

Juliana Maria Meza López

Modelagem do Trincamento de Misturas Asfálticas pelo Método dos Elementos Discretos

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

> Orientador: Celso Romanel Co-orientadora: Laura Maria Goretti da Motta

Rio de Janeiro Agosto de 2010



Juliana Maria Meza López

Modelagem do Trincamento de Misturas Asfálticas pelo Método de Elementos Discretos

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

> Prof. Celso Romanel Orientador Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof^a. Laura Maria Goretti da Motta Co-orientadora Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ/COPPE

> **Prof^a. Christianne de Lyra Nogueira** Universidade Federal de Ouro Preto

Prof^a. Michéle Dal Toé Casagrande Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 06 de Agosto de 2010

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Juliana Maria Meza López

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidad Nacional de Ingenieria (UNI), em 2006, iniciando o curso de mestrado em Engenharia Civil na Pontificia Universidade Católica de Rio de Janeiro (PUC-Rio) em 2008, na área de Geotecnia, onde desenvolveu a presente dissertação na linha de pesquisa Geomecânica Computacional com aplicação no comportamento de pavimentos.

Ficha Catalográfica

Meza López, Juliana Maria

Modelagem do trincamento de misturas asfálticas pelo método dos elementos discretos / Juliana Maria Meza López; orientador: Celso Romanel; co-orientadora: Laura Maria Goretti da Motta. – 2010.

114 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2010.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Método dos elementos discretos. 3. Misturas asfálticas. 4. Trincamento de pavimentos. 5. Teória da mecânica da fratura linear elástica. 6. Propagação de fissuras, processo de zona de fratura. 7. Modelagem numérico. 8. PFC-2D. I. Romanel, Celso. II. Laura Motta, Maria Goretti da. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

Para meus amados pais Carlos e Marlene e aos irmãos Carlos e Jimena pelo apoio e compreensão. Para minha avó Maria Concepcion (in memorian) E ao meu avô Nacianceno

Agradecimentos

À Deus por iluminar meu caminho e por me dar forças para seguir sempre em frente.

Ao professor Celso Romanel por sua disposição em me ajudar e por suas idéias, sugestões e críticas para o bom andamento deste trabalho.

À Professora Laura Maria Goretti da Motta, pela co-orientação, ajuda e interesse.

Ao amor de minha vida Nilthson, que foi e é meu apoio nos momentos mais difíceis.

À minha amada família: meus pais Carlos e Marlene e meus irmãos Carlos e Jimena pelo grande apoio, carinho e compreensão durante esta etapa de estudo. À minha querida tia Norma e primos Ficher e Alina.

Aos professores do setor Geotecnia do DEC da PUC-Rio, pelo ensino acadêmico e motivação dada ao longo do mestrado.

Às professoras, Christianne e Michéle, membros da Comissão Examinadora, pelas sugestões neste trabalho.

À UNI (Universidad Nacional de Ingenieria), em especial aos professores Zenon Aguilar e Milagro Castro (in memoriam) pela formação na graduação, base dos conhecimentos aqui continuados. Ao Brasil e a CAPES, pelo auxílio financeiro.

Aos colegas da PUC-Rio, pela ajuda acadêmica, pessoal e pelos momentos de convívio. E em especial a Rafael, Evelyn, Antonio, Elvis, Gricell, Gino, Phillips, Julio, Alejandra e Jose Roca

À engenheira e pesquisadora Sandra Oda do Laboratório de Misturas Asfálticas da COPPE agradeço por sua ajuda desprendida neste trabalho.

À Rita de Cassia pela constante apoio e amizade.

Um agradecimento especial à Paula Teixeira pela amizade, apoio e compreensão.

Resumo

Meza López, Juliana Maria; Romanel, Celso (orientador); Motta, Laura Maria Goretti (co-orientadora). **Modelagem do Trincamento de Misturas Asfálticas pelo Método dos Elementos Discretos,** Rio de Janeiro, 2010. 114 p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O trincamento de camada de mistura asfáltica é o principal tipo de deterioração das rodovias, e o presente estudo pretende contribuir para conhecimento dos processos de fissuramento com o objetivo de incorporar novos parâmetros mecânicos para melhorar projetos de pavimentação rodoviária . A modelagem computacional através do Método dos Elementos Discretos (MED), permitiu fazer uma simulação da iniciação e da propagação do trincamento em um ensaio de tração direta chamado de Disco Circular com Fenda (Disk Shaped *compact*), considerando uma abordagem da teoria da mecânica da fratura elástica linear (MFEL) e a incorporação do modelo constitutivo de zona coesiva (MZC). As modelagens realizadas permitiram inferir o comportamento de corpos de prova de Disco Circular com Fenda DC(T) feitos em laboratório. O método dos elementos discretos monstrou-se uma ferramenta apropriada para realizar este tipo de simulação. Também foram feitas análises da sensibilidade da resposta do modelo em relação a diversos parâmetros mecânicos do material: módulo de Young (E), resistência à tração (RT) e energia da fratura (G_f). Este último parâmetro foi obtido da área sob a curva tração-deslocamento da abertura da boca da trinca (CMOD). A análise foi realizada considerando o corpo como material homogêneo atribuindo-se a todas as partículas propriedades idênticas. A modelagem numérica 2D foi executada através do programa comercial PFC2D baseado no MED.

Palavras-chave

Método dos elementos discretos; Misturas asfálticas; Trincamento de pavimentos; Teoria da mecânica da fratura elástica linear; Propagação de trincas; Processo de zona de fratura, Modelagem numérico; PFC-2D.

Abstract

Meza López, Juliana Maria; Romanel, Celso (Advisor); Motta, Laura Maria Goretti (Co-Advisor). Crack Modeling in Asphalt Mixtures by the Discrete Element Method. Rio de Janeiro, 2010. 114 p. MSc. Dissertation -Departamento de Engenharia Civil, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The cracking of asphalt mixture layers is the main type of deterioration of roads in Brazil, and this study aims to contribute to improve the knowledge of cracking processes in order to incorporate new mechanical parameters into road pavement projects. Computer modeling by the Discrete Element Method (DEM), permitted the simulation of the initiation and the propagation of cracking in a tensile test called Direct Circular Slotted Disc (Disk Shaped Compact), whose interpretation is based on the theory of linear elastic fracture mechanics and considering an specific elastoplastic model known as the cohesive zone model (CZM). Results of Direct Circular Slotted Disc tests were obtained in laboratory and interpreted by numerical simulations using the discrete element method, with good results. The sensitivity of model response with respect to various mechanical parameters, such as the Young's modulus (E), the tensile strength (RT) and the fracture energy (Gf) was also analyzed. This last parameter (Gf) was obtained considering the area under the traction-displacement curve from the Crack Mouth Opening Displacement (CMOD) test. The analyses were carried out considering the body as a homogeneous material, assigning to all particles identical properties. The 2D numerical model was analyzed using the commercial software PFC2D based on the discrete element method (MED).

Keywords

Discrete element method; Cracking of pavements; Theory of linear elastic fracture mechanics; Crack propagation; Fracturing process zone; Numerical modeling; PFC2D.

Sumário

| Lista de Símbolos | 16 |
|---|----|
| Lista de Abreviaturas | 19 |
| 1 . Introdução | 20 |
| 1.1. Relevância e Justificativa da Pesquisa | 20 |
| 1.2. Objetivo da Pesquisa | 26 |
| 1.3. Organização da Dissertação | 26 |
| 2 . Mecânica da Fratura | 28 |
| 2.1. Introdução | 28 |
| 2.2. Teoria da Mecânica da Fratura | 29 |
| 2.2.1. Mecânica da Fratura Linear Elástica | 29 |
| 2.2.2. Mecânica da Fratura Elasto-Plástica | 35 |
| 2.3. Propagação de Trincas no Modo Misto I-II | 38 |
| 2.4. Direção de Propagação de Trincas | 41 |
| 2.4.1. Direção de Propagação da Fissura | 41 |
| 3 Programa PFC2D | 47 |
| 3.1. Introdução | 47 |
| 3.2. O programa PFC2D | 48 |
| 3.2.1. Forças nos contatos | 51 |
| 3.2.2. Modelo Constitutivo no Contato | 56 |
| 3.2.3. Modelo de Zona Coesiva com Amolecimento | 60 |
| 4 Modelagem Numérica da Propagação de Trincas no Ensaio DC(T) | 66 |
| 4.1. Introdução | 66 |
| 4.2. Ensaio DC(T) ou de Tração em Disco Circular com Fenda | 66 |

| 4.2.1. Geometria dos Corpos de Prova | 67 |
|--|-----|
| 4.2.2. Preparação dos Corpos de Prova e Execução do Ensaio DC(T) | 68 |
| 4.3. Parâmetros Mecânicos do Ensaio DC(T) | 72 |
| 4.3.1. Módulo de Elasticidade | 72 |
| 4.3.2. Resistência à Tração Estática (Ensaio Brasieliro) | 73 |
| 4.3.3. Energia de Fraturamento | 74 |
| 4.4. Simulação Numérica do Ensaio DC(T) | 75 |
| 4.4.1. Geração e Arranjo de Particulas | 76 |
| 4.4.2. Condições de Contorno | 79 |
| 4.4.3. Condições Iniciais e Aplicação dos Deslocamentos | 79 |
| 4.5. Propagação da Trinca na Modelagem do Ensaio DC(T) | 80 |
| | |
| 5 Apresentação e Análises dos Resultados | 90 |
| 5.1. Aferição da Curva Força vs Deslocamento | 90 |
| 5.2. Análises Paramétricas | 93 |
| 5.2.1. Grupo I: Corpos de Prova do Grupo A (CP_A) | 94 |
| 5.2.2. Grupo II: Corpos de Prova do Grupo B (CP_B) | 97 |
| 5.2.3. Grupo III: Corpos de Prova do Grupo III (CP_C) | 101 |
| 5.2.4. Grupo IV: Corpos de Prova do Grupo IV (CP_D). | 104 |
| | |
| 6 Conclusões e Sugestões | 106 |
| 6.1. Conclusões | 106 |
| 6.2. Sugestões para trabalhos futuros | 107 |
| | |
| Referências Bibliográficas | 108 |

Lista de figuras

| Figura 1.1 – Sistema de camadas de um pavimento e carregamentos | |
|---|----|
| solicitantes (Albernaz, 1997) | 20 |
| Figura 1.2 - (a)Trincas interligadas chamadas "Jacaré" com erosão nas | |
| bordas por fadiga, (b) Trinca por reflexão da base. (c) Trinca térmica, | |
| que ocorre somente em países frios, geralmente sob temperaturas | |
| inferiores a -10°C (Motta, notas de aula) | 21 |
| Figura 1.3 – Longa trinca longitudinal causada pelo tráfego. | 22 |
| Figura 1.4 - (a) Vigota de asfalto submetida à flexão; (b) Corpo | |
| de prova semicircular (Marasteanu et al., 2007; Wagoner et al., 2004). | 23 |
| Figura 1.5 - Corpo de prova com trinca previamente iniciada | |
| (Wagoner, 2006) | 24 |
| Figura 2.1 - Entalhe elíptico em uma placa plana (Miranda,2003) | 30 |
| Figura 2.2 – Modelo usado por Griffith, 1920 (Miranda, 2003) | 31 |
| Figura 2.3 – Os três modos básicos de fraturamento | 32 |
| Figura 2.4 - Distribuição das componentes de tensão nas vizinhanças | |
| da ponta de uma trinca. (Miranda, 2003) | 34 |
| Figura 2.5 - Conceito de CTOD (Crack Tip Opening Displacement) | 37 |
| Figura 2.6 - O tamanho da região plastificada e sua relação | |
| com a abertura da ponta da fratura δ | 37 |
| Figura 2.7 - Esquema de um caminho escolhido no método da integral J. | 38 |
| Figura 2.8 - Uma fratura sob modo misto I-II: (a) configuração | |
| de carregamento; (b) tensões na fratura (Whittaker et al. 1992) | 39 |
| Figura 2.9 - Possíveis envoltórias de fratura no modo misto I-II | |
| de fraturamento (Whittaker, et al. ,1992). | 41 |
| Figura 2.10 - Fratura ramificada (Whittaker et al.,1992). | 43 |
| Figura 3.1 – Etapas básicas do método dos elementos discretos. | 48 |
| Figura 3.2 – Procedimento geral de solução no programa PFC-2D | 50 |
| Figura 3.3 – Características do contato partícula-particula e | |
| partícula-parede (Mejia, 2009) | 53 |
| Figura 3.4 – Modelos constitutivos de contato. | 56 |
| Figura 3.5 – Componente normal da força de contato na ligação | |

| (Itasca, 2003) | 59 |
|--|----|
| Figura 3.6 – Componente tangencial da força de contato ligação | |
| (Itasca, 2003) | 59 |
| Figura 3.7 – Esquema de ligação paralela no contato (Mejia, 2009) | 60 |
| Figura 3.8 – Comportamento do material em ensaio de ruptura sob | |
| deformação controlada (a) material frágil (b) material dúctil (Soares, 1997) | 61 |
| Figura 3.9 – Modelo de Zona Coesiva de Barenblatt (1959). | 61 |
| Figura 3.10 – Esquema de uma zona coesiva no ensaio DC(T) | |
| (Buttlar, 2007) | 63 |
| Figura 3.11 – Modelo bilinear de zona coesiva com amolecimento | |
| (Kim, 2007) | 63 |
| Figura 3.12 - Esquema de uma zona coesiva, segundo Kim (2007). | 64 |
| Figura 4.1 – Nomenclatura e dimensões dos corpos de prova | |
| (Wagoner, 2006) | 67 |
| Figura 4.2 - Compactador giratório utilizado na moldagem dos | |
| corpos de prova no Laboratório de Pavimentação da COPPE/UFRJ | |
| (Hirsch,2009). | 68 |
| Figura 4.3 – Corte e faceamento dos corpos de prova (Hirsch,2009). | 69 |
| Figura 4.4 - Etapas de preparação dos furos de carregamento nos | |
| corpos de prova no Laboratório de Geotecnia da COPPE/UFRJ – | |
| (Hirsch,2009). | 69 |
| Figura 4.5 – Execução dos chanfros nos corpos de prova (Hirsch,2009). | 70 |
| Figura 4.6 – Fixação de duas placas de alumínio na amostra para | |
| conexão ao clip-on-gage | 70 |
| Figura 4.7Corpo de prova na prensa de carregamento (Hirsch,2009) | 71 |
| Figura 4.8 - Equipamento utilizado na realização do ensaio | |
| no Laboratório de Pavimentação da COPPE/UFRJ (Hirsch, 2009). | 71 |
| Figura 4.9 – Mòdulo de Elasticidade E | 73 |
| Figura 4.10 - Equipamento para ensaio de resistência à tração | |
| estática (Bastos, 2010). | 74 |
| Figura 4.11 - Curva força vs abertura da boca da trinca (CMOD) | |
| (Wagoner, 2004). | 75 |
| Figura 4.12 – Curva força vs abertura da trinca (CMOD) obtida nas | |
| Histórias do programa PFC-2D. | 76 |

| Figura 4.13 - Número de partículas necessárias para gerar a geometria | |
|--|----|
| do DC(T) considerando arranjos hexagonal e quadrado para três | |
| valores de diâmetros de partícula (0,25;0,50 e 1,00 mm). | 77 |
| Figura 4.15 – Contato coesivo e ligação paralela entre contatos | 78 |
| Figura 4.16 - Furos representados por segmentos de parede reta no DC(T) | 79 |
| Figura 4.17 - Abertura da boca da trinca e vetores de deslocamentos sob taxa | |
| de velocidade constante de afastamento dos furos de carregamento do DC(T) | 80 |
| Figura 4.18 - Trincas na região dos furos na modelagem computacional | |
| obtidas na presente pesquisa. | 80 |
| Figura 4.20 - DC(T) na condição inicial, antes do inicio dos | |
| deslocamentos dos furos de carregamento. Passo de tempo 400, | |
| onde não se aplicou ainda o carregamento no corpo de prova. | 82 |
| Figura 4.21 - DC(T) com arranjo hexagonal no passo de tempo | |
| 15601 com tração máxima de 41.27N. | 82 |
| Figura 4.22 - DC(T) com arranjo hexagonal no passo de tempo | |
| 24916 com tração máxima 336.3 N. | 83 |
| Figura 4.23 - DC(T) com arranjo hexagonal no passo de tempo | |
| 26660 com tração máxima 381.2 N. | 83 |
| Figura 4.24 - DC(T) com arranjo hexagonal no passo de tempo | |
| 28880 com tração máxima 380.1 N. | 84 |
| Figura 4.25 - DC(T) com arranjo hexagonal no passo de tempo | |
| 29600 com tração máxima 375.5 N. | 84 |
| Figura 4.26 - DC(T)com arranjo hexagonal no passo de tempo | |
| 30925 com tração máxima 363.9 N. | 85 |
| Figura 4.27 - DC(T) com arranjo hexagonal no passo de tempo | |
| 42416 com tração máxima 377.4 N. | 85 |
| Figura 4.28 - Processo de faturamento progressivo na simulação do | |
| ensaio DC(T). | 86 |
| Figura 4.29 - DC(T) com arranjo quadrado no passo de tempo 65. | 87 |
| Figura 4.30 - DC(T) com arranjo quadrado no passo de tempo 16912. | 87 |
| Figura 4.31 - DC(T) com arranjo quadrado no passo de tempo 20721. | 88 |
| Figura 4.32 - DC(T)com arranjo quadrado no passo de tempo 33268. | 88 |
| Figura 4.33 - DC(T) com arranjo quadrado no passo de tempo 35103. | 89 |
| Figura 5.1 - Curvas força vs abertura da trinca (CMOD) obtidas | |

| numericamente (nesta pesquisa) e experimentalmente por Hirsch (2009) | 91 |
|--|-----|
| Figura 5.2 - Energia de fratura das curvas força vs abertura de trinca (CMOD). | 92 |
| Figura 5.3 - Curvas força vs abertura de trinca (CMOD) para 6 corpos | |
| de prova do grupo CP_A mantendo-se a resistência à tração constante. | 94 |
| Figura 5.5 - Relação entre energia de fratura (Gf) e rigidez da partícula | |
| nos corpos de prova CP_A do grupo I. | 96 |
| Figura 5.6 - Relação entre a energia de fratura (Gf) e módulo de | |
| elasticidade nos corpos de prova CP_A do grupo I. | 96 |
| Figura 5.7 - Relação linear entre a rigidez da partícula e o módulo de | |
| elasticidade. | 97 |
| Figura 5.8 - Curvas força vs abertura de trinca (CMOD) para 6 corpos | |
| de prova do grupo CP_B mantendo-se o módulo de elasticidade constante. | 98 |
| Figura 5.9 - Energia de fratura nos 6 corpos de prova do grupo II (CP_B). | 99 |
| Figura 5.10 - Relação entre a energia de fratura (Gf) e a resistência de | |
| ligação nos corpos de prova do grupo II (CP_B). | 99 |
| Figura 5.11 - Relação entre a energia de fratura (Gf) e a resistência | |
| à tração nos corpos de prova do grupo II (CP_B). | 100 |
| Figura 5.12 - Relação entre a resistência da ligação vs resistência | |
| à tração nos corpos de prova do grupo II (CP_B). | 100 |
| Figura 5.13 - Curvas força vs abertura de trinca (CMOD) para 5 corpos | |
| de prova do grupo III considerando-se a resistência à tração constante. | 101 |
| Figura 5.14 - Curvas força vs abertura de trinca (CMOD) para 3 corpos | |
| de prova do grupo III considerando-se a resistência à tração constante. | 102 |
| Figura 5.15 - Energia de fratura em 5 corpos de prova do grupo III (CP_C). | 103 |
| Figura 5.16 - Energia de fratura em 3 corpos de prova do grupo III (CP_C). | 103 |
| Figura 5.17 - Curvas força vs abertura de trinca (CMOD) para 3 corpos de | |
| prova do subgrupo CP_DA (resistência à tração constante em 1.429 MPa) | |
| e dois corpos de prova do subgrupo CP_DB (resistência à tração | |
| constante em 1.314 MPa). | 104 |
| Figura 5.18 - Energia de fratura em 3 corpos de prova do subgrupo | |
| CP_DA e 2 corpos de prova do subgrupo CP_DB. | 105 |
| | |

Lista de tabelas

| Tabela 3.1 – Número máximo de partículas em função da | |
|--|-----|
| memória RAM disponível (PFC2D, 2003). | 49 |
| Tabela 3.2 - Versões do modelo de zona coesiva propostas na | |
| literatura (Kim, 2007). | 65 |
| Tabela 4.1 – Dimensões em (mm) recomendadas pela ASTM D7313/07 | 67 |
| Tabela 4.2 - Propriedades e arranjo das partículas nas simulações | |
| computacionais. | 77 |
| Tabela 5.1 Fator de calibração da energia de fratura no modelo numérico. | 91 |
| Tabela 5.2 – Propriedades em macro e mesoescalas das curvas | |
| experimental e numérica calibrada, respectivamente. | 92 |
| Tabela 5.3 - Propriedades mecânicas e energia de fraturamento | |
| nos corpos de prova do grupo CP_A | 95 |
| Tabela 5.4 - Propriedades mecânicas e energia de fratura nos corpos | |
| de prova do grupo II (CP_B). | 98 |
| Tabela 5.5 - Propriedades mecânicas e energia de fratura nos 8 corpos | |
| de prova do grupo III. | 102 |
| Tabela 5.6 - Propriedades mecânicas e energia de fratura nos corpos | |
| de prova dos grupos CP_DA e CP_DB. | 105 |

Lista de Símbolos

Símbolos Romanos

| D | diâmetro (mm), da geometria do corpo-de-prova DC(T) |
|--------------------------------|---|
| Ε | módulo de elasticidade do material e |
| E _T | energia total do sistema, |
| F _{max} | força resistente no contato |
| F_n | força normal |
| F_{s} | força de cisalhamento |
| F^{n} | força no contato - componente normal |
| F^{s} | força no contato - componente cisalhante |
| ΔF^{k} | incremento de força |
| F_{\max}^{s} | máxima força de cisalhamento no contato |
| $\left F_{i}^{n}\right $ | magnitude da força |
| ΔF^{k} | incremento de força |
| F | força de ruptura (N); |
| G | módulo de cisalhamento |
| G_{f} | energia de fraturamento |
| J | integral J |
| K^{s} | rigidez de cisalhamento do contato |
| K^n | rigidez normal do contato |
| K_n | rigidez normal |
| K_{s} | rigidez tangencial |
| K _t | fator de concentração de tensões |
| K _C | tenacidade à fratura do material. |
| <i>K</i> _{<i>I</i>} , | fator de intensidade de tensão associados ao modo I de fratura |
| <i>K</i> ₁₁ | fator de intensidade de tensão associado ao modo II de fratura |
| K_{III} , | fator de intensidade de tensão associado ao modo III de fratura |

| т | fator de plasticidade |
|--|---|
| $n_m^{[OLD]}$ | vetor unitário normal referente ao passo anterior |
| Δt | incremento de tempo |
| t | espessura do corpo-de-prova DC(T) |
| \overline{T} | vetor de carregamento com normal exterior \overline{n} ao contorno, |
| ū | vetor deslocamento |
| U^n | deslocamento normal |
| U^{s} | deslocamento tangencial |
| $\Delta U^k \ (k=n,s)$ | incremento de deslocamento no contato |
| $\Delta U^{k}_{_{e}}$ | incremento de deslocamento no contato elástico |
| ΔU_p^k | incremento de deslocamento no contato plástico |
| $\Delta U^k \ (k=n,s)$ | incremento de deslocamento no contato |
| W | densidade de energia de deformação |
| $x_i^{[C]}$ | posição do contato |
| $\left(\dot{x}_{i}^{\left[\phi^{j} ight]} ight)$ | velocidade translacional da partícula ϕ^j |
| Ws | energia de deformação das superfícies da trinca. |
| | |

Símbolos Gregos

| V | coeficiente de | Poisson |
|---|----------------|---------|
| | | |

- μ coeficiente de atrito
- ρ raio de curvatura na ponta da elipse
- Γ contorno
- α ângulo formado entre a direção da força de contato e o segmento de reta conectando os centros das partículas em contato
- θ ângulo entre o ponto escolhido e a direção da tensão
- Φ energia coesiva
- $\delta_{\scriptscriptstyle sep}$ distância de separação das superfícies da trinca
- δ abertura de ponta da trinca
- φ diâmetro dos furos interiores do corpo-de-prova DC(T)
- ω_k velocidade angular entre duas partículas
- Π_0 energia potencial total de uma placa equivalente sem trinca
- γ_s energia elástica de superfície
- Π energia potencial na placa
- σ_{v} tensão de escoamento
- σ tensão normal de tração
- $\sigma_{\scriptscriptstyle \rm max}$ resistência coesiva
- σ_{R} resistência à tração estática

Lista de Abreviaturas

| ASTM | American society for testing and materials |
|-------|--|
| CTOD | Crack tip openings displacements |
| CMOD | Crack mouth opening displacement |
| DC(T) | Ensaio de tração em disco circular com fenda |
| DNER | Departamento nacional de estradas e rodagem |
| ME | Módulo de elasticidade |
| MEC | Método dos elementos de contorno |
| MEF | Método dos elementos finitos |
| MED | Método dos elementos discretos |
| MFLE | Mecânica da fratura linear elástica |
| MR | Módulo de resiliência |
| MZC | Modelo de zona coesiva |
| PFC2D | Particle Flow Code 2D |
| RT | Resistência à tração estática |
| TMF | Teoria da mecânica da fratura |
| ZC | Zona coesiva |