

## 6

# Modelos Constitutivos Cíclicos para Solos Arenosos

As leis constitutivas tendem a reger o comportamento dos solos de uma forma mais realística, interpretando a física do problema e usando uma abordagem baseada em mecanismos que sejam possíveis de serem calibrados com experiências de campo (Puebla, 1999).

Todos os métodos de análise de tensão e deformação, aplicados a geoestruturas, requerem uma relação tensão-deformação ou lei constitutiva para simular a resposta dos solos durante um dado carregamento. Métodos numéricos (MDF ou MEF) são usados para incluir tais leis constitutivas dos solos a serem analisados. Especificamente, quando se lida com materiais que apresentam uma tendência à liquefação, as previsões da sua ocorrência bem como o cálculo dos deslocamentos.

Neste capítulo, o assunto de modelos constitutivos para simular o comportamento cíclico dos solos é introduzido com uma breve descrição dos seus elementos bases (item 6.2). O modelo constitutivo usado neste trabalho, UBCSAND, é descrito no item 6.3.

### 6.1

#### Relações tensão-deformação para solos

Os modelos constitutivos inicialmente eram baseados na teoria da elasticidade, com base em abordagens de tensões totais. Esses modelos não incluíam limites de tração ou cisalhamento, isto é, critérios de ruptura que pudessem limitar valores atingíveis máximos de tensões cisalhantes, ou de tensões de tração (usualmente zero em areias).

O comportamento tensão x deformação não-linear é, normalmente, modelado de duas formas diferentes: (a) Por uma abordagem linear incremental; (b) Por uma abordagem linear equivalente.

Na abordagem linear, as poropressões não são calculadas simultaneamente com as tensões ou deformações, então a resposta não drenada do solo é capturada diretamente

através de parâmetros do modelo. Esses efeitos de poropressão são incluídos indiretamente nos parâmetros de resistência e rigidez reduzidos usados. Estes modelos são computacionalmente simples e constituem o estado da prática para a estimativa da resposta do solo não drenada.

Prontamente surgiram os modelos baseados na teoria da elasto-plasticidade incremental, que constituem a base das abordagens de tensões efetivas. Esses modelos incluem limites de tração e cisalhamento, e permitem capturar as características do comportamento tensão x deformação do solo no desenvolvimento e dissipação das poropressões. A geração e a dissipação das poropressões são acopladas com as deformações mecânicas incrementais do esqueleto do solo a cada passo de tempo da análise.

Contudo, estes modelos elasto-plásticos são governados e controlados pela relação constitutiva do solo (sistema composto pelo sólido, líquido e gás). Desde que uma relação constitutiva apropriada seja usada, essa abordagem é a princípio a mais poderosa e potencialmente correta. Todavia, estas relações constitutivas permitem realizar análises de tensões efetivas mais complexas e requerem a determinação de vários parâmetros antes de serem usadas. Isto, em alguns casos, pode se converter em uma fraqueza.

## 6.2

### **Uma breve descrição dos elementos básicos da teoria elasto-plástica incremental**

Uma discussão detalhada dos elementos básicos da teoria elasto-plástica incremental pode ser encontrada na literatura, por exemplo: Desai & Siriwardane (1984). A seguir, apenas uma breve descrição.

Os modelos baseados na teoria elasto-plástica incremental geralmente assumem que os incrementos da deformação total incremental infinitesimal  $d\epsilon$  é constituído por suas componentes, os incrementos de deformação elástica  $d\epsilon^e$  e os incrementos de deformação plástica  $d\epsilon^p$ . Adicionalmente, as regiões de comportamento elástico e plástico são assumidas estarem separadas por um contorno. A zona na qual somente a resposta elástica é exibida é chamada de região elástica, enquanto que os estados de tensão fora do

contorno da região elástico atual induzindo deformações plásticas constitui a região plástica.

No espaço de tensões, definido pelas tensões efetivas principais, a maior  $\sigma'_1$ , a intermediária  $\sigma'_2$  e a menor  $\sigma'_3$ , a superfície determinada pelos pontos de tensões que separam comportamentos elástico e plástico, constituem uma superfície limite. Tal superfície é chamada de superfície de escoamento ou também de superfície de carregamento (*yield surface*, *yield locus* ou *loading surface*). Matematicamente, este é descrito por uma função  $f$ , como segue:

$$f(\sigma'_{ij}) = 0 \quad (6.1)$$

onde  $\sigma'_{ij}$  representa os elementos do tensor de tensões efetivas.

Qualquer estado de tensões que satisfaça a Equação (6.1) descansa sobre a superfície de escoamento. Se algum incremento de tensões  $d\sigma'_{ij}$  é aplicado e o estado de tensões se desloca para fora da região elástica atual, um processo de carregamento está sendo executado. Desde que uma superfície de escoamento limite o estado de tensões atual, o novo ponto de tensões  $\sigma'_{ij} + d\sigma'_{ij}$  não poderá ficar fora da superfície de escoamento fazendo uso de uma *condição de consistência*, resultando em uma expansão, movimentação, ou ambos, da região elástica, conhecido como processo de endurecimento (*hardening*). Este processo induzirá deformações plásticas. Por outro lado, se o estado de tensões se mover dentro da região elástica atual se espera que um processo de descarregamento esteja ocorrendo, dessa forma, a região elástica permanece inalterada e somente deformações elásticas são quantificadas. Se o novo estado de tensões  $\sigma'_{ij} + d\sigma'_{ij}$  permanece sobre a mesma superfície de escoamento, um processo chamado de carregamento neutral acontece e as respostas prognosticadas serão somente elásticas. De acordo com os esses três diferentes cenários, os critérios de carregamento são definidos matematicamente como:

$$\begin{aligned} f = 0 \quad \text{e} \quad df > 0 &: \text{carregamento} \\ f = 0 \quad \text{e} \quad df < 0 &: \text{descarregamento} \\ f = 0 \quad \text{e} \quad df = 0 &: \text{carregamento neutral} \end{aligned} \quad (6.2)$$

onde

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} d\sigma'_{ij} \quad (6.3)$$



A *lei de endurecimento* especifica a maneira em que a região elástica se evolui quando ocorre escoamento. A mudança na região elástica é chamada de *Endurecimento*, e Prager (1956) referiu dois mecanismos possíveis de endurecimento: o *isotrópico* e o *cinemático*. O endurecimento isotrópico estipula expansão proporcional da superfície de escoamento em todas as direções para alocar o novo estado plástico. O endurecimento cinemático estipula deslocamentos da superfície de escoamento sem mudanças na orientação, tamanho ou forma da região elástica. A nova posição da região elástica permite que esta a superfície de escoamento aloque o novo estado de tensão.

O *parâmetro de endurecimento*,  $\kappa$ , é uma quantidade escalar usada para registrar a história das deformações plásticas desenvolvidas no processo de carregamento. É usualmente expresso em termos de alguma medida, isto é, ou dos incrementos de deformações plásticas cumulativas (por exemplo, a de Mroz, 1967; Roscoe & Burland, 1968; Prevost & Hoeg, 1975; Vermeer, 1978), ou de trabalho plástico (como por exemplo, a de Hill, 1950 e Lade, 1977). Para um material que apresenta comportamento de *endurecimento* (como no caso das areias), o tamanho da superfície de escoamento  $f$ , sua posição, ou ambos, depende não só do estado de tensões  $\sigma'_{ij}$ , mas também do parâmetro de endurecimento  $\kappa$ . Dessa forma, a superfície de escoamento é expressa como:

$$f(\sigma'_{ij}, \kappa) = 0 \quad (6.4)$$

A *lei de fluxo* define a direção do vetor de incrementos de deformação plástica,  $d\mathcal{E}^p$ . Em analogia com o fluxo de fluido ideal, a função potencial plástico, em qualquer ponto da superfície de escoamento, é definida na teoria da plasticidade e chamada de potencial plástico,  $g(\sigma'_{ij})$ . Portanto, a direção do vetor de incremento de deformação plástico,  $d\mathcal{E}^p$ , coincide com o vetor unitário perpendicular ao potencial plástico e dessa forma, as componentes dos incrementos de deformação plásticos,  $d\mathcal{E}^p_{ij}$ , podem ser expressos como:

$$d\mathcal{E}^p_{ij} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (6.5)$$

onde  $\lambda$  é uma função escalar não negativa que varia durante toda a história de carregamento plástico. O gradiente  $\frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}}$  dá a direção do incremento de deformação plástica enquanto que  $\lambda$  determina sua magnitude. A Equação (6.5) é chamada de *Lei de fluxo*. Se a função potencial  $g$  é assumida coincidir com a superfície de escoamento  $f$ , isto é,  $g=f$ , a lei de fluxo é chamada de *lei de fluxo associada*; caso contrário,  $g \neq f$ , esta é chamada de *lei de fluxo não associada*.

Geralmente, as curvas tensão x deformação que descrevem a resposta do solo a carregamentos são não-lineares, mas estes podem ser aproximados por aproximações lineares de tais curvas. Cada segmento, além da tensão de escoamento máximo, terá um talude particular representando o módulo elástico e plástico e estará associado com uma superfície de escoamento diferente. Mroz (1967) generalizou esse conceito usando um ninho de superfícies de escoamento, na qual cada superfície de escoamento é associada com um segmento linear correspondente à curva tensão x deformação.

Desde que o incremento da deformação total  $d\epsilon_{ij}$  é assumido ser a soma dos incrementos da deformação plástica e elástica,  $d\epsilon^e_{ij}$  e  $d\epsilon^p_{ij}$ , respectivamente, então,  $d\epsilon^e_{ij}$  pode ser escrita como:

$$d\epsilon^e_{ij} = d\epsilon_{ij} - d\epsilon^p_{ij} \quad (6.6)$$

O incremento de tensão é relacionado ao incremento de deformação elástica por meio da lei de Hooke generalizada:

$$d\sigma'_{ij} = C_{ijkl} d\epsilon^e_{kl} = C_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon^p_{kl}) \quad (6.7)$$

onde  $C_{ijkl}$  é o tensor de tensões elásticas. Desde que o incremento de deformação plástica  $d\epsilon^p_{kl}$  é dado pela Equação (6.5), a relação de incremento tensão-deformação incremental pode ser escrita como:

$$d\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \left( d\epsilon_{kl} - \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{kl}} \right) \quad (6.8)$$

Portanto, as características chaves que diferenciam modelos elasto-plásticos incrementais são as suposições feitas com respeito a : (i) *lei de endurecimento*, quer dizer, a forma em que a região elástica vai mudando; (ii) *lei de fluxo*, isto é, a direção que terão

os incrementos de deformação plástica; e (iii) a *relação tensão-deformação*, isto é, como os incrementos de tensão e deformação se relacionam.

As areias comportam-se como um material com comportamento de *endurecimento*, isto é, que gradualmente vai endurecendo conforma a superfície de escoamento expande ou se desloca com as deformações cisalhantes plásticas, até que este atinja seu último valor que não poderá ser excedido (*superfície de ruptura*). A superfície de escoamento não coincide com a família de potenciais plásticos (*fluxo não associado*), mas esta define regiões no espaço de tensões dentro da qual as areias possam ser assumidas ter comportamento elástico (como assumido na Figura 2.3). Fora dessas regiões, a resposta da areia é puramente plástica. Além do mais, a resposta das areias não é isotrópica e sob carregamento cíclico, as superfícies de escoamento mudam sua posição quando as reversões de tensões ocorrem.

#### Comentários sobre os modelos plásticos

Modelos de plasticidade convencional com endurecimento isotrópico podem não simular carregamento cíclico. Modelos plásticos avançados permitem capturar o comportamento cíclico de areias. Estes podem simular descarregamento plástico por meio da variação da lei de endurecimento, com a superfície de escoamento e a lei de fluxo ficando inalteradas.

Modelos de plasticidade avançada têm apresentado um progresso significativo na previsão do excesso de poropressão devido ao carregamento dos terremotos, isto porque a maioria destes modelos foram verificados com ensaios de centrífuga dinâmica. Todavia, muitos modelos constitutivos são calibrados baseados em dados de ensaios triaxiais<sup>76</sup>, onde a rotação de tensões principais não é permitida enquanto que essa rotação de tensões ocorre no campo (induzindo a mudanças de volume plásticas devido à rotação das tensões principais).

Alguns modelos de plasticidade típicos aplicados para análise de liquefação em solos são resumidos, e seus atributos, incluindo tipo de modelo e suas três componentes de plasticidade, estão sendo comparados na Tabela 6.1 (Uma recente referência

---

<sup>76</sup> baseada em condições de axissimetria, enquanto que muitos problemas geotécnicos podem ser aproximados como de deformação plana.

representativa para cada tipo de modelo constitutivo é usado para comparação com os outros modelos de plasticidade).

A principal preocupação desta comparação é a capacidade de cada modelo, tal como parâmetros de modelos e sua validade em problemas de deformação plana. Nota-se que alguns modelos requerem de mais do que 10 parâmetros e não são validados para condições de deformação plana (como por exemplo, ensaios de cisalhamento simples).

Como descrito na Tabela 6.1, uma característica do modelo UBCSAND é que este é validado para condições de deformação plana e requerem de poucos parâmetros de modelo. Este modelo vem sendo muito usado em inumeráveis projetos tendo mostrado resultados bem coerentes com os esperados, especialmente quando se lida com materiais com potencial de liquefação, e neste trabalho está sendo usado para o estudo do caso.

Tabela 6.1 – Comparação de modelos plásticos típicos para areias sob carregamentos cíclicos e suas potencialidades (adaptado de Park, 2005).

Tipo de modelo	Modelo constitutivo	Referência	Componentes de plasticidade			Praticabilidade e potencialidades		
			Tipo de superfície de escoamento	Lei de fluxo (dilatância)	Parâmetros de endurecimento	Nro de parâmetros	Validado em deformação plana <sup>(i)</sup>	Modelos PSR <sup>(ii)</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Plasticidade de superfície limite	DYSAC2	Muraleetharan <i>et al.</i> , 2004	Cap elíptica	Não associada	Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas	13	Não	Não
	MIT-S1	Pestana <i>et al.</i> , 2000, 2002	Lemniscata distorcida	Não associada	Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas	13	Sim	Não
Plasticidade de múltiplos escoamentos	ALTERNAT	Woodward & Molenkamp, 1999	Cone (Lade)	Não associada & Associada, Rowe <sup>(iii)</sup>	Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas	22	Não	Não
	DYNAFLOW	Azizian & Popescu, 2001	Cone (Drucker-Prager)	Associada ou Não associada	Módulo de trabalho plástico <sup>(iv)</sup>	8	Não	Não
Plasticidade generalizada	DIANA-SWANDYNE II	Aydingun & Adalier, 2003	Cap elíptica	Não associada, Nova <sup>(v)</sup>	Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas	11	Não	Não
Plasticidade do estado crítico	NorSand	Been <i>et al.</i> , 1993	Forma de bala	Associada, Nova	Trabalho plástico	9	Sim	Sim
Plasticidade tipo Mohr-Coulomb	UBCSAND	Byrne <i>et al.</i> , 2004a	Cone (Mohr-Coulomb)	Não associada, Rowe	Deformações cisalhantes plásticas	6	Sim	Não
	UBCSAND2	Park <i>et al.</i> , 2005	Cone (Mohr-Coulomb)	Não associada, Rowe	Deformações cisalhantes plásticas	7	Sim	Sim

Note: (i) referido ao ensaio de cisalhamento simples; (ii) modelos que abrangem a rotação das tensões principais (PSR - Principal Stress Rotation); (iii) Rowe denota a relação *stress-dilatancy* de Rowe (1962); (iv) refere-se a Iwan (1967), Mroz (1967), Prevost (1977); (v) Nova denota a relação *stress-dilatancy* de Nova (1982); Col.7: o número de parâmetros foi obtido a partir da referência da Col. 3, e tensões iniciais, densidade inicial e coesão foram excluídos na contagem dos parâmetros; Col.8: Essa reposta é baseada na referência e pode ser diferentes em diferentes versões.

### 6.3 Modelo UBCSAND (Byrne *et al.*, 1995)

O modelo UBCSAND foi desenvolvido pelo Professor Peter M. Byrne e seus colegas da Universidade da British Columbia, Vancouver, Canadá (Byrne *et al.*, 1995; Puebla *et al.*, 1996, 1997; Beaty & Byrne, 1998; Byrne *et al.*, 2004a). Este modelo é capaz de simular o comportamento tensão-deformação do solo sob carregamento estático ou cíclico para condições drenadas e não drenadas usando uma formulação elasto-plástica, onde o módulo cisalhante tem componentes elásticas e plásticas. A parte plástica do modelo é conduzida por dois mecanismos: (i) de *cone* ou de cisalhamento plástico; e (ii) de *cap* ou volumétrico. O mecanismo de cisalhamento é o constituinte principal da parte plástica do modelo. Por outro lado, o segundo mecanismo, mecanismo de cone, usa a teoria de plasticidade clássica.

O modelo UBCSAND é um modelo formulado em termos de tensões efetivas e hidromecanicamente acoplado (Beaty & Byrne, 1998; Byrne *et al.*, 2004 e Seid-Karbasi, 2008). Permite capturar as características do comportamento de areias e prever o potencial de liquefação, em ambos os casos, sob carregamentos estáticos e cíclicos. A resposta histerética da areia sob carregamento cíclico é capturada de uma maneira simples, e, devido à abordagem seguida, o modelo seria extensível a prever laços de histerese de descarregamento e recarregamento mais rigorosos (Puebla, 1999).

De acordo com Beaty (2011), um conjunto de parâmetros tem sido desenvolvidos para representar a resposta de areias em termos de rigidez e capturar a resposta de liquefação em termos de razão de resistência cíclica CRR como apresentado no Workshop MCEER 1996/1998 (Youd & Idriss *et al.*, 2001).

A característica fundamental do UBCSAND é a simplicidade e a robustez para propósitos práticos. No entanto, não considera o descarregamento como plástico nem o efeito da rotação das tensões principais associadas com cisalhamento simples com diferentes coeficientes de repouso  $K_0$ .

### 6.3.1 Descrição das suposições e características do modelo

As características, hipóteses e limitações do modelo em estudo são descritas a continuação:

1. O modelo é baseado na teoria elasto-plástica incremental (descrita no item 6.2). A areia é considerada comportar-se como um material elasto-plástico, e isto significa que as deformações totais poderiam decompor-se em duas componentes plásticas ( $d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p$ ).
2. Os eixos principais dos incrementos de tensão e deformação são assumidos coincidir. É esperado também que a baixas deformações haja um domínio da resposta elástica em vez de plástica.
3. A idealização do comportamento das areias é simulada assumindo-se uma única relação entre razão de tensões e a componente plástica da razão de incrementos de deformação, isto é, a taxa de dilatação.
4. Durante o carregamento assume-se que deformações elásticas e plásticas ocorram simultaneamente, enquanto que somente deformações elásticas são consideradas durante o descarregamento e recarregamento (se o estado de tensões permanece dentro da região elástica delimitada pela superfície de escoamento atual).  
A existência de uma região elástica, na qual somente a resposta elástica é permitida, é uma suposição realística para o comportamento das areias no nível de pequenas deformações. Isto também é realístico quando as areias são submetidas a carregamentos cíclicos, mas as excursões de descarregamento e recarregamento não são grandes.
5. A resposta elástica incremental é considerada ser linear, isotrópica, com nível de tensão dependente ( $f=f(p')$ ), e especificada pela lei de Hooke generalizada.
6. A resposta plástica incremental é considerada ser a superposição de duas componentes: (a)  $d\epsilon^p$ , o escoamento é devido a um tipo de mecanismo, de cisalhamento ou de *cone*, e (b)  $d\gamma^p$ , o escoamento é devido a um tipo de mecanismo, volumétrico ou de *cap*.

$$d\epsilon^p = d\gamma^p + d\epsilon_v^p \quad (6.9)$$

O incremento total  $\Delta\epsilon$  é então dado por:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\gamma}^p + d\boldsymbol{\varepsilon}_v^p \quad (6.10)$$

7. O mecanismo de plasticidade cisalhante é considerado ser de endurecimento de deformações cisalhantes, sua lei de fluxo não associada (derivada a partir de considerações de energia) e a superfície de escoamento são assumidas serem linhas radiais de razões de tensões constantes. Esta superfície de escoamento está relacionada com o ângulo de atrito mobilizado ou razão de tensões (Figura 6.2) e com a lei de fluxo não associada, indicando contração do solo quando a razão de tensões é menor do que o ângulo de atrito de transformação de fase, e dilatância quando a razão de tensões é maior do que o ângulo de atrito de transformação de fase (Figura 6.2). Em outras palavras, o modelo permite simular ambos os comportamentos drenados observado em areias fofas (contração quando cisalhadas sob o  $\varphi_{cv}$  (ou  $\varphi_{pt}$ ), e dilatante acima do  $\varphi_{cv}$  (ou  $\varphi_{pt}$ ) e a geração da poropressão (Figura 6.2).

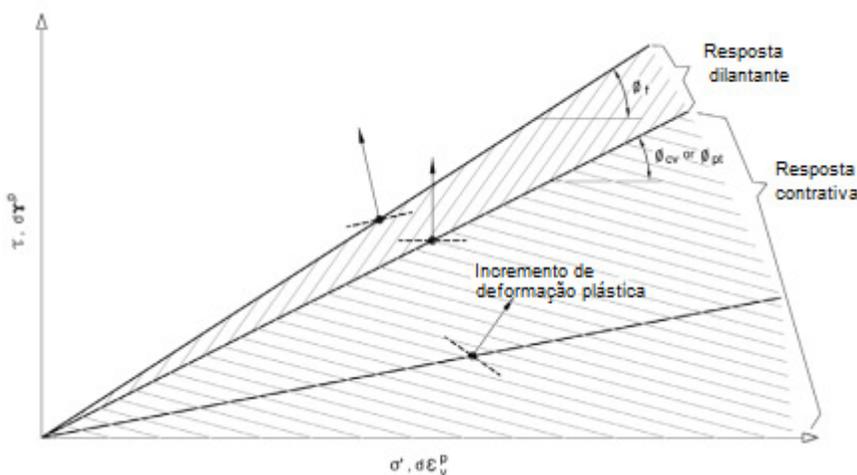


Figura 6.2 – Lei de fluxo usada no UBCSAND. Deformações cisalhantes induzem contração volumétrica sob  $\varphi_{cv}$  ou  $\varphi_{pt}$ ; e sobre esta, induzem dilatância volumétrica (Naesgaard, 2011).

8. O mecanismo de deformação volumétrica é considerado ter deformações plásticas isotrópicas, de acordo com a lei de fluxo, e as superfícies de escoamento volumétricas, ou *cap*, são assumidas serem esferas com centro na origem do espaço de tensões.
9. O desenvolvimento da região elástica é assumido ser governada pela lei de endurecimento de ambos os mecanismos plásticos, de cisalhamento (*cone*) e volumétrico (*cap*).

10. Um critério de ruptura do tipo Mohr-Coulomb é usado para determinar a resistência pico última e estado de tensão. Segundo os autores, este critério foi adotado por conveniência matemática e familiaridade que os engenheiros já têm com este.
11. Este modelo é aplicado a problemas de deformação plana, e desde que as condições de deformação plana requeiram que a deformação total fora do plano seja igual a zero,  $\varepsilon_z=0$ , este modelo assume que ambas as componentes, de deformações elásticas e plásticas fora do plano, são zero. Isto implica que em condições de deformação plana não ocorrerá escoamento na direção fora do plano e os efeitos de tensão principal intermediária  $\sigma'_2$  são negligenciados.

A formulação do modelo é bidimensional e em termos de parâmetros de tensão  $p'$ , tensão média, e  $\tau$ , a máxima tensão cisalhante. Os parâmetros de tensão  $p'$  e  $\tau$  são matematicamente definidos como:

$$p' = \frac{(\sigma'_x + \sigma'_y)}{2} \quad (6.11)$$

$$\tau = \frac{(\sigma'_x - \sigma'_y)}{2}$$

onde  $\sigma'_x$  e  $\sigma'_y$  são as tensões horizontal e vertical, respectivamente.

12. Os incrementos na razão de tensões mobilizadas ( $d\eta$ ) são uma função dos módulos cisalhantes plásticos ( $G^p/\sigma'$ ) e do endurecimento ( $d\gamma^p$ ) como ilustrado na Figura 6.3. Os parâmetros elástico e plástico chave usados são ajustados. Os parâmetros elásticos e plásticos são normalmente ajustados com resultados de ensaios de laboratório de cisalhamento simples, o qual inclui a rotação do eixo de tensões principais de uma forma mais próxima do que acontece na realidade durante carregamento sísmicos (Naesgaard, 2011). Aparte da calibração os resultados dos ensaios de cisalhamento simples e ensaios de centrífuga com e sem barreiras de siltes impermeáveis (Yang *et al.*, 2004; Phillips *et al.*, 2004; Phillips & Coulter, 2005; Seid-Karsabi *et al.*, 2005; e Park, 2005) o modelo foi correlacionado diretamente com valores de ensaios de campo, como o ensaio de SPT, para conseguir uma quantificação direta de alguns parâmetros do modelo.

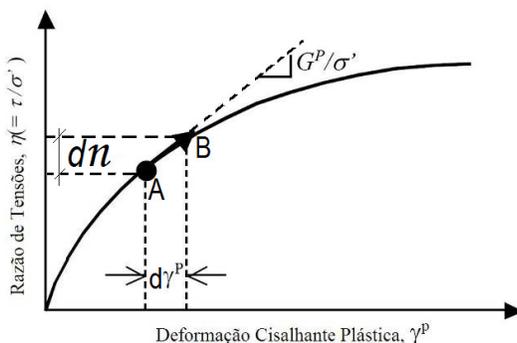


Figura 6.3 - Relação Hiperbólica Tensão-Deformação (adaptado de Park, 2005).

### 6.3.2 Resposta elástica

A lei do Hooke foi formulada em termos do módulo de Young,  $E$ , e a relação de Poisson,  $\nu$ . Porém, é mais fundamental o uso do módulo cisalhante elástico  $G$ , e o módulo de deformação volumétrica,  $B$ , os quais dividem a deformação elástica: na parte cisalhante e numa parte volumétrica, respectivamente. A componente elástica da resposta é assumida para ser isotrópica, e especificada para um módulo cisalhante  $G$  e um módulo de deformação volumétrica  $B$  que são dependentes do nível de tensões.

#### Módulo cisalhante elástico

O módulo cisalhante elástico  $G^e$  é frequentemente estimado da velocidade de onda cisalhante ou através de correlações com a resistência à penetração.  $G^e$  também pode ser expressa como uma modificação da correlação de Seed *et al.* (1986):

$$G^e = k_G^e P_a \left( \frac{p'}{P_a} \right)^{n_e} \quad (6.12)$$

onde  $P_a$  é a pressão atmosférica (100 kPa);  $p'$  é a tensão efetiva média;  $n_e$  é o expoente do módulos cisalhante elástico que varia entre 0,4 e 0,6 e pode ser tomado aproximadamente como 0,5 (Byrne *et al.* 2004);  $k_G^e$  é o número do módulo cisalhante elástico que depende da densidade da areia, que varia de 500 para areias fofas até 2000 para areias densas.

O valor de  $k_G^e$  pode ser obtido diretamente da velocidade de onda cisalhante ou de testes de coluna, ou indiretamente de relações empíricas. Baseado em Seed & Idriss (1970),  $k_G^e$  pode ser relacionado com  $K_{2max}$  como segue:

$$k_G^e = 21.7 (K_{2\max}) \quad (6.13)$$

onde  $K_{2\max}$  é uma função de  $(N_1)_{60}$  e Seed *et al.* (1986) sugere:

$$k_{2\max} = 20 (N_1)_{60}^{1/3} \quad (6.14)$$

### **Módulo de deformação volumétrica elástico**

Uma medida do módulo de deformação volumétrica elástico é usando medidas de alta qualidade da resposta volumétrica durante descarregamento. Alternativamente, o módulo de deformação volumétrica elástico  $B^e$  pode ser obtido indiretamente do módulo de cisalhamento elástico  $G^e$  como uma função da relação de Poisson,  $\nu$ .

$$B^e = k_B^e P_a \left( \frac{P'}{P_a} \right)^{m_e} \quad (6.15)$$

ou

$$B^e = \alpha_B G^e \quad (6.16)$$

onde  $m_e$  é o expoente do módulos de deformação volumétrica elástico, pode ser igual a  $n_e = 0.5$ ;  $k_B^e$  é o número do módulo de deformação volumétrica elástico.

$$k_B^e = \alpha_B k_G^e \quad (6.17)$$

$$\alpha_B = \left( \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \right) \quad (6.18)$$

Como  $\nu$  varia num intervalo de 0.0 a 0.2,  $\alpha_B$  varia entre 2/3 e 3/4. Os valores geralmente assumidos para  $\alpha_B$  são 0.7 ou a unidade.

### **6.3.3 Resposta plástica**

Deformações cisalhantes ( $\gamma_s^p$ ) e volumétricas ( $\varepsilon_v^p$ ) plásticas sobre a superfície de escoamento. De acordo como o item 7, um comportamento contrativo ocorrerá sob a razão de tensões de transformação de fase  $\phi_{cv}$  (ou  $\phi_{pt}$ ), e comportamento dilatante sobre esta. Como ilustrado na Figura 6.2 e pela lei de fluxo da Equação (6.19):

$$\frac{d(\varepsilon_v^p)}{d(\gamma_s^p)} = -\tan(\psi) \quad (6.19)$$

$$e$$

$$- \operatorname{sen}(\psi) = (\operatorname{sen}(\varphi_{cv}) - \eta)$$

onde  $\psi$  é o ângulo de dilatância;  $\varphi_{cv}$  é o ângulo de atrito (ou razão de tensões) de transformação de fase;  $\eta$  é a razão de tensões mobilizadas,  $\operatorname{sen}(\varphi_m)$ , o qual é  $\leq \operatorname{sen}(\varphi_f)$ , onde  $\varphi_f$  é o ângulo de atrito pico.

O desenvolvimento da superfície de escoamento ( $d\eta$ ) é realizada por meio do módulo de cisalhamento plástico ( $G^p$ ) e os incrementos de deformação plástica ( $d\gamma^p$ ) (o endurecimento), como seguem:

$$d\eta = d(\gamma_s^p) \cdot G^p / \sigma' \quad (6.20)$$

### **Módulo cisalhante plástico**

O módulo cisalhante plástico é relacionado a  $\eta$  e  $\gamma_s^p$ , através da relação hiperbólica, que para o primeiro tempo ou carregamento virgem é como descrito embaixo e ilustrado na Figura 6.3

$$G^p = G_i^p \cdot (1 - \eta / \eta_f \cdot R_f)^2 \quad (6.21)$$

onde  $G_i^p$  é o módulo plástico na  $\eta=0$  e igual a função de ( $K^c$  e nível de tensão);  $\eta$  é a razão de tensões mobilizada;  $\eta_f$  é a razão de tensões na ruptura =  $\sin(\varphi_f)$ ; e  $R_f$  é uma constante que trunca a curva hiperbólica (entre 0,7 e 1,0).

Para subseqüentes carregamentos, deformações plásticas ainda ocorrerão, mas o módulo de cisalhamento plástico  $G_i^p$  é rígido e incrementa com o número de ciclos. Em outras palavras, devido à dilatância significativa durante o último ciclo meio ciclo, o  $G_i^p$  é grandemente reduzido para compensar a mudança de volume plástico (contração) que ocorre em um solo real razão de tensões do descarregamento, mas, isto não ocorre no UBCSAND devido a que este modelo tem o descarregamento elástico.

A constante  $R_f$  é uma razão de ruptura definida entre a razão de tensões na ruptura  $\eta_f$  (equivalente ao valor de  $\operatorname{sen}(\varphi_f)$ , com  $\varphi_f$  o ângulo de atrito na ruptura) e a razão de tensões última  $\eta_u$  (esta corresponde ao valor da assíntota da hipérbole da Figura 6.3). A razão de ruptura pode ser estimada em função do valor de  $(N_1)_{60}$  como:

$$R_f = 1 - \frac{(N_1)_{60}}{100} \quad (6.22)$$

De acordo com a Equação (6.21) o módulo de cisalhamento plástico máximo  $G_{\max}^p$  pode ser calculado da seguinte maneira:

$$G_{\max}^p = k_G^p P_a \left( \frac{P'}{P_a} \right)^{n_p} \quad (6.23)$$

onde  $n_p$  é o expoente do módulo cisalhante plástico, varia entre 0.4 e 0.5. O  $k_G^p$  é um número do módulo cisalhante plástico, adimensional, o qual é adimensional e dependente da densidade do solo,  $D_r$ . Segundo os modelagens feitos na areia Nevada (Byrne *et al.* 2004) a diferentes densidades, encontraram uma relação de  $k_G^p$  com  $k_G^e$  segundo:

$$k_G^p \approx 4.2 (D_r)^4 \cdot k_G^e + 100 \quad (6.24)$$

Boulanger & Idriss (2004) re-avaliaram correlações entre  $(N_1)_{60}$  do ensaio SPT, e  $D_r$  com o propósito de avaliar a liquefação, e recomendaram a seguinte expressão para areias limpas (Seed *et al.*, 1986)

$$D_r = 15 \times \sqrt{(N_1)_{60}} \quad (\%) \quad (6.25)$$

### **Ângulo de atrito pico, $\phi_f$**

Embora ensaios de laboratório sejam preferíveis, muitos dados empíricos são disponíveis para o ângulo de atrito pico. Kulhawy & Mayne (1990) têm compilado relações comumente usadas no manual Instituto de Investigação da Potencia Elétrica (EPRI) sobre projetos de fundações. A seleção do ângulo de atrito pico  $\phi_f$  deverá considerar os efeitos da densidade relativa e o nível de tensões. Porém, para propósitos de simplicidade do modelo,  $\phi_f$  foi considerado para depender só da densidade relativa e, segundo a calibração feita pela UBCSAND na areia de Nevada e na areia Fraser (Park, 2005), esta dado por:

$$\phi_f = \phi_{cv} + 11.4 (D_r)^2 \quad (6.26)$$

O ângulo de atrito pico,  $\phi_f$ , pode não ser o mesmo em carregamento não drenado devido à restrição dos fluidos dos poros alterando a trajetória de tensões entre

carregamento drenado e não drenado. Nesta análise se considerou que será o mesmo para ambas as condições drenadas e não drenada, e igual aos obtidos dos testes de laboratório.

### **Ângulo de atrito a volume constante, $\phi_{cv}$**

O ângulo de atrito a volume constante,  $\phi_{cv}$ , tem sido observado para ser uma única propriedade, e é razoavelmente assumido para estar entre 32 e 33 graus de acordo aos dados de laboratório de Chern, 1985; Negussey *et al.*, 1988; Thomas, 1992. O  $\phi_{cv}$  pode ser assumido para ser o mesmo para condições drenadas e não drenadas. O valor de  $\phi_{cv}$  foi observado que é igual ao ângulo de atrito na fase de transformação sob carregamento não drenado (Negussey *et al.*, 1988). O ângulo de atrito no estado da fase de transformação aparece como único para uma areia dada sem levar em consideração a tensão de confinamento e a densidade relativa (Chern, 1985; Chung, 1985). Nesta análise foi usada a Equação (6.26) (Byrne *et al.*, 2004), tendo como dados o ângulo de atrito pico (dos testes de laboratório) e a densidade relativa expressa como valores de  $(N_1)_{60}$  do SPT segundo a Equação (6.25) de Idriss & Boulanger (2004).