa de Apoio Financeiro a Investimentos em Fontes Alternativas de Energia Elétrica do BNDES, o Proinfra, que aplica para esta estrutura de produção uma taxa de juros definida pela Taxa de Juros de Longo Prazo – TJLP, mais 3,5% ao ano. Neste caso a taxa utilizada é de 9,67% ao ano.

NAGAOKA, *et al* (2007) apresenta em sua análise de viabilidade econômica associada à atividade de cogeração de energia, definindo para estrutura de capital uma vida útil de 20 anos.

Para a comercialização da energia, a empresa ainda precisa pagar duas tarifas, a Tarifa de Uso dos Sistemas Elétricos de Distribuição – TUSD – e a Tarifa de Uso dos Sistemas Elétricos de Transmissão – TUST.

Utilizando como referência os dados fornecidos pela MPX (2011), o impacto destas tarifas é de R\$3,41 por Kilowatt, por mês, sendo calculado como:

$$TUSD = (3,41 * 1000 * 8) / 5760 = R\$4,74/MWh.$$

Para complementar a elaboração do FC, a FIESP (2001) apresenta em seu relatório para a ampliação da oferta de energia proveniente da biomassa, um percentual de 3,65% incidente sobre o faturamento das empresas do setor.

Desta forma, para calcular o Valor com a opção de mudança tecnológica, cada FC associado à quantidade de geração de energia gerada está relacionado com o investimento adicional necessário para ampliar o nível de produção.

Cabe ressaltar que o primeiro FC, associado à tecnologia III, representa o custo necessário para implantação do sistema inicial de cogeração de energia. A partir daí, este nível de atividade pode ser expandido a cada período.

Esta programação de ampliação tecnológica foi realizada em fases na Usina Vale do Rosário, conforme apresentado no trabalho de Heck (2004), sobre a qual os investimentos realizados foram acompanhados de aumentos nos níveis de produtividade e dos respectivos volumes energéticos comercializados.

Neste trabalho, para o exercício da opção de mudança tecnológica, o usineiro deve quitar o financiamento do investimento com a tecnologia então utilizada, possuindo um valor de liquidação do investimento ou valor residual, conforme explicado em Samanez (2007).

Este valor residual está representado por um percentual de 10% do valor do investimento inicial subtraído da sua depreciação linear de 5% ao ano, conforme percentual definido no trabalho de Esperancini e Fodra (2010).

Com isso, a análise do FC associado à possibilidade de implantação deste processo produtivo de cogeração no momento inicial, com o nível de produção relativo ao volume de cana de açúcar processado na usina, corresponde ao recebimento do valor financiado subtraído do pagamento do investimento na tecnologia III e do valor da formação de seu capital de giro, este correspondente a 15% de sua receita esperada.

Durante os períodos explícitos do FC, o resultado de cada nível tecnológico é composto pela sua receita operacional subtraída da respectiva despesa, além de ser reduzida a parcela de depreciação, para formar o seu resultado do Lucro Antes do Imposto de Renda. Deste valor retira-se o imposto devido e acrescenta-se o valor definido da depreciação para o período para compor o FC Livre.

Do valor do FC Livre é deduzido o valor do financiamento, definido pelas prestações, para que aí sim possa ser definido o resultado para a Usina.

Nos momentos nos quais ocorre a troca de tecnologia realiza-se o pagamento restante do investimento da tecnologia até então utilizada, líquido do recebimento de seu valor residual.

Diante dos níveis tecnológicos III, IV, V e VI, representando os níveis de produtividade e dos investimentos incrementais como definidos na Tabela 3.4, além do valor do investimento inicial de conversão do sistema e do Custo de Médio de Operação e Manutenção encontrado por Dantas-Filho (2009), os FC referentes a estes níveis tecnológicos podem ser expressos por:

$$FC_{EE}^{III} = \{([P_{ENERGIA} \{1 - 0,0365\}] - 4,74 - 17,49)51 - 625\}(1 - 0,19) + 625 - 1414,72$$

$$FC_{EE}^{IV} = \{([P_{ENERGIA} \{1 - 0,0365\}] - 4,74 - 17,49)107,3 - 1037,5\}(1 - 0,19) + 1037,5 - 2348,44$$

$$FC_{EE}^{V} = \{([P_{ENERGIA} \{1 - 0,0365\}] - 4,74 - 17,49)122,4 - 1827,5\}(1 - 0,19) + 1827,5 - 4136,65$$

$$FC_{EE}^{VI} = \{([P_{ENERGIA} \{1 - 0,0365\}] - 4,74 - 17,49)152,4 - 2782,5\}(1 - 0,19) + 2782,5 - 6298,35$$

Neste caso, os valores do FC estão definidos em milhares de reais. Foi utilizado o preço em reais por megawatt hora – MWh, sendo comercializado um excedente anual de acordo com o nível de produtividade, totalizando neste

período uma geração de 51GWh, 107,3GWh, 122,4GWh e 152,4GWh, respectivamente. Incidindo sobre o preço está um imposto direto de 3,65% na receita, além da tarifa de transmissão e distribuição da energia comercializada definida como sendo de R\$4,74/MWh. Os custos variáveis médios são de R\$17,49/MWh e, considerando uma taxa de juros com amortização em 20 anos, o custo fixo para cada estrutura de produção está em milhares de reais por ano.

Nestes FC associados à produção de energia é descontado o valor da depreciação, dado que o investimento está sendo realizado para constituição do sistema, sendo o processo produtivo a partir daí continuado/ampliado.

A incidência de Imposto de Renda é a mesma considerada nos Fluxos de Caixa definidos anteriormente, de 19%.

Desta forma, após definido o FC das atividades produtivas do setor, assim como os respectivos níveis de preço, no próximo capítulo são apresentados os processos estocásticos que proporcionam uma estrutura de análise para a verificação e determinação do comportamento dos preços dos produtos no setor sucroalcooleiro.

4 Processos Estocásticos

O valor dos ativos possui um comportamento incerto ao longo do tempo, já que este pode ser influenciado por variáveis conjunturais, econômicas, sociais; pode ser influenciado por variáveis que sofrem o efeito de outras variáveis, não necessariamente definindo uma direção única para sua movimentação.

Desta forma, pode-se dizer que seu valor tem minimamente um efeito parcial de aleatoriedade, sendo que para verificar esta incerteza existente é necessário o entendimento e a análise dos processos estocásticos que retratam um determinado comportamento para o preço destes ativos.

De uma maneira geral estes processos acontecem em tempo discreto, tendendo à forma contínua ao longo do tempo, possuindo também a característica de serem estacionários, os quais são passíveis de tratamento estatístico com sua distribuição possuindo o primeiro e o segundo momentos invariáveis ao longo do tempo, em contraste com a possibilidade de todos os momentos serem invariáveis ou também podendo não ocorrer nenhuma destas duas possibilidades.

Então, para a verificação do comportamento estocástico do valor dos ativos, neste capítulo estão apresentados os principais modelos de processos estocásticos, relacionados ao Movimento Aritmético e Geométrico Browniano e ao Movimento de Reversão à Média, sobre os quais estão definidos seu valor esperado e sua variância, sendo que na primeira seção são apresentados os conceitos introdutórios relacionados aos Processos de Markov e ao Processo de Wiener.

4.1. Processos de Markov e Processo de Wiener

Se for constante o valor esperado de uma determinada variável, sem que esta possua alguma possibilidade de variação, este valor pode ser definido como

$$x_t = x_{t-1}.$$

Como um Processo Estocástico apresenta uma parcela de incerteza na análise de previsão, a formulação de valor incorpora uma variável de erro ε_t e, como apresenta Dixit e Pindyck (1994), é definido por $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$.

Um Processo de Markov simplifica esta análise referente a um Processo Estocástico, pois define que o valor esperado associado a esta variável x_t depende apenas de x_{t-1} , ou seja, que o valor esperado de uma variável para o próximo período depende apenas da informação corrente desta variável, não sendo dependente de valores anteriores.

O Processo de Wiener, também denominado Movimento Browniano, representa um procedimento matemático que incorpora três propriedades básicas:

1. Representa um processo de Markov, pois a distribuição de probabilidade relacionada a todos os valores futuros de uma determinada variável depende apenas do valor corrente desta variável, não sendo influenciado por outras possíveis informações correntes, nem por qualquer uma das informações passadas.
2. Existe normalidade na distribuição das mudanças ocorridas no processo em um intervalo de tempo finito, sendo que as variâncias ampliam-se de forma linear de acordo com o comprimento do intervalo de tempo.
3. Existe independência entre os incrementos no processo de Wiener, fazendo com que a distribuição de probabilidade de cada intervalo de tempo seja independente uma da outra.

Este Processo assume a eficiência fraca do mercado, sobre a qual é representada apenas com informações disponibilizadas publicamente, sendo estas denominadas de domínio público. Neste caso, estas informações rapidamente são incorporadas ao valor da variável, reforçando a perspectiva de dependência apenas do valor corrente da variável para qualquer previsão.

Desta forma, conforme apresenta Dixit e Pindyck (1994), é considerado que $z(t)$ representa um processo de Wiener para que exista qualquer variação em z num intervalo de tempo t , e estas modificações têm que respeitar o fato de que $\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$ em tempo discreto e $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$ em tempo contínuo, no qual o erro ε_t é normalmente distribuído com média zero e desvio-padrão um, assim como tem de ser considerada a independência dos incrementos, ou seja, $E(\varepsilon_s, \varepsilon_k) = 0$, para todo $s \neq k$.

Cabe afirmar que a análise é realizada em um intervalo de tempo T , podendo este ser dividido em n partes com comprimento Δt , de tal forma que $T = n\Delta t$, logo: $\Delta t = T/n$, sendo que quando o comprimento tende a zero ($\Delta t \rightarrow 0$), a análise passa do tempo discreto para o tempo contínuo.

Este processo recebe a denominação de um Movimento Browniano Generalizado quando assume a configuração da modificação no valor da variável x como sendo parcialmente representada em função da variação de tempo – dt , associada a uma parcela relacionada ao incremento de Wiener – dz . Logo, considerando esta análise em tempo contínuo, este Movimento é representado por:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

Nesta análise deve-se considerar que $E(dz) = 0$, e desta forma tendo $E(dx) = a(x, t)dt$, fazendo com que a variância do processo seja: $V(dx) = b^2(x, t)dt$.

Diante desta definição do Movimento Browniano, nas próximas duas seções são apresentados dois de seus desdobramentos matemáticos, respectivamente o Movimento Aritmético Browniano e o Movimento Geométrico Browniano.

4.2.

O Movimento Aritmético Browniano

O Movimento Aritmético Browniano – MAB – define que a modificação em uma determinada variável x está parcialmente relacionada a uma tendência, além de possuir uma parcela associada a um incremento de Wiener.

Desta forma, o MAB é definido em tempo contínuo por:

$$dx = \alpha dt + \sigma dz$$

Nesta função as variáveis α e σ são constantes, representadas pelo *drift* e pelo desvio-padrão do valor da variável X , respectivamente.

Estendendo para a função definida em tempo discreto, pode ser caracterizada a seguinte relação para o valor da variável:

$$\Delta x = \alpha \Delta t + \sigma \Delta z$$

$$x_t - x_{t-1} = \alpha \Delta t + \sigma \Delta z$$

$$x_t = x_{t-1} + \alpha \Delta t + \sigma \Delta z$$

Com isso o valor do ativo está relacionado ao valor no período corrente, a sua tendência média em função do tempo e ao seu fator aleatório associado à volatilidade; não sendo dependente dos valores definidos em períodos anteriores.

E analisando os dois primeiros momentos da distribuição dos dados, considerando sua determinação expressa em tempo contínuo, e respeitando as propriedades de normalidade e aleatoriedade, estes são definidos por $E(dx_t) = \alpha dt$ e $\text{Var}(dx) = \sigma^2 dt$.

Cabe ressaltar que se $\sigma = 0$ a previsão é exata, não existindo erros de previsão. Além disto, este modelo possibilita resultados negativos para as variáveis analisadas, o que é restritivo em muitos casos nos quais é utilizada esta ferramenta, como na modelagem no preço de um ativo.

Um artifício para a resolução desta restrição é trabalhar com o logaritmo do valor do ativo, situação esta que transforma a distribuição dos dados utilizados para uma configuração representada pela estrutura lognormal.

Diante disto, no próximo item é apresentado o Movimento Geométrico Browniano.

4.3. O Movimento Geométrico Browniano

O Movimento Geométrico Browniano – MGB – é um caso específico do Movimento Browniano Generalizado, que está relacionado ao MAB, mas com parâmetro de *drift* diferenciado, no qual $a(x,t) = \alpha x$ e sua volatilidade definida por $b(x, t) = \sigma x$.

Assim, a equação em tempo contínuo que determina o valor da variação instantânea na variável é definida por $dx = \alpha x dt + \sigma x dz$.

Como o Processo de Wiener é definido pela aleatoriedade em função de uma parcela do tempo, sendo $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$, a expressão assume a seguinte configuração para o tempo contínuo: $dx = \alpha x dt + \sigma x \varepsilon_t \sqrt{dt}$.

Conforme definido em Dixit e Pindyck (1994), se forem consideradas mudanças percentuais na variável x , $(\Delta x/x)$, estas são normalmente distribuídas. E, conforme antecipado na análise do MAB, quando estas mudanças ocorrem sob o logaritmo natural de uma variável, estas mudanças geram uma distribuição lognormal para os valores desta variável.

O Processo de Wiener, também denominado de Processo de Itô, é contínuo ao longo do tempo, mas seu valor não é diferenciável, o que representaria uma possível restrição para a sua análise, mas sendo solucionada esta dificuldade com

a utilização de uma ferramenta matemática denominada Lemma de Itô, que representa uma expansão da série de Taylor.

Ao aplicar o Lemma de Itô para calcular o diferencial de uma determinada função F duas vezes diferenciável, obtém-se a expressão:

$$dF = (\partial F / \partial x)dx + (\partial F / \partial t)dt + 1/2(\partial^2 F / \partial x^2)dx^2 + 1/6(\partial^3 F / \partial x^3)dx^3 + \dots$$

Eliminando as variáveis dispensáveis (nulas) e substituindo as variáveis necessárias, a equação fica resumida a seguinte estrutura:

$$dF = (\partial F / \partial x)dx + (\partial F / \partial t)dt + 1/2(\partial^2 F / \partial x^2)dx^2$$

Esta função está associada ao MGB, considerando que $x = F(x) = \ln X$, desde que $(\partial F / \partial x) = 1/x$, $(\partial F / \partial t) = 0$ e $(\partial^2 F / \partial x^2) = -1/x^2$, e gerando desta forma o seguinte resultado:

$$dF = (1/x)dx - 1/2(1/x^2)dx^2$$

$$dF = \alpha dt + \sigma dz - 1/2\sigma^2 dt$$

$$dF = (\alpha - 1/2\sigma^2)dt + \sigma dz$$

$$E(dF) = (\alpha - 1/2\sigma^2)dt \text{ e } Var(dF) = \sigma^2 dt$$

Assim, como apresenta Dixit e Pindyck (1994), os valores associados aos dois primeiros momentos, relacionados ao logaritmo das variáveis são definidos por: $E(dF) = (\alpha - 1/2\sigma^2)dt$ e $Var(dF) = \sigma^2 dt$, assim como para a previsão e verificação da variabilidade de uma variável x , respectivamente:

$$E(x_t) = x_0 e^{\alpha t}$$

$$Var(x_t) = x_0^2 e^{2\alpha t} (e^{\sigma^2 t} - 1)$$

Como pode ser percebido pelos dois momentos associados ao MGB, dado que o tempo t aumenta, tanto seu valor esperado quanto sua variabilidade tende ao infinito, o que superestima o valor das variáveis analisadas.

Cabe ressaltar que este processo, quando determinado neutro ao risco, seu valor é definido por: $dF = (r - 1/2\sigma^2)dt + \sigma dz$, sendo r a taxa de juros sem risco do mercado.

4.4. A análise da estacionaridade

Para a verificação da estacionaridade do processo é geralmente utilizado o teste de “raiz unitária”. Este teste foi definido por Dickey e Fuller, os quais tabularam os valores críticos a serem usados nesta análise, conhecida como estatística Dickey-Fuller.

Gujarati (2006) apresenta esta análise por meio da equação de regressão: $x_t = \rho x_{t-1} + u_t$, sendo u_t o termo estocástico com média zero e variância σ^2 .

Neste teste, verifica-se a possibilidade de $\rho = 1$, o que reflete a classificação de uma série temporal que possua um caminho aleatório e, desta forma, tendo uma perspectiva não estacionária. O modelo é classificado como estacionário se $|\rho| < 1$.

Esta equação é frequentemente utilizada em uma forma alternativa, sendo expressa por:

$$\Delta x_t = (\rho - 1)x_{t-1} + u_t$$

$$\Delta x_t = \delta x_{t-1} + u_t$$

E desta forma testa-se $\delta < 0$.

Para o teste desta hipótese nula, utiliza-se a estatística τ com base em seus valores críticos apresentados nas tabelas de Dickey-Fuller.

Para o cálculo da variável a ser analisada, estima-se uma regressão do tipo $x_t = \delta x_{t-1} + u_t$, dividindo o δ estimado pelo seu erro padrão, encontrando assim a estatística calculada: $\tau_{\text{CALCULADO}} = \delta / \sigma_{X_{t-1}}$.

E para o teste:

H_0 : $\delta = 0$, segue caminho aleatório.

H_1 : $\delta < 0$, segue processo estacionário.

Na tomada desta decisão, confrontam-se estes valores calculados com os tabelados, referentes aos valores críticos da estatística de Dickey-Fuller, apresentados em Gujarati (2006), conforme definido na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valores críticos de $t (= \tau)$ do teste da raiz unitária de Dickey-Fuller com deslocamento, sem tendência temporal

Número de elementos	Probabilidade referente ao valor crítico							
	1%	2,5%	5%	10%	90%	95%	97,5%	99%
100	-3,51	-3,17	-2,89	-2,58	-0,42	-0,05	0,26	0,63
250	-3,46	-3,14	-2,88	-2,57	-0,42	-0,06	0,24	0,62
500	-3,44	-3,13	-2,87	-2,57	-0,43	-0,07	0,24	0,61

Fonte: Gujarati (2006) – adaptado.

Esta tabela possui os valores críticos referentes aos casos existentes de processos de “raiz unitária”, já que estes podem ocorrer como o definido acima para o caminho aleatório com deslocamento, sendo:

$$\Delta x_t = \beta_1 + \delta x_{t-1} + u_t$$

Mas x_t também pode ser representado apenas por um caminho aleatório, assim como pode ser representado por um caminho aleatório tendo um deslocamento em torno de uma tendência determinística; desta forma sendo representado respectivamente por:

$$\Delta x_t = \delta x_{t-1} + u_t$$

$$\Delta x_t = \beta_1 + t\beta_2 + \delta x_{t-1} + u_t$$

Nos três casos utiliza-se a mesma metodologia para a análise, tendo apenas os valores críticos diferenciados entre si.

Dias (2010) define para o teste da raiz unitária o coeficiente $(b - 1)$, conforme possibilidade antecipada por Gujarati (2006), o que proporciona o uso da função definida por $x_t - x_{t-1} = a + (b - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t$, a qual desta forma testa $(b - 1) = 0$, retratando exatamente $b = 1$.

Como na estimação desta função de regressão é necessária a geração de valores positivos para o preço dos ativos, sua distribuição deve ter a configuração lognormal para assegurar esta restrição, fato ocorrido quando se extrai o logaritmo da variável.

Assim, na variação instantânea (dx/x), definida pelo MGB, é gerada a seguinte função: $(dx/x) = \alpha dt + \sigma dz$, sendo proporcionada a expressão de regressão linear caracterizada por: $\ln(x_t) - \ln(x_{t-1}) = a + (b-1)\ln(x_{t-1}) + \varepsilon_t$.

Conforme verificado em Dias (2005) ao usar o teste Dickey-Fuller, não se rejeita a hipótese do MGB num nível de significância de 1% e de 5% para um período de 34 anos para o preço do petróleo, fato também observado em Dixit e Pindyck (1994) ao afirmarem que não existe rejeição em seu teste para uma base de dados considerando apenas 30 ou 40 anos.

Bastian-Pinto (2009) utiliza o software *EViews* para verificação da consistência do MGB para análise das séries nominais e deflacionadas do preço do etanol e do açúcar, sendo que sua conclusão segue a linha de não-rejeição do teste, pelo menos considerando um nível de significância de até 10%.

Neste trabalho, torna-se necessário analisar o comportamento dos preços do etanol, açúcar e energia elétrica diante das perspectivas dos processos estocásticos do MGB e do MRM, no intuito de verificar cada um destes comportamentos no setor sucroalcooleiro e assim utilizar a modelagem mais apropriada.

Neste trabalho, as estatísticas Dickey-Fuller encontradas para etanol, açúcar e energia elétrica foram, respectivamente, $\tau_{ET} = -2,35$, $\tau_{AÇ} = -1,18$ e $\tau_{EE} = -0,51$. E conforme definido na Tabela 4.1, com estes valores a hipótese nula do caminho aleatório não é rejeitada a um nível inferior a 10%.

Cabe ressaltar que mesmo ao não se rejeitar esta hipótese no teste, não representa que o modelo não possua características relacionadas ao MRM.

Diante desta perspectiva, as análises estatísticas têm de ser acompanhadas por percepções teóricas com as interpretações analíticas necessárias, conforme analisa Dixit e Pindyck (1994).

Desta forma, Pindyck (1999) apresenta uma estrutura de análise para a verificação da variabilidade no nível de preços ao longo do tempo, no intuito de constatar se este efeito é crescente, ou não.

No caso do MGB este impacto é crescente, em contraste com a característica do MRM, que tende a regredir a medida que se aproxima do longo prazo, dado que seu nível de preços caminha nesta direção.

Para esta constatação, Pindyck (1999) apresenta um teste que compara esta possibilidade de oscilação do nível de preços em relação a sua variabilidade

inicial, ponderada pelo número dos k períodos existentes até sua ocorrência. A equação que retrata esta análise é definida por:

$$R_K = \frac{1}{k} \frac{\text{Var}(P_{t+k} - P_t)}{\text{Var}(P_{t+1} - P_t)}$$

Este fator R_K apresenta em seu numerador a variância das diferenças entre os k períodos e o seu nível de preço. No denominador a variância está relacionada à diferença existente no momento inicial. Este fator é ponderado pelos k períodos ocorridos.

Pode-se afirmar que o aumento da variabilidade relativa no decorrer do tempo, sendo linearmente ponderada pelo número k de períodos analisados, converge para $R_K = 1$ com o passar do tempo no caso do MGB. E quando seu resultado é direcionado para $R_K = 0$, este retrata que os impactos gerados no nível de preços são dissipados ao longo dos k períodos, tendo seu valor uma convergência para um nível de preços de longo prazo.

Ao calcular o fator R_k para as séries de preços do etanol, do açúcar e da energia elétrica constata-se uma convergência para zero ao longo do tempo, conforme pode ser visto respectivamente no Gráfico 4.1, Gráfico 4.2 e Gráfico 4.3, fato que respalda a aplicação do MRM nas simulações deste trabalho.

Gráfico 4.1 – Fator R_K da série histórica do preço do etanol

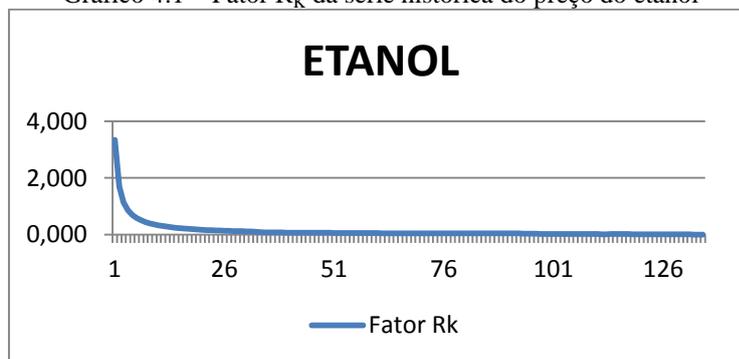


Gráfico 4.2 – Fator R_K da série histórica do preço do açúcar

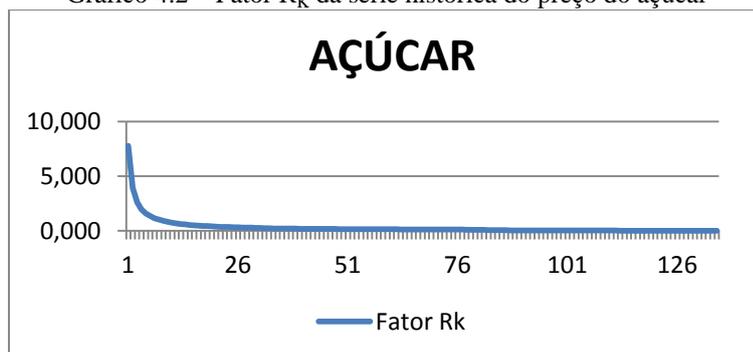
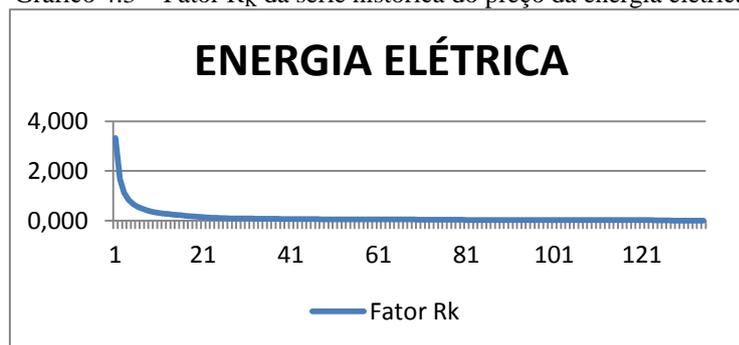


Gráfico 4.3 – Fator R_k da série histórica do preço da energia elétrica

4.5. O Movimento de Reversão à Média

Na maioria dos trabalhos realizados para modelagem dos preços na área de finanças, o modelo usado para descrever seu comportamento é o MGB, sendo que este processo gera situações nas quais o valor do ativo tende para o infinito.

O Movimento de Reversão à Média – MRM – é também denominado em sua forma mais básica como um processo de Ornstein-Uhlenbeck, representando um MRM Aritmético, mas existindo também o MRM Geométrico que explica o comportamento dos incrementos no valor de uma variável como sendo proporcional ao seu nível de preço.

Neste processo de modelagem da variação do preço de um ativo, sua dinâmica determina que seu preço tende na direção da sua média de longo prazo, oscilando em torno da mesma em seu caminho para o longo prazo.

Sua explicação está associada ao conceito de equilíbrio microeconômico, já que quando o preço de um ativo está acima de seu preço de equilíbrio a tendência é que haja uma diminuição em seu consumo, forçando a queda do preço diante da expansão do nível de estoques. E o inverso ocorre no caso do preço estar abaixo de seu preço de equilíbrio.

No caso da análise associada a uma commodity, seu preço médio de longo prazo tende a ir para o seu Custo Marginal de produção de longo prazo, conforme definido em Dixit e Pindyck (1994) e apresentado em Schwartz (1997).

Considere a mesma equação diferencial associada ao processo estocástico em tempo contínuo, definida anteriormente, relacionada ao Movimento Browniano Generalizado; este sendo $dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$.

Neste caso, o MRM define o fator de *drift* como sendo:

$$\alpha dt = a(x, t) dt$$

$$\alpha dt = \eta(\bar{x} - x) dt$$

Desta forma, para representar este modelo a sua equação é definida por: $dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz$, no qual η representa a velocidade da reversão, $(\bar{x} - x)$ representa a diferença entre o valor de longo prazo da variável x na qual esta tende a reverter e o valor corrente de x , respectivamente. O parâmetro σ constitui o desvio-padrão e dz o incremento de Wiener, tendo este incremento uma distribuição com média zero e variância dt .

Para evitar que a variância aumente com o valor de x , aplica-se um artifício ao modelo aritmético para que as variações instantâneas sejam modeladas da seguinte forma para o ativo x : $dx/x = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz$, sendo estas variáveis definidas pelos mesmos parâmetros do MRA.

Com isso, conforme exposto em Dixit e Pindyck (1994), os valores associados aos dois primeiros momentos relacionados à variável x são:

$$E[x_t] = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})e^{-\eta\Delta t} \text{ e } Var[x_t - \bar{x}] = (\sigma^2/2\eta)[1 - e^{-2\eta\Delta t}].$$

O MRM Geométrico transforma-se num MRM Aritmético a partir da utilização do logaritmo do valor do ativo, fazendo com que a utilização do Lema de Itô proporcione, assim como no MGB, seu valor esperado e sua variância.

4.5.1. Modelos de Eduardo Schwartz

No trabalho de Schwartz (1997), o autor utiliza o MRM em três condições diferentes, considerando inicialmente o modelo de um fator, no qual considera que o preço à vista de uma commodity segue o processo relacionado ao MRM.

Sua abordagem se expande para a incorporação de um segundo fator estocástico interferindo no modelo, sendo este fator relacionado à taxa de conveniência. E ao final, Schwartz (1997) introduz em seu modelo, além dos dois fatores já definidos, a taxa de juros como um novo fator estocástico do processo. Schwartz (1997) concluiu em sua análise que o preço de venda das commodities tem fortes indícios de reversão à média.

Em seu primeiro caso analisado, o autor utiliza o MRM Geométrico aplicado ao logaritmo do preço ($x = \ln S_t$) e, utilizando o Lema de Itô sobre seu

valor original $dS = \eta(\bar{S} - S)Sdt + \sigma Sdz$, define o processo estocástico para esta variável como sendo relacionado à seguinte estrutura de variação: $dS = \eta(\bar{x} - x)Sdt + \sigma Sdz$, na qual o valor de η refere-se à velocidade de reversão à média do processo, sendo $\eta > 0$. A variável α representa a média de longo prazo associada ao valor de S_t , sendo determinada por $\bar{x} = \ln \bar{S} - (\sigma^2/2\eta)$, fato que restringe a sua premissa de convergência para o seu valor médio, já que este é subtraído do termo $(\sigma^2/2\eta)$. A variável dz da expressão refere-se ao Processo de Wiener.

Dias (2005) e Bastian-Pinto (2009) utilizam $\bar{x} = \ln \bar{S}$, o que simplifica o processo de determinação do parâmetro e evita a busca do valor sem utilizar-se de ferramentas mais complexas como a do Filtro de Kalman, utilizado pelo próprio Schwartz (1997). Esta hipótese também está definida neste trabalho.

Para encontrar estes valores, Schwartz (1997) ao aplicar o Lema de Itô sobre $dx = \eta(\alpha - x)xdt + \sigma xdz$, apresenta os seguintes resultados:

$$dx = \left[\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial S} \eta(\ln \bar{S} - \ln S)S + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right] dt + \frac{\partial x}{\partial S} \sigma S dz$$

$$\text{Sendo: } \frac{\partial x}{\partial t} = 0; \frac{\partial x}{\partial S} = \frac{1}{S}; \frac{\partial^2 x}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}, \text{ logo:}$$

$$dx = \left[0 + \frac{1}{S} \eta(\ln \bar{S} - \ln S)S - \frac{1}{2} \frac{1}{S^2} \sigma^2 S^2 \right] dt + \frac{1}{S} \sigma S dz$$

$$dx = \left[\eta(\ln \bar{S} - \ln S) - \frac{1}{2} \sigma^2 \right] dt + \frac{1}{S} \sigma S dz$$

$$dx = \eta \left[\left(\ln \bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right) - \ln S \right] dt + \sigma dz .$$

Na análise neutra ao risco é preciso retirar o valor do risco normalizado, definido pela diferença entre a taxa real e a neutra ao risco, sobre a velocidade de reversão, ou seja:

$$\alpha = \frac{(\mu - r)}{\eta} = \frac{\pi}{\eta}$$

Cabe lembrar que este modelo não proporciona valores negativos, como no caso do MRM Aritmético, nem gera parâmetros com valores inconstantes ao longo do tempo, como é o caso do MRM Geométrico de Dixit e Pindyck.

Nos modelos apresentados no trabalho de Schwartz (1997), houve uma dificuldade na determinação dos parâmetros como o preço *spot* da commodity, seu valor futuro, assim como para a definição da taxa de conveniência, fato que foi solucionado por intermédio da utilização do Filtro de Kalman. Sua análise foi relacionada ao preço do cobre, petróleo e ouro.

Vale ressaltar que neste trabalho só é utilizado o modelo de um fator de Schwartz e que, para isso, na subseção a seguir são definidos os meios de determinação dos parâmetros do modelo.

4.5.2. Estimação dos Parâmetros

Conforme especificado por Dixit e Pindyck (1994), os parâmetros a serem utilizados para análise em um processo autoregressivo podem ser obtidos por meio da função de regressão, determinada por estes autores como oriundos da seguinte função:

$$x_t - x_{t-1} = a - bx_{t-1} + \varepsilon_t$$

Assim os coeficientes da função podem ser representados a partir da utilização da série histórica dos dados, em tempo discreto, fazendo com que possam ser obtidos os valores da velocidade de reversão do modelo, η , e a sua média de longo prazo \bar{x} :

$$\hat{\eta} = -\log(1 + \hat{b})$$

$$\bar{x} = -\frac{\hat{a}}{\hat{b}}$$

Para o cálculo da volatilidade σ , sendo ε_t normalmente distribuído com média zero e o desvio padrão representado por σ_ε , é determinado:

$$\hat{\sigma} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{\log(1 + \hat{b})}{(1 + \hat{b})^2 - 1}}; \text{ sendo } \sigma_\varepsilon \text{ o erro padrão da regressão.}$$

Desta forma a Média de Longo Prazo Ajustada ao Risco está definida com o seu valor da média descontado do prêmio de risco normalizado, fazendo com que esta nova variável seja definida por:

$$\bar{X} = \exp\left(\bar{x} - \frac{\pi}{\eta}\right).$$

Cabe ressaltar que os parâmetros obtidos seguem a periodicidade dos dados utilizados para a regressão. Desta forma, ajustes devem ser realizados nos dados obtidos nas demais pesquisas realizadas para conciliá-los com a periodicidade dos parâmetros calculados com este modelo, como a transformação da volatilidade mensal para a semestral na elaboração da árvore binomial, quando os valores obtidos devem ser multiplicados por $\sqrt{6}$.

Com base nestas expressões, e considerando os dados e as características do setor a ser estudado, na próxima seção são apresentados e estimados os valores destas variáveis, sendo realizada uma análise inicial de seu comportamento.

4.6.

A análise dos preços de energia elétrica, açúcar e etanol

Como este trabalho tem o intuito de analisar o setor sucroalcooleiro com a mesma estrutura de análise definida por Bastian-Pinto (2009), a série histórica dos preços é considerada com o mesmo número de períodos analisado por este autor, sendo compreendido em 136 meses.

Desta forma, tanto para a resposta do objetivo principal deste trabalho é utilizada uma série de preços (PLD) de energia elétrica composta por este número de períodos, quanto para a questão complementar da escolha entre produzir açúcar ou etanol, este número de 136 períodos é respeitado para a formação de sua série histórica de preços dos respectivos produtos.

Conforme apresentado em Dixit e Pindyck (1994), séries de preços de curto prazo têm efeitos provenientes de choques estocásticos, enquanto séries mais longas têm forte tendência para médias de longo prazo.

Em seu trabalho afirmam que as incertezas presentes nos parâmetros, mesmo possuindo valores *spot*, não têm como serem vinculadas especificamente aos efeitos de curto prazo ou à média de longo prazo. E como muitas commodities não possuem séries formadas por preços *spot*, é necessária a utilização de contratos futuros como *proxy* deste preço *spot*.

Estes autores ainda apresentam a estimação dos parâmetros necessários para a análise por intermédio das ferramentas econométricas, respaldando assim o modelo apresentado por Schwartz (1997).

Como pode ser observado no Gráfico 4.4 e no Gráfico 4.5, relativos respectivamente à série deflacionada e nominal do PLD, definidos em R\$/MWh, ambos retratam a influência de uma tensão para um novo racionamento de energia no ano de 2008, fato que potencializou o seu valor neste período. Esta situação não se confirmou, dada a entrada em operação de muitas termoeletricas para suprir o excesso de demanda existente com o baixo nível dos reservatórios hidrelétricos.

Uma característica importante na definição dos preços de energia elétrica está relacionada com o nível dos reservatórios de água, dada a importância hidroelétrica que existe na matriz energética brasileira, além da parcela reservada ao risco da geração.

Gráfico 4.4 – Série histórica deflacionada do preço da energia elétrica (Base: outubro/2012)

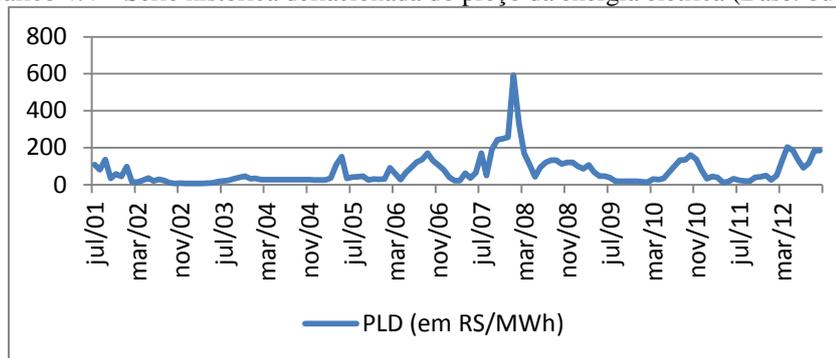
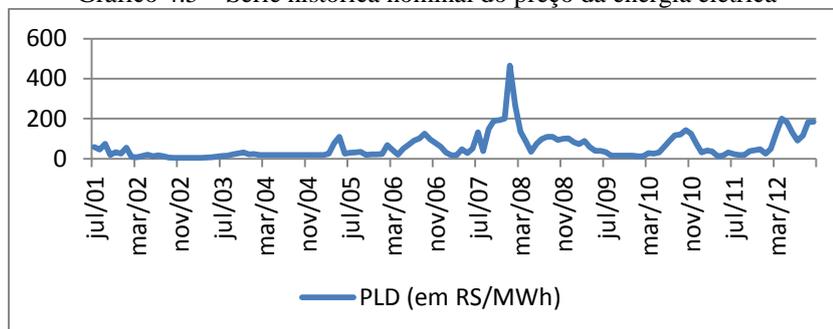


Gráfico 4.5 – Série histórica nominal do preço da energia elétrica



No que se refere aos preços do açúcar, conforme pode ser observado no Gráfico 4.6 e no Gráfico 4.7, relativos respectivamente à série deflacionada e nominal de seus preços, existe uma perspectiva de escalada um pouco mais

acentuada no preço do açúcar ao longo do tempo em sua série nominal, característica mais próxima de um MGB. Uma constatação percebida neste direcionamento dos preços está relacionado ao efeito gerado principalmente pelo elevado patamar dos seus preços no mercado internacional.

Gráfico 4.6 – Série histórica deflacionada do preço do açúcar (Base: outubro/2012)

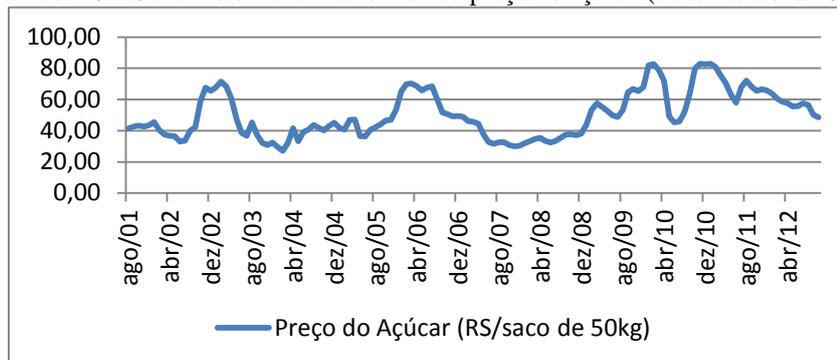
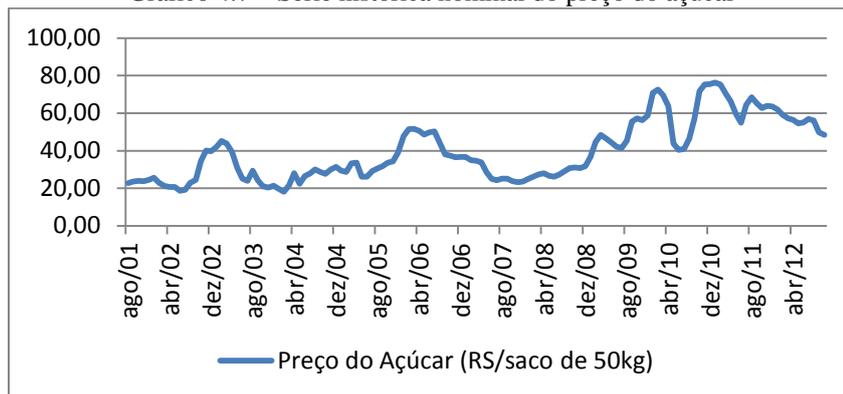


Gráfico 4.7 – Série histórica nominal do preço do açúcar



No que tange o nível de preços deflacionados da série do etanol percebe-se claramente no Gráfico 4.8 um processo mais representativo de reversão à média, influenciado em alguns momentos por períodos de escassez do produto o que provocou elevação em seu valor.

Esta escassez refere-se justamente a já comentada possibilidade de produção de açúcar, em detrimento da produção do etanol, proporcionado pela elevação do preço do açúcar no mercado internacional.

No caso do Gráfico 4.9 a série nominal dos preços de etanol tem uma suave característica associada ao MGB, conforme percepção apresentada convencionalmente para este tipo de série, e influenciada pelas mesmas variações abruptas no preço, proporcionadas pelas repentinas escassezes do produto.

Gráfico 4.8 – Série histórica deflacionada do preço do etanol (Base: outubro/2012)

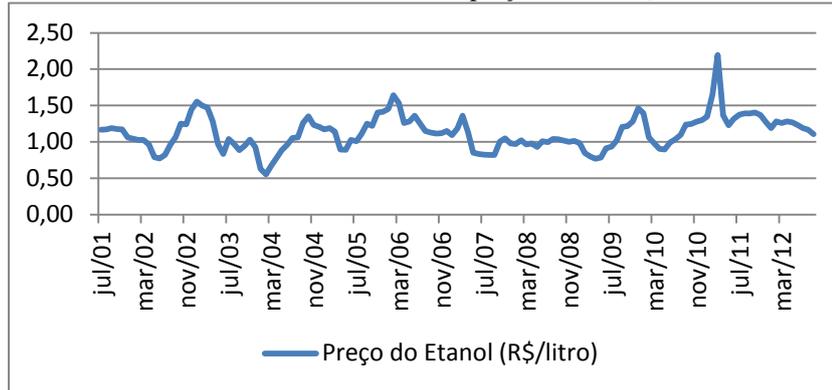
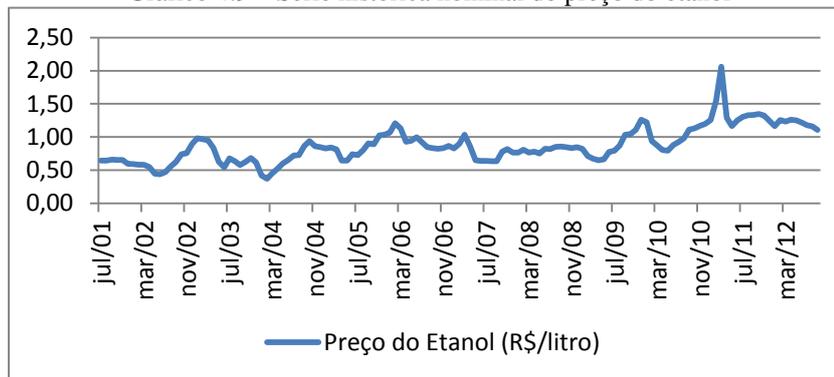


Gráfico 4.9 – Série histórica nominal do preço do etanol



Conforme apresentado em Dias (2010), a análise do MGB tem maior simplicidade matemática, com um reduzido número de parâmetros, sendo para isso necessário estimar a taxa de juros livre de risco, a taxa de conveniência e a volatilidade. Já para o MRM é necessário estimar a taxa de juros livre de risco, o prêmio de risco, a velocidade de reversão à média, a média de longo prazo e a volatilidade. Além destas características, o MGB proporciona uma maior facilidade na resolução analítica.

Para também proporcionar uma simplicidade maior ao MRM, na próxima seção é apresentada uma estrutura de ambos os modelos, MGB e MRM ao modelo binomial, sendo as variáveis do MRM determinados por análises econométricas.

4.7.

O Modelo Empírico: Determinação dos parâmetros necessários

Como já comentado, os processos estatísticos utilizados para a simulação do comportamento dos preços são referentes ao MGB e MRM Geométrico. Desta

forma, nesta seção são calculados os valores referentes aos parâmetros definidos como necessário para cada processo estocástico.

Para o MGB é calculada a volatilidade σ , definida com base no logaritmo natural dos preços de cada produto.

Para o caso do MRM Geométrico, os dados são obtidos utilizando a estrutura de estimação apresentada na seção 4.5.2, sendo desta forma constituída uma função de regressão linear com o logaritmo natural dos preços e, assim, considerando o coeficiente angular e o coeficiente linear da função, os valores da velocidade de reversão à média, da média de longo prazo e a volatilidade são calculados para cada um dos produtos.

Diante destas fórmulas, as variáveis associadas ao MGB encontram-se na Tabela 4.2 e as relacionadas ao MRM Geométrico, estão apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.2 – Parâmetro do MGB

Produto analisado	Volatilidade semestral (σ)
Energia Elétrica	0,9324
Etanol	0,5022
Açúcar	0,7090

Tabela 4.3 – Parâmetros do MRM

Preço analisado	Volatilidade Semestral (σ)	Média de Longo-Prazo (\bar{S})	Velocidade de reversão à média (η)	Coefficiente de determinação (r^2)
Energia Elétrica	0,7072	R\$ 47,75	0,1586	0,0709
Etanol	0,1551	R\$ 1,10	0,1608	0,0743
Açúcar	0,1342	R\$ 48,86	0,0667	0,0325

Com estes dados pode-se perceber que a volatilidade tende a ser potencializada no MGB em relação à ferramenta utilizada para a sua determinação no MRM.

Para a análise final deste trabalho, estes dados ainda serão complementados com os cálculos necessários, conforme a metodologia e a estrutura analítica a ser apresentada no próximo capítulo referente à avaliação de investimentos.

5 Metodologias de Avaliação de Investimento

5.1. Valor da empresa na forma tradicional

Uma firma realiza um determinado processo produtivo no intuito de comercializar o produto gerado e assim proporcionar receitas que servem para, de uma forma geral, pagar todos os gastos com esta produção, sendo que um destes custos está relacionado aos desembolsos com a remuneração do capital empregado para que esta produção aconteça.

Os proprietários destes recursos, definidos como detentores da fonte de investimento, estarão aguardando pelo retorno acrescido de um prêmio compensatório dos riscos por esta alocação.

Então, a estrutura tradicional de determinação do valor da firma está relacionada com a capacidade operacional do processo produtivo, com o Valor Presente Líquido – VPL – gerado a partir do somatório dos FC trazidos a valor presente por uma taxa de desconto (custo ajustado do risco do capital) – k – e subtraído do valor do investimento – I – pelo qual são gerados os FC em cada um dos t períodos e ao longo do tempo de vida deste investimento. No processo de decisão, se o resultado do VPL for positivo caracteriza-se como vantajosa a realização deste investimento.

Esta equação é definida em Samanez (2007) como:

$$VPL = -I + \sum_{t=1}^T FC_t / (1+k)^t$$

Copeland, *et al.*, (2000) afirma sobre a importância relacionada ao FC, sendo suas gerações associadas às Demonstrações de Resultados e aos Balanços Patrimoniais, nos quais o retorno gerado pela empresa representa um ótimo indicador de vitalidade e transparência para a firma. E estes valores, referentes aos diferentes períodos, são ajustados ao seu nível de risco.

Posteriormente, Copeland e Antikarov (2002) reafirmam a importância do VPL, definindo-o como a ferramenta mais utilizada pelas grandes empresas quando decidem sobre a realização de seus investimentos.

Desta forma, baseado num investimento inicial analisa-se tanto os custos incorridos quanto as perspectivas das receitas a serem geradas, proporcionando assim três principais conceitos que envolvem estas questões num ambiente de incertezas. Estes são: a relação Risco-Retorno, a Teoria do Portfólio e a Taxa de Desconto Ajustada ao Risco, conforme explicado no Apêndice 01.

Numa perspectiva relacionada à diversificação dos riscos, pode-se dizer que os ativos reais de uma forma geral possuem diversos riscos associados ao seu valor no mercado, riscos operacionais, riscos de liquidez, riscos do negócio.

Considerando estes riscos existentes na condução de um determinado processo produtivo, eles podem ser minimizados diante de intervenção gerencial. Estas decisões influenciam de forma a potencializar as Opções disponíveis.

Mas inicialmente, para a determinação da Taxa de Desconto Ajustada ao Risco, seus idealizadores foram William Sharpe (1964), Jack Treynor (1962) e John Lintner (1965) escreveram sobre o *Capital Asset Pricing Model* – CAPM, trabalhos os quais referenciavam a taxa de retorno de um ativo “i” com base na taxa de retorno do mercado – R_M – e da taxa de retorno livre de risco – r .

Esta relação faz com que o valor esperado de um determinado ativo seja representado pela taxa de retorno livre de risco, mais uma parcela de prêmio de risco que considera a correlação entre os retornos do ativo e do mercado; assim:

$$E(R_i) = r + \beta_i [E(R_M) - r]$$

No qual $\beta_i = \text{cov}(R_i, R_M) / \text{var}(R_M)$.

Cabe ressaltar que estes retornos esperados do mercado e do ativo livre de risco são expressos em termos de aproximações, como acontece no caso brasileiro em que geralmente é utilizado para isso o índice Ibovespa e a Taxa de Juros de Longo Prazo instituída pelo Governo Federal, respectivamente.

Vale dizer que quando $\beta < 1$, o ativo tem risco menor que o mercado, ocorrendo o inverso no caso dele ser maior que um.

Com este modelo, o investidor pode calibrar a cada instante sua expectativa de retorno em relação a sua exposição ao risco. E desta forma define-se a taxa de desconto ajustada ao risco do empreendimento que, segundo Samanez (2007), é utilizada no cálculo do valor da empresa para descontar tanto do período explícito de geração do FC quanto do período de perpetuidade dos resultados.

No trabalho de Myers e Turnbull (1977) foi apresentada a capacidade da avaliação de investimentos por intermédio das fórmulas derivadas do CAPM, proporcionando respostas muito próximas ao seu real valor, sendo que estas foram as denominadas “boas notícias” (*good news*).

As “más notícias” (*bad news*) definidas neste trabalho estavam relacionadas à dificuldade de se encontrar o verdadeiro β_i do Projeto. Este trabalho relaciona que o verdadeiro β_i do ativo depende da vida do Projeto, da sua tendência de crescimento dos retornos esperados de fluxo de caixa, além de outras variáveis importantes para a determinação do risco do negócio.

Com isso, vale ressaltar que por mais que este modelo seja largamente utilizado na literatura financeira, encontra algumas restrições nesta operação, principalmente por problemas intertemporais do cálculo do β_i . Estas restrições quanto à forma estática do modelo são ampliadas com a incapacidade de incorporar incertezas e Opções.

Todas estas análises e decisões de investimento verificadas tornam-se frágeis diante dos movimentos aleatórios dos preços na economia e, conseqüentemente, das decisões dos demais agentes econômicos sobre as quais existem incertezas que devem ser mensuradas.

Diante destas perspectivas das incertezas associadas ao valor estocástico dos preços para a empresa, encontra-se no Mercado de Opções uma forma de incorporação das possibilidades de intervenção gerencial no processo produtivo, proporcionando assim uma análise e precificação destas possíveis flexibilidades gerenciais.

Com isso são apresentados na próxima seção os conceitos e as variáveis do Mercado das Opções, sendo que as Opções Financeiras representam uma estrutura básica para a constituição do modelo de Opções Reais, foco deste trabalho.

5.2. O Mercado de Opções

Sua utilização iniciou-se no Mercado Financeiro, no qual foram instituídos os Mercados de Derivativos, que conforme afirma Figueiredo (2006), estes “são títulos cujos valores dependem dos valores de outras variáveis mais básicas”.

Estes derivativos podem ser representados (Hull, 1998) pelos Mercados: Futuro, a Termo, de Opções e de Swaps, sendo que as Opções incorporam as incertezas existentes na economia.

Em 1973 foi iniciado o mercado de Opções na *Chicago Board Options Exchange*¹⁸, sendo que este foi formalizado no âmbito acadêmico com o artigo seminal publicado neste mesmo ano por Black e Scholes (1973), no qual estes autores precificaram o valor de uma Opção com base no valor de um ativo subjacente, sendo este trabalho complementado pelo de Merton (1973).

Cox, Ross e Rubinstein (1979) apresentaram um modelo para determinar o valor de uma Opção utilizando um modelo binomial. Eles consideraram para este caso um grande número de períodos e também definiram que a direção a ser tomada pelo valor do ativo seria caracterizada com uma probabilidade associada a sua volatilidade.

Após este processo inicial da criação e da formação de sua estrutura analítica, Trigeorgis (2000) definiu uma Opção como um direito que seu proprietário possui para comprar ou vender um ativo por um preço preestabelecido antes ou na data especificada, não existindo para isso uma obrigação simétrica associada.

As Opções Reais utilizam em sua análise a estrutura matemática relativa aos ativos financeiros, apesar dos ativos relacionados às Opções Reais estarem caracterizados como ativos representativos do lado Real da Economia, pelos ativos produtivos.

Sobre este aspecto, algumas diferenças práticas entre as Opções Reais e as Opções Financeiras podem ser constatadas no fato de que em geral as Opções Financeiras são de curto-prazo e seus ativos subjacentes não assumem valores negativos, enquanto as Opções Reais podem ocorrer até em casos perpétuos, além do fato destas possibilitarem um FC tanto superavitário quanto deficitário.

Mesmo assim, apesar de não apresentar seu enfoque analítico relacionado ao mesmo tipo de ativo que os ativos financeiros, as Opções Reais guardam uma aproximação com as análises definidas pelas Opções Financeiras, dadas suas analogias, fato que respalda a correlação estrutural matemática.

¹⁸ Conforme apresentado em: <http://www.cboe.com/AboutCBOE/History.aspx>.

Estas perspectivas analíticas podem ser visualizadas como as apresentadas na Figura 5.1 sobre uma Opção Financeira de Compra de uma Ação e uma Opção Real associada à oportunidade de realização de um investimento.

Figura 5.1 – Relação entre as Opções Financeiras e as Opções Reais

OPÇÃO FINANCEIRA	OPÇÃO REAL
Valor Corrente da ação	Valor Presente dos Fluxos de Caixa esperados
Preço de exercício	Custo do Investimento
Data de expiração da Opção	Tempo até o desaparecimento da oportunidade
Valor incerto da ação	Incerteza no valor do Projeto
Taxa de juros livre de risco	Taxa de juros livre de risco

FONTE: Trigeorgis, 2000.

Com isso, o valor de exercício na Opção Financeira é determinado pelo preço de exercício, enquanto na Opção Real refere-se ao custo que será pago para a concretização do investimento.

De forma semelhante Dias (2005) analisa a diferenciação entre a interpretação das variáveis utilizadas no cálculo das Opções Financeiras e Opções Reais, na qual tanto a taxa de juros sem risco quanto o tempo de expiração das Opções estão relacionados aos mesmos conceitos, mas no caso da incerteza nas Opções Financeiras ela está definida no preço das ações, enquanto nas Opções Reais a incerteza está relacionada aos Fluxos de Caixa.

Da mesma forma, a taxa de dividendos das ações é substituída pelo FC gerado pelo Projeto de Investimento, além do fato de existir ainda o tempo associado ao investimento, proporcionando uma lacuna entre a decisão deste investimento e a geração de receitas operacionais.

Com a definição do valor das Opções, o VPL encontrado na forma tradicional de determinação do valor da empresa, ao assumir que as decisões devem incorporar variáveis externas relacionadas ao ambiente de incertezas com que as firmas se deparam, é modificado e o conceito do Fluxo de Caixa Descontado – FCD – é ampliado, assumindo assim a forma de um VPL Expandido, considerando as escolhas (Opções) gerenciais tomadas pelos gerentes, como está caracterizado em Lenos Trigeorgis (2000).

Desta forma: $VPL \text{ Expandido} = VPL \text{ Tradicional} + \text{Valor da Opção}$.

Estas diversas formas de Flexibilidade/Opções estão definidas em Lenos Trigeorgis (1995), as quais os administradores das empresas podem utilizar para a ampliação do valor da empresa com suas decisões gerenciais, mas que estas se encerram a partir do momento em que são exercidas.

O autor relaciona a Opção de espera que existe para que o investimento seja realizado no momento propício, a Opção de expansão associada à possibilidade de ampliação da capacidade produtiva, a Opção de contrair com a diminuição da capacidade produtiva e, inclusive, fazendo com que desta forma reduza os custos variáveis associados ao processo produtivo.

Ele apresenta ainda a Opção de fechar temporariamente e depois reiniciar as operações, situação na qual é verificada como transitória a incapacidade de remuneração dos fatores de produção, inclusive dos custos fixos existentes, tornando-se temporariamente inviável a continuidade do processo produtivo, sendo que se exercer a Opção de abandono do processo produtivo, este é encerrado e as receitas geradas pelo encerramento correspondem ao *salvage value* (valor de abandono).

Existe a Opção de *Default* durante a construção, considerando que nos diversos estágios de implantação de um projeto o mesmo pode ser abandonado entre um e outro nível, antes que tenha início o estágio posterior, resguardando qualquer custo de investimento subsequente.

A Opção de *Switch* (mudar de uso) relaciona o fato de que dependendo do nível tecnológico de sua estrutura de produção e/ou dos preços praticados no mercado, pode ser alternada tanto a utilização dos insumos quanto a dos produtos gerados no processo produtivo. Neste caso pode ser considerada a mudança de *output*, de tecnologia utilizada na produção, de insumo utilizado no processo, assim como outras possibilidades.

Quanto à Opção de crescimento corporativo, esta representa a adaptabilidade operacional e estratégica que a Opção pode alcançar durante os diversos estágios da vida da empresa.

Estas possibilidades gerenciais ainda são ampliadas no trabalho de J. Teixeira, *et al.* (2003) quando define a opção da empresa de se tornar líder de mercado (“*Option to become leader*”), diante da função relacionada ao baixo custo da firma.

Conforme definido por Dixit e Pindyck (1994), existem algumas características que estão associadas às decisões de investimento. A primeira destas está relacionada à irreversibilidade dos investimentos, pois minimamente estes estão comprometidos de forma parcial a partir do momento em que a decisão de investimento é exercida, não tendo como serem recuperados.

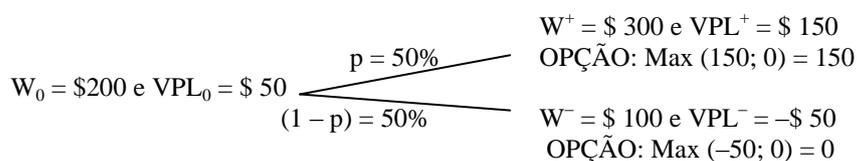
A segunda característica define que a capacidade de exercer mudanças pela gerência realizando as adaptações necessárias diante das Opções disponíveis, está relacionada a um *timing* que representa uma importante característica que gera valor para a empresa.

É importante a percepção de que a espera é reversível, sendo que ela proporciona a oportunidade de monitoramento dos acontecimentos de mercado. Inclusive, a própria decisão de investimento está relacionada à relação entre o valor de esperar ou exercer imediatamente.

Com isso a espera tem valor, proporcionado praticamente por dois fatores: a revelação de informação e a disponibilidade de Opções. Mesmo em situações nas quais o VPL dos Projetos seja positivo, pode ser preferível adiar as decisões, já que a espera pode ser mais valiosa, como no caso ilustrado por Dias (2010), e representado pela Figura 5.2, em que o valor presente das receitas líquidas de custos operacionais e impostos é igual a \$200 e o valor presente do fluxo de investimentos líquidos de benefícios fiscais é igual a \$150.

Considera-se que a chance do Projeto W aumentar de valor ou reduzir-se seja definida por uma mesma probabilidade.

Figura 5.2 – Valor da Opção de Expansão em um Projeto de Investimento



Fonte: Dias (2010) – adaptado.

Neste caso, se houver em $t = 1$ um aumento no valor do Projeto, seu VPL será de \$150,0. Mas se ocorrer uma redução em seu valor, gerando um $VPL < 0$, não é desejável realizar o investimento e desta forma o valor do processo produtivo é igual a zero.

Desta forma:

$$VPL_{\text{ESPERADO}} = [(0,5 \times 150) + (0,5 \times 0)] = \$75$$

$$VPL_{\text{ESPERADO}} = \$75 > \$50 = VPL_0$$

Assim a espera tem valor, como o tempo para a verificação se o cenário existente vale a pena para o investimento, sendo que para isso deve-se definir a medida de probabilidade necessária.

Seguindo esta mesma linha de análise, Brandão, *et al* (2005), apresenta uma estrutura de verificação do valor em Opções Reais, considerando para isso árvores de decisão sob a perspectiva da neutralidade ao risco, definindo seus valores para um projeto de produção de petróleo por meio de árvores binomiais recombinantes.

Esta percepção de superioridade do resultado com as Opções, associadas às probabilidades definidas, é caracterizada pela chamada desigualdade de Jensen, a qual determina que $E[\text{máx}(VPL,0)] > \text{máx}[E(VPL,0)]$, potencializando o valor de uma Opção.

A terceira característica, relacionada à decisão de investimento, é definida pela incerteza na qual as decisões gerenciais são tomadas. Os principais tipos de incerteza são: de mercado, técnica e estratégica (Dias, 2010). Estas incertezas estão associadas, respectivamente, às modificações apresentadas nas variáveis da economia, às questões definidas endogenamente em um Projeto e à forma com que os demais agentes econômicos vão atuar diante dos cenários existentes.

Esta última forma de incerteza caracteriza-se por preferências que induzem a estes comportamentos. Quanto maior for a incerteza, assim como o tempo de expiração da Opção, maior será o benefício da espera, sendo maior o valor desta Opção.

Para esta análise das Opções Reais é importante a introdução do conceito de neutralidade ao risco, que não está orientado especificamente ao perfil dos investidores, ou seja, não determina que os investidores sejam neutros ao risco.

Esse método representa um artifício matemático que pode ser utilizado considerando também os investidores avessos ou amantes de risco no mercado.

Com isso, os termos $(\alpha - \pi)$ e $(r - \delta)$ caracterizam a tendência neutra ao risco de um investidor. O primeiro termo pode ser explicado como uma penalização ao ganho de capital representada na tendência α pelo prêmio de risco π .

Mesmo sabendo que o valor de uma Opção está caracterizado com base no valor de um determinado ativo, estes possuem um nível de risco associado às suas características, sendo que desta forma o risco do ativo é diferente do risco da Opção, seja ela uma Opção de Compra ou de Venda.

Um argumento robusto para a utilização deste método, em detrimento das probabilidades reais, está relacionado à perspectiva de não-arbitragem no mercado, já que se houver a possibilidade de uma rentabilidade distinta da taxa de retorno livre de risco a partir de uma carteira sem risco, esta carteira irá proporcionar a oportunidade de arbitragem neste mercado, condição restritiva para a análise, já que é admitida a hipótese de que diante desta possibilidade, num curto intervalo de tempo esta situação é descoberta pelos demais agentes, fazendo com que qualquer arbitragem rapidamente seja extinta.

Com isso, podem ser utilizados dois possíveis artifícios para a análise do valor das Opções, um definido por uma carteira (*portfólio*) neutra ao risco e outro a partir da probabilidade neutra ao risco (explicados no Apêndice 02), sendo esta última uma probabilidade artificial, também denominada de medida equivalente de Martingale, definida pela expressão:

$$p = \frac{1 + r - d}{u - d}$$

A robustez da análise de neutralidade ao risco está no fato de que, diante dos citados Teoremas Fundamentais de Apreçamento de Ativos¹⁹, num mercado completo existe uma única medida equivalente para a determinação do preço da Opção livre de arbitragem, sendo que segundo Dias (2010), “um mercado é completo quando o número de ativos linearmente independentes é igual ao número de estados da natureza possíveis (realizações de mercado daqueles ativos)”.

Neste caso, quando o número de ativos linearmente independentes é menor do que o número de estados da natureza, este mercado é considerado incompleto e quando o número de ativos é maior, o mercado possibilita arbitragem.

Desta forma os ativos são estimados com uma tendência (*drift*) independente do modelo estocástico apresentado para a estimação de seu valor, e para que o valor de seu derivativo possa ser descontado considerando o conceito de neutralidade ao risco, existe a necessidade de ajuste desta tendência para anular

¹⁹ Apresentados por Harrison e Kreeps (1979) e Harrison e Pliska (1981).

o efeito do prêmio de risco, pois incorporando este prêmio sua tendência fica superestimada, sendo que no caso do MRM existe uma valoração ampliada da sua média de longo prazo.

5.3.

O Modelo Binomial de Cox, Ross e Rubinstein

Este modelo apresentado no trabalho de Cox, Ross e Rubinstein (1979) tem como princípio o fato de que, por mais que seja definido em tempo discreto, quando seu número de períodos aumenta, pelo Teorema do Limite Central este tende para uma distribuição normal.

Desta forma, os processos estocásticos que possuem incertezas que eram normalmente valoradas em tempo contínuo, como o caso do valor das opções abordado por Black, Scholes (1973) e Merton (1973), estas foram aproximadas para a análise em tempo discreto, sendo para isso necessária a definição de parâmetros adequados para o modelo, conforme pode ser verificada sua aproximação, apresentada no Apêndice 03.

Neste trabalho, Cox, Ross e Rubinstein (1979) chegam a seguinte fórmula para a determinação do valor de uma opção de compra do tipo européia: $C = S\Phi[a; n, p'] - K(1+r)^{-n} \Phi[a; n, p]$, sendo C o valor de uma opção de compra do tipo européia; S o valor da ação no momento corrente; $\Phi[a; n, p']$ representa a função de distribuição complementar binomial, referente ao número de elevações a no valor de S para que este fique maior ou igual ao seu preço K de exercício da opção, ocorridos nos n períodos até a data de maturação desta opção e considerando a probabilidade desta ocorrência de p' , sendo $p' = [u/(1+r)]p$.

O valor de K refere-se ao preço de exercício desta opção, r é a taxa de juros sem risco e $\Phi[a; n, p]$ representa a função de distribuição complementar binomial, referente ao número de elevações a no valor de S para que este fique maior ou igual ao seu preço K de exercício da opção, ocorridos nos n períodos até a data de maturação desta opção e considerando a probabilidade desta ocorrência de p , sendo $p = [(1+r) - d]/(u - d)$ relacionada à probabilidade neutra ao risco, com u determinado pelo parâmetro indicativo do movimento de subida dos preços e d referente ao parâmetro do cenário de queda dos preços.

As expressões das funções, de distribuição complementar binomial, definidas na determinação do valor da opção referem-se às seguintes fórmulas:

$$\Phi[a; n, p'] = \left[\sum_{j=a}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \left(\frac{u^j d^{n-j}}{(1+r)^n} \right) \right]$$

$$\Phi[a; n, p] = \left[\sum_{j=a}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \right]$$

A demonstração relacionada aos parâmetros definidos para a probabilidade associada aos valores de p e p' também está apresentada no Apêndice 02, o que ratifica sua representatividade no modelo.

Desta forma, ao definir os parâmetros de subida e de queda dos níveis de preço, respectivamente representados por u e d , este modelo binomial apresentado por Cox, Ross e Rubinstein (1979) em tempo contínuo, quando o número de períodos considerados na análise se eleva, se aproxima do modelo de Black e Scholes (1973).

Outra perspectiva deste enfoque de análise, já comentado, refere-se ao número n de períodos Δt compreendidos em um determinado intervalo de tempo T , ou seja: $n = T/\Delta t$. E quando $n \rightarrow \infty$, a distribuição passa da análise do tempo discreto para o tempo contínuo.

5.4. O Método Binomial

Este método utilizado para a precificação de Opções, usado por Cox, Ross e Rubinstein (1979), representou uma facilitação da análise e cálculo das opções reais, no sentido de que permitiu a aplicação deste modelo para precificar ativos que tanto seguem um comportamento definido pelo MGB quanto pelo MRM.

Estas aproximações pela binomial são traçadas nas duas próximas subseções, para que sejam adotadas como ferramenta de análise deste trabalho.

5.4.1. Aproximação da Binomial para o MGB

Como já explicado, a variável utilizada para o cálculo do valor da opção é definida aplicando-se o logaritmo no preço do ativo. Logo, no que diz respeito ao

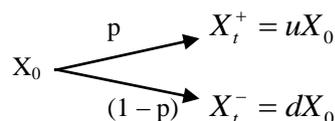
movimento da opção $x = \ln X$, seu valor possui uma variância definida por σ^2 ao longo de Δt intervalos de tempo. E para analisar o movimento da variável X em função da variação de tempo (Δt), pode-se dizer que este valor movimenta-se diante desta variação com um fator exponencial de sua volatilidade, definido por: $\exp(\sigma \sqrt{\Delta t})$.

Com isso, o valor do ativo para ambos os cenários da economia pode ser extraído pela multiplicação do valor no momento inicial pelo fator u no caso de um cenário favorável, sendo $u = \exp(\sigma \sqrt{\Delta t})$ e pelo fator d no caso do cenário ser desfavorável, sendo $d = \exp(-\sigma \sqrt{\Delta t})$.

E conforme já dito em seção anterior, assim como demonstrado no Apêndice 03, o modelo MGB se aproxima do modelo definido pela estrutura Binomial.

A partir desta definição, pode-se considerar que o valor do ativo segue como na estrutura Binomial definida na Figura 5.3, tendo a probabilidade neutra ao risco p para o ativo atingir X_t^+ e $(1 - p)$ para atingir X_t^- , dependendo do cenário da economia, assim como os valores de $u = X_t^+/X_0$ & $u = \exp(\sigma \Delta t^{1/2})$ para o movimento de elevação do seu preço e $d = X_t^-/X_0$ & $d = \exp(-\sigma \Delta t^{1/2})$ para o de redução.

Figura 5.3 – Estrutura Binomial de dois períodos

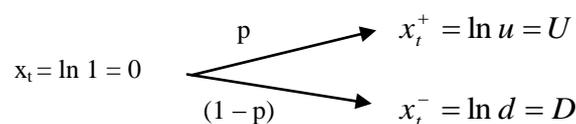


Desta forma o valor esperado do preço do ativo é definido por:

$$E(X) = puX_0 + (1 - p)dX_0$$

E ao considerar o valor da variável como sendo $x = \ln (S_t/S_0)$, se for definido que o valor de $S_0 = 1$ e $x_t = \ln S_t$, proporciona os resultados apresentados na Figura 5.4.

FIGURA 5.4 – Estrutura Binomial Padronizada



Desta forma, é determinado seu valor esperado no momento inicial:

$$E(x) = p \cdot \ln(u) + (1 - p) \ln(d)$$

$$E(x) = pU + (1 - p)D \quad (5.1)$$

E para o valor da variância, definido por $\text{Var}(x)$:

$$\text{Var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$\text{Var}(x) = pU^2 + (1 - p)D^2 - [pU + (1 - p)D]^2$$

$$\text{Var}(x) = pU^2 + D^2 - pD^2 - p^2U^2 - (1 - p)^2D^2 - 2p(1 - p)UD$$

$$\text{Var}(x) = pU^2 - p^2D^2 - p^2U^2 + pD^2 - 2pUD + 2p^2UD$$

$$\text{Var}(x) = p(U^2 + D^2 - 2UD) - p^2(U^2 + D^2 - 2UD)$$

$$\text{Var}(x) = p(1 - p)(U - D)^2 \quad (5.2)$$

Assim, se $u = 1/d$: $\ln u = \ln(1/d)$ e $U = -D$:

$$E(x) = (2p - 1)U \quad (5.3)$$

$$\text{Var}(x) = 4p(1 - p)U^2 \quad (5.4)$$

E pelo MGB neutro ao risco: $dX/X = rdt + \sigma dz$, e sendo $x = \ln X$:

$$dx/x = (r - \sigma^2/2)dt + \sigma dz.$$

Desta forma: $dx/x = Kdt + \sigma dz$, fazendo com que

$$E(x) = Kdt \quad (5.5)$$

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 dt \quad (5.6)$$

Ao igualar as expressões (5.3) e (5.5) & (5.4) e (5.6) em tempo discreto, encontram-se as seguintes equações:

$$E(x) = K\Delta t = (2p - 1)U \quad (5.7)$$

$$\text{Var}(x) = 4p(1 - p)U^2 = \sigma^2 \Delta t$$

Calculando a expressão em tempo discreto (5.3)² + (5.4):

$$[(2p - 1)^2 + 4p(1 - p)]U^2 = K^2 \Delta t^2 + \sigma^2 \Delta t$$

$$U^2 = K^2 \Delta t^2 + \sigma^2 \Delta t \quad (5.8)$$

Sendo: $\Delta t^2 = 0$:

$$[4p^2 + 1 - 4p + 4p - 4p^2]U^2 = \sigma^2 \Delta t$$

$$\sigma^2 \Delta t = U^2$$

Assim:

$$U = \sigma \sqrt{\Delta t}$$

$$\ln u = \sigma \sqrt{\Delta t}$$

$$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

Deve-se substituir em (5.7)² o resultado encontrado em (5.8), logo:

$$K^2 \Delta t^2 = (2p - 1)^2 U^2$$

$$K^2 \Delta t^2 = (2p - 1)^2 (K^2 \Delta t^2 + \sigma^2 \Delta t)$$

E desta forma chega-se à equação:

$$(2p - 1)^2 = \frac{K^2 \Delta t^2}{K^2 \Delta t^2 + \sigma^2 \Delta t}$$

$$(2p - 1) = \frac{\sqrt{K^2 \Delta t^2}}{\sqrt{K^2 \Delta t^2 + \sigma^2 \Delta t}}$$

$$(2p - 1) = \frac{1}{\sqrt{\frac{K^2 \Delta t^2 + \sigma^2 \Delta t}{K^2 \Delta t^2}}}$$

$$p = 1/2 + 1/2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \sigma^2 / (K^2 \Delta t)}} \right]$$

Possuindo Δt um valor muito pequeno, $\sigma^2 / (K^2 \Delta t)$ possui um valor muito grande em relação à 1, logo:

$$p = 1/2 + 1/2 \left[\frac{1}{\sqrt{\sigma^2 / (K^2 \Delta t)}} \right]$$

$$p = 1/2 + 1/2 \left[\frac{K \sqrt{\Delta t}}{\sigma} \right]$$

$$p = 1/2 + 1/2 \left[\frac{(r - \sigma^2/2)\sqrt{\Delta t}}{\sigma} \right]$$

Esta probabilidade pode ser ratificada pela expansão da Fórmula de Taylor aos valores de: u , d e $E(S_t)$, já que ao aplicá-la encontra-se:

$$u = e^{+\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1 + \sigma\sqrt{\Delta t} + 1/2 \sigma^2 \Delta t + \dots$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1 - \sigma\sqrt{\Delta t} + 1/2 \sigma^2 \Delta t + \dots$$

$$E(x) = e^{r\Delta t} = 1 + r\Delta t + 1/2 r^2 \Delta t^2 + \dots = 1 + r\Delta t$$

Já que $\Delta t^i = 0, \forall i \geq 2$, e conforme a probabilidade neutra ao risco definida

como $p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$, pode-se chegar à probabilidade neutra ao risco como sendo:

$$p = \left[\frac{(1 + r\Delta t) - (1 - \sigma\sqrt{\Delta t} + 1/2 \sigma^2 \Delta t)}{(1 + \sigma\sqrt{\Delta t} + 1/2 \sigma^2 \Delta t) - (1 - \sigma\sqrt{\Delta t} + 1/2 \sigma^2 \Delta t)} \right]$$

$$p = \left[\frac{r\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} - 1/2 \sigma^2 \Delta t}{2\sigma\sqrt{\Delta t}} \right]$$

$$p = 1/2 + 1/2 \left[\frac{(r - 1/2 \sigma^2)\sqrt{\Delta t}}{\sigma} \right]$$

Com este modelo Binomial associado ao MGB gera-se duas equações importantes a serem utilizadas na simulação, o valor do ativo Y e a probabilidade p neutra ao risco, definidos respectivamente por:

$$Y_{t+1}^{\pm} = Y_t \cdot e^{\pm\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$p = 1/2 + 1/2 \frac{(r - \sigma^2/2)\sqrt{\Delta t}}{\sigma}.$$

5.4.2. Aproximação da Binomial para o MRM

Neste trabalho o processo estocástico do preço do ativo pode seguir o MGB, conforme definido na seção anterior, assim como tem a possibilidade de ser explicado pelo MRM.

Nesta seção é apresentada a metodologia para a definição do valor do ativo seguindo um MRM, considerando um e dois fatores estocásticos.

Para isso esta apresentação é realizada em duas subseções nas quais estão apresentados o valor esperado e a probabilidade neutra ao risco das variáveis.

Desta forma, na primeira subseção é explicado o processo estocástico relacionado ao modelo com um fator estocástico e na segunda o processo relacionado ao modelo com dois fatores estocásticos, podendo este último apresentar correlação ou não entre seus valores.

5.4.2.1. Modelo para um Fator Estocástico

Nelson e Ramaswamy (1990) e Bastian-Pinto (2009) estruturaram a possibilidade de aproximação da estrutura binomial para o MRM, sendo estes diferenciados pelo fato do modelo de Bastian-Pinto (2009) não precisar de uma censura para os valores definidos para a probabilidade de ocorrência dos estados da natureza.

Inicialmente, Nelson e Ramaswamy (1990) propuseram uma estrutura de análise que, ao respeitar algumas condições definidas, utiliza o MRM em sua versão Ornstein-Uhlenbeck relacionada à análise binomial.

Esta situação baseia-se numa análise com n períodos e Δt tendendo a zero, sendo o horizonte de tempo $T = n\Delta t$.

Para estes autores, ao discretizar o processo estocástico do MRM, encontra-se a seguinte expressão:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

$$dx = \mu(x, t)dt + \sigma(x, t)dz$$

$$\Delta x = \eta(\bar{x} - x)\Delta t + \sigma(x, t)\Delta z$$

$$x_t - x_{t-1} = \eta(\bar{x} - x_{t-1})\Delta t + \sigma(x, t)\Delta z$$

$$x_t = x_{t-1}(1 - \eta\Delta t) + \eta\bar{x}\Delta t + \sigma(x, t)\Delta z$$

Quando o número de períodos aumenta a partir do momento em que o intervalo de tempo analisado diminui ($\Delta t \rightarrow 0$), duas situações são perceptíveis, a

aproximação deste modelo pelo método binomial e o valor esperado da variável que os autores definiram como sendo: $x_t = x_{t-1} \pm \sigma(x, t)\sqrt{\Delta t}$.

Conforme definido no trabalho de Nelson e Ramaswamy (1990), estes movimentos no valor do ativo estão associados ao conceito do MGB quando calculados com base no logaritmo do preço dos ativos, mas tendo limitados seus valores com base nas probabilidades encontradas.

Estas probabilidades encontradas pelos autores são definidas, no caso da ocorrência de um cenário favorável da economia, por:

$$p_t = 1/2 + 1/2\sqrt{\Delta t} \frac{\mu(x, t)}{\sigma(x, t)}.$$

E no cenário desfavorável a probabilidade é definida por $(1 - p_t)$.

Assim, quando as variáveis destas equações são substituídas pelos parâmetros do processo de Ornstein-Uhlenbeck, estas alterações proporcionam ao valor do ativo x e probabilidade p_t , num cenário favorável (+) e desfavorável (-) da economia, respectivamente:

$$x_t^+ = x_{t-1} + \sigma\sqrt{\Delta t}, \text{ com probabilidade } p_t = 1/2 + 1/2\sqrt{\Delta t} \frac{\eta(\bar{x} - x_t)}{\sigma}.$$

$$x_t^- = x_{t-1} - \sigma\sqrt{\Delta t}, \text{ com probabilidade } (1 - p_t).$$

Este resultado encontrado por Nelson e Ramaswamy (1990) possui uma censura quanto aos possíveis valores das probabilidades, já que os resultados calculados relativos ao valor de p_t não podem ser definidos externamente ao intervalo $[0,1]$, representando assim uma barreira numérica.

Desta forma, diante dos valores de x seriam encontradas as probabilidades de subida (p_t), sendo definidas pelos possíveis resultados de x neste modelo e representados nos seus respectivos nós de decisão:

$$p_t = \begin{cases} 1/2 + 1/2\sqrt{\Delta t} \frac{\eta(\bar{x} - x_t)}{\sigma}, & \text{se } 0 \leq p_t \leq 1. \\ 0, & \text{se } p_t < 0. \\ 1, & \text{se } p_t > 1. \end{cases}$$

Ao propor uma modificação a este modelo apresentado por Nelson e Ramaswamy (1990) para o MRM, Bastian-Pinto (2009), apresenta esta referida

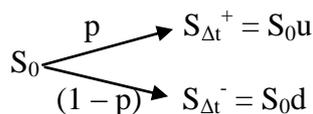
probabilidade como não sendo censurada artificialmente fora do intervalo $[0,1]$, utilizando um artifício matemático para isto.

Em seu modelo, Bastian-Pinto (2009) apresenta uma estrutura que proporciona uma seqüência binomial convergindo para a equação diferencial estocástica $dx_t = \alpha(x, t)dt + \sigma(x, t)dz$.

Para isso o autor considerou o processo discretizado de Ornstein-Uhlenbeck, apresentado na seção 4.5, com as equações relacionadas aos dois primeiros momentos: $E[x_t | J] = \bar{x} + (x_{t-1} - \bar{x})e^{-\eta\Delta t}$ e $Var[x_t | J] = (\sigma^2/2\eta)[1 - e^{-2\eta\Delta t}]$.

A partir daí o autor estruturou um processo binomial para o preço S de um ativo, definido em um período, orientando suas possibilidades de direcionamento para o comportamento apresentado na Figura 5.5.

Figura 5.5 – Nó Binomial no Processo Ornstein-Uhlenbeck

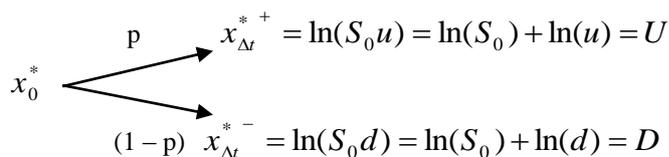


Fonte: Bastian-Pinto (2009)

Bastian-Pinto (2009) dividiu a formação destes valores em duas árvores, sendo a primeira orientada pelo valor da variável original da variável, e que segue o comportamento traçado pelo Processo Ornstein-Uhlenbeck.

O autor também estruturou uma segunda árvore, que ele denominou de árvore aditiva, na qual utilizou um expediente definido por $x_0 = \bar{x} = 0$. Estes valores podem ser visualizados pelos caminhos observados para x_0 e representam o fator estocástico do modelo, conforme apresentados na Figura 5.6.

Figura 5.6 – Nó Binomial aditivo no Processo Ornstein-Uhlenbeck



Fonte: Bastian-Pinto (2009)

Diante deste artifício, este autor formulou hipóteses pelas quais conseguiu restringir a possibilidade das probabilidades flutuarem além dos limites dos possíveis resultados probabilísticos; fora do intervalo [0,1].

Desta forma, estas probabilidades estão representadas pela seguinte expressão, conforme apresentada sua demonstração no Anexo 04:

$$p_t = 1/2 + 1/2 \{ [\eta(-x_t^*)(\Delta t^{1/2})] / [\eta^2(-x_t^*)^2 \Delta t + \sigma^2]^{1/2} \}$$

Além destes valores associados às probabilidades dos movimentos, é necessária a verificação dos valores esperados a cada nó da árvore, dado que ao considerar os valores de \bar{x} e x_0 , Bastian-Pinto (2009) define os valores a serem adicionados aos dados padronizados do processo MRM.

Esta segunda variável é adicionada a da primeira árvore e juntas representam o valor esperado de x , gerando em i movimentos de subida e j movimentos de descida:

$$x_{(i,j)} = \bar{x} + (x_0 - \bar{x}) \exp[-\eta(i+j)\Delta t] + (i-j)\sigma\Delta t^{1/2}$$

$$x_{(i,j)} = \bar{x} + (x_0 - \bar{x}) \exp[-\eta(i+j)\Delta t] + x^*$$

$$x_{(i,j)} = \bar{x}\{1 - \exp[-\eta(i+j)\Delta t]\} + x_0\{\exp[-\eta(i+j)\Delta t]\} + (i-j)\sigma\Delta t^{1/2}$$

$$x_{(i,j)} = \bar{x}\{1 - \exp[-\eta(i+j)\Delta t]\} + x_0\{\exp[-\eta(i+j)\Delta t]\} + x^*$$

Neste modelo não censurado, definido por Bastian-Pinto (2009), o ajuste para incorporar a neutralidade ao risco ao valor esperado do processo, transforma a equação destes movimentos para a seguinte equação, na qual π_x representa o prêmio de risco:

$$x_{(i,j)} = (\bar{x} - \pi_x / \eta)(1 - e^{-\eta(i+j)\Delta t}) + x_0 e^{-\eta(i+j)\Delta t} + (i-j)\sigma\sqrt{\Delta t}$$

Este modelo então explica o comportamento de uma variável estocástica.

Cabe ressaltar que quando são analisadas duas variáveis conjuntamente, é necessária a utilização do modelo de Nelson e Ramaswamy (1990) para a determinação de suas probabilidades, situação explicada na próxima subseção.

5.4.2.2. Modelo para dois Fatores Estocásticos

Para a verificação dos valores a serem relacionados em cada nó da árvore binomial, Bastian-Pinto (2009) seguiu a estrutura utilizada inicialmente no trabalho de Schwartz e Smith (2000), que modelam as alterações nos preços provenientes de dois fatores, um relacionado ao preço de equilíbrio de longo prazo (que segue um MGB) e outro relacionado ao desvio de curto-prazo do preço de equilíbrio (que segue um MRM).

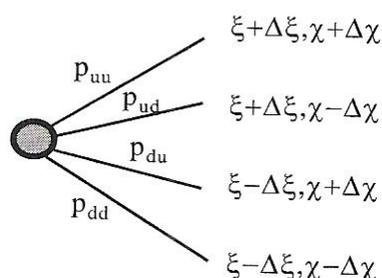
Desta forma o preço varia respeitando o seguinte comportamento:

$Y_t = e^{\chi_t + \xi_t}$, sendo que este está vinculado a dois processos:

Um relacionado ao preço médio de longo prazo: $d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dz_\xi$ e outro relacionado ao desvio do preço médio de longo prazo: $d\chi_t = \kappa(0 - \chi_t)dt + \sigma_\chi dz_\chi$, sendo o valor de longo prazo de sua média igual à zero. A correlação entre os dois processos é dada por $0 \leq [dz_\xi dz_\chi = \rho_{\xi\chi} dt] \leq 1$.

Esta aproximação binomial bivariável proporciona, em tempo discreto, a estruturação de uma árvore com quatro nós, conforme definido na Figura 5.7.

Figura 5.7 – Árvore quadrinomial para modelo de dois fatores



Fonte: Hahn (2005)

Seguindo o comportamento lognormal para cada processo estocástico, são encontrados os seguintes desvios, em relação às suas médias, respectivamente para as variáveis ξ_t e χ_t : $v_\xi = \mu_\xi - (\sigma_\xi^2/2)$ e $v_\chi = \kappa(0 - \chi_t)$, assim como suas respectivas variações associadas ao seu estado da natureza (de subida e descida): $\Delta_\xi = \sigma_\xi \sqrt{\Delta t}$ e $\Delta_\chi = \sigma_\chi \sqrt{\Delta t}$.

Após a estruturação destes processos, Hahn (2005) aplicou o método de Boyle (1988), que combina as probabilidades para determinação da média e da variância do processo binomial bivariável. Seus resultados são:

$$E[\Delta_{\xi}] = (p_{uu} + p_{ud})\Delta_{\xi} - (p_{du} + p_{dd})\Delta_{\xi} = v_{\xi}\Delta t$$

$$E[\Delta_{\xi}^2] = (p_{uu} + p_{ud})\Delta_{\xi}^2 - (p_{du} + p_{dd})\Delta_{\xi}^2 = \sigma_{\xi}^2\Delta t$$

$$E[\Delta_{\chi}] = (p_{uu} + p_{ud})\Delta_{\chi} - (p_{du} + p_{dd})\Delta_{\chi} = v_{\chi}\Delta t$$

$$E[\Delta_{\chi}^2] = (p_{uu} + p_{ud})\Delta_{\chi}^2 - (p_{du} + p_{dd})\Delta_{\chi}^2 = \sigma_{\chi}^2\Delta t$$

Além da correlação entre eles sendo: $\rho\sigma_{\xi}\sigma_{\chi}\Delta t$ e a soma das probabilidades $(p_{uu} + p_{ud} + p_{du} + p_{dd}) = 1$.

Desta forma encontra as probabilidades conjuntas como sendo:

$$p_{uu} = [\Delta_{\xi}\Delta_{\chi} + v_{\xi}\Delta_{\chi}\Delta t + \Delta_{\xi}v_{\chi}\Delta t + \rho\sigma_{\xi}\sigma_{\chi}\Delta t] / [4\Delta_{\xi}\Delta_{\chi}]$$

$$p_{ud} = [\Delta_{\xi}\Delta_{\chi} + v_{\xi}\Delta_{\chi}\Delta t - \Delta_{\xi}v_{\chi}\Delta t - \rho\sigma_{\xi}\sigma_{\chi}\Delta t] / [4\Delta_{\xi}\Delta_{\chi}]$$

$$p_{du} = [\Delta_{\xi}\Delta_{\chi} - v_{\xi}\Delta_{\chi}\Delta t + \Delta_{\xi}v_{\chi}\Delta t - \rho\sigma_{\xi}\sigma_{\chi}\Delta t] / [4\Delta_{\xi}\Delta_{\chi}]$$

$$p_{dd} = [\Delta_{\xi}\Delta_{\chi} - v_{\xi}\Delta_{\chi}\Delta t - \Delta_{\xi}v_{\chi}\Delta t + \rho\sigma_{\xi}\sigma_{\chi}\Delta t] / [4\Delta_{\xi}\Delta_{\chi}]$$

Como estas probabilidades não podem ser censuradas quando necessário, conforme realizado no modelo de um fator de Nelson e Ramaswamy (1990), dado que estão representadas em quatro nós distintos da árvore, Hahn (2005) apresenta uma proposta para a realização de uma possível censura.

O autor então separa a árvore quadrinomial apresentada na Figura 5.7 em duas árvores binomiais recombinantes, determinando assim as probabilidades condicionais de χ com base na probabilidade de ξ , especificando esta relação pela aplicação da regra de Bayes, sendo:

$$p(\xi_t \cap \chi_t) = p(\chi_t | \xi_t) p(\xi_t)$$

$$p(\chi_t | \xi_t) = [p(\xi_t)] / [p(\xi_t \cap \chi_t)]$$

Nesta determinação, as probabilidades de ξ_t são:

$$p_u = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{v_\xi \Delta t}{\Delta_\xi}$$

$$p_d = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{v_\xi \Delta t}{\Delta_\xi}$$

Já as probabilidades condicionais são constituídas pelas expressões:

$$p_{u|u} = \frac{\Delta_\xi(\Delta_\chi + \Delta t v_\chi) + \Delta t(\Delta_\chi v_\xi + \rho \sigma_\xi \sigma_\chi)}{2\Delta_\chi(\Delta_\xi + \Delta t v_\xi)}$$

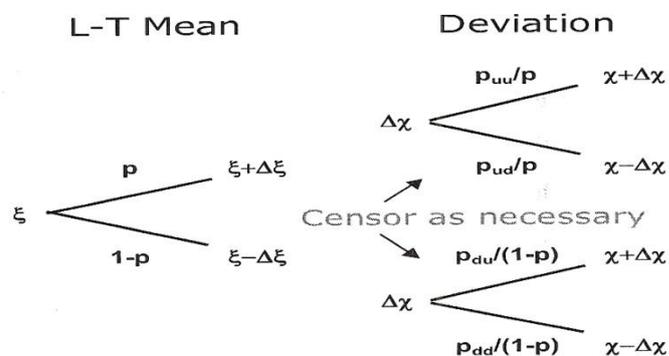
$$p_{d|u} = \frac{\Delta_\xi(\Delta_\chi - \Delta t v_\chi) + \Delta t(\Delta_\chi v_\xi - \rho \sigma_\xi \sigma_\chi)}{2\Delta_\chi(\Delta_\xi + \Delta t v_\xi)}$$

$$p_{u|d} = \frac{\Delta_\xi(\Delta_\chi - \Delta t v_\chi) - \Delta t(\Delta_\chi v_\xi - \rho \sigma_\xi \sigma_\chi)}{2\Delta_\chi(\Delta_\xi - \Delta t v_\xi)}$$

$$p_{d|d} = \frac{\Delta_\xi(\Delta_\chi + \Delta t v_\chi) - \Delta t(\Delta_\chi v_\xi + \rho \sigma_\xi \sigma_\chi)}{2\Delta_\chi(\Delta_\xi - \Delta t v_\xi)}$$

E desta forma, com base nestes valores encontrados, estas probabilidades podem então ser censuradas diante da possível necessidade. Esta estrutura determinada diante dos comportamentos de curto e longo prazo da variável pode ser visualizada na Figura 5.8.

Figura 5.8 – Divisão da árvore quadrinomial em duas binomiais



Fonte: Hahn (2005).

A proposta de Hahn (2005) associa o comportamento da variável a dois processos estocásticos, explicados parcialmente pelo MRM e parcialmente pelo MGB, estando estes correlacionados ou não.

Bastian-Pinto (2009) utiliza em sua proposta o mesmo princípio usado anteriormente por Boyle (1988) e aplicado em Hahn (2005), só que considera ambos os processos estocásticos associados ao MRM, tendo em cada nó da árvore bivariável uma aproximação com a estrutura apresentada por Nelson e Ramaswamy (1990).

Diante disto, os dois processos seguem o processo Ornstein-Uhlenbeck, definido por $dX_t = \eta(\bar{X} - X_t)dt + \sigma_X dz_X$ e $dY_t = \eta(\bar{Y} - Y_t)dt + \sigma_Y dz_Y$, além de estarem correlacionados pela relação $dz_X dz_Y = \rho_{XY} dt$.

Para determinar as probabilidades associadas a esta nova estrutura, os valores dos desvios agora são definidos por $v_X = \eta(\bar{X} - X_t)$ e $v_Y = \eta(\bar{Y} - Y_t)$. E os saltos associados aos movimentos de subida e descida do nível de preços caracterizados por: $\Delta_X = \sigma_X \sqrt{\Delta t}$ e $\Delta_Y = \sigma_Y \sqrt{\Delta t}$.

Desta forma, suas probabilidades são definidas por:

$$P_{u|u} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y + \Delta t v_Y) + \Delta t (\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)}$$

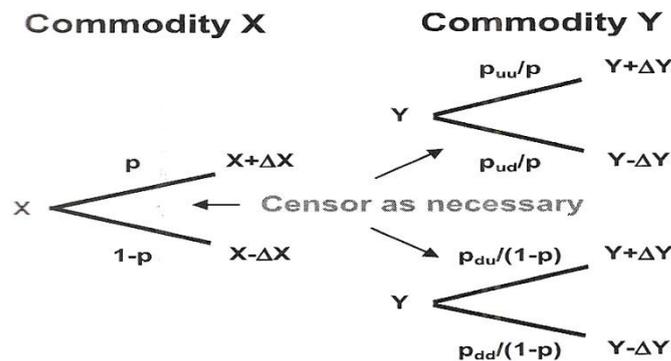
$$P_{d|u} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y - \Delta t v_Y) + \Delta t (\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)}$$

$$P_{u|d} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y - \Delta t v_Y) - \Delta t (\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X - \Delta t v_X)}$$

$$P_{d|d} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y + \Delta t v_Y) - \Delta t (\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X - \Delta t v_X)}$$

Esta nova representação para o modelo correlacionado para cada um dos fatores, X e Y, pode ser constatado na Figura 5.9.

Figura 5.9 – MRM com dois processos correlacionados de um fator



Fonte: Hahn (2005)

Desta forma, com o MGB e o MRM tendo uma aproximação pela estrutura binomial, estes movimentos são mensurados pelo valor exponencial de suas variações ao longo do tempo, definindo diferentes medidas de probabilidade para suas tendências, as quais serão descontadas considerando sua neutralidade ao risco.

E na próxima seção estes modelos são sintetizados para a previsão do comportamento do preço dos ativos, dadas suas influências estocásticas, e é apresentada a estrutura de análise utilizada neste trabalho para incorporar a perspectiva da tomada de decisão.

5.5. Estrutura utilizada neste trabalho

Nesta seção é definida a síntese da estrutura utilizada neste trabalho para a precificação dos ativos, tanto considerando o MRM quanto o MGB, sendo estes modelos definidos para os casos nos quais a análise é verificada com um ou dois fatores estocásticos.

5.5.1. MGB com um Fator Estocástico

Em relação ao seu valor inicial X_0 , é modificado nos movimentos de elevação e redução dos preços, respectivamente, como:

$$(X_0)_u = (X_0)e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$(X_0)d = (X_0)e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

E a sua probabilidade neutra ao risco representada pela função:

$$p_t = 1/2 + 1/2 \left[\frac{(r - \sigma^2/2)\sqrt{\Delta t}}{\sigma} \right]$$

5.5.2. MRM com um Fator Estocástico

No caso do modelo de Reversão à Média de um fator, o modelo utilizado é o estruturado por Bastian-Pinto(2009), no qual se determinam duas árvores que terão seus valores somados em cada nó.

Na primeira árvore o valor segue o comportamento determinístico traçado pelo valor esperado de Ornstein Uhlenbeck, e na segunda é gerado a parte estocástica que possui tanto a média de longo prazo quanto seu valor inicial igual à zero. O valor esperado neutro ao risco da árvore que soma os dois comportamentos é definido por, considerando o prêmio de risco π_x :

$$x_{(i,j)} = (\bar{x} - \pi_x / \eta)(1 - e^{-\eta(i+j)\Delta t}) + x_0 e^{-\eta(i+j)\Delta t} + (i - j)\sigma\sqrt{\Delta t}$$

Além deste valor, a probabilidade de subida do preço do ativo é caracterizado pela seguinte expressão:

$$p_t = 1/2 + 1/2 \frac{\eta(-x_t^*)\sqrt{\Delta t}}{\sqrt{\eta^2(-x_t^*)^2 \Delta t + \sigma^2}}$$

E a probabilidade de redução do preço é definida por (1-p_t).

5.5.3. MRM com dois Fatores Estocásticos

Considerando o que foi explicado na seção 5.4.2.2, as probabilidades marginais e condicionais das variáveis X e Y, respectivamente, conforme explicitado na Figura 5.9 são definidas para X:

$$p_u = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{v_x \Delta t}{\Delta_x}$$

$$p_d = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{v_x \Delta t}{\Delta_x}$$

E para Y:

$$p_{u|u} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y + \Delta t v_Y) + \Delta t (\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)}$$

$$p_{d|u} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y - \Delta t v_Y) + \Delta t (\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)}$$

$$p_{u|d} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y - \Delta t v_Y) - \Delta t (\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X - \Delta t v_X)}$$

$$p_{d|d} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y + \Delta t v_Y) - \Delta t (\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2\Delta_Y (\Delta_X - \Delta t v_X)}$$

Neste caso bivariável o cálculo isolado para cada variável estocástica é realizado considerando a estrutura apresentada por Nelson e Ramaswamy (1990).

Diante disto, os dois processos seguem o processo Ornstein-Uhlenbeck e estão correlacionados pela relação $dz_X dz_Y = \rho_{XY} dt$. E para determinar as probabilidades associadas aos valores dos desvios, estes são definidos por:

$$v_X = \eta(\bar{X} - X_t) - (\sigma_x^2/2)$$

$$v_Y = \eta(\bar{Y} - Y_t) - (\sigma_y^2/2)$$

$$\Delta_X = \sigma_X \sqrt{\Delta t}$$

$$\Delta_Y = \sigma_Y \sqrt{\Delta t}$$

Assim são definidos os valores esperados para cada variável e os valores de suas probabilidades neutras ao risco.

Desta forma este capítulo apresentou os modelos para a previsão do comportamento do preço dos ativos, dadas suas influências estocásticas. No próximo capítulo é apresentado o tratamento dos dados para a análise das variáveis e resultados encontrados, assim como da possível da tomada de decisão.

6 Tratamento e análise dos dados

Para a análise desenvolvida neste trabalho é considerada a taxa de juros livre de risco de 7,25%, sendo composta pelo valor de 12,55% da taxa média de retorno para as Letras do Tesouro Nacional – LTN – com vencimento em 2011, 2012, 2013 e 2014, na qual essa representa uma *proxy* da taxa de juros livre de risco, descontada a inflação média esperada para o próximo biênio de 5,3%.

A análise está estruturada em dois blocos, o primeiro associado aos resultados dos parâmetros encontrados com as ferramentas econométricas definidas no item 4.5.2. No segundo são apresentados os resultados tanto da Opção de *Switch* entre etanol e açúcar quanto da Opção Tecnológica da cogeração de energia.

Na simulação realizada foi considerada uma planta produtiva de etanol e açúcar associada ao nível de produção gerado durante 05 anos e com intervalo de tempo de $\Delta t = \frac{1}{2}$. Diante disto, o processo é analisado considerando o número de 10 períodos, conforme realizado por Bastian-Pinto (2009).

Na Tabela 6.1 são estimados os valores dos parâmetros utilizados no MRM, calculados com base na regressão linear definida na equação especificada no item 4.5.2, conforme parcialmente definidos na Tabela 4.3 do item 4.7, e que nesta seção esta abordagem é ampliada para estimar as demais variáveis necessárias para determinação do valor das usinas.

Com base nestes parâmetros definidos, podem ser calculadas as médias de longo prazo ajustadas ao risco, sendo que o prêmio de risco deflacionado para o setor sucroalcooleiro de 6%.

Este prêmio de risco é calculado pelo *Capital Asset Price Model* – CAPM – das empresas sem alavancagem e que têm ativos negociados na Bolsa de Valores de São Paulo – BOVESPA, conforme definido no trabalho de Bastian-Pinto, *et al* (2009).

Tabela 6.1 – Tabela de resultados e parâmetros do MRM

Parâmetros	Etanol	Açúcar	Energia Elétrica
Inclinação	-0,1485	-0,0644	-0,1467
Intercepto	0,0140	0,2506	0,5669
Volatilidade semestral	0,1551	0,1342	0,2887
Velocidade de reversão à média	0,1608	0,0667	0,1586
Coefficiente de determinação	0,0743	0,0325	0,0709
Erro padrão da estimativa	0,1083	0,1026	0,4948
Média de longo prazo	1,10	48,86	47,75
Preço inicial = Outubro/2012	1,11	48,48	184,02

No caso da produção de energia elétrica, o prêmio de risco para esta atividade está definido conforme a Nota Técnica nº262/2010 elaborada pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), que determina um prêmio de 7,15% ao ano para as empresas distribuidoras de energia. Esta representa uma limitação metodológica, mas sendo utilizado pelo fato de 70% das empresas listadas no relatório também serem geradoras de energia.

E para o caso do etanol e do açúcar este prêmio de risco é definido como sendo de 6% ao ano, seguindo o estabelecido no trabalho de Bastian-Pinto (2009) para que possa ser realizada a análise comparativa dos resultados encontrados no valor da Opção de *Switch*.

Desta forma, utilizando a definição de seu prêmio de risco π e os parâmetros apresentados na Tabela 6.1 referentes à sua média de longo prazo \bar{x} e sua velocidade de reversão à média η , pode-se chegar às seguintes médias de longo prazo ajustadas ao risco:

$$\text{Para o etanol: } \exp\left(\bar{x} - \frac{\pi}{\eta}\right) = \exp\left(\ln(1,10) - \frac{0,0049}{0,1608}\right) = R\$1,07 / \text{litro}$$

$$\text{Para o açúcar: } \exp\left(\ln[48,86] - \frac{0,0049}{0,0667}\right) = R\$45,39 / \text{saco}(50\text{kg})$$

$$\text{Para a energia elétrica: } \exp\left(\ln[47,75] - \frac{0,0058}{0,1586}\right) = R\$46,03 / \text{MWh}$$

Diante destes dados, são estruturadas as árvores binomiais no MRM, com os valores de $x = \ln St$ e seguindo o procedimento de Bastian-Pinto (2009):

$$x_{(i,j)} = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})\{\exp[-\eta(i+j)\Delta t]\} + (i-j)\sigma\Delta t^{1/2}.$$

Posteriormente calcula-se e^{x_t} para encontrar o real valor da variável, e desta forma proporcionar os resultados para o FC esperado em cada estado da natureza.

E com base nesta metodologia explicitada na seção 5.5.2, pode-se encontrar os resultados referentes ao valor presente dos fluxos de caixa operacionais, como apresentado na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Comparação de valores para os diferentes tipos de usinas (s/ Opção)

Produtos	MRM (R\$milhões)
Produz Etanol apenas	439,33
Produz Açúcar (c/ subproduto: Etanol)	553,37
Produz Energia elétrica	40,29

Com os preços definidos em cada estado da natureza, e considerando as fórmulas definidas para os FC de cada produto, é calculado o valor da usina que produz apenas etanol, que trazidos a valor presente por meio da Medida Equivalente de Martingale equivale a R\$439,33 milhões.

O valor encontrado para este processo produtivo encontra-se muito superior ao valor encontrado no trabalho de Bastian-Pinto (2009) para uma usina produtora apenas de etanol, dado que seu resultado foi de 176,58 milhões.

Esta discrepância ocorre pela considerável elevação do preço do produto e pelo aumento de sua volatilidade ocorrido na série histórica com a incorporação dos dados apresentados após o ano de 2008, sendo que desta forma potencializou o resultado da empresa.

O preço do produto passou de um valor inicial no trabalho de Bastian-Pinto (2009) de R\$ 0,71/litro para R\$1,11/litro em outubro de 2012, representando um aumento de mais de 50% em seu valor.

Para o caso da produção de Açúcar e Energia Elétrica, são verificados seus Fluxos de Caixa, que trazidos a valor presente por meio da Medida Equivalente de Martingale, geram os seguintes valores para a indústria, respectivamente, de R\$553,37 milhões e de R\$40,29 milhões, sendo este último com o nível tecnológico inicial (base) aplicado neste trabalho.

Como está sendo considerada uma planta de açúcar que possui a possibilidade de alterar a estrutura tecnológica de cogeração de energia elétrica, ocorrendo esta situação num ambiente favorável economicamente, este trabalho busca prioritariamente o valor para esta Planta Flexível.

Mas inicialmente vale analisar sua Opção diante da flexibilidade de seu processo produtivo ao escolher entre a produção de etanol ou açúcar, quando este for economicamente favorável, utilizando a estrutura definida no item 5.5.3 para duas variáveis estocásticas.

Para sintetizar os resultados de ambas as análises são estruturadas as Tabelas 6.3 e 6.4, que apresentam respectivamente o resultado da flexibilidade dos dois produtos (etanol e açúcar) e a flexibilidade da utilização tecnológica na cogeração de energia elétrica.

A Tabela 6.3 apresenta o valor de uma usina que só produz etanol, da usina que produz açúcar (com uma parcela de etanol como subproduto), ou ainda para uma usina que é flexível produzindo normalmente açúcar, mas com a possibilidade de trocar sua produção para etanol quando for economicamente satisfatório.

Tabela 6.3 – Comparação de valores para os diferentes tipos de usinas (c/ Opção)

Produtos	MRM (R\$milhões)
Produz Etanol apenas	446,54
Produz Açúcar (c/ subproduto: Etanol)	551,86
Indústria flexível (com Opção)	556,94
Valor da Opção de <i>Switch</i>	5,08

No MRM os preços tendem a reverter para uma média de longo prazo, sendo ponderadas por uma probabilidade neutra ao risco influenciada por esta tendência.

O que é percebido nesta simulação é que, com a ferramenta estruturada por Hahn(2005) e redefinida por Bastian-Pinto (2009) para o MRM, os FC ficam potencializados nos níveis de preço encontrados, mas o resultado final da empresa neste processo estocástico torna a ferramenta matemática representativa diante da probabilidade neutra ao risco, que penaliza sobremaneira os valores que se afastam da sua média de longo prazo, tanto positiva quanto negativamente.

O valor encontrado para a Opção de *Switch* representa aproximadamente 0,92% da planta que fabrica apenas açúcar, além de uma parcela de etanol como subproduto. Este resultado representa uma redução em seu benefício relativo, dado que o valor da Opção encontrado por Bastian-Pinto (2009) foi de 19,13% do resultado da planta produtiva de açúcar.

O que ganha destaque neste trabalho, e tem seu resultado apresentado na Tabela 6.4, são os valores gerados com o processo de cogeração de energia

elétrica, considerando a estrutura tecnológica básica inicial, com a aplicação do Custo Médio de Operação e Manutenção da estrutura de cogeração da Usina, assim como quando este custo é representado pelo valor máximo obtido na pesquisa de Dantas-Filho (2009).

A metodologia para a precificação de energia elétrica é definida conforme especificado em Bastian-Pinto (2009) e apresentado no item 5.5.2.

Complementando os dados desta Tabela, está exposto o resultado existente com a possibilidade de investir tecnologicamente no processo de cogeração de energia com vista a melhorar a estrutura de capital e, conseqüentemente, a produtividade do processo de cogeração.

Tabela 6.4 – Comparação de valores para a Opção Tecnológica da Cogeração

Produtos	MRM (R\$milhões)	MGB (R\$milhões)
Gera Energia elétrica (com CO Médio)	40,29	44,98
Gera Energia elétrica (com CO Máximo)	34,06	38,74

CO = Custo de Operação e Manutenção

Estes valores apresentados na Tabela 6.4 referem-se ao valor apenas da atividade isolada de cogeração de energia elétrica, a ser adicionado ao da usina produtora de etanol e açúcar, gerado diante de um insumo que era desprezado do processo com a queima do bagaço e da palha de cana.

A partir de investimentos básicos na transformação do processo, incorporando o conceito das usinas *retrofit*, alguns equipamentos podem ser trocados ou adicionados ao processo produtivo da usina de açúcar e etanol, proporcionando R\$40,29 milhões se considerado o processo estocástico de reversão à média ou R\$44,98 milhões se o MGB, dado que o nível de preços inicial da energia elétrica é de R\$184,02/MWh.

O FC desta planta de produção é definido pela equação do FC^{III} do item 3.3, sobre o qual foi considerado o custo operacional médio de R\$17,49/MWh em seu processo. Este resultado encontra-se satisfatório mesmo quando utilizado o custo operacional máximo encontrado no trabalho de Dantas-Filho (2009) relacionado às operações na usina Catanduva, de R\$35,70/MWh, situação que apresenta um resultado de R\$34,06 milhões se considerado o processo estocástico de reversão à média ou R\$38,74 milhões se o MGB.

Para a verificação do valor da opção obtido com a cogeração de energia elétrica, o resultado da simulação considera a possibilidade de variação

tecnológica, possibilitando alcançar os três níveis superiores de energia excedente e chegando a 107,3 GWh, 122,4 GWh e 152,4 GWh, respectivamente relacionados às tecnologias IV, V e VI, conforme definido na Tabela 3.4 do item 3.3.

Esta redefinição tecnológica vai de encontro com as transformações ocorridas na usina Vale do Rosário na década de 1990 para alcançar níveis superiores de produtividade, como apresentado por Heck (2004).

Desta forma, em todas as situações simuladas foi constatado valor para esta opção de mudança tecnológica, tanto quando é considerado o CO médio de R\$17,49/MWh quanto o CO máximo de R\$35,70/MWh.

A perspectiva da análise está relacionada com as possibilidades de oscilação nos estados na natureza, que proporciona um impacto no nível de preços, desta forma, pode ser vantajoso ou não ampliar a produtividade investindo em um nível tecnológico mais elevado, o que incorre em custos para o usineiro.

É considerado neste trabalho que para executar a troca tecnológica, o usineiro tem de quitar a dívida com a compra dos equipamentos anteriores e adquirir novos, com a mesma estrutura de financiamento que considera a taxa de juros aplicada pelo BNDES.

Então, para analisar o valor da Opção disponível para o usineiro é gerado cada resultado de mudança, considerada a Opção de exercício em cada estado da natureza. Com base nestes valores é calculado o valor da Opção de modificação tecnológica diante das probabilidades neutras ao risco obtidas com cada um dos modelos.

Assim são analisadas as situações geradoras de valor para o usineiro, dado que o processo de cogeração inicia-se com a obtenção do financiamento, do valor do capital de giro necessário, assim como com a aquisição dos equipamentos, dependendo do estado da natureza da economia estas estruturas podem ser modificadas novamente, ampliando a produtividade e o seu respectivo resultado.

Ao comparar os resultados encontrados na atividade de cogeração de energia elétrica considerando o MRM com o CO Médio e a possibilidade de troca pela tecnologia IV, V e VI, nos cenários favoráveis e desfavoráveis da economia a Opção pode ser exercida dependendo destes estados da natureza existentes na economia, logo a espera tem valor nesta análise e estas incertezas associadas a

ambos os movimentos da economia proporciona valor para estas Opções quanto à possível mudança tecnológica.

Estes resultados obtidos para os valores das Opções de mudança tecnológica estão sintetizados na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Valor das Opções disponíveis em cada nível tecnológico

Custo de Operação e Manutenção – CO	Processo estocástico	Valor da Opção (R\$ milhões)		
		Tecnologia IV	Tecnologia V	Tecnologia VI
CO = R\$17,49/MWh	MRM	11,39	13,40	19,84
	MGB	19,99	13,93	11,48
CO = R\$35,70/MWh	MRM	8,94	10,40	15,86
	MGB	18,70	12,86	10,57

Desta forma, os dados da Tabela 6.5 indicam que diante da possibilidade de mudança de utilização da tecnologia III pela tecnologia IV, utilizando um CO de R\$17,49/MWh, no MRM a Opção proporciona um valor de R\$11,39 milhões e no MGB gera um valor de R\$19,99 milhões.

Mesmo se ampliado o CO para o nível máximo, de R\$35,70/MWh, esta Opção ainda apresenta valor de R\$8,94 milhões para o MRM e R\$18,70 milhões para o MGB.

Para as possibilidades de modificação da estrutura tecnológica associada aos níveis V e VI, os valores destas Opções são ampliados e considerando um CO médio para a tecnologia V, o resultado é ampliado para R\$13,40 milhões no caso do MRM e reduzido para R\$13,93 milhões no MGB. Com o CO máximo a Opção é de R\$10,40 milhões para o MRM e R\$12,86 milhões para o MGB.

A possibilidade de modificação para a tecnologia VI proporciona, com o CO médio, um resultado de R\$ 19,84 milhões para o MRM e R\$11,48 milhões para o MGB. No caso da incidência do CO máximo este resultado é reduzido para R\$15,86 milhões no MRM e R\$10,57 milhões no MGB.

Cabe ressaltar que estes valores se tornam ainda mais representativos em termos percentuais, já que pode ser visualizado na Tabela 6.6 que nestes níveis tecnológicos analisados a Opção Tecnológica representa minimamente um valor de 25,52% da planta inflexível do nível tecnológico VI.

Tabela 6.6 – Percentual das Opções disponíveis em cada nível tecnológico

Custo de Operação e Manutenção – CO	Processo estocástico	Valor da Opção (R\$ milhões)		
		Tecnologia IV	Tecnologia V	Tecnologia VI
CO = R\$17,49/MWh	MRM	28,27%	33,03%	49,24%
	MGB	44,44%	30,96%	25,52%
CO = R\$35,70/MWh	MRM	26,25%	30,53%	46,57%
	MGB	48,27%	33,20%	27,30%

Pode ser constatado também que os valores destas Opções Tecnológicas ampliam-se gradativamente de acordo com os níveis tecnológicos utilizados ao considerar o MRM, sendo que o valor destas Opções é reduzido quando analisado sob a perspectiva do MGB. Esta redução é ocasionada principalmente pelos custos crescentes dos investimentos necessários, atrelados às probabilidades incidentes.

7 Conclusões e Recomendações

O processo produtivo do etanol adquiriu uma capacidade de modificação de sua estrutura produtiva para a fabricação de outros produtos, assim como para gerar subprodutos, tendo seu destaque potencializado com a possibilidade de alternância na produção com o açúcar, conforme foi confirmado no trabalho de Bastian-Pinto (2009) quando este utilizou para constituição da série histórica dos preços os dados obtidos entre os períodos de 1998 e 2008.

Cabe registrar que o açúcar representa um bem de primeira necessidade e amplamente consumido pela população de todos os países ao redor do mundo.

Tanto o etanol quanto o açúcar sempre tiveram períodos em que seus preços ficavam sobrevalorizados, principalmente por influência dos períodos das entressafas de cana-de-açúcar e/ou pelo acompanhamento de seu valor no mercado internacional, influenciado por secas e outras intempéries ambientais e sócio-econômicas.

Historicamente o preço do etanol proporcionou períodos em que seu FC excedia o FC gerado pela produção e comercialização do açúcar, oscilando continuamente entre os anos de 1998 e 2008. A partir de 2009 esta característica foi revertida por uma supremacia do FC do açúcar, dado que seu nível de preços ampliou-se significativamente se analisado relativamente ao preço do etanol.

Esta ampliação do valor da Usina com a possibilidade de alternância de produto apresentada em Bastian-Pinto (2009), conforme analisado e verificado neste trabalho, teve seu resultado reduzido, dada a influência do valor das probabilidades marginais e condicionais definidas no modelo.

Este impacto é principalmente determinado pelo aumento acentuado no preço dos produtos e na volatilidade definida pela série histórica dos preços do açúcar, fato que influenciou nestas probabilidades mencionadas e na capacidade de ampliar o valor da usina, com base na Opção de *Switch* que o produtor possui.

Esta constatação da redução temporária da geração do valor para o processo produtivo do açúcar/etanol pode ser percebida com a redução do percentual de

19,13% para um de 0,92% no valor da Opção em relação ao FC da produção do açúcar.

Desta forma, independente do resultado temporariamente reduzido para a Opção de *Switch* no MRM do usineiro, merece muita atenção pelo setor sucroalcooleiro o resultado favorável da cogeração de energia elétrica, dado que proporciona um valor presente para o valor da usina gerado no período analisado de R\$40,30 milhões, se for considerado que seus preços seguem um MRM, e um valor de R\$44,98 milhões ao considerar que este segue um MGB.

E com a incorporação da flexibilidade de modificar a estrutura tecnológica, ampliando a sua produtividade, estes valores seguindo o MRM e MGB podem chegar a R\$75,60 milhões e R\$74,30 milhões, respectivamente.

É válido lembrar que estes resultados foram expressos diante dos dados coletados estritamente no período determinado para esta pesquisa e que para o caso do MGB a oscilação dos preços tende a ser potencializada.

Constata-se também em algumas usinas a possibilidade de variação do nível tecnológico acima do nível definido neste trabalho para a cogeração de energia elétrica, o que ampliaria o valor apresentado para esta operação.

Com os dados encontrados no capítulo anterior, pode ser constatado que o valor da Opção da usina para o processo estocástico dos preços seguindo um MGB é menor que o encontrado para o MRM, ocasionado principalmente pela influência das probabilidades neutras ao risco definidas no modelo, sendo que estes valores são ligeiramente reduzidos na incidência de um CO de R\$35,70/MWh.

É importante a constatação de que a usina, em todas as possibilidades de mudança tecnológica associadas a ambos os processos estocásticos, possui valor de espera e que o usineiro exerce a troca ao constatar um cenário favorável para a economia, apresentando um dos pontos de gatilho desta Opção.

O que é representativo da espera é que o usineiro resguarda seu valor da Opção diante de um cenário desfavorável.

Vale também lembrar que estas variações tecnológicas podem ampliar ainda mais estes valores com o avanço das pesquisas para que haja um melhor aproveitamento do bagaço e da palha da cana.

Desta forma, com base na redefinição relativa dos preços do etanol e do açúcar no final da primeira década do século XXI, o valor da flexibilidade

existente a estes dois produtos foi momentaneamente reduzido pelo modelo apresentado, sendo que diante do comportamento dos preços no cenário internacional, o preço do açúcar ampliou-se de forma a influenciar potencialmente em sua volatilidade histórica.

E por fim, vale ressaltar que o valor do investimento na cogeração de energia elétrica, independente das tecnologias utilizadas, faz com que haja uma ampliação do resultado da usina, principalmente considerando as incertezas e as Opções disponíveis.

Dada esta constatação relacionada ao valor da Opção de *Switch* e de Modificação Tecnológica, uma proposta para futuros trabalhos está relacionada com a verificação do valor da usina considerando outros modelos estocásticos para a verificação do comportamento do preço dos ativos, principalmente considerando um modelo com saltos de Poisson, na tentativa de verificar os momentos de elevação abrupta dos preços do etanol e do açúcar relacionados aos períodos de entressafra da cana-de-açúcar ou sua interligação com os preços no mercado internacional, assim como nos momentos de elevação abrupta dos preços da energia elétrica nos períodos de seca com diminuição dos níveis de água nos reservatórios.

Não se pode deixar de pensar também na possibilidade de utilizar de modelos estocásticos que incorporem mais de uma variável estocástica para a cogeração.

Referências Bibliográficas

ANEEL – AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Nota Técnica nº 262/2010** – SRE/ANEEL de 23 de agosto de 2010.

ANEEL – AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. Brasília: ANNEEL, 2005.

ANEEL: Boletim de Energia. Desenvolvido pela Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em: < <http://www.aneel.gov.br/131.htm>>. Acesso em: 15 nov. 2011.

ANFAVEA – Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores. **Anuário da Indústria Automobilística Brasileira**. São Paulo: CEDOC, 2010.

BASTIAN-PINTO, Carlos. **Modelagem de Opções Reais com Processos de Reversão à Média em Tempo Discreto: Uma Aplicação na Indústria Brasileira de Etanol**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2009.

BOYLE, Phelim. **A Lattice Framework for Option Pricing with two State Variables**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 23, nº 1, March/1998. pp.1-12.

BLACK, F., SCHOLES, M. **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**. Journal of Political Economy, 1973.

BHATTAACHARYA, Sudipto. **Project Valuation with mean-reverting cash flow streams**. The Journal of Finance, vol. XXXIII, nº 5, December/1978, pp.1317-1331.

BRANDÃO, Luiz, DYER, J., HAHN, Warren. **Using Binomial Decision Trees to Solve Real Option Valuation Problems**. Aceito para publicação no Decision Analysis Journal, 2005.

BREALEY, Richard A., MEYERS, Stewart C. **Principles of Corporate Finance**. 7th. Edition, McGraw Hill, 2002.

BNDES/CGEE – Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social/Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (Organização). **Bioetanol de cana-de-açúcar: energia para o desenvolvimento sustentável**. Rio de Janeiro: BNDES, 2008.

BOYLE, P. **A Lattice framework for option pricing with two state variables.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, 23, 1-12, 1988.

CBOE History. Desenvolvido pela Chicago Board Options Exchange. Disponível em: <<http://www.cboe.com/AboutCBOE/History.aspx>>. Acesso em: 05 fev. 2011.

CCEE – Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. **Decreto nº 5.177** – ANEEL, de 12 de agosto de 2004.

CCEE: Entrevista no Workshop 2008. Desenvolvido pela Camara de Comercialização de Energia Elétrica. Disponível em: <<http://www.ccee.org.br/cceeinterdsm/v/index.jsp?vnextoid=02bbd0689143a110VgnVCM1000005e01010aRCRD#>>. Acesso em: 12 mar. 2011.

CASTRO, Nivalde, BRANDÃO, Roberto, DANTAS, Guilherme. **Considerações sobre a Ampliação da Geração Complementar ao Parque Hídrico Brasileiro.** Texto de Discussão do Setor Elétrico nº15. GESEL/IE/UFRJ: Rio de Janeiro, 2010.

CGEE – Centro de Gestão e Estudos Estratégicos. **Estudo sobre as possibilidades e impactos da produção de grandes quantidades de etanol visando à substituição parcial da gasolina no mundo – Fase 1.** Campinas: Nipe/Unicamp e Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2005.

COGEN. Coordenação de Carlos R. Silvestrin. Desenvolvido pela Associação da Indústria de Cogeração de Energia. 2011-2020. Apresenta uma Agenda para expansão de Oferta Planejada de Bioeletricidade. Disponível em: <<http://www.cogen.com.br>>. Acesso em 28 jun. 2011.

CONAB – COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Acompanhamento da Safra Brasileira: cana-de-açúcar, segundo levantamento.** Brasília: Conab, 2010.

CONAB – COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Acompanhamento da Safra Brasileira: cana-de-açúcar, primeiro levantamento.** Brasília: Conab, 2011.

COPELAND, Tom, KOLLER, Tim, MURRIN, Jack. **Avaliação de Empresas: Valuation.** São Paulo: Makron Books, 2000.

COPELAND, Tom, ANTIKAROV, Vladimir. **Opções Reais: Um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos.** Rio de Janeiro: Editora Campus, 2002.

- CORRÊA-NETO, Vicente. **Análise de viabilidade da cogeração de energia elétrica em ciclo combinado com gaseificação de biomassa de cana-de-açúcar e gás natural**. Rio de Janeiro: UFRJ, COPPE, 2001. (Dissertação de Mestrado)
- COX, J., ROSS, S., RUBINSTEIN, M. **Option Pricing: A simplified approach**. *Journal of Financial Economics*, 7, 229-63, 1979.
- CTC em Números: banco de dados. Disponível em: <<http://www.ctcanavieira.com.br>>. Acesso em 20 nov. 2011.
- DA COSTA, Ricardo, PIEROBON, Ernesto. **Leilão de energia nova: Análise da sistemática e dos resultados**. Rio de Janeiro: BNDES Setorial, 33, 421-476, 2011.
- DANTAS-FILHO, Paulo. **Análise de custos na geração de energia com bagaço de cana-de-açúcar: Um estudo de caso em quatro usinas de São Paulo**. São Paulo: USP, IEE, 2009. (Dissertação de Mestrado)
- DIAS, Marco A. **Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2005.
- DIAS, Marco A. **Stochastic Processes with Focus in Petroleum Applications**. Disponível em: <<http://www.puc-rio.br/marco.ind/stochast.html>>. Acesso em 07 jan. 2011.
- DIAS: Notas de aula. Desenvolvidas pelo professor Marco Antonio Guimarães Dias. Disponível em <<http://www.puc-rio.br/marco.ind/ind2072.html>>. Acesso em: 11 out. 2010.
- DIAS, Augusto, *et al.* **Flexibility and Uncertainty in Agribusiness Projects: Investing in a Cogeneration Plant**. *RAM – Revista de Administração Mackenzie*, vol. 12, nº 4, Jul-Ago/2011. pp.105-126.
- DIXIT, Avinash K., PINDYCK, Robert S. **Investment under Uncertainty**. 1st Edition. New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- EPE – EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Índice de Custo Benefício (ICB) de Empreendimentos de Geração Termelétrica: Metodologia de Cálculo**. Brasília: EPE, 2006.
- EPE/MME – EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA / MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Cadernos de Energia EPE: Perspectivas para o etanol no Brasil, 2008**. Disponível em: <http://www.epe.gov.br/petroleo/paginas/estudos_28.aspx> Acesso em: 05 jan. 2011.

ESPERANCINI, Maura, FODRA, Marcelo. **Viabilidade Econômica de Cogeração de Energia Elétrica em Condições de Risco: Estudo de Caso.** Campo Grande: 48º Congresso – Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia Rural, Julho/2010.

FIESP/CIESP – Federação das Indústrias do Estado de São Paulo/Centro das Indústrias do Estado de São Paulo. **Ampliação da oferta de energia através da biomassa.** São Paulo: FIESP/CIESP, 2001.

FIGUEIREDO, Antonio C. **Introdução aos Derivativos.** São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2006. (2ª edição)

GIBSON, R., SCHWARTZ, E. **Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims.** *Journal of Finance*, vol. 45, n° 3, 1990, pp.959-976.

GOLDEMBERG, José, MONACO, L., Macedo I. **The Brazilian Fuel Alcohol Program. In: Johansson T., et al (Org.). Renewable Energy Sources for Fuels and Electricity.** Washington: Island Press, 1993, v. , p. 841-863.

GONÇALVES, D. S., NETO, J. A. S., BRASIL, H. G. **Option of switching an investment Project into an Agribusiness Project.** Real Option Conference paper, 2006.

GORDINHO, Margarida C. **Do álcool ao etanol: trajetória única.** São Paulo: Unica, 2010.

GUJARATI, Damodar N. **Econometria Básica.** Rio de Janeiro: Editora Campus, 2006 (4ª edição).

HAHN, Warren. **A Discrete-Time Approach for Valuing Real Options with Underlying Mean-Reverting Stochastic Processes.** PhD Dissertation, The University of Texas, Austin, May, 2005.

HAHN, Warren, DRYER, James. **Discrete time modeling of mean reverting stochastic processes for Real Option valuation.** *European Journal of Operational Research*, 184(2),534-48, 2008.

HARRISON, J. Michael, KREPS, David M. **Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets,** *Journal of Economic Theory*, Elsevier, vol. 20(3), pages 381-408, June, 1979.

HARRISON, J. Michael, PLISKA, Stanley R. **Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading.** *Stochastic Processes and Their Applications*, 11, pages 215–260, 1981.

- HECK, Joaquim. **Cogeração de eletricidade a partir do bagaço da cana**. Açucareira Vale do Rosário, 2006.
- HULL, John C. **Opções, Futuros e Outros Derivativos**. São Paulo: BM&F, 1998. (3ª edição)
- IEL/SEBRAE – Instituto Euvaldo Lodi/Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas. **O novo ciclo da cana: estudo sobre a competitividade do sistema agroindustrial da cana-de-açúcar e prospecção de novos empreendimentos**. Brasília: Instituto Euvaldo Lodi / Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas, 2005.
- ILLOVO. **International Sugar Statistics**. Illovo Sugar Limited, 2009/2010. Disponível em: <http://www.illovo.co.za/Home.aspx>. Acesso em: 12 de Maio de 2011.
- ISO – International Sugar Organization. **Cogeneration: Opportunities in the World Sugar Industries**. London: ISO, 2009.
- LEVINE, David, STEPHAN, David, KREHBIEL, Timothy, BERENSON, Mark. **Estatística: Teoria e Aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- LINTNER, John. **The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets**. Review of Economics and Statistics, 47 (1), 13-37.
- MACEDO, Isaías, HORTA-NOGUEIRA, Luiz. **Avaliação da Expansão da Produção de Etanol no Brasil**. Brasília: CGEE, 2004.
- MACEDO, I.C., LEAL, L.R.V., WALTER, A., SEABRA, J. E.A. **Geração de energia elétrica e de gás de síntese a partir de gaseificação da biomassa**. Funcamp/Unicamp-Nipe/LH2 e Petrobrás/Cenpes-Finep. Novembro de 2006.
- MCDONALD, Robert. SIEGEL, Daniel. **The Value of Waiting to Invest**. Journal of Business, vol. 58, nº 2, 1986, pp.253-268.
- MERTON, Robert. **Theory of Rational Option Pricing**. The Bell Journal of Economics and Management Science, Volume 4 (Issue1), 141-183.
- MME – MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Modelo Institucional do Setor Elétrico**. Brasília: MME, Dezembro/2003.
- MME – MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Portaria MME nº97 e 116/2006. Sistemática de Leilão A-3 2006**. Brasília: MME, 2006.
- MONTGOMERY, Douglas C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

MYERS, Stewart. TURNBULL, Stuart. **Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model: Good News and Bad News**. The Journal of Finance, vol. XXXII, nº 2, 1977, pp.321-333.

NAE – NÚCLEOS DE ASSUNTOS ESTRATÉGICOS DA PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA. **Cadernos NAE**. Brasília: NAE/Secretaria de Comunicação de Governo e Gestão Estratégica, 2004.

NAGAOKA, Marilda. ESPERANCINI, Maura, VIRGENS-FILHO, Jorim, NEFTCI, Salih N. **An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives**. New York: Academic Press Advanced Finance, 2000. 2nd Edition.

MAGALHÃES, Alaine, GUERRA, Saulo, NAGAOKA, Maria. **Análise de Viabilidade Econômica em Co-geração de Energia Elétrica**. Revista Científica Eletrônica de Engenharia Florestal, ano V, nº 09, Fevereiro de 2007.

NOVOZYMES. **Fuel Ethanol Production: technological and environmental improvements**. [S.I.]: Novozymes & BBI Internatinal, 2002.

NYKO, Diego, FARIA, Jorge, MILANEZ, Artur, CASTRO, Nivalde, BRANDÃO, Roberto. DANTAS, Guilherme. **Determinantes do baixo aproveitamento do potencial elétrico do setor sucroenergético: uma pesquisa de campo**. Rio de Janeiro: BNDES Setorial, 33, 421-476, 2011.

ONS – OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO. Resolução Autorizativa de número 328, de 12 de agosto de 2004.

ONS. Desenvolvido pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico. Apresenta uma Explicação do Sistema Integrado Nacional. Disponível em: <http://www.ons.org.br/conheca_sistema/o_que_e_sin.aspx>. Acesso em: 05 jul. 2011.

PATERMAN-BRASIL, Newton. **Apostila de Co-geração**. Notas de Aula de Co-geração do Curso de Engenharia de Equipamentos. Agosto/2005.

PINDYCK, Robert S. **Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm**. Journal of Business, vol. 58, nº 2, 1986, pp.313-334.

PINTO JR, Helder (org.), *et al.* **Economia de Energia: fundamentos econômicos, evolução histórica e organização industrial**. Rio de Janeiro: Editora Campus/Elsevier, 2007.

RFA – Renewable Fuels Association. **Annual Industry Outlook 2010**. Renewable Fuels Association, 2010. Disponível em: <<http://www.ethanolrfa.org>>. Acesso em: 16 de out. 2010.

SAMANEZ, Carlos Patrício. **Gestão de Investimento e Geração de Valor**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

SEABRA, J. E. A. **Análise de opções tecnológicas para uso integral da biomassa no setor de cana-de-açúcar e suas implicações**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2008. (Tese de Doutorado)

SHARPE, William F. **Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk**. *Journal of Finance*, 19 (3), 425-442.

SILVA, Ozires, FISCHETTI, Decio. **Etanol: A revolução verde e amarela**. São Paulo: Editora Bizz, 2008.

SILVERIN, Carlos. **Bioeletricidade 2011-2020: Agenda para Expansão da Oferta Planejada**. Rio de Janeiro: Fórum Condições e Competitividade para o Leilão de Fontes Alternativas, Maio/2010.

SCHWARTZ, Eduardo S. SMITH, James E. **Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices**. *Management Science*. v. 7, n. 46, pp.893-911.

SCHWARTZ, Eduardo S. **The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging**. *Journal of Finance*. v. 52, n. 3, 1997, pp.923-973.

TREYNOR, Jack. **Toward a Theory of Market Value of Risk Assets**. Unpublished manuscript. Uma versão final foi publicada em 1999: **Asset Pricing and Portfolio Performance: Models, Strategy and Performance Metrics**. Editor: Robert A. Korajczyk. London: Risk Books, pp 15-22.

TRIGEORGIS, Lenos. **Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications**. Westport: Praeger Publishers, 1995.

TRIGEORGIS, Lenos. **Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation**. Cambridge: MIT Press, 2000. (5th Edition)

ÚNICA – UNIÃO DA INDÚSTRIA DE CANA-DE-AÇÚCAR. **Relatório de Sustentabilidade 2010**. São Paulo: Única, 2010.

ÚNICA: Publicações. Coordenado por Eduardo Leão de Sousa e Isaias de C. Macedo. Desenvolvido pela União da Indústria de Cana de Açúcar. Apresenta um trabalho sobre Etanol e Bioeletricidade. Disponível em: <<http://www.unica.com.br/download.asp?mmdcode={075B111F-8958-4E7A-9096-75CB07EFFAC6}>>.

Acesso em: 12 jul.2011.

ÚNICA: Releases. Desenvolvido pela União da Indústria de Cana de Açúcar.
Disponível em: <<http://www.unica.com.br/releases/show.asp?rlsCode={BD84121F-954B-4396-BCEA-7BF036BB918A}>>. Acesso em: 30 jun.2011.

Anexo 01

Série histórica dos preços do etanol (R\$/litro).

Período	R\$/litro	Período	R\$/litro	Período	R\$/litro	Período	R\$/litro
jul/01	0,62	mai/04	0,53	mar/07	0,90	jan/10	1,26
ago/01	0,64	jun/04	0,60	abr/07	1,04	fev/10	1,22
set/01	0,65	jul/04	0,66	mai/07	0,86	mar/10	0,94
out/01	0,66	ago/04	0,73	jun/07	0,65	abr/10	0,87
nov/01	0,66	set/04	0,73	jul/07	0,64	mai/10	0,81
dez/01	0,66	out/04	0,87	ago/07	0,64	jun/10	0,80
jan/02	0,60	nov/04	0,94	set/07	0,64	jul/10	0,88
fev/02	0,59	dez/04	0,86	out/07	0,64	ago/10	0,93
mar/02	0,58	jan/05	0,85	nov/07	0,78	set/10	0,98
abr/02	0,58	fev/05	0,83	dez/07	0,82	out/10	1,12
mai/02	0,55	mar/05	0,84	jan/08	0,77	nov/10	1,13
jun/02	0,45	abr/05	0,82	fev/08	0,77	dez/10	1,17
jul/02	0,44	mai/05	0,64	mar/08	0,81	jan/11	1,20
ago/02	0,47	jun/05	0,65	abr/08	0,77	fev/11	1,26
set/02	0,55	jul/05	0,74	mai/08	0,78	mar/11	1,55
out/02	0,63	ago/05	0,73	jun/08	0,75	abr/11	2,06
nov/02	0,74	set/05	0,80	jul/08	0,82	mai/11	1,29
dez/02	0,76	out/05	0,91	ago/08	0,82	jun/11	1,17
jan/03	0,90	nov/05	0,89	set/08	0,86	jul/11	1,25
fev/03	0,98	dez/05	1,03	out/08	0,86	ago/11	1,31
mar/03	0,97	jan/06	1,04	nov/08	0,85	set/11	1,33
abr/03	0,95	fev/06	1,07	dez/08	0,83	out/11	1,33
mai/03	0,84	mar/06	1,21	jan/09	0,85	nov/11	1,35
jun/03	0,63	abr/06	1,13	fev/09	0,82	dez/11	1,32
jul/03	0,55	mai/06	0,93	mar/09	0,71	jan/12	1,24
ago/03	0,68	jun/06	0,94	abr/09	0,67	fev/12	1,17
set/03	0,64	jul/06	1,00	mai/09	0,65	mar/12	1,26
out/03	0,58	ago/06	0,92	jun/09	0,67	abr/12	1,23
nov/03	0,63	set/06	0,85	jul/09	0,78	mai/12	1,26
dez/03	0,68	out/06	0,84	ago/09	0,80	jun/12	1,25
jan/04	0,62	nov/06	0,83	set/09	0,87	jul/12	1,22
fev/04	0,42	dez/06	0,83	out/09	1,04	ago/12	1,18
mar/04	0,37	jan/07	0,87	nov/09	1,05	set/12	1,16
abr/04	0,45	fev/07	0,83	dez/09	1,11	out/12	1,11

Anexo 02**Série histórica dos preços do açúcar (R\$/saco de 50kg).**

Período	R\$/50 kg						
jul/01	23,66	mai/04	22,42	mar/07	34,70	jan/10	70,83
ago/01	22,81	jun/04	26,57	abr/07	33,87	fev/10	72,49
set/01	23,56	jul/04	27,85	mai/07	28,56	mar/10	69,58
out/01	23,93	ago/04	30,00	jun/07	24,94	abr/10	63,66
nov/01	23,78	set/04	28,73	jul/07	24,38	mai/10	43,76
dez/01	24,43	out/04	27,62	ago/07	25,18	jun/10	40,40
jan/02	25,64	nov/04	29,90	set/07	25,11	jul/10	40,90
fev/02	22,88	dez/04	31,43	out/07	23,87	ago/10	46,42
mar/02	21,28	jan/05	29,40	nov/07	23,23	set/10	56,91
abr/02	20,80	fev/05	28,78	dez/07	23,62	out/10	71,68
mai/02	20,69	mar/05	33,24	jan/08	25,04	nov/10	75,24
jun/02	18,76	abr/05	33,63	fev/08	26,20	dez/10	75,49
jul/02	19,20	mai/05	26,24	mar/08	27,44	jan/11	76,29
ago/02	22,95	jun/05	26,13	abr/08	28,11	fev/11	75,25
set/02	24,46	jul/05	29,19	mai/08	26,71	mar/11	70,56
out/02	34,53	ago/05	30,51	jun/08	26,16	abr/11	66,24
nov/02	40,06	set/05	31,80	jul/08	27,30	mai/11	59,73
dez/02	39,82	out/05	33,69	ago/08	29,01	jun/11	54,91
jan/03	41,92	nov/05	34,28	set/08	30,81	jul/11	64,33
fev/03	45,17	dez/05	39,15	out/08	31,13	ago/11	68,49
mar/03	43,89	jan/06	47,80	nov/08	30,74	set/11	65,21
abr/03	39,24	fev/06	51,55	dez/08	31,72	out/11	62,73
mai/03	30,87	mar/06	51,72	jan/09	36,71	nov/11	63,91
jun/03	25,09	abr/06	50,61	fev/09	44,77	dez/11	63,57
jul/03	23,93	mai/06	48,56	mar/09	48,40	jan/12	62,04
ago/03	29,41	jun/06	49,72	abr/09	46,48	fev/12	59,10
set/03	24,31	jul/06	50,25	mai/09	44,57	mar/12	57,34
out/03	21,14	ago/06	44,10	jun/09	42,21	abr/12	56,44
nov/03	20,38	set/06	37,99	jul/09	41,46	mai/12	54,58
dez/03	21,42	out/06	37,32	ago/09	45,43	jun/12	55,12
jan/04	19,66	nov/06	36,47	set/09	55,50	jul/12	56,96
fev/04	18,18	dez/06	36,78	out/09	57,28	ago/12	56,08
mar/04	21,62	jan/07	36,79	nov/09	56,21	set/12	49,85
abr/04	28,00	fev/07	34,96	dez/09	58,73	out/12	48,48

Anexo 03**Série histórica dos preços da energia elétrica (R\$/MWh).**

Período	R\$/MWh	Período	R\$/MWh	Período	R\$/MWh	Período	R\$/MWh
jul/01	59,14	mai/04	18,59	mar/07	17,59	jan/10	12,80
ago/01	45,16	jun/04	18,59	abr/07	47,30	fev/10	12,80
set/01	75,02	jul/04	18,59	mai/07	28,11	mar/10	27,70
out/01	18,89	ago/04	18,59	jun/07	50,25	abr/10	25,04
nov/01	33,18	set/04	18,59	jul/07	132,14	mai/10	30,71
dez/01	24,76	out/04	18,73	ago/07	38,64	jun/10	60,77
jan/02	55,12	nov/04	18,59	set/07	148,62	jul/10	90,88
fev/02	8,43	dez/04	18,59	out/07	189,01	ago/10	118,16
mar/02	8,33	jan/05	18,33	nov/07	192,61	set/10	120,37
abr/02	14,03	fev/05	18,33	dez/07	200,42	out/10	143,75
mai/02	20,28	mar/05	25,87	jan/08	464,87	nov/10	125,34
jun/02	11,65	abr/05	78,00	fev/08	262,27	dez/10	74,09
jul/02	17,05	mai/05	108,95	mar/08	134,85	jan/11	30,92
ago/02	13,02	jun/05	24,89	abr/08	85,65	fev/11	41,07
set/02	6,39	jul/05	29,43	mai/08	34,31	mar/11	36,42
out/02	4,00	ago/05	31,84	jun/08	74,88	abr/11	12,08
nov/02	5,02	set/05	33,96	jul/08	98,06	mai/11	15,57
dez/02	4,30	out/05	18,33	ago/08	109,40	jun/11	31,64
jan/03	4,03	nov/05	22,09	set/08	109,52	jul/11	22,84
fev/03	4,00	dez/05	21,19	out/08	93,16	ago/11	19,07
mar/03	4,00	jan/06	22,81	nov/08	99,77	set/11	18,60
abr/03	5,23	fev/06	68,04	dez/08	100,95	out/11	37,30
mai/03	7,30	mar/06	43,11	jan/09	83,24	nov/11	41,91
jun/03	11,07	abr/06	20,17	fev/09	72,88	dez/11	47,76
jul/03	13,93	mai/06	50,07	mar/09	89,68	jan/12	25,39
ago/03	15,21	jun/06	70,20	abr/09	58,38	fev/12	48,52
set/03	21,12	jul/06	89,97	mai/09	38,96	mar/12	128,06
out/03	26,32	ago/06	100,98	jun/09	39,02	abr/12	199,79
nov/03	30,95	set/06	125,32	jul/09	32,83	mai/12	183,18
dez/03	21,93	out/06	96,65	ago/09	16,31	jun/12	130,86
jan/04	22,95	nov/06	79,80	set/09	16,31	jul/12	90,58
fev/04	18,59	dez/06	59,89	out/09	16,31	ago/12	115,68
mar/04	18,59	jan/07	30,76	nov/09	16,31	set/12	183,51
abr/04	18,59	fev/07	17,59	dez/09	16,31	out/12	184,02

Anexo 04

Aproximação do MRM pelo Método Binomial: Modelo Bastian-Pinto (2009)

Em seu modelo, Bastian-Pinto (2009) encontra uma estrutura que proporciona uma seqüência binomial convergindo para a equação diferencial estocástica $dx_t = \alpha(x,t)dt + \sigma(x,t)dz$.

Para isso o autor considerou o processo discretizado de Ornstein-Uhlenbeck, com as equações relacionadas aos dois primeiros momentos:

$$E[x_t] = \bar{x} + (x_{t-1} - \bar{x})e^{-\eta\Delta t} \text{ e } Var[x_t] = (\sigma^2/2\eta)[1 - e^{-2\eta\Delta t}]$$

Para discretizar este processo, expandiu o termo $e^{-\eta\Delta t}$ utilizando para isso a série de Taylor. E considerando a hipótese de encurtamento dos períodos (Δt) a partir do momento em que o número de períodos analisados aumenta ($\Delta t \rightarrow 0$), fazendo os termos ($\Delta t^i = 0$, para todo $i > 1$):

$$e^{-\eta\Delta t} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\eta\Delta t)^n}{n!}$$

$$e^{-\eta\Delta t} = 1 + (-\eta\Delta t) + \frac{(-\eta\Delta t)^2}{2!} + \frac{(-\eta\Delta t)^3}{3!} + (\dots)$$

$$e^{-\eta\Delta t} = 1 + (-\eta\Delta t)$$

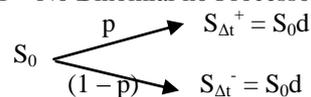
E com isso:

$$E[x_t] = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})(1 - \eta\Delta t) = x_0 + (\bar{x} - x_0)\eta\Delta t$$

$$Var[x_t] = (\sigma^2/2\eta)(1 - 1 + 2\eta\Delta t) = \sigma^2\Delta t \quad (I)$$

O autor estruturou então um processo binomial para um preço S de um ativo, definido num período os possíveis resultados apresentados na Figura A.1.

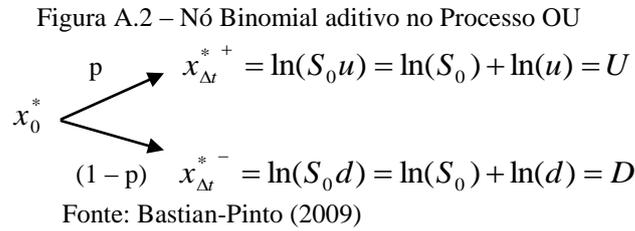
Figura A.1 – Nó Binomial no Processo OU



Fonte: Bastian-Pinto (2009)

Para a verificação dos valores a serem relacionados em cada nó da árvore binomial, Bastian-Pinto (2009) dividiu a formação destes valores em duas árvores, formando assim o que ele denominou de árvore aditiva na qual utilizou um

expediente $x_0^* = \bar{x}^* = 0$. Estes valores podem ser visualizados pelos caminhos observados para x_0^* , conforme apresentados na Figura A.2.



Diante disso, para os dois primeiros momentos o autor estrutura outra forma de cálculo, definida por:

$$E[x_t] = pU + (1-p)D$$

$$Var[x_t] = E[x_t^2] - E[x_t]^2 = pU^2 + (1-p)D^2 - [pU + (1-p)D]^2$$

$$Var[x_t] = pU^2 + (1-p)D^2 - p^2U^2 - 2p(1-p)UD - (1-p)^2D^2$$

$$Var[x_t] = pU^2 + D^2 - pD^2 - p^2U^2 - 2pUD - 2p^2UD - D^2 + 2pD^2 - p^2D^2$$

$$Var[x_t] = pU^2 - p^2U^2 - 2pUD - 2p^2UD + pD^2 - p^2D^2$$

$$Var[x_t] = p(U^2 - 2UD + D^2) - p^2(U^2 + 2UD + D^2)$$

$$Var[x_t] = p(1-p)(U - D)^2$$

E desta forma, pode-se fazer:

$$E[x_t] = x_0 + (\bar{x} - x_0)\eta\Delta t = pU + (1-p)D$$

$$Var[x_t] = \sigma^2\Delta t = p(1-p)(U - D)^2$$

Diante da árvore que o autor denominou de aditiva, a qual utiliza um expediente definido por $x_0^* = \bar{x}^* = 0$, o valor esperado de x_t passa a ser:

$$E[x_t] = (-x_t^*)\eta\Delta t = pU + (1-p)D \quad (\text{II})$$

Assim ele considera as mesmas variáveis para os fatores de acréscimo e decréscimo no valor do ativo usados no MGB, respectivamente, $\ln(u) = U$ e $\ln(d) = D$. E para redução do número de nós da árvore binomial, a torna recombinante definindo $D = -U$. Assim:

$$E(x) = (2p-1)U \quad (\text{III})$$

$$Var(x) = 4p(1-p)U^2 \quad (\text{IV})$$

No estágio seguinte igualou as expressões (II) = (III) e (I) = (IV):

$$(-x_t^*)\eta\Delta t = (2p-1)U$$

$$\sigma^2\Delta t = 4p(1-p)U^2$$

E definiu $(II)^2 + (I)$

$$(-x_t^*)^2\eta^2\Delta t^2 + \sigma^2\Delta t = U^2 \quad (V)$$

Substituindo (V) na equação definida em $(III)^2$, encontrou:

$$(-x_t^*)^2\eta^2\Delta t^2 = (2p-1)^2[(-x_t^*)^2\eta^2\Delta t^2 + \sigma^2\Delta t], \text{ logo:}$$

$$(2p-1)^2 = \frac{\eta^2(-x_t^*)^2\Delta t^2}{\eta^2(-x_t^*)^2\Delta t^2 + \sigma^2\Delta t}$$

$$(2p-1) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\eta^2(-x_t^*)^2\Delta t^2 + \sigma^2\Delta t}{\eta^2(-x_t^*)^2\Delta t^2}}}$$

$$p = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\eta(-x_t^*)\sqrt{\Delta t}}{\sqrt{\eta^2(-x_t^*)^2\Delta t + \sigma^2}}.$$

Bastian-Pinto (2009) apresenta uma forma de constatação da não necessidade de limitação destas probabilidades, como acontece em Nelson e Ramaswamy (1990), podendo ser verificada ao considerar $\alpha(x_t^*) = \eta(-x_t^*)\sqrt{\Delta t}$, representando desta forma uma probabilidade definida por:

$$p = 1/2 + 1/2 \left[\frac{\alpha(x_t^*)}{\sqrt{\alpha(x_t^*)^2 + \sigma^2}} \right].$$

Possuindo a própria restrição do valor da probabilidade na impossibilidade de $\alpha(x_t^*) > \sqrt{\alpha^2 + \sigma^2}$, o que faz com que $p < 1$, assim como $p > 0$, já que $-\alpha(x_t^*) < \sqrt{\alpha^2 + \sigma^2}$.

A outra possibilidade de limitação do modelo estaria em $p < 0$, sendo para isso necessário que $-\alpha(x_t^*) > \sqrt{\alpha^2 + \sigma^2}$, situação de impossível ocorrência.

Desta forma, estas probabilidades estão representadas pela expressão:

$$p_t = 1/2 + 1/2 \{ [\eta(-x_t^*)\Delta t^{1/2}] / [\eta^2(-x_t^*)^2\Delta t + \sigma^2]^{1/2} \}.$$

Apêndice 01

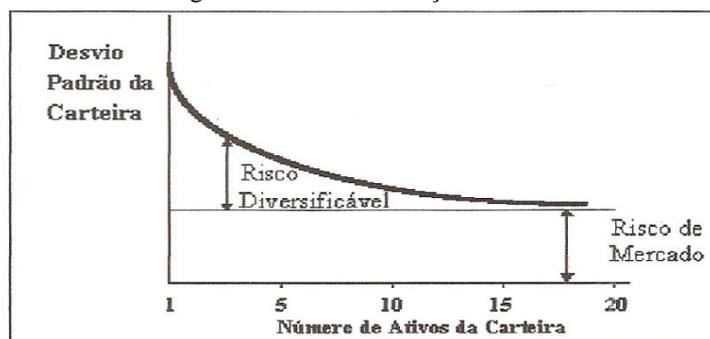
Conceitos Adicionais da Análise de Opções Reais: Com base nas Notas de aula do professor Marco Antonio Dias (2010) e demais trabalhos acadêmicos.

Na relação Risco-retorno existe um *trade-off* entre o risco diversificável e o retorno exigido pelos investidores, sendo que quanto maior for o risco diversificável assumido pelo investidor, maior será o retorno desejado pela absorção deste risco adicional.

Conforme apresentado por Dias (2010), esta análise associada aos riscos pode ser separada em dois segmentos, os riscos diversificáveis, sobre os quais os gestores têm a capacidade de minimizá-los diante de sua atuação, e os riscos sistemáticos, também denominados de não-diversificáveis, os quais estão diretamente relacionados ao comportamento dos demais agentes na economia. Estes riscos sistemáticos referem-se, por exemplo, às possíveis mudanças ocorridas nas variáveis relacionadas à atuação do governo nas políticas macroeconômicas, como índice de inflação, taxa de câmbio, gastos governamentais, em suma, às modificações que proporcionam mudanças em toda a economia.

Complementarmente, na formação de uma carteira no mercado, composta por um determinado volume de ativos com níveis distintos de risco, como pode ser visualizado na Figura A.3, verifica-se que à medida que aumenta o número destes distintos ativos presentes nesta carteira, a volatilidade desta carteira diminui e, assim, há uma redução do risco diversificável devido à dificuldade de perdas generalizadas; isso sem considerar que existe a possibilidade de ocorrerem ciclos negativos de renda em determinados momentos da economia. Com este procedimento o investidor proporciona uma redução parcial dos riscos.

Figura A.3 – Diversificação de risco



Fonte: Dias (2010)

Com base nesta visão, a Teoria do *Portfólio* apresentada no trabalho de Markowitz (1952), defende o princípio da diversificação dos ativos em uma carteira, justamente para que o investidor possa se resguardar de um possível resultado negativo em seus rendimentos, proveniente de algum ativo com este quadro desfavorável, incorporando em sua composição aqueles ativos que têm uma relação diferenciada de “média-variância”.

Cabe destacar que no estudo das Opções Financeiras são necessários alguns pressupostos, sendo que a não arbitragem é uma condição básica para que o Mercado esteja em equilíbrio. Considera-se para isso, que a arbitragem está relacionada à possibilidade de obtenção de lucro, sem incorrer em riscos e sem a necessidade de haver desembolsos financeiros.

Com isso, para a formalização deste conceito de arbitragem é definida na Figura A.4 uma estrutura de análise por Árvore de Decisão, no qual o preço A_0 de um ativo no instante inicial pode assumir os valores $A^+ = uA_0$, assim como $A^- = dA_0$, referente a dois estados distintos da natureza. O valor de u está associado ao fator correspondente ao movimento de aumento no preço do ativo e o valor de d ao de decréscimo no valor do ativo.

Figura A.4 – Análise da impossibilidade de arbitragem



Assim, para que não haja arbitragem, e assumindo a taxa de juros sem risco $r > 0$, é necessário e suficiente que esta estrutura binomial atenda à seguinte relação: $0 < d < (1+r) < u$.

Isto acontece, pois se $d > r$, um investidor pegaria uma quantia emprestada para comprar o ativo pagando sua dívida a uma taxa sem risco. Nesta situação em que minimamente recebe d que é maior do que r , o investidor certamente teria um ganho sem incorrer em nenhum risco adicional por isso.

Para o caso de $u < (1+r)$, o investidor compraria a descoberto um título sem risco e venderia ativos A_0 , sendo que independente do pagamento a ser realizado sobre o valor do ativo, este seria menor do que o recebimento pelos ganhos com o título sem risco, proporcionando novamente a possibilidade de arbitragem sem que o investidor tenha algum risco.

Para um melhor entendimento da neutralidade ao risco, pode ser analisada a estrutura utilizada na verificação do retorno dos investimentos – μ , na qual uma das formas de mensuração é determinada pela ótica do investidor, sendo que esta determina seu retorno composto por duas variáveis, o ganho de capital α e o fluxo de dividendos δ ; logo este retorno será definido por: $\mu = \alpha + \delta$.

Outra forma de determinação deste retorno é expressa pelo cálculo no qual utiliza a precificação do modelo CAPM, sendo que neste a taxa ajustada ao risco representa o retorno total esperado pelo investidor, incorporando a taxa de juros livre de risco r e o prêmio de risco π .

Assim:

$$\mu = r + \beta(r_M - r)$$

$$\mu = r + \pi$$

Igualando as duas formas definidas para a determinação do retorno do investimento, obtém-se:

$$r + \pi = \alpha + \delta$$

$$\alpha - \pi = r - \delta$$

Em Opções Reais existe uma relação direta entre a capacidade gerencial de reação no mercado e a probabilidade de recebimento de novas informações, sendo que quanto maior for esta probabilidade de estar mais informado, maior é o valor da Opção diante da alta flexibilidade gerencial, conforme apresentado na Figura A.5.

Figura A.5 – Valor da Flexibilidade Gerencial

CENÁRIOS	Probabilidade de receber informação (Incertezas) nova		
		Baixa	Alta
Capacidade de reação (Flexibilidade gerencial)	Alta	Flexibilidade de valor moderado	Flexibilidade de alto valor
	Baixa	Flexibilidade de valor baixo	Flexibilidade de valor moderado.

FONTE: Copeland, Koller, Murrin (2000) - adaptado.

Nesta direção a análise de Opções Reais pontua que quanto maior forem as incertezas existentes, sobre as quais os gerentes precisam tomar suas decisões, e quanto maior for o espaço disponível para esta possibilidade de atuação destes gestores, maior será o valor destas Opções.

Segundo Dias (2010), a decisão ótima de investimento ocorre no momento de gatilho de uma Opção Real, sendo que este está relacionado ao valor crítico desta Opção sobre o qual o gerente fica indiferente entre a espera pela revelação de informações importantes para a tomada de decisão e o investimento imediato no Projeto.

Sobre esta situação, a Opção Real pode apresentar-se “*In the Money*”, “*At the Money*” ou “*Out of the Money*”.

Estes conceitos associados às Opções estão relacionados ao “ponto de gatilho” para que estas sejam exercidas. Este gatilho é representado pela relação entre o valor da Opção e o VPL de exercício imediato.

No caso de uma *Call Option* do tipo Americana, o valor da Opção se processa sob a expressão $\max(V - K, 0)$ para cada cenário existente, ponderado pelas suas respectivas probabilidades e levados a valor presente. Nesta expressão, V é o valor do ativo e K o preço de exercício da Opção. Quando o valor presente da Opção é menor do que o VPL de exercício imediato, significa que esta Opção está “dentro do dinheiro” (*in the money*), madura a ponto de ser exercida. Nesta situação significa que este valor intrínseco da Opção, esta diferença, é positivo.

Se este resultado da expressão for igual ao VPL de exercício imediato, denomina-se que a Opção está “no dinheiro” (*at the money*), ficando o detentor da Opção indiferente ao seu exercício. E quando o $\max(V - K, 0)$ for maior que o VPL de exercício imediato, determina que a Opção está “fora do dinheiro” (*out of the money*), não sendo favorável exercê-la imediatamente, tendo mais valor a espera neste caso.

Neste gatilho, a Opção Real apta para o exercício tem o valor esperado do VPL proporcionado diante dos cenários futuros igual ao VPL gerado no instante da decisão. Com isso, o valor da Opção e a regra do gatilho estão correlacionados. A relação entre estes dois momentos condiciona que quanto maior for o VPL do Projeto no instante da decisão, mais a Opção está *In the Money*, e menor se torna o benefício da espera.

Adicionalmente, considerando estas perspectivas de atuação dos gestores, Amram e Kulatilaka (1999) apresentam que as Opções Reais têm uma maior possibilidade de exercício antecipado, anterior ao seu prazo de vencimento, e desta forma caracterizando a importância da utilização das Opções do Tipo Americana para estes casos.

Conforme analisado, a forma tradicional de determinação do valor da empresa é definida pelos rendimentos líquidos proporcionados por uma determinada estrutura produtiva; estrutura essa constituída por meio de um Projeto de Investimento. Tanto os valores utilizados com o investimento quanto os lucros gerados com a comercialização do resultado deste processo produtivo constituído são levados ao instante inicial de acordo com a taxa de juros ajustada ao risco deste negócio, para que a decisão comporte diante do seu VPL sua possível escolha pelo investimento.

Esta ampliação do valor na análise é constatada por Robert Pindyck (1986) quando o autor afirma que as informações que os gestores possuem sobre a demanda corrente e futura de seus produtos influenciam na tomada de decisão, podendo ocorrer tanto em termos de expansão da capacidade produtiva, quanto em relação à possibilidade de flexibilização da planta produtiva em operação.

Estas decisões gerenciais de modificação da capacidade instalada da firma direcionam o processo produtivo e ampliam a possibilidade do gestor de gerar resultados financeiros favoráveis, havendo portanto a necessidade de incorporação das mesmas ao resultado da firma, ou seja, ao valor que a empresa apresenta.

No trabalho desenvolvido por Robert MacDonald e Daniel Siegel (1986), por exemplo, é realizada a análise do valor bruto de um Projeto de construção de uma planta de combustíveis e a verificação do valor relacionado à Opção de Espera, considerando neste estudo o efeito estocástico do custo do investimento e o valor do Projeto, sendo utilizado para isso o MGB na sua verificação com o respectivo acompanhamento do comportamento de sua demanda.

Outro trabalho no qual foi utilizado o MGB na análise para a valoração de ativos, refere-se ao estudo relacionado ao efeito no valor do Projeto de Investimento associado ao comportamento estocástico da demanda, apresentado por Pindyck (1986). Este trabalho ainda incorpora o valor da unidade marginal de sua capacidade para a verificação da capacidade ótima da empresa.

Boyle (1988), por sua vez, utilizou o modelo de árvores binomiais para aproximar uma valoração do ativo que seguia o MGB, baseado nas árvores de decisão constituídas na análise.

Em Dias (1995) é apresentado que o preço do óleo bruto do petróleo tem um comportamento explicado em função do modelo de Reversão à Média, mas que mesmo o MGB não é rejeitado em testes econométricos para séries com até 30 ou

40 anos, apenas sendo refutados quando considerado um horizonte de tempo muito extenso, superior a esta marca, análise ratificada estatisticamente por Pindyck e Rubinfeld.

Schwartz (1977) analisa três modelos para a verificação da Reversão à Média em ativos financeiros e reais. No primeiro modelo utiliza apenas um fator, sendo seu valor definido pelo logaritmo do preço a vista da mercadoria. No segundo modelo ele incorpora mais um fator na análise com a taxa de conveniência da Commodity. No terceiro inclui taxas de juros estocásticas. Sua análise conclui uma forte influência da Reversão à Média para o preço das Commodities.

Enfim, o comportamento dos preços proporciona uma incerteza para a geração de valor da empresa, já que os preços dependem do comportamento dos agentes no mercado. A resposta para a questão da adequação do nível de produção necessário para que possa maximizar a receita e conseqüentemente ampliar sua margem de lucro, necessita desta percepção.

O comportamento dos preços sofre então um choque estocástico que precisa ser modelado, mas que conforme definido acima, não existe um consenso sobre uma única ferramenta matemática que possa explicar este comportamento.

Diante deste quadro, é necessária a definição de uma estrutura conceitual sobre Opções Reais, assim como deve ser apresentada a formulação matemática para sua aplicação e tratamento dos dados para a escolha do modelo que melhor corresponda ao estudo a ser realizado.

Apêndice 02

Formas de definição da Probabilidade Neutra ao Risco

Para a caracterização da probabilidade neutra ao risco, conforme visto em Dias (2010), pode ser ilustrado o caso em que um ativo S tem a possibilidade de assumir dois valores, um relacionado à tendência de aumento em seu valor definido num ambiente favorável da economia, S^+ , e outro de queda num ambiente desfavorável, S^- . Nestes dois cenários seus resultados alcançados possuem uma taxa de ajuste, sendo no favorável definida por $u = S^+/S$ para o tempo discreto ou também $u = \exp[\sigma(\Delta t^{1/2})]$ para o tempo contínuo, e no cenário desfavorável definida por $d = S^-/S$, assim como $d = \exp[-\sigma(\Delta t^{1/2})]$.

Para o cálculo do valor presente esperado para o ativo S , utilizando a sua probabilidade real com a Taxa de Desconto Ajustada ao Risco, é gerado o seguinte resultado:

$$S(t=0) = \frac{E[S(t=1)]}{1 + \mu}$$

$$S(t=0) = \frac{pS^+ + (1-p)S^-}{1 + \mu}$$

$$\mu = \frac{pS^+ + (1-p)S^-}{S} - 1$$

E no caso da verificação de qual seria a probabilidade que proporcionasse como retorno a taxa de juros livre de risco, ao invés de gerar a taxa μ , é necessária a utilização da taxa sem risco r na fórmula, assim definindo a probabilidade q neutra ao risco artificialmente, ao invés da ponderação pela probabilidade real p , encontrando desta forma o valor definido para a probabilidade q representando a Medida Equivalente de Martingale. Com isso:

$$r = \frac{qS^+ + (1-q)S^-}{S} - 1$$

$$r = \frac{quS + (1-q)dS}{S} - 1$$

$$q = \frac{1 + r - d}{u - d}$$

Para o apreçamento pelo método da carteira neutra ao risco, inicialmente vale observar um exemplo referente a uma carteira que não pague dividendos,

associada à contratação de um seguro total. Independente do cenário existente na economia o retorno da carteira terá um resultado específico de \$75, dado que o segurado irá utilizar, ou não, o benefício adquirido. A estrutura que determina este resultado refere-se ao caso de uma *Put Option*, sendo V o valor do Ativo e F o valor da Opção.

Esta análise pode ser feita usando a probabilidade real ou a probabilidade neutra ao risco, que em ambos os casos o resultado encontrado será idêntico, determinando uma alternativa para a forma de mensuração do valor da Opção.

Sendo assim, considerando que o ativo tem um valor inicial definido por $V_0 = \$50$, ao ser utilizada a fórmula definida para uma *Put Option*, aplica-se: $\max(K - V; 0)$. Logo, se o ativo alcançar a marca de $V^+ = \$75$, tendo um valor de exercício definido pelo valor do seguro como sendo $K = \$75$, a Opção não terá valor, já que este será determinado por $\max[(75-75);0] = 0$.

Para o caso no qual o valor do ativo segue uma tendência desfavorável, acompanhando os movimentos do mercado e da economia e reduzindo-se para $V^- = \$25$, a Opção passa a ter valor, sendo expresso pelo $\max[(75-25);0] = 50$.

Considerando que a taxa de juros livre de risco $r = 8\%$, a mesma probabilidade (real) para ambos os cenários (favorável e desfavorável) e que o valor esperado da carteira independente do cenário é igual a \$75, então o valor da Opção no instante inicial é de:

$$[F + S](t = 0) = \frac{F + S(t = 1)}{1 + r}$$

$$[F + S](t = 0) = \frac{p(F + S) + (1 - p)(F + S)}{1 + r}$$

$$[F + S](t = 0) = \frac{0,5(75) + 0,5(75)}{1 + 0,08} = \frac{75}{1,08} = 69,44$$

$$\text{Logo: } F = 69,44 - 50 = 19,44$$

Com isso o valor da Opção no momento inicial é $F = \$19,44$, pois com o valor do ativo no momento inicial sendo de $V_0 = \$50$, espera-se este valor líquido para a Opção em uma carteira na qual seu valor total tenha um retorno esperado, expresso no momento corrente da decisão, de \$ 69,44.

O artifício da neutralidade ao risco é utilizado justamente pelo fato de que nesta análise sobre um ativo sem risco, a taxa de desconto adequada a ser utilizada na determinação de valor da Opção é representada pela taxa livre de risco.

Neste caso, ao considerar este artifício, a outra forma de visualização do valor da Opção definida na exemplificação acima está relacionada à utilização da probabilidade neutra ao risco, logo:

$$q = [(1 + r - d)/(u - d)] = [(1 + 0,08 - 0,5)/(1,5 - 0,5)] = 0,58$$

$$F(t = 0) = \{[F(t = 0)]/(1 + r)\} = \{[qF + (1 - q)F]/(1 + r)$$

$$F(t = 0) = [0,58(0) + 0,42(50)]/(1 + 0,08) = 19,44$$

Conforme determina Trigeorgis (2000), para a formação de uma carteira neutra ao risco ω , esta deve ser composta por uma Opção F e n unidades do ativo básico S, tendo a configuração deste portfólio definida por $\omega = F + nS$, sendo que com uma quantidade n de ativos presentes nesta carteira, pode-se tornar esta carteira sem risco.

Para isto, esta quantidade n é definida como um indicador de “proteção” contra o possível risco de alteração no valor desta carteira.

No caso de n ser positivo, têm-se a necessidade do portador desta carteira vender este número em ativos, sendo que no caso deste valor ser negativo, necessita-se comprar este volume de ativos.

Este valor de n na carteira define a quantidade necessária de ativos para que esta carteira seja sem risco, sendo este termo denominado *delta hedge*. Como esta quantidade deste ativo está diretamente relacionada com a quantidade de Opções, desta forma: $n = \Delta F / \Delta S$ para a análise em tempo discreto e $n = \partial F / \partial S$ para o caso contínuo.

Este cálculo será explicado posteriormente na análise do valor replicado para a definição do valor de uma Opção sem risco. No caso anteriormente exemplificado para a *Put Option* do seguro total, a quantidade de ativos é então definida por: $n = \Delta F / \Delta S = (75 - 25)/(0 - 50) = -1$.

A generalização do método de neutralidade ao risco pode ser provada com a utilização do Teorema de Girsanov, o qual proporciona uma estrutura para a transformação de uma medida de probabilidade em uma medida “equivalente” (Neftci, 2000). Neste caso a equivalência está expressa no sentido de conseguir alternar entre duas medidas de probabilidade, por mais que suas distribuições de probabilidade sejam diferentes.

A carteira apresentada acima pode ser replicada ao valor de uma Opção, sendo esta Opção constituída por n ativos S e um título de renda fixa B . Desta forma, a nova carteira θ referente ao valor da Opção é definida por: $\theta = nS + B$.

Considerando a possibilidade do valor desta Opção assumir no período seguinte um resultado favorável para o valor da carteira, este expresso em tempo discreto por:

$$nS^+ + (1+r)B = nuS + (1+r)B$$

E no caso deste resultado acontecer em um cenário desfavorável será:

$$nS^- + (1+r)B = ndS + (1+r)B$$

O valor dos parâmetros u & d permanecem referentes aos movimentos de alta e de baixa na economia, respectivamente.

Para que em cada cenário o valor da carteira θ seja igual ao valor da Opção F definida acima, logo $\theta^i = F^i$, sendo i o cenário favorável ou desfavorável, e subtraindo o resultado do cenário desfavorável do cenário favorável, são definidos os seguintes resultados para o *delta hedge* – n e para o número de títulos de renda fixa – B .

$$n = (\theta^+ - \theta^-) / (S^+ - S^-)$$

$$n = (F^+ - F^-) / (S^+ - S^-)$$

$$n = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

$$B = [(uS^- - dS^+) / (u - d)(1 + r)].$$

Esta carteira replicante do valor da Opção proporciona outra forma para a determinação da probabilidade neutra ao risco, que faz a Opção ter retorno igual à taxa de juros livre de risco, podendo para isso utilizar a análise binomial para as possibilidades de caminho do valor da Opção.

Com isso, para apresentar o valor da Opção associado a esta carteira replicante, deve ser considerado do lado esquerdo da equação o valor atualizado (com o rendimento) desta Opção – F – pela taxa de juros livre de risco, ou seja, com a análise em tempo discreto utiliza-se o fator $(1+r)$ para o cálculo da variação relacionada ao rendimento da Opção, considerando a mudança de um período.

Do lado direito é calculado o valor esperado desta Opção, considerando que no período seguinte a probabilidade (neutra ao risco) utilizada para a ponderação do valor da Opção aumentar para F^+ seja q e a probabilidade de reduzir para F^- seja $(1-q)$. Desta forma, a relação entre as duas formas de cálculo do valor esperado da Opção definidas no momento seguinte é caracterizado por:

$$(1+r)F = qF^+ + (1-q)F^-$$

$$(1+r)(B + nS) = q[nS^+ + (1+r)B] + (1-q)[nS^- + (1+r)B]$$

$$nS(1+r) = qnuS + (1-q)ndS$$

$$(1+r) = qu + (1-q)d$$

$$(1+r) - d = qu - qd$$

$$q = [(1+r) - d] / (u - d), \text{ em tempo discreto.}$$

$$\text{E em tempo contínuo: } q = \frac{e^{rt} - d}{u - d}.$$

Este valor de q representa então a probabilidade sintética, ou neutra ao risco, também chamada Medida Equivalente de Martingale encontrada anteriormente.

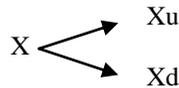
Apêndice 03

Aproximação do MGB pelo Método Binomial: Notas de aula do professor Tara Keshar Nanda Baydia, 2010.

Para a análise do valor de uma opção W definida sob um ativo X subjacente por um modelo binomial, primeiramente é definido o valor do delta hedge pela metodologia apresentada, para que depois seja definida a expressão representativa da aproximação dos modelos.

Nesta direção, considere inicialmente a situação na qual o valor de um ativo X qualquer pode assumir dois valores num primeiro momento, posterior ao inicial, aumentando em razão de um fator “ u ”, ou num fator “ d ”, gerando assim os valores X_u e X_d , respectivamente. Esta representação é definida na Figura A.6.

Figura A.6 – Estrutura Binomial do Valor do Ativo



O valor deste ativo varia num período entre $[0, T]$, correspondendo a “ n ” intervalos, sendo a variação entre estes intervalos definida por Δt . Assim, quando $n \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta t \rightarrow 0$.

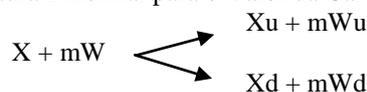
Cabe observar que quando mudamos do tempo discreto para o tempo contínuo, esta tendência ao infinito no número de intervalos proporciona uma distribuição de seus dados que se aproxima da Normal.

Ao se considerar uma carteira sem risco π , definida por um ativo X e um número m de opções W derivadas do ativo X , esta pode ser representada por $\pi = X + mW$.

Com isso, tanto o ativo X quanto a opção W podem assumir, respectivamente, os valores X_u e W_u no caso de ocorrer um aumento em seus preços num cenário favorável da economia, como podem assumir respectivamente os valores de X_d e W_d no caso de ocorrer uma redução em seus preços, quando do cenário desfavorável.

Desta forma, a configuração desta carteira, diante de seus possíveis caminhos, pode ser representada pela Figura A.7.

Figura A.7 – Estrutura Binomial para o Valor da Carteira sem Risco



Como, por hipótese, esta carteira deve ser considerada sem risco, o valor encontrado em cada estado da natureza deve ser o mesmo, ou seja:

$$X_u + mW_u = X_d + mW_d, \text{ logo:}$$

$$X_u + mW_u = X_d + mW_d$$

$$m(W_u - W_d) = -X(u - d)$$

$$m = \frac{-X(u - d)}{W_u - W_d} = -\frac{\Delta X}{\Delta W}, \text{ que representa o valor equivalente ao delta hedge.}$$

Este valor m encontrado, o *delta hedge*, corresponde então ao número de Opções a serem adquiridas em cada intervalo de tempo para que a carteira permaneça sem risco. Desta forma existe a necessidade de uma calibragem sistemática da carteira ao longo do tempo.

Já que esta carteira π é considerada sem risco, seu retorno pode ser calculado pela taxa livre de risco, determinada por r , utilizando para isso o fator $R = (1+r)$. Assim o valor desta carteira é representado no instante seguinte por $\pi_{t+1} = (x + mW)R$.

Igualando os resultados definidos para o instante seguinte, representados pelas duas formas de demonstração do retorno da carteira, temos:

$$X_u + mW_u = (X + mW)R$$

$$X_u + mW_u = XR + mWR$$

$$W = (1/mR) [X_u + mW_u - XR]$$

$$W = (X/mR)[u - R] + (1/R)W_u$$

Nesta equação de determinação do valor da opção W , ao ser incorporado o valor do *delta hedge* m determinado anteriormente, chega-se a seguinte equação para o valor da Opção:

$$W = (X/mR)[u - R] + (1/R)W_u$$

$$W = \frac{X}{[-X(u - d)/(W_u - W_d)]R} (u - R) + \frac{W_u}{R}$$

$$W = -\frac{1}{R} \frac{(u - R)}{(u - d)} (W_u - W_d) + \frac{W_u}{R}$$

$$W = \frac{1}{R} \left[-\frac{(u - R)}{(u - d)} W_u + \frac{(u - R)}{(u - d)} W_d + W_u \right]$$

$$W = \frac{1}{R} \left[\left\{ 1 - \frac{(u - R)}{(u - d)} \right\} W_u + \frac{(u - R)}{(u - d)} W_d \right] \quad (I)$$

Como apresentado no Apêndice 02, para que não exista arbitragem no mercado, o título de renda livre de risco tem de possuir um retorno inferior ao fator u , referente ao aumento no valor do ativo ($R < u$), e superior ao fator d de redução do seu valor ($R > d$).

Diante disso pode-se dizer que:

Se $R < u$, logo: $(u - R) > 0$.

Se $R > d$, logo: $(R - d) > 0$;

Se $(u - d) > (u - R)$, logo: $(u - R)/(u - d) < 1$

Então, estas inequações proporcionam as condições necessárias para que a expressão $\left[1 - \frac{(u - R)}{(u - d)}\right]$ represente uma probabilidade.

Conforme definido pela propriedade da neutralidade ao risco, o coeficiente de W_u encontrado em (I) refere-se justamente ao da probabilidade sintética, ou neutra ao risco, ou também chamada medida de Martingale, já que:

$$1 - \frac{(u - R)}{(u - d)} = \frac{(u - d)}{(u - d)} - \frac{(u - R)}{(u - d)}$$

$$q^* = \frac{(1 + r - d)}{(u - d)}$$

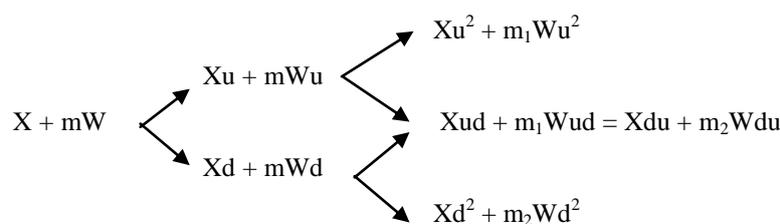
Logo o valor da Opção em I pode ser definido, no instante inicial, por:

$$W = \frac{1}{R} [q^* W_u + (1 - q^*) W_d]$$

$$W = \frac{1}{R} [E^*(W_1)]$$

Ao estender a análise para um segundo momento, considerando os mesmos fatores de aumento e redução no valor da carteira, dado que está sendo utilizada uma árvore recombinante, é gerada a estrutura apresentada na Figura A.8.

Figura A.8 – Estrutura Binomial do Valor da Carteira: análise em três períodos

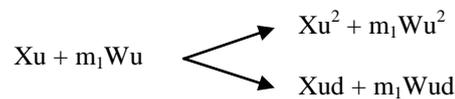


Com a incorporação na análise deste segundo momento, o valor da carteira poderá ter em cada estado do momento um ($t = 1$) uma possibilidade de aumentar ou diminuir seu valor.

Mesmo com uma estrutura de árvores recombinantes, o delta hedge da carteira tem de ser recalculado, passando do valor de m no primeiro momento para as duas possibilidades de valores a serem assumidos, dependendo do caminho apresentado, ou seja, m_1 , dado que no primeiro momento houve um estado u e m_2 , dado que no primeiro momento houve o estado d .

Analisando apenas um dos braços deste segundo momento, temos a configuração definida na Figura A.9, apresentada abaixo.

Figura A.9 – Nó superior da Árvore no 2º período



Como a carteira é livre de risco, proporciona a seguinte igualdade:

$$Xu^2 + m_1Wu^2 = Xud + m_1Wud$$

$$m_1(Wu^2 - Wud) = -X(u^2 - ud)$$

$$m_1 = \frac{-X(u^2 - ud)}{(Wu^2 - Wud)}, \text{ que representa o delta hedge.}$$

Como a carteira π é considerada sem risco, seu retorno associado ao momento um ($t=1$) pode ser calculado pela taxa livre de risco determinada por r , utilizando para isso o fator $R = (1+r)$. Assim o retorno desta carteira é representado por $\pi_{t+2} = (xu + m_1Wu)R$.

Igualando os resultados no momento dois ($t=2$), associados ao nó superior da árvore em $t=1$, representados pelas duas formas de demonstração do retorno da carteira no segundo momento, pode ser constatado o seguinte resultado:

$$Xu^2 + m_1Wu^2 = (Xu + m_1Wu)R$$

$$W = (1/m_1R) [Xu^2 + m_1Wu^2 - XuR]$$

$$W = (X/m_1R)[u^2 - uR] + (1/R)Wu^2$$

Ao ser substituído, nesta equação da opção W, o valor do novo delta hedge m_1 , chega-se a seguinte equação para o valor da Opção:

$$Wu = \frac{1}{R} \frac{X}{R - X(u^2 - ud)/(Wu^2 - Wud)} (u^2 - uR) + \frac{Wu^2}{R}$$

$$Wu = \frac{1}{R} \left[\frac{(-Wu^2 + Wud)}{u(u-d)} \{u(u-R)\} + Wu^2 \right]$$

$$Wu = \frac{1}{R} \left[\left\{ 1 - \frac{(u-R)}{(u-d)} \right\} Wu^2 + \frac{(u-R)}{(u-d)} Wud \right]$$

Assim, em $t = 1$:

$$Wu = \frac{1}{R} [p^* Wu^2 + (1 - p^*) Wud]$$

$$Wu = \frac{1}{R} E_{1,u}^* [\tilde{W}u(t=2)]$$

Assim como:

$$Wd = \frac{1}{R} [p^* Wud + (1 - p^*) Wd^2]$$

Voltando à equação de W no momento inicial da análise, e substituindo o valor da Opção encontrado para o segundo momento, no estado de aumento do valor da Opção (Wu) e Wd, proporciona:

$$W = \frac{1}{R} [p^* Wu + (1 - p^*) Wd]$$

$$W = \frac{1}{R} \left(p^* \frac{1}{R} [p^* Wu^2 + (1 - p^*) Wud] + (1 - p^*) \frac{1}{R} [p^* Wud + (1 - p^*) Wd^2] \right)$$

$$W = \frac{1}{R^2} [(p^*)^2 Wu^2 + 2p^*(1 - p^*) Wud + (1 - p^*)^2 Wd^2]$$

Com isso, este resultado tem a representação da Probabilidade Acumulada da Distribuição Binomial, proporcionando assim a seguinte expressão:

$$W = \frac{1}{R^2} \left\{ \sum_{K=0}^2 \left[\frac{2!}{K!(2-K)!} (p^*)^K (1 - p^*)^{2-K} Wu^K d^{2-K} \right] \right\}$$

E sendo generalizado para n períodos:

$$W = \frac{1}{R^n} \left\{ \sum_{K=0}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1 - p^*)^{n-K} Wu^K d^{n-K} \right] \right\}$$

Aplica-se então a condição de contorno para o cálculo do valor da Opção de Compra, determinando assim: $Wu^k d^{n-k} = \max(X_T - C, 0) = \max(Xu^k d^{n-k} - C, 0)$, sendo X_T o valor da ação na data de expiração T e C o valor de exercício da Opção.

Além disso, é necessário definir o parâmetro \mathbf{a} , tal que: $\exists a \in \mathbb{N}$, no qual: $Xu^a d^{n-a} > C \geq Xu^{a-1} d^{n-(a-1)}$.

Logo, sendo uma Opção de Compra, se $C < Xu^a d^{n-a}$, exerce a opção e seu valor é definido pela diferença entre o valor no instante T e o valor de exercício, mas se $C \geq Xu^{a-1} d^{n-(a-1)}$, não exerce a opção, tendo a Opção valor igual a zero.

$$W = 1/R^n \left\{ \sum_{K=0}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1-p^*)^{n-K} Wu^K d^{n-K} \right] \right\}$$

$$W = 1/R^n \left\{ \sum_{K=0}^{a-1} \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1-p^*)^{n-K} Wu^K d^{n-K} \right] + \sum_{K=a}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1-p^*)^{n-K} Wu^K d^{n-K} \right] \right\}$$

$$W = 1/R^n \left\{ 0 + \sum_{K=a}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1-p^*)^{n-K} Wu^K d^{n-K} \right] \right\}$$

$$W = 1/R^n \left\{ \sum_{K=a}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1-p^*)^{n-K} (Xu^K d^{n-K} - C) \right] \right\}$$

$$W = X \left\{ \sum_{K=a}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} \left(\frac{up^*}{R} \right)^K \left(\frac{[1-p^*]d}{R} \right)^{n-K} \right] \right\} - \frac{C}{R^n} \left\{ \sum_{K=a}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1-p^*)^{n-K} \right] \right\}$$

$$W = X \left\{ \sum_{K=a}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p')^K (1-p')^{n-K} \right] \right\} - \frac{C}{R^n} \left\{ \sum_{K=a}^n \left[\frac{n!}{K!(n-K)!} (p^*)^K (1-p^*)^{n-K} \right] \right\}$$

Com este resultado encontrado, comparado ao modelo de Black&Scholes²⁰, temos que o valor da Opção também pode ser calculado pela Probabilidade Acumulada da Distribuição Binomial (B), o qual pode ser expresso pela seguinte

²⁰ Valor da opção definido anteriormente pelo método de Black & Sholes:
 $W = XN(d_1) - Ce^{-rdt}N(d_2)$

equação, considerando o parâmetro a , pelo número de períodos n e pela probabilidade neutra ao risco p^* : $W = X[B_1(a, n, p')] - (C/R^n)[B_2(a, n, p^*)]$.

Cabe ainda relacionar duas observações sobre o parâmetro p' utilizado como referência no cálculo da probabilidade do primeiro fator da equação do valor da opção.

A primeira refere-se ao somatório das duas expressões, p' e $(1 - p')$. Inicialmente já pode ser constatada esta característica peculiar, na qual $p' + 1 - p' = 1$. Mas se for utilizada a expressão definida na demonstração realizada acima, na qual seus valores são definidos com base na probabilidade neutra ao risco p^* , temos que:

$$\left(\frac{up^*}{R}\right) + \left(\frac{[1-p^*]d}{R}\right) = \left[1 - \frac{(u-R)}{(u-d)}\right] \frac{u}{R} + \left[\frac{(u-R)}{(u-d)}\right] \frac{d}{R}$$

$$\frac{u(u-d-u+R)}{R(u-d)} + \frac{ud-Rd}{Ru-Rd} = \frac{ud-Ru-ud-Rd}{Ru-Rd}$$

$$\frac{Ru-Rd}{Ru-Rd} = 1$$

Com isso, percebe-se que o somatório dos valores complementares soma 100%, ou seja, um.

Além desta característica, outra observação que merece destaque é a multiplicação dos parâmetros p' e $(1-p')$, a qual gera sua relação com a probabilidade neutra ao risco, já que:

$$\left(\frac{up^*}{R}\right)^K \left(\frac{[1-p^*]d}{R}\right)^{n-K} = \frac{p^{*K} u^K (1-p^*)^{n-K} d^{n-K}}{R^K R^{n-K}}$$

$$\frac{p^{*K} u^K (1-p^*)^{n-K} d^{n-K}}{R^n} = \frac{1}{R^n} [p^{*K} (1-p^*)^{n-K}] u^K - d^{n-K}$$

Com isso, a estrutura binomial representa um método mais simples, se aproximando de forma fraca para o MGB na verificação do valor de uma Opção.